

**67700**

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK MODÜLASYON İNDİSLİ  
SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONU İÇİN  
ÇOKLU KAFES KODLAR**

**Elkn. Yük. Müh. Aynur AKAR**

**F.B.E. Telekomünikasyon Anabilim Dalında  
hazırlanan**

**DOKTORA TEZİ**

**Tez Savunma Tarihi : 23 Aralık 1997**

**Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ümit AYGÖLÜ (İ.T.Ü.)**

**Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Erdal PANAYIRCI (İ.T.Ü.)**

**Prof. Metin YÜCEL (Y.T.Ü.)**

**İSTANBUL, Aralık 1997**

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEŞEKKÜR .....	iii
ŞEKİL LİSTESİ .....	iv
TABLO LİSTESİ .....	x
TÜRKÇE ÖZET .....	xi
İNGİLİZCE ÖZET .....	xii
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Konuya İlgili Çalışmalar .....	2
1.2. Tezde İşlenen Yol Ve Getirilen Yenilikler .....	8
2. SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONU .....	10
2.1. CPM Tekniğinin Tanıtılması .....	10
2.2. CPM'nin Ayrıştırılması .....	16
3. ÇOK- $h$ 'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİ .....	25
3.1. MHPM Tekniğinin Tanıtılması .....	25
3.1.1. MHPM İşaretlerin Vektörel Gösterilimi .....	28
3.1.2. Uzaklık Yapısı ve Hesaplama Yöntemi .....	38
3.2. MHPM'nin Ayrıştırılması .....	43
4. GAUSS GÜRÜLTÜLÜ KANALLAR İÇİN MHPM KAFES KODLAR .....	51
4.1. Gauss Gürültülü Kanallar İçin Kod Tasarımı .....	51
4.1.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları .....	54

4.1.2. 8 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları .....	66
4.2. Çoklu MHPM Kafes Kodların Hata Başarım Analizi .....	71
4.2.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapılarının Hata Üst Sınırları ....	73
4.2.2. 8 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapılarının Hata Üst Sınırları ....	76
4.2.3. Kodlanmamış MHPM Sistemlerin Hata Üst Sınırları .....	79
4.3. Gauss Gürültülü Kanallar İçin Benzetim Modelinin Tanıtılması ve Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi .....	93
5. SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN MHPM KAFES KODLAR .....	95
5.1. Sönümlemeli Kanal Modelleri ve Temel Özellikleri .....	95
5.2. Sönümlemeli Kanallar İçin Tasarım Ölçütleri .....	99
5.3. Sönümlemeli Kanallar İçin Kod Tasarımı .....	103
5.3.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları .....	103
5.4. Sönümlemeli Kanallar İçin Tasarlanan Çoklu MHPM Kafes Kodların Hata Üst Sınırları .....	108
5.5. Tasarlanan çoklu MHPM Kafes Kodların Ideal Olmayan Sönümlemeli Kanallarda Hata Üst Sınırları .....	122
5.5.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapılarının Ideal Olmayan Sönümlemeli Kanallarda Hata Üst Sınırları .....	124
6. SONUÇLAR .....	133
KAYNAKLAR .....	135
ÖZGEÇMİŞ .....	

## **TEŞEKKÜR**

Bu tezin hazırlanmasında beni sürekli destekleyen, karşılaştığım problemlerde bıkmadan, sabırla bana yol gösteren, olumlu uyarı ve bilgilerinden yararlandığım sayın hocam ve tez yöneticim Doç.Dr. Ümit Aygölü'ne değerli yardım ve ilgileri için çok teşekkür ederim.

Tezimin daktilo edilmesi ve şekillerinin hazırlanmasında büyük bir titizlikle, özveriyle yardımcı olan sayın hocam Yrd.Doç.Dr. Soner Özgünel'e ve değerli eşim Cihan Akar'a içten teşekkür ederim.

Ayrıca, çalışmalarımda bana destek veren sayın hocam Prof. Metin Yücel'e, hocalarımı ve mesai arkadaşlarımı teşekkür ederim.

Uzun bir dönemi kapsayan çalışmalarım süresince beni destekleyen, yardımcı olan aileme, eşim Cihan'a ve oğlum Kivanç'a çok teşekkür ederim.

## ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1	Kodlamalı ve kodlamasız modülasyon tekniklerinin enerji bandgenişliği başarımları. ....	11
Şekil 2.2	CPM işaretlerin üretilmesi. ....	12
Şekil 2.3	$g(t)$ darbe biçimleri. ....	13
Şekil 2.4	Farklı $h$ ve $M$ değerleri ile $g(t)$ darbe biçimleri için CPM i işaretlerin güç spektrumları. ....	14
Şekil 2.5	MSK'nın faz ağaç ve fiziksel faz kafesi. ....	17
Şekil 2.6	MSK'nın bükülmüş faz kafesi. ....	18
Şekil 2.7	CPE'nin blok diyagramı. ....	20
Şekil 2.8	(a) CPFSK modülasyon sisteminin CPE ve MM'ye ayrıstırılmış blok diyagramı. (b) Katlamalı önkodlayıcı ile CPFSK sisteminin birleştirilmiş blok diyagramı. ....	22
Şekil 2.9	$M$ düzeyli CPFSK yapıları için eşdeğer birleşik kodlayıcı. ....	23
Şekil 3.1	İkili CPFSK faz kafesi, ( $h = 1/2$ ). ....	27
Şekil 3.2	İkili MHPM faz kafesi, $H_2 = (2/4, 3/4)$ . ....	28
Şekil 3.3	4 düzeyli MHPM faz kafesi, $H_2 = (3/4, 1/4)$ . ....	29
Şekil 3.4	$N$ durumlu, bir kafes için $n=0$ anında sapan ve $n$ anında $D_i$ ve $D_j$ durumlarına varan iki yol çifti. ....	40
Şekil 3.5	4 düzeyli, veri simge kümesi $(\pm 1, \pm 3)$ ve modülasyon indis kümesi $H_2 = (3/4, 1/4)$ olan MHPM yapının fiziksel faz kafesi. ....	43

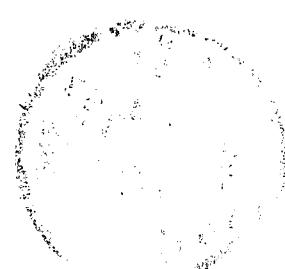
Şekil 3.6	4 düzeyli, modülasyon indis kümeli $H_2 = (3/4, 1/4)$ olan MHPM yapısının bükülmüş faz kafesi.	46
Şekil 3.7	4 düzeyli, 4 durumlu çoklu MHPM 'nin 2CPE kafes yapısı.	48
Şekil 3.8	Ayrıştırılmış çoklu MHPM yapısı.	49
Şekil 3.9	Paralel girişli, tam yanılı, 4 düzeyli 2 ardışıl MHPM yapısı.	50
Şekil 4.1	(a) $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli MHPM yapısının geribeslemesiz 2-CPE (b) Eşdeğer geribeslemesiz ikili 2-CPE kodlayıcısı.	53
Şekil 4.2	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli 2-CPE kafes yapısı.	55
Şekil 4.3	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli çoklu MHPM kafesinin sıfır faz durumundaki işaretlere, küme bölmeleme işleminin uygulanışı.	57
Şekil 4.4	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli çoklu MHPM kafesinin tüm durumlarının olurlu alt kümeleri.	58
Şekil 4.5	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli kodlanmış çoklu MHPM kafes yapısı.	59
Şekil 4.6	(a) Katlamalı önkodlayıcının kafes yapısı,(b) Blok diyagramı.	62
Şekil 4.7	(a) Birleştirilmiş ve (b) Eşdeğer olan kodlayıcıların blok diyagramları.	63
Şekil 4.8	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, kodlanmış çoklu MHPM yapısının kafes diyagramı.	65
Şekil 4.9	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 8 durumlu eniyi kodlanmış çoklu MHPM yapısının kafes diyagramı.	67

Şekil 4.10	Önkodlayıcı ile art arda birleştirilmiş olan 2-CPE'nin blok diyagramı.	69
Şekil 4.11	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indisli çoklu MHPM'nin eniyi 8 durumlu eşdeğer kodunun blok diyagramı.	70
Şekil 4.12	Genel bir iletişim sistemi modeli.	72
Şekil 4.13	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış 4 durumlu 4 düzeyli çoklu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin hata durum diyagramı.	74
Şekil 4.14	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış 8 durumlu 4 düzeyli çoklu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin hata durum diyagramı.	77
Şekil 4.15	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapısının $h_1 = 3/4$ , $h_2 = 1/4$ için hata durum diyagramları.	83
Şekil 4.16	$H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).	86
Şekil 4.17	$H_2 = (2/4, 3/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).	87
Şekil 4.18	$H_2 = (1/4, 5/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).	88
Şekil 4.19	$H_2 = (2/4, 5/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).	89

Şekil 4.20 $H_2 = (3/4, 5/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal). ....	90
Şekil 4.21 $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal). ....	91
Şekil 4.22 $H_2 = (3/4, 5/4)$ modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal). ....	92
Şekil 4.23 Kodlanmış MHPM sistemin bilgisayar benzetim modeli. ....	93
Şekil 5.1 Sönümlü kanallar için MHPM kafes kod tasarımda ele alınan iletişim sisteminin blok diyagramı. ....	99
Şekil 5.2 $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 durumlu 4 düzeyli kodlanmış çoklu MHPM kafesi. ....	105
Şekil 5.3 2/4 oranlı önkodlayıcının blok diyagramı. ....	107
Şekil 5.4 $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indisli, kodlanmış çoklu MHPM'nin birleşik kodlayıcı yapısı. ....	107
Şekil 5.5.a $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ). ....	112
Şekil 5.5.b $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ). ....	113
Şekil 5.6.a $H_2 = (2/4, 3/4)$ modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ). ....	114

Şekil 5.6.b $H_2 = (2/4, 3/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ). ....	115
Şekil 5.7.a $H_2 = (1/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ). ....	116
Şekil 5.7.b $H_2 = (1/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ). ....	117
Şekil 5.8.a $H_2 = (2/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ). ....	118
Şekil 5.8.b $H_2 = (2/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ). ....	119
Şekil 5.9.a $H_2 = (3/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ). ....	120
Şekil 5.9.b $H_2 = (3/4, 5/4)$ modülatyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ). ....	121
Şekil 5.10 İdeal olmayan sönümlü kanallar için ele alınan iletişim sisteminin blok diyagramı. ....	123
Şekil 5.11 2/4 oranlı 4 durumlu önkodlayıcının kafes yapısı. ....	125
Şekil 5.12 2/4 oranlı 4 durumlu önkodlayıcının hata durum diyagramı. ....	125

- Şekil 5.13  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri. .... 129
- Şekil 5.14  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri. .... 130
- Şekil 5.15  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri. .... 131
- Şekil 5.16  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri. .... 132



## TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 4.1 Çoklu MHPM işaret alt kümeleri. ....	55
Tablo 4.2 Çoklu MHPM işaretlerin durum geçiş ilişkisi ve vektörel ifadeleri. ....	60
Tablo 4.3 Önkodlayıcının durum geçiş tablosu. ....	61
Tablo 4.4 Kodlanmış çoklu MHPM kafesinin durum geçiş tablosu. ....	62
Tablo 4.5 Kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin aynı modülasyon indis kümeli kodlanmamış MHPM'ye ve $h_{ort}$ kullanan CPFSK 'ya göre kodlama kazançları. ....	65
Tablo 4.6 Önkodlayıcının ikili durum geçiş dizileri. ....	68
Tablo 4.7 8 durumlu kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin aynı modülasyon indis kümeli kodlanmamış MHPM'ye ve $h_{ort}$ kullanan CPFSK 'ya göre kodlama kazançları. ....	70
Tablo 5.1 Sönümlü kanallar için tasarlanan $H_2 = (3/4, 1/4)$ modülasyon indis kümeli, 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM işaret çiftlerine karşı düşen 2-CPE çıkışları. ....	106
Tablo 5.2 2/4 oranlı 4 durumlu önkodlayıcının durum geçişleri ve kodsözcükleri. ....	106
Tablo 5.3 Kodlanmış çoklu ve kodlanmamış MHPM yapılarının çarpımsal uzaklıklar ( $d_p^2$ ), ECL değerleri. ....	108
Tablo 5.4 4/6 oranlı 2-CPE'nin her giriş veri dizisi için, kanaldan iletilebilecek işaret çiftlerinin kümesi. ....	126

## ÖZET

Doğrusal olmayan kanal etkilerine karşı duyarlığını azaltan, sabit zarf ve band verimliliğini artıran faz sürekliliği özellikleriyle gezgin iletişim sistemleri için oldukça çekici bir modülasyon türü olan sürekli faz modülasyonunun (CPM) özel bir biçimini olan çok modülasyon indisli faz kodlamalı modülasyon (MHPM) tekniğini kullanan sistemlerin gürültülü ve sönümlü kanallarda hata başarısını artıran çoklu kafes kod tasarıımı, bu tezin konusunu oluşturmaktadır. Kafes yapılarının her işaretleşme aralığında çevrimsel olarak yinelenmesinden yani zamanla değişmeden dolayı MHPM sistemler, CPM sistemler gibi tek bir işaretleşme aralığında zamanla değişimyen bir doğrusal faz kodlayıcısı ile onu izleyen bir belleksiz modülatöre ayırtılabilirler. Bu nedenle, MHPM vericisi,  $k$  farklı modülasyon indis sayısına kadar işaretleşme aralığını yapısında toplayan, zamanla değişimyen bir sürekli faz kodlayıcısına ( $k$ -CPE) ve onun çıkışını  $k$  ardışılı kanal işaretine eşleyen, yine zamanla değişimyen bir çoklu belleksiz modülatöre ayırtılarak modellenmiştir. Bu model, çoklu MHPM yapılarının kodlanarak gerek Gauss gürültülü gerekse sönümlü kanallardaki başarılarının artırılmasında yararlı olmaktadır.  $k$ -CPE ile bir katlamalı önkodlayıcının birleşiminden oluşan eşdeğer kodlayıcının aynı durumdan ayrılan işaretlerinin arasındaki Öklid uzaklıklarını maksimum yapmak için çoklu MHPM kafeslerine küme bölmeye yöntemi uygulanmıştır. Tasarlanan 4 ve 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemler, kodlanmamış MHPM yapılarına ve seçilen modülasyon indis kümelerinin ortalama değerini kullanan CPM'e göre önemli kodlama kazançları sağlamaktadır. Ayrıca bu yeni MHPM kafes kodların Gauss gürültülü kanallardaki hata başarıları, gerek analitik yöntemlerle gerekse geliştirilen bir bilgisayar benzetim programı yardımıyla değerlendirilmiştir. Gauss gürültülü kanallardan farklı özellikler gösteren, buna bağlı olarak kafes kod tasarıminda etkin kod uzunluğu, çarpımsal uzaklık gibi farklı tasarım ölçütlerinin kullanımını gerektiren sönümlü kanal modelleri için çoklu MHPM kafes kodların tasarımları gerçekleştirilmiş, 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin hata başarıları, kuramsal olarak ve bilgisayar benzetim yöntemleriyle incelenerek ilişkin kodlanmamış sistemlere olan üstünlükleri ortaya konmuştur.

## ABSTRACT

Continuous phase modulation (CPM) is a very attractive digital modulation technique for the transmission of digital information over band and/or power limited channels. The phase continuity provides to CPM signals good spectral properties and some error correction possibilities. Multi- $h$  phase coded modulation technique (MHPM) has received a great deal of attention for application in satellite modems due to its power and bandwidth efficiency which are even better than that of CPM. MHPM is a special case of CPM where the modulation index ( $h$ ) is periodically changed for successive signalling intervals. In this thesis, multiple trellis codes are designed for the systems which use MHPM technique, in order to increase their error performances over gaussian and fading channels. Since their trellis structures are time-variant, MHPM schemes can not be decomposed as CPM schemes into a time-invariant continuous phase encoder (CPE) followed by a memoryless modulator (MM), over one symbol interval. A new representation for  $M$ -ary MHPM is introduced to overcome this problem, namely to obtain a time invariant CPE followed by a time invariant MM. We simply consider  $k$  consecutive symbol intervals together during the constitution of the CPE where  $k$  is the number of different modulation indexes. The outputs of this  $k$ -CPE are then mapped to multiple signal set constituted by  $k$  consecutive MHPM signals. This kind of decomposition makes easier the optimal combination of an external encoder with MHPM. Since the CPE is linear over a finite field, the cascade of an external convolutional encoder with the CPE can be reduced to an equivalent single convolutional encoder. The set partitioning method is applied to the multiple MHPM trellis structures to maximize the Euclidean distances between all signal pairs originating from and merging to the same state. The proposed multiple coded MHPM systems for the gaussian channels which use 4 and 8 state decoding trellis provide significant asymptotic coding gains with respect to the corresponding uncoded MHPM and related CPM systems. The design of multiple trellis codes for MHPM is also realized for the fading channels which request different design criteria such as the effective code length and the product distance. It is shown by analytical methods and by means of computer simulation that these new coded MHPM systems significantly outperform their uncoded counterparts in this type of channels.

## 1. GİRİŞ

Elektriksel iletişim sistemleri, bir kaynağın ürettiği bilgiyi uzayda ve zamanında farklı bir noktada yer alan bir veya birkaç kullanıcıya iletmek amacıyla tasarılanır. Kaynak tarafından üretilen bilgi, ses, görüntü, herhangi bir dildeki metin ve benzeri bir biçimde olabilir. Kaynağın temel özelliği, belirgin (deterministik) değil, rastlantısal biçimde modellenebilir olmasıdır. Zittî durumda, bilgi ilemenin gereği ortadan kalkacaktır. İletişim sistemlerinin tasarımında temel hedeflerden biri, birim zamanda iletilen bilgi miktarını maksimum yapmaktır. Bu amaçla sayısal iletişim sistemlerinde, kaynak istatistiklerini gözönüne alarak kaynak çıkışındaki bilgiyi, olabildiğince kısa uzunlukta ikili sayılarla dönüştüren bir kaynak kodlayıcısından yararlanılır. Bu işlem, kaynak kodlaması ya da veri sıkıştırma olarak adlandırılır.

Bilgi dizisi olarak adlandırılacağımız kaynak kodlayıcısı çıkışındaki ikili dizi, bir kanal kodlayıcısına uygulanır. Kanal kodlamasında amaç, işaret kanaldan iletilirken ortaya çıkan gürültünün, girişimin bozucu etkilerini azaltmak üzere bilgi dizisine kontrollü biçimde bir miktar "fazlalık" (redundancy) katmaktadır. Eklenen fazlalık, alınan bilginin güvenilirliğini artıracaktır. Örneğin, en basit biçimde, her ikili bilgi,  $m$  pozitif bir tamsayı olmak üzere  $m$  kez gönderilerek bu işlem gerçekleştirilebilir. Daha bilinçli kodlama yöntemlerinde her  $k$  bitlik bilgi,  $n$  bitlik, kodsözcüğü olarak adlandırılan bir ikili diziye dönüştürülür. Bu durumda, kodlamanın getirdiği fazlalık ölçüsü  $n/k$  oranıyla bellidir. Bu oranın tersi, yani  $k/n$  kodlama oranı olarak adlandırılır. Daha sonra, kanal kodlayıcısı çıkışındaki ikili dizi, bir sayısal modülatöre uygulanır. Pratikte karşılaşılan iletişim kanallarının hemen hemen tümü ancak elektriksel işaretleri iletebildiğinden sayısal modülatörün birincil görevi, ikili bilgi dizisini, işaret dalga biçimlerine dönüşturmektir.  $R[\text{bit}/\text{sn.}]$  hızındaki kodlanmış bilgi dizisindeki her bitin ayrı ayrı sayısal modülatöre uygulandığını varsayıyalım. Bu durumda, sayısal modülatör 0'ı bir  $s_0(t)$  dalga biçimine, 1'i bir  $s_1(t)$  dalga biçimine eşler. Bu işlem, ikili modülasyon olarak adlandırılır. Diğer yandan kodlanmış her  $n$  bitlik dizi,  $M = 2^n$  farklı  $s_i(t)$ ,  $\{i = 0, 1, \dots, M - 1\}$  dalga biçiminden biriyle

eslenebilir, bu yaklaşım  $M$  düzeyli modülasyon olarak adlandırılır. Bu durumda, kanal işaretinin başına iletilen kodlanmış bilgi biti sayısı, ikili modülasyona göre  $n$  kat daha fazla olacaktır.

Geleneksel sayısal iletişim sistemlerinin alıcısında, sayısal demodülatör, alınan gürültülü dalga biçiminin, işaret uzayında, olurlu ikili veya  $M$  düzeyli işaret dalga biçiminden hangisine en yakın olduğuna ve ilişkin  $n$  bitlik kodlanmış bilgi dizisine karar verir. Daha sonra, kanal kodçözücü, demodule edilmiş  $n$  bitlik dizilerle olurlu  $n$  bitlik kodsözcüklerini, farklı bit sayısını (Hamming uzaklığı) ölçüt olarak karşılaştırıp kanal kodçözme işlemini gerçekleştirir ve çıkışındaki ikili dizileri kaynak kodçözücüsüne aktarır. Kaynak kodçözücüsünün görevi ise, girişindeki bilgiyi, bilgi kaynağı çıkışındaki biçimine dönüştürmektir.

## 1.1. Konuya İlgili Çalışmalar

Yukarıda söylenenlerden anlaşıldığı üzere, geleneksel sayısal iletişim sistemlerinde, modülatörün ve kanal kodlayıcısının işlevleri ayrılmıştır. Modülatör ve demodülatör, analog kanalı ayrik kanala dönüştürürken kanal kodlayıcısı ve kod çözücü ayrik kanaldaki hataları düzeltmeyi amaçlar. Düşük işaret/gürültü oranlarında veya değişken bozucu etkiler söz konusu olduğunda, fazlalık bitlerin iletiminin neden olduğu hız kaybı, hata düzeltme yeteneğine kavuşulmasıyla açıklanabilir. Bu tür kanallarda, uzun kod çözme gecikmeleri, iletişim sistemlerinin belli bir güvenilirlikte çalışabilmesi için zorunlu olabilir. Genellikle, hız kaybından kurtulmanın iki yolu vardır: Kanal, band genişliğinin artırılmasına uygunsa modülasyon hızını artırmak ya da kanal band sınırlı ise modülasyonlu işaret sayısını artırmak. Kodlama ve modülasyon ayrı ayrı ele alındığında ikinci yol yeterli olmamaktadır.

İlk kez Ungerboeck (1982), geleneksel yaklaşımın temel iki problemini vurgulayarak tasarım sırasında, kodlama ve modülasyonun bir bütün olarak ele alınması

gerektiğini ortaya koymuştur. İlk problem, geleneksel kodlanmış sistemde, kodçözme öncesi birbirinden bağımsız olarak gerçekleştirilen "sert" işaret kararlarının neden olduğu dönüşü olmayan bilgi kayıplarından kaynaklanmaktadır. Bu problemin çözümü, "yumuşak" kararlı kodçözme yönteminin kullanılmasını gerektirmektedir. Yumuşak kodçözme yönteminde kodçözücü, doğrudan kanal çıkışında elde edilen kuantalanmamış "yumuşak" örnek değerleriyle işlem yapar. Yani Hamming uzaklığını yerine Öklid uzaklığını kullanır. Ancak, kodçözücü, kararlarını Öklid uzaklığına dayandırdığında, ikinci bir problem ortaya çıkmaktadır. O tarihe kadar literatürde bilinen hata düzeltme kodları, Öklid uzaklığuna değil, Hamming uzaklığuna göre eniyidir ve kodsözcükleri kanal işaretlerine nasıl karşı düşürülürse düşürülsünler çoğu kez bu eniyilik Öklid uzayına taşınamamaktadır. Karesel Öklid ve Hamming uzaklıklarını ancak ikili modülasyonda ve 4-PSK (Faz kaydırmalı anahtarlama) modülasyonunda eşdeğerlilik göstermektedir. O halde, kodlama ve modülasyon birarada düşünülerek işaret uzayında eniyileştirilmiş yeni hata düzeltme kodlarına gereksinim vardır. Ungerboeck (1982), bu düşünceyle "kafes kodlamalı modülasyon" (Trellis coded modulation, TCM) olarak adlandırdığı yöntemi geliştirmiştir, bu yolla band sınırlı kanallarda band genişliğini artırmaksızın daha iyi hata başarımı sağlayan PSK ve QAM (Dik genlik modülasyonu) sistemler önermiştir. TCM sistemler, gereğinin iki katı işaret içeren modülasyonlu işaret kümelerini, bu işaretlerin seçiminin yönlendiren bir sonlu durumlu kodlayıcı ile birlikte kullanmaktadır. Alıcıda, gürültülü işaretler bir yumuşak kararlı, en büyük benzerlikli (Viterbi algoritması, 1973) kodçözücü yardımıyla çözülmektedir. Basit 4 durumlu yapılar bile, kodlanmamış modülasyonlu duruma göre, toplamsal gürültülü kanallarda 3 dB'lık işaret/gürültü oranı kazançları sağlamaktadır. Daha karmaşık kafes yapılarla bu kazanç 6 dB ve daha yukarısına çıkarılabilir. Üstelik bu kazançlar geleneksel yaklaşımların zittına band genişliğini artırmaksızın ve bilgi iletim hızını düşürmemesizin sağlanmaktadır. TCM'deki "kafes" sözcüğü bu sistemlerin ikili katlamalı kodlayıcıların kafes diyagramlarına benzer diyagramlarla tanımlanmasından kaynaklanmaktadır. Temel fark, TCM sistemlerde kafes dallarının ikili kodsözcükleri yerine modülasyonlu işaretlerle etiketlendirilmesindedir.

Görüldüğü gibi, son yıllarda kodlama kuramındaki temel ilerleme, band verimlilikli kodlama yöntemlerinin bulunmasıyla olmuştur. Bu tür işaretleşme teknikleri, gerek iletim gücünü gerekse band genişliğini aynı zamanda korumakta veya azaltmaktadır. Araştırmacıları bu yönde çalışmaya iten temel neden, sabit elektromagnetik spektrumda sürekli artan bilgi trafiğidir. Güç ve/veya band sınırlı kanallardan sayısal bilgi iletimine yönelik oldukça çekici bir sayısal modülasyon tekniği, sürekli faz modülasyonu (Continuous Phase Modulation, CPM)dur (Aulin et al, 1981a), (Sundberg, 1986), (Anderson et al, 1986), (Aulin et al, 1981b). Sürekli faz özelliği, CPM'e iyi spektral özellikler sağladığının yanı sıra, hata düzeltme yeteneği de katar (Aulin et al, 1982). Bunların yanında, sabit zarflı olması nedeniyle CPM, doğrusal olmayan güç kuvvetlendiricilerinin kullanıldığı radyo kanallarından iletim için oldukça uygun bir modülasyon türüdür (Anderson et al, 1991). CPM işaretler, sürekli fazlı olmalarının bir sonucu olarak, bellek yani yapıları gereği bir kodlama özelliği içerirler ve kafes diyagramlarla gösterilebilirler. Bu nedenle, Viterbi algoritmasına (Forney, 1973) dayalı en büyük benzerlikli kodçözme teknikleriyle çözülebilirler. (Anderson et al, 1976), (Aulin et al 1981), CPM işaretlerin aynı bit hata olasılığına band genişliğini artırmaksızın minimum kaydırmalı anahtarlama (Minimum Shift Keying, MSK)'ya göre daha düşük işaret/gürültü oranlarında erişilebileceğini göstermişlerdir. Ekanaye (1984), CPM'in, dikdörtgen faz darbe işlevi kullanan biçimini sürekli fazlı frekans kaydırmalı anahtarlamanın (Continuous Phase Frequency Shift Keying, CPFSK) güç spektral yoğunluklarını ve özilişki işlevlerini,  $1/M$  modülasyon indis değeri ve  $M$  düzey için elde etmiştir. Sundberg (1986), simge düzey sayısının darbe biçiminin ve modülasyon indisinin değişiminin, CPM yapılarının güç ve band verimliliklerini etkilerini ayrıntılı olarak incelemiştir.

CPM'in kodlamayla birleştirilmesine yönelik olarak ilk kez Lindell et al (1984),  $1/2$  oranlı bir katlamalı kodlayıcı ile 4 düzeyli CPFSK modülatörünü arda yerleştirerek oluşan yapının başarım parametrelerini değerlendirmiştir. Pizzi ve Wilson (1985), Lindell et al'ın çalışmasını CPM'e yani dikdörtgen dışındaki faz darbe biçimlerine genelleştirmiştir. Moreno ve Pasupathy (1988), bir önkodlayıcı ile

hızlı frekans kaydırımlı anahtarlamalı (Fast Frequency Shift Keying, FFSK) tekniginin birleşimine ilişkin bir yöntem geliştirmiştir. Bu çalışmada amaç, verilen bir kodlama oranı ve verilen bir birleşik kod kafesi durum sayısı için eniyi kodlanmış FFSK sistemi elde etmektir. Moreno ve Pasupathy (1988)'nin çalışmasında önerilen uyumlu kodlama yöntemi aynı modülasyon indisine sahip 4 düzeyli CPFSK için Naraghi-Pour (1993) tarafından genelleştirilmiştir. Ho ve McLane (1985), çeşitli kodlanmış CPM sistemleri ele almış güç-band genişliği başarımı açısından kodlanmış 8 düzeyli sistemlerin kodlanmış 4 düzeyli sistemlere göre daha üstün oldukları diğer yandan kısmi yanılı CPM işaretleşmenin aynı açıdan tam yanılı işaretleşmeden üstün olduğu sonucuna varmışlardır. Bu başarım üstünlüklerinin bedeli alıcı karmaşıklığının artması olmaktadır.

CPM'in kodlanmasıne yeni bir bakış açısı getiren önemli bir çalışma Rimoldi (1988) tarafından gerçekleştirilmiş böylece, herhangi bir CPM sistemin zamanla değişmeyen bir sürekli faz kodlayıcısına (Continuous Phase Encoder, CPE) ve onu izleyen belleksiz bir modülatöre (Memoryless Modulator, MM) ayırtırılabileceği ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşım, önkodlayıcı ile CPE'nin tek bir kodlayıcı olarak düşünülmesine olanak sağlamaktadır. Daha sonra, Rimoldi (1989) modülasyon indis  $J/M$  olan  $M$  düzeyli bir CPFSK sistemin belli bir iletim hızına sahip ikili bir katlamalı önkodlayıcı ile birleşimine ilişkin tasarım problemini ele almıştır. CPFSK için eniyi katlamalı önkodlayıcıları, Ungerboeck'ün küme bölmeye yaklaşımını uygulayarak tasarlamıştır. Yang et al (1990) tarafından, CPFSK ile hızı  $1/2$  olan katlamalı bir önkodlayıcının eniyi bileşimini bulmak için, uyumlu kodlama teknigi, geleneksel yaklaşım ve Rimoldi'nin ayırtırma yaklaşımı uygulanmış ve elde edilen sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Fonseka (1991), doğrusal olmayan CPFSK olarak adlandırılan yeni bir CPFSK işaretleşme teknigi geliştirmiştir. Bu yöntemde ikili veriye karşı düşürülen kanal işaretleri kalkış durumlarına bağlı olarak farklı modülasyon indisleriyle belirlenmektedir. Ayrıca Mao et al (1992), doğrusal olmayan ikili CPFSK işaretlerin sonlu durumlu bir makina ve sabit modülasyon indisli CPFSK modülatör tarafından üretilebileceğini göstermişlerdir. Farklı faz-darbe

biçimleri için, doğrusal olmayan ikili CPM işaretlerin spektral özellikleri Fonseka et al (1994) tarafından incelenmiştir. Karam et al (1995), CPM modülatörün bellek kısmı ile aynı yapıda olan ring ( $M$ -düzeyli) katlamalı önkodlayıcılarından yararlanarak CPE ile doğal bir birleşim oluşturmuş, geleneksel ikili katlamalı önkodlayıcılara göre daha iyi sistemler tasarlana bilmesini göstermiştir.

CPM'de tek bir modülasyon indisini bütün işaretleşme aralıklarında kullanılır. CPM'in ilginç bir genelleştirilmiş  $k$  tane farklı modülasyon indisinin işaretleşme aralıkları boyunca çevrimisel olarak kullanıldığı çok- $h$ 'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğidir (Multi- $h$  Phase Coded Modulation, MHPM). Farklı modülasyon indislerinin çevrimisel olarak kullanılması temel olarak, komşu faz yollarının daha fazla işaretleşme aralığında birleşmesine neden olur. Bu da MHPM işaret dizileri arasındaki minimum Öklid uzaklığını artırarak CPM'e göre kodlama kazancı sağlar (Anderson et al, 1978). MHPM sistemlerin alıcı yapıları, demodülasyon ve taşıyıcı eşzamanlanması problemleri Mazur ve Taylor (1981), Premji ve Taylor (1987), tarafından ele alınmıştır. Wilson ve Gaus (1981), çeşitli  $M$  değerleri, frekans darbe biçimleri ve modülasyon indis kümeleri için çok- $h$ 'lı yapıların güç spektral özelliklerini incelemiştir. Bu işaretlerin QPSK gibi kodlanmamış sayısal yapılara göre daha iyi spektral özelliklere sahip olduğunu göstermiştir. Anderson (1981), ikili MHPM tekniğinin Gauss gürültülü kanallarda hata başarım analizini yapmıştır. Wilson et al (1982), MHPM sistemlerde serbest uzaklığın ve hata olasılıklarının üst sınırlarının hesaplanmasına ilişkin bir yöntem önermiştir. İkili çok- $h$ 'lı faz kodlamalı işaretlerin özilişki işlevleri Maseng (1985) tarafından analitik olarak elde edilmiştir. Holubowicz ve Szulakiewicz (1985) modülasyon indislerini sabit tutup işaretleşme aralıklarının sürelerini çevrimisel değiştirerek çok- $h$ 'lı faz kodlamalı modülasyonu çok- $T$ 'lı olarak gerçekleştirmiştir. Çok- $h$ 'lı ve çok- $T$ 'lı yapıların minimum uzaklık ve spektral özellikleri birbirine çok benzer. Szulakiewicz (1989) tarafından  $M$  düzeyli çok- $T$ 'lı faz kodlarının uzaklık özellikleri çeşitli modülasyon indis kümeleri için incelenmiştir. Hwang et al (1989), ikili veri dizileri için her işaretleşme aralığında farklı iki modülasyon indisinin kullanıldığı asimetrik MHPM'yi ortaya

atarak, geleneksel MHPM'ye göre daha üstün sistemler önermişlerdir. Ayrıca Hwang et al (1989a, 1989b) tarafından bu ikili yapıların, güç/bandgenişliği başarımları çeşitli modülasyon indis kümeleri ve faz darbe biçimleri için verilmiştir. Akar (Karataş) (1991), Akar ve Aygölü (1991a) ikili çok- $h$ 'lı ve çok- $T$ 'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğine dayanarak tasarlanmış sistemlerin hata başarımlarını gürültülü ve sönümlenmelii kanallarda incelemiştir. Asimetrik modülasyon indisi kullanmanın ikili MHPM sistemlerin başarımlarına etkileri yine Akar ve Aygölü (1991b) tarafından araştırılmıştır. Holubowicz (1990) tarafından, verilen bir bandgenişliği ve sistem karmaşıklığı için eniyi MHPM modülasyon indis kümelerinin ne olması gerektiği araştırılmıştır. Ayrıca Fonseka ve Mao (1992), 2- $h$ , 3- $h$  ve 4- $h$ 'lı eniyi MHPM yapılarını belirlemiştir.

İlk kez Fonseka et al (1990), MHPM işaretlesmenin 1/2 oranlı bir önkodlayıcı ile birleştirilmesine yönelik bir yöntem önermişlerdir. Geleneksel MHPM'de modülasyon indisi her aralıkta değiştirilirken bu yöntemde, serbest Öklid uzaklığını artırmak amacıyla ancak önceden belirlenen aralıklarda değiştirilmektedir. Itoh et al (1990),  $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M - 1)$  biçimindeki veri değerlerinde değişiklikler yaparak düzgün olmayan eşleme olarak adlandırdıkları yaklaşımla yine 1/2 oranlı bir katlamalı önkodlayıcının MHPM modülatörle eniyi biçimde bütünlendirilmesi problemini ele almışlardır. Sözkonusu iki yaklaşım da, geleneksel önkodlayıcı-CPM bütünlendirilmesi yönteminden farklılık göstermemekte, Rimoldi'nin (1988) CPM'in modellenmesinde oldukça önemli bir aşama olan sürekli faz kodlayıcısı / belleksiz modülatör yaklaşımından yararlanmamaktadır. MHPM sistemler, sürekli faz kodlayıcısı ve onu izleyen belleksiz modülatör biçiminde Akar ve Aygölü (1996) tarafından modellenmiş, bu modelden yararlanarak Gauss gürültülü ve sönümlenmelii (fading) kanallar için MHPM yapının bir katlamalı önkodlayıcı ile eniyi biçimde bütünlendirilmesine dayanan MHPM kafes kodlar tasarlanmıştır (Akar (Karataş) ve Aygölü, 1997).

## 1.2. Tezde İzlenen Yol ve Getirilen Yenilikler

Tezin 2.Bölümü’nde, sürekli faz modülasyonu tekniğinin temel kavramları, kafes yapılarının özelliklerini tanıtlarak, bir sürekli faz kodlayıcısı ile onu izleyen bir belleksiz modülatöre nasıl ayırtırıldığı açıklanmıştır.

3. Bölüm’de, sürekli faz modülasyonunun özel bir biçimi olan, art arda gelen işaretleşme aralıkları boyunca modülasyon indisinin çevrimsel olarak değiştirildiği, çok- $h$ ’lı faz kodlamalı modülasyon (MHPM) tekniği ele alınmıştır. Kafes yapılarının her işaretleşme aralığında çevrimsel olarak yinelenmesinden yani zamanla değişmeden dolayı MHPM sistemler CPM sistemler gibi tek bir işaretleşme aralığında zamanla değişmeyen bir doğrusal faz kodlayıcısı ile onu izleyen bir belleksiz modülatöre ayırtırılamazlar. Tezin bu bölümünde, MHPM vericisi,  $k$  farklı modülasyon indis sayısı kadar işaretleşme aralığını yapısında toplayan zamanla değişmeyen bir sürekli faz kodlayıcısına ( $k$ -CPE) ve onun çıkışını  $k$  ardışıl kanal işaretine eşleyen yine zamanla değişmeyen bir çoklu belleksiz modülatöre ayırtırılarak modellenmiştir. Bu model, çoklu MHPM yapılarının kodlanarak gerek Gauss gürültülü gerekse sönüümlemeli kanallardaki başarımlarının artırılmasında yararlı olmaktadır.

4. Bölüm’de, toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanallar için çoklu MHPM kafes kodların tasarımları gerçekleştirilmiştir.  $k$ -CPE ile bir katlamalı önkodlayıcının birleşiminden oluşan eşdeğer kodlayıcının aynı durumdan ayrılan işaretlerinin arasındaki Öklid uzaklıklarını maksimum yapmak için çoklu MHPM kafeslerine küme böleme yöntemi uygulanmıştır. Tasarlanan 4 ve 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemlerin kodlanmamış MHPM yapılarına ve seçilen modülasyon indis kümelerinin ortalama değerini kullanan CPFSK’ya göre kodlama kazançları sunulmuştur. Ayrıca bu yeni MHPM kafes kodların AWGN kanallardaki hata başarımları gerek analitik yöntemlerle gerekse geliştirilen bir bilgisayar benzetim programı yardımıyla değerlendirilmiştir.

Tezin 5. Bölüm'ü, AWGN kanallardan farklı özellikler gösteren, buna bağlı olarak kafes kod tasarıminda, etkin kod uzunluğu, çarpımsal uzaklık gibi farklı tasarım ölçütlerinin kullanımını gerektiren sönümlemeli kanal modelleri için çoklu MHPM kafes kodların tasarımına ayrılmıştır. Bu tür kanallarda, kodlanılmış MHPM sistemlere göre hata başarımını iyileştiren 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin hata başarımları, kuramsal olarak ve bilgisayar benzetim yöntemleriyle incelenerek ilişkin sistemlere olan üstünlükleri ortaya konmuştur.

Tezin 6. Bölüm'ünde elde edilen sonuçların bir değerlendirilmesi yapılmış ve konuya ilgili ileride yapılabilecek çalışmalar belirtilmiştir.

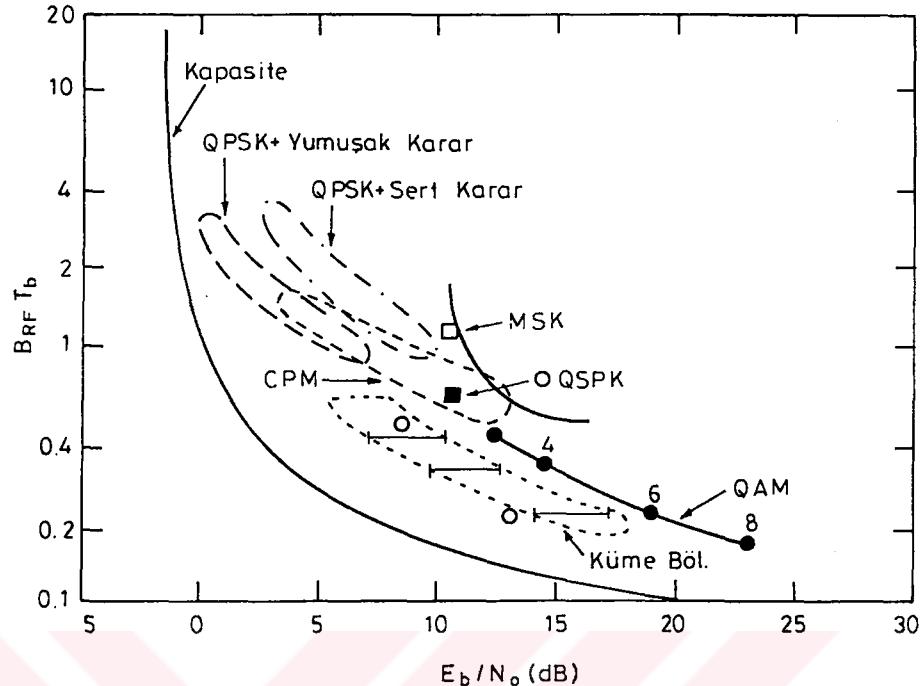
## 2. SÜREKLİ FAZ MODÜLASYONU

Bu bölümde, sürekli faz modülasyonu (CPM, Continuous Phase Modulation) tekniğinin temel kavramları, kafes yapılarının özelliklerini tanıtlarak, bu sistemin bir sürekli faz bir kodlayıcısı ve onu izleyen bir belleksiz modülatöre ayırtılabilceğini gösterilmiştir. Kafes kodlamalı sürekli faz modülasyonu teknikleri incelenmiştir.

### 2.1. CPM Tekniğinin Tanıtılması

Son yıllarda kodlama kuramındaki en büyük ilerleme, band genişliği verimlilikli kodlama yöntemlerinin bulunmasıdır. Bu işaretleşme yöntemleri aynı anda hem enerjiyi hem de band genişliğini koruyarak kodlama kazancı sağlar. Kodlama sırasında enerjinin ve band genişliğinin korunabileceği fikri, 1960'dan önce Shannon tarafından açıklanmış ancak bu alandaki çalışmalar 1975'den sonra hız kazanmıştır. Daha önceki yıllarda enerji verimliliği için band genişliğinin artırılması gerektigine inanılmaktaydı. Seksenli yıllarda Ungerboeck (1982) tarafından ortaya atılan kafes kodlama tekniğiyle kodlama kuramı yeni bir boyut kazanmıştır. Sonlu durumlu bir makinanın ürettiği ve zamanın bir işlevi olan bu kodlar, üzerinde tüm olası işaret dizilerinin yer aldığı kafes diyagramlarla gösterilmektedir. Band genişliğini ve iletim gücünü artırmaksızın daha iyi hata başarımı sağlayan sonlu durumlu kafes kodların tasarımlarına yönelik çalışmalar günümüzde hızla sürmektedir.

Şekil 2.1.'de, kodlamalı ve kodlamasız modülasyon tekniklerinin, band genişlikleri ve enerjileri açısından karşılaştırımları yapılmıştır. Bu şekildeki yatay eksen,  $10^{-5}$ 'lik bir bit hata olasılığına erişmek için kod çözücünün gerek duyduğu  $E_b/N_0$  oranını gösterir. Burada  $E_b$ , bit başına enerji,  $N_0$ , toplamsal beyaz Gauss gürültüsünün (AWGN, Additive White Gaussian Noise) tek yanlı güç spektral yoğunluğuudur. Düşey eksen ise, band genişliği ekseni olup  $B_{RF} \cdot T_b$ 'dır. Burada  $B_{RF}$ , radyo frekanşındaki işaretin band genişliğini,  $T_b$ , veri bitlerinin iletim süresini göstermektedir.

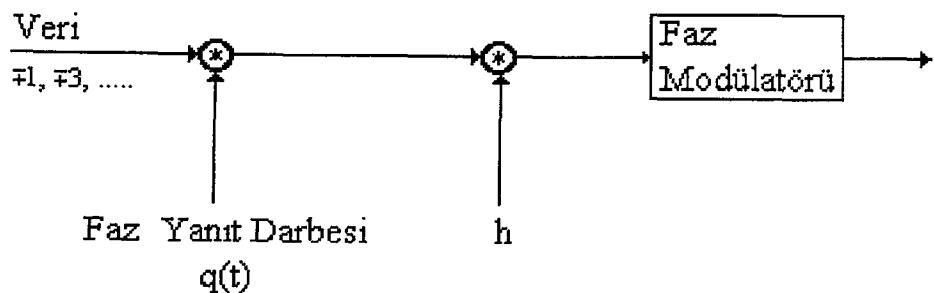


Şekil 2.1 Kodlamalı ve kodlamasız modülasyon tekniklerinin enerji/ bandgenişliği başarımları.

Band genişliği ölçütü olarak, işaret gücünün %99'unun iletiliği band genişliği seçilmiştir. Sabit genlikli dik faz kaydırma anahtarlama (QPSK, Quadrature Phase Shift Keying) modülasyonu, hata düzeltme kodları (katlamalı kodlar) ile birleştirildiğinde, düşük enerjili / yüksek band genişlikli bölgede yer alır. Hem enerji hem de band genişliği verimlilikli modülasyon teknikleri ele alındığında, bunların en büyük alt sınıfını sabit zarflı sürekli fazlı modülasyon (CPM, Continuous Phase Modulation) teknigi oluşturur. Bu modülasyon tekniği, QPSK'ya göre, daha dar ana spektral kulakçığa ve daha düşük yan spektral kulakçıklara sahip olup, aynı  $E_b/N_0$  oranı için daha iyi hata başarımı sağlayabilmektedir. Sabit zarflı sürekli faz modülasyonlu bir işaret,

$$s(t, \alpha) = \sqrt{(2E/T)} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t, \alpha)) \quad (2.1)$$

biçimindedir. Burada  $E$  simge başına enerjiyi,  $T$  simge süresini,  $f_0$  taşıyıcı frekansını



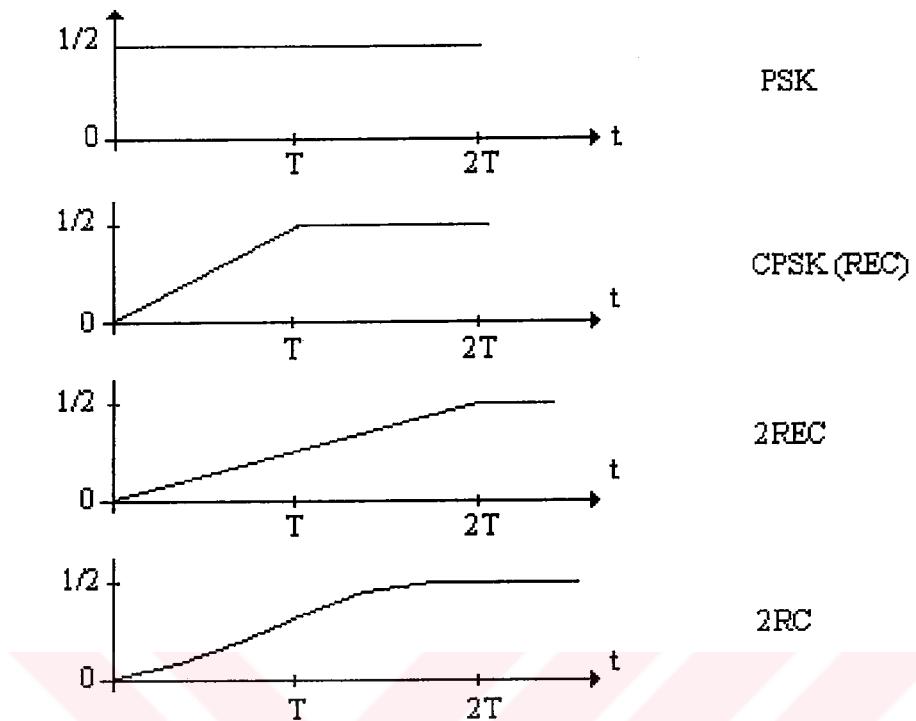
Şekil 2.2 CPM işaretlerin üretilmesi

ve  $\alpha$  veri simgelerini gösterir. CPM işarette, bilgiyi taşıyan  $\phi(t, \alpha)$  fazı,  $n$ . simge aralığı  $nT \leq t \leq (n + 1)T$  boyunca bir katlama işlemiyle bulunur. Bu faz,  $q(t)$  faz yanıt darbesinin biçimine bağlıdır. Her bir veri simgesine yanıt, toplam işaret fazına etki eder. Bu faz işlevi,

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi h \sum_{i < n} \alpha_i q(t - iT) \quad (2.2)$$

birimde tanımlanır. Şekil 2.2., CPM işaretlerin üretilmelerini şematik olarak göstermektedir. CPM'nin genel tanımı, Sundberg(1986) tarafından verilmiştir. Çoğu zaman, bir CPM sistem  $q(t)$ 'nin türevi olan anı frekans darbesi  $g(t)$  ile tanımlanır. Şekil 2.3.'de, bazı  $g(t)$  darelere örnek olarak verilmiştir.

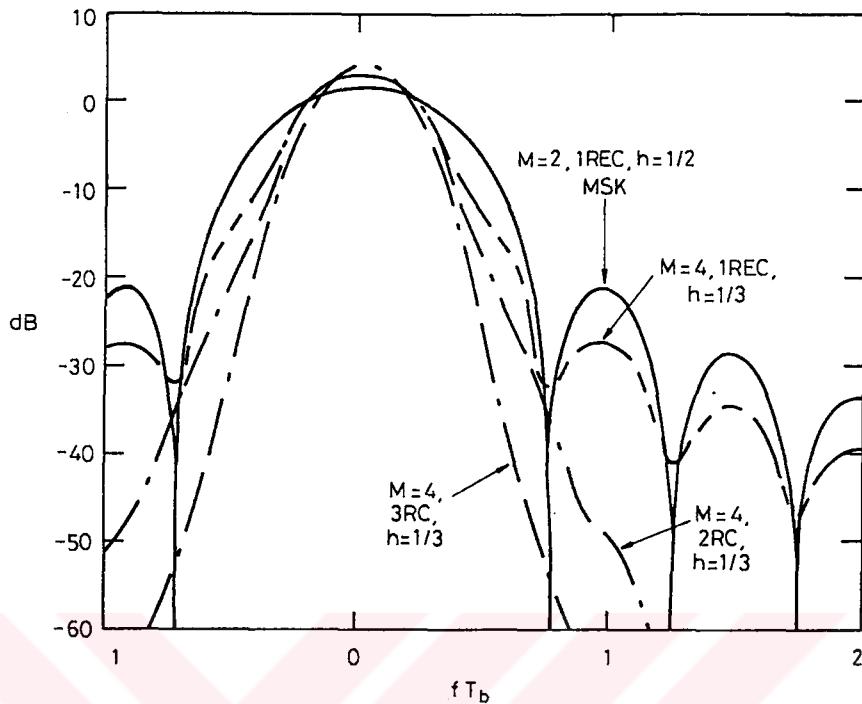
$g(t)$  frekans darbesi,  $0 \leq t \leq LT$  zaman aralığı boyunca sıfırdan farklı olup,  $q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = 1/2$ 'dir. Burada  $L$ , simge aralığının uzunluğudur.  $\alpha_i$ ,  $M$  düzeyli veri simgeleri olup,  $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M - 1)$  değerlerini alır.  $h$  sabiti, modülasyon indis olup  $\phi(t, \alpha)$  fazına etki eder. Analog frekans modülasyonundaki  $\beta$ , faz sapma indisine benzer bir rol oynar. Genel olarak yüksek  $h$  değerleri için modülasyon tekniği, daha iyi hata başarımı sağlar ancak işaret spektrumu daha geniş bir alanı kaplar. Maksimum faz değişimi,  $(M - 1)\pi h$ 'dır. Şekil 2.1.'deki enerji ve band genişlikleri, bit başına enerji  $E_b = E / \log_2 M$  ve bit başına iletim süresi  $T_b = T / \log_2 M$



Şekil 2.3  $g(t)$  darbe biçimleri.

cinsinden hesaplanmaktadır. Değişik frekans darbeleri  $g(t)$ ,  $h$  ve  $M$  değerleri ile çok sayıda CPM sistemi tanımlanabilir.

CPM için özel bir durum;  $h = 1/2$  modülasyon indisli,  $g(t)$  darbe biçim mi dikdörtgen olan ikili minimum kaydırma anahtarlama (MSK, Minimum Shift Keying) modülasyonudur. MSK, dik bir doğrusal modülasyondur ve iki doğrusal optimal alıcıyla sezilebilir. Modülasyon indis  $h = 1/2$  olan diğer CPM modülasyonlu sistemlerin de alıcı yapıları basittir. Genel olarak,  $q(t)$ 'deki en yüksek eğim, yani  $g(t)$ 'nin tepe frekansı, spektrumun ana kulakçığının genişliğine etki eder. Yumuşak geçişler gösteren darbe biçimleri, daha geniş ana kulakçığa fakat daha hızlı sönən yan kulaklıklara neden olurlar. CPM işaretlerin spektrumu,  $h$  ve  $M$  değerlerinin seçimiyle değişir. Şekil 2.4.'de bazı güç spektrumları, farklı  $h$  ve  $M$  değerleri ve  $g(t)$  darbe biçimleri için verilmiştir. CPM işaretlerin fazının sürekli olması, bu darbelere



Şekil 2.4 Farklı  $h$  ve  $M$  değerleri ile  $g(t)$  darbe biçimleri için CPM işaretlerin güç spektrumları.

bellek katar. Bilgiyi taşıyan faz işlevi  $\phi(t, \alpha)$ , tüm işaretleşme aralıklarında sürekli dir. Veri simgeleri ilişkisizken bile,  $L > 1$  seçilerek CPM işaretlere bellek katılabılır. Bu modülasyon teknüğine, kısmi yanıtlı modülasyon denir. Tam yanıtlı modülasyon tekniğinde,  $L \leq 1$  dir. CPM işaretler, çeşitli  $h$  değerlerine göre farklı kafes yapılarına sahiptir.  $h = l/p$  için (burada  $l$  ve  $p$  tam sayılardır)  $nT \leq t \leq (n+1)T$  aralığı boyunca  $\phi(t, \alpha)$  fazı,

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi h \sum_{i=n-L+1}^n \alpha_i \cdot q(t - iT) + \theta_n \quad (2.3)$$

olup,

$$\theta_n = \pi h \sum_{i=-\infty}^{n-L} \alpha_i \pmod{2\pi} \quad (2.4)$$

birimde tanımlanır.  $\theta_n$ ,  $n$ . işaretleşme aralığına kadar biriken fazı tanımlar ve  $2p$  farklı değere sahiptir. (2.3) eşitliğinin kalan bölümü,  $\alpha_{n-1}, \dots, \alpha_{n-L+1}$  verisine

bağlıdır. Böylece, bir CPM kafesindeki durumların sayısı,  $\theta_n, \alpha_{n-1}, \dots, \alpha_{n-L+1}$  durum değişkenlerinin farklı değerlerinin sayısıdır. Toplam,  $2pM^{L-1}$  durum vardır.  $L = 1$  için, sürekli fazlı frekans kaydirmalı anahtarlama (CPFSK, Continuous Phase Shift Keying) ve diğer tam yanılı CPM yöntemlerinde  $2p$  durum vardır. Tüm faz durumları,  $2\pi$ 'nin katlarında bulunduğundan bir silindir yüzeyinde gösterilebilir. Bütün modülasyon tekniklerinde olduğu gibi, CPM'in iyi bir kanaldaki hata başarımı öncelikle, iletilen kod sözcüğü ile ona en yakın kod sözcüğü arasındaki uzaklığa bağlıdır. Toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanalda  $s_1(t)$  ve  $s_2(t)$  işaretleri arasındaki karesel uzaklık,  $D^2(\alpha_i, \beta_i) = \int(s_1(t) - s_2(t))^2 dt$  biçiminde tanımlanır ve sadece fazı değişen bu işaretler için,

$$D^2(\alpha_i, \beta_i) = (2E/T) \int (1 - \cos(\phi(t, \alpha_i) - \phi(t, \beta_i))) dt \quad (2.5)$$

bağıntısına indirgenir. Burada  $\alpha_i$  ve  $\beta_i$ ,  $s_1(t)$  ve  $s_2(t)$  işaretlerinin veri simgeleridir. CPM işaretlerin minimum karesel Öklid uzaklığı, (2.5) eşitliğindeki en küçük değer,  $D_{min}^2 = \min_{\alpha \neq \beta} D^2(\alpha, \beta)$  olarak tanımlanır. Farklı  $M$  düzeyli modülasyon tekniklerinin başarılarının karşılaştırılması, normalleştirilmiş minimum uzaklıklarına bakılarak yapılır. Normalleştirilmiş minimum uzaklık,  $d_{min}^2 = D_{min}^2 / 2E_b$  biçimindedir.  $E_b$ , bit başına enerjiyi göstermektedir. İşaret uzayı kuramına göre, ideal bir Gauss kanal için alıcının hata olasılığı, yaklaşık olarak,

$$Pe \approx C' \cdot e^{-d_{min}^2 E_b / 2N_0} \quad (2.6)$$

olup burada  $C'$  kodun yapısına bağlı bir sabittir.(Anderson et al, 1991)

CPM işaretler, modülasyon indis  $h$ , simge aralığı başına bit hızı, kodun band genişliği ve kafesin karmaşıklığına bağlı olarak farklı minimum uzaklıklara sahiptir. MSK ve QPSK'nın serbest Öklid uzaklısına ( $d_{min}^2 = 2$ ) sahip, daha dar band genişlikli CPM teknikleri olabileceği gibi, MSK'nın band genişliğine sahip minimum Öklid uzaklığı 6 veya daha fazla olan yapılar da bulunabilir. MSK'ya göre güç ve band genişliği verimliliğinin çeşitli  $M$  ve  $L$  değerlerine bağlı olarak artmasını bedeli, sistem karmaşıklığının artmasıdır. Tüm CPM işaretler, sonlu durumlu bir kafes

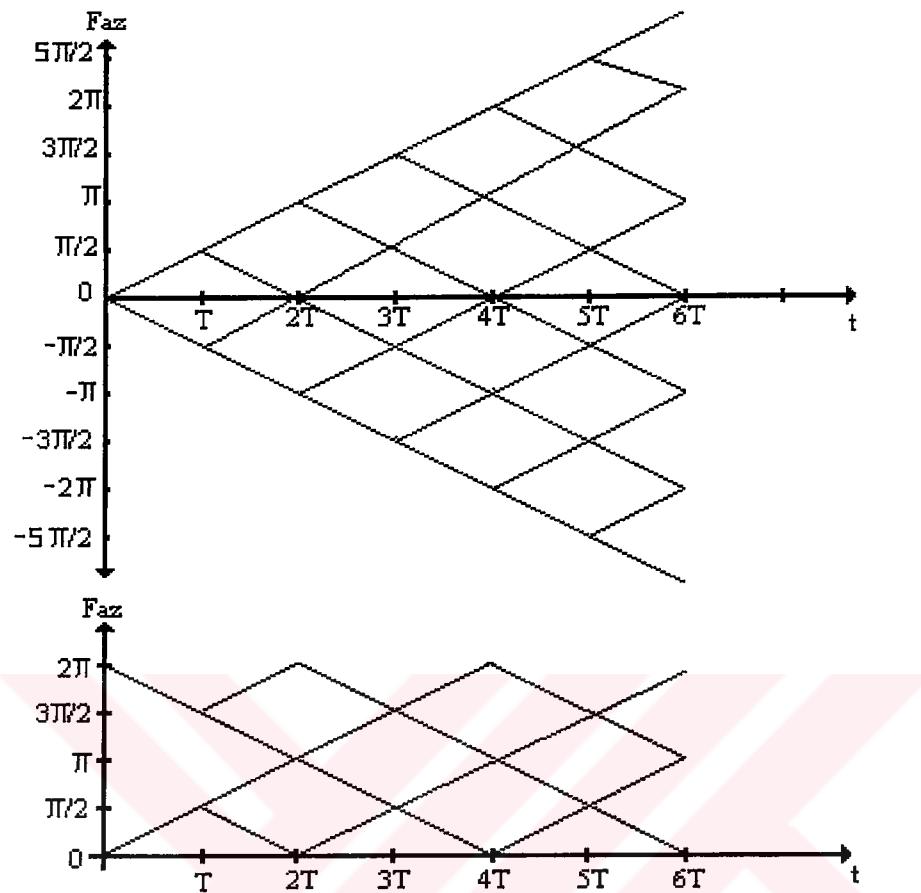
üzerinde tanımlanabildiğinden alıcıda, Viterbi kodçözüçüler kullanılabilir (Forney, 1973).

## 2.2. CPM'nin Ayrıştırılması

CPM sistemlerde bilgiyi taşıyan faz işlevinin sürekli olması ve tüm faz durumlarını içeren bir faz durum kafesi yardımıyla olası işaretlerin gösterilebilmesi, katlamalı kodlamaya benzer bir bellek yapısının varlığını işaret eder. Rimoldi (1986), bir CPM sistemin, sürekli fazlı bir kodlayıcı (CPE, Continuous Phase Encoder) (zamanla değişen ve doğrusal olmayan sonlu durumlu makina olabilir) ve onu izleyen belleksiz (zamanla değişimdir) bir modülatöre (MM, Memoryless Modulator) ayırtabileceğini göstermiştir. Böyle bir ayırtmanın iki yararı vardır. Birincisi, kodlama işleminin modülasyondan bağımsız ele alınmasını sağladır. CPE, farklı kodlayıcı tasarımlarına, farklı CPM yapılarına ve farklı optimum kodçözüçülerin oluşumuna izin verir. CPE, zamanla değişmeyorsa ve doğrusalsala, bir katlamalı kodlayıcıdır. CPE ile bir dış katlamalı kodlayıcının art arda sıralanmış, eşdeğer tek bir katlamalı kodlayıcıya indirgenebilir. Dış katlamalı kodlayıcı, modülasyonlu farklı çıkış işaretleri arasındaki Öklid uzaklığını maksimum yapacak biçimde tasarlanabilir. CPM'in dış bir katlamalı kodlayıcı ile birleştirilmesi sorunu literatürde incelenmiştir (Lindell et al, 1984) , (Pizzi et al, 1985). CPM'in ayırtılmasının ikinci yararı, MM'in kodlamadan yalıtılmaması sonucunda, modülatörün, AWGN kanalın ve demodülatörün, tek bir ayırik belleksiz kanalla modellenmesini sağladır.

Rimoldi (1986), dönüştürülmüş bilgiyi taşıyan faz işlevini ve zamanla değişmeyen bükülmüş (tilted) faz kafesini tanımlamış ve bu bilgileri CPM sistemin ayırtılmasında kullanmıştır. Bir örnek olarak, dış bir kodlayıcı ile CPM kodlayıcının nasıl birleştirilebileceğini MSK örneği için vermiştir. (2.2) eşitliğindeki faz değerleri  $2\pi$ 'nin katlarında olduğundan fiziksel olarak ayırdedilemezler. Bu belirsizliği gidermek için fiziksel faz,

$$\bar{\phi}(t, \alpha) = R_{2\pi}[\phi(t, \alpha)] \quad (2.7)$$



Şekil 2.5 MSK'nın faz ağacı ve fiziksel faz kafesi.

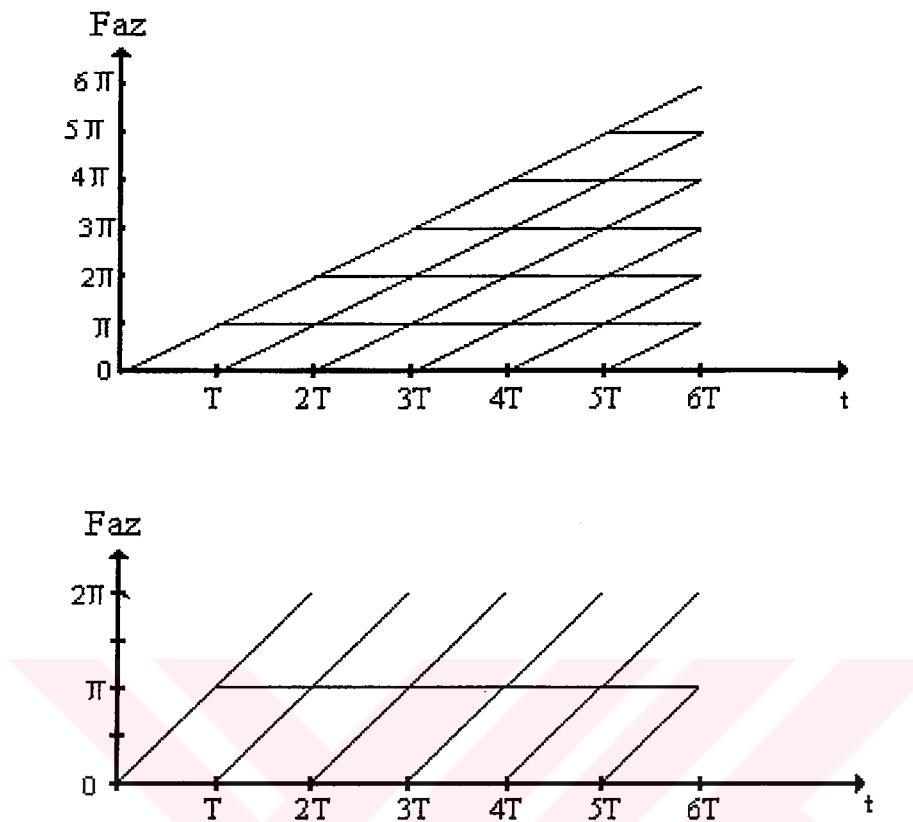
olarak tanımlanır. Burada  $R_{2\pi}[.]$ , modulo  $2\pi$  işlemini gösterir. Şekil 2.5.'de MSK için faz ağacı ve fiziksel faz kafesi gösterilmiştir. Bu kafesin, zamanla değişmemesi için bükülmüş faz islevi,

$$\psi(t, \alpha) = \phi(t, \alpha) + \pi(1/2)t/T \quad (2.8)$$

biçiminde tanımlanır. Şekil 2.6.'da gösterilen MSK'nın bükülmüş faz kafesi üzerinde herhangi iki simge aralığındaki fiziksel faz geçişleri, Şekil 2.5.'deki kafesin zamanda dönüştürülmüşdür.

Genel olarak bir CPM işaretin, zamanla değişmeyen faz kafesi,

$$\bar{\psi}(t, \alpha) = \phi(t, \alpha) + \pi h(M-1)t/T \quad (2.9)$$



Şekil 2.6 MSK'nın bükülmüş faz kafesi.

bükülmüş faz işleviyle belirlenir. Fiziksel bükülmüş faz işlevi  $\bar{\psi}(t, \alpha)$ , daima zamanla değişmeyen bir kafese sahiptir. Tam yanılı faz işlevine sahip bir CPM sistemin bükülmüş faz işlevi,

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(t, \alpha) = & \pi h \sum_{i=0}^{n-L} \alpha_i + 2\pi h \sum_{i=n-L+1}^n \alpha_i q(t - iT) \\ & + \pi h(M-1)t/T \end{aligned} \quad (2.10)$$

$nT \leq t \leq (n+1)T$  olup, burada  $\alpha_{-1} = \alpha_{-2} = \dots = \alpha_{-L} = 0$  ve tam yanılı faz işlevi,

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1/2, & t > LT \end{cases} \quad (2.11)$$

birimindedir. Dönüştürülmüş veri dizisi  $\mathbf{U} = (U_{-L}, U_{-L+1}, U_{-L+2}, \dots)$ ,

$$U_i = (\alpha_i + (M-1))/2 \quad (2.12)$$

ile tanımlanır.  $M$ 'nin çift veya tek olmasına bakılmaksızın,  $U_i \varepsilon(0, 1, 2, \dots, M-1)$  kümesinden seçilir. Bükülmüş faz işlevi,  $\bar{\psi}(t, \alpha)$  yerine  $\bar{\psi}(t, \mathbf{U})$  ve  $t = \tau + nT$  alınarak,

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(\tau + nT, \mathbf{U}) &= 2\pi h \sum_{i=0}^{n-L} U_i + 4\pi h \sum_{i=0}^{L-1} U_{n-i} q(\tau + iT) \\ &\quad + \pi h(M-1)\tau/T - 2\pi h(M-1) \sum_{i=0}^{L-1} q(\tau + iT) \\ &\quad + (L-1)(M-1)\pi h\end{aligned}\tag{2.13}$$

$0 \leq \tau < T$ , biçiminde belirlenir. (2.13) denkleminin sağındaki zamana bağlı terimler,  $\tau$  zaman değişkeninin işlevidir. Veriye bağlı olan terim ise  $0 \leq \tau < T$  işaretlesme aralığına kadar biriken faz değerini belirler. Fiziksel olarak birikmiş faz değeri,

$$R_{2\pi}[2\pi h \sum_{i=0}^{n-L} U_i] = R_{2\pi}[2\pi(l/p)R_p(\sum_{i=0}^{n-L} U_i)]\tag{2.14}$$

biçiminde olup  $R_p[\cdot]$  modulo  $p$  işlemidir. (2.14) denklemindeki verilerin toplamı,  $p$  olası değer alır ve  $R_{2\pi}[\cdot]$ 'nin argumanı en fazla  $2\pi l$  ile değişir. Buna göre, fiziksel bükülmüş faz  $\bar{\psi}(\tau + nT, \mathbf{U})$  da, zamanla değişmez. CPM'in tam olarak ayırtılabilmesi için, belleksiz modülatörün girişi belirlenmelidir. Sürekli faz modülasyonlu işaret, bilgiyi taşıyan faz işlevi  $\phi(t, \mathbf{U})$ 'nın yerine fiziksel bükülmüş faz işlevi kullanılarak,

$$s(t, \mathbf{U}) = (2E/T)^{1/2} \cos(2\pi f_1 t + \bar{\psi}(t, \mathbf{U}) + \varphi_0)\tag{2.15}$$

biçiminde elde edilir. Burada, yeni frekans değişkeni  $f_1 = f_0 - h(M-1)/2T$ ;  $\psi(t, \mathbf{U})$  ve  $\phi(t, \mathbf{U})$  arasındaki denkleştirmeyi sağlar. Fiziksel bükülmüş faz ise,

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(\tau + nT, \mathbf{U}) &= R_{2\pi}[2\pi h R_p(\sum_{i=0}^{n-L} U_i) + 4\pi h \sum_{i=0}^{L-1} U_{n-i} q(\tau + iT) \\ &\quad + w(\tau)], \quad 0 \leq \tau < T\end{aligned}\tag{2.16}$$

olarak tanımlanır. Burada,

$$\begin{aligned}w(\tau) &= \pi h(M-1)\tau/T - 2\pi h(M-1) \sum_{i=0}^{L-1} q(\tau + iT) \\ &\quad + (L-1)(M-1)\pi h, \quad 0 \leq \tau < T\end{aligned}\tag{2.17}$$

veri simgelerinden bağımsız olan terimleri içerir. Belleksiz modülatör girişini, fiziksel faz işlevi kesin olarak belirler. Modülasyonlu çıkış işaretti, o andaki sistemin faz durumu ile  $U_n$  girişlerinin bir işlevidir.

$$X_n = [U_n, \dots, U_{n-L+1}, V_n] \quad (2.18)$$

olup burada,

$$V_n = R_p \left[ \sum_{i=0}^{n-L} U_i \right] \quad (2.19)$$

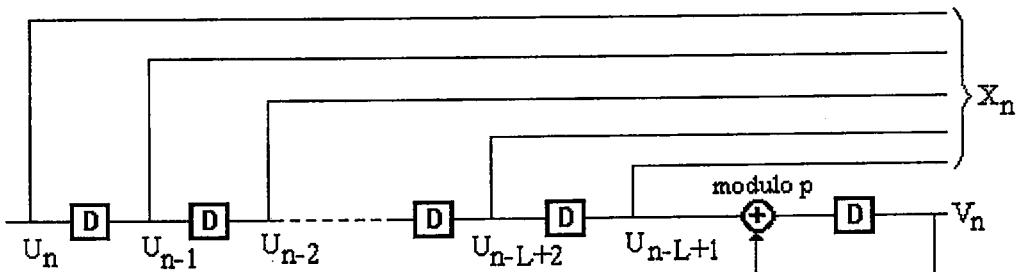
biçiminde tanımlanır.  $\bar{\psi}(\tau + nT, \mathbf{U})$  yerine  $\bar{\psi}(\tau, X_n)$  ve  $s(\tau + nT, \mathbf{U})$  yerine  $s(\tau, X_n)$  alınırsa, modülasyonlu işaret,

$$\begin{aligned} s(\tau, X_n) &= (2E/T)^{1/2} \cos(2\pi f_1(\tau + nT) + \bar{\psi}(\tau, X_n) + \varphi_0) \\ &, 0 \leq \tau < 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

olarak belirlenir. Sürekli faz kodlayıcısı CPE'nin görevi, bir sonraki belleksiz modülatör MM girişi  $X_{n+1}$ 'i üretmek için  $U_{n+1}$  verisini kullanarak belleksiz modülatör girişi  $X_n$ 'i güncelleştirmektir.  $n$  yerine  $(n+1)$  alınıp (2.18) ve (2.19) denklemleri düzenlenirse,

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= R_p \left[ \sum_{i=0}^{n-L+1} U_i \right] = R_p \left[ \sum_{i=0}^{n-L} U_i + U_{n-L+1} \right] \\ &= R_p [R_p \left[ \sum_{i=0}^{n-L} U_i \right] + U_{n-L+1}] = R_p [V_n + U_{n-L+1}] \end{aligned} \quad (2.21)$$

olup,  $X_n$ 'nin ilk  $L$  bileşeni, bir ötelemeli yazıcıya yüklenmiş olan son  $L$  bileşeninin kaydırılmasıyla belirlenebilir. CPE'nin olası gerçeklemelerinden biri Şekil 2.7.'de gösterilmiştir. Burada modulo- $p$  toplayıcıları kullanılmaktadır. CPE'nin durumu  $\sigma_n = [U_{n-1}, \dots, U_{n-L+1}, V_n]$  değerlerine bağlı olup,  $M^{L-1} \cdot p$  farklı değer alabilmektedir.



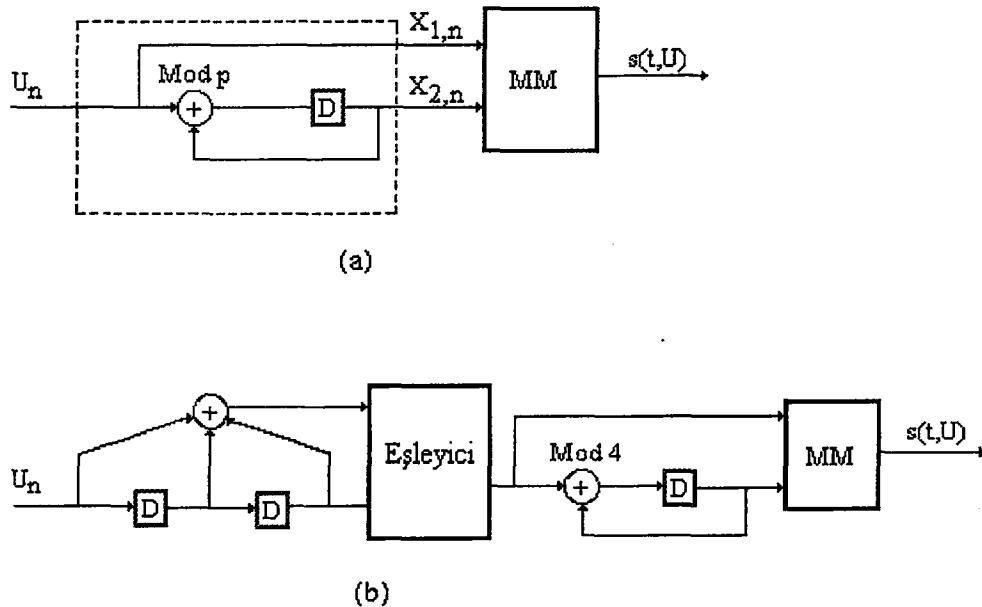
Şekil 2.7 CPE'nin blok diyagramı.

Herhangi bir CPM sistem de, bir CPE ve bir MM olarak artık ayırtılabilir. CPE, modulo- $p$  toplayıcıları ve  $L$  gecikme elemanı içeren zamanla değişimyen doğrusal ardışıl bir devredir. Burada  $p$ , modülasyon indisinin paydası ve  $L$ , faz yanıtı  $q(t)$  'nin değişen kısmı altında kalan işaretleşme aralıklarının sayısıdır.

### 2.3. Kafes Kodlamalı Sürekli Faz Modülasyonu

Kafes kodlama teknikleri, band genişliği ve iletim gücünü artırmaksızın kodlamasız duruma göre daha iyi hata başarımı sağlar. İlk kez Ungerboeck(1982) tarafından ortaya atıldığından bu yana, bu teknikle birçok kafes kod tasarlanmıştır.  $M$  düzeyli faz kaydırma anahtarlama (PSK, Phase Shift Keying) ve  $M$  düzeyli dik genlik modülasyonu (QAM, Quadrature Amplitude Modulation) gibi belleksiz sayısal modülasyon türleri için tasarlanan kafes kodları vardır. Ayrıca, bellekli modülasyon tekniklerinden olan CPM için de kafes kodlar tasarlanmıştır. İlk çalışmalarda (Aulin et all, 1986), (Lindell et all, 1984), CPFSK modülatör ile katlamalı kodlayıcının en iyi biçimde birleşimi problemi, aynı kodlama hızı ve aynı modülasyon indisini için en iyi birleşik sistemin tasarımını problemi olarak ele almışlardır.  $k/l$  oranlı bir katlamalı kodlayıcı, her  $t$  zaman aralığında  $\mathbf{a} = (a_1(t), \dots, a_k(t))$  giriş vektörünü,  $l$  uzunluklu  $\mathbf{b} = (b_1(t), \dots, b_l(t))$  vektörü olarak üretir. Bir eşleyici, bu kod sözcüklerini modülasyonlu işaretin  $M$  genlik düzeyinden  $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M - 1)$  birine eşler ve modülatör bu kanal simgesini kanaldan iletilecek sürekli fazlı işaretе dönüştürür.

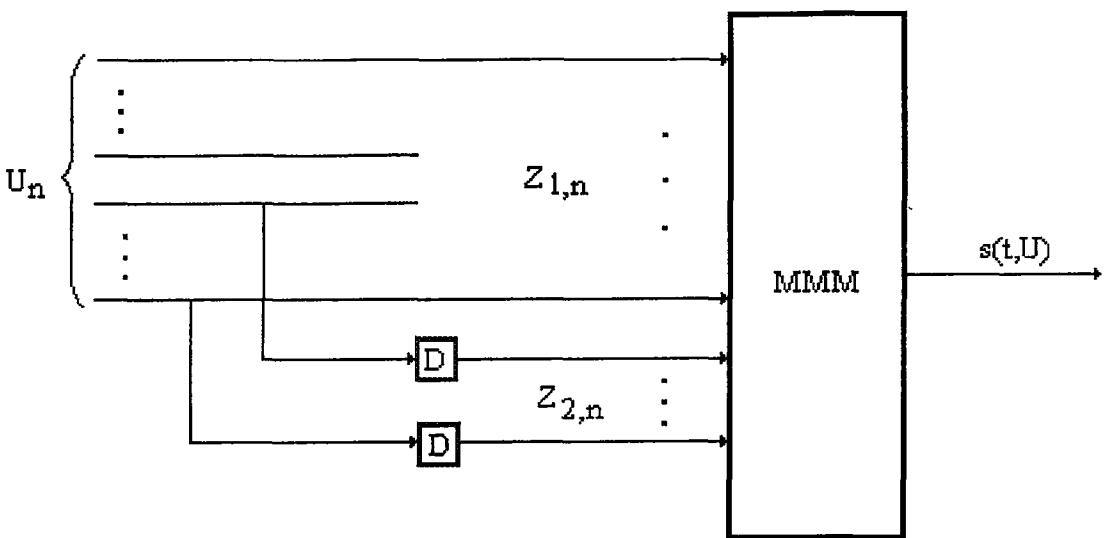
Kafes kodlamalı CPFSK işaretlerin tasarımda bu geleneksel yaklaşımından başka iki yaklaşım daha vardır. Bunlar, uyumlu kodlama yöntemi ve ayırtırma yöntemidir. Verilen bir kodlama oranı ve modülasyon indis için, birleşik kodlamalı modülasyon kafesinin durum sayısını minimum yapan kodlama, uyumlu kodlamadır.  $S_m$  modülatör kafesinin durum sayısı,  $S_\gamma$  birleşik kafesin durum sayısı olsun. Katlamalı kodlayıcının durum sayısı ( $Sg$ ),  $S_\gamma = 1/2.Sg.S_m$  eşitliğini sağlıyorsa, kod uyumludur. Uyumlu olmayan katlamalı kodlar için,  $S_\gamma = S_g - S_m$  dir.



Şekil 2.8 (a) CPFSK modülasyon sisteminin CPE ve MM'ye ayrıstırılmış blok diyagramı. (b) Dış katlamalı kodlayıcı ile CPFSK sisteminin birleştirilmiş blok diyagramı.

Ayrıştırma yaklaşımına ilişkin ilk çalışma Rimoldi (1989), bir katlamalı önkodlayıcı ile CPE'nin birleştirilmesidir. Geleneksel yaklaşımarda, CPE ile kanal kodlayıcısı (CE) doğal olarak birleştirilemez. İki kodlayıcı arasında bir eşleyici kullanmak gereklidir. Böyle bir yapı, Şekil 2.8.'de gösterilmiştir. Eşleyici, kanal kodlayıcısının ikili çıkışlarını CPE'nin  $M$  düzeyli girişlerine eşler. Kanal kodlayıcısı modulo-2 toplayıcılarına, CPE ise modulo- $p$  toplayıcılarına sahiptir. Bu nedenle, birleşik kodlayıcı, artık katlamalı tek bir kodlayıcıya indirgenemez.

Bunun üzerine Rimoldi, dış bir kodlayıcı ile CPE'nin doğal olarak birleşebilmesi için aynı mantıksal yapıda olması gerektiğini düşünerek CPE için ( $h = l/p$  ve  $p$ 'nin 2'nin kuvveti olması koşulu altında) genel bir yapı çıkarmıştır.  $h = J/M$  olan her  $M$  düzeyli CPFSK yapısı için eşdeğer birleşik kodlayıcı, Şekil 2.9.'da görülmektedir.  $M$  düzeyli CPFSK yapıları, her  $h = l/M$  için CPE ve MM'e ayrıstırılabilir. Bir eşleyiciye gerek kalmadan bir önkodlayıcıyla birleştirilerek eşdeğer tek bir



Şekil 2.9 M düzeyli CPFSK yapıları için eşdeğer birleşik kodlayıcı.

katlamalı kodlayıcıya indirgenmiş olan CPE, sonlu durumlu bir makinadır. Dış bir kodlayıcıya CPE'nin gecikme elemanın içeriğini geri besleyerek, kodlayıcı/modulatör çiftinin eniyileştirilmesinde daha fazla olanak yaratılabilir. Böyle bir yolla bellekli bir modülasyon sistemi ile dış bir kodlayıcıyı birleştirmenin önemi, birleşik tek bir kodlayıcının durum sayısının, kodlayıcının durum sayısı ile modülasyon sisteminin durum sayısının çarpımından az olmasındadır. Kanal kodlayıcısı, tüm sistemin serbest Öklid uzaklığını maksimum yapacak biçimde tasarlanacaktır. Eşdeğer kafeste, 1- "Aynı durumdan ayrılan işaretler arasındaki uzaklık maksimum olmalı", 2- "Aynı duruma varan işaretler arasındaki uzaklık maksimum olmalı" koşullarını uygulayan küme bölmeleme yöntemine göre belirlenen işaretler yer alır.

CPM tekniğinin başarısını iyileştirmek için sistemin durum sayısı artırılabilir. Ancak bu sayı, sistem karmaşıklığı çok artmasın isteniyorsa, belirli bir değere kadar çıkabilir. Diğer yandan, durum sayısı arttıkça kodlama kazancı yavaşlar. İşaret kümesi değiştirilmezse, kodlama kazancının artma hızı daima azalır. Bu nedenle, çok boyutlu işaret kümelerinden veya her kodlama adımımda birden fazla işaret iletme tekniklerinden yararlanılır. Bu teknik, çoklu CPFSK adıyla,  $1/M$  modülasyon indisli, tam yanılılı CPFSK 'ya, (Lee, 1996) tarafından uygulanmıştır.  $N$  ardışılı

işaretleşme aralığında iletilen CPFSK işaretler,  $(N + 1)$  boyutlu bir çok değişkenli işleve göre tasarlanmıştır. Tasarlanan CPFSK dalgası şekilleri iki kısma ayrıştırılır. Bunlar  $N$  ardışıl CPE ve belleksiz modülatördür. Bu ayrıştırma,  $N$ -CPE'nin önüne yerleştirilen değişik kod hızlarına sahip ikili katlamalı kodlayıcıların tasarımına olanak sağlar.  $N$ -CPE'ye art arda bağlı olan dış katlamalı kodlayıcı, çıkış işaret dizileri arasındaki normalleştirilmiş Öklid uzaklığını maksimum yapacak biçimde tasarılanır. Bu kod tasarımını,  $N$ -CPE giriş simgelerinin alfabetesine dayalıdır. Bu alfabetin büyüğlüğü  $M^N$ 'dir. Bu tasarım, kodlanmamış CPFSK'ya göre güç verimliliği sağlar. Ancak bu sistem, aynı veri iletim hızına sahip kodlanmamış duruma göre daha fazla band genişliği gerektirir. Zaman dilimleri birleştirilerek daha yüksek hızlı kodlayıcılar tasarlanabilir. Bu da kodçözme gecikmesini arttırmır ve daha karmaşık yapılar doğurur. Ayristirma yöntemi, çoğu zaman, geleneksel ve uyumlu kodlama yöntemlerine göre daha iyi kodlayıcı ve modülatör birleşimleri sağlar.

### **3. ÇOK-*h*'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİ**

Bu bölümde, çok-*h*'lı faz kodlamalı modülasyon (MHPM, Multi-*h* Phase Modulation) teknüğine ilişkin temel kavramlar ele alınarak CPM'in ayrıştırılması yöntemi, MHPM yapılarına uygulanmıştır.

#### **3.1. MHPM Tekniğinin Tanıtılması**

Sayısal iletişim sistemlerinin bandı sınırlı kanallardaki hata başarımlarının artırılmasına yönelik işaret uzayında kodlamalı modülasyon teknikleri, geniş bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Band verimlilikli modülasyon tekniklerinde, sabit band genişliği altında gürültü bağışıklığını artıracak biçimde kanal işaretleri dizisi işaret uzayında birbirlerinden uzak seçilir. Doğrusal olmayan kanal etkilerine karşı duyarlılığı azaltan sabit zarf ve band verimliliğini artıran faz sürekliliği özellikleri, sürekli fazlı modülasyon tekniklerini, uydu ve yer radyo link iletişim sistemlerindeki pek çok uygulamada çekici kılmaktadır. İşaret uzayı kodlarının yeni bir sınıfını oluşturan MHPM teknüğinin temelleri, Anderson et al (1976) tarafından atılmıştır. Bu tekniğe göre kodlanmış dizilerin doğrusal faz değişimleri, sabit genlikli sinüzoidal işaretin fazında taşınmaktadır. Olurlu işaret fazları, silindirik bir kafes üzerinde yer almaktadır. Modülasyon indislerinin çevrimisel olarak değiştirilmesi, faz kafesi üzerinde aynı durumdan ayrılan farklı faz geçişleri izleyerek yeniden aynı duruma varan işaret çiftlerinin sayısını artırır. Dolayısıyla, MHPM yapıların Öklid uzaklıği artar ve diğer CPM tekniklerine göre belli bir kodlama kazancı sağlar.

Genel olarak *M*-düzeyli çok-*h*'lı bir işaret,

$$s(t, \alpha) = (2E/T)^{1/2} \cos(\omega_c t + \phi(t, \alpha)) \quad (3.1)$$

birimde tanımlanır. Burada  $\omega_c$ , açısal taşıyıcı frekanstır. Bilgiyi taşıyan faz işlevi,

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i \alpha_i q(t - iT) \quad (3.2)$$

olup,

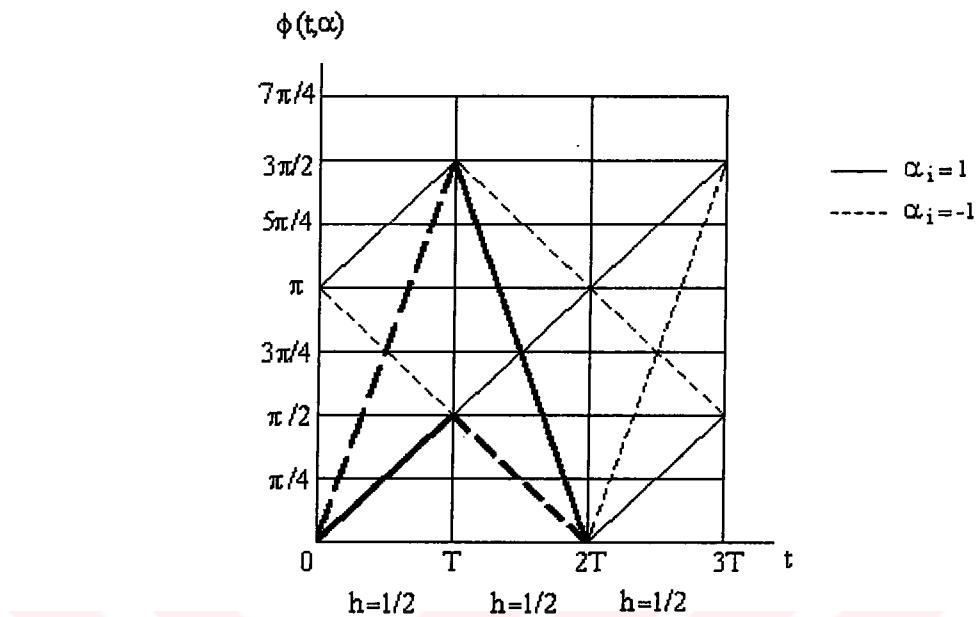
$$g(t) = \int_{-\infty}^t q(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

ani frekans darbe işlevidir. İletilen  $M$ -düzeyli veri simgeleri  $\alpha = \{\alpha_i\}$ ,  $\alpha_i \in \{-1, \pm 3, \dots, \pm(2M-1)\}$  değerlerini alır.  $i$ . işaretleşme aralığındaki modülasyon indis  $h_i$  olarak tanımlanır. Tek- $h$ 'lı faz modülasyonunda modülasyon indisleri her aralıkta sabitken, çok- $h$ 'lı işaretleşmede modülasyon indisleri,  $k$  peryotlu bir dizi biçiminde yinelenir. Ancak her işaretleşme aralığında tek bir modülasyon indis kullanılır. Örneğin,  $h_1, h_2, \dots, h_k, h_1, \dots, h_k, h_1, \dots$  biçiminde modülasyon indisleri, ortak paydası  $p$  olan rasyonel bir kümeden,

$$H_k = (h_1, h_2, \dots, h_k) = (l_1/p, l_2/p, \dots, l_k/p) \quad (3.4)$$

biçiminde seçilir. Burada  $p$  ve  $l_i$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) küçük tamsayılardır. Tüm  $h_i$  değerleri  $1/p$ 'nin katlarıyla sınırlıdır. Coğu kez band genişliğinin verimli kullanımı önemli olduğu için,  $h_i \leq 1$  değerleri yeğlenir. Rasyonel  $h_i$  değerleri için, modülasyonlu işaretlere ilişkin faz ağacı, sonlu sayıda faz geçiş içeri ve peryodik olarak yinelenir. Faz ağacı ve faz değerlerinin sadece  $(mod - 2\pi)$ 'lik karşılıklarının yer aldığı faz kafesi,  $h = 1/2$  değerini kullanan ikili CPFSK için Şekil 3.1.'de verilmiştir. Fazlar  $(mod - 2\pi)$ 'ye göre tek olduğundan bunlardan oluşan küme, silindirik bir kafes oluşturur. 2- $h$ 'lı,  $H_2 = (2/4, 3/4)$  olan MHPM için faz kafesi, Şekil 3.2.'de gösterilmiştir. Şekil 3.1.'den görüldüğü gibi tek- $h$ 'lı bir sistem için ilk birleşme olayı iki simge aralığı sonunda oluşuyorken, Şekil 3.2.'de gösterildiği gibi 2- $h$ 'lı,  $H_2 = (2/4, 3/4)$ , faz kafesi için ilk birleşme olayı, üç işaretleşme aralığı sonunda oluşur. Çok- $h$ 'lı yapıının ortaya çıkışındaki temel düşünce, kafes üzerindeki en kısa adımda (aralıkta) birleşme olayının adım sayısını artırmaktır. Böylece, faz kafesinde yer alan işaret yolları arasındaki minimum uzaklık olabildiğince artacaktır.



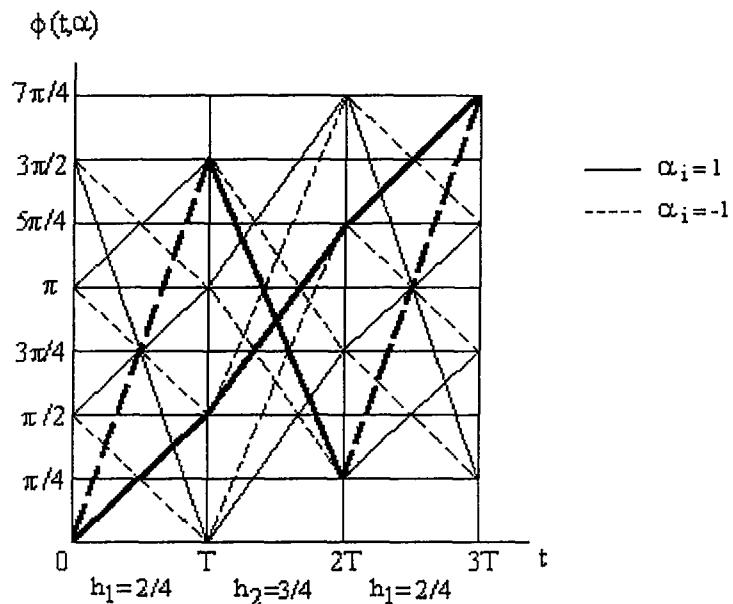


Şekil 3.1 İkili CPFSK faz kafesi, ( $h = 1/2$ ).

MHPM kafesinin iki temel özelliği vardır (Bhargava et al, 1981):

- 1- Kafesin peryodu  $T_p$ ;  $\Gamma = \sum_{i=1}^k l_i$  olup, burada  $h_i = l_i/p$ 'dir.  $\Gamma$  çift ise  $T_p = kT$ ,  $\Gamma$  tek ise  $T_p = 2kT$ 'dir.
- 2-  $\Gamma$  çift ise faz durumlarının sayısı  $p$ ,  $\Gamma$  tek ise  $2p$ 'dir.

Şekil 3.2.'deki ikili MHPM'nin faz kafesinde toplam 8 durum vardır. İzin verilen durum geçişleri, o işaretleşme aralığında kullanılan modülasyon indisine göre zamanla değişir. Faz kafesi üzerinde herhangi iki yolun birleşmeden kalabildiği aralıkların sayısının en küçüğü, sınırlandırılmış uzunluk ( $\nu$ ) olarak adlandırılır (Anderson et al, 1976).  $p \geq M^k$  koşulunu sağlayan  $M$  düzeyli tam yanılı MHPM için kafesin maksimum sınırlandırılmış uzunluğunu  $k + 1$  yapan  $H_k$  modülasyon indis kümeleri vardır.  $H_k$  kümesi için gerek ve yeter koşul,  $M$  düzeyli bir kümeden  $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(2M - 1)$  seçilen herhangi bir  $\alpha_i$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) için  $\alpha_1 h_1 + \dots + \alpha_k h_k$  toplamının tam sayı olmamasıdır (Anderson et al, 1978), (Anderson et al, 1981). Sınırlandırılmış uzunluk, MHPM'nin hata başarımının da en önemli belirleyicisidir.  $p \geq M^k$  koşulunun sağlanmadığı 4 düzeyli ve 8 düzeyli MHPM yapıları, aynı durum sayılı ve band genişlikli en iyi CPFSK yapılarına göre belli bir kazanç sağlar.



Sekil 3.2 İkili MHPM faz kafesi,  $H_2 = (2/4, 3/4)$  .

CPM'de olduğu gibi alıcı, demodülasyon işlemi için faz durum bilgisini kullanabilir. Bu işlemde;

- 1- Demodülatör gelen işarete eşzamanlı olmalıdır.
- 2- Kafes üzerindeki durum geçişleri bilinmelidir. Faz durumlarının sayısı, alıcının karmaşıklığına etki ettiğinden, modülasyon indisleri yeterince küçük seçilmelidir.

### 3.1.1. MHPM İşaretlerin Vektörel Gösterilimi

MHPM'de iletilen işaretlerin ortogonal olması gerekmemişinden, uygun alıcı yapısını belirlemede işaretlerin vektörel gösterimlerinden yararlanılır. İletilen dalga şekli  $s_i(t)$ , işaret uzayında vektör bileşenleri ile gösterilir:

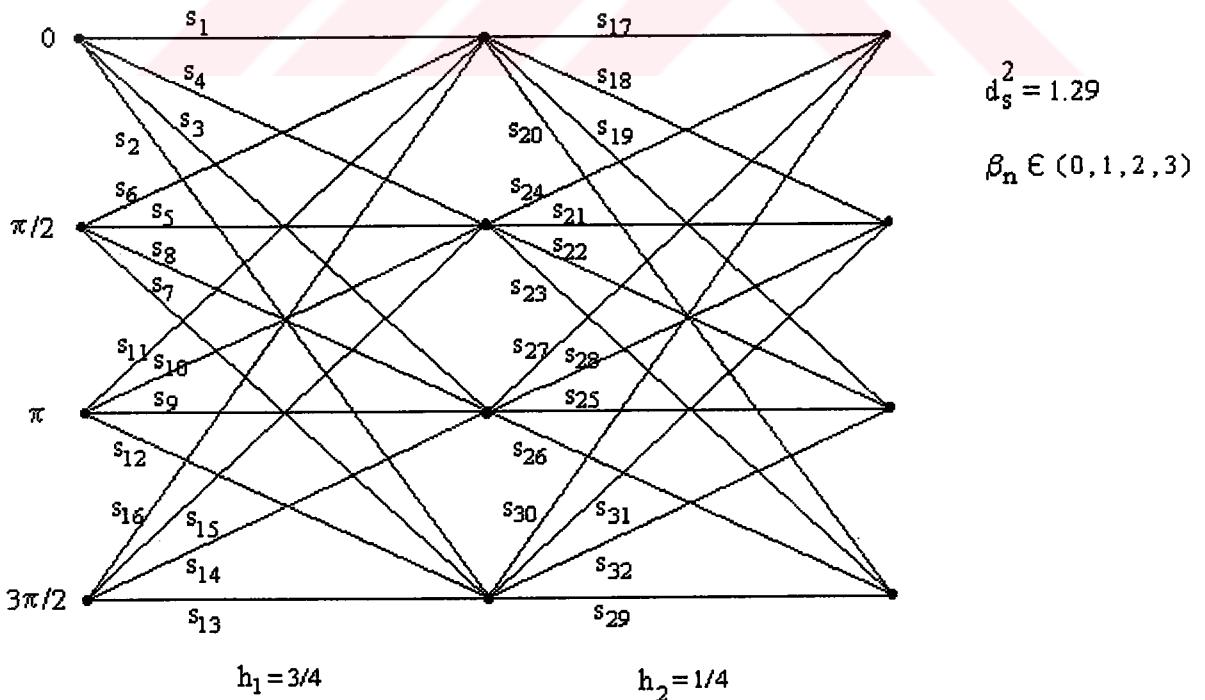
$$\mathbf{s}_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN}). \quad (3.5)$$

İletilen dalga şekilleri ya impuls yanıtı  $\Phi_j(t)$ , ( $j = 1, 2, \dots, N$ ), olan süzgeçlerin  $s_{ij}\delta(t)$ 'lere verdiği çıkışların ya da  $s_{ij}$  katsayılarının  $\Phi_j(t)$  dalga şekilleri ile çarpılıp toplanması ile üretilir:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \Phi_j(t) \quad (3.6)$$

Seçilen taban islevi dalga şekilleri kanala ve vericinin pratikteki islevine bağlı olarak genellikle sinüzoidal ve ortonormal seçilirler. Ortonormal işaretler karşılıklı ortonormal ve birim enerjiliidir. Alıcıda  $s_i(t)$  işaretinin katsayıları, taban islevlerinin ortonallık özelliğinin kullanılmasıyla yeniden elde edilir.

Taban islevlerinin ortonormallik koşulunun bir sonucu olarak, her  $s_i(t)$  işaretinin enerjisi ve iki işaret arasındaki ilişki katsayısı belirlenir ve iki işaret arasındaki uzaklık sıfır ise yani ilişki 1 ise iletilen işaret ile alınan işaret aynıdır. İkili MHPM işaretler 4 boyutlu uzayda ifade edilirler (Bhargava et al, 1981). Bu çalışmada, 4 düzeyli MHPM işaretlerin vektör uzayındaki gösterimleri, Gram-Schmidt yönteminden yararlanılarak elde edilmiştir. 4 düzeyli MHPM işaretlerin 8 boyutlu işaret uzayında gösterilebildikleri ortaya konulmuştur. Bir örnek olarak, Şekil 3.3.'de, 4 düzeyli  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli MHPM kafesi verilmiştir.



Şekil 3.3 4 düzeyli MHPM faz kafesi,  $H_2 = (3/4, 1/4)$ .

Genel olarak 4-düzenli MHPM işareti,

$$s_i(t) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\omega_c t + 2\pi\alpha_i h_i t/T + \phi_i) \quad (3.7)$$

biçimindedir. Bir MHPM kafesinin  $k$  farklı işaretleşme aralığında  $k$  tane farklı işaret kümesi bulunur. Bu işaret kümeleri, modülasyon indis kümesinin ve kafes durumlarının bir işlevi olarak üretilir. Şekil 3.3.'de gösterilen 4 durumlu ve 4 düzeyli 2- $h$ 'lı MHPM kafesinde, iki farklı işaret kümesi bulunur. Her kümede 16 işaret vardır.

$s_i(t)$ , ( $i = 1, 2, \dots, 16$ ) ve  $\alpha_i \in \{0, 1, 2, 3\}$  olmak üzere, kafesin sıfır başlangıç faz durumundan kalkan işaretler,

$$s_1(t) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\omega_c t) \quad (3.8)$$

$$s_2(t) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\omega_c t + 2\pi h_i t/T) \quad (3.9)$$

$$s_3(t) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\omega_c t + 4\pi h_i t/T) \quad (3.10)$$

$$s_4(t) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\omega_c t + 6\pi h_i t/T) \quad (3.11)$$

ve  $\pi/2$  başlangıç faz durumundan kalkan işaretler,

$$s_5(t) = -\sqrt{(2E/T)} \sin(\omega_c t) \quad (3.12)$$

$$s_6(t) = -\sqrt{(2E/T)} \sin(\omega_c t + 2\pi h_i t/T) \quad (3.13)$$

$$s_7(t) = -\sqrt{(2E/T)} \sin(\omega_c t + 4\pi h_i t/T) \quad (3.14)$$

$$s_8(t) = -\sqrt{(2E/T)} \sin(\omega_c t + 6\pi h_i t/T) \quad (3.15)$$

biçiminde olup  $s_9(t), \dots, s_{16}(t)$  işaretleri,  $s_1(t), \dots, s_8(t)$  işaretlerinin negatifidir.

$s_1(t)$  ve  $s_5(t)$  işaretleri ortonormal olduğundan iki taban işlevi birim enerjili olarak  $\Phi_1(t) = s_1(t)$  ve  $\Phi_2(t) = -s_5(t)$  biçiminde belirlenebilir. Böylece MHPM kafesindeki bütün işaretlerin vektör bileşenleri, bu iki taban işlevinden ve yardımcı

işlevlerden yararlanarak aşağıda adım adım hesaplanmıştır.

**1.Adım:**

İlk taban işlevi  $\Phi_1(t) = s_1(t)/(E)^{1/2}$  olarak alınırsa,

$$s_1(t) = \Phi_1(t)(E)^{1/2} \quad (3.16)$$

olacağından  $s_{11} = 1$  dir.

**2.Adım:**

Yardımcı işlev, hesaplanan taban işlevleri cinsinden ifade edilebilen bileşenleri işaretten çıkararak elde edilir. Yardımcı işlev sıfırsa yeni bir taban işlevine gerek yoktur, değilse enerjisine normalleştirilerek bir sonraki taban işlevi üretilir. Buna göre  $s_2(t)$  için yardımcı işlev,

$$\zeta_2(t) = s_2(t) - s_{21}\Phi_1(t) - s_{22}\Phi_2(t) \quad (3.17)$$

olup burada,

$$s_{21} = \int_0^T s_2(t)\Phi_1(t)dt = \frac{(\sin 2\pi h_i)}{2\pi h_i} = A_i \quad (3.18)$$

ve

$$s_{22} = \int_0^T s_2(t)\Phi_2(t)dt = \frac{(\cos 2\pi h_i - 1)}{2\pi h_i} = B_i \quad (3.19)$$

biçimindedir. Yardımcı işlevin enerjisi,

$$E_{\zeta_2}(t) = \int_0^T \zeta_2^2(t)dt = 1 - A_i^2 - B_i^2 \quad (3.20)$$

olup,  $\zeta_2(t) \neq 0$ 'dır. O halde,

$$\Phi_3(t) = \frac{(\zeta_2(t))}{(E_{\zeta_2})^{1/2}} \quad (3.21)$$

biçiminde tanımlanır.

$$\Phi_3(t) = \frac{s_2(t) - A_i\Phi_1(t) - B_i\Phi_2(t)}{(1 - A_i^2 - B_i^2)^{1/2}} \quad (3.22)$$

ve

$$s_{23} = (E_{\zeta_2})^{1/2} \quad (3.23)$$

olur.

### 3. Adım :

$s_3(t)$  için yardımcı işlev, önceki adımlarda tanımlanan taban işlevleri cinsinden,

$$\zeta_3(t) = s_3(t) - s_{31}\Phi_1(t) - s_{32}\Phi_2(t) - s_{33}\Phi_3(t) \quad (3.24)$$

biçiminde yazılsrsa, burada

$$s_{31} = \int_0^T s_3(t)\Phi_1(t)dt = \frac{\sin 4\pi h_i}{4\pi h_i} = C_i \quad (3.25)$$

$$s_{32} = \int_0^T s_3(t)\Phi_2(t)dt = \frac{(\cos 4\pi h_i - 1)}{4\pi h_i} = D_i \quad (3.26)$$

$$s_{33} = \int_0^T s_3(t)\Phi_3(t)dt = \frac{(A_i - A_i C_i - B_i D_i)}{(1 - A_i^2 - B_i^2)^{1/2}} = E_i \quad (3.27)$$

olup,  $\zeta_3(t)$  nin enerjisi,

$$E_{\zeta_3} = \int_0^T \zeta_3^2(t)dt = 1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2 \quad (3.28)$$

biçimindedir.  $\zeta_3(t) \neq 0$  olduğundan yeni taban işlevi,

$$\Phi_4(t) = \frac{s_3(t) - C_i\Phi_1(t) - D_i\Phi_2(t) - E_i\Phi_3(t)}{(1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2)^{1/2}} \quad (3.29)$$

biçiminde tanımlanır. Buna göre,

$$s_{34} = (E_{\zeta_3})^{1/2} \quad (3.30)$$

olmak üzere,

$$s_3(t) = C_i\Phi_1(t) + D_i\Phi_2(t) + E_i\Phi_3(t) + (1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2)^{1/2}\Phi_4(t) \quad (3.31)$$

elde edilir.

### 4.Adım:

$s_4(t)$  için yardımcı işlev, önceki adımlarda tanımlanan taban işlevleri cinsinden,

$$\zeta_4(t) = s_4(t) - s_{41}\Phi_1(t) - s_{42}\Phi_2(t) - s_{43}\Phi_3(t) - s_{44}\Phi_4(t) \quad (3.32)$$

biçiminde yazılabilir. Burada

$$s_{41} = \int_0^T s_4(t)\Phi_1(t)dt = \frac{\sin 6\pi h_i}{6\pi h_i} = F_i \quad (3.33)$$

$$s_{42} = \int_0^T s_4(t)\Phi_2(t)dt = \frac{(\cos 6\pi h_i - 1)}{6\pi h_i} = G_i \quad (3.34)$$

$$s_{43} = \int_0^T s_4(t)\Phi_3(t)dt = \frac{C_i - A_i F_i - B_i G_i}{(1 - A_i^2 - B_i^2)^{1/2}} = H_i \quad (3.35)$$

$$s_{44} = \int_0^T s_4(t)\Phi_4(t)dt \quad (3.36)$$

biçiminde olup,  $s_{44}$  ifadesi, kısaltmalar kullanılsa da oldukça karmaşıktır.

$$s_{44} = I_i \quad (3.37)$$

olup,  $\zeta_4(t)$ 'nin enerjisi,

$$E_{\zeta_4} = \int_0^T \zeta_4^2(t)dt = 1 - G_i^2 + H_i^2 + I_i^2 \quad (3.38)$$

biçimindedir.  $\zeta_4 \neq 0$  olduğundan yeni taban işlevi,

$$\Phi_5(t) = \frac{s_4(t) - F_i\Phi_1(t) - G_i\Phi_2(t) - H_i\Phi_3(t) - I_i\Phi_4(t)}{(1 - F_i^2 - G_i^2 - H_i^2 - I_i^2)^{1/2}} \quad (3.39)$$

biçiminde tanımlanır. Buna göre,

$$s_{45} = (E_{\zeta_4})^{1/2} \quad (3.40)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} s_4(t) &= F_i\Phi_1(t) + G_i\Phi_2(t) + H_i\Phi_3(t) + I_i\Phi_4(t) \\ &\quad + (1 - F_i^2 - G_i^2 - H_i^2 - I_i^2)^{1/2}\Phi_5(t) \end{aligned} \quad (3.41)$$

elde edilir.

##### 5. Adım:

$$s_5(t) = -\Phi_2 t \quad (3.42)$$

olduğundan  $s_5(t)$ 'nin sıfırdan farklı tek bileşeni vardır:

$$s_{52} = -1 .$$

#### 6. Adım:

$s_6(t)$  için yardımcı işlev, önceki adımlarda tanımlanan taban işlevleri cinsinden,

$$\zeta_5 = s_6(t) - s_{61}\Phi_1(t) - s_{62}\Phi_2(t) - s_{63}\Phi_3(t) - s_{64}\Phi_4(t) - s_{65}\Phi_5(t) \quad (3.43)$$

biçiminde yazılabilir. Burada

$$s_{61} = \int_0^T s_6(t)\Phi_1(t)dt = -B_i \quad (3.44)$$

$$s_{62} = \int_0^T s_6(t)\Phi_2(t)dt = A_i \quad (3.45)$$

$$s_{63} = \int_0^T s_6(t)\Phi_3(t)dt = 0 \quad (3.46)$$

$$s_{64} = \int_0^T s_6(t)\Phi_4(t)dt = \frac{B_i + C_i B_i - D_i A_i}{(1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2)^{1/2}} = L_i \quad (3.47)$$

$$s_{65} = \int_0^T s_6(t)\Phi_5(t)dt = \frac{D_i + F_i B_i - G_i A_i - I_i L_i}{(1 - F_i^2 - G_i^2 - H_i^2 - I_i^2)^{1/2}} = M_i \quad (3.48)$$

olup,  $\zeta_5(t)$  nin enerjisi,

$$E_{\zeta_5} = \int_0^T \zeta_5^2(t)dt = 1 - B_i^2 - A_i^2 - L_i^2 - M_i^2 \quad (3.49)$$

biçimindedir.  $\zeta_5(t) \neq 0$  olduğundan yeni taban işlevi,

$$\zeta_6 = \frac{s_6(t) - s_{61}\Phi_1(t) - s_{62}\Phi_2(t) - s_{63}\Phi_3(t) - s_{64}\Phi_4(t) - s_{65}\Phi_5(t)}{(E_{\zeta_5})^{1/2}} \quad (3.50)$$

biçiminde tanımlanır. Buna göre,

$$s_{66} = (E_{\zeta_5})^{1/2} \quad (3.51)$$

olmak üzere  $s_6(t)$ , vektör bileşenleri cinsinden,

$$\begin{aligned} s_6(t) &= -B_i\Phi_1(t) - A_i\Phi_2(t) - L_i\Phi_4(t) - M_i\Phi_5(t) \\ &\quad -(1 - B_i^2 - A_i^2 - L_i^2 - M_i^2)^{1/2}\Phi_6(t) \end{aligned} \quad (3.52)$$

biçiminde elde edilir.

### 7. Adım:

$s_7(t)$  işaretini için yardımcı işlev, önceki adımlarda tanımlanan taban işlevleri cinsinden,

$$\begin{aligned}\zeta_6 &= s_7(t) - s_{71}\Phi_1(t) - s_{72}\Phi_2(t) - s_{73}\Phi_3(t) \\ &\quad - s_{74}\Phi_4(t) - s_{75}\Phi_5(t) - s_{76}\Phi_6(t)\end{aligned}\quad (3.53)$$

biçiminde yazılır. Burada,

$$s_{71} = \int_0^T s_7(t)\Phi_1(t)dt = -D_i \quad (3.54)$$

$$s_{72} = \int_0^T s_7(t)\Phi_2(t)dt = C_i \quad (3.55)$$

$$s_{73} = \int_0^T s_7(t)\Phi_3(t)dt = \frac{-B_i + A_i D_i - B_i C_i}{(1 - A_i^2 - B_i^2)^{1/2}} = N_i \quad (3.56)$$

$$s_{74} = \int_0^T s_7(t)\Phi_4(t)dt = \frac{-E_i N_i}{(1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2)^{1/2}} = O_i \quad (3.57)$$

$$s_{75} = \int_0^T s_7(t)\Phi_5(t)dt = \frac{B_i + F_i D_i - G_i C_i - H_i N_i - I_i O_i}{(1 - F_i^2 - G_i^2 - H_i^2 - I_i)^{1/2}} = P_i \quad (3.58)$$

$$s_{76} = \int_0^T s_7(t)\Phi_6(t)dt = \frac{A_i + B_i D_i - A_i C_i - L_i O_i - M_i P_i}{(1 - B_i^2 - A_i^2 - L_i^2 - M_i)^{1/2}} = Q_i \quad (3.59)$$

olup,  $\zeta_7(t)$  'nin enerjisi,

$$E_{\zeta_6} = \int_0^T \zeta_6^2(t)dt = 1 - D_i^2 - C_i^2 - N_i^2 - O_i^2 - P_i^2 - Q_i^2 \quad (3.60)$$

biçimindedir.  $\zeta_7(t) \neq 0$  olduğundan yeni taban işlevi,

$$\Phi_7(t) = \frac{\hat{A}}{(1 - D_i^2 - C_i^2 - N_i^2 - O_i^2 - P_i^2 - Q_i^2)^{1/2}} \quad (3.61)$$

biçiminde tanımlanır. Burada,  $\hat{A}$

$$\begin{aligned}\hat{A} &= s_7(t) - s_{71}\Phi_1(t) - s_{72}\Phi_2(t) - s_{73}\Phi_3(t) - s_{74}\Phi_4(t) \\ &\quad - s_{75}\Phi_5(t) - s_{76}\Phi_6(t)\end{aligned}\quad (3.62)$$

biçimindedir. Buna göre,

$$s_{77} = (E_{\zeta_6})^{1/2} \quad (3.63)$$

olmak üzere  $s_7(t)$  işaretini, vektör bileşenlerinden elde edilir.

### 8. Adım :

$s_8(t)$  nin yardımcı işlevi, önceki adımlarda tanımlanan taban işlevleri cinsinden,

$$\begin{aligned} \zeta_7(t) &= s_8(t) - s_{81}\Phi_1(t) - s_{82}\Phi_2(t) - s_{83}\Phi_3(t) - s_{84}\Phi_4(t) \\ &\quad - s_{85}\Phi_5 - s_{86}\Phi_6(t) - s_{87}\Phi_7(t) \end{aligned} \quad (3.64)$$

birimde yazılabilir. Burada

$$s_{81} = \int_0^T s_8(t)\Phi_1(t)dt = -G_i \quad (3.65)$$

$$s_{82} = \int_0^T s_8(t)\Phi_2(t)dt = F_i \quad (3.66)$$

$$s_{83} = \int_0^T s_8(t)\Phi_3(t)dt = \frac{-D_i + A_i G_i - B_i F_i}{(1 - A_i^2 - B_i^2)^{1/2}} = U_i \quad (3.67)$$

$$s_{84} = \int_0^T s_8(t)\Phi_4(t)dt = \frac{-B_i + C_i G_i - D_i F_i - E_i U_i}{(1 - C_i^2 - D_i^2 - E_i^2)^{1/2}} = V_i \quad (3.68)$$

$$s_{85} = \int_0^T s_8(t)\Phi_5(t)dt = \frac{-H_i U_i + I_i V_i}{(1 - F_i^2 - G_i^2 - H_i^2 - I_i^2)^{1/2}} = Y_i \quad (3.69)$$

$$s_{86} = \int_0^T s_8(t)\Phi_6(t)dt = \frac{C_i - B_i G_i - A_i F_i - L_i V_i - M_i Y_i}{(1 - B_i^2 - A_i^2 - L_i^2 - M_i^2)^{1/2}} = X_i \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} s_{87} &= \int_0^T s_8(t)\Phi_7(t)dt \\ &= \frac{A_i - D_i G_i - C_i F_i - N_i U_i - O_i V_i - P_i Y_i - Q_i X_i}{(1 - D_i^2 - C_i^2 - N_i^2 - O_i^2 - P_i^2 - Q_i^2)^{1/2}} = Z_i \end{aligned} \quad (3.71)$$

olup  $\zeta_8(t)$ 'nin enerjisi,

$$E_{\zeta_7} = \int_0^T \zeta_7^2(t)dt = 1 - G_i^2 - F_i^2 - U_i^2 - V_i^2 - Y_i^2 - X_i^2 - Z_i^2 \quad (3.72)$$

birimdedir.  $\zeta_8(t) \neq 0$  olduğundan yeni taban işlevi,

$$\Phi_8(t) = \frac{\hat{B}}{(1 - G_i^2 - F_i^2 - U_i^2 - V_i^2 - Y_i^2 - X_i^2 - Z_i^2)^{1/2}} \quad (3.73)$$

biçiminde tanımlanır. Burada,

$$\begin{aligned}\hat{B} = & s_8(t) + G_i\Phi_1(t) - F_i\Phi_2(t) - U_i\Phi_3(t) - V_i\Phi_4(t) \\ & - Y_i\Phi_5(t) - X_i\Phi_6(t) - Z_i\Phi_7(t)\end{aligned}\quad (3.74)$$

olmaktadır. Buna göre,

$$s_{88} = (E_{\zeta_7})^{1/2} \quad (3.75)$$

olmak üzere,  $s_8(t)$  işaretini vektör bileşenlerinden elde edilir. Oldukça karmaşık olan bu analitik ifadelerin çözümü, bilgisayar yardımcı ile yapılmaktadır. 4 düzeyli, 4 durumlu, başlangıç fazları  $(0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2})$  olan  $h_i$  modülasyon indisli sürekli fazlı işaretlerin 8 boyutlu bir uzaydaki vektör bileşenleri hesaplanmıştır. Bir örnek olarak  $h_i = 3/4$  olan 4 durumlu, 4 düzeyli işaret kafesindeki işaret vektörleri,

$$\begin{aligned}s_1 &= (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ s_2 &= (-.212, -.212, .954, 0, 0, 0, 0, 0) \\ s_3 &= (0, -.212, -.27, .94, 0, 0, 0, 0) \\ s_4 &= (.071, -.071, 0, -.24, .965, 0, 0, 0) \\ s_5 &= (0, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ s_6 &= (-.212, .212, 0, .274, .32, -.85, 0, 0) \\ s_7 &= (-.212, 0, -.27, -.077, .216, .356, -.84, 0) \\ s_8 &= (-.07, -.07, -.254, -.315, -.079, -.13, .3, -.84)\end{aligned}$$

biçiminde elde edilmiştir. İlk seçilen ortonormal işaretlere bağlı olarak farklı farklı baz işlevleri üretilmesine rağmen işaretler arasındaki uzaklıklar hep aynıdır. Baz işlevlerinin farklı olması, sadece koordinat sisteminin dönmesine etki eder. Alıcıda gürültülü  $s_i$  vektörünün bileşenleri, taban işlevlerinin ortogonalite özelliğinden yararlanılarak elde edilir ve alınan işaretin iletilebilecek işaretlerden hangisi olduğuna, en büyük benzerlikli kod çözme (Viterbi algoritması) yöntemi uygulanarak karar verilir.

### 3.1.2. Uzaklık Yapısı ve Hesaplama Yöntemi

MHPM alıcılarının en büyük benzerlikli kod çözme kuralına göre çalışması durumunda, MHPM sistemlerin hata başarımlarının değerlendirilmesinde önemli bir hata ölçütü, iletilen işaret dizilerinin olası tüm çiftleri arasındaki minimum Öklid uzaklığıdır. Bir hata olayı, herhangi bir kodlama adımda aynı durumdan sapan ve farklı yollar izleyerek herhangi bir ortak duruma varan işaret yol çiftleri arasında oluşur. Hata olayları boyunca birikmiş karesel Öklid uzaklıklarının en küçüğü karesel serbest Öklid uzaklığı ( $d_s^2$ ) olarak adlandırılır.

İkili doğrusal kodlarda serbest uzaklıği bulmak için durum kafesinde tüm sıfır dizisi her zaman doğru dizi varsayılabildiğinden serbest uzaklık algoritmaları basittir. MHPM sistemlerin doğrusal olmamaları nedeniyle serbest uzaklık, iletilmiş olan diziye bağlıdır. Burada serbest uzaklıği bulmak için hem iletilen hem de komşu olan yollar değerlendirilmek zorundadır. Serbest uzaklık, durum sayısına ve  $H_k$  kümesine bağlı olarak artar. Serbest uzaklığını bulabilmek için, olurlu işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklığını hesaplamak gereklidir.  $s_1(t)$  ve  $s_2(t)$  işaretleri;

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sqrt{(2E/T)} \cos(2\pi f_1 t + \bar{\psi}(t, \beta_i) + \theta_i) \\ i &= 1, 2 \quad nT \leq t \leq (n+1)T \end{aligned} \quad (3.76)$$

biçiminde olup  $n$ . aralık için  $s_1(t)$  ve  $s_2(t)$  arasındaki karesel Öklid uzaklığı,

$$d^2(s_1, s_2) = \int_{nT}^{(n+1)T} [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (3.77)$$

olarak tanımlanır. İki işaret arasındaki Öklid uzaklığının, işaretlerin fazlarının farkından elde edilebileceği gösterilebilir:

$$d^2(s_1, s_2) = \begin{cases} 1 - \frac{(\sin \Delta\psi_{n+1} - \sin \Delta\psi_n)}{\Delta\psi_{n+1} - \Delta\psi_n}, & \Delta\psi_{n+1} \neq \Delta\psi_n \\ 1 - \cos \Delta\psi_n, & \Delta\psi_{n+1} = \Delta\psi_n \end{cases} \quad (3.78)$$

Burada  $d^2(s_1, s_2)$ ,  $2E$ 'ye normalleştirilmiş olup, burada  $\Delta\psi_{n+1}$  ve  $\Delta\psi_n$  sırasıyla  $(n+1)T$  ve  $nT$  anındaki faz farklarını gösterir.  $L$  aralık boyunca farklı yollar izleyen  $s_1$ ,  $s_2$  işaretleri için  $d^2(s_1, s_2)$  büyülüğu aralıktan aralığa eklenerek artar.

MHPM yapılarının serbest uzaklıklarının hesaplanmasına ilişkin algoritmanın temel adımları şunlardır (Mulligan et al, 1984):

**1. Adım:**

Kafes üzerinde herbir duruma varan dalların kalkış durumlarını belirle. Aynı durumdan ilk adımda sapan ve  $n$  adım sonra  $D_i$  ve  $D_j$  gibi iki duruma varan yol çiftleri arasındaki karesel Öklid uzaklığını  $\mu_{ij}^n$  ile göster. İlk adımda her  $i$  ve  $j \geq i$  için  $\mu_{ij} = -1$  olsun (burada  $i$  ve  $j$  durum numaralarıdır). Böyle iki yol çifti, Şekil 3.4'de gösterilmiştir.

**2. Adım:**

Aynı başlangıç durumundan sapan ve bir adım sonra  $D_i$  ve  $D_j$  durumlarına varan yol çiftleri arasındaki karesel Öklid uzaklığını ( $\mu_{ij}^{(1)}$ ), her bir  $D_i$  ve  $D_j$  durum çifti için bul.

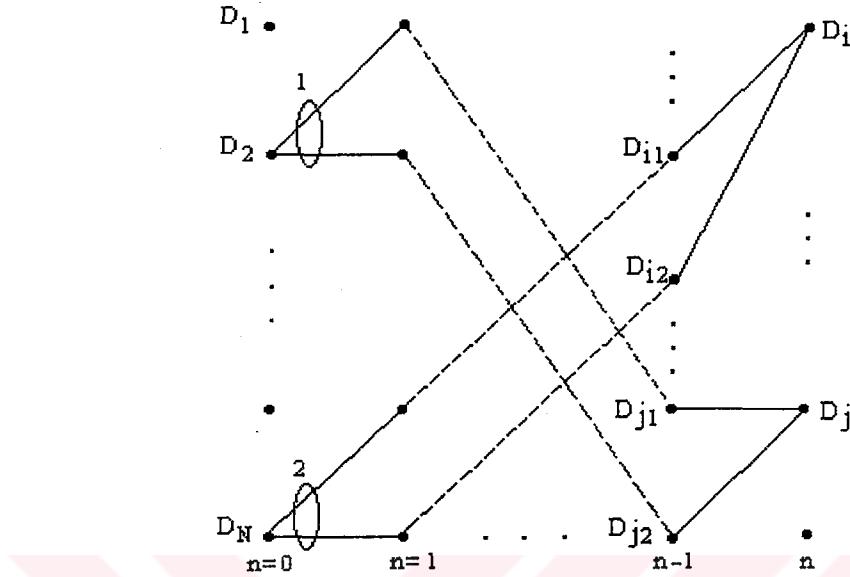
**3. Adım:**

Elemanları  $\mu_{ij}^{(n)}$ 'lerden oluşan, her araliktaki durum sayısı  $N$  olan bir kafes için,  $N \times N$  boyutlu  $D^{(n)}$  matrisinin köşegeni üzerindeki elemanlar,  $n$  adım sonra, yeniden birleşen yolların birikmiş uzaklığıdır. Başka bir deyişle, matrisin köşegen elemanları,  $n = 0$  anında aynı durumdan yolların ayrılması ile başlayan ve  $n$  aralık sonra aynı duruma varan yollarla sonlanan bir hata olayının  $n$  adımda biriken Öklid uzaklıklarıdır. Her bir durum çifti için,

$$\begin{aligned}\mu_{ij}^{(n)} &= \mu_{i1j1}^{(n-1)} + d^2(i1 \rightarrow i, j1 \rightarrow j) \\ &\quad \mu_{i1j2}^{(n-1)} + d^2(i1 \rightarrow i, j2 \rightarrow j) \\ &\quad \vdots \\ &\quad \mu_{i1jm}^{(n-1)} + d^2(i1 \rightarrow i, jm \rightarrow j) \\ &\quad \vdots \\ &\quad \mu_{imjm}^{(n-1)} + d^2(im \rightarrow i, jm \rightarrow j)\end{aligned}\tag{3.79}$$

olup,  $\mu_{ij}^{(n)}$ , hesaplanan uzaklıkların en küçüğüdür. Burada,  $\mu_{ij}^{(n-1)}$  uzaklıği bir önceki

### Durumlar



Şekil 3.4 N durumlu, bir kafes için  $n=0$  anında sapan ve  $n$  anında  $D_i$  ve  $D_j$  durumlarına varan iki yol çifti.

adımda hesaplanmış olup, örneğin  $d^2(i1 \rightarrow i, j1 \rightarrow j)$ ,  $D_{i1}$  durumundan  $D_i$  durumuna geçen ve  $D_{j1}$  durumundan  $D_j$  durumuna geçen yol çiftine ilişkin işaretler arasındaki Öklid uzaklığını gösterir.  $\mu_{i1j1}^{(n-1)}$ , bir önceki aralığın  $D_{i1}$  ve  $D_{j1}$  durumlara varan işaret çifti arasındaki uzaklığıdır.

#### 4. Adım:

$D_i = D_j$  olduğunda  $\mu_{ii}^n$ ,  $n$ . adımda  $D_i$  durumunda birleşen iki yol arasındaki  $n$  adımda biriken minimum uzaklığıdır.  $\mu_{ii}^{(n)}$  ile  $\mu_{ii}^{(n-1)}$  karşılaştırıldığında  $\mu_{ii}^{(n)} < \mu_{ii}^{(n-1)}$  ise,  $\mu_{ii}^{(n-1)}$  yerine  $\mu_{ii}^{(n)}$  al.

$$\mu_{ij}^{(n)} < \min_i \mu_{ii}^{(n)} \quad (3.80)$$

koşulu en az bir  $(D_i, D_j)$  durum çifti için bile varsa,  $n + 1$ . aralık için 3. adımı yeniden uygula.  $D^{(n)}$  matrisinin köşegen dışındaki tüm elemanları  $\mu_{ij}^{(n)}, i \neq j$  için,

$$\mu_{ij}^{(n)} \geq \mu_{ii}^{(n)} \quad (3.81)$$

koşulu sağlandığında dur. Serbest uzaklık,

$$d_s^2 = \min_i \mu_{ii}^{(n)} \quad (3.82)$$

biçimindedir. Kodlanmamış MHPM yapılarının kafesleri her işaretleşme aralığında çevrimisel olarak yinelendiğinden art arda gelen işaret kümeleri farklıdır. Bu nedenle, serbest uzaklık hesaplayan algoritma, zamanla değişen kafes yapıları için bu çalışmada geliştirilmiştir. Algoritmanın 3. adımındaki  $\mu_{ij}^{(n)}$  uzaklık değeri,  $\mu_{ij}^{(n-1)}$  ile  $n$ . aralıktaki  $i$ . ve  $j$ . durumlara varan olası tüm işaret çiftleri arasındaki Öklid uzaklığuna bağlı olduğundan,  $(n - 1)$ . aralığa kadar biriken Öklid uzaklığına,  $n$ . adımda kullanılan  $h_{R_k(n)}$  modülasyon indisli MHPM işaretlerinin Öklid uzaklığı eklenir.

Aynı  $E_b/N_0$  oranına sahip farklı  $M$  değerleri için,  $M$  düzeyli MHPM yapılarının uzaklıkları, birbiriyle karşılaştırılabilir. Yüksek işaret/gürültü oranları için bu minimum uzaklık, AWGN kanallardaki hata başarımına yaklaşık olarak,

$$Pe \approx Q\left(\frac{d_s^2 E_b}{N_0}\right)^{1/2} \quad (3.83)$$

biçiminde etkir. Burada  $Q(.)$ , normal dağılıma ilişkin hata işlevidir ve  $Q(x) = 1/(2\pi)^{1/2} \int e^{-t^2/2} dt$  olarak tanımlanır. Bu sistemin hata başarımı, işaret dizileri arasındaki minimum uzaklıklar artırılarak iyileştirilebilir (Aulin et al, 1991). Aynı Eb/No oranında farklı  $M$  ve  $H_k$  değerleri için MHPM yapılarının normalleştirilmiş Öklid uzaklıkları karşılaştırıldığında daha dar bandlı ( $h \leq 0.5$ ), ikili tam yanılı, ( $k \geq 2$ ) modülasyon indis kümeli MHPM yapıları, tek- $h$ 'lı yapılara göre maksimum 3dB'lik bir kodlama kazancı sağlar. Daha yüksek  $h$  değerleri için en iyi sınırlar, artan  $k$  değerleri ile belirlenir (Aulin et al, 1982). Hatta, 4 düzeyli 2- $h$ 'lı yapılar, tek- $h$ 'lı 4 düzeyli yapılara ve ikili MHPM yapılara göre 2 dB'lik bir kazanca sahiptir. 4'ten yüksek  $M$  değerlerinde sistemin karmaşaklılığı arttığından, bu tür yapılar sınırlıdır.

Kısmi yanılı ve tam yanılı MHPM yapıları için uzaklık veya band genişliği ikilemi ele alınmıştır (Aulin et al, 1982). Buna göre 4 düzeyli ve 8 düzeyli MHPM yapılar, ikili yapılara yeğlenir. Bunların uzaklık değerleri, 3RC (3T süreli yükseltilmiş kosinüs) darbe biçimini kullanan 2- $h$ 'lı kısmi yanılı ikili yapılara erişir, ve 4'ün

üstündedir. Tek- $h$ 'lı 3RC'li yapılar ve ikili tam yanılı 2- $h$ 'lı CPFSK yapılar ile bu değerlere ulaşlamaz. Ancak daha uzun süreli 5RC, 6RC gibi ve  $M > 2$  düzeyli tek- $h$ 'lı yapılar kullanılarak bu değerlere ulaşılsa da bilindiği gibi artan  $k$ ,  $M$  ve  $L$  değerleri alıcının karmaşıklığını artırmaktadır (Aulin et al, 1991).

MHPM yapılarının aynı band genişliği içinde kalarak verimliliğini artırmak amacı ile katlamalı kodlar ile birleştirilmiş yapıları, simetrik olmayan modülasyon indisini kullanan yapıları ve düzgün olmayan eşleme kullanan yapıları geliştirilmiştir. Bir katlamalı kodlayıcı ile birleştirilen ikili MHPM yapıları (Fonseka et al, 1990)'da ele alınmıştır. Modülasyon indis kümesindeki modülasyon indisleri, her aralıkta önceden belirlenen bir kurala göre çevrimisel olarak yinelenerek, minimum Öklid uzaklığı, kodlanmış ikili CPFSK'ya göre artırılmıştır. Kodlanmış MHPM yapılar, tek- $h$ 'lı işaretleşme yöntemlerine göre işaret enerjisinde 2-2.5 dB'lik bir iyileşme sağlar. Simetrik olmayan modülasyon indisleri kullanarak da MHPM'nin hata başarımı artırılmıştır (Hwang et al, 1989). Simetrik olmayan ikili MHPM'de, ikili ( $\pm 1$ ) veriler için farklı  $h_i$  değerleri her işaretleşme aralığında çevrimisel olarak kullanılmaktadır. +1 verisi için  $h_{+i}$ , -1 verisi için  $h_{-i}$  seçilir. MHPM'de  $i$ . simge için  $h_{+i}$  ve  $h_{-i}$ 'nin eşit olması gerekmektedir. Herhangi bir simge geçiş anındaki faz farkı, bilinen MHPM için  $2\pi/p$ 'nin katı olmasına karşın  $t = iT_s$  anındaki faz değeri simetrik olmayan MHPM için  $\pi/p$ 'nin katıdır ve bu özellik sisteme daha fazla serbestlik getirdiğinden minimum Öklid uzaklığı artar.

Literatürde (Holubowicz et al, 1985), (Szulakiwicz, 1989), çok- $h$ 'lı faz kodları, çok- $T$ 'lı olarak gerçekleştirilmiştir. Çok- $h$ 'lı faz kodlamalı modülasyonda, zaman aralığı sabit tutulup, frekans sapması çevrimisel olarak değişmekteydi. Çok- $T$ 'lı faz kodlamalı modülasyonda ise frekans sapması sabit tutulup zaman aralıkları çevrimisel olarak değişmektedir. Eşzamanlama bilgisinin çıkarılması çok- $T$ 'lı kodlar için, çok- $h$ 'lı kodlardan daha kolaydır.

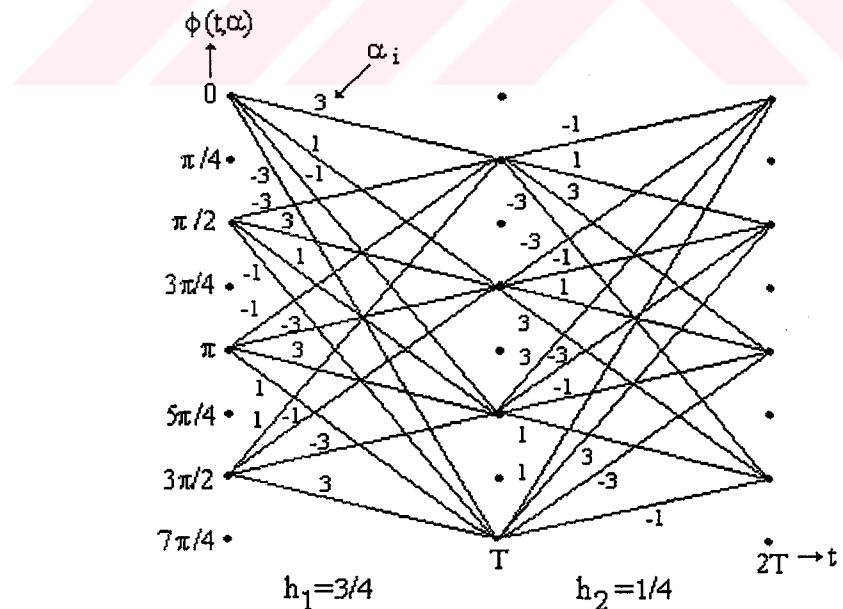
Cök- $h$ 'lı ve çok- $T$ 'lı faz kodlamalı modülasyon tekniklerine dayanarak

tasarlanmış işaretlerin hata başarımları, gürültülü ve sönümlü kanallarda gerek analitik yöntemlerle gerekse oluşturulan bir benzetim modeli yardımıyla Karataş et al (1991) tarafından incelenmiştir.

### 3.2. MHPM'nin Ayrıştırılması

Bu çalışmada, CPM sistemlerin ayrıştırılmasına benzer bir teknik,  $M$  düzeyli MHPM tekniği için geliştirilmiştir. MHPM işaretlerin kafes yapısı her bir işaretleşme aralığında ayrı ayrı ele alındığında, faz izleri çevrimisel olarak aralıktan aralığa değişmektedir. Şekil 3.5.'de, 4 düzeyli veri simge kümesi  $\pm 1, \pm 3$  ve modülasyon indis kümesi  $H_2 = (3/4, 1/4)$  olan MHPM sisteminin fiziksel faz kafesi gösterilmiştir. Bu kafes yapıda faz durumları aralıktan aralığa değişmektedir.

MHPM kafes yapısının çevrimisel olarak yinelenmesinden dolayı MHPM yapısı, doğrusal bir sürekli faz kodlayıcısına (CPE) ve onu izleyen belleksiz bir



Şekil 3.5 4 düzeyli, veri simge kümesi  $(\pm 1, \pm 3)$  ve modülasyon indis kümesi  $H_2 = (3/4, 1/4)$  olan MHPM yapının fiziksel faz kafesi.

modülatöre ayırtılabilir. Bu problemi ortadan kaldırabilmek için önce, (Rimoldi, 1986)'nin çalışmasının genelleştirilmesiyle, dönüştürülmüş bilgiyi taşıyan faz işlevini ve zamanla değişmeyen bükülmüş faz kafesini tanımlayıp bu bilgileri,  $M$  düzeyli MHPM'nin zamanla değişmeyen doğrusal bir CPE ve onu izleyen belleksiz modülatöre ayırtılması işlemi için kullanacağız.

Herhangi bir işaretleşme aralığında iletilen  $M$  düzeyli MHPM işaretinin bükülmüş faz biçimindeki ifadesi,

$$s_i(t, \alpha_i) = \sqrt{(2E_s/T)} \cos(2\pi f_1 t + \psi(t, \alpha_i) + \varphi_0) \quad (3.84)$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$\psi(t, \alpha_i) = \phi(t, \alpha_i) + \pi h_{R_{k(i)}}(M-1)t/T \quad (3.85)$$

bükülmüş faz işlevi olup,

$$f_{R_{k(i)}} = f_0 - \frac{h_{R_{k(i)}}}{2T}(M-1) \quad (3.86)$$

biçimindedir.  $h_{R_{k(i)}}$ ,  $i$ . işaretleşme aralığı boyunca kullanılan ( $mod - k$ )'ya göre belirlenen modülasyon indisleri  $l_i/p$ , ( $i = 1, \dots, k$ ) olup,  $\varphi_0$ , işaretin başlangıç fazıdır. Bükülmüş faz işlevindeki faz değerleri,  $2\pi$ 'nin katlarında olduğundan fiziksel olarak ayırdedilemezler. Bu belirsizliği gidermek için fiziksel bükülmüş faz işlevi,

$$\bar{\psi}(t, \alpha_i) = mod_{2\pi}[\psi(t, \alpha_i)] \quad (3.87)$$

olarak tanımlanır. Fiziksel bükülmüş faz işlevi  $\bar{\psi}(t, \alpha_i)$  ile faz izleri aralıktan aralığa çevrimsel olarak yinelenen ancak faz durumları zamandan bağımsız olan bir kafes yapı elde edilir. Dönüştürülmüş bilgi dizisi  $\beta = \beta_{-1}, \beta_0, \beta_1, \dots$ ,

$$\beta_i = (\alpha_i + (M-1))/2 \quad (3.88)$$

olarak tanımlanır.  $M$ 'nin çift veya tek olmasına bakılmaksızın  $\beta_i \in \{0, 1, 2, \dots, M-1\}$  kümelerinden seçilir.



Bükülmüş faz işlevi  $\bar{\psi}(t, \alpha_i)$  yerine  $\bar{\psi}(t, \beta_i)$  ve  $t = \tau + nT$  alınarak ,

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(\tau + nT, \beta) &= 2\pi \sum_{i=0}^{n-1} h_{R_{k(i+1)}} \beta_i + [4\pi h_{R_{k(n)}} \beta_n q(\tau) \\ &\quad + \pi h_{R_{k(n)}} (M-1)\tau/T - 2\pi h_{R_{k(n)}} (M-1)q(\tau)] \\ &\quad 0 \leq \tau < T\end{aligned}\tag{3.89}$$

biçiminde belirlenir. Yukarıdaki eşitliğin sağındaki zamana bağlı terimler  $\tau$  zaman değişkeninin işlevi olup veriye bağlı terimler ise  $0 \leq \tau < T$  işaretleşme aralığına kadar biriken faz değerini yani  $nT$  anındaki faz durumunu belirler.  $[nT, (n+1)T]$  işaretleşme aralığındaki  $h_{R_{k(n)}}$  'e bağlı olan terimler ise faz kafesinin çevrimisel olarak yinelendiğini belgeler. Bu çalışmada ,  $q(\tau)$  tam yanılı faz işlevi seçilmiştir. Fiziksel olarak birikmiş faz değeri,

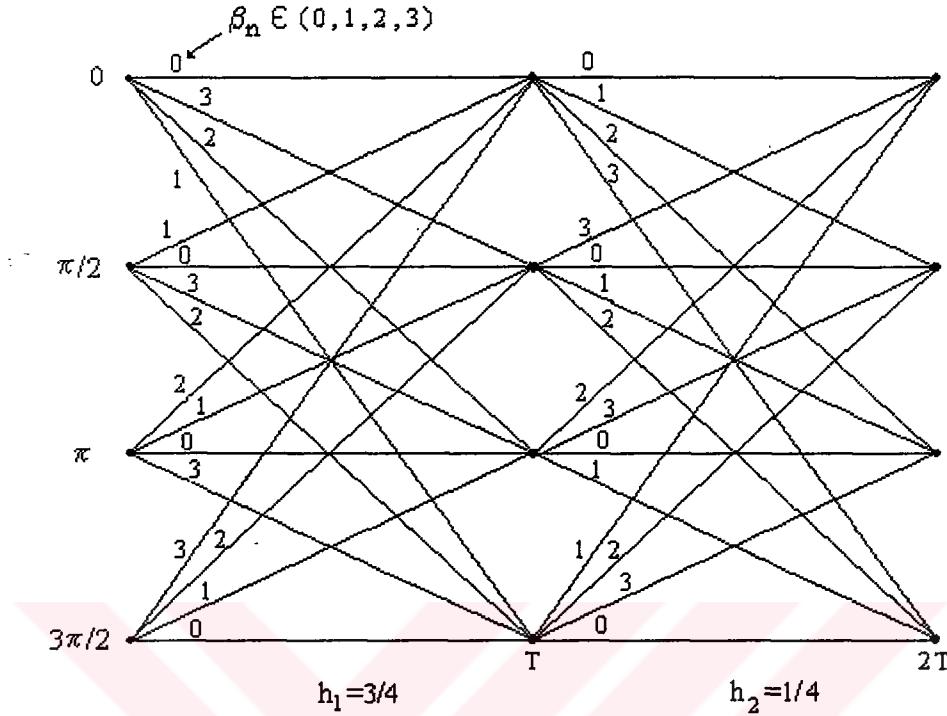
$$R_{2\pi} [2\pi \sum_{i=0}^{n-1} h_{R_{k(i+1)}} \beta_i] = R_{2\pi} [2\pi(1/p) R_p (\sum_{i=0}^{n-1} l_{R_{k(i+1)}} \beta_i)]\tag{3.90}$$

olarak elde edilir.  $R_p[.]$ , ( $mod-p$ ) işlemidir.  $(n-1)$  aralık boyunca biriken  $(l_{R_{k(i+1)}} \beta_i)$  büyülüğu en fazla  $p$  farklı değer alabilir. Dolayısıyla  $nT$  aralığının başlangıç faz durumu olan  $V_n$  ,

$$V_n = R_p [\sum_{i=0}^{n-1} l_{R_{k(i+1)}} \beta_i]\tag{3.91}$$

biçiminde tanımlanır.  $V_n$  sadece  $p$  farklı değer alır ve eşdeğer bükülmüş faz kafesi diyagramında, her bir işaretleşme aralığında  $p$  farklı durum vardır.  $M$  düzeyli MHPM'nin faz kafesinde, her durumdan ayrılan  $M$  dal  $p$  farklı durumda sonlanır. Şekil 3.6.'da,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  olan 4 düzeyli MHPM'nin bükülmüş faz kafesi gösterilmiştir.

(3.89) ve (3.90) eşitlikleri kullanılarak  $nT \leq t \leq (n+1)T$  aralığı boyunca fiziksel bükülmüş faz işlevi  $\bar{\psi}(t, \beta)$ ,



Şekil 3.6 4 düzeyli, modülasyon indis kümesi  $H_2 = (3/4, 1/4)$  olan MHPM yapısının bükülmüş faz kafesi.

$$\bar{\psi}(t, \beta) = R_p [2\pi \left\{ \frac{1}{p} V_n + \beta_n h_{R_{k(n)}} \frac{(t - nT)}{T} \right\}] \quad (3.92)$$

biçiminde tanımlanabilir.  $[nT, (n+1)T]$  aralığı boyunca modüle edilen işaret,

$$s(\tau + nT, X_n) = (2E/T)^{1/2} \cos(2\pi f_1 t + \bar{\psi}(\tau, X_n) + \varphi_0) \quad (3.93)$$

olarak belirlenir. Burada  $X_n = [V_n, \beta_n]$  biçiminde ifade edilen bir vektör olup  $V_n$ ,  $n$ . aralığın başlangıç fazı,  $\beta_n$  o iletim aralığına ait veri simgesidir. Dolayısıyla,  $\beta_n$  verisi kullanılarak  $(n+1)T$  anındaki faz durumu,

$$V_{n+1} = R_p [V_n + l_{R_{k(n)}} \beta_n] \quad (3.94)$$

biçiminde yazılabilir.  $\beta_n$  girişine ve  $n$ . işaretleşme aralığında uygulanan modülasyon indisine bağlı olarak  $V_n$  durumundan  $V_{n+1}$  durumuna geçisi sağlayan ve  $X_n$  vektörü üreten, sürekli faz kodlayıcısıdır. Genel olarak MHPM sistemi, bellek kısmı (3.91) eşitliğiyle verilen zamanla değişen bir CPE 'ye ve onu izleyen giriş-çıkış ilişkisi

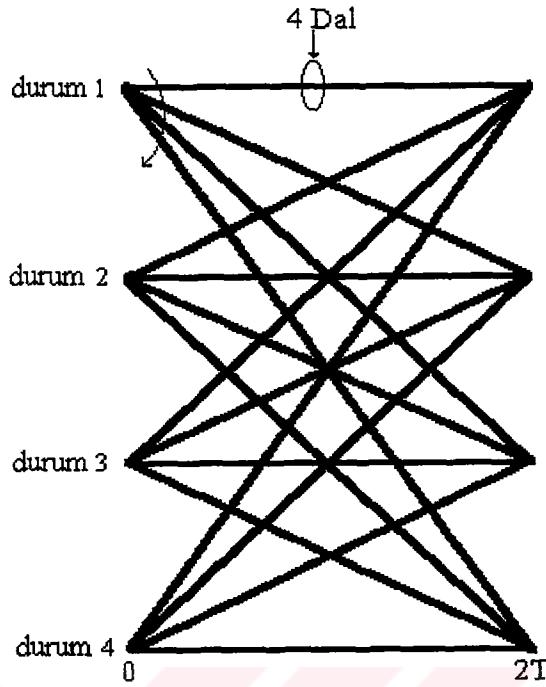
(3.92) eşitliğiyle verilen belleksiz bir modülatöre ayrıstırılmıştır.

CPM'nin doğrusal zamanla değişmeyen sürekli faz kodlayıcısı ile bir katlamalı ön kodlayıcının art arda birleşimi, eşdeğer tek bir kodlayıcıya indirgenebilir. Oysa MHPM 'nin zamanla değişen bir CPE ve belleksiz modülatöre ayrıstırılması, CPE'nin bir katlamalı ön kodlayıcı ile doğrusal birleştirilebilmesi problemini ortaya çıkarmıştır.

Bu tezde, söz konusu problemi çözmek için,  $M$  düzeyli MHPM'ye ilişkin yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir. Buradaki amacımız, zamanla değişmeyen bir CPE ve onu izleyen zamanla değişmeyen bir belleksiz modulatör oluşturmaktır. Bunun için, farklı modülasyon indis sayısı  $k$  tane art arda gelen işaretleşme aralığı, CPE'nin yapısında bütünleştirilmektedir ( $k$ -CPE). CPE'nin çıkışları  $k$  tane ardışıl MHPM işaretin oluşturduğu çoklu işaret kümelerine eşlenmektedir. Çoklu MHPM yapılarının kafesi, her bir işaretleşme aralığında aynı kalmakta yani zamanla değişimemektedir. Dolayısıyla çoklu MHPM yapıları, zamanla değişmeyen bir CPE ve onu izleyen zamanla değişmeyen bir belleksiz modülatöre ayrıstırılabilir.

$k$  tane farklı modülasyon indis sayısı kadar art arda gelen işaretleşme aralığının bir arada ele alınmasıyla  $kT$  adımlı kafes yapısı kurulur. Yeni kafes yapı,  $k$  ardışıl CPE tarafından gerçekleştiriliyor. Genel olarak, her bir durumdan  $M^k$  tane dal çıkar ve  $M$  tane paralel geçiş alt kümeli olup her alt kümede  $M^{(k-1)}$  tane paralel dal bulunur. Her dal,  $kT$  işaretleşme aralığındaki  $k$  tane ardışıl  $M$  düzeyli MHPM işaretini gösterir. Her dal, elemanları  $\{0, 1, \dots, M - 1\}$  kümesinden seçilen  $(k + 1)$  boyutlu bir vektörle gösterilebilir.

Şimdi özel bir durum olarak  $M = p = 4$  ve  $k = 2$ ,  $H_2 = (l_1/4, l_2/4)$  modülasyon indis kümescini ele alalım. Şekil 3.7.'de, tam yanılı, iki farklı modülasyon indisine sahip 4 durumlu ve 4 düzeyli bir çoklu MHPM'nin 2-CPE kafesi gösterilmiştir.



Şekil 3.7 4 düzeyli, 4 durumlu çoklu MHPM'nin 2CPE kafes yapısı.

Şekil 3.7.'deki kafesin her durumundan 16 dal çıkar ve bu dallar 4 alt kümeye ayrılır. Her alt küme, 4 paralel dal içerir. Her dal, 2 tane ardışıl MHPM işaretini taşır. Her işaretleşme aralığında toplam 64 işaret çifti vardır. İki işaretleşme aralığındaki faz değişimini belirlemek için fiziksel bükülmüş faz ifadesini ,

$$\bar{\psi}_2(\tau + mT_2, Y_m) = \begin{cases} R_{2\pi}[2\pi \frac{1}{p}V_m + \beta_{m,0}\frac{1}{p}l_{R_{k(n)}}\frac{\tau}{T}], & 0 \leq \tau < T \\ R_{2\pi}[2\pi \frac{1}{p}(V_m + l_{R_{k(n)}}\beta_{m,0}) \\ + 2\pi \frac{1}{p}l_{R_{k(n+1)}}\beta_{m,1}\frac{\tau-T}{T}], & T \leq \tau < 2T \end{cases} \quad (3.95)$$

birimde tanımlayabiliriz. Genel olarak,  $m = \lfloor \frac{n}{k} \rfloor$  ve  $T_k = kT$  'dir. Yukarıdaki eşitlikte  $m$  ,  $\frac{n}{2}$ 'den küçük en büyük tam sayı olup  $T_2$  ,  $2T$  işaretleşme aralığını gösterir. Genel olarak,

$$Y_m = (V_m, \beta_{m,0}, \beta_{m,1}, \dots, \beta_{m,k-1}) \quad (3.96)$$

$(k + 1)$  boyutlu bir vektör olup burada  $V_m$  ve  $\beta_{m,i} \in \{0, 1, 2, \dots, M - 1\}$  'dir.  $Y_m$ ,  $mkT$  anındaki  $V_m$  durumunu ve  $mkT$  anından  $((m + 1)k - 1)T$  anına kadar olan  $(\beta_{m,0}, \beta_{m,1}, \dots, \beta_{m,k-1})$  veri simgelerini içerir.  $k = 2$  için ,

$$Y_m = (V_m, \beta_{m,0}, \beta_{m,1}) \quad (3.97)$$

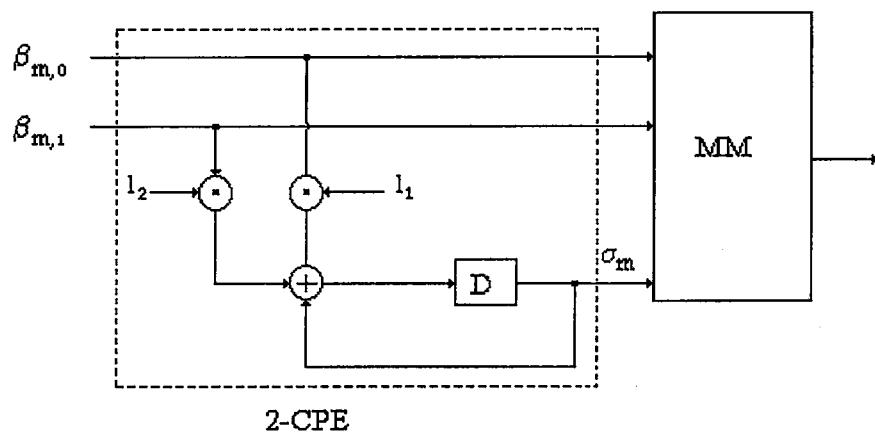
3 boyutlu bir vektördür.  $Y_m$  vektörü,  $2mT$  anındaki  $V_m$  durumunu ve  $\beta_{m,0}$  giriş verisi ile  $2(m + 1)T$  anındaki giriş verisi  $\beta_{m,1}$ 'i içerir. Bir sonraki durum  $V_{m+1}$  ,  $Y_m$ 'den elde edilebilir :

$$V_{m+1} = V_m + l_1 \beta_{m,0} + l_2 \beta_{m,1}. \quad (3.98)$$

Şekil 3.8.'de, kodlanmamış çoklu MHPM'nin ayrıstırılmış yapısı gösterilmiştir. Burada geri beslemeli kodlayıcı, Şekil 3.7.'deki kafes için (3.95) denklemindeki fiziksel bükülmüş fazın durum geçişlerini üretir. Bununla beraber seri veri simgeleri  $\beta_{m,0}$  ve  $\beta_{m,1}$ ,  $2mT$  anında, 2-CPE 'nin girişindeki paralel veri simgelerine dönüştürülmüştür. 2-CPE'yi izleyen belleksiz modülatör tarafından  $[2mT, 2(m+1)T]$  aralığı boyunca üretilen dalga şekli,

$$s(\tau + mT', Y_m) = \sqrt{(2E/T)} \cos(2\pi f_1(\tau + mT') + \bar{\psi}(\tau, Y_m) + \varphi_0) \quad (3.99)$$

$0 \leq \tau < T$  aralığında tanımlanır. Burada  $T' = 2T$  olup ,  $s(\tau + mT', Y_m)$  ,  $2T$



Şekil 3.8 Ayırtırılmış çoklu MHPM yapısı.

işaretleşme aralığı boyunca iletilen modüle edilmiş dalga biçimidir.  $Y_m$ 'in değerine bağlı olarak belleksiz modülatör 64 farklı işaret üretir. Her bir  $V_m$  durumu için,  $(\beta_{m,0}, \beta_{m,1})$  paralel 4 düzeyli girişlere ait, 16 farklı dalga şekli vardır.

Belleksiz modülatörü gerçeklemek için, (3.99) denklemi iki dik bileşen açısından ifade edilebilir :

$$\begin{aligned} s(\tau + mT', Y_m) &= I(\tau + mT', Y_m)\phi_I(\tau + mT') \\ &\quad + Q(\tau + mT', Y_m)\phi_Q(\tau + mT') \end{aligned} \quad (3.100)$$

Burada,

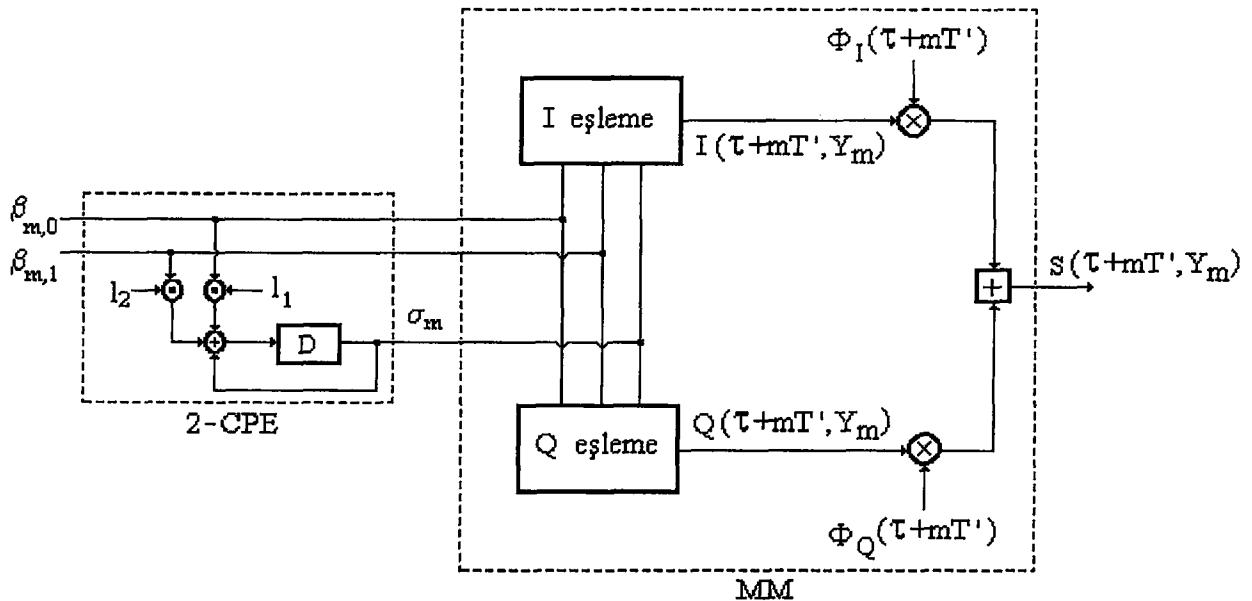
$$I(\tau + mT', Y_m) = \sqrt{(2E/T)} \cos(\bar{\psi}(\tau + mT', Y_m)) \quad (3.101)$$

$$Q(\tau + mT', Y_m) = \sqrt{(2E/T)} \sin(\bar{\psi}(\tau + mT', Y_m))$$

$$\phi_I(\tau + mT', Y_m) = \sqrt{(2E/T)} \cos(2\pi f_1(\tau + mT') + \varphi_0)$$

$$\phi_Q(\tau + mT', Y_m) = -\sqrt{(2E/T)} \sin(2\pi f_1(\tau + mT') + \varphi_0)$$

olarak tanımlanmıştır. Şekil 3.9.'da, paralel girişi, 4 düzeyli, tam yanılı, ardışıl işaret çiftli çoklu MHPM için sistem yapısı gösterilmiştir.



Şekil 3.9 Paralel girişi , tam yanılı, 4 düzeyli 2 ardışıl MHPM yapısı.

## **4. GAUSS GÜRÜLTÜLÜ KANALLAR İÇİN MHPM KAFES KODLAR**

Bu bölümde, Gauss gürültülü kanallar için MHPM kafes kodlar tasarlanmıştır.  $k$ -CPE ile bir önkodlayıcının birleşiminden oluşan eşdeğer kodlayıcının aynı durumdan ayrılan işaretleri arasındaki normalleştirilmiş karesel Öklid uzaklığını maksimum yapmak için çoklu MHPM kafeslerine küme bölmeye yöntemi uygulanarak tasarlanmaktadır. Tasarlanan, 4 durumlu ve 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemlerin, kodlanmamış MHPM yapılarına ve seçilen modülasyon indis kümeleminin ortalaması değerini kullanan CPFSK'ya göre kodlama kazançları sunulmuştur. Ayrıca bu kodların Gauss gürültülü kanallardaki hata başarımları, gerek analitik yöntemlerle gerekse geliştirilen bir bilgisayar benzetim programı yardımıyla incelenmiştir.

### **4.1. Gauss Gürültülü Kanallar İçin Kod Tasarımı**

$M$  düzeyli çoklu MHPM sisteminin bellekli doğrusal zamanla değişimyen bir sürekli faz kodlayıcısına (CPE) ve onu izleyen belleksiz bir modülatöre ayrıştırılması bir katlamalı ön kodlayıcı ile en uygun biçimde birleşimini kolaylaştırır. CPE ile katlamalı önkodlayıcının (CE) art arda birleşimi, eşdeğer bir katlamalı kodlayıcıya indirgenir.

Ele aldığımız yapıda,  $(\log_2 M \cdot k / \log_2 M \cdot (k+1))$  oranlı  $k$ -CPE'nin çıkışlarına  $M^{k+1}$  tane  $k$  ardışılı  $M$  düzeyli MHPM işaret eşlenmektedir. Bu bölümde, bir katlamalı önkodlayıcı ile  $M$  düzeyli çoklu MHPM yapılarının Gauss gürültülü kanallar için eniyi biçimde birleştirilmesi problemi ele alınıp, çeşitli  $H_k$  kümeleri ve durum sayıları için kafes kodlar tasarlanmıştır.

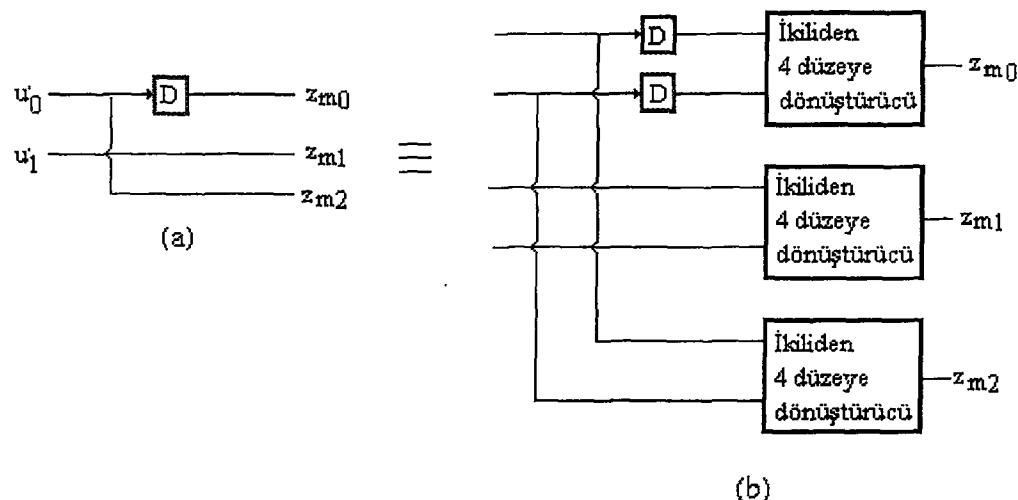
Bilindiği üzere, verilen bir işaret kümesi için CPM sistemlerin başarımını artırabilmek için CPM kafesininin durum sayısı artırılabilir. Ancak durum sayısı

değişmezse, kodlama kazancının artma hızı, durum sayısı artıkça azalır. Bu çalışmada, çok boyutlu işaret kümeli MHPM (çoklu MHPM) yapıları ele alınarak 3. Bölüm'de belirtildiği gibi MHPM yapıları da CPM yapıları gibi bir kodlayıcı ve onu izleyen işaret eşleme kısmına ayrıstırılmıştır. Geleneksel tasarım yöntemlerinde, bir kanal kodlayıcısı ile modülatörü birleştirmek için kanal kodlayıcısı ile CPE arasında kanal kodlayıcısının ikili çıkışlarını  $M$  düzeyli simgelerle dönüştüren bir eşleyici kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda birleşik yapı, CPE'nin ikili olmaması nedeniyle kanal kodlayıcısı (CE) ve CPE'nin doğal bir birleşimi olmadığı gibi artık bir katlamalı kodlayıcıyı da değildir. Rimoldi (1986), bu sorunu ortadan kaldırmak için eşdeğer bir CPE modeli geliştirmiştir. CPE'nin durumları ile katlamalı ön kodlayıcının(CE) durumlarını birleştirebilmek için geri beslemeli CPE'yi eşdeğer geri beslemesiz bir kodlayıcıya dönüştürmek uygun olmaktadır. Bu yolla CE ve CPE eşdeğer tek bir katlamalı kodlayıcıya indirgenebilmektedir. Benzer düşünce MHPM yapılarına uygulanabilir. MHPM için CPE ,  $k$ -CPE olarak adlandırdığımız ,  $k$  farklı modülasyon indisinin kullanıldığı art arda  $k$  işaretleşme aralığını kapsayacak yapıdadır.  $k$ -CPE'nin çıkış dizisi,  $M$  düzeyli bir  $Z_m$  kümesi ile gösterilebilir. Genel olarak,

$$Z_m = (z_{m,0}, z_{m,1}, \dots, z_{m,k}) \quad , z_{m,i} \in \{0, 1, 2, \dots, M-1\} \quad (4.1)$$

biçiminde tanımlanabilir.  $Z_m$  kümесinin  $z_{m,0}$  bileşeni,  $k$ -CPE'nin  $mT_k$  anındaki durumunu,  $z_{m,k}$  bileşeni ise  $(m+1)T_k$  anındaki (gelecek) durumunu gösterir.  $(z_{m,1}, \dots, z_{m,k-1})$  değerlerinin herbiri,  $k$ -CPE kafesindeki paralel geçişli dallardan biridir.  $(z_{m,0}^1, z_{m,0}^2, \dots, z_{m,k}^1, z_{m,k}^2)$ ,  $Z_m$  vektörünün ikili eşdeğeriidir. Şekil 4.1.'de, 4 durumlu çoklu MHPM yapısının 2-CPE kodlayıcısı ve eşdeğer ikili 2-CPE kodlayıcısı gösterilmiştir.

Gauss gürültülü kanallar için kod tasarımını ile ilgilendiğimizden eniyileme ölçüyü, kafes boyunca aynı duruma varan ve aynı durumdan ayrılan işaretler arasındaki Öklid uzaklığını maksimum yapmaktadır. Bu ölçüyü  $k$ -CPE kafesindeki aynı



Şekil 4.1 (a)  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli MHPM yapısının geribeslemesiz 2-CPE kodlayıcısı,  
(b) Esdeğer geribeslemesiz ikili 2-CPE kodlayıcısı.

duruma varan ve ayrılan faz geçişlerine uygulamak için, Ungerboeck (1982) tarafından geliştirilen küme böleme teknigi uygulanmıştır. Bu yaklaşimda, aynı durumdan çıkan ve aynı duruma varan geçislere ilişkin işaretler maksimum uzaklıklı alt kümelere bölmelenir. Herbiri  $k$  ardışıl işaretten oluşan  $M^{k+1}$  tane çoklu MHPM işaret arasından serbest Öklid uzaklığını maksimum yapacak olan eniyi  $M^k$  tanesi,  $k/2k$  oranlı bir önkodlayıcı tarafından seçilebilir. Böyle bir önkodlayıcı,  $k$ -CPE'ye uyumlu, bir doğrusal (katlamalı) kodlayıcı olarak belirlenebilir. Bu tezde ele alınan her birleşik kodun serbest Öklid uzaklığını hesaplamak için, Bölüm 3.1.2.'de açıklanan algoritma adım adım uygulanmıştır. Ancak herbiri  $T$  süreli  $k$  tane ardışıl işaretten oluşan birleşik kod kafesindeki herhangi iki çoklu MHPM işaret arasındaki uzaklık,  $T$  süreli işaretler arasındaki uzaklıkların  $kT$  süresince birbirine eklenmesiyle hesaplanmıştır. Yeterince yüksek işaret gürültü oranlarında ( $E_b/N_0$ ) eniyi başarım ölçütü, asimtotik kodlama kazancıdır. Asimtotik kodlama kazancı,

$$ACG[dB] = 10 \log \frac{(d_s^2/E_b)_{(\text{kodlamalı})}}{(d_s^2/E_b)_{(\text{kodlamasız})}} \quad (4.2)$$

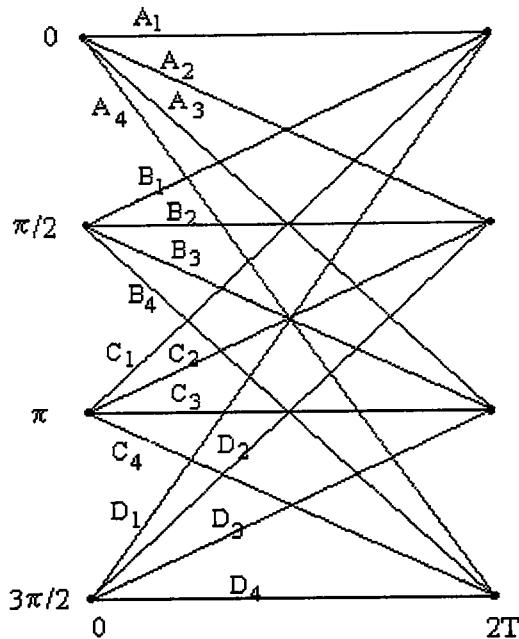
olarak tanımlanır. Bu tezde, Gauss gürültülü kanallar için modülasyon indis sayısı  $k=2$ , kafesin durum sayısı  $p=4$ ,  $H_k = (l_1/4, l_2/4)$  olan  $H_2 = (3/4, 1/4)$ ,  $H_2 = (3/4, 5/4)$ ,  $H_2 = (1/4, 5/4)$ ,  $H_2 = (2/4, 5/4)$ ,  $H_2 = (2/4, 3/4)$ ,  $H_2 = (2/4, 1/4)$  modülasyon indis kümelerini kullanan 4 düzeyli ardışıl 2 simgeli çoklu MHPM için kafes kodlar tasarlanmıştır. Katlamalı önkodlayıcı ile 2-CPE'nin birleşik kafesindeki durum sayısı, kod çözme karmaşıklığını sınırlı tutmak amacıyla, 4 ve 8 olarak seçilmiştir. Ele alınan sistemlerin başarımları, asimtotik kodlama kazançlarına ve bit hata olasılığı üst sınırlarına göre karşılaştırılmıştır.

Burada ayrıntılı olarak,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 durumlu, 4 düzeyli çoklu MHPM için 4 ve 8 durumlu kod tasarımları açıklanacaktır. Diğer modülasyon indis kümelerini kullanan çoklu MHPM kafes kodların tasarımlarında da benzer adımlar izlenmiştir.

#### **4.1.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları**

Örnek olarak ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli MHPM yapısının Şekil 4.2.'de gösterilen 2-CPE kafesinin dallarına Tablo 4.1.'de verilen çoklu MHPM işaret alt kümeleri atanır.

Örnek olarak ele alınan sistemin geri beslemesiz 4 düzeyli, 2 girişi ve 3 çıkışı olan 2-CPE yapısı ve 2-CPE'nin 4/6 oranlı eşdeğer geri beslemesiz kodlayıcısı, Şekil 4.1.'de gösterilmiştir. 2-CPE kodlayıcısının 6 bitlik çıkışları, olası 64 işaret çiftine eşlenir. Eşdeğer geri beslemesiz 2-CPE kodlayıcısının çıkışları  $(z_{m,0}, z_{m,1}, z_{m,2})$ , olası 64 tane çoklu MHPM işaret çifti arasından, birleşik kodun serbest Öklid uzaklığını maksimum yapan eniyi 16 işaret çiftini seçerek biçimde, küme bölmeye yöntemine dayanarak belirlenir.



Şekil 4.2  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli 2-CPE kafes yapısı.

Tablo 4.1 Çoklu MHPM işaret alt kümeleri.

i	1	2	3	4
Ai	S <sub>1</sub> S <sub>17</sub> S <sub>4</sub> S <sub>24</sub> S <sub>3</sub> S <sub>27</sub> S <sub>2</sub> S <sub>30</sub>	S <sub>1</sub> S <sub>18</sub> S <sub>4</sub> S <sub>21</sub> S <sub>3</sub> S <sub>28</sub> S <sub>2</sub> S <sub>31</sub>	S <sub>1</sub> S <sub>19</sub> S <sub>4</sub> S <sub>22</sub> S <sub>3</sub> S <sub>25</sub> S <sub>2</sub> S <sub>32</sub>	S <sub>1</sub> S <sub>20</sub> S <sub>4</sub> S <sub>23</sub> S <sub>3</sub> S <sub>26</sub> S <sub>2</sub> S <sub>29</sub>
Bi	S <sub>6</sub> S <sub>17</sub> S <sub>5</sub> S <sub>24</sub> S <sub>8</sub> S <sub>27</sub> S <sub>7</sub> S <sub>30</sub>	S <sub>6</sub> S <sub>18</sub> S <sub>5</sub> S <sub>21</sub> S <sub>8</sub> S <sub>28</sub> S <sub>7</sub> S <sub>31</sub>	S <sub>6</sub> S <sub>19</sub> S <sub>5</sub> S <sub>22</sub> S <sub>8</sub> S <sub>25</sub> S <sub>7</sub> S <sub>32</sub>	S <sub>6</sub> S <sub>20</sub> S <sub>5</sub> S <sub>23</sub> S <sub>8</sub> S <sub>26</sub> S <sub>7</sub> S <sub>29</sub>
Ci	S <sub>11</sub> S <sub>17</sub> S <sub>10</sub> S <sub>24</sub> S <sub>9</sub> S <sub>27</sub> S <sub>12</sub> S <sub>30</sub>	S <sub>11</sub> S <sub>18</sub> S <sub>10</sub> S <sub>21</sub> S <sub>9</sub> S <sub>28</sub> S <sub>12</sub> S <sub>31</sub>	S <sub>11</sub> S <sub>19</sub> S <sub>10</sub> S <sub>22</sub> S <sub>9</sub> S <sub>25</sub> S <sub>12</sub> S <sub>32</sub>	S <sub>11</sub> S <sub>20</sub> S <sub>10</sub> S <sub>23</sub> S <sub>9</sub> S <sub>26</sub> S <sub>12</sub> S <sub>29</sub>
Di	S <sub>16</sub> S <sub>17</sub> S <sub>15</sub> S <sub>24</sub> S <sub>14</sub> S <sub>27</sub> S <sub>13</sub> S <sub>30</sub>	S <sub>16</sub> S <sub>18</sub> S <sub>15</sub> S <sub>21</sub> S <sub>14</sub> S <sub>28</sub> S <sub>13</sub> S <sub>31</sub>	S <sub>16</sub> S <sub>19</sub> S <sub>15</sub> S <sub>22</sub> S <sub>14</sub> S <sub>25</sub> S <sub>13</sub> S <sub>32</sub>	S <sub>16</sub> S <sub>20</sub> S <sub>15</sub> S <sub>23</sub> S <sub>14</sub> S <sub>26</sub> S <sub>13</sub> S <sub>29</sub>

2-CPE kafesindeki herhangi iki MHPM işaret çiftinin,  $2nT$  anındaki faz farkı  $\Delta\psi_{2n}$ ,  $(2n + 1)T$  anındaki faz farkı  $\Delta\psi_{2n+1}$  ve  $2(n + 1)T$  anındaki faz farkı  $\Delta\psi_{2n+2}$  olarak tanımlanırsa, bu işaret çiftleri arasındaki karesel Öklid uzaklıklarını iki ardışılı simge aralığı boyunca,

$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \quad (4.3)$$

birimindedir. Burada  $d_1^2$  ve  $d_2^2$  sırasıyla,  $2nT \leq t < (2n+1)T$  ve  $(2n+1)T \leq t < 2(n+1)T$  işaretleşme aralığındaki işaretler arasındaki karesel Öklid uzaklıklarıdır. Ayrıca,

$$d_1^2 = \begin{cases} 1 - \frac{(\sin \Delta\psi_{2n+1} - \sin \Delta\psi_{2n})}{\Delta\psi_{2n+1} - \Delta\psi_{2n}}, & \Delta\psi_{2n+1} \neq \Delta\psi_{2n} \\ 1 - \cos \Delta\psi_{2n}, & \Delta\psi_{2n+1} = \Delta\psi_{2n} \end{cases} \quad (4.4)$$

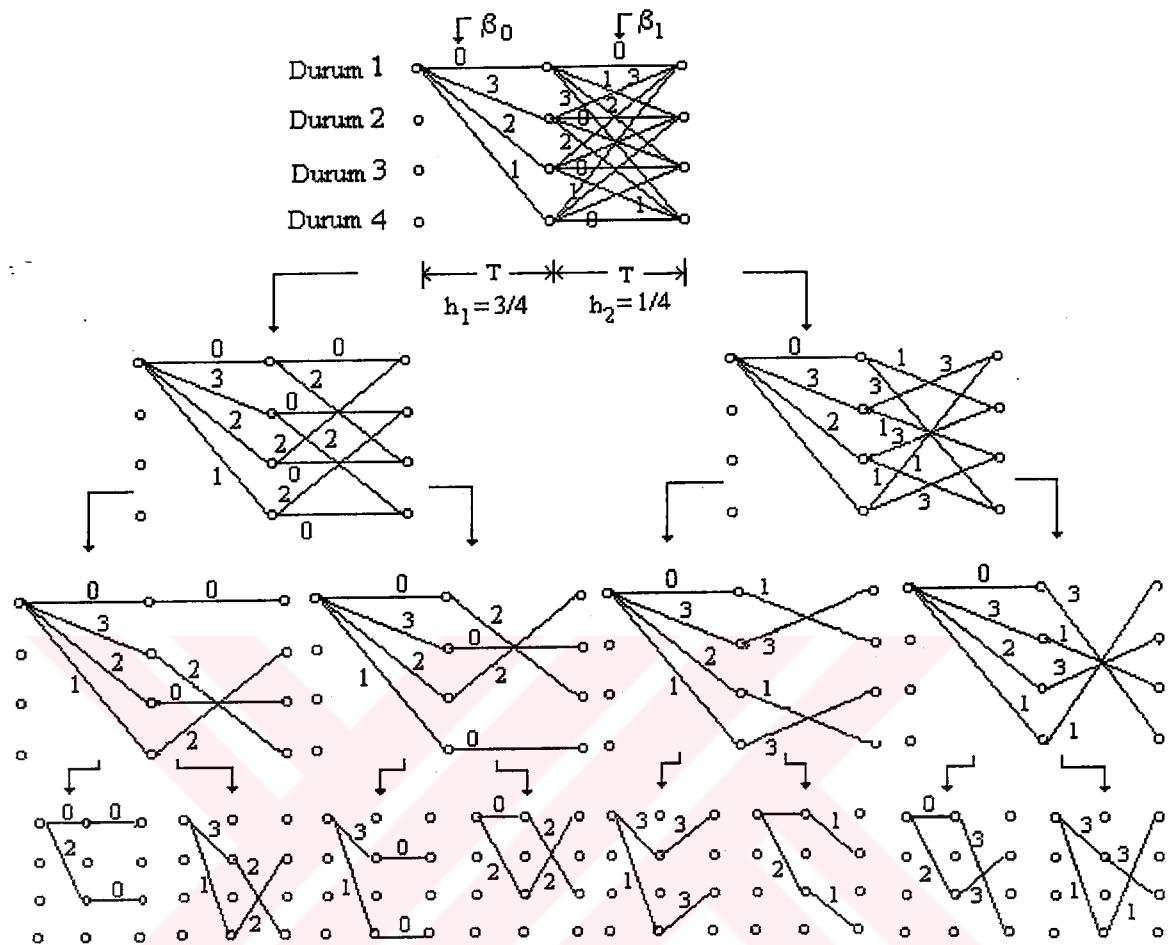
ve,

$$d_2^2 = \begin{cases} 1 - \frac{(\sin \Delta\psi_{2n+2} - \sin \Delta\psi_{2n+1})}{\Delta\psi_{2n+2} - \Delta\psi_{2n+1}}, & \Delta\psi_{2n+2} \neq \Delta\psi_{2n+1} \\ 1 - \cos \Delta\psi_{2n+1}, & \Delta\psi_{2n+2} = \Delta\psi_{2n+1} \end{cases} \quad (4.5)$$

biriminde tanımlanabilir.  $d_1^2$  ve  $d_2^2$ ,  $2E$ 'ye normalleştirilmiştir.

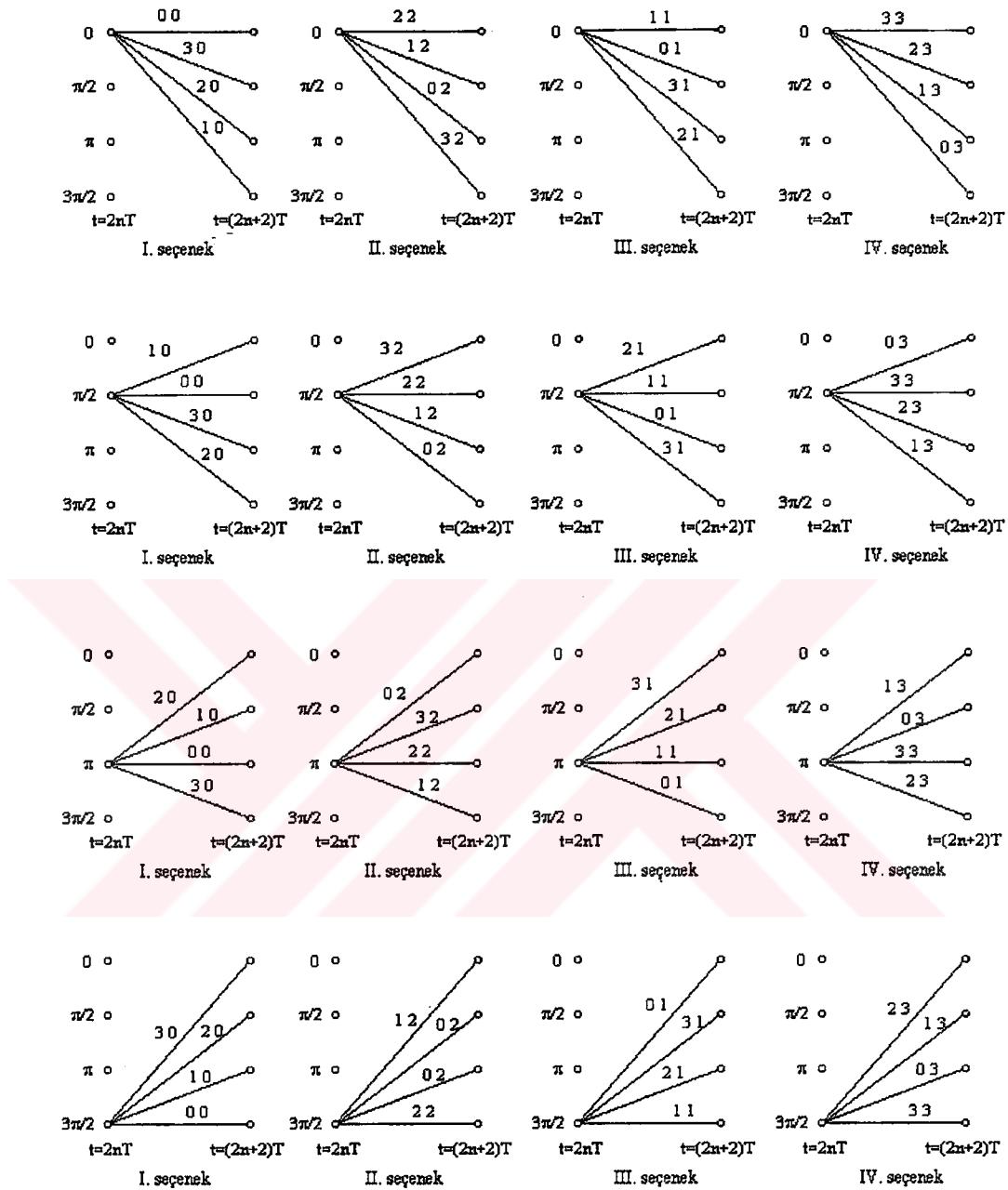
4 düzeyli  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli MHPM kafesindeki sıfır durumundan ayrılan faz yollarına uygulanan küme bölmeye işlemi Şekil 4.3.'de gösterilmiştir. Bu şekilde kafesin dallarına, o dala ilişkin işaretin 4 düzeyli veri simgeleri,  $\beta_{m,0}$  ve  $\beta_{m,1}$  yerleştirilmiştir.

(4.3)-(4.5) eşitlikleri kullanılarak aynı durumdan ayrılan dallara ilişkin tüm işaretlerin birbirlerine olan karesel Öklid uzaklıkları hesaplanabilir. Oluşan uzaklık kümelerindeki en küçük iç uzaklıklar,  $\Delta\psi_{2n+1} = 0$  ve  $\Delta\psi_{2(n+1)} = \pi/2$  farklarına sahip işaretler arasında olusur. İç uzaklıkları artırabilmek için, kafes yapısı 1. düzeyde iki alt kafese bölmelenir. Her iki alt kafeste, işaretlerin birbirlerine olan uzaklıklarının oluşturduğu kümeler aynıdır.  $\Delta\psi_{2n+1} = 0$  ve  $\Delta\psi_{2n+2} = \pi$  faz farkı için iç uzaklık  $d_2^2 = 1$  olduğundan ikinci düzey bölmeye işlemi, iç uzaklışı 1 olan işaret çiftlerinin iki alt kümeye ayrılmasıyla gerçekleşir. En son düzeyde,  $\Delta\psi_{2n+1} = \pi$  ve  $\Delta\psi_{2n+2} = \pi$  faz farkı için işaret çiftleri arasındaki uzaklık  $d_2^2 = 2$  olduğundan her bir alt kume iç uzaklışı 2 olan iki alt kümeye ayrılır. Böylece her bir durumdan çıkan işaret çiftleri 2, 4 ve 8 alt kümeye bölünür. Her bir düzeydeki alt kümelerde sırasıyla iç uzaklıkları



Sekil 4.3  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli çoklu MHPM kafesi- nin 0 faz durumundaki işaretlerine, küme bölmeleme işleminin uygulanışı.

maksimum olan 8, 4 ve 2 işaret çifti vardır. Kafesin diğer üç durumundan çıkan işaret yollarına ilişkin işaret çiftlerine de aynı küme bölmeleme işlemi uygulanır. Benzer yolla, her bir duruma varan faz yolları da alt kümelere bölmelenir. Küme bölmeleme işlemi ile iç uzaklıklarını maksimum olarak belirlenen işaret çifti kümelerinden birleşik kodun serbest Öklid uzaklığını maksimum yapacak olan en iyi işaret çiftleri, 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM kafesine yerleştirilir. Kafesin her durumundan ayrılan ve herbiri bir işaret çiftini taşıyan 4 dalı, 4 farklı durumda sonlanır. Bu kafes yapı, her işaretleşme aralığında aynen yinelenir ve zamanla değişmez. Kafesin durumları, aynı zamanda işaretleşme aralığının başlangıç faz değerleridir.

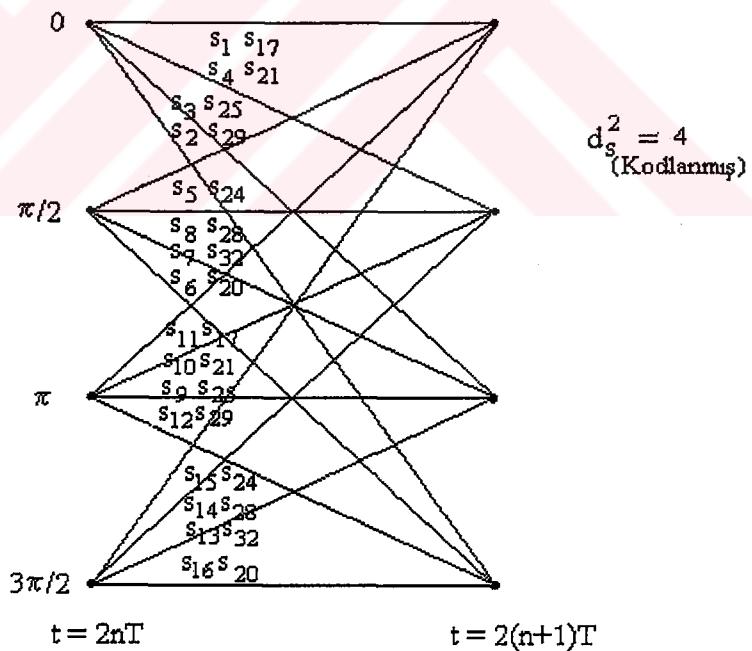


**Sekil 4.4**  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli çoklu MHPM kafesi- nin tüm durumlarının olurlu işaret alt kümeleri.

Bu yapıda tanımlanabilen kodlanmış MHPM kafesler, ele alınan çoklu MHPM kafesinden oluşturulur. Çoklu MHPM kafesinde her durumdan çıkan ve tüm durumlara varan herbiri 4 paralel dal içeren 4 dal grubu vardır. Aynı durumdan ayrılan ve her biri farklı bir paralel dal grubundan seçilen ve dolayısıyla farklı

bir duruma giden 4 elemanlı, 4 alt küme iç uzaklıklarını maksimum olacak biçimde seçilmiştir. Böylece her durum için oluşturulan alt grupların çeşitli birleşimlerinden  $4^4 = 256$  tane farklı kodlanmış kafes tanımlanabilir. Geliştirilen bir kod araştırma programı ile faz sürekliliğini koruyan olurlu 256 tane kafes arasından eniyi olanı seçilmiştir. Şekil 4.4.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli çoklu MHPM kafesinin her durumdan ayrılan dallarına ilişkin işaretlerin alt grupları gösterilmiştir.

Ele alınan örnek için kodlanmamış MHPM kafesinin serbest Öklid uzaklığı  $d_s^2 = 1.29$ , kodlanmış eniyi çoklu MHPM kafesinin serbest Öklid uzaklığı ise  $d_s^2 = 4$ 'dür. Şekil 4.5.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış çoklu MHPM kafes yapısı görülmektedir. Kodlanmış MHPM kafesinde 16 farklı işaret çifti, kodlanmamış çoklu MHPM kafesinde ise 64 farklı işaret çifti bulunur.



Şekil 4.5  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 düzeyli kodlanmış çoklu MHPM kafes yapısı.

Tablo 4.2 Çoklu MHPM işaretlerin durum geçiş ilişkisi ve vektörel ifadeleri.

$S_i S_j$	$V_m$	$U_{m,0}$	$U_{m,1}$	$V_{m+1}$	$Z_{m,0}$	$Z_{m,1}$	$Z_{m,2}$
$S_1 S_{17}$	0	0	0	0*	0	0	0
$S_1 S_{18}$	0	0	1	1	0	1	1
$S_1 S_{19}$	0	0	2	2	0	2	2
$S_1 S_{20}$	0	0	3	3	0	-3	3
$S_2 S_{29}$	0	1	0	3*	0	0	3
$S_2 S_{30}$	0	1	1	0	0	1	0
$S_2 S_{31}$	0	1	2	1	0	2	1
$S_2 S_{32}$	0	1	3	2	0	3	2
$S_3 S_{25}$	0	2	0	2*	0	0	2
$S_3 S_{26}$	0	2	1	3	0	1	3
$S_3 S_{27}$	0	2	2	0	0	2	0
$S_3 S_{28}$	0	2	3	1	0	3	1
$S_4 S_{21}$	0	3	0	1*	0	0	1
$S_4 S_{22}$	0	3	1	2	0	1	2
$S_4 S_{23}$	0	3	2	3	0	2	3
$S_4 S_{24}$	0	3	3	0	0	3	0
$S_5 S_{21}$	1	0	0	1	1	0	1
$S_5 S_{22}$	1	0	1	2	1	1	2
$S_5 S_{23}$	1	0	2	3	1	2	3
$S_5 S_{24}$	1	0	3	0*	1	3	0
$S_6 S_{17}$	1	1	0	0	1	0	0
$S_6 S_{18}$	1	1	1	1	1	1	1
$S_6 S_{19}$	1	1	2	2	1	2	2
$S_6 S_{20}$	1	1	3	3*	1	3	3
$S_7 S_{29}$	1	2	0	3	1	0	3
$S_7 S_{30}$	1	2	1	0	1	1	0
$S_7 S_{31}$	1	2	2	1	1	2	1
$S_7 S_{32}$	1	2	3	2*	1	3	2
$S_8 S_{25}$	1	3	0	2	1	0	2
$S_8 S_{26}$	1	3	1	3	1	1	3
$S_8 S_{27}$	1	3	2	0	1	2	0
$S_8 S_{28}$	1	3	3	1*	1	3	1
$S_9 S_{25}$	2	0	0	2*	2	0	2
$S_9 S_{26}$	2	0	1	3	2	1	3
$S_9 S_{27}$	2	0	2	0	2	2	0
$S_9 S_{28}$	2	0	3	1	2	3	1
$S_{10} S_{21}$	2	1	0	1*	2	0	1
$S_{10} S_{22}$	2	1	1	2	2	1	2
$S_{10} S_{23}$	2	1	2	3	2	2	3
$S_{10} S_{24}$	2	1	3	0	2	3	0
$S_{11} S_{17}$	2	2	0	0*	2	0	0
$S_{11} S_{18}$	2	2	1	1	2	1	1
$S_{11} S_{19}$	2	2	2	2	2	2	2
$S_{11} S_{20}$	2	2	3	3	2	3	3
$S_{12} S_{29}$	2	3	0	3*	2	0	3
$S_{12} S_{30}$	2	3	1	0	2	1	0
$S_{12} S_{31}$	2	3	2	1	2	2	1
$S_{12} S_{32}$	2	3	3	2	2	3	2
$S_{13} S_{29}$	3	0	0	3	3	0	3
$S_{13} S_{30}$	3	0	1	0	3	1	0
$S_{13} S_{31}$	3	0	2	1	3	2	1
$S_{13} S_{32}$	3	0	3	2*	3	3	2
$S_{14} S_{25}$	3	1	0	2	3	0	2
$S_{14} S_{26}$	3	1	1	3	3	1	3
$S_{14} S_{27}$	3	1	2	0	3	2	0
$S_{14} S_{28}$	3	1	3	1*	3	3	1
$S_{15} S_{21}$	3	2	0	1	3	0	1
$S_{15} S_{22}$	3	2	1	2	3	1	2
$S_{15} S_{23}$	3	2	2	3	3	2	3
$S_{15} S_{24}$	3	2	3	0*	3	3	0
$S_{16} S_{17}$	3	3	0	0	3	0	0
$S_{16} S_{18}$	3	3	1	1	3	1	1
$S_{16} S_{19}$	3	3	2	2	3	2	2
$S_{16} S_{20}$	3	3	3	3*	3	3	3

Eniyi kafesi oluşturan bu 16 tane işaret çifti, dışarıdan konulan 2/4 oranlı bir ikili katlamalı kodlayıcı ile seçilir. Böylece, belleksiz modülatörün çıkışındaki olası işaret çiftlerinin sayısı 64'den 16'ya iner. 4/6 oranlı ikili 2-CPE'nin girişleri, 2/4 oranlı bir önkodlayıcının çıkışlarıdır. Belleksiz modülatör, önkodlayıcının çıkış dizisine bağlı olarak kanaldan sadece birleşik kafes üzerindeki 16 işaret çiftini iletebilecektir. 6 bitlik 2-CPE'nin çıkışlarında, olurlu 64 işaret çiftini belirleyen  $2^6 = 64$  ikili 6 bitlik kod sözcüklerinden sadece 16'sı oluşturabilecektir.

Tablo 4.2.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, çoklu MHPM kafesindeki olurlu 64 işaret çifti, herbiri 4 düzeyli  $U_{m,0}, U_{m,1}$  giriş verilerine,  $V_m$  başlangıç durumlarına ve  $V_{m+1}$  varış durumlarına bağlı olarak sıralanmıştır. Aynı tabloda, eşdeğer 2-CPE'nin 4 düzeyli her bir çıkış vektörü  $Z_m = (z_{m,0}, z_{m,1}, z_{m,2})$  olarak ifade edilmek üzere  $z_{m,0} = V_m$ ,  $z_{m,1} = U_m$  ve  $z_{m,2} = V_{m+1}$  'dir. Ayrıca, eniyi kod kafesini oluşturan işaret çiftlerinin vektörel biçimindeki ifadeleri \* ile işaretlenmiştir.

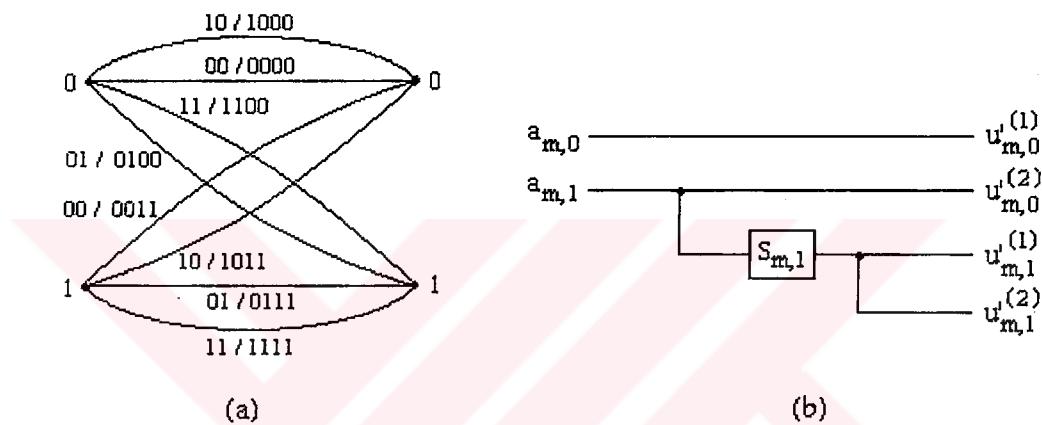
Eşdeğer 4/6 oranlı 2-CPE'nin ikili giriş dizisi  $U'_{m,0}^{(1)}U'_{m,0}^{(2)}U'_{m,1}^{(1)}U'_{m,1}^{(2)}$ , çıkışta aynen  $(z_{m,1}^1, z_{m,1}^2, z_{m,2}^1, z_{m,2}^2)$  olarak gözükmür. Dolayısıyla tasarlanacak olan önkodlayıcının çıkış dizisi  $(z_{m,1}^1, z_{m,1}^2, z_{m,2}^1, z_{m,2}^2)$  'ye eşit olmalıdır. 2/4 oranlı ikili katlamalı kodlayıcı, her  $2T$  işaretleşme aralığında her bir ikili giriş dizisi  $a_{m,0}a_{m,1}$  için çıkışında,  $U'_{m,0}^{(1)}U'_{m,0}^{(2)}U'_{m,1}^{(1)}U'_{m,1}^{(2)}$  ikili dizisini üretir.

Tablo 4.3 Önkodlayıcının durum geçiş tablosu.

$a_{m,0} a_{m,1}$	$s_{m,1}$	$u_{m,0}^{(1)} u_{m,0}^{(2)} u_{m,1}^{(1)} u_{m,1}^{(2)}$	$s_{m,1}'$
0 0	0	0 0 0 0	0
0 1	0	0 1 0 0	1
1 0	0	1 0 0 0	0
1 1	0	1 1 0 0	1
0 0	1	0 0 1 1	0
0 1	1	0 1 1 1	1
1 0	1	1 0 1 1	0
1 1	1	1 1 1 1	1

Tablo 4.3.'de önkodlayıcının 2 bitlik giriş verilerine bağlı olarak durum geçişleri ve çıkış kod sözcükleri sıralanmıştır. Bu tabloda  $S_{m,1}$  bellek içeriğidir. Tablo 4.3.'den yararlanarak giriş ve bellek değerleri ile kod sözcükleri arasındaki ilişki şu şekilde belirlenmiştir:

$$\begin{aligned} U'_{m,0}^{(1)} &= a_{m,0}, \quad U'_{m,0}^{(2)} = a_{m,1} \\ U'_{m,1}^{(1)} &= S_{m,1}, \quad U'_{m,1}^{(2)} = S_{m,1}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

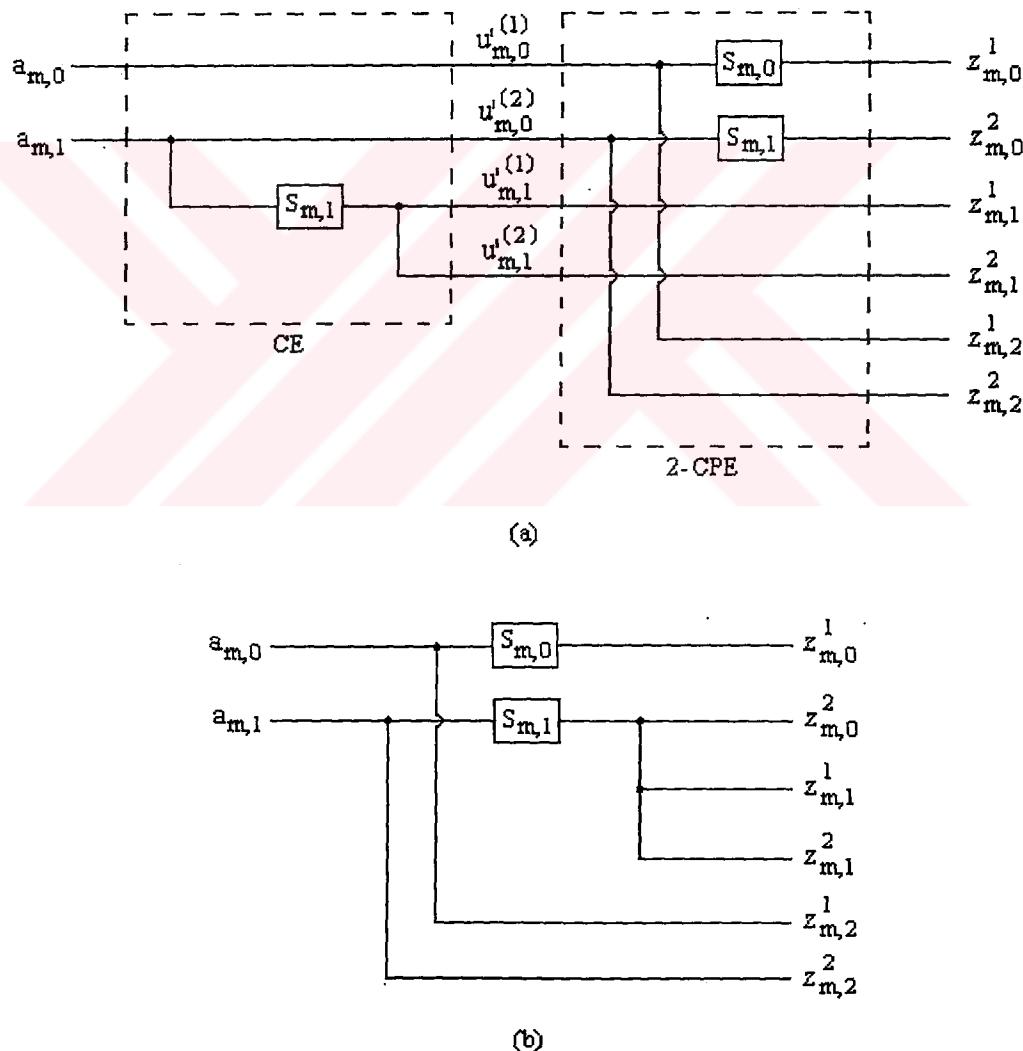


Şekil 4.6 (a) Katlamalı önkodlayıcının kafes yapısı,(b) Blok diyagramı.

Tablo 4.4 Kodlanmış çoklu MHPM kafesinin durum geçiş tablosu.

$a_{m,0}$	$a_{m,1}$	$S_{m,0} S_{m,1}$	$z_{m,0}^1 z_{m,0}^2 z_{m,1}^1 z_{m,1}^2 z_{m,2}^1 z_{m,2}^2$	$S_{m,0}' S_{m,1}'$
0 0	0 0		0 0 0 0 0 0	0 0
0 1	0 0		0 0 0 0 0 1	0 1
1 0	0 0		0 0 0 0 1 0	1 0
1 1	0 0		0 0 0 0 1 1	1 1
0 0	0 1		0 1 1 1 0 0	0 0
0 1	0 1		0 1 1 1 0 1	0 1
1 0	0 1		0 1 1 1 1 0	1 0
1 1	0 1		0 1 1 1 1 1	1 1
0 0	1 0		1 0 0 0 0 0	0 0
0 1	1 0		1 0 0 0 0 1	0 1
1 0	1 0		1 0 0 0 1 0	1 0
1 1	1 0		1 0 0 0 1 1	1 1
0 0	1 1		1 1 1 1 0 0	0 0
0 1	1 1		1 1 1 1 0 1	0 1
1 0	1 1		1 1 1 1 1 0	1 0
1 1	1 1		1 1 1 1 1 1	1 1

Şekil 4.6.'da katlamalı önkodlayıcının kafes yapısı ve blok diyagramı görülmektedir. Önkodlayıcı ile 2-CPE eşdeğer tek bir katlamalı kodlayıcıya indirgenildiğinden her  $2T$  süreli işaretleşme aralığı boyunca  $a_{m,0}a_{m,1}$  ikili giriş dizileri 6 bitlik ( $z_{m,0}^1, z_{m,0}^2, z_{m,1}^1, z_{m,1}^2, z_{m,2}^1, z_{m,2}^2$ ) çıkış kodsözcüklerini üretir. Tablo 4.4.'de birleşik kafesin durum geçişleri ve kodsözcükleri sıralanmıştır. Bu tablodan yararlanarak, giriş ve bellek değerleri ile çıkış kodsözcükleri arasındaki ilişki;



Şekil 4.7 (a) CE ve 2CPE'nin birleşik kodlayıcısı. (b) CE ve 2CPE'nin kodlayıcısının blok diyagramı.

$$\begin{aligned}
 z_{m,0}^{(1)} &= S_{m,0}, & z_{m,0}^{(2)} &= S_{m,1} \\
 z_{m,1}^{(1)} &= S_{m,1}, & z_{m,1}^{(2)} &= S_{m,1} \\
 z_{m,2}^{(1)} &= a_{m,0}, & z_{m,2}^{(2)} &= a_{m,1}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

biçiminde elde edilmiştir.

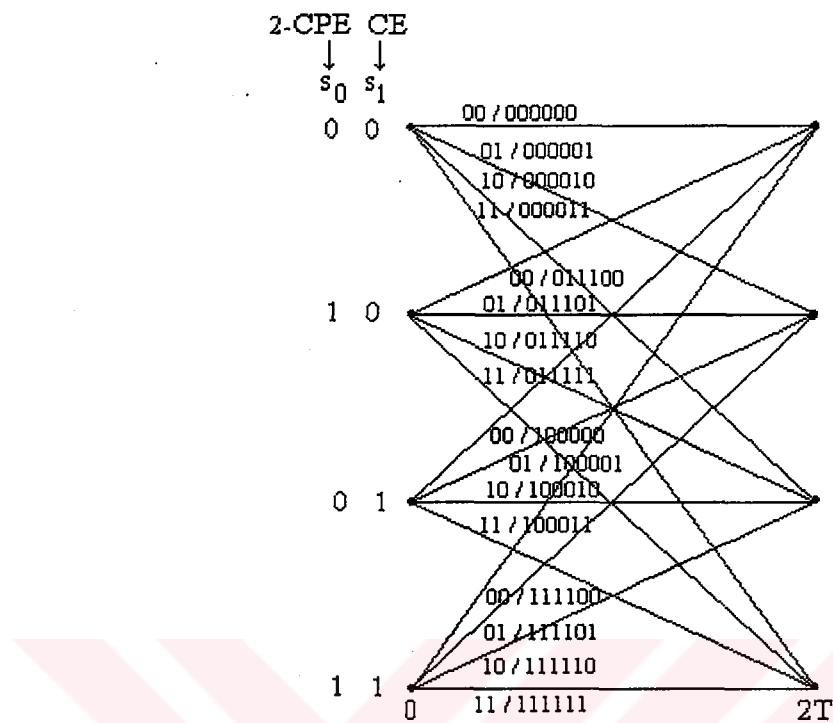
Birleştirilmiş ve eşdeğer olan kodlayıcıların blok diyagramları Şekil 4.7.'de görülmektedir.  $t = mT$  anında 2-CPE 'nin  $S_{m,1}$  bellek değeri ile önkodlayıcının bellek değeri aynı olduğundan eşdeğer kodlayıcı kafesindeki durum sayısı 2-CPE kafesindeki durum sayısına eşittir. Ele alınan sistemin eşdeğer kodlayıcısının üreteç matrisi ( $G$ ), (4.7) den yararlanarak,

$$G = \begin{bmatrix} 01 & 00 & 00 & 00 & 10 & 00 \\ 00 & 01 & 01 & 01 & 00 & 10 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

biçiminde elde edilmiştir.

Şekil 4.8.'de kodlanmış 4 durumlu 4 düzeyli çoklu MHPM yapısının eşdeğer kod kafesi gösterilmiştir. Bu kafes yapıda,  $S_{m,1}$  önkodlayıcının durumunu,  $S_{m,0}$  2-CPE 'nin durumlarını göstermektedir. Kafes diyagramında, her dal üzerindeki iki giriş veri bitine karşı düşen 6 bitlik kodlanmış çıkış dizisine modülatör, bir kanal işaret çifti eşler. Böylece kanaldan, iki giriş veri bitine karşılık iki kanal işaretin iletilir.

Ceşitli modülasyon indis kümeleri için kod araştırma sonuçları Tablo 4.5.'de sunulmuştur. Bu tabloda, ele alınan modülasyon indis kümelerine ilişkin 4 durumlu kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının sırasıyla  $(d_s^2(1))$ ,  $(d_s^2(2))$  ile gösterilen karesel serbest Öklid uzaklıklarını, modülasyon indis kümelerinin ortalaması değerlerini  $(h_{ort})$  kullanan CPFSK yapılarının karesel serbest Öklid uzaklıklarını  $(d_s^2(3))$  verilmektedir. Yine bu tabloda, 4 durumlu kodlanmış MHPM yapılarının kodlanmamış



Şekil 4.8  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, kodlanmış çoklu MHPM yapısının kafes diyagramı.

Tablo 4.5 Kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin, aynı modülasyon indis kümeli kodlanmamış MHPM'ye ve  $h_{ort}$  kullanan CPFSK'ya göre kodlama kazançları.

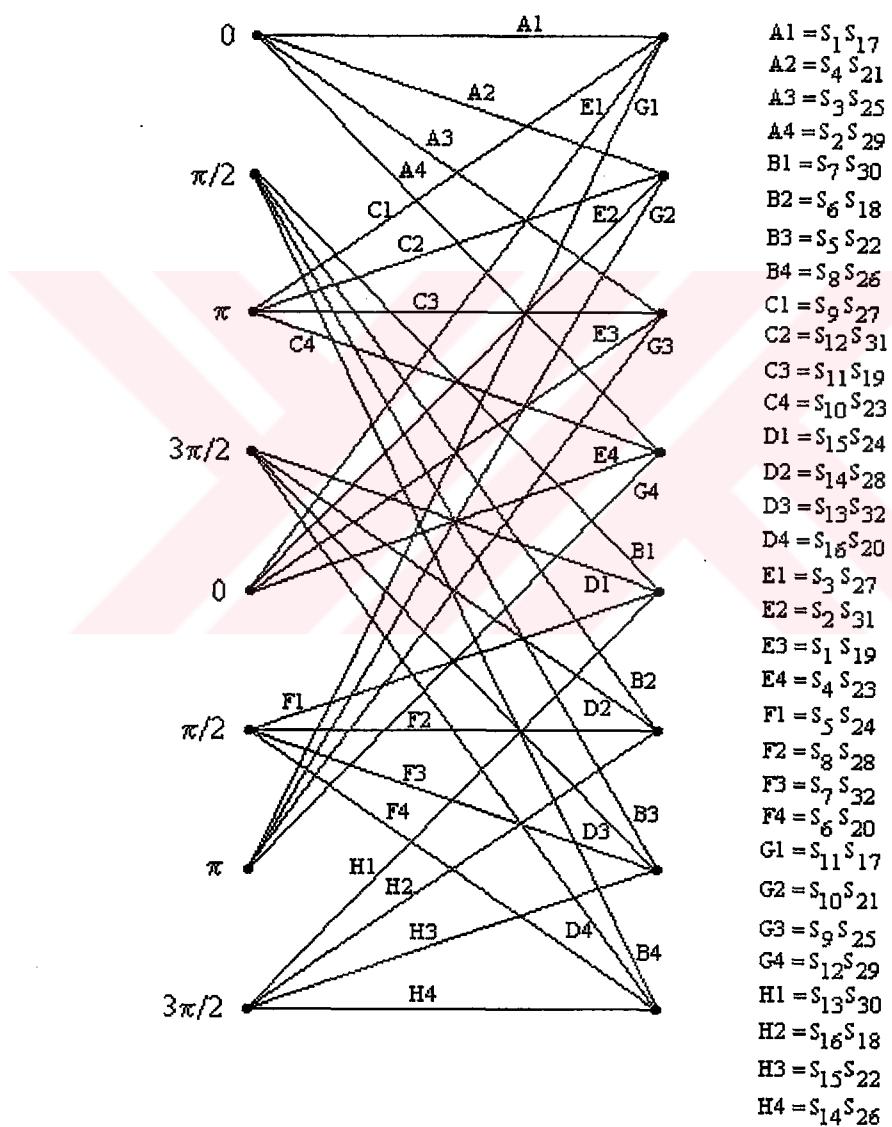
$H_2$	$ds^2(1)$	G	$ds^2(2)$	ACG1	$h_{ort}$	$ds^2(3)$	ACG 2
$2/4, 1/4$	1.00	102020 013202	3.94	2.94	$3/8$	1.40	1.48
$3/4, 1/4$	1.29	100020 011102	4.00	1.90	$4/8$	1.00	3.00
$2/4, 3/4$	1.00	102020 013202	3.94	2.94	$5/8$	1.75	0.52
$1/4, 5/4$	1.24	101020 011102	3.24	1.17	$6/8$	1.86	-0.6
$2/4, 5/4$	1.00	102020 013202	3.53	2.47	$7/8$	2.09	-0.7
$3/4, 5/4$	1.80	100020 011102	3.97	0.42	$8/8$	1.00	3.00

MHPM yapılara göre (ACG1) ve CPFSK yapılarına göre (ACG2) asimtotik kodlama kazançları, eşdeğer birleşik kodlayıcıların oktal biçimdeki üreteç matrisi ( $G$ ) ile birlikte sunulmuştur. Tablo 4.5.'den görüldüğü üzere,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli kodlanmış çoklu MHPM yapısı, kodlanmamış aynı modülasyon indis kümeli MHPM'ye göre 1.9 dB'lik asimtotik kodlama kazancına sahiptir. Ayrıca, aynı kodlanmış çoklu MHPM yapı, modülasyon indisini ( $h_{ort} = 1/2$ ) olan CPFSK'ya göre 3 dB'lik bir asimtotik kodlama kazancı sağlamaktadır.

#### **4.1.2. 8 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları**

2 ardışıl 4 düzeyli çoklu MHPM işaretlerin oluşturduğu 64 elemanlı küme, 4 durumlu, her durumdan her duruma 4 paralel geçiş içeren bir kafesle gösterilmektedir.  $d_s^2$ 'yi artırmak üzere bu kafes, 8 durumlu,  $2/4$  oranlı bir önkodlayıcı kullanılarak 32 elemanlı bir kümeye indirgenebilir. Bu durumda önkodlayıcının yapısı uygun seçilmezse birleşik kafesin durum sayısı  $8 \times 4 = 32$ 'ye çıkabilecektir. Bu tasarımda birleşik kafesin durum sayısını 8 yapmayı amaçladığımızdan önkodlayıcının üç bellek elemanından ikisinin 2-CPE'nin 2 belleği ile aynı değerleri olmasını sağlamalıyız. 8 durumlu birleşik kafes yapısında her durumdan çıkan ve farklı 4 duruma varan dallardan herbiri, bir işaret çiftini taşımaktadır. En uygun işaret çiftleri, kafesin serbest Öklid uzaklığını maksimum yapacak biçimde, küme bölmeleme yöntemiyle belirlenerek birleşik kafes üzerine yerleştirilmiştir. 8 durumlu birleşik kod kafesinde, 4 durumlu kafesin faz durumları ikişer kez göründüğünden, tasarlanabilecek birleşik kod kafeslerinin sayısı, 4 durumlu çoklu MHPM kafesinden oluşturulan alt grupların  $4^4 \cdot 4^4$  farklı birleşimine eşittir. Bu olurlu kafes yapıları arasından  $d_s^2$ 'yi maksimum yapan birleşik kod kafesi, geliştirilen bir bilgisayar kod araştırma programı yardımıyla belirlenmiştir.

Şekil 4.9.'da  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli çoklu MHPM 'nin 8 durumlu eniyi birleşik kod kafesi gösterilmiştir. Şekil 4.9.'daki 8 durumlu birleşik kod kafesinde yer alan işaretlere karşı düşen ve Tablo 4.2.'de sunulan  $Z_m$  vektörlerinin  $z_{m,1}^1 z_{m,1}^2, z_{m,2}^1 z_{m,2}^2$  bileşenleri önkodlayıcının çıkış kodsözcükleri olmalıdır. İkili katlamalı önkodlayıcı, iki bitlik giriş verilerini, dört bit olarak kodlar. Tablo 4.6.'da önkodlayıcının ikili giriş verilerine bağlı olarak, durum geçişleri ve kodsözcükleri verilmiştir.



Şekil 4.9  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 8 durumlu eniyi kodlanmış çoklu MHPM yapısının kafes diyagramı.

Tablo 4.6.'dan yararlanarak, giriş ve bellek değerleri ile çıkış kodsözcükleri arasındaki ilişki ,

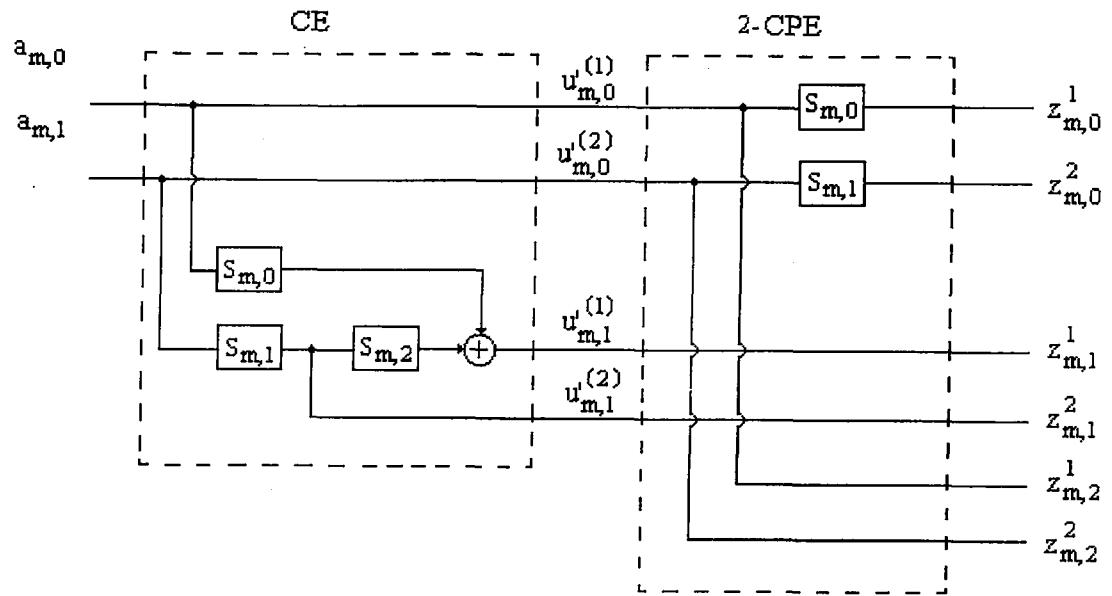
$$\begin{aligned} U'_{m,0}^{(1)} &= a_{m,0}, \quad U'_{m,0}^{(2)} = a_{m,1} \\ U'_{m,1}^{(1)} &= S_{m,0} + S_{m,1}, \quad U'_{m,1}^{(2)} = S_{m,2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

biçiminde elde edilmiştir.

Bu basit mantıksal ilişkileri kullanarak tasarlanan ön kodlayıcı ile 2-CPE'nin art arda birleştirilmiş blok diyagramı Şekil 4.10'da gösterilmiştir.

Tablo 4.6 Önkodlayıcının ikili durum geçiş dizileri.

$a_{m,0}$ $a_{m,1}$	$S_{m,0}$ $S_{m,1}$ $S_{m,2}$	$u'_{m,0}^{(1)}$ $u'_{m,0}^{(2)}$ $u'_{m,1}^{(1)}$ $u'_{m,1}^{(2)}$	$S'_{m,0}$ $S'_{m,1}$ $S'_{m,2}$
0 0	0 0 0	0 0 0 0	0 0 0
0 1	0 0 0	0 1 0 0	0 0 1
1 0	0 0 0	1 0 0 0	0 1 0
1 1	0 0 0	1 1 0 0	0 1 1
0 0	0 0 1	0 0 0 1	1 0 0
0 1	0 0 1	0 1 0 1	1 0 1
1 0	0 0 1	1 0 0 1	1 1 0
1 1	0 0 1	1 1 0 1	1 1 1
0 0	0 1 0	0 0 1 0	0 0 0
0 1	0 1 0	0 1 1 0	0 0 1
1 0	0 1 0	1 0 1 0	0 1 0
1 1	0 1 0	1 1 1 0	0 1 1
0 0	0 1 1	0 0 1 1	1 0 0
0 1	0 1 1	0 1 1 1	1 0 1
1 0	0 1 1	1 0 1 1	1 1 0
1 1	0 1 1	1 1 1 1	1 1 1
0 0	1 0 0	0 0 1 0	0 0 0
0 1	1 0 0	0 1 1 0	0 0 1
1 0	1 0 0	1 0 1 0	0 1 0
1 1	1 0 0	1 1 1 0	0 1 1
0 0	1 0 1	0 0 1 1	1 0 0
0 1	1 0 1	0 1 1 1	1 0 1
1 0	1 0 1	1 0 1 1	1 1 0
1 1	1 0 1	1 1 1 1	1 1 1
0 0	1 1 0	0 0 0 0	0 0 0
0 1	1 1 0	0 1 0 0	0 0 1
1 0	1 1 0	1 0 0 0	0 1 0
1 1	1 1 0	1 1 0 0	0 1 1
0 0	1 1 1	0 0 0 1	1 0 0
0 1	1 1 1	0 1 0 1	1 0 1
1 0	1 1 1	1 0 0 1	1 1 0
1 1	1 1 1	1 1 0 1	1 1 1



Şekil 4.10 Ön kodlayıcı ile art arda birleştirilmiş olan 2-CPE'nin blok diyagramı.

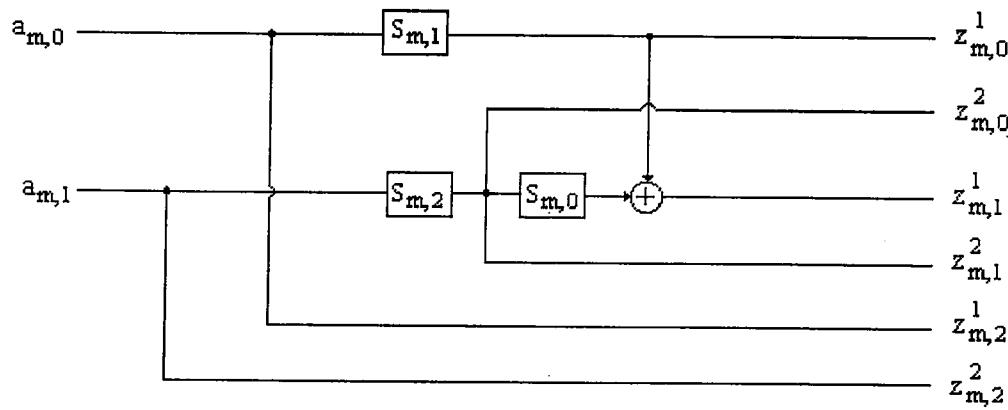
Katlamalı önkodlayıcı ile 2-CPE, eşdeğer 2/6 oranlı tek bir ikili katlamalı kodlayıcıya indirgenmiştir. Birleşik kodlayıcının bellek elemanı sayısı 3 olup, önkodlayıcının 3 bellek elemanından ikisinin içeriği, 2-CPE'nin bellek elemanları ile aynı değerleri almaktadır.

Eşdeğer kodlayıcının üreteç işlevi ( $G$ ), (4.9) yardımıyla:

$$G = \begin{bmatrix} 010 & 000 & 010 & 000 & 100 & 000 \\ 000 & 010 & 001 & 010 & 000 & 100 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

birimde elde edilmiştir. Şekil 4.11.'de eşdeğer kodlayıcının blok diyagramı görülmektedir.

Tablo 4.7.'de iki farklı modülasyon indisini kullanan çeşitli modülasyon indis kümeleri için 8 durumlu kodlanmış çoklu MHPM yapılarının, kodlanmamış MHPM'ye (ACG1) ve ( $h_{ort}$ ) modülasyon indisine sahip CPFSK'ya (ACG2) göre asimtotik kodlama kazançları ve önkodlayıcı ile birleştirilmiş olan eşdeğer kodun



Şekil 4.11  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli çoklu MHPM'nin eniyi 8 durumlu eşdeğer kodunun blok diyagramı.

üreteç matrisi ( $G$ ) oktal biçimde verilmiştir. Tablo 4.7.'den görüldüğü üzere,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli kodlanmış çoklu MHPM yapısı, kodlanmamış MHPM'ye göre 2.87 dB,  $h_{ort} = 1/2$  modülasyon indisli CPFSK'ya, göre ise 3.97 dB'lik asimtotik kazancı sağlamaktadır. Ayrıca Tablo 4.7.'deki 8 durumlu kodlanmış MHPM'nin ACG1 ve ACG2 kazançları, Tablo 4.5.'deki 4 durumlu kodlanmış MHPM'ninkilere göre daha yüksektir.

Tablo 4.7 8 durumlu kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin aynı modülasyon indis kümeli kodlanmamış MHPM'ye ve  $h_{ort}$  kullanan CPFSK 'ya göre kodlama kazançları.

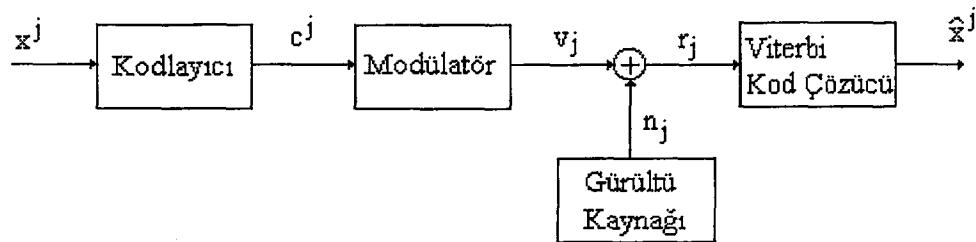
$H_2$	$ds^2(1)$	$G$	$ds^2(2)$	ACG1	$h_{ort}$	$ds^2(3)$	ACG2
$2/4, 1/4$	1.00	102120 010302	4.00	3.00	$3/8$	1.40	1.55
$3/4, 1/4$	1.29	202040 021204	5.00	2.87	$4/8$	1.00	3.97
$2/4, 3/4$	1.00	102120 010302	4.73	3.73	$5/8$	1.75	1.31
$1/4, 5/4$	1.24	202040 020104	4.47	2.59	$6/8$	1.86	0.80
$2/4, 5/4$	1.00	102120 010302	4.77	3.80	$7/8$	2.09	0.58
$3/4, 5/4$	1.80	202040 021204	5.60	1.92	$8/8$	1.00	4.47

## 4.2. Çoklu MHPM Kafes Kodlarının Hata Başarım Analizi

AWGN kanallardan iletimi gerçekleştiren CPM sistemlerin alıcılarında en büyük benzerlikli kod çözme amacıyla Viterbi Algoritması'ndan (VA) yararlanılabilir (Forney, 1973).  $j$ . simge aralığında temel olarak VA, her durum için, şimdiki işaretleşme aralığına kadar olan en uygun veri dizilerini sakladığından, sonsuz uzun veri simgelerine gerek vardır. Bu işlem sonsuz uzun gecikmeler doğurduğundan, her bir durum için  $N_T$  uzunluklu dizilerin değerlendirilmesiyle yetinilmektedir. İletilen işaret dizisi,  $\mathbf{v} = (\dots, \mathbf{v}_{-1}, \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_j, \dots)$  ve Viterbi sezicinin çıkışındaki dizi,  $\hat{\mathbf{v}} = (\dots, \hat{\mathbf{v}}_{-1}, \hat{\mathbf{v}}_0, \hat{\mathbf{v}}_1, \dots, \hat{\mathbf{v}}_j, \dots)$  olmak üzere,

$$P_s = P(\mathbf{v}_j \neq \hat{\mathbf{v}}_j), \quad \forall j \quad (4.11)$$

$P_s$  simge hata olasılığını gösterir. Burada  $\mathbf{v}_j$ ,  $j$ . aralıkta iletilen işaretin vektördür. Bir hata olayı, alıcının, karar verme işlemi sırasında kafes üzerinde iletilen işaret yolundan sapmasıyla başlar. Alıcının karar verdiği yol ile iletilen işaret yolu birleşmesiyle sona erer. Alıcının karar verdiği dizi içindeki hatalı bitlerin sayısının iletilen veri bitlerinin sayısına oranı, bit hata olasılığını verir. Kodlanmış çoklu MHPM yapılarının doğrusal olmamaları nedeniyle, doğru bir işaret dizisiyle hatalı bir işaret dizisi arasındaki uzaklık doğru diziye bağlıdır. Diğer bir deyişle, doğrusal kodlardaki gibi tüm sıfır dizisi doğru dizi kabul edilerek kodun uzaklık özelliklerini ortaya çıkarılamamaktadır. Genel olarak,  $p$  durumlu kafesin durum diyagramından tüm olurlu doğru dizilerle tüm olurlu hatalı dizileri karşılaştırabilmek için her durum çiftini bir durum varsayan  $p^2$  durumlu bir işaret çizgesi elde edilmektedir. Ancak durum sayısının  $p^2$  ile artması bu yöntemin kullanılabilirliğini kısıtlamaktadır. Bu nedenle Zehavi et al (1987)'nin yaklaşımı, hata ve bit hata olasılıklarına ilişkin üst sınırların hesabını  $p$  durumlu çizgelere dayandırması açısından daha pratiktir. Şimdi bu yöntemi ele alalım. Genel olarak, kodlamalı bir modülasyon sistemi Şekil 4.12.'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 4.12 Genel bir haberleşme sistem modeli.

Bir  $k/m$  oranlı katlamalı kodlayıcı  $j$ . işaretleşme aralığında ikili  $\mathbf{X}^j = (X_1^j, X_2^j, \dots, X_k^j)$  girişlerine karşı ikili  $\mathbf{C}^j = (C_1^j, C_2^j, \dots, C_m^j)$  çıkışları üretir. Kodlayıcının  $j$  anındaki  $\mathbf{C}^j$  çıkışı modülatörde  $2^m$  kanal işaretinden biri olan  $\mathbf{v}_j$  işaretine eşlenir. Eşleme işlemi,

$$\mathbf{v}_j = M(\mathbf{C}^j) \quad (4.12)$$

biçiminde gösterilsin. Kanal çıkışında, gürültülü  $\{\mathbf{r}_j\}$  dizisi oluşur. Burada,

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{v}_j + \mathbf{n}_j \quad (4.13)$$

olup,  $\mathbf{n}_j$ , sıfır ortalamalı,  $N_0/2$  değişintili istatistiksel bağımsız rastlantı değişkenleridir.  $\{\mathbf{r}_j\}$ 'den iletilen  $\mathbf{X} = (\mathbf{X}^1, \mathbf{X}^2, \dots, \mathbf{X}^j, \dots)$  dizisine en büyük benzerlikli diziyi belirlemek için Viterbi kodçözücü (VA) kullanılır. Aktarım işlevi  $T(W, I)$ , kodun durum diyagramından çıkarılır ve kodun hata ağırlık dağılımı, hata uzunluğu, hatalı veri bit sayısı gibi özelliklerinin tümünü kapalı bir biçimde içerir. Kodçözücünün hatalı karar verdiği  $m$  uzunluklu dizi  $\mathbf{E}^p$  olsun.  $\mathbf{E}^p$ 'ye göre kodlayıcı çıkışı  $\mathbf{C}^p$ 'nin karesel Öklid hata ağırlığı,  $d^2(\mathbf{C}^p, \mathbf{E}^p)$  şöyle verilebilir:

$$d^2(\mathbf{C}^p, \mathbf{E}^p) = \| M(\mathbf{C}^p) - M(\mathbf{C}^p \oplus \mathbf{E}^p) \|^2 \quad (4.14)$$

burada  $\| \cdot \|^2$ , karesel Öklid uzaklığını ve  $M(\mathbf{C}^p)$ ,  $\mathbf{C}^p$  kodsözcüğüne eşlenen kanal işaretini,  $M(\mathbf{C}^p \oplus \mathbf{E}^p)$  doğru ve hatalı olan kodsözcüklerinin ikili toplamına eşit olan kodsözcüğüne eşlenen kanal işaretini gösterir. (4.14) yardımıyla olası tüm  $\mathbf{E}^p$  değerlerine göre tüm kanal işaretlerinin karesel Öklid uzaklıklarını belirlenir.  $B_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, p$ )  $i$ . durumdan ayrılan kanal simgelerinin kümesi olsun.  $\mathbf{E}^p$  hata vektörüne göre  $B_i$  kümelerinin ağırlık profili  $F(B_i, \mathbf{E}^p, W)$ ,

$$F(B_i, \mathbf{E}^p, W) = \sum c_{d^2} W^{d^2} \quad (4.15)$$

biçiminde tanımlanır. Burada  $c_{d^2}$ ,  $\mathbf{E}^p$  hata dizisi için  $d^2$  karesel Öklid hata ağırlığına sahip kanal işaretlerinin sayısı olup karesel Öklid hata ağırlıklarının  $W^{d^2}$  olası tüm değerleri boyunca ortalaması alınarak hesaplanır. Eğer,

$$F(B_1, \mathbf{E}^p, W) = F(B_2, \mathbf{E}^p, W) = \dots = F(B_p, \mathbf{E}^p, W) \quad (4.16)$$

koşulu sağlanıyorsa, hata ağırlık profilleri, hata olaylarının başlangıç durumundan bağımsızdır ve hata olaylarının kafesin, ilk durumundan başladığı ve ilk durumda bittiği varsayılabılır. Buna göre, hata durum diyagramı  $p^2$  yerine  $p$  durumlu olacaktır. Bu hata diyagramının aktarım işlevi;

$$T(W, I) = \sum c_{d^2, i} I^i W^{d^2} \quad (4.17)$$

biçiminde tanımlanır. Burada  $c_{d^2, i}$ , karesel Öklid hata ağırlığı  $d^2$  ve veri biti hataları  $i$  olan hata olaylarının sayısını gösterir. Kodun bit hata olasılığı da,

$$P_b \leq \frac{1}{2} Q \left( \sqrt{\frac{d_s^2 E_b}{N_0}} \right) \exp \left( \frac{d_s^2 E_b}{2N_0} \right) \left. \frac{\partial T(W, I)}{\partial I} \right|_{I=1, W=\exp(-E_b/2N_0)} \quad (4.18)$$

bağıntısıyla üstten sınırlıdır.

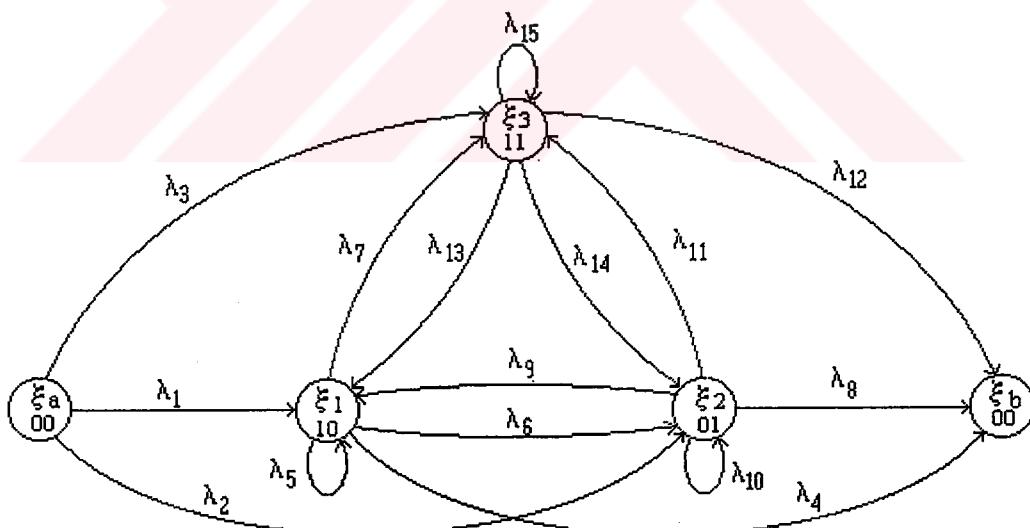
#### 4.2.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıların Hata Üst Sınırları

Bu çalışmada, Tablo 4.5.'de verilen çeşitli modülasyon indis kümeleri için çoklu MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri yukarıda açıklanan yolla elde edilmiştir. Birleşik kod kafesinin her dalındaki, iki bitlik giriş verisine ilişkin 6 bit uzunluklu kod sözcükleri, art arda iki işaretten oluşan kanal işaretlerine eşlenirler. Kanal simgeleri, kodlanmış faz kafesinde aynı durumdan ayrılan dallara ait işaret çiftleri bir küme oluşturacak biçimde 4 alt kümeye ayrılr. Olası tüm  $\mathbf{E}^p$  vekörlerine göre tüm alt kümelerdeki kanal işaretlerinin karesel Öklid hata ağırlıkları,

(4.14) eşitliği kullanılarak hesaplanır. Olası her bir  $\mathbf{E}^p$  hata dizisi için ağırlık profilleri, işaretlerin vektörel ifadeleri kullanılarak bilgisayar yardımıyla hesaplanmıştır.

Şekil 4.13.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış 4 durumlu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin hata durum diyagramı gösterilmiştir. Bu şekilde, tüm sıfır durumundan çıkış  $\xi_a$  ve sıfır durumuna varış  $\xi_b$  olacak biçimde diğer durumlar,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  durum değişkenleriyle ve durum geçişleri,  $\lambda_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 15$ )'lerle etiketlenmiştir.  $\lambda_i$ 'ler, Zehavi et al (1987)'nin yaklaşımı kullanılarak,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış çoklu MHPM yapılarının birleşik kod kafesindeki işaret kümelerinden ve Tablo 4.4.'den elde edilebilir.

Ele alınan 4 durumlu kodlanmış MHPM sistemi için Şekil 4.13.'de gösterilen hata durum diyagramındaki durum geçişleri,



Şekil 4.13  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış 4 durumlu 4 düzeyli çoklu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin hata durum diyagramı.

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= 1/2(W^{1.93} + W^{2.21}).I, \\
\lambda_2 &= W^3.I, \\
\lambda_3 &= W^{2.21}.I^2, \\
\lambda_4 &= W^{2.21}, \\
\lambda_5 &= 1/4(W^{1.86} + W^{2.43} + W^{1.58} + W^{2.14}).I, \\
\lambda_6 &= 1/2(W^4 + W^{3.15}).I, \\
\lambda_7 &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_8 &= W^1, \\
\lambda_9 &= W^{1.78}.I, \\
\lambda_{10} &= W^4.I, \\
\lambda_{11} &= 1/2(W^{2.07} + W^{1.78}).I^2, \\
\lambda_{12} &= 1/2(W^{2.43} + W^2), \\
\lambda_{13} &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.58}).I, \\
\lambda_{14} &= W^{1.78}.I, \\
\lambda_{15} &= 1/4(W^{2.14} + W^{1.58} + W^{2.43} + W^{1.86}).I^2
\end{aligned} \tag{4.19}$$

biçiminde etiketlenmiştir. Hata durum diyagramının durum denklemleri ise,

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= \lambda_1 + \xi_1\lambda_5 + \xi_2\lambda_9 + \xi_3\lambda_{13} \\
\xi_2 &= \lambda_2 + \xi_1\lambda_6 + \xi_2\lambda_{10} + \xi_3\lambda_{14} \\
\xi_3 &= \lambda_3 + \xi_1\lambda_7 + \xi_2\lambda_{11} + \xi_3\lambda_{15}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

biçiminde tanımlanır. Kodun aktarım işlevi de,

$$T(W, I) = \xi_1\lambda_4 + \xi_2\lambda_8 + \xi_3\lambda_{12} \tag{4.21}$$

biçimindedir. Burada,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  değerleri,

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda_5 & -\lambda_9 & -\lambda_{13} \\ -\lambda_6 & 1 - \lambda_{10} & -\lambda_{14} \\ -\lambda_7 & -\lambda_{11} & 1 - \lambda_{15} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

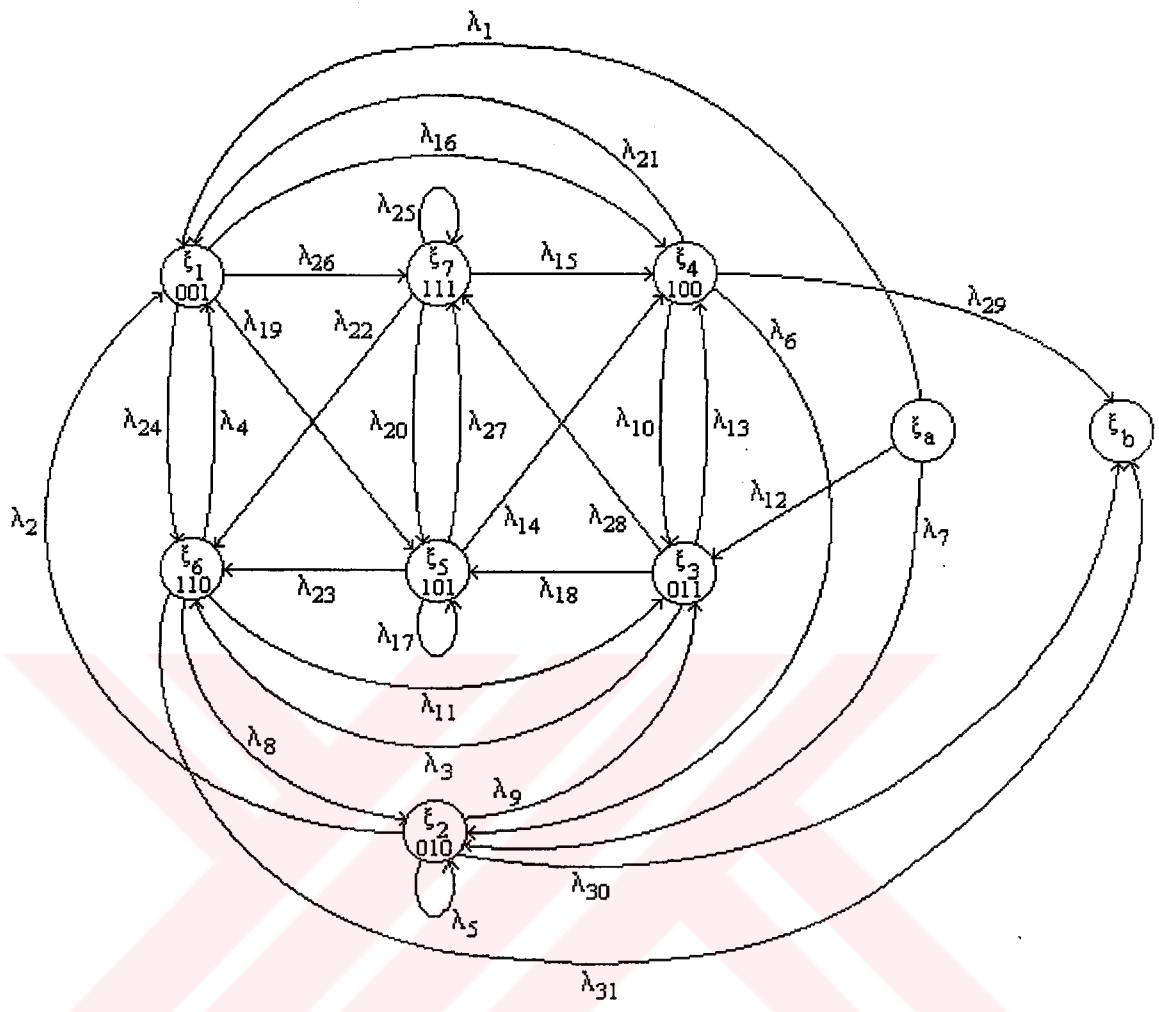
matris denklemlerinin çözümünden elde edilmiştir.

Tasarlanan her 4 durumlu kodlanmış MHPM sisteminin aktarım işlevi hesaplanarak, Gauss gürültülü kanallar için bit hata olasılığı üst sınırı, (4.17)'den elde edilmiştir. Kodlanmış MHPM yapıda bit enerjisi  $E_b$ , simge enerjisi  $E_s$ 'e eşit olup  $d_s^2, 2E_s$ 'e normalleştirilmiş karesel serbest Öklid uzaklığıdır. Örnek olarak ele alınan 4 durumlu kodlanmış MHPM yapısının bit hata olasılığı için üst sınır eğrisi  $E_b/N_0$  oranına bağlı olarak Şekil 4.16.'da verilmiştir. Tablo 4.5.'de verilen diğer 4 durumlu kodlanmış MHPM yapılarının da benzer yöntemle elde edilen bit hata olasılık üst sınır eğrileri,  $E_b/N_0$  oranına bağlı olarak Şekil 4.17 - Şekil 4.20'de sunulmuştur.

#### 4.2.2. 8 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıların Hata Üst Sınırları

Bir örnek olarak ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış çoklu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin her dalındaki, iki bitlik giriş verisine ilişkin 6 bit uzunluklu kod sözcükleri, art arda iki işaretten oluşan kanal işaretlerine eşlenirler. Kanal işaretleri, kodlanmış faz kafesinde aynı durumdan ayrılan dallara ait işaret çiftleri bir küme oluşturacak biçimde 8 alt kümeye ayrılır. Olası tüm  $\mathbf{E}^p$  vektörlerine göre tüm alt kümelerdeki kanal işaretlerinin karesel Öklid hata ağırlıkları, (4.14) eşitliği kullanılarak hesaplanır. Olası her bir  $\mathbf{E}^p$  hata dizisi için ağırlık profilleri, işaretlerin vektörel ifadeleri kullanılarak bilgisayar yardımıyla hesaplanmıştır. Birleşik kod kafesinin ağırlık profilleri, kodlayıcının hata durum diyagramındaki ilişkin durum geçişlerine yerleştirilir. Bazı hata dizileri için (4.16) koşulu sağlanmadığından maksimum hata olasılıklı hata ağırlık profilleri seçilmiştir.

Ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış MHPM yapısının hata durum diyagramı Şekil 4.14.'de gösterilmiştir. Bu şekilde, tüm sıfır durumundan kalkış  $\xi_a$  ve sıfır durumuna varış  $\xi_b$  olacak biçimde diğer durumlar,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6, \xi_7$  durum değişkenleriyle ve durum geçişleri de,



Şekil 4.14  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış 8 durumlu 4 düzeyli çoklu MHPM yapısının birleşik kod kafesinin hata durum diyagramı.

$\lambda_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, 31$ )'lerle etiketlenmiştir.  $\lambda_i$ 'ler,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış MHPM yapılarının birleşik kod kafesindeki işaret kümesinden ve Tablo 4.6.'daki kodsözcük dizilerinden elde edilmiştir.

Ele alınan 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemi için Şekil 4.14.'deki hata durum diyagramında durum geçişleri,

$$\lambda_1 = 1/2(W^{1.93} + W^{2.21}).I, \quad (4.23)$$

$$\lambda_2 = 1/4(W^{1.43} + W^{2.7} + W^{1.15} + W^{2.43}).I,$$

$$\lambda_3 = W^{1.79}.I,$$

$$\begin{aligned}
\lambda_4 &= W^{1.79}.I, \\
\lambda_5 &= W^2.I, \\
\lambda_6 &= W^1.I, \\
\lambda_7 &= W^3.I, \\
\lambda_8 &= W^4.I, \\
\lambda_9 &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.15}).I^2, \\
\lambda_{10} &= 1/4(W^{2.56} + W^{1.3} + W^{2.95} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{11} &= 1/2(W^{2.07} + W^{1.78}).I^2, \\
\lambda_{12} &= W^{2.21}.I^2, \\
\lambda_{13} &= 1/2(W^{1.15} + W^{1.58}), \\
\lambda_{14} &= W^{1.37}, \\
\lambda_{15} &= W^{1.37}, \\
\lambda_{16} &= 1/2(W^{1.15} + W^{1.58}), \\
\lambda_{17} &= 1/4(W^{2.14} + W^{1.58} + W^{2.43} + W^{1.86}).I^2 \\
\lambda_{18} &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.58}).I, \\
\lambda_{19} &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.58}).I, \\
\lambda_{20} &= 1/4(W^{2.7} + W^{1.3} + W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{21} &= W^{1.79}.I, \\
\lambda_{22} &= 1/2(W^{2.43} + W^{2.85}).I, \\
\lambda_{23} &= 1/2(W^2 + W^{1.57}).I, \\
\lambda_{24} &= W^{2.6}.I, \\
\lambda_{25} &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{26} &= 1/4(W^{2.7} + W^{1.3} + W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{27} &= 1/2(W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{28} &= 1/4(W^{2.14} + W^{1.86} + W^{2.43} + W^{1.57}).I^2, \\
\lambda_{29} &= W^2,
\end{aligned}$$

$$\lambda_{30} = W^3,$$

$$\lambda_{31} = W^1,$$

biçiminde etiketlenmiştir. Hata diyagramının durum denklemlerinden yararlanarak aktarım işlevi,

$$T(W, I) = \quad (4.24)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{30} \\ 0 \\ \lambda_{29} \\ 0 \\ \lambda_{31} \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_2 & 0 & -\lambda_3 & 0 & -\lambda_4 & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_5 & 0 & -\lambda_6 & 0 & -\lambda_8 & 0 \\ 0 & -\lambda_9 & 0 & -\lambda_{10} & 0 & -\lambda_{11} & 0 \\ -\lambda_{16} & 0 & -\lambda_{13} & 0 & -\lambda_{14} & 0 & -\lambda_{15} \\ -\lambda_{19} & 0 & -\lambda_{18} & 0 & 1 - \lambda_{17} & 0 & -\lambda_{20} \\ -\lambda_{24} & 0 & -\lambda_{21} & 0 & -\lambda_{23} & 0 & -\lambda_{22} \\ -\lambda_{26} & 0 & -\lambda_{28} & 0 & -\lambda_{27} & 0 & 1 - \lambda_{25} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_7 \\ \lambda_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

matris çarpımlarının çözümünden bulunmuştur. Gauss gürültülü kanallar için bit hata olasılığı üst sınırı, (4.18)'de  $T(W, I)$ 'yı yerleştirecek elde edilmiştir. Örnek olarak ele alınan 8 durumlu kodlanmış MHPM yapısının bit hata olasılığı için üst sınır eğrisi,  $E_b/N_0$  oranına bağlı olarak Şekil 4.21.'de gösterilmiştir.  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış MHPM yapısının da benzer yöntemle elde edilen bit hata olasılığı üst sınır eğrisi,  $E_b/N_0$  oranına bağlı olarak Şekil 4.22.'de sunulmuştur.

#### 4.2.3. Kodlanmamış MHPM Sistemlerin Hata Üst Sınırları

$k$  tane farklı modülasyon indisini kullanan MHPM yapılarının,  $k$  tane farklı hata durum diyagramları bulunur. İzlenen yollar, hata durum geçiş diyagramları arasında dönüşümlüdür. Bu nedenle kodlanmamış MHPM sistemlerin hata üst

sınırlarının bulunmasında kısmen, Wilson et al (1982)'ın daha önce önerdikleri yöntem kullanılmış ancak hata diyagramlarının oluşturulmasında ve ağırlık profillerinin hesabında basitlik getirmesi nedeniyle Zehavi et al (1987)'nin yönteminden yararlanılmıştır.  $h_{R_k(n)}$ 'nin kullanıldığı işaretleşme aralığında,  $T_{R_k(n)}$  durum geçiş matrisinde hata ağırlık profilleri, dal kazançları olarak yerleştirilir.  $h_{R_k(n)}$ 'nin kullanıldığı işaretleşme aralığına ait kafes yapı üzerindeki olası tüm  $E^p$  hata vektörleri için, her duruma ilişkin işaret kümelerinin hata ağırlık profilleri elde edilmiştir. Burada  $R_k(\cdot)$ , (mod- $k$ ) operatördür. Her durum geçiş matrisi  $p+1$  boyutlu bir kare matristir (Wilson et al, 1982).  $T_{R_k(n)}$  matrisinin  $j$ . satır,  $k$ . sütun elemanı  $j$ . durumdan  $k$ . duruma geçen dal üzerindeki işaretin hata ağırlık profilini verir.  $T_{R_k(1)}$  ile tek bir işaretleşme aralığında oluşabilecek tüm geçişler,  $T_{R_k(1)} \cdot T_{R_k(2)}$  ile de iki adımdaki tüm geçişler gösterilirse, herhangi bir adım sonra oluşan geçişler,

$$M_{R_k(n)} = T_{R_k(1)} + T_{R_k(1)} \cdot T_{R_k(2)} + T_{R_k(1)} \cdot T_{R_k(2)} \cdot T_{R_k(3)} + \dots \quad (4.25)$$

toplam matrisi ile ifade edilir. Bu matrisin sağ üst köşe elemanı olası yollara ilişkin Öklid uzaklıklarını, bu yolların uzunluklarını ve geçişlere ilişkin hatalı simge sayısını verir.  $h_{R_k(n)}$ 'in peryodik olarak yinelenmesinden dolayı  $h_1$ 'in kullanıldığı aralıkta bir hata olayının başladığı varsayılırsa,  $M_1$  matrisi,

$$\begin{aligned} M_1 &= \left[ \sum_{j=0}^{\infty} (T_1 \cdot T_2 \dots T_k)^j \right] [T_1 + T_1 \cdot T_2 + \dots + T_1 \cdot T_2 \dots T_k] \\ &= [I - T_1 \cdot T_2 \dots T_k]^{-1} [T_1 + T_1 \cdot T_2 + \dots + T_1 \cdot T_2 \dots T_k] \end{aligned} \quad (4.26)$$

biçiminde tanımlanır.  $M_1$  matrisinin sağ üst köşe elemanı,  $h_1$ 'in kullanıldığı aralıkta bir hata olayının başladığı varsayımlı altındaki aktarım işlevi,  $G_1(W, I)$ 'dır.  $k$  tane farklı işaretleşme aralığı bulunduğundan  $k$  tane farklı aktarım işlevi tanımlanır. Genel olarak aktarım işlevi,

$$G_i(W, I) = \sum c_i W^{d_i^2} \cdot I^i \quad (4.27)$$

biçiminde tanımlanır. Bir hata olayı,  $n$  anında  $k$  tane farklı ve eşit olasılıklı işaretleşme aralıklarının herhangi birinden başlayabilir.  $n$  anındaki hata olasılığı, koşullu olasılıkların toplamı olup,

$$P_e = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k P_{e|j} \quad (4.28)$$

dir. Burada  $P_{e|j}$ , hata olayının  $j$ . modülasyon indisinin kullanıldığı aralıkta başladığı durumda, hata olasılığıdır. Ortalama bit hata olasılığı üst sınırı,

$$P_b \leq \frac{1}{b} \sum_{i=1}^k Q \left( \sqrt{\frac{d_{s,i}^2 E_b}{N_0}} \right) \exp \left( \frac{d_{s,i}^2 E_b}{2N_0} \right) \frac{\partial G_i(W, I)}{\partial I} \Bigg|_{I=1, W=\exp(-E_b/2N_0)} \quad (4.29)$$

olarak belirlenir (Wilson et al, 1982). Burada  $b$ , simge başına veri biti sayısı,  $N_0$ , beyaz Gauss gürültüsünün tek yanlı güç spektral yoğunluğu olup, hata olayı,  $k$  tane farklı modülasyon indisinin kullanıldığı işaretleşme aralıklarının herhangi birinden başlayabileceği için  $k$  tane serbest uzaklık değeri hesaplanmalıdır.

Örnek olarak ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$ , 4 düzeyli kodlanmamış MHPM sisteminin kafes yapısı, Şekil 3.3.'de gösterilmiştir. Kafes yapı alterne biçimde değiştiğinden herbiri 16 işaret içeren iki işaret kümesi ve modülasyon indis sayısı 2 olduğundan 2 tane hata durum diyagramı vardır. Hata ağırlık profilleri ile etiketlenen hata durum diyagramlarındaki durum geçişlerinden yararlanarak,  $h_1$ 'in kullanıldığı aralık için  $T_1$  ve  $h_2$ 'nin kullanıldığı aralık için  $T_2$  durum geçiş matrisleri oluşturulmuştur. Şekil 4.15.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$ , 4 düzeyli kodlanmamış MHPM sisteminin hata durum diyagramları görülmektedir. Durum geçişleri,  $\lambda_i$ , ( $i = 1 \dots 30$ ) hata ağırlık profilleri ile etiketlenmiştir. İki farklı işaretleşme aralığı için  $\lambda_i$  değerleri,  $h_1 = 3/4$  için,

$$\lambda_1 = 1/4(2W^1 + W^{.79} + W^{1.21}).I, \quad (4.30)$$

$$\lambda_2 = W^{.79}.I,$$

$$\lambda_3 = 1/4(W^{.79} + W^{1.21} + 2W^1).I,$$

$$\lambda_4 = 1/2(W^{.93} + W^{1.21}).I,$$

$$\lambda_5 = 1/4(W^{1.07} + 3W^{.79}).I,$$

$$\lambda_6 = W^2.I,$$

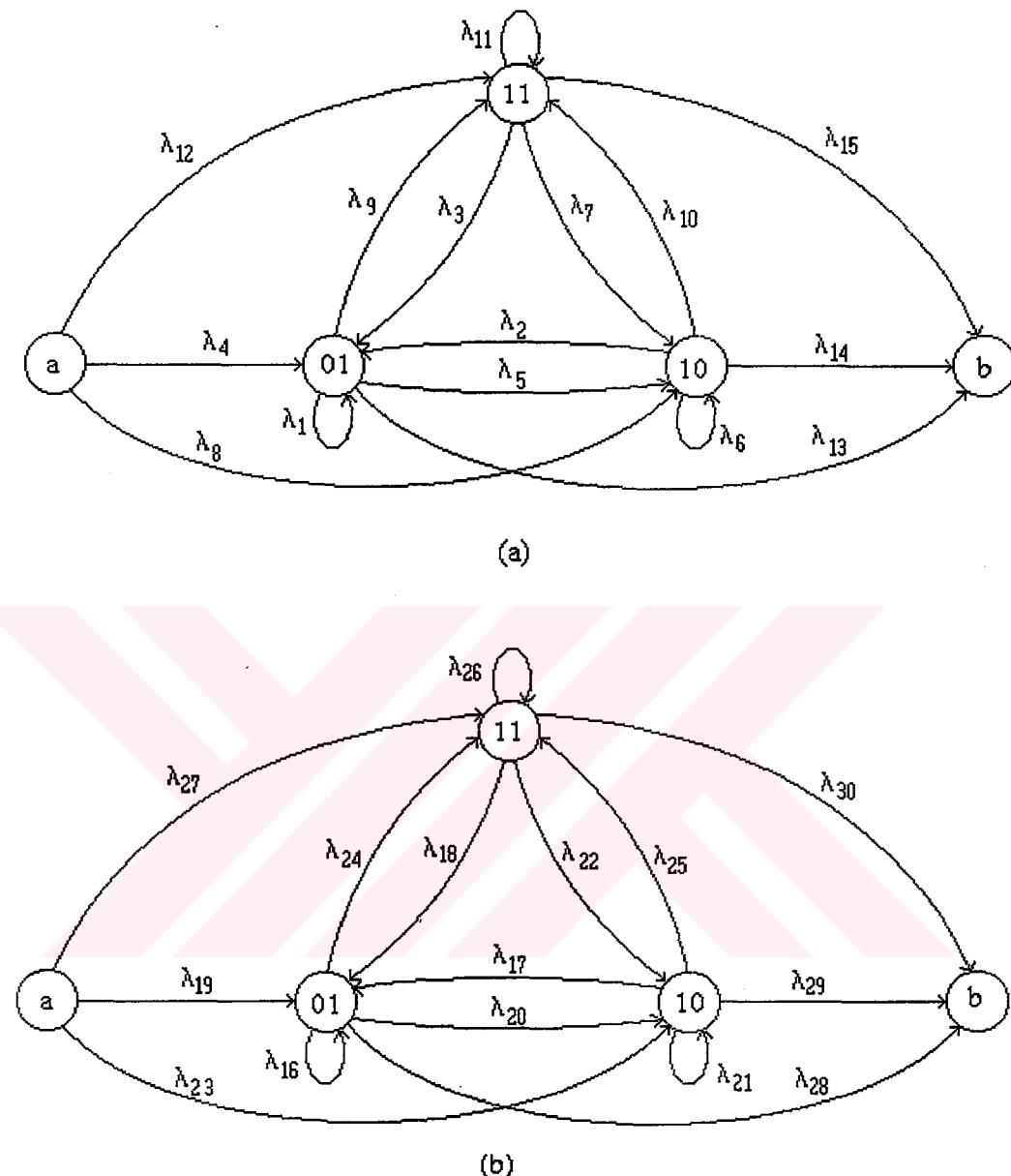
$$\lambda_7 = 1/4(W^{1.07} + 3W^{.79}).I,$$

$$\begin{aligned}
\lambda_8 &= W^1 \cdot I, \\
\lambda_9 &= 1/4(W^{1.21} + 2W^{.79} + W^1) \cdot I^2, \\
\lambda_{10} &= W^{.79} \cdot I^2, \\
\lambda_{11} &= 1/4(W^{1.21} + 2W^1 + W^{.79}) \cdot I^2, \\
\lambda_{12} &= 1/2(W^{.79} + W^{1.21}) \cdot I^2, \\
\lambda_{13} &= 1/4(W^{.93} + 3W^{1.21}), \\
\lambda_{14} &= W^1, \\
\lambda_{15} &= 1/4(W^{.93} + 3W^{1.21})
\end{aligned}$$

biçiminde,  $h_2 = 1/4$  için ise,

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= 1/4(W^{1.63} + 2W^1 + W^{.363}) \cdot I, \\
\lambda_2 &= 1/2(W^{1.63} + W^{.79}) \cdot I, \\
\lambda_3 &= 1/4(W^{.363} + W^{1.63} + 2W^1) \cdot I, \\
\lambda_4 &= W^{.363} \cdot I, \\
\lambda_5 &= 1/4(W^{.79} + 3W^{1.63}) \cdot I, \\
\lambda_6 &= W^2 \cdot I, \\
\lambda_7 &= 1/4(W^{.79} + 3W^{1.63}) \cdot I, \\
\lambda_8 &= W^1 \cdot I, \\
\lambda_9 &= 1/4(W^{.363} + 2W^1 + W^{1.63}) \cdot I^2, \\
\lambda_{10} &= 1/2(W^{.79} + W^{1.63}) \cdot I^2, \\
\lambda_{11} &= 1/4(W^{.363} + 2W^1 + W^{1.63}) \cdot I^2, \\
\lambda_{12} &= W^{.363} \cdot I^2, \\
\lambda_{13} &= 1/4(W^{.363} + 3W^{1.21}), \\
\lambda_{14} &= W^1, \\
\lambda_{15} &= 1/4(W^{1.21} + 3W^{.363})
\end{aligned} \tag{4.31}$$

biçiminde elde edilmiştir. Burada  $W$  ve  $I$ 'nın kuvvetleri sırasıyla,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmamış MHPM yapılarının kafesindeki işaret



Şekil 4.15  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapısının  $h_1 = 3/4$ ,  $h_2 = 1/4$  için hata durum diyagramları.

kümelerinden ve iletilen işaret dizilerine karşı düşen veri bitlerinden çıkarılmıştır. Bazı hata dizileri için (4.16) koşulu sağlanmadığından o hata dizisine ilişkin maksimum hata olasılıklı hata ağırlık profilleri seçilmiştir. Hata diyagramlarının aktarım islevleri  $G_i(W, I)$ ,  $i = 1, 2$ ,

$$M_1 = [I - T_1 \cdot T_2]^{-1} [T_1 + T_1 \cdot T_2] \quad (4.32)$$

ve

$$M_2 = [I - T_2 \cdot T_1]^{-1} [T_2 + T_2 \cdot T_1] \quad (4.33)$$

matrislerinin sağ üst köşe elemanlarından elde edilmiştir. İki modülasyon indisli, 4 düzeyli kodlanmamış MHPM için  $E_s = 2E_b$  dir. Serbest Öklid uzaklıklarını  $2E_s$ 'e normalleştirilirse, bit hata olasılığı üst sınırı,

$$P_b \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 Q \left( \sqrt{\frac{d_{s,i}^2 2E_b}{N_0}} \right) \exp \left( \frac{d_{s,i}^2 E_b}{N_0} \right) \left. \frac{\partial G_i(W, I)}{\partial I} \right|_{I=1, W=\exp(-E_b/N_0)} \quad (4.34)$$

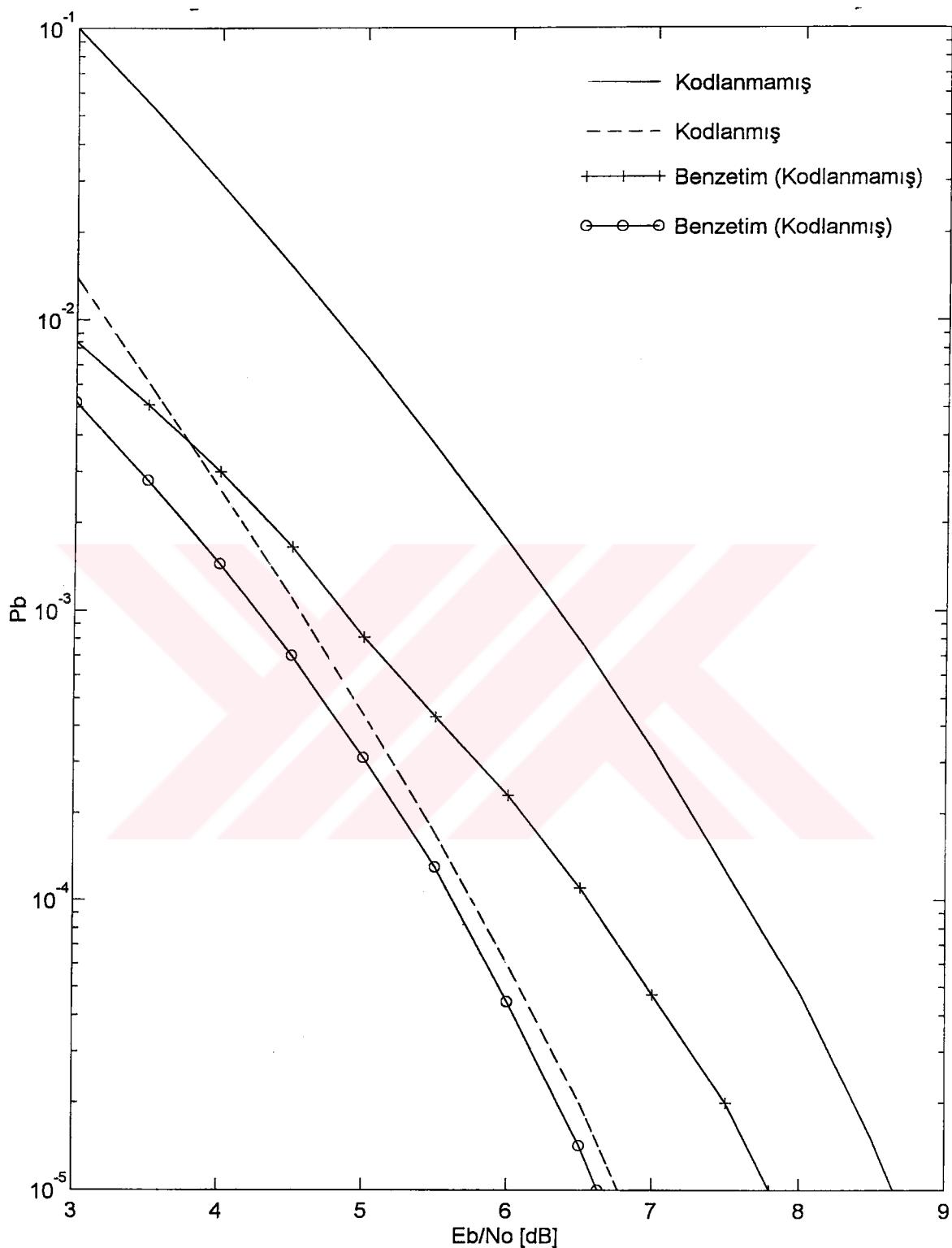
biçiminde elde edilir. Burada,  $d_{s,1}$ , hata olayının  $h_1$ 'in kullanıldığı aralıkta başladığı varsayıımı altındaki serbest Öklid uzaklığını,  $d_{s,2}$ , hata olayının  $h_2$ 'in kullanıldığı aralıkta başladığı varsayıımıyla hesaplanan serbest Öklid uzaklığını göstermektedir.

Kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri, (4.18), (4.34) eşitliklerinden yararlanarak analitik yolla elde edilmiştir. Şekil 4.16. - Şekil 4.20.'de, Tablo 4.5.'de verilen modülasyon indis kümeleri için kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının  $E_b/N_0$  [dB] oranına bağlı olarak bit hata olasılığı üst sınır eğrileri verilmektedir.

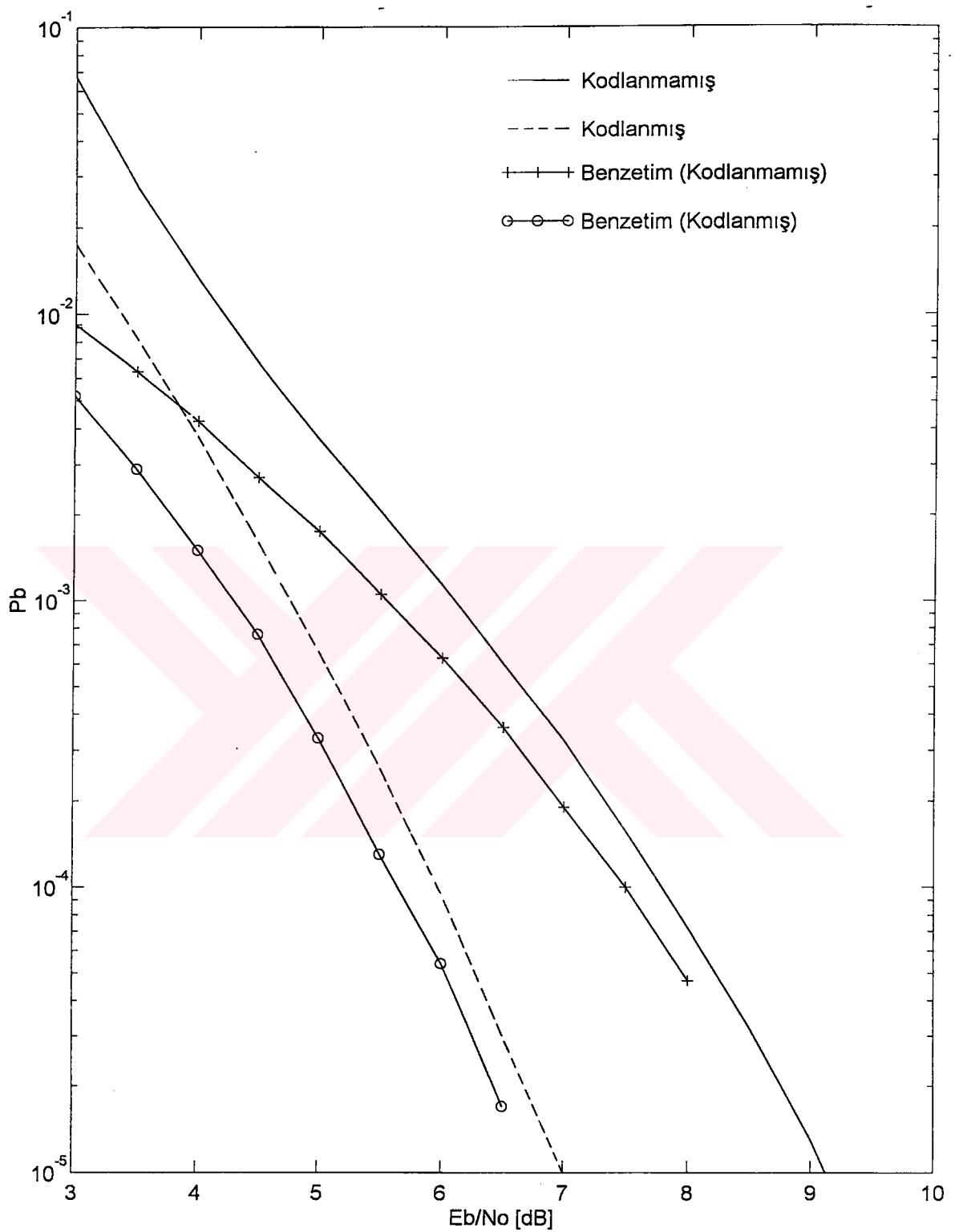
Şekil 4.16.'dan görüldüğü gibi,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümesi için, kodlanmış çoklu MHPM, aynı  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranını, aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM 'ye göre, 1.9 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlamaktadır. Benzer şekilde,  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümesi için, Şekil 4.17.'de verilen eğrilerden, aynı hata oranı için,  $E_b/N_0$  oranındaki kazancın 1.7 [dB] olduğu görülmektedir.  $H_2 = (1/4, 5/4)$  modülasyon indis kümesi için, Şekil 4.18.'de verilen eğrilerden ise, aynı  $10^{-4}$  'lük hata oranına 1.4 [dB] daha düşük  $E_b/N_0$  oranında erişildiği görülmektedir. Şekil 4.19.'dan görüldüğü gibi,  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümesi için, kodlanmış çoklu MHPM, aynı  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranını, aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM'ye göre, 2.1 [dB]

daha düşük işaret gürültü oranında sağlamaktadır. Benzer şekilde,  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeleri için, Şekil 4.20.'de verilen eğrilerden, aynı hata oranı için,  $E_b/N_0$  oranındaki kazancın 0.55 [dB] olduğu görülmektedir. Bit hata olasılığı üst sınır eğrilerinden görüldüğü gibi, artan işaret gürültü oranıyla birlikte kodlanmış çoklu MHPM 'nin kodlanmamış MHPM 'ye göre kodlama kazancı, Tablo 4.5.'deki asimtotik kodlama kazanç değerlerine yaklaşır.

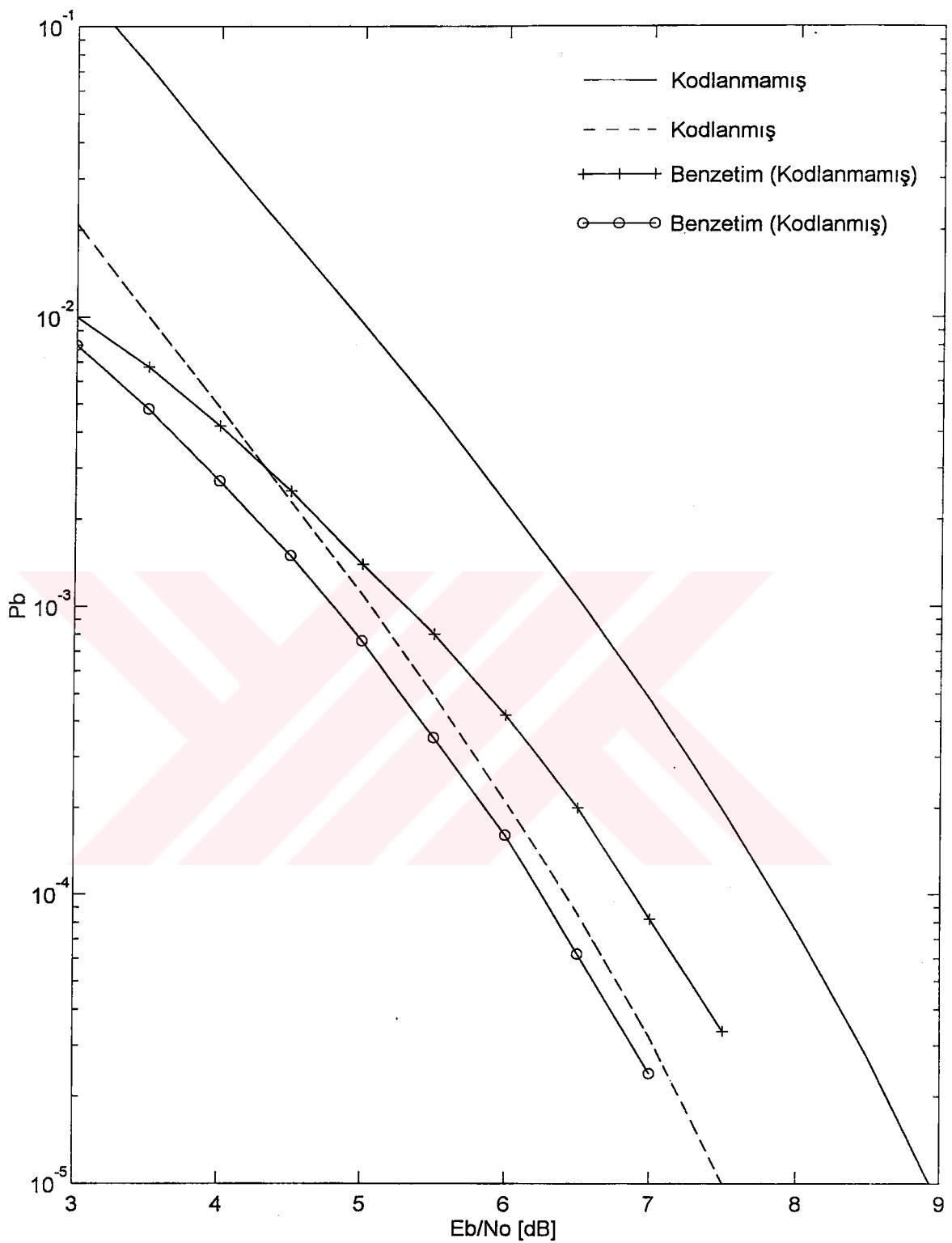
Tablo 4.7.'de verilen 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemlerinden  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli çoklu MHPM'nin bit hata olasılığı üst sınır eğrisi, Şekil 4.21.'de görülmektedir. Aynı indis kümeli 4 durumlu kodlanmış MHPM 'ye göre aynı  $10^{-4}$  lük bit hata oranı, 1 [dB] daha düşük  $E_b/N_0$  oranı için sağlanmaktadır. Benzer şekilde, Şekil 4.22.'de  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış MHPM, aynı indis kümeli 4 durumlu kodlanmış MHPM 'ye göre aynı hata oranında  $E_b/N_0$  oranı açısından 1.6 [dB] lik bir kazanç sağlamaktadır.



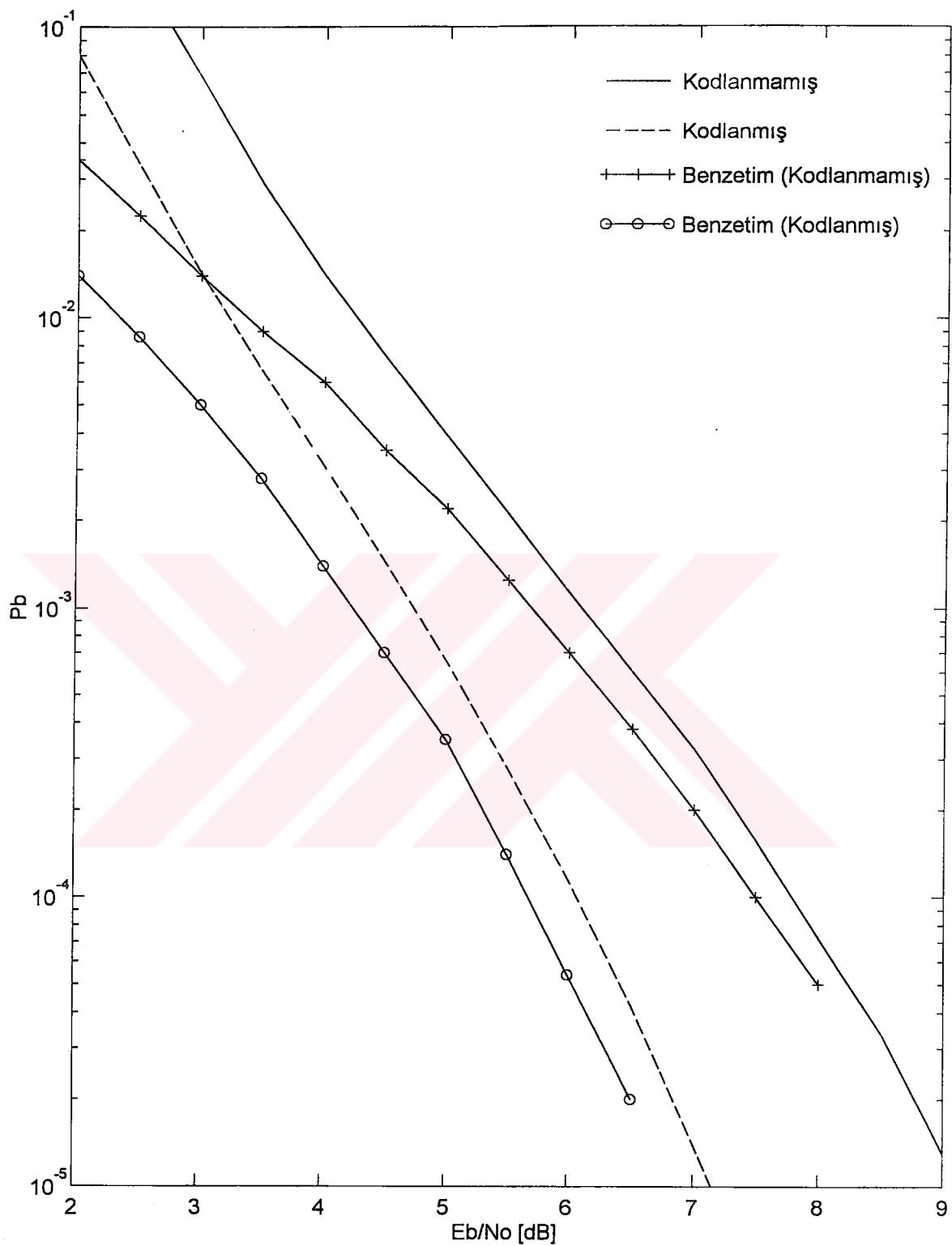
Şekil 4.16  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



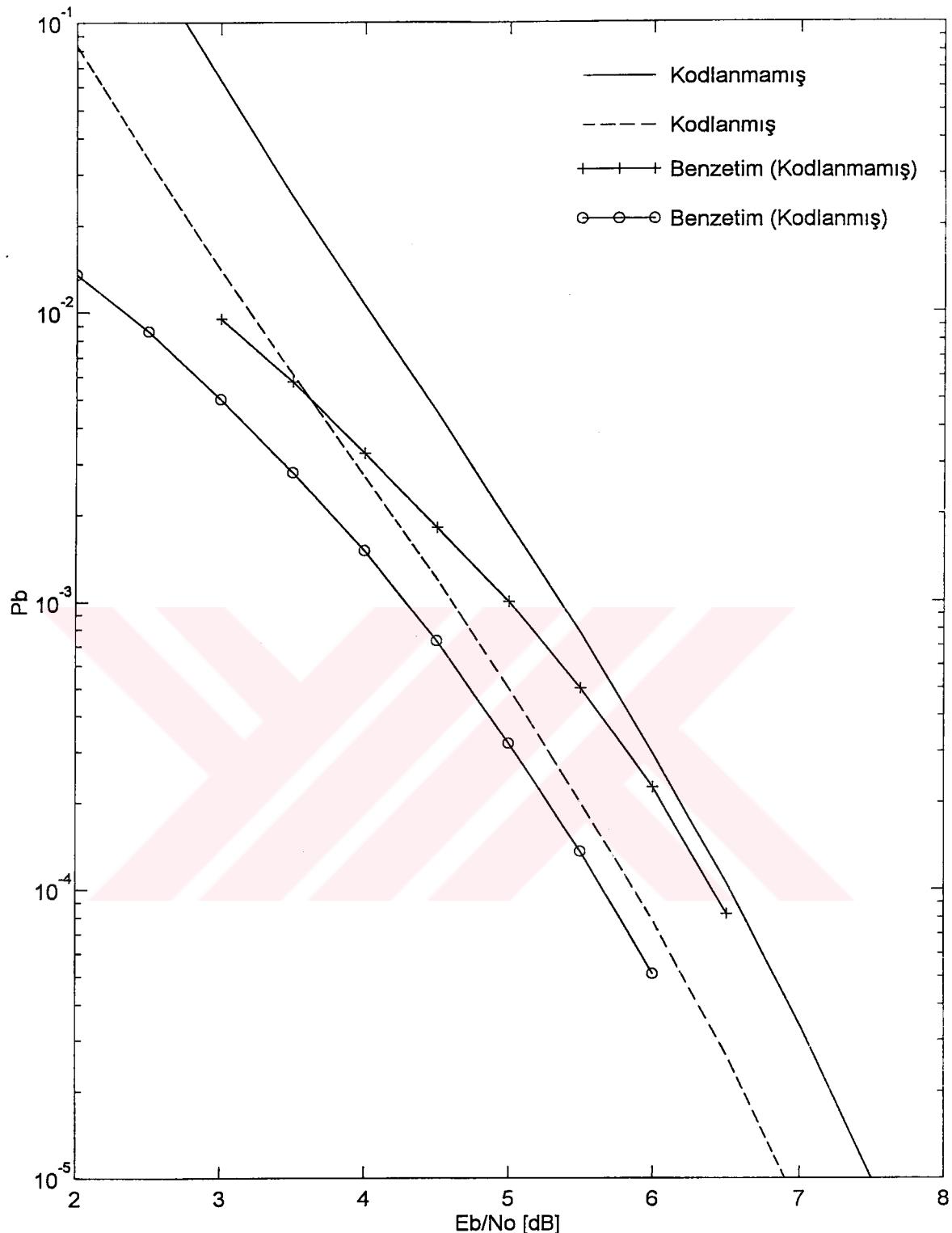
Şekil 4.17  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



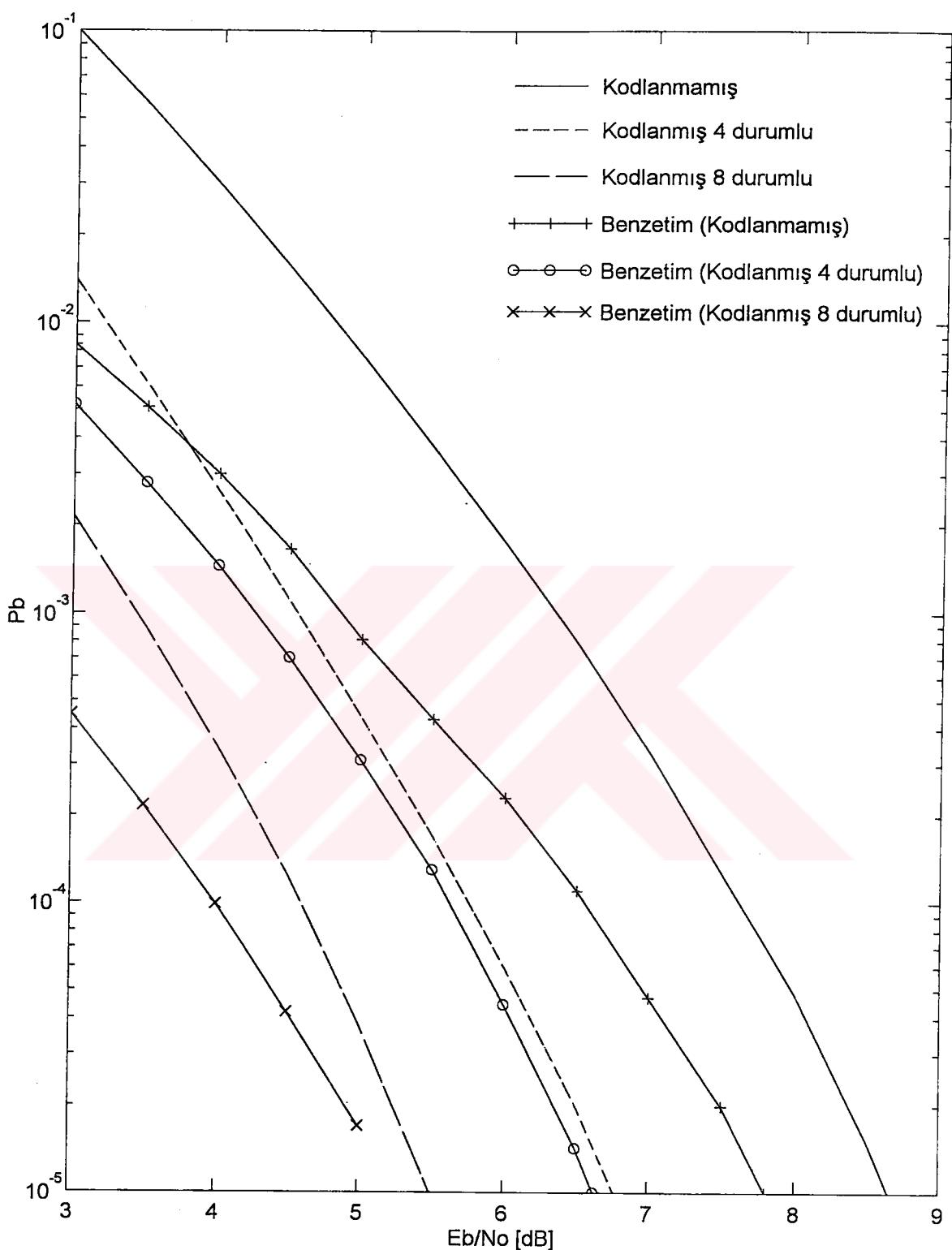
Şekil 4.18  $H_2 = (1/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



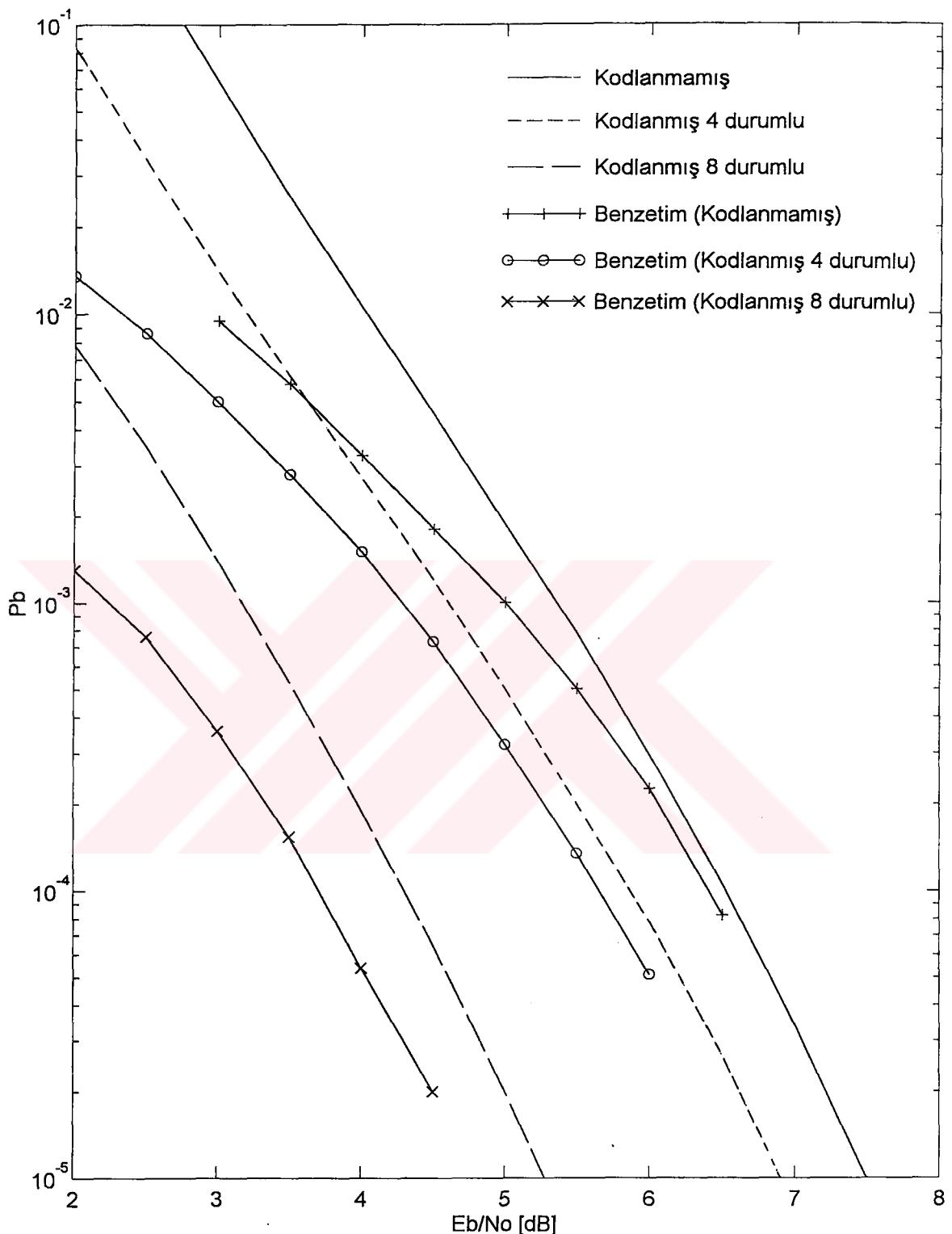
Şekil 4.19  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



Sekil 4.20  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



Şekil 4.21  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).



Şekil 4.22  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli 8 durumlu kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları (AWGN kanal).

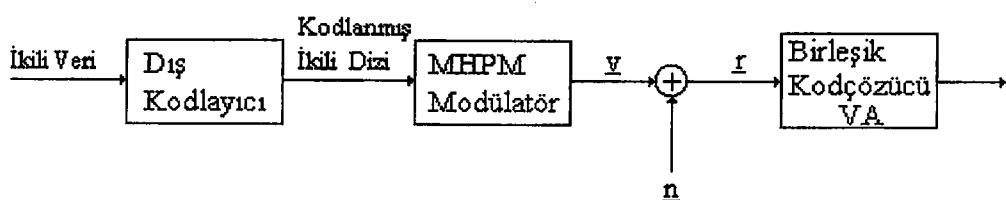
### 4.3. Gauss Gürültülü Kanallar İçin Benzetim Modelinin Tanıtılması ve Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi

Önceki bölümde elde edilen analitik sonuçları sınamak amacıyla, kodlanmış çoklu MHPM ve kodlanmamış MHPM sistemlerin bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Kodlanmış çoklu MHPM işaretlerin iletiliği sayısal iletişim sisteminin blok diyagramı Şekil 4.23.'de verilmiştir.

Seçilen  $H_k = (h_1, h_2, \dots, h_k)$  modülasyon indis kümeli 4 düzeyli MHPM kafesi üzerinde tüm sıfır başlangıç durumundan başlayarak rasgele üretilen 0,1 ikili veri dizilerine karşı düşen MHPM işaretlerin vektör bileşenleri oluşturulup iletilecek işaret dizisi faz sürekliliği korunarak üretilmiştir. Kanaldan iletilen işaretlere bilgisayarın rasgele sayı üreticinden yararlanılarak üretilen istatistiksel bağımsız beyaz Gauss gürültüsü eklenmiştir. *i.* işaretleşme aralığında alıcıya gelen vektör,

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i + \mathbf{n}_i \quad (4.35)$$

olup, burada  $\mathbf{v}_i$  o aralıkta iletilen işaret vektörünü,  $\mathbf{n}_i$  ise AWGN vektörünü göstermektedir. Alıcıda yumuşak kararlı en büyük benzerlikli kod çözme işlemi için Viterbi algoritmasından (Forney, 1973) yararlanılmıştır. Viterbi algoritmasının adımları şöyle sıralanabilir:



Şekil 4.23 Kodlanmış MHPM sistemin bilgisayar benzetim modeli.

1. Adım:  $d^2(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$  uzaklıklarını kafesin ilk  $T$  aralığındaki her bir durum için bul. Her varış düğümü için  $\mathbf{r}_i$ , kafesin aynı düğümüne varan  $\mathbf{v}_i$  işaretlerinden hangisine yakınsa;
  - Uzaklılığı(metrik)
  - O  $\mathbf{v}_i$  'nin kalkış düğümünü kalan düğüm olarak sakla.
2. Adım:  $d^2(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$  uzaklığını ikinci aralık için de bul. Her varış düğümü için  $d^2(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) +$  (bir önceki adımdaki metrik) hesapla. Her bir düğüm için o düğüme varan  $\mathbf{v}_i$  işaretlerinden hangisi yakınsa ,
  - Uzaklılığı(metrik)
  - O  $\mathbf{v}_i$  'nin kalkış düğümünü kalan düğüm olarak sakla.
3. Adım: Son aralığa kadar ikinci aralığı yinele.
4. Adım: Son aralıkta ( $L$ . aralıkta) birikmiş uzaklıği minimum olan düğümü seç ve o düğümden önceki tüm kalan düğümlere dayanarak karar verilecek diziyi belirle.

Benzetim çalışmasında pratik gerçeklemelerde kabul edilebilir bir gecikmeye neden olduğundan karar derinliği  $L = 10$  seçilmiştir. Kodlanmış durumda 10 adımda iletilen 20 işaret uzunluklu dizilerin , kodlanmamış durumda ise 10 işaret uzunluklu dizilerin kodları çözülüp karar verilen ikili veri dizileri ile o aralıkta iletilen ikili veri dizileri karşılaştırılarak belli bir  $E_b/N_0$  [dB] değeri için bit hata oranları saptanmıştır. Bu işlem her  $E_b/N_0$  [dB] değeri için en az 500x500 kez yapılmıştır. Tablo 4.5.'de verilen çeşitli 4 durumlu kodlanmış MHPM sistemlerin bilgisayar benzetim sonuçları, Şekil 4.16. - 4.20.'de sunulmuştur. Tablo 4.7.'de verilen  $H_2 = (3/4, 1/4)$  ve  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümelerini kullanan 8 durumlu kodlanmış MHPM sistemlerin bilgisayar benzetim sonuçları ise, Şekil 4.21. ve Şekil 4.22.'de ilişkin hata üst sınır eğrileriyle birlikte sunulmaktadır. Bilgisayar benzetim sonuçları, analitik yöntemlerle elde edilen hata üst sınır eğrileriyle uyum göstermektedir.

## **5. SÖNÜMLEMELİ KANALLAR İÇİN MHPM KAFES KODLAR**

Bu bölümde, sönümləmeli kanal modelleri ve temel özelliklerini irdelenmiştir. AWGN kanallardan farklı olarak bu kanallar için en belirgin tasarım ölçütlerinin, etkin kod uzunluğu ve çarpımsal uzaklık olduğu belirtilmiştir. Bu tasarım ölçütleri gözönüne alınarak sönümləmeli kanallarda kodlanmamış MHPM sistemlere göre hata başarımını iyileştiren 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM sistemler tasarlanmıştır. Bu sistemlerin sönümləmeli kanallardaki hata başarım analizleri, gerek kuramsal gerekse geliştirilen bir bilgisayar benzetim programı yardımı ile yapılmış ve ilişkin sistemlere olan üstünlükleri ortaya konmuştur.

### **5.1. Sönümləmeli Kanal Modelleri ve Temel Özellikleri**

Kuramsal çalışmalarında genellikle, kanaldaki bozucu etkilerin toplamsal Gauss gürültüsü (AWGN) ile modellendiği, kanal parametrelerinin zamanla değişmediği ve iletimin tek bir yol üzerinden gerçekleştiği varsayıldığı için, vericiden gönderilen işaretin genlik ve fazının kanal tarafından nasıl değiştirileceği tam olarak belirlenebilir. Gerçek iletim ortamlarında ise, gönderilen işaret alıcıya kırınım ve saçınım gibi fiziksel olaylar nedeniyle birçok yol üzerinden genlik ve fazı zamana göre rastlantısal olarak değişerek ulaşır. Kanal istatistiklerinin zamanla değişiminin işaretin şiddetinde ve fazında yarattığı bozulmalar, sönümləme, bu tür kanallar da, sönümləmeli kanallar, olarak adlandırılır. Yerden yere radyo iletişiminde ortaya çıkan sönümləme etkisinden dolayı, gönderilen işaret, alıcıya, zamanla değişen bir özellik taşıyan değişik yollardan gelir. Bu yollar alıcı ucta ayırdedilemez ve hepsi eklenerek alınır. Bu yüzden alınan işaret, gönderilen işaretin genliğinin ve fazının rastgele değişmiş birimidir. İyonosferik yüksek frekanslı (HF) radyo yayılımında ortaya çıkan sönümləme etkisinin nedeni ise, elektron yoğunluğunun iyonosferik katmanlar içinde yüksekliğe göre değişmesidir. HF radyo iletişiminde iyonosferik katmanlar, doğrudan görüşlü olmayan veya yer dalga yayılımı yapamayacak kadar uzakta bulunan iki nokta

arasında iletişim kurmak için yansıtıcı olarak kullanılırlar. İyonosferik katmanların yükseklikleri ve elektron yoğunlukları, güneş ışınlarıyla yakından ilişkilidir ve bu etkenler, gece-gündüz değişimleri ile, güneşin parlama oranıyla değişmektedir. İyonosferik katmanların bu dinamik değişimleri, iletim yolunun uzunluğunu değiştirir ve sonuç olarak, gönderilen işaret genlik ve faz bakımından rastgele değişimlere uğrar. Ayrıca sönümleme etkisinden dolayı, gezgin iletişim sistemlerinde verici ve alıcı antenler arasındaki yayılım, doğrudan görüşlü yollar, kırınım ve yansımalarдан doğan saçılımyla ortaya çıkan yollar üzerinden olur. Bu girişimler değişken alan şiddetli, karmaşık bir sürekli dalga biçimini oluşturur. Alıcı ve verici uçların, bu sürekli dalga biçimine göre yaptıkları hareketler sonucunda iletilen işaretin genliği ve fazı değişir. Sönümlemeli kanallarda, sönümleme olayına ek olarak AWGN bozucu etkisi de gözönüne alınır.

Sönümlemeli kanallarda, kanal istatistiklerinin değişimi iletilen işaretin periyoduna göre çok yavaş oluyor ise, yavaş sönümleme, aksi halde hızlı sönümleme söz konusudur. Ayrıca kanal, girişine uygulanan her frekanstaki işaretin genliğine aynı şekilde etki ediyorsa, frekans seçici olmayan, farklı frekansların genliğini farklı şekilde değiştiryorsa, frekans seçici kanal, olarak adlandırılır.

Bir sönümlemeli kanaldan iletilen işaretin, rastgele hareket eden parçacıklar tarafından saçılmasına uğradığını varsayıyalım. Saçılmış işaret, alıcıya değişik yollardan gelir. Her yol gönderilen işarette farklı bir gecikme zamanı ve zayıflatma çarpanı ile etkir. Saçıcı parçacıkların rastgele hareket etmeleri nedeniyle gecikme zamanı ve zayıflatma çarpanı zamanla değişen özelliktedir. *i*. yola ilişkin gecikme zamanı  $\tau_i$  ile, zayıflatma çarpanı ise  $\rho_i$  ile gösterilir.

Alınan işaret, değişik yollardan gelen işaret bileşenlerinin toplanmasıyla,

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_i \rho_i \cos(2\pi f_c t - \theta_i) \\ &= a_I \cos(2\pi f_c(t)) + a_Q \sin(2\pi f_c(t)) \end{aligned} \quad (5.1)$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$$a_I = \sum_i \rho_i \cos \theta_i \quad (5.2)$$

$$a_Q = \sum_i \rho_i \sin \theta_i \quad (5.3)$$

ve

$$\theta_i = 2\pi f_c \tau_i \quad (5.4)$$

olarak verilmiştir.  $a_I$  ve  $a_Q$ 'nun istatistiksel özelliklerini incelemek için  $\rho_i$  rastlantı süreci örneklerinin aynı dağılımlı ve bağımsız rastlantı değişkenleri olduğu, aynı şekilde  $\theta_i$  rastlantı süreci örneklerinin de  $[0, 2\pi]$  aralığında düzgün dağılımlı, diğer örneklerden ve  $\rho_i$  lerden bağımsız oldukları varsayılar. Bu koşullar altında, merkezi sınır teoremine göre,  $a_I$  ve  $a_Q$ 'nun istatistiksel bağımsız iki Gauss rastlantı değişkeni olduğu söylenebilir. Sadece çok yolu yayılmış işaretin bulunduğu sönümlenmelik kallarda,  $a_I$  ve  $a_Q$  sıfır ortalamaya ve  $\rho$  sönümleme zarfına sahiptir. Bu  $\rho$  değerinin olasılık yoğunluk işlevi, Rayleigh dağılımına uymaktadır.

$$\rho = \sqrt{a_I^2 + a_Q^2} \quad (5.5)$$

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_\rho} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_\rho^2}}. \quad (5.6)$$

$\sigma_\rho^2$ ,  $a_I$  ve  $a_Q$  Gauss rastlantı değişkenlerinin değişimtisidir. Sönümleme zarfının karesel beklenen değeri,

$$E[\sigma_\rho^2] = 2\sigma_\rho^2 \quad (5.7)$$

olarak verilir. Sönümleme açısı  $\phi$  ise,

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_Q}{a_I}\right) \quad (5.8)$$

olarak tanımlanır. Sönümleme açısı  $\phi$ , düzgün dağılımlı bir rastlantı süreci olup,

$$p(\phi) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (5.9)$$

biçimindedir. Bazı sönümlenmeli kanallarda, yayılmış çok yollu sönümlenme sürecine ek olarak, baskın bir doğrudan görüşlü işaret bileşeni vardır. Ortamda, rasgele hareket eden saçıcı parçacıkların yanı sıra sabit duran saçıcılar veya işaret yansıtıcıları bulunduğuanda ortaya çıkar. Bu işaret bileşeni  $A \cos 2\pi f_c t$  olduğuna göre, alınan işaret,

$$r(t) = [A + a_I] \cos(2\pi f_c t) + a_Q \sin(2\pi f_c t) \quad (5.10)$$

olarak yazılabilir. Burada  $[A + a_I]$ ,  $A$  ortalamalı ve  $\sigma_\rho^2$  değişintili bir Gauss rastlantı sürecidir. Sönümlenme zarfı,

$$\rho = \sqrt{(A + a_I)^2 + a_Q^2} \quad (5.11)$$

olarak tanımlanırsa bu zarf, Rician dağılımlı olup olasılık yoğunluk işlevi,

$$p_A(\rho) = 2\rho(1 + K)e^{-(K+\rho^2(1+K))} I_0(2\rho\sqrt{K(K+1)}) \quad (5.12)$$

biçiminde tanımlanır. Burada,

$$I_0(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{x}{2^k k!} \right)^2 \quad (5.13)$$

sıfırıncı dereceden birinci tür Bessel işlevi ve  $K$ , Rician parametresi olup, doğrudan bileşenin taşıdığı ortalama gücün ( $P_d$ ), yayılmış çok yollu bileşenin taşıdığı ortalama güce ( $P_r$ ) oranıdır.

$$K = \frac{P_d}{P_r} \quad (5.14)$$

Ayrıca, Rician sönümlenmeli bir kanalda sönümlenme açısı,

$$\phi = \tan^{-1} \frac{a_Q}{A + a_I} \quad (5.15)$$

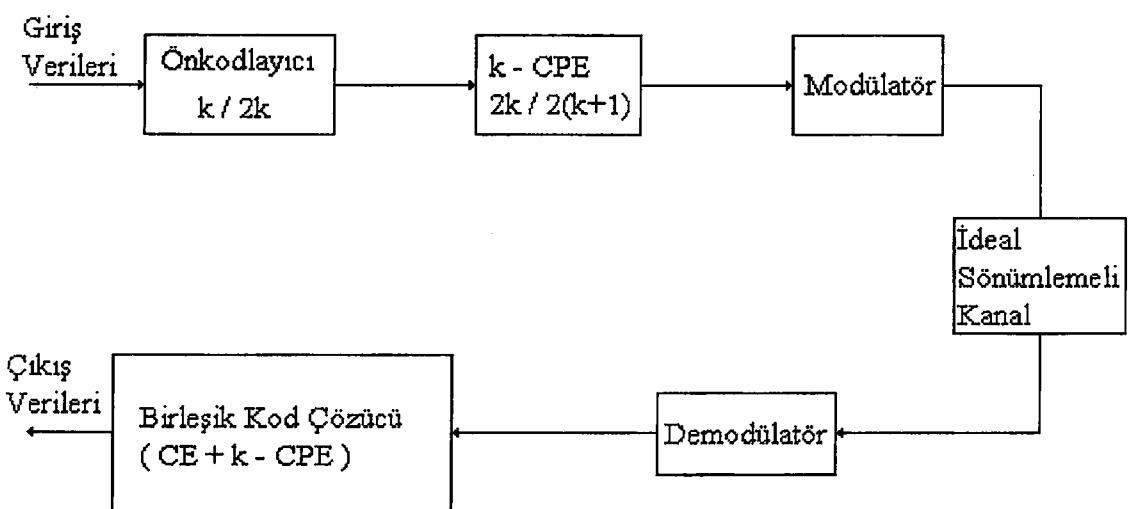
olarak ifade edilir. Bu açı artık düzgün dağılımlı olmadığından olasılık yoğunluk işlevi,

$$p(\phi) = \frac{e^{-K}}{2\pi} + \frac{\sqrt{K} \cos \phi e^{-K \sin^2 \phi}}{2\sqrt{\pi}} [2 - 2Q(\sqrt{2K \cos \phi})], \quad |\phi| \leq \pi \quad (5.16)$$

birimde elde edilir. Rician sönümlmesinin zarf ve faz istatistiklerinin,  $K = 0$  için Rayleigh sönümlemesine indirgendiği görülmektedir.

## 5.2. Sönümlemeli Kanallar İçin Tasarım Ölçütleri

Sönümlemeli kanallar için MHPM kafes kod tasarıminda ele alınan iletişim sisteminin blok diyagramı, Şekil 5.1.'de verilmiştir. Bu blok diyagramında,  $M = 4$  için,  $k$  bitlik giriş verileri,  $k/2k$  oranlı bir katlamalı önkodlayıcıya uygulanır. Bu kodlayıcıyı,  $2k/2(k+1)$  oranlı  $k$ -CPE izler.  $k$ -CPE'nin  $2(k+1)$  bitlik çıkış blokları  $k$  tane ardışıl kanal simgesiyle eşlenerek kanaldan iletilir. Bu çalışmada, sönümlemeli kanal modeli olarak frekans seçici olmayan, yavaş sönümlemeli kanal modeli seçilmiştir. Kanalın, her işaretleşme aralığında iletilen işaretin genliğine, istatistiksel bağımsız bir sönümleme çarpanıyla etkidiği ve fazında ortaya çıkan belirsizliklerin faz kilitlemeli çevrim (PLL) veya benzeri bir faz izleme devresiyle ideal biçimde giderildiği varsayılmıştır. Alıcı tarafta, demodüle edilen işaretlerin kodları önkodlayıcının ve  $k$ -CPE'nin birleşik kod kafesine Viterbi algoritması uygulanarak çözülmektedir.



Şekil 5.1 Sönümlemeli kanallar için MHPM kafes kod tasarıminda ele alınan iletişim sisteminin blok diyagramı.

kodçözme metriğinin belirlenmesi, genlik sökümlemesi çarpanının ölçülebilir olup olmamasına bağlıdır. Genlik sökümleme çarpanının ideal olarak ölçülebildiği durum, "ideal kanal durum bilgisi" (ICSI, Ideal Channel State Information) durumu olarak adlandırılır. Bu durumda,  $j$ . işaret aralığı için alıcı metriği,

$$m(\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j, \rho_j) = -|\mathbf{r}_j - \rho_j \mathbf{v}_j|^2 \quad (5.17)$$

biçiminde tanımlanır. Burada  $\mathbf{v}_j$  ve  $\mathbf{r}_j$  sırasıyla  $j$ . işaret aralığında iletilen ve alınan işaret simgelerini göstermektedir.  $\rho_j$  ise aynı aralıktaki genlik sökümleme çarpanıdır. Kanal durum bilgisinin elde edilemediği durumda ise  $j$ . işaret aralığı için alıcı metriği,

$$m(\mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j) = -|\mathbf{r}_j - \mathbf{v}_j|^2 \quad (5.18)$$

biçimindedir. Viterbi kodçözüçünün ortalama bit hata olasılığı başarımına bir üst sınır bulmak için, ilk önce,  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_j, \dots, \mathbf{v}_m)$  dizisi iletildiğinde kodçözüçünün  $\hat{\mathbf{v}} = (\hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{v}}_2, \dots, \hat{\mathbf{v}}_j, \dots, \hat{\mathbf{v}}_m)$  seçme olasılığını veren, çift çift hata olasılığı  $P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}})$  belirlenmelidir. Bit hata olasılığındaki üst sınır,

$$P_b \leq \sum \sum_{\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}} \in \varrho} a(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}}) p(\mathbf{v}) P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}}) \quad (5.19)$$

olarak verilir, (Divsalar et al, 1988a). Burada  $a(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}})$ ,  $\mathbf{v}$  dizisi iletildiğinde kodçözüçünün  $\mathbf{v}$  dizisi yerine  $\hat{\mathbf{v}}$  dizisine karar vermesiyle oluşan hatalı bitlerin sayısı,  $p(\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{v}$ 'nin iletilme olasılığıdır.  $\varrho$ , tüm kodsözcüklerinin kümesidir.  $P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}})$ ,  $\mathbf{v}$  iletildiğinde kodçözüçünün  $\hat{\mathbf{v}}$ 'ye karar verme olasılığıdır. Çift çift hata olasılığının değeri, CSI durumunun olup olmamasına bağlı olan, alıcı metriğine göre değişir. Bu çalışmada ele alınan ICSI durumu için, genlik sökümleme vektörü  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_j, \dots, \rho_m)$  koşulu altında, çift çift hata olasılığı,

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}} | \rho) \leq \exp \left\{ -\frac{E_s}{4N_0} d^2(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}}) \right\} \quad (5.20)$$

olarak üstten sınırlanabilir. Burada,

$$d^2(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}}) = \sum_{j \in \eta} \rho_j^2 |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2 \quad (5.21)$$

$\mathbf{v}$  ve  $\hat{\mathbf{v}}$  simge dizileri arasındaki ağırlaştırılmış Öklid uzaklığının karesidir ve  $\eta$ ,  $\mathbf{v}_j \neq \hat{\mathbf{v}}_j$  olan tüm  $j$  değerlerini içerir.  $\rho_j$  değeri ise  $j$ . iletim aralığı için genlik sönümlemesi olup Rician sönümlemesi için olasılık yoğunluk işlevi (5.12) eşitliğiyle ifade edilir. (5.21) eşitliğindeki  $\rho_j$ 'ler aynı dağılımlı ve istatistiksel bağımsızdır. Böylece, (5.21) eşitsizliğinin  $\rho$  üzerinden ortalaması alınarak, çift çift hata olasılığı,

$$\begin{aligned} P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}}) &\leq \prod_{j \in \eta} \frac{1 + K}{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2} \\ &\times \exp \left\{ -\frac{K \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2} \right\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

biçiminde elde edilir (Divsalar et al, 1987). (5.22) eşitsizliği

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}}) \leq \exp \left( -\frac{\bar{E}_s}{4N_0} d^2 \right) \quad (5.23)$$

biçiminde tanımlanabilir. Burada,

$$\begin{aligned} d^2 &= \sum_{j \in \eta} \underbrace{\frac{K |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}}_{d_{1j}^2} \\ &+ \underbrace{\left( \frac{\bar{E}_s}{4N_0} \right)^{-1} \ln \left( \frac{1 + K + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}{1 + K} \right)}_{d_{2j}^2} \end{aligned} \quad (5.24)$$

olarak ifade edilir. Öyle ki,  $K = \infty$  (sönümleme yok) için (5.24) denkleminin ikinci terimi sıfır olup  $d^2$  değeri sadece, hata olayı yolu boyunca karesel Öklid uzaklıklarının toplamına eşittir.

$$d_{1j}^2 = |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2 \quad (5.25)$$

$$d_{2j}^2 = 0$$

$K = 0$  için (Rayleigh sönümleme) ilk terim sıfır olup  $d^2$  değeri karesel Öklid uzaklıklarının logaritmalarının toplamına eşittir.

$$\begin{aligned} d_{1j}^2 &= 0 \\ d_{2j}^2 &= \left( \frac{\bar{E}_s}{4N_0} \right)^{-1} \ln \left( 1 + \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2 \right) \end{aligned} \quad (5.26)$$

$K = 0$ , Rayleigh sönümlemeli durum için, çift çift hata olasılığındaki üst sınır,

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}}) \leq \left( \prod_{j \in \eta} \frac{\bar{E}_s}{4N_0} |\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2 \right)^{-1} \quad (5.27)$$

birimde olup, hata olayı yolu boyunca karesel Öklid uzaklıklarının çarpımlarının tersiyle orantılıdır.  $K$ 'nın 0 ile  $\infty$  arasındaki değerleri için, eşdeğer karesel Öklid uzaklığı  $d^2$ , iki özel durumun birleşimi olacaktır. Yeterince yüksek işaret/gürültü oranları için (5.22) bağıntısı,

$$P(\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}}) \leq \prod_{j \in \eta} \frac{1}{\left(\frac{\bar{E}_s}{N_0}\right)^{\frac{|\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}{4(1+K)}}} e^{-K} \quad (5.28)$$

birimine indirgenir. (5.28) eşitsizliği (5.19)'da yerine konulduğunda,

$$P_b \leq \sum_{\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}} \in \eta} \sum_{\mathbf{v}} a(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}}) p(\mathbf{v}) \prod_{j \in \eta} \frac{1}{\left(\frac{E_s}{N_0}\right)^{\frac{|\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2}{4(1+K)}}} e^{-K} \quad (5.29)$$

birimde bit hata olasılığı üst sınırı elde edilir. (5.29) eşitsizliğine bir yaklaşım yapmada, toplamdaki  $E_s/N_0$  ile en yavaş azalan terim etkin olacaktır. Bu terim, en küçük uzunluklu hata olayı yoluna karşı gelir. Yeterince yüksek işaret/gürültü oranları için bit hata olasılığı yaklaşık olarak,

$$P_b \approx \frac{1}{b} C \left( \frac{(1+K)e^{-K}}{\bar{E}_s/N_0} \right)^L ; \quad \bar{E}_s/N_0 \gg K \quad (5.30)$$

birimde tanımlanır (Divsalar et al, 1988a). Burada  $C$  kodun uzaklık yapısına bağlı bir sabittir.  $P_b$ ,  $(E_b/N_0)^L$ 'nin tersi ile doğrusal değişir. Dolayısıyla, sönümlemeli kanallarda en belirgin tasarım ölçütü, etkin kod uzunluğuudur (ECL, "L"). ECL, en kısa hata yolu boyunca sıfırdan farklı karesel Öklid uzaklıklı simgelerin sayısı olup,  $d_p^2$ , ECL'li yol çifti boyunca simgeler arasındaki sıfırdan farklı çift çift uzaklıkların çarpımıdır.  $d_p^2$ , çarpımsal uzaklık olarak adlandırılır ve  $d_p^2$  arttıkça hata azalır. Başarımı iyileştirebilmek için, öncelikle ECL ve ardından  $d_p^2$  artırılmalıdır. Bu kanallarda kod tasarımında serbest uzaklık, ikinci derecede önemlidir. Dolayısıyla, AWGN kanallar için eniyi olan kodlar, her zaman sönümlemeli kanallar için eniyi değildir. Bu nedenle, sönümlemeli kanallar için kod tasarımında eniyileme ölçütü, kafesin etkin kod uzunluğunu ve çarpımsal uzaklık değerini maksimum yapmaktadır.

### 5.3. Sönümlü Kanallar İçin Kod Tasarımı

Şekil 5.1'de verilen iletişim sisteminde,  $2k/2(k+1)$  oranlı  $k$ -CPE 'nin çıkışlarına eşlenen  $M^{k+1}$  tane  $k$  ardışılı işaret arasından, sökümlü kanallar için eniyileme ölçütüne dayanarak tasarlanan MHPM kafes kodu oluşturan  $M^k$  tane işaret,  $k/2k$  oranlı bir önkodlayıcı tarafından seçilir. Sönümlü kanallarda MHPM kafes kod tasarımında, kafesin etkin kod uzunluğunu ve ardından çarpımsal uzaklık değerini maksimum yapmak için,  $k$ -CPE kafesindeki aynı duruma varan ve ayrılan faz geçişlerine, AWGN kanallardaki kod tasarımını için uygulanan küme bölmeye yaklaşımından farklı bir bölmeye işlemi uygulanır. AWGN kanallar için tasarım yöntemi olarak uygulanan küme bölmeye işleminde, işaret çiftleri birbirlerinden maksimum uzaklıklı olacak biçimde alt bölmelere ayrılırken, sökümlü kanallar için geliştirilen tasarım yönteminin ilk bölmeye adımında, her bir  $k$  tane ardışılı simgenin herbirinin, aynı durumdan ayrılan diğer dallardaki ilişkin işaretlere olan uzaklıklarını sıfırdan farklı ve maksimum olmalıdır.  $k$ -CPE kafesinin diğer durumlara da aynı yöntem uygulanır. Böylece maksimum  $L$  adımlı etkin kod uzunluğuna sahip yol çiftleri boyunca çarpımsal uzaklığın maksimum olması sağlanır. Herbiri  $k$  ardışılı işaretten oluşan  $M^{k+1}$  tane çoklu MHPM işaret arasından, birleşik kafesin ECL'sini ve çarpımsal uzaklığını maksimum yapan eniyi  $M^k$  tanesi,  $k/2k$  oranlı bir önkodlayıcı tarafından seçilir.  $k$ -CPE ve önkodlayıcı eşdeğer tek bir katlamalı kodlayıcıya indirgenebilir. Sönümlü kanallarda kafes kod tasarımını yalnızca tasarım ölçütleri bakımından, Gauss kanallardaki kafes kod tasarımından farklıdır. Dolayısıyla sökümlü kanallardaki birleşik kodlayıcı genel yapısı, Bölüm 4.1'de anlatıldığı biçimdedir.

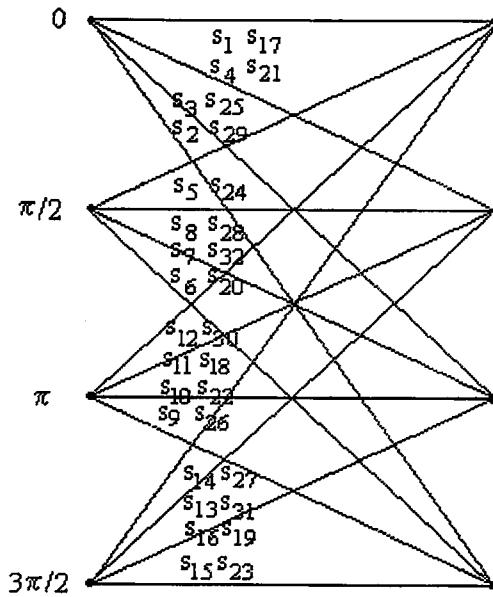
#### 5.3.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapıları

Bu alt bölümde, Bölüm 4.1.1.'de örnek olarak ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli 4 durumlu, çoklu MHPM yapısı için, sökümlü kanallarda en iyi kod tasarımını gerçeklenecektir. Şekil 4.1.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon

indis kümeli, 4 durumlu, 4 düzeyli çoklu MHPM'nin 2-CPE kafes yapısı gösterilmiştir. 4 durumun her birinden ayrılan 16 dal vardır. Herhangi bir kalkış ve varış durum çifti arasında 4 paralel dal olup her dal bir işaret çiftini gösterir. Bu nedenle, geleneksel MHPM ve çoklu MHPM yapısının ECL ve  $d_p^2$  değerleri aynıdır. Ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli MHPM yapısı için ECL=2 ve  $d_p^2 = 0.337$ 'dir.

Hata başarımını iyileştirmek için bir önkodlayıcı (CE) ile çoklu MHPM yapısı birleştirilir. CE'nin her kodlama adımdındaki 4 bitlik çıkışları, çoklu MHPM işaret kümesindeki bir işaretin belirlemek için çoklu MHPM modülatöre ilettilir.

Sönümlü kanallardaki eniyi kod tasarımlı için en önemli ölçüt ECL olduğundan, bu çalışmada, eniyi kafes kodu tasarlamak için, bir bilgisayar araştırma programı geliştirilmiştir. Kodlanmış çoklu MHPM kafesinde, her durumdan ayrılan ve herbiri ardışıl bir işaret çiftini taşıyan 4 dalm, 4 farklı durumda sonlanması istenmektedir. Çoklu MHPM kafesinin alt gruplarının çeşitli birleşimlerinden 256 farklı kodlanmış çoklu MHPM kafesi tanımlanabilmektedir. Dolayısıyla kod araştırma algoritması, her bir olası kodçözücü kafesinin ECL'sini hesaplar ve maksimum ECL'li kafesleri saklar. Daha sonra maksimum ECL'li olanlar arasından,  $d_p^2$ 'si maksimum olan kafesi ilişkin işaret çiftleriyle birlikte saklar. Birleşik kafesin tüm durumları arasında bir geçiş olduğundan ECL iki kodlama adımıda 4 olarak bulunur. Ele alınan çoklu MHPM yapısının kodlanmış kafesinin çarpımsal uzaklışı 0.347'ye eşittir. Kodlanmış çoklu MHPM yapısının ECL değeri geleneksel ve çoklu MHPM'ye göre iki kat artmıştır. Sönümlü kanallar için tasarlanmış eniyi kodlardan biri,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli, 4 durumlu, 4 düzeyli kodlanmış çoklu MHPM yapısı için Şekil 5.2.'de gösterilmiştir. Böylece, çoklu MHPM kafesindeki 64 işaret çifti arasında eniyi olan 16 işaret çiftinin oluşturduğu bu kafes kod, 2-CPE ve MM'den oluşan çoklu MHPM sisteminin girişine 2/4 oranlı katlamalı önkodlayıcı yerleştirilerek seçilebilir.



Sekil 5.2  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 durumlu 4 düzeyli kodlanmış çoklu MHPM kafesi.

Tablo 4.2.'de çoklu MHPM kafesindeki olurlu 64 işaret çifti, 4 düzeyli  $U_{m,0}, U_{m,1}$  giriş verileri için kalkış durumu  $V_n$  ve varış durumu  $V_{m+1}$  ile gösterilerek sıralanmıştır. Bu tablodaki işaret çiftlerinden, sönumlemeli kanallar için tasarlanan eniyi kafes üzerinde yer alacak işaret çiftleri Tablo 5.1.'de sunulmuştur. Aynı tabloda geri beslemesiz 2-CPE'nin herbir çıkış vektörü  $Z_m = (z_{m,0}, z_{m,1}, z_{m,2})$  verilmiştir. Burada  $z_{m,i} \in \{0, 1, 2, 3\}$ 'dir. 2-CPE'nin bu çıkışlarını üreten 4 düzeyli giriş dizileri bir önkodlayıcının çıkış kodsözcükleridir. 2/4 oranlı katlamalı önkodlayıcı her bir ikili  $a_{m,0} a_{m,1}$  giriş dizisi için  $U'_{m,0}^{(1)} U'_{m,0}^{(2)} U'_{m,1}^{(1)} U'_{m,1}^{(2)}$  ikili dizisini üretir. Tablo 5.2.'de önkodlayıcının 2 bitlik giriş verilerine bağlı olarak durum geçişleri ve çıkış kodsözcükleri sıralanmıştır. Burada  $s_{m,0}, s_{m,1}$  bellek bitleridir. Tablo 5.2.'den yararlanarak katlamalı önkodlayıcının giriş-çıkış ilişkisi,

$$\begin{aligned}
 U'_{m,0}^{(1)} &= a_{m,0} \\
 U'_{m,0}^{(2)} &= a_{m,1} \\
 U'_{m,1}^{(1)} &= s_{m,1} \\
 U'_{m,1}^{(2)} &= s_{m,0} + s_{m,1}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

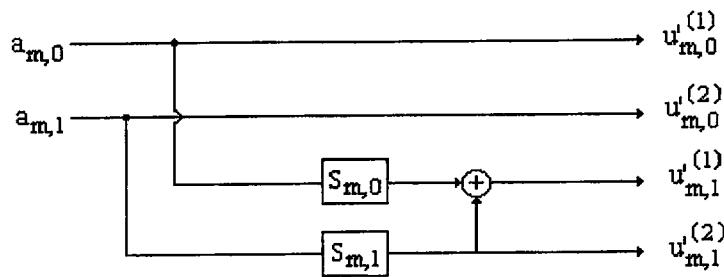
Tablo 5.1 Sönümlü kanallar için tasarlanan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli, 4 durumlu kodlanmış çoklu MHPM işaret çiftlerine karşı düşen 2-CPE çıkışları.

$S_i S_j$	$V_m$	$U_{m,0}$	$U_{m,1}$	$V_{m+1}$	$Z_{m,0}$	$Z_{m,1}$	$Z_{m,2}$
$S_1 S_{17}$	0	0	0	0	0	0	0
$S_2 S_{29}$	0	1	0	3	0	0	3
$S_3 S_{25}$	0	2	0	2	0	0	2
$S_4 S_{21}$	0	3	0	1	0	0	1
$S_5 S_{24}$	1	0	3	0	1	3	0
$S_6 S_{20}$	1	1	3	3	1	3	3
$S_7 S_{32}$	1	2	3	2	1	3	2
$S_8 S_{28}$	1	3	3	1	1	3	1
$S_9 S_{26}$	2	0	1	3	2	1	3
$S_{10} S_{22}$	2	1	1	2	2	1	2
$S_{11} S_{18}$	2	2	1	1	2	1	1
$S_{12} S_{30}$	2	3	1	0	2	1	0
$S_{13} S_{31}$	3	0	2	1	3	2	1
$S_{14} S_{27}$	3	1	2	0	3	2	0
$S_{15} S_{23}$	3	2	2	3	3	2	3
$S_{16} S_{19}$	3	3	2	2	3	2	2

Tablo 5.2 Önkodlayıcının durum geçişleri ve kodsözcükleri.

$a_{m,0} a_{m,1}$	$s_{m,0} s_{m,1}$	$u_{m,0}^{(1)} u_{m,0}^{(2)} u_{m,1}^{(1)} u_{m,1}^{(2)}$	$s_{m,0}' s_{m,1}'$
00	00	0000	00
01	00	0100	01
10	00	1000	10
11	00	1100	11
00	01	0011	00
01	01	0111	01
10	01	1011	10
11	01	1111	11
00	10	0001	00
01	10	0101	01
10	10	1001	10
11	10	1101	11
00	11	0010	00
01	11	0110	01
10	11	1010	10
11	11	1110	11

birimde elde edilmiştir. Bu ilişkiyi kuran önkodlayıcının blok diyagramı Şekil 5.3.'de gösterilmiştir.  $t = 2mT$  anında CE ve 2-CPE'nin bellekleri aynı değerleri aldığından birleşik kodçözücü kafesinin durum sayısı 2-CPE kafesinin durum sayısı



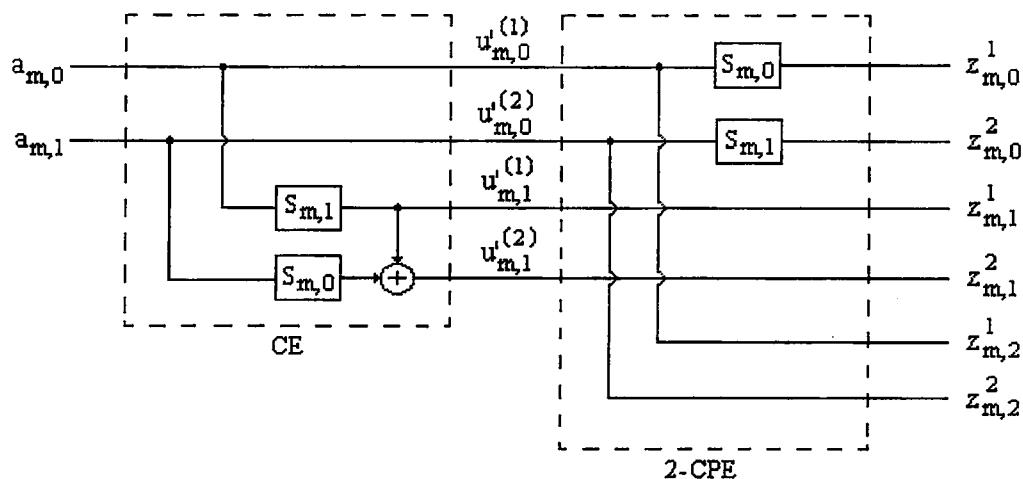
Şekil 5.3 2/4 oranlı önkodlayıcının blok diyagramı.

ile aynıdır. Dolayısıyla CE, uyumlu bir katlamalı kodlayıcıdır. Şekil 5.4.'de  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli kodlanmış çoklu MHPM'nin birleşik kodlayıcı diyagramı gösterilmiştir. Bu şekilde kodlanmış sistemin üreteç matrisi ( $G$ ) :

$$G = \begin{bmatrix} 01 & 00 & 00 & 01 & 10 & 00 \\ 00 & 01 & 01 & 01 & 00 & 10 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

biçiminde tanımlanır.

Bu tez çalışmasında,  $H_2 = (3/4, 1/4)$ ,  $H_2 = (3/4, 5/4)$ ,  $H_2 = (2/4, 3/4)$ ,  $H_2 = (1/4, 5/4)$  ve  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli 4 durumlu, 4 düzeyli çoklu MHPM yapıları için sönümlü kanallarda kod tasarımları yapılmıştır. Sönümlü kanallar için geliştirilmiş olan kod araştırma algoritması kullanılarak



Şekil 5.4  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indisli, kodlanmış çoklu MHPM'nin birleşik kodlayıcı yapısı.

Tablo 5.3 Kodlanmış çoklu ve kodlanmamış MHPM yapılarının çarpımsal uzaklıkları ( $d_p^2$ ), etkin kod uzunluk (ECL) değerleri.

$H_2$	$d_p^2$ (kodlanmamış)	G	$d_p^2$ (kodlanmış)	E.C.L (kodlanmamış)	E.C.L (kodlanmış)
(3/4,1/4)	0.337	1 0 0 1 2 0 0 1 1 1 0 2	0.347	2	4
(2/4,3/4)	1.00	1 0 2 0 2 0 0 1 0 3 0 2	0.347	1	4
(1/4,5/4)	0.316	1 0 1 0 2 0 0 1 0 1 0 2	0.115	2	4
(2/4,5/4)	1.00	1 0 2 0 2 0 0 1 0 2 0 2	0.276	1	4
(3/4,5/4)	0.813	1 0 1 0 2 0 0 1 0 1 0 2	0.638	2	4

ele alınan sistemler için ECL ve  $d_p^2$ 'si maksimum olan birleşik çoklu MHPM yapılar elde edilmiştir. Tasarlanan tüm kodlanmış çoklu ve kodlanmamış MHPM yapılarının çarpımsal uzaklıkları ( $d_p^2$ ), ECL değerleri ve eşdeğer birleşik kodlayıcının üretic matrisleri (G) Tablo 5.3.'de sunulmuştur. Tasarlanan tüm çoklu MHPM yapılarının ECL değeri ( $L = 4$ ), kodlanmamış MHPM'nin ECL değerinin ( $L = 2$ ) iki katıdır.

#### 5.4. Sönümlü Kanallar İçin Tasarlanan Çoklu MHPM Kafes Kodlarının Hata Üst Sınırları

Sönümlü bir kanaldan iletilen işaret dizisi,  $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_j \dots)$ ,  $\mathbf{v}_j \in \{s_i, 1 \leq i \leq 16\}$  için kanal çıkışında elde edilen dizi,  $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_j \dots)$  biçiminde tanımlansın. Burada,

$$\mathbf{r}_j = \rho_j \mathbf{v}_j + \mathbf{n}_j \quad , j = 1, 2, \dots \quad (5.33)$$

birimindedir. Bu eşitlikte,  $\mathbf{n}_j$  bileşenleri sıfır ortalamalı,  $N_0/2$  değişintili, toplamsal Gauss gürültü vektörü olup  $j$ . işaretleşme aralığı için genlik sönümlemesi  $\rho_j$  'dır ve diğer aralıklardaki  $\rho_j$ 'lerden istatiksel bağımsızdır.  $\rho_j \geq 0$  olup olasılık yoğunluk işlevi, Rayleigh kanal için (5.6), Rician kanal için (5.12), eşitliğiyle verilmiştir.

Viterbi alıcının hata başarım analizi, bit hata olasılığını üstten sınırlama tekniklerine dayanır. Sönümlü kanallar için bit hata olasılığı bireşim üst sınırı,

$$P_b \leq \frac{1}{b} \left. \frac{\partial \overline{T(W, I)}}{\partial I} \right|_{I=1, W=\exp(-\bar{E}_b/4N_0)} \quad (5.34)$$

olarak verilir (Divsalar et al, 1988b). Burada  $b$ , simge başına bit sayısını,  $\overline{T(W, I)}$ , ideal CSI durumu için geliştirilmiş aktarım işlevini gösterir ve birleşik kodun hata durum diyagramından elde edilir. Bu durumda, hata durum diyagramının dallarındaki  $W^{d^2}$  etiketleri,

$$\overline{W^{d^2\rho^2}} = \frac{1+K}{1+K+(d^2\bar{E}_b/4N_0)} W^{d^2K/(1+K+(d^2\bar{E}_b/4N_0))} \quad (5.35)$$

ile yer değiştirir. Burada  $\overline{W^{d^2\rho^2}}$ ,  $d^2$  uzaklıklı işaret çifti için Rician dağılımı üzerinden ortalama değeri alınmış hata ağırlığıdır. Şekil 4.13.'de verilen hata durum diyagramında kullanılacak  $\lambda_i$  değerleri sönümlü kanallar için aşağıda sıralanmıştır :

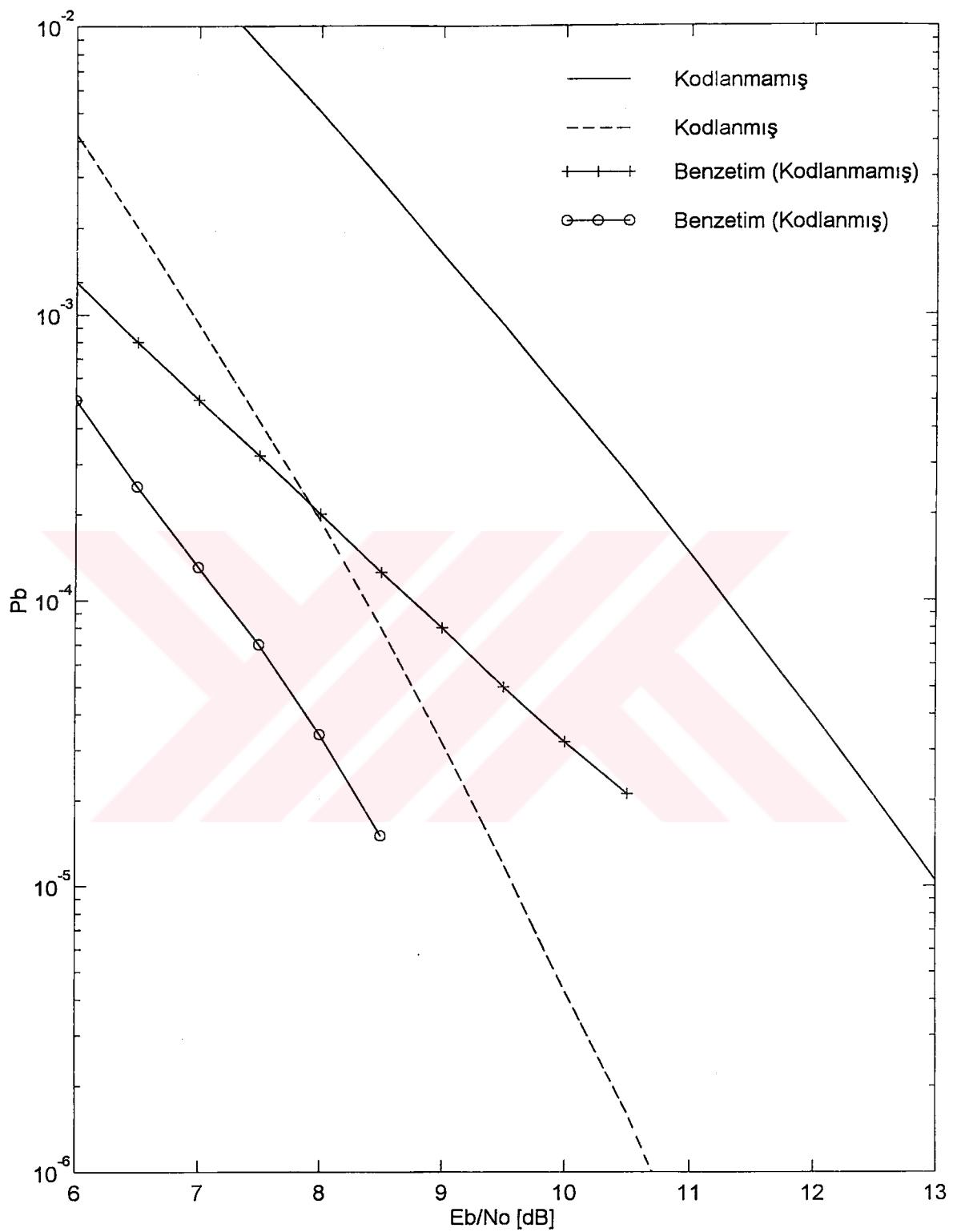
$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{2} (\overline{W^{1.85\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}}) \cdot \overline{W^{2\rho^2}} \cdot I \\ \lambda_2 &= \overline{W^{2\rho^2}} \cdot \overline{W^{4\rho^2}} \cdot I \\ \lambda_3 &= \overline{W^{2.42\rho^2}} \cdot \overline{W^{2\rho^2}} \cdot I^2 \\ \lambda_4 &= \frac{1}{2} (\overline{W^{1.58\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}}) \cdot \overline{W^{0.727\rho^2}} \\ \lambda_5 &= \frac{1}{4} (\overline{W^{1.58\rho^2}} + \overline{W^{1.86\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}} + \overline{W^{2.14\rho^2}}) \cdot \frac{1}{2} (\overline{W^{1.58\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}}) \cdot I^2 \\ \lambda_6 &= \overline{W^{2\rho^2}} \cdot \overline{W^{1.58\rho^2}} \cdot I \\ \lambda_7 &= \frac{1}{2} (\overline{W^{2.42\rho^2}} + \overline{W^{1.58\rho^2}}) \cdot \frac{1}{2} (\overline{W^{2.42\rho^2}} + \overline{W^{1.58\rho^2}}) \cdot I^2 \\ \lambda_8 &= \frac{1}{4} (\overline{W^{2.14\rho^2}} + 3\overline{W^{1.58\rho^2}}) \cdot \overline{W^{0.727\rho^2}} \\ \lambda_9 &= \frac{1}{4} (\overline{W^{2\rho^2}} + \overline{W^{4\rho^2}}) \cdot (\overline{W^{3.27\rho^2}} + \overline{W^{0.727\rho^2}}) \cdot I \\ \lambda_{10} &= \frac{1}{4} (\overline{W^{2.14\rho^2}} + 3\overline{W^{1.58\rho^2}}) \cdot \overline{W^{3.27\rho^2}} \cdot I \\ \lambda_{11} &= \frac{1}{4} (\overline{W^{4\rho^2}} + \overline{W^{2\rho^2}}) \cdot (\overline{W^{3.27\rho^2}} + \overline{W^{0.727\rho^2}}) \cdot I^2 \\ \lambda_{12} &= \frac{1}{4} (\overline{W^{2.14\rho^2}} + 3\overline{W^{1.58\rho^2}}) \cdot \overline{W^{2\rho^2}} \\ \lambda_{13} &= \frac{1}{4} (\overline{W^{1.58\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}} + 2\overline{W^{2\rho^2}}) \cdot \frac{1}{2} (\overline{W^{0.727\rho^2}} + \overline{W^{3.27\rho^2}}) \cdot I \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{14} &= \frac{1}{4}(\overline{W^{1.86\rho^2}} + 3\overline{W^{2.42\rho^2}}).\overline{W^{2\rho^2}}.I \\ \lambda_{15} &= \frac{1}{4}(\overline{W^{1.58\rho^2}} + \overline{W^{2.42\rho^2}} + 2\overline{W^{2\rho^2}}).\frac{1}{2}(\overline{W^{3.27\rho^2}} + \overline{W^{0.727\rho^2}}).I^2\end{aligned}$$

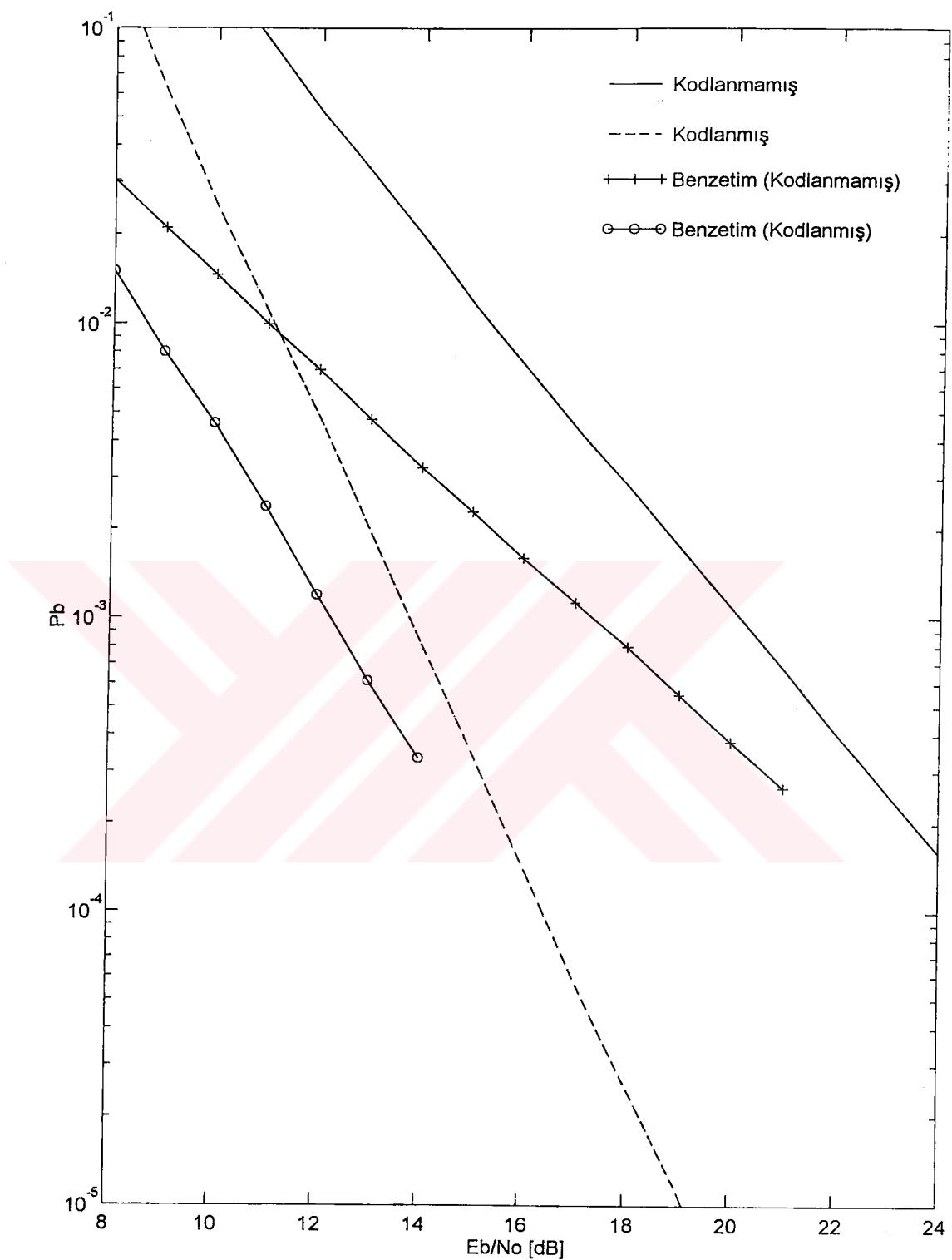
biçiminde elde edilmiştir. Tablo 5.3.'de sunulan tüm kodlanmış çoklu MHPM yapılarının örnek sistemde ele alındığı gibi, aktarım işlevleri çıkarılmış daha sonra  $\overline{T(W, I)}$ , (5.34) eşitliğinde yerine konularak bit hata olasılığı üst sınır değerleri çeşitli işaret/gürültü oranları için elde edilmiştir. Şekil 5.5. - Şekil 5.9.'da, Tablo 5.3.'de verilen modülasyon indis kümeleri için kodlanmış ve kodlanmamış MHPM yapılarının  $E_b/N_0$  [dB] oranına bağlı olarak Rician parametresi  $K=0$  ve  $K=10$  için bit hata olasılığı üst sınır eğrileri verilmektedir. Şekil 5.5.a.'dan görüldüğü gibi,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeleri için kodlanmış çoklu MHPM,  $K=10$  için aynı  $10^{-4}$ 'luk bit hata oranını, aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM'ye göre 2.9 [dB] daha düşük işaret/gürültü oranında sağlamaktadır.  $K=0$  için Şekil 5.5.b.'den görüldüğü üzere,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeleri için kodlanmış çoklu MHPM, aynı  $10^{-3}$ 'luk bit hata oranını aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM'ye göre 9 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlamaktadır. Benzer şekilde  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeleri için, Şekil 5.6.a.'da  $K=10$  için verilen eğrilerden  $10^{-3}$ 'luk bit hata oranı için,  $E_b/N_0$  oranındaki kazancın 3 [dB] olduğu görülmektedir.  $K=0$  için Şekil 5.6.b'de verilen eğrilerde, aynı  $10^{-2}$ 'lik bit hata oranı, aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM'ye göre 8 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlanır.  $H_2 = (1/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeleri için, Şekil 5.7.a.'da verilen eğrilerden ise, aynı  $10^{-4}$ 'luk hata oranına 2.8 [dB] daha düşük  $E_b/N_0$  oranında erişildiği görülmektedir. Benzer şekilde Şekil 5.7.b'de aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmış MHPM yapı, aynı  $10^{-2}$ 'lik bit hata oranını, kodlanmamış MHPM yapısına göre, 6.5 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlar. Şekil 5.8.a.'dan görüldüğü gibi,  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeleri için, kodlanmış çoklu MHPM, aynı  $10^{-3}$ 'luk bit hata oranını, aynı modülasyon indis kümelerini kullanan kodlanmamış MHPM'ye göre, 3.3 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlamaktadır. Benzer şekilde, Şekil 5.8.b.'de verilen eğrilerden aynı modülasyon indis kümelerini kullanan

kodlanmış çoklu MHPM yapının kodlanmamış MHPM'ye göre aynı  $10^{-2}$ 'lik bit hata oranına 8.5 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında eriştiği görülmektedir.  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümesi için, Şekil 5.9.a'da verilen eğrilde ise, aynı  $10^{-4}$ 'luk hata oranına, 2.2 [dB] daha düşük  $E_b/N_0$  oranında erişildiği görülmektedir. Şekil 5.9.b.'den görüldüğü gibi, aynı modülasyon indis kümesi için kodlanmış çoklu MHPM, aynı  $10^{-2}$ 'lik hata oranını, aynı modülasyon indis kümescini kullanan kodlanmamış MHPM'ye 5.8 [dB] daha düşük işaret gürültü oranında sağlamaktadır.

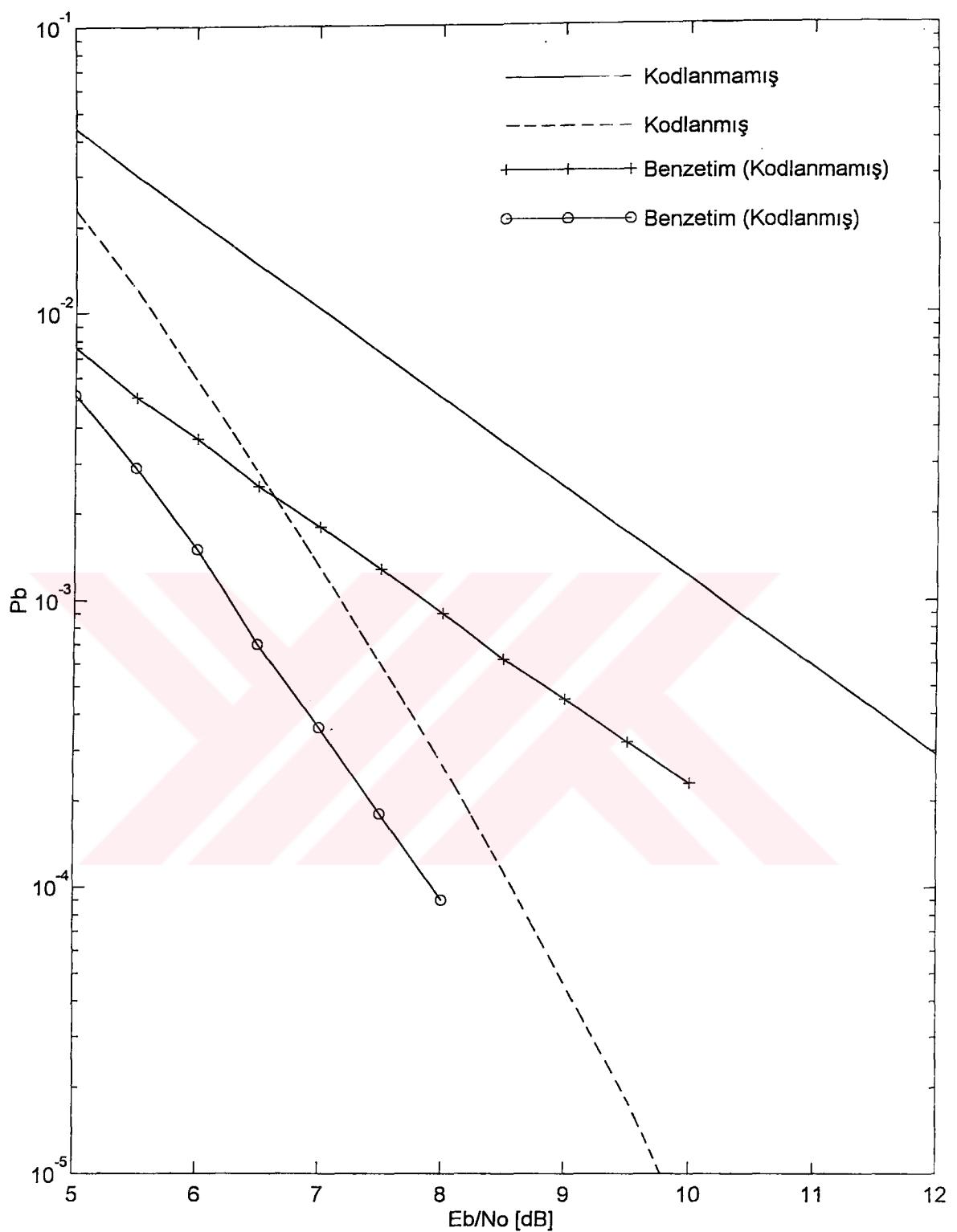
Elde edilen analitik sonuçları sınamak amacıyla kodlanmış çoklu MHPM ve kodlanmamış MHPM sistemlerin, Rician parametresi  $K = 10$  ve  $K = 0$  olan ideal sökümlü kanallardaki bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Seçilen  $H_2$  kümeli MHPM kafesi üzerinde tüm sıfır başlangıç durumundan başlayarak rasgele üretilen 0,1 ikili veri dizilerine karşı düşen MHPM işaretlerin vektör bileşenleri oluşturulup iletilecek işaret dizisi, faz sürekliliği korunarak üretilmiştir. Kanaldan iletilen işaretlere ( $\mathbf{v}_i$ ), bilgisayarın rasgele sayı üreticinden yararlanılarak üretilen Rician ve Rayleigh dağılımlı genlik sökümlemesi  $\rho_i$  etki eder. Ayrıca bilgisayarın sayı üreticinden üretilen istatistiksel bağımsız beyaz Gauss gürültüsü  $\mathbf{n}_i$  elde edilen bu işarette eklenir.  $i$ . işaretleşme aralığında alıcıya gelen vektör,  $\mathbf{r}_i = \rho_i \cdot \mathbf{v}_i + \mathbf{n}_i$  biçiminde ifade edilir. Alıcıda yumuşak kararlı en büyük benzerlikli kodçözme işlemi için Viterbi algoritması uygulanmıştır. Benzetim çalışmasında karar derinliği  $L = 10$  seçilmiştir. Kodlanmış durumda 10 adımda iletilen 20 işaret uzunluklu dizilerin, kodlanmamış durumda ise 10 işaret uzunluklu dizilerin kodları çözülüp karar verilen ikili veri dizileri ile o aralıkta iletilen ikili veri dizileri karşılaştırılarak belli bir işaret/gürültü oranı için bit hata oranları hesaplanmıştır. Bu işlem her işaret/gürültü oranı için en az 500x500 kez yapılmıştır. Tablo 5.3'de verilen modülasyon indis kümeli MHPM yapılarının benzetim sonuçları, Şekil 5.5 - Şekil 5.9.'da ilişkin hata üst sınır eğrileriyle birlikte sunulmaktadır. Bilgisayar benzetim sonuçları, analitik yöntemlerle elde edilen hata üst sınır eğrileriyle uyum göstermektedir.



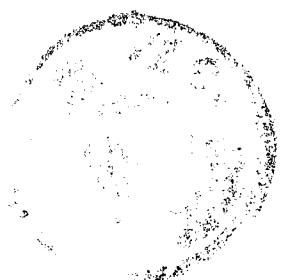
Şekil 5.5.a  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ).

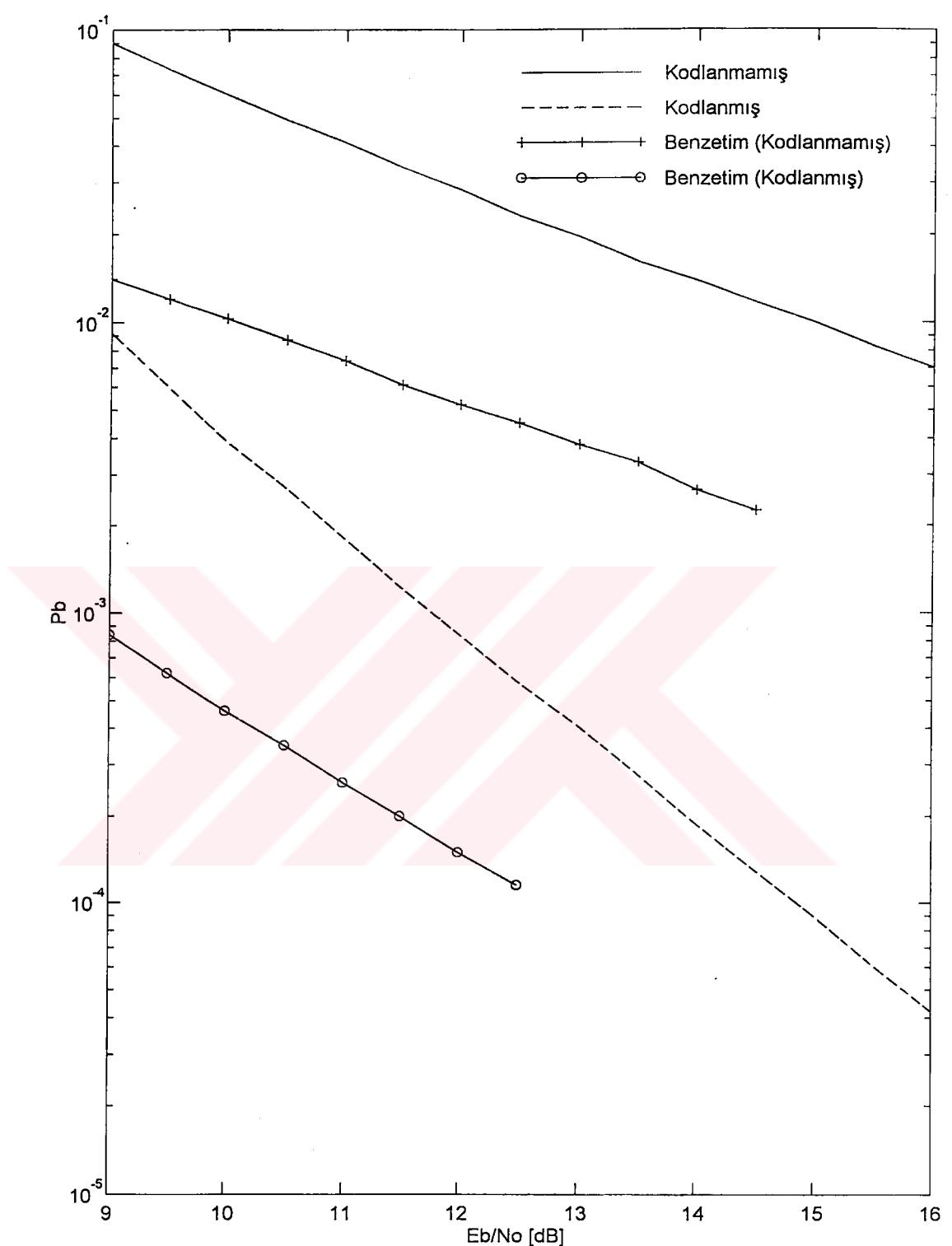


Şekil 5.5.b  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ).

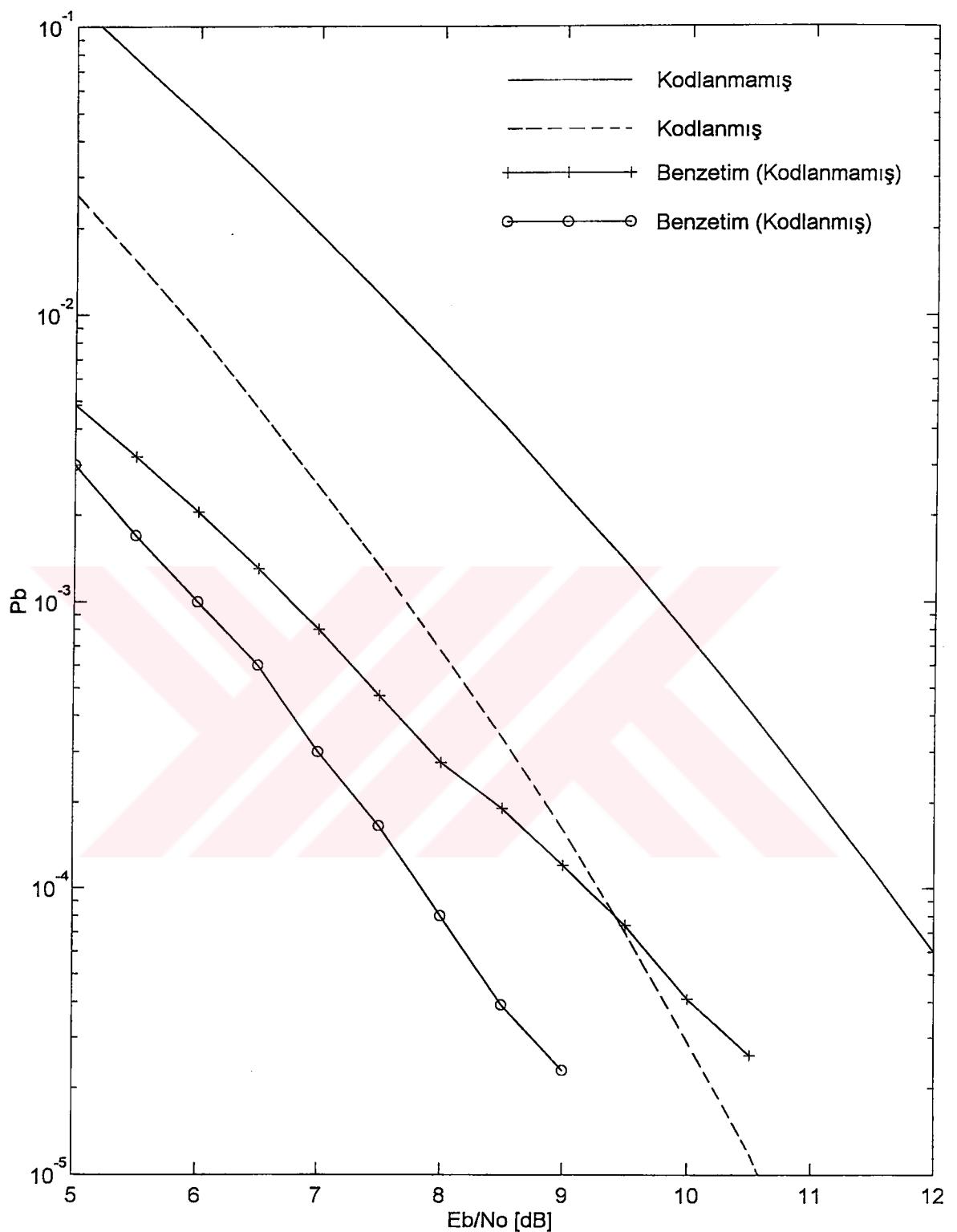


Şekil 5.6.a  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ).

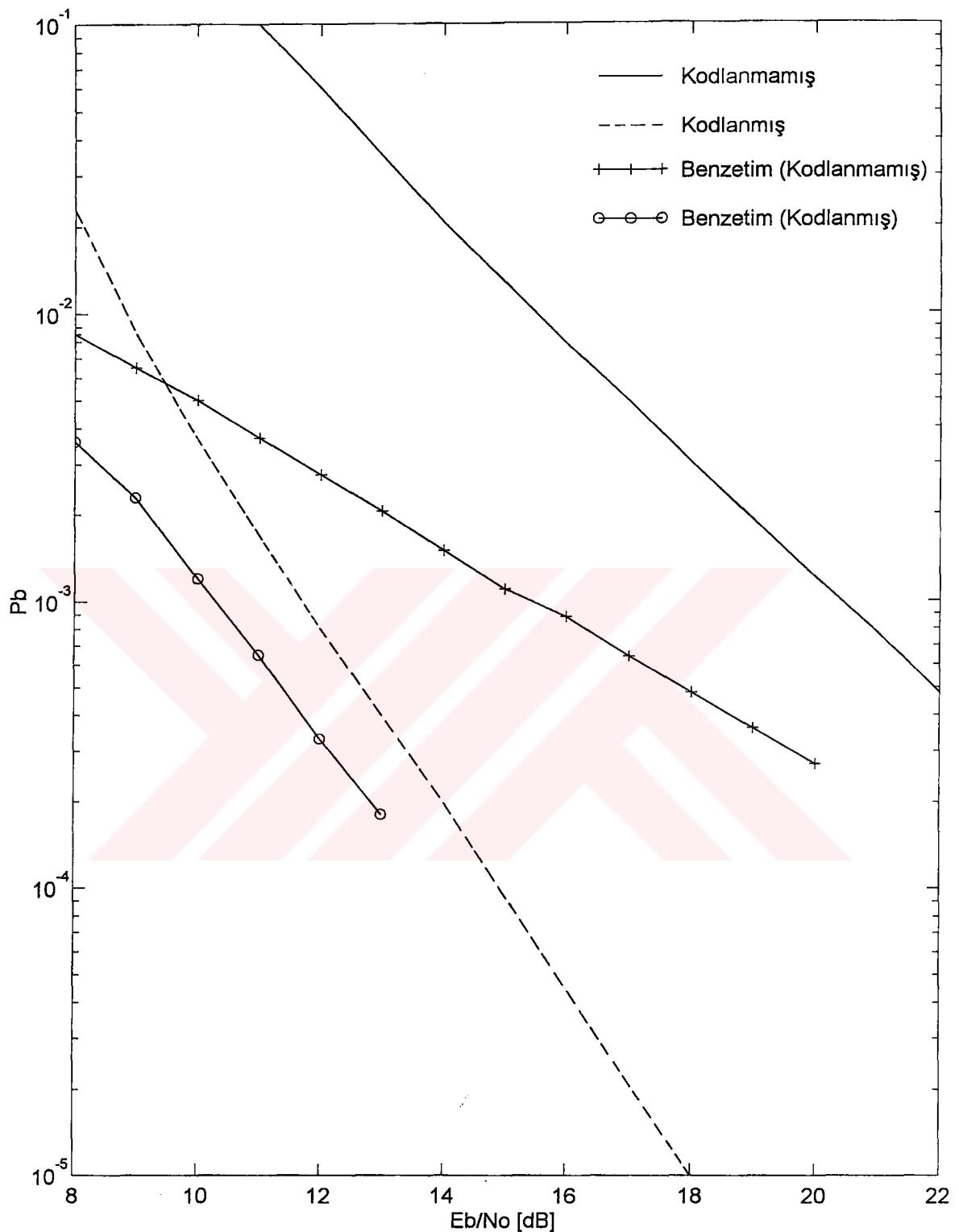




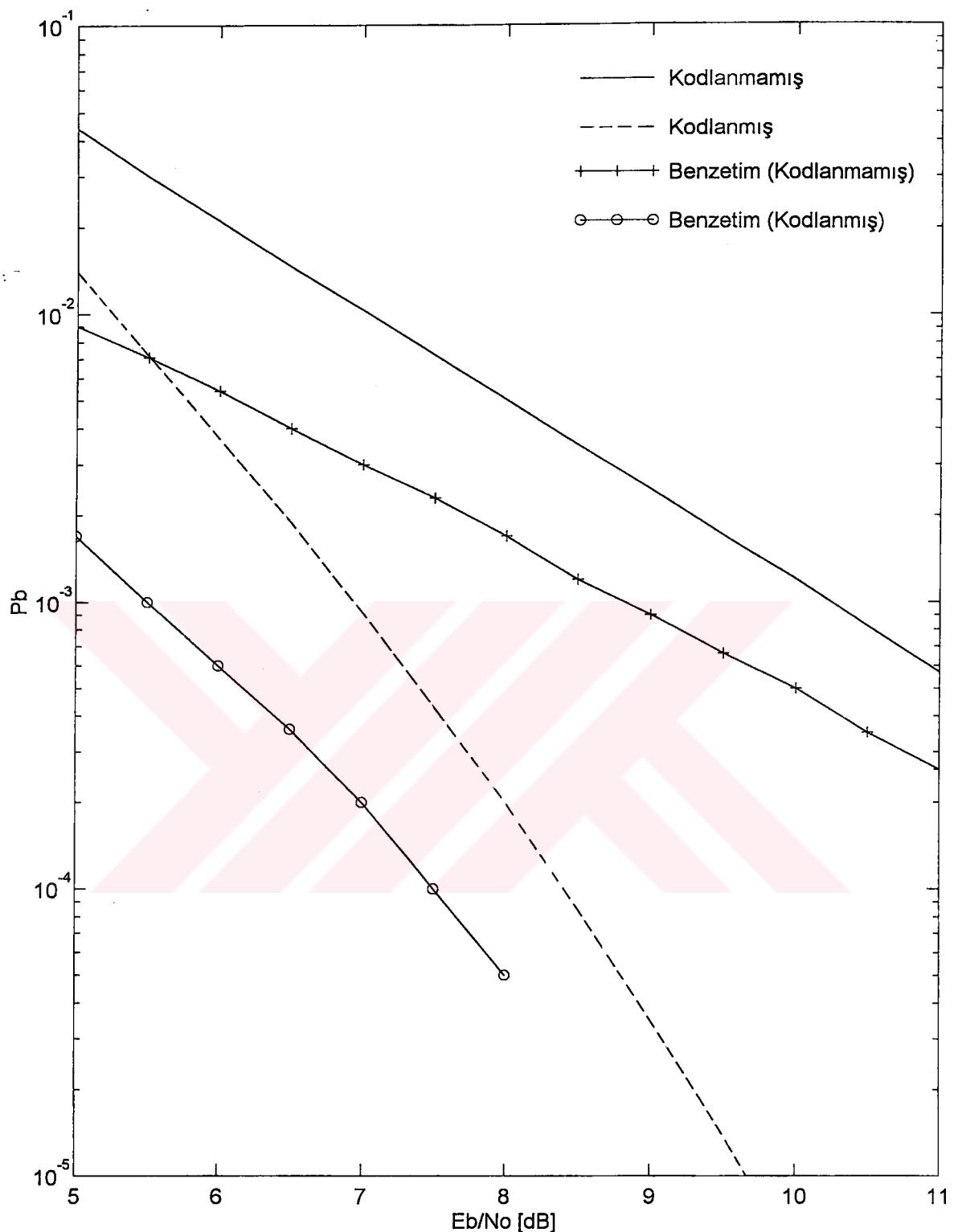
Şekil 5.6.b  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ).



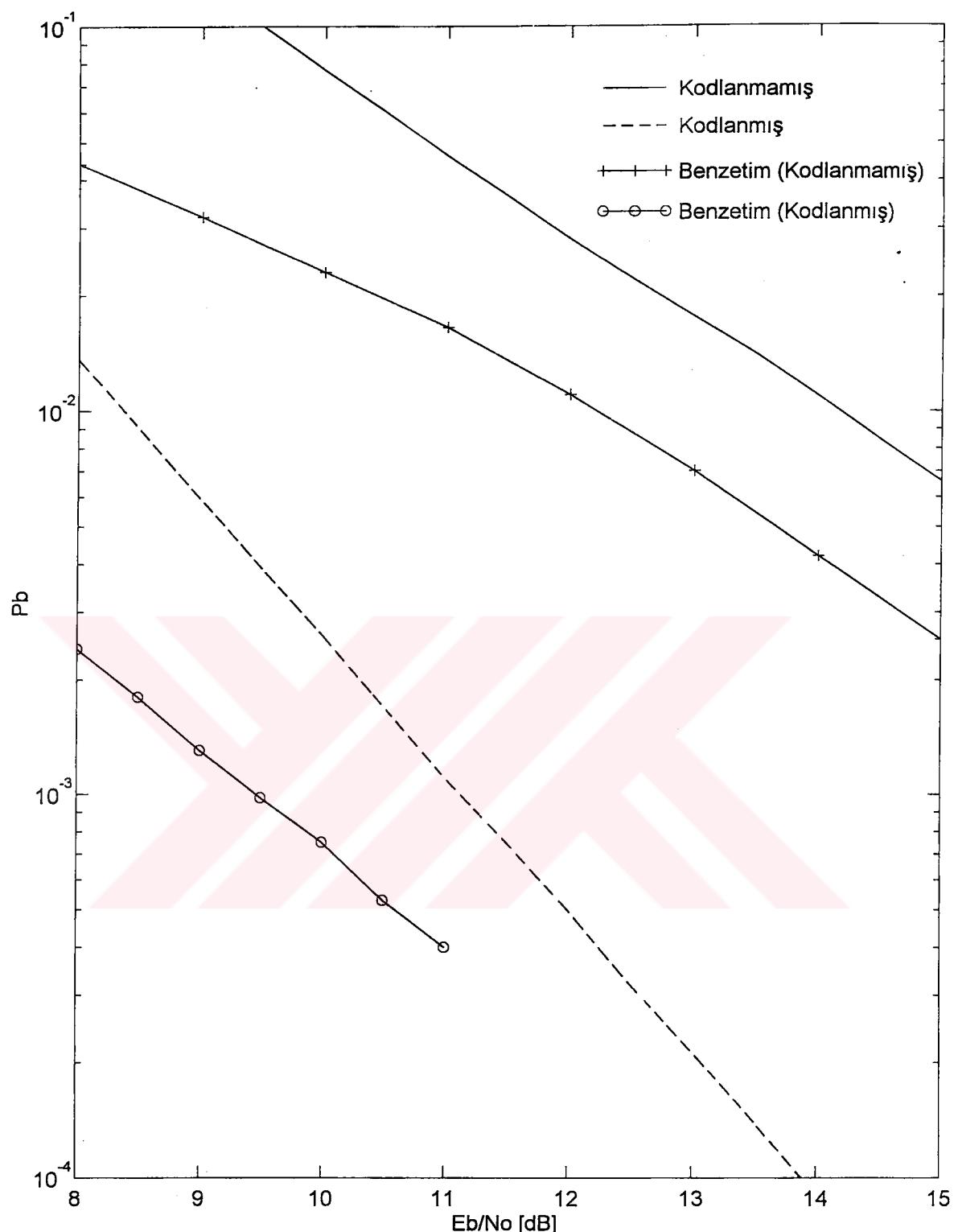
Şekil 5.7.a  $H_2 = (1/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ).



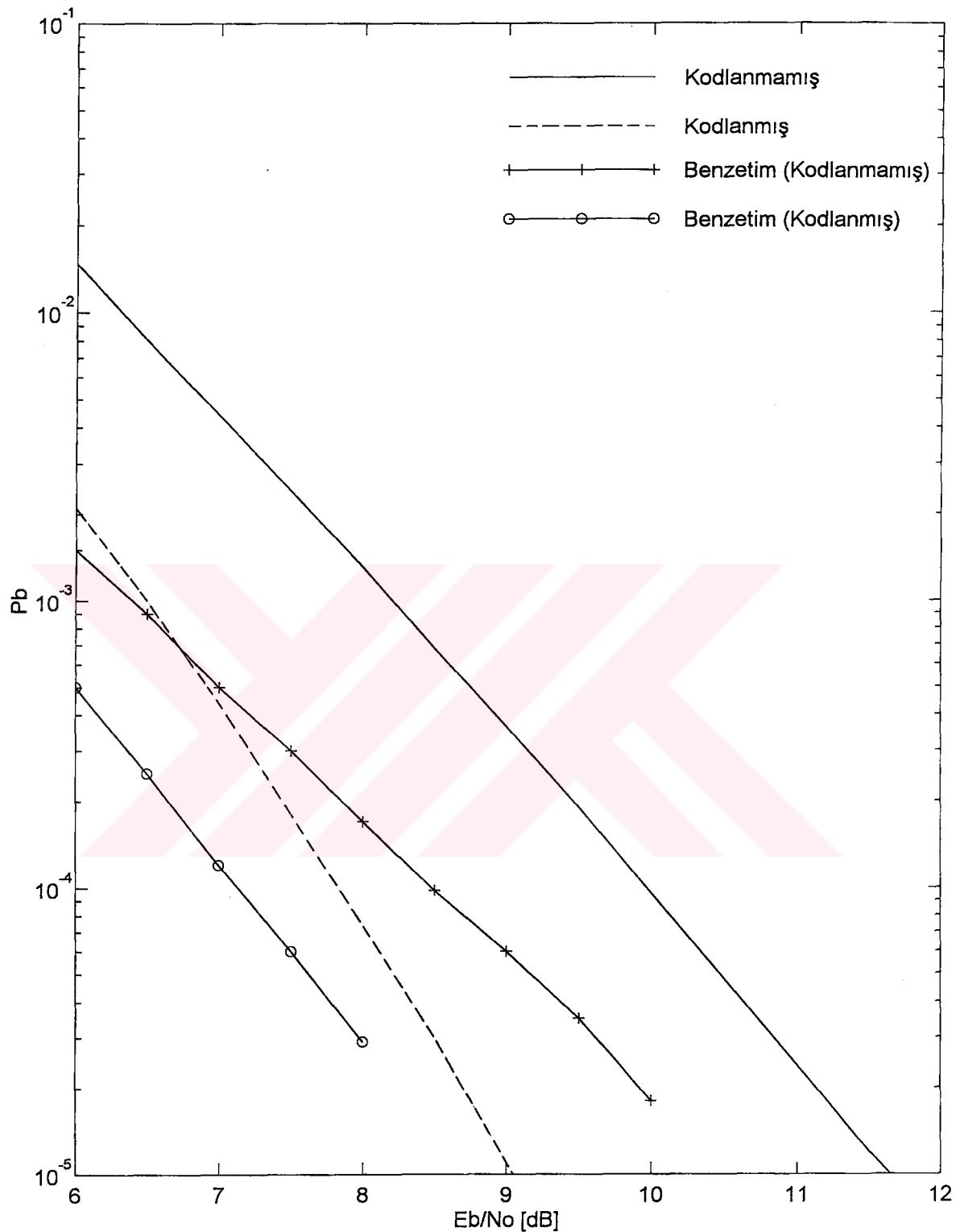
Şekil 5.7.b  $H_2 = (1/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ).



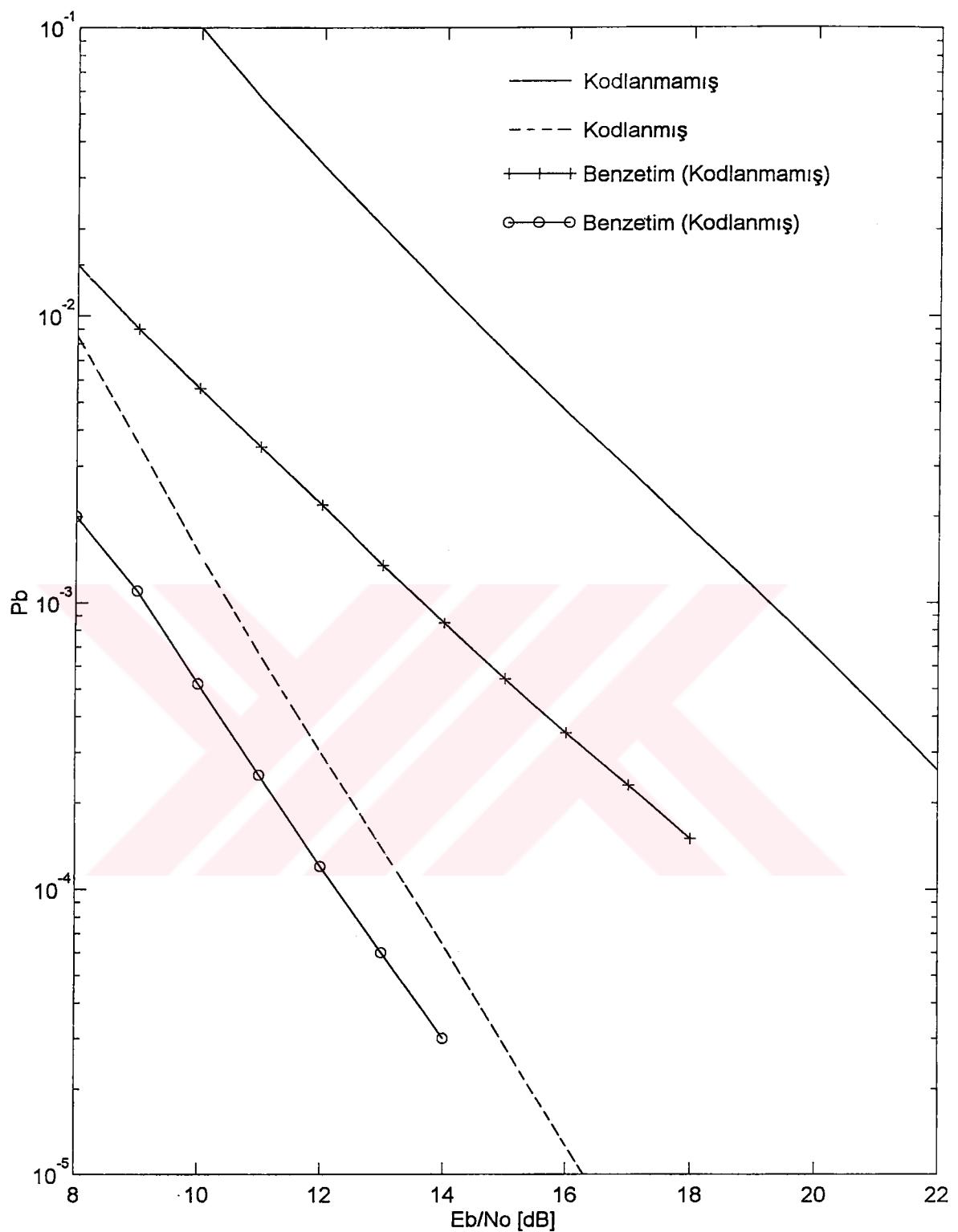
Şekil 5.8.a  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ).



Şekil 5.8.b  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ).



Şekil 5.9.a  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=10$ ).

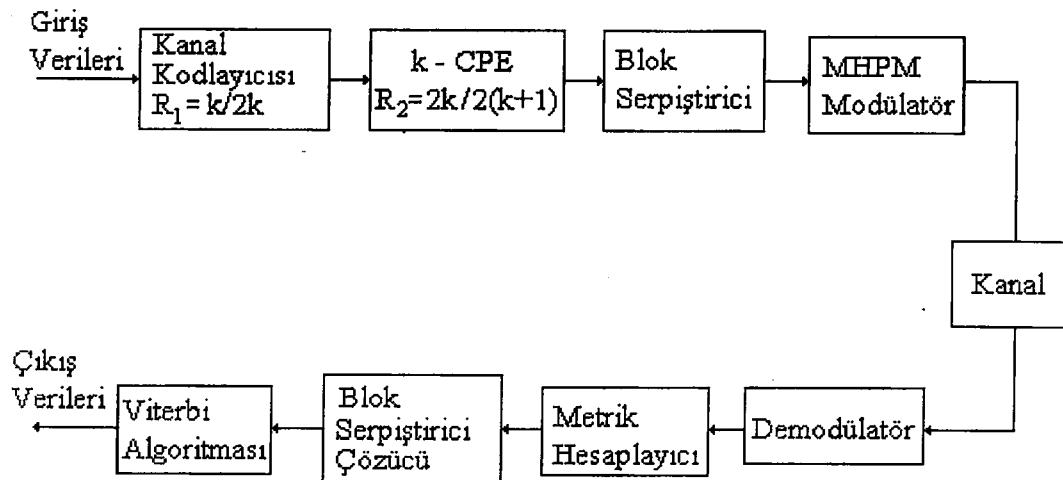


Şekil 5.9.b  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının bit hata olasılığı üst sınır eğrileri ve benzetim sonuçları ( $K=0$ ).

## 5.5. Tasarlanan Çoklu MHPM Kafes Kodların Ideal Olmayan Sönümlenmeli Kanallarda Hata Üst Sınırları

Sönümlenmeli kanalların ideal olmaması durumunda, yani patlamalı sönumlemelerin öbekler biçiminde birbirini izleyen işaretleşme aralıklarını etkilediğinde sönumleme genlikleri  $\rho_j$ 'ler bağımlı hale gelecektir. Bu durumda, kodlanmış çoklu MHPM sistemlerin başarımı, serpiştirme teknikleri kullanılarak belli bir miktar artırılabilir. Bu durumda, iletişim sisteminin blok diyagramı Şekil 5.2.'de gösterilmiştir. Bu sistemde  $k$  bitlik giriş verileri  $k/2k$  oranlı bir katlamalı önkodlayıcıya uygulanır.  $2k$  bitlik kodlayıcı çıkışları ise  $2k/2(k+1)$  oranlı  $k$ -CPE'nin girişlerine uygulanır.  $k$ -CPE'nin  $2(k+1)$  bitlik çıkış blokları, blok blok serpiştirilir. Serpiştirici (interleaver), bu blokları bir matris şeklindeki belleğine satır satır yazıp sütun sütun okuyarak modülatöre gönderir. Böylece bir simge uzunluğundan daha uzun süreli sönumlemelere neden olan patlamalı hatalar art arda iletilen simgelere aynı şekilde etki edemez. Pratikte serpiştirme işleminin derinliği, yani bellek matrisinin boyutları sonludur ve maksimum patlama süresine bağlı olarak seçilir. Kuramsal analizlerde ise bu derinlik sonsuz varsayılar. Böylece, analitik hata sınırlama tekniklerinin uygulanabilmesi için kanalın belleksiz modellenmesine olanak sağlanır. Modülatörde her biri  $k$  tane ardışıl kanal simgesiyle eşlenen bloklar sönumlenmeli kanaldan iletilicek biçimde dönüştürülür. Bu tez çalışmasında, sönumlenmeli kanalın işaretin yalnızca genliğini bozduğu varsayılmıştır. Alınan işaretin fazında ortaya çıkan belirsizliklerin PLL (Faz Kilitlemeli Çevrim) veya benzeri bir faz izleme devresiyle ideal biçimde giderildiği varsayılmıştır.

Faz sürekliliğine sahip MHPM sistemlerde, serpiştirici kullanıldığında, faz sürekliliği, serpiştirici/ çözücü tarafından bozulur. Sürekli faz özelliğinden alıcıda yararlanabilmek için  $k$ -CPE kodçözücüsü ile önkodlayıcının kodçözücüsü ayrılmalıdır. Şekil 5.10.'daki sistemin alıcı tarafında, demodule edilen işaretlerle,  $k$ -CPE kafesi üzerindeki olası tüm işaretler arasındaki uzaklıklara dayanarak her  $N$  işaretleşme aralığı için olası tüm metrikler belirlenir. Serpiştirici / çözücü, bu metrik



Şekil 5.10 İdeal olmayan sönümlü kanallar için ele alınan iletişim sisteminin blok diyagramı.

kümelerini serpiştirici girişindeki gerçek sıralara dizer. Daha sonra, bu metriklerden ve önkodlayıcının kafesinden yararlanılarak kod çözme işlemi Viterbi algoritmasıyla gerçekleştirilir. Bu durumda, kod çözme sırasında birleşik kodlayıcı kafesinden yararlanılamadığından bu sistem, eniyi değil ancak eniyiye yakın bir sistemdir.

Bu eniyiye yakın sezme işleminde sistemin çift çift hata olasılığı, (5.22) eşitliğindeki metrik değeri  $|\mathbf{v}_j - \hat{\mathbf{v}}_j|^2$  yerine  $D^2(U'_{j,0}^{(1)}U'_{j,0}^{(2)}U'_{j,1}^{(1)}U'_{j,1}^{(2)}...U'_{j,k-1}^{(1)}U'_{j,k-1}^{(2)})$  olarak bulunur. 4 durumlu, 4 düzeyli MHPM yapılarının eşdeğer  $k$ -CPE kodlayıcısının, her  $2k$  bitlik giriş dizisi  $(U'_{j,0}^{(1)}U'_{j,0}^{(2)}U'_{j,1}^{(1)}U'_{j,1}^{(2)}...U'_{j,k-1}^{(1)}U'_{j,k-1}^{(2)})$   $k$ -CPE'nin bellek değerlerine bağlı olarak  $k$  ardışıl kanal işaretine eşlenmektedir. Dolayısıyla,  $k$ -CPE'nin her  $2k$  bitlik giriş dizisi için 4 farklı kalkış durumundan, birer farklı  $k$  ardışıl işaret üretilmektedir.  $j$ . aralıkta  $D^2(U'_{j,0}^{(1)}U'_{j,0}^{(2)}U'_{j,1}^{(1)}U'_{j,1}^{(2)}...U'_{j,k-1}^{(1)}U'_{j,k-1}^{(2)})$  değerleri, alınan işaret  $\mathbf{r}_j$  ile her  $2k$  bitlik  $(U'_{j,0}^{(1)}U'_{j,0}^{(2)}U'_{j,1}^{(1)}U'_{j,1}^{(2)}...U'_{j,k-1}^{(1)}U'_{j,k-1}^{(2)})$  girişine ilişkin herbiri 4 farklı  $k$  ardışıl işaret içeren işaret kümeleri arasındaki Öklid uzaklıklarının en küçükleri olarak belirlenmiştir. Hata olasılığına bir üst sınır belirlemek için katlamalı önkodlayıcının kafesinden yararlanılarak hata durum diyagramları oluşturulur ve durum geçişleri  $(U'_{j,0}^{(1)}U'_{j,0}^{(2)}U'_{j,1}^{(1)}U'_{j,1}^{(2)}...U'_{j,k-1}^{(1)}U'_{j,k-1}^{(2)})$  hata

ağırlıkları ile etiketlenir. Hata ağırlık profilleri,  $k$ -CPE kafesi kullanılarak (5.35)'den hesaplanır. Bit hata olasılığı birleşim üst sınırı, hata durum diyagramının aktarım işlevine dayanarak (5.34) eşitsizliği ile belirlenir.

### 5.5.1. 4 Durumlu Kodlanmış MHPM Yapılarının İdeal Olmayan Sönüümlemeli Kanallarda Hata Üst Sınırları

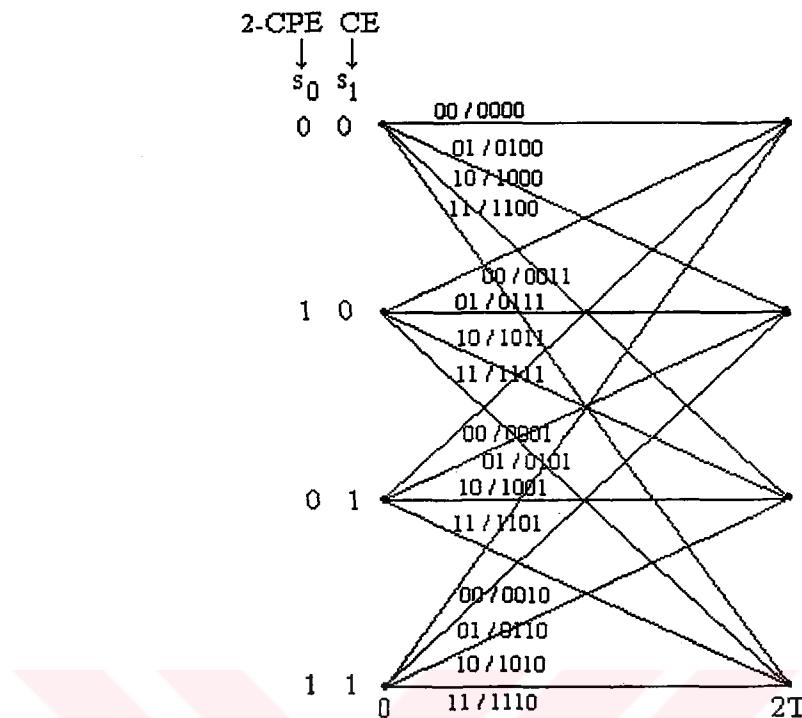
Bu çalışmada, örnek olarak ele alınan  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli 4 durumlu MHPM'nin 2-CPE kafes yapısı Şekil 4.2.'de gösterilmiştir. Ayrıca, söküümlemeli kanallarda ele alınan yapı için söküümlemeli kanallarda tasarlanan eniyi kodu seçen önkodlayıcının Şekil 5.3.'de blok diyagramı verilmiştir. Bu 2/4 oranlı 4 durumlu katlamalı önkodlayıcının kafes yapısı Şekil 5.11.'de gösterilmiştir.

2-CPE kafesinin her durumundan ayrılan 16 dala ilişkin işaret çiftlerinden yalnız 4'ü her bir durum için önkodlayıcı tarafından seçilmektedir. Başka bir deyişle, katlamalı önkodlayıcının her kodsözcüğü için, 2-CPE kafesinde 4 farklı kanal işaret çifti tanımlanmıştır. CE'nin bellek değerine bağlı olarak bu 4 işaret çiftinden yalnız birinin kanaldan iletilmesine izin verilir. Dolayısıyla, 4/6 oranlı 2-CPE'nin her giriş veri dizisi için, kanaldan iletilebilecek işaret çiftlerinin kümesi Tablo 5.4'de sunulmuştur.

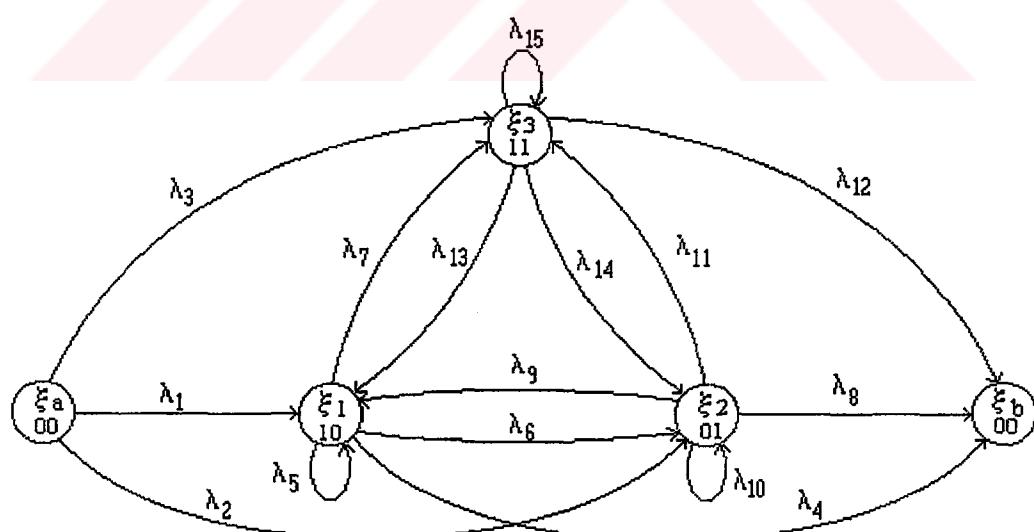
Bu eniyiye yakın sezme işleminde, kodçözme işlemi önkodlayıcı kafesi üzerinden gerçekleştiğinden, önkodlayıcının her  $\mathbf{E}^p$  hata dizisi için metrikler 2-CPE kafesinden elde edilir.  $\mathbf{E}^p$  hata dizisine göre kodlayıcı çıkışındaki  $\mathbf{C}^p$ 'nin minimum karesel Öklid hata ağırlığı,

$$d^2(\mathbf{C}^p, \mathbf{E}^p) = \min_c \min_e \| M(\mathbf{C}^p) - M(\mathbf{C}^p \oplus \mathbf{E}^p) \|^2 \quad (5.37)$$

birimde tanımlanır. Burada,  $M(\mathbf{C}^p)$ ,  $\mathbf{C}^p$  kodsözcüğüne eşlenebilen  $c$  tane kanal işaret çiftinden herbirini,  $M(\mathbf{C}^p \oplus \mathbf{E}^p)$ , doğru olan kodsözcüğüne  $\mathbf{E}^p$  hata dizisi eklenliğinde eşlenebilen  $e$  kanal işaret çiftlerinden herbirini gösterir. Hesaplanan



Şekil 5.11 2/4 oranlı 4 durumlu önkodlayıcının kafes yapısı.



Şekil 5.12 2/4 oranlı 4 durumlu önkodlayıcının hata durum diyagramı.

Tablo 5.4 4/6 oranlı 2-CPE'nin her giriş veri dizisi için, kanaldan iletilebilecek işaret çiftlerinin kümesi.

<b>0000</b>	<b>0100</b>	<b>1000</b>	<b>1100</b>
$S_1 S_{17}$	$S_4 S_{21}$	$S_3 S_{25}$	$S_2 S_{29}$
$S_6 S_{17}$	$S_5 S_{21}$	$S_8 S_{25}$	$S_7 S_{29}$
$S_{11} S_{17}$	$S_{10} S_{21}$	$S_9 S_{25}$	$S_{12} S_{29}$
$S_{16} S_{17}$	$S_{15} S_{21}$	$S_{14} S_{25}$	$S_{13} S_{29}$

<b>0011</b>	<b>0111</b>	<b>1011</b>	<b>1111</b>
$S_4 S_{24}$	$S_3 S_{28}$	$S_2 S_{32}$	$S_1 S_{20}$
$S_5 S_{24}$	$S_8 S_{28}$	$S_7 S_{32}$	$S_6 S_{20}$
$S_{10} S_{24}$	$S_9 S_{28}$	$S_{12} S_{32}$	$S_{11} S_{20}$
$S_{15} S_{24}$	$S_{11} S_{28}$	$S_{13} S_{32}$	$S_{16} S_{20}$

<b>0001</b>	<b>0101</b>	<b>1001</b>	<b>1101</b>
$S_2 S_{30}$	$S_1 S_{18}$	$S_4 S_{22}$	$S_3 S_{26}$
$S_7 S_{30}$	$S_6 S_{18}$	$S_5 S_{22}$	$S_8 S_{26}$
$S_{12} S_{30}$	$S_{11} S_{18}$	$S_{10} S_{22}$	$S_9 S_{26}$
$S_{13} S_{30}$	$S_{16} S_{18}$	$S_{15} S_{22}$	$S_{14} S_{26}$

<b>0010</b>	<b>0110</b>	<b>1010</b>	<b>1110</b>
$S_3 S_{27}$	$S_2 S_{31}$	$S_1 S_{19}$	$S_4 S_{23}$
$S_8 S_{27}$	$S_7 S_{31}$	$S_6 S_{19}$	$S_5 S_{23}$
$S_9 S_{27}$	$S_{12} S_{31}$	$S_{11} S_{19}$	$S_{10} S_{23}$
$S_{14} S_{27}$	$S_{13} S_{31}$	$S_{16} S_{19}$	$S_{15} S_{23}$

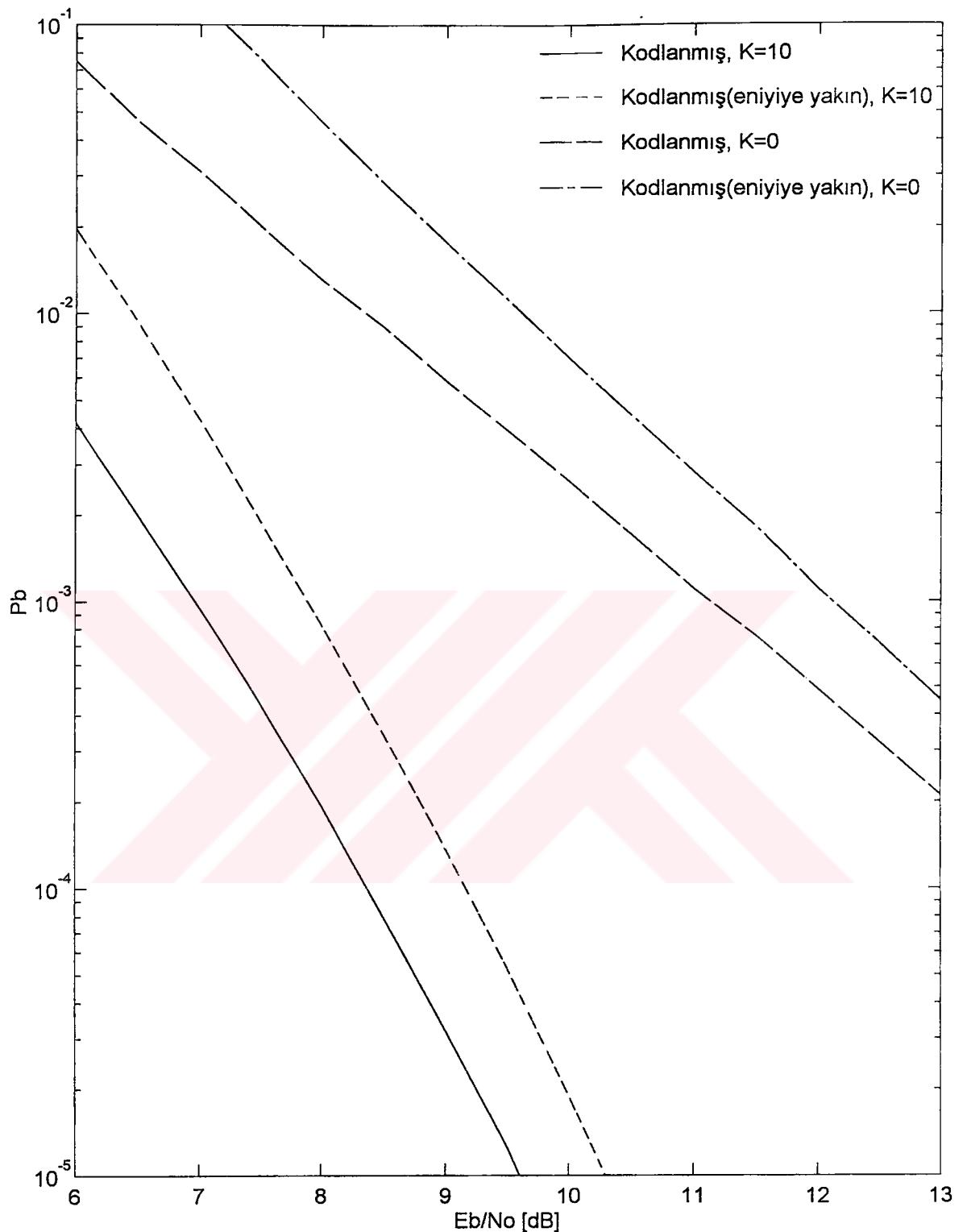
olurlu tüm işaret çiftleri arasındaki karesel Öklid uzaklıklarının en küçükü  $E^p$  hatasının hata ağırlığıdır. Tüm hata ağırlıkları hesaplanarak kodun hata ağırlık profilleri oluşturulmuştur. Ele alınan 4 durumlu kodlanmış MHPM'nin önkodlayıcısının hata durum diyagramı Şekil 5.12'de verilmiştir. Bu diyagramdaki, tüm sıfır durumundan çıkış  $\xi_a$  ve sıfır durumuna varış  $\xi_b$  olacak biçimde diğer durumlar,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  durum değişkenleriyle ve durum geçişleri,  $\lambda_i, (i = 1, 2, \dots, 15)$  'lerle etiketlenmiştir. Hata durum diyagramındaki dal etiketleri ( $\lambda_i$ ), (5.35) eşitliğinden elde edilen Rician dağılımlı hata ağırlıklarıdır. Şekil 5.12.'deki hata durum diyagramında kullanılacak  $\lambda_i$

değerleri aşağıda sıralanmıştır:

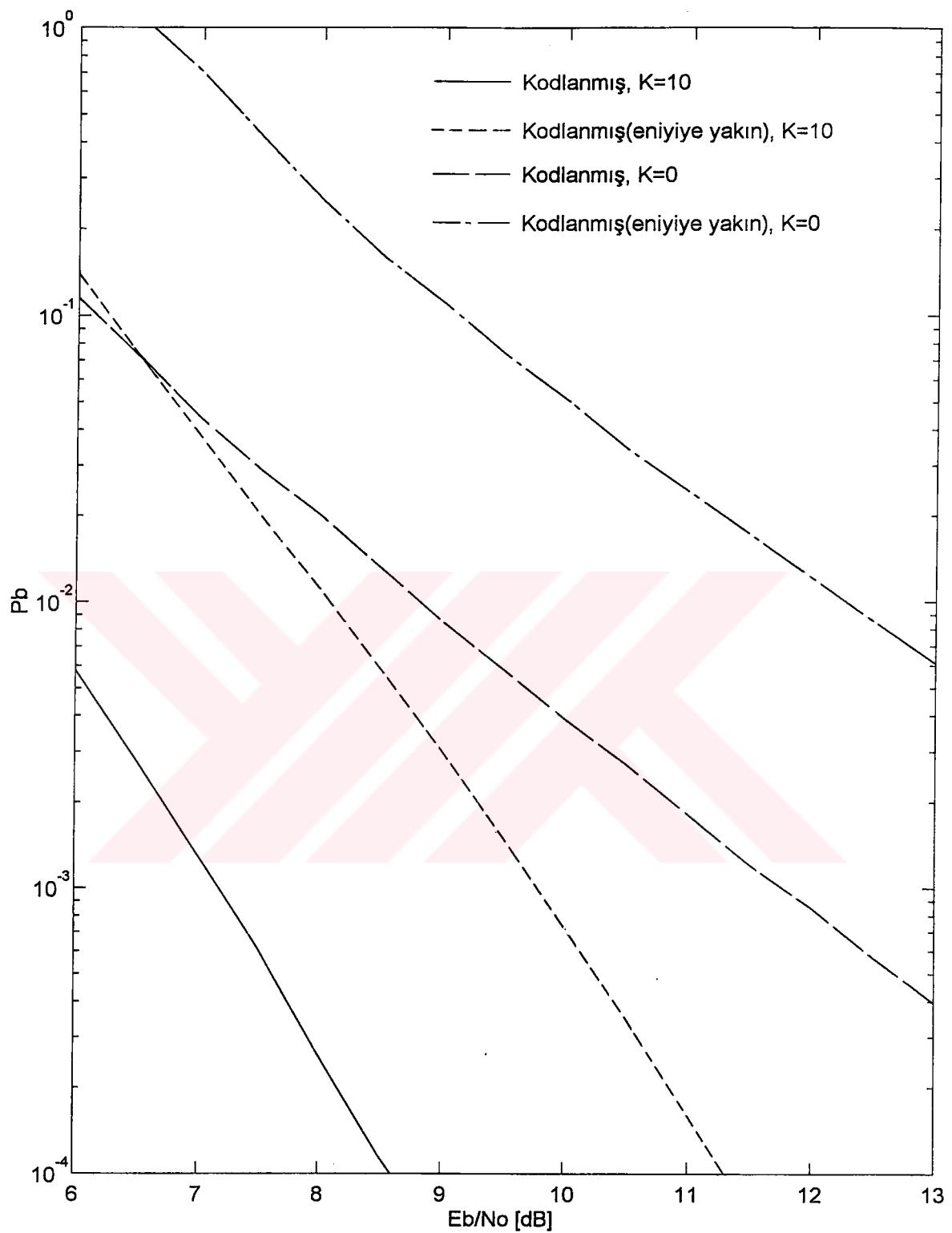
$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{1\rho^2}} \cdot I & (5.38) \\
 \lambda_2 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{2\rho^2}} \cdot I \\
 \lambda_3 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{2\rho^2}} \cdot I^2 \\
 \lambda_4 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{0.363\rho^2}} \\
 \lambda_5 &= \frac{1}{2}(\overline{W^{.79\rho^2}} + 1) \cdot \frac{1}{2}(\overline{W^{1.63\rho^2}} + \overline{W^{.363\rho^2}}) \cdot I \\
 \lambda_6 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot I \\
 \lambda_7 &= \frac{1}{2}(\overline{W^{.79\rho^2}} + 1) \cdot \frac{1}{2}(\overline{W^{1.63\rho^2}} + \overline{W^{.363\rho^2}}) \cdot I^2 \\
 \lambda_8 &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{0.363\rho^2}} \\
 \lambda_9 &= \frac{1}{2}(\overline{W^{.79\rho^2}} + 1) \cdot \frac{1}{2}(\overline{W^{.363\rho^2}} + \overline{W^{1.63\rho^2}}) \cdot I \\
 \lambda_{10} &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{1.63\rho^2}} \cdot I \\
 \lambda_{11} &= \frac{1}{2}(\overline{W^{.79\rho^2}} + 1) \cdot \frac{1}{2}(\overline{W^{.363\rho^2}} + \overline{W^{1.63\rho^2}}) \cdot I^2 \\
 \lambda_{12} &= \overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \overline{W^{1\rho^2}} \\
 \lambda_{13} &= \frac{1}{2}\overline{W^{.79\rho^2}} \cdot \frac{1}{2}(\overline{W^{0.363\rho^2}} + \overline{W^{1.63\rho^2}}) \cdot I \\
 \lambda_{14} &= \overline{W^{1\rho^2}} \cdot I \\
 \lambda_{15} &= \frac{1}{2}\overline{W^{.79\rho^2}} \cdot (\overline{W^{.363\rho^2}} + \overline{W^{1.63\rho^2}}) \cdot I^2
 \end{aligned}$$

Şekil 5.12.'deki hata durum diyagramının aktarım islevi  $\overline{T(W, I)}$ , (4.21) ve (4.22) eşitliklerinden yararlanılarak elde edilir.  $\overline{T(W, I)}$ , (5.34) eşitliğinde yerine konulur. Bit hata olasılığı üst sınır eğrileri, Rician parametresinin  $K = 10$  ve  $K = 0$  değeri için işaret/gürültü oranına bağlı olarak Şekil 5.13'de verilmiştir. Şekil 5.13.'den görüldüğü gibi,  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış çoklu MHPM yapısı, Rician parametresinin  $K=10$  değeri için ideal olmayan sönümlü kanallarda  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranını, ideal sönümlü kanallardaki aynı bit hata oranına göre, 0.8 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında sağlarken  $K=0$  için  $10^{-3}$ 'lük bit hata oranına, 1 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında erişmektedir. Benzer biçimde,  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümlesi için kodlanmış çoklu MHPM, Şekil 5.14.'de  $K = 10$  değeri için verilen eğrilerde, ideal olmayan sönümlü kanallarda  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranını, ideal sönümlü kanallardaki aynı bit hata oranına göre, 0.8 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında sağlarken  $K=0$  için  $10^{-3}$ 'lük bit hata oranına, 1 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında erişmektedir.

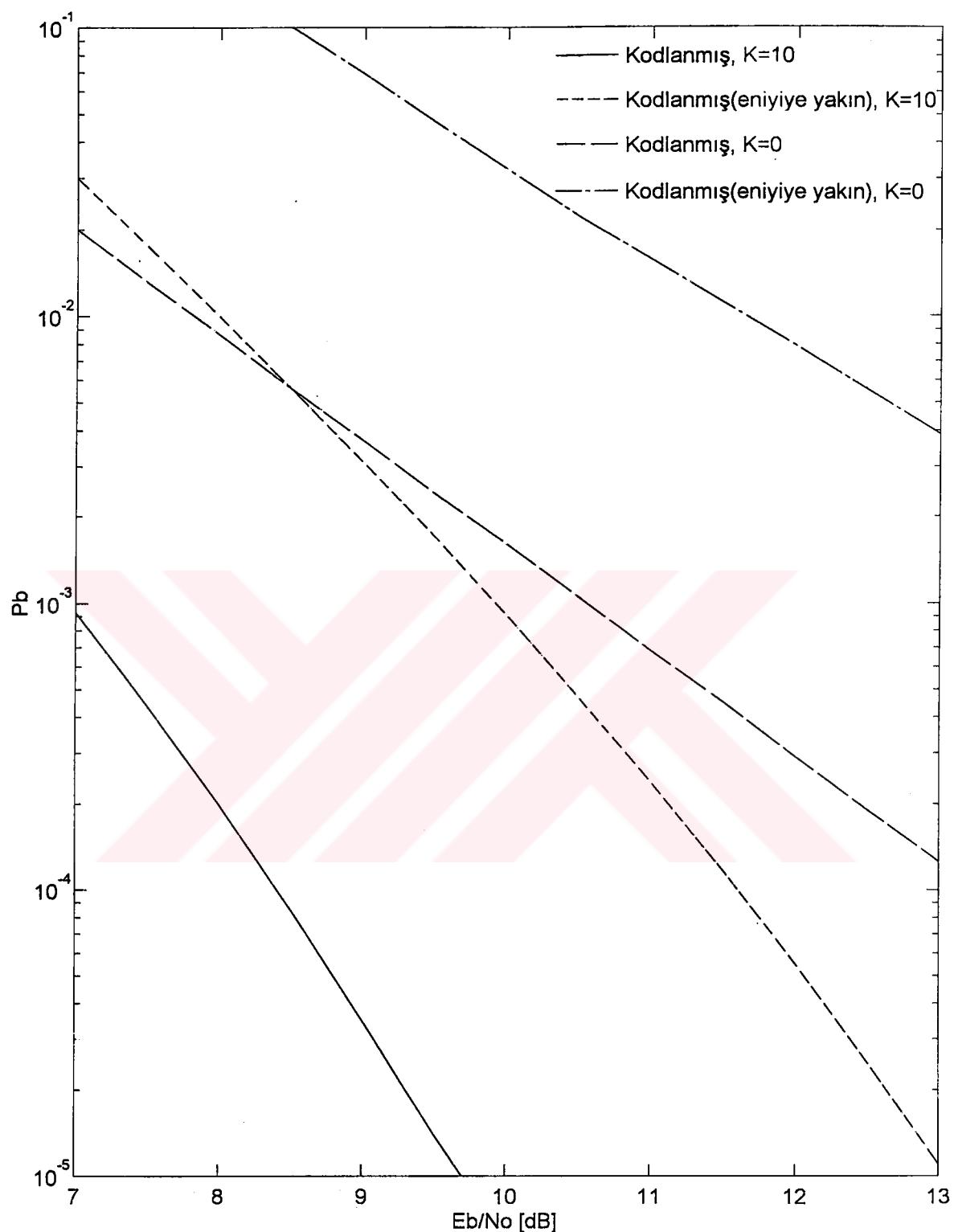
kanallardaki  $10^{-3}$ 'lük bit hata oranını, ideal sönümlenmeli kanallardaki aynı bit hata oranına göre 2.7 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında sağlanırken  $K = 0$  için  $10^{-2}$ 'lik bit hata oranına 3.4 [dB] daha yüksek işaret/gürültü oranında eriştiği görülmektedir. Şekil 5.15.'den görüldüğü gibi,  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümlesi için  $K = 10$  değerinde ideal olmayan sönümlenmeli kanallarda  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranına, ideal sönümlenmeli kanallardaki aynı bit hata oranına göre 1.2 [dB] daha fazla işaret/gürültü oranında ve  $K = 0$  değeri için  $10^{-3}$ 'lük bit hata oranına aynı kanallarda 1 [dB] daha yüksek işaret/gürültü oranında erişilmektedir. Şekil 5.16'dan görüldüğü gibi,  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış çoklu MHPM yapısı,  $K = 10$  değeri için ideal olmayan sönümlenmeli kanallarda,  $10^{-4}$ 'lük bit hata oranını, ideal sönümlenmeli kanallarda aynı bit hata oranına göre 3.2 [dB] daha fazla işaret gürültü oranında sağlanken  $K = 0$  için  $10^{-2}$ 'lik bit hata oranına 3.6 [dB] daha yüksek işaret/gürültü oranında erişmektedir.



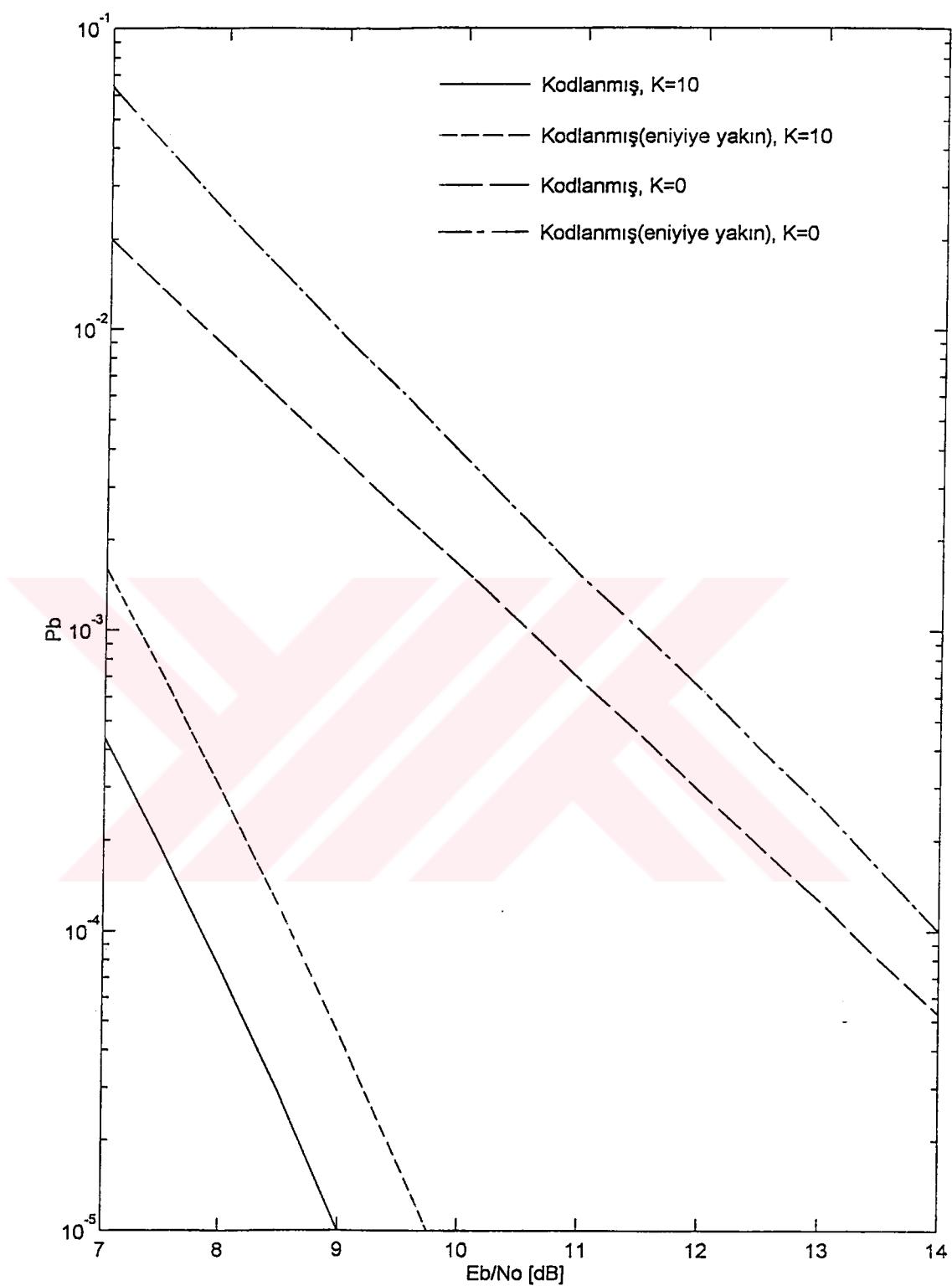
Şekil 5.13  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri.



Şekil 5.14  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri.



Şekil 5.15  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri.



Şekil 5.16  $H_2 = (3/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli kodlanmış ve kodlanmamış 4 durumlu 4 düzeyli MHPM yapılarının ideal olmayan kanallarda bit hata olasılığı üst sınır eğrileri.

## **6. SONUÇ**

Bu tez çalışmasında,  $M$  düzeyli çok- $h$ 'lı faz kodlamalı modülasyon tekniği için farklı modülasyon indis sayısı kadar işaretleşme aralığı biraraya getirilerek zamanla değişimyen bir sürekli faz kodlayıcısı ile onu izleyen yine zamanla değişimyen bir belleksiz modülatörden oluşan bir model önerilmiş, bu modele dayanarak AWGN ve sönümllemeli kanallar için çoklu MHPM kafes kodlar tasarlanmıştır. Önerilen MHPM modeli, bu işaretleşme türünün yapısında varolan sürekli faz kodlayıcısı ile dışarıdan yerleştirilen katlamalı önkodlayıcının tek bir eşdeğer kodlayıcıya indirgenmesine olanak sağlamaktadır. Bunun sonucunda, alicidaki kodçözme işlemi tek bir eşdeğer kodçözme kafesi üzerinde gerçekleştirilebilmektedir. AWGN ve sönümllemeli kanallarda, eniyi kodlanmış MHPM sistemlerin belirlenmesi amacıyla, her iki kanal türünün eniyileme ölçütleri gözönüne alınarak iki ayrı bilgisayar kod arama programı geliştirilmiştir. Gauss gürültülü kanallar için tasarlanan 4 düzeyli, 4 durumlu, çoklu MHPM kafes kodlardan  $H_2 = (2/4, 1/4)$  ve  $H_2 = (2/4, 3/4)$  modülasyon indis kümelerini kullananlar kodlanmamış MHPM sistemlere göre 2.94 [dB]'lik asimtotik kodlama kazancı sağlamaktadır.  $H_2 = (3/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli MHPM kod için bu kazanç 1.9 [dB] olmaktadır. 4 düzeyli, 8 durumlu  $H_2 = (2/4, 5/4)$  modülasyon indis kümeli çoklu MHPM kafes kodu, kodlanmamış duruma göre 3.8 [dB]'lik asimtotik kodlama kazancı sağlanırken,  $H_2 = (2/4, 1/4)$  modülasyon indis kümeli MHPM kafes kodun kazancı 3 [dB] olmaktadır.

Sönümllemeli kanallar için tasarlanan tüm 4 düzeyli 4 durumlu çoklu MHPM kafes kodlar için etkin kod uzunluğu 4 olup kodlanmamış duruma göre 2 katına çıkarılmıştır. Bu artışın hata başarımında sağladığı iyileştirme, elde edilen bit hata olasılığı üst sınır eğrileriyle ve bilgisayar benzetim sonuçlarıyla doğrulanmaktadır. İdeal olmayan sönümllemeli kanallarda serpişirici kullanmanın hata başarımında neden olduğu düşüş analitik yöntemlerle incelenmiş, 2/4 modülasyon indisinin kullanılmadığı kafes kodlarda  $10^{-4}$ 'luk bit hata olasılığına ideal olmayan kanal durumunda yaklaşık 1 [dB] kadar daha fazla işaret/gürültü oranında ulaşılabildiği

görülmüş, 2/4'lük modülasyon indisinin kullanıldığı kafes kodlarda bu kaybin yaklaşık 3 [dB] olduğu ancak kodlanmamış duruma göre hala belli bir kazancın korunduğu sonucuna varılmıştır. Kodçözme karmaşıklığı açısından ele alındığında, önerilen 4 durumlu çoklu MHPM kodların kafes yapıları, kodlanmamış MHPM kafes yapılarına göre durum sayısı bakımından aynı kalırken, MHPM modülasyon indis kümelerinin ortalama değerini modülasyon indisini olarak kullanan CPFSK kafes yapılarına göre durum sayısını yarıya düşürmektedir.

Bu çalışmada, 4 düzeyli, iki farklı modülasyon indisini kullanan MHPM kafes kodlar tasarlanmıştır. Aynı yaklaşımla, farklı düzeyli, ikiden fazla modülasyon indisini kullanan MHPM yapılar için de kafes kodlar tasarlanabileceği gibi, önkodlayıcı da farklı hızlarda seçilebilir. Diğer yandan, önkodlayıcı, ikili katlamalı kod yerine ring ( $M$  düzeyli) katlamalı kod seçilerek iki kodlayıcının  $M$  düzeyli olarak bütünlendirilmesi yoluna gidilebilir.

## KAYNAKLAR

Akar (Karataş), 1991, "Çok-h'lı Faz Kodlamalı Modülasyon Tekniğine Dayanarak Tasarlanmış İşaretlerin Gürültülü ve Sönümllemeli Kanallardaki Hata Başarımları", Yüksek Lisans Tezi.

Akar (Karataş), A., Aygölü, Ü., Temmuz 1991, "Asimetrik Çok-h'lı Faz Kodlamalı Modülasyonlu İşaretlerin Hata Başarımlarının İncelenmesi", Bilkon'91 Konferansı, Ankara, Sayfa 182-185.

Akar (Karataş), A., Aygölü, Ü., Eylül 1991, "Çok-h'lı Faz Kodlamalı Modülasyon Tekniğine Dayanarak Tasarlanmış İşaretlerin Gürültülü ve Sönümllemeli Kanallardaki Hata Başarımları", Elektrik Müh. 4. Ulusal Kongresi, EMO'91, İzmir, Sayfa 350-354.

Akar, A., Aygölü, Ü., Sept. 1996, "Multiple Trellis Codes for Multi-h Continuous Phase Modulation", Proceedings of the 4th UK / Australian Int. Symp. on DSP for Communication Systems, Perth-Joondalup, Australia, pp. 416-422.

Akar, A., Aygölü, Ü., July 1997, "Multiple Trellis Codes for Multi-h Continuous Phase Modulation over Gaussian and Fading Channels", Proceedings of the 4th Int. Symp. on Communication Theory and Applications, Lake District, UK, pp.375-380.

Anderson, J., De Buda, R., Oct. 1976, "Better Phase-Modulation Error Performance Using Trellis Phase Code", Electron. Lett. Vol.12, No.22, pp. 587-588.

Anderson, J., and Taylor, D., Nov. 1978, "A Bandwidth-Efficient Class of Signal-Space Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-24, No.6, pp. 703-712.

Anderson, J., May 1981, "Simulated Error Performance of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-27, No.3, pp. 357-362.

Anderson, J. B., Sundberg, C. E., Dec. 1991, "Advances in Constant Envelope Coded Modulation", IEEE Com. Magazine, pp. 36-45.

Aulin, T., and Sundberg, C., Jan. 1981, "On the Minimum Euclidean Distance for a Class of Signal Space Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-28, No.1, pp. 43-55.

Aulin, T., Nov. 1981, "Symbol Error Probability Bounds for Coherently Viterbi Detected Continuous Phase Modulated Signals", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-29, pp. 1707-1715.

Aulin, T., and Sundberg, C., July 1982, "Minimum Euclidean Distance and Power Spectrum for a Smoothed Phase Codes with Constant Envelope", IEEE Trans. Commun. Vol COM-30, No.7, pp. 1721-1729.

Aulin, T., Sundberg, C., March 1991, "Continuous Phase Modulation, Part I : Full Response Signaling", IEEE Trans. Commun. Vol. COM-29, No.3, pp. 196-209.

Aulin, T., Rydbeck, N., Sundberg, C., March 1991, "Continuous Phase Modulation, Part II : Partial Response Signalling", IEEE Trans. Commun. Vol. COM-29, No.3, pp. 210-225.

Benedetto, S., Biglieri, E., Castellani, V., 1988, "Digital Transmission Theory", Prentice-Hall.

Bhargava, V., Haccoun, D., Matyas, R., 1981, "Digital Communication by Satellite", John Wiley.

Divsalar, D., Simon, M., Feb. 1987, "Trellis Coded Modulation for 4800-9600 bits/s Transmission Over a Fading Mobile Satellite Channel", IEEE Journal on Select. Areas in Commun., Vol. SAC-5, No.2, pp. 162-175.

Divsalar, D., and Simon, M., April 1988, "Multiple Trellis Coded Modulation (MTCM)", IEEE Trans. Commun., Vol.33, pp. 410-419.

Divsalar, D., Simon, M., Sept. 1988, "The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria", IEEE Trans. Commun., Vol.36, No.9, pp. 1004-1012.

Divsalar, D., Simon, M., Sept. 1988, "The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Set Partitioning for Optimum Code Design", IEEE Trans. Commun. Vol.36, No.9, pp. 1013-1021.

Ekanayake, N., April 1984, "M-ary Continuous Phase Frequency Shift Keying with Modulation Index 1/M", IEEE Proc., Vol. 131, Part F, No.2, pp. 173-178.

Fonseka, J., and Davis, G., Oct. 1990, "Combined Coded/Multi-h CPFSK Signaling", IEEE Trans Commun., Vol. COM-38, No.10, pp. 1708-1715.

Fonseka, J., Oct. 1991, "Nonlinear Continuous Phase Frequency Shift Keying", IEEE Trans. Commun., Vol. 39, No.10, pp. 1473-1480.

TEKNOLOJİYAL KURUM  
DOKÜMAN İSTİKLAZ

Fonseka, J., June 1992, "Baseband Pulse Shaping in CPFSK Modulation", Electronics Letters, Vol. 28, No.13, pp. 1208-1210.

Fonseka, J., Mao, R., Sept. 1994, "Nonlinear Continuous Phase Modulation", IEEE Tran. on Commun. Vol. 42, No.13, pp. 2661-2663.

Forney, G., Jr., March 1973, "The Viterbi Algorithm", Proc. IEEE, Vol. 61, pp. 268-278.

Ho, P., McLane, P., Sept. 1988, "Spectrum, Distance and Receiver Complexity of Encoded Continuous Phase Modulation", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 34. No.5, pp. 1021-1032.

Holubowicz, W., and Szulakiewicz, P., July 1985, "Multi-T Realization of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-31, No.4, pp. 528-529.

Holubowicz, W., Nov. 1990, "Optimum Parameter Combinations for Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-38, No.11, pp. 1929-1931.

Hwang, H. K., Lee, L. S., Chen, S. H., April 1989, "Minimum Euclidean Distances of Partial Response Multi-h Phase-Coded Modulations with Asymmetric Modulation Indices", Electronics Letters, Vol. 25, No.8, pp. 510-511.

Hwang, H. K., Lee, L. S., Chen, S. H., May 1989, "Bandwidth-Power Performance Analysis of Multi-h Phase-Coded Modulations with Asymmetric Modulation Indices", Electronics Letters, Vol. 25, No.11, pp. 741-742.

Hwang, H., Lee, L., and Chen, S., Dec. 1989, "Multi-h Phase Coded Modulations with Asymmetric Modulation Indices", IEEE Journal on Select. Areas Commun., Vol. SAC-7, No.9, pp. 1450-1451.

Itoh, T., Sasase, I., Mori, S., 1990, "Coded Continuous Phase Modulation Combined with Nonuniform Mapping and Multi-h Scheme", Electronics and Communications in Japan, Part 1, Vol. 73, No.6, pp. 63-71.

Karam, G., Fernandez, I., Paxal, V., 1993, "New Coded 8-ary CPFSK Schemes", Proceedings of the Int. Conf. on Com., Geneva, pp. 1059-1063.

Karam, G., Gosse, K., Maalej, K., ICC'95, "Trellis Coded CPSK Over Ring", Proceedings of the Int. Conf. on Com., pp. 1-20.

Lee, H., Divsalar, D., Weber, C., May 1996, "Multiple Symbol Trellis Coding of CPFSK", IEEE Trans. on Commun., vol. COM-44, No.5, pp. 566-573.

Liebetreu, J., Sept. 1986, "Joint Carrier Phase Estimation and Data Detection Algorithms for Multi-h CPM Data Transmission", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-34, No.9, pp. 873-881.

Lindell, G., Sundberg, C., Aulin, T., May 1984, "Minimum Euclidean Distance for Combinations of Short Rate 1/2 Convolutional Coded and CPFSK Modulation", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-30, pp. 509-519.

Mao, R., and Fonseka, J., Sept. 1992, "Realization of Nonlinear CPFSK Signals", Electronics Letters, Vol. 28, No.19, pp. 1811-1813.

Maseng, T., May 1985, "The Autocorrelation Function for Multi-h Coded Signals", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-33, No.5, pp. 481-484.

Mazur, B. A., Taylor, D. P., March 1981, "Demodulation and Carrier Synchronization of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-29, No.3, pp. 257-266.

Moreno, F., Pasupathy, S., July 1988, "Structure Optimization, and Realization of FFSK Trellis Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 34. No.4, pp. 730-751.

Mulligan, M., and Wilson, S., Nov. 1984, "An Improved Algorithm for Evaluating Trellis Phase Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-30, No.6, pp. 846-851.

Noraghi-Pour, M., Nov. 1993, "Trellis Codes for 4-ary Continuous Phase Frequency Shift Keying", IEEE Trans. Commun., Vol. 41, No.11, pp. 1582-1587.

Pizzi, S., and Wilson, S., Jan. 1985, "Convolutional Coding Combined with Continuous Phase Modulation", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-33, pp. 20-29.

Premji, A., and Taylor, D., April 1987, "Receiver Structure for Multi-h Signalling Formats", IEEE Trans. Commun., Vol. COM-35, No.3, pp. 439-451.

Revaendra, K., and Srinivason, R., July 1987, "Coherent Detection of Binary Multi-h CPM", IEEE Proc., Vol. 134, pt F, No.4, pp. 416-426.

Rimoldi, B. E., March 1988, "A Decomposition Approach to CPM", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-34, No.2, pp. 260-270.

Rimoldi, B., Sept. 1989, "Design of Coded CPFSK Modulation Systems for Bandwidth and Energy Efficiency", IEEE Trans. Commun., vol. COM-37, No.9, pp. 897-905.

Sundberg, C. E., April 1986, "Continuous Phase Modulation", IEEE Commun. Magazine, pp. 25-28.

Szulakiewicz, P., March 1989, "M-ary Linear Phase Multi-T Codes", IEEE Trans. Commun., Vol COM-37, No.3, pp. 197-199.

Ungerboeck, G., Jan. 1982, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-28., pp. 55-67.

Wilson, S., and Gaus, R., March 1981, "Power Spectra of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Commun., Vol COM-29, No.3, pp. 250-256.

Wilson, S., Highfill, J., and Hau, C., July 1982, "Error Bounds for Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol IT-28, No.4, pp. 660-665.

Xiong, F., Aug. 1994, "Modem Techniques in Satellite Communications", IEEE Commun. Magazine, pp. 84-98.

Yang, H., Morales-Moreno, F., Taylor, D., ICC'90, "Efficient Design of Trellis Coded CPFSK", Inter. Conf. on Commun., pp. 1999-2002.

Yiin, L., Stüber, G. L., May 1996, "Error Probability of Coherent Detection for Trellis-Coded Partial Response CPM on Rician Fading Channels", IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. IT-45, No.2, pp. 358-363.

Zehavi, E., Wolf, J., March 1987, "On The Performance Evaluation of Trellis Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-33, pp. 196-202.

# ÖZGEÇMİŞ

**AYNUR KARATAŞ AKAR**

Elektronik ve Haberleşme Yük. Müh.

Doğum Tarihi

19 Mart 1967

Doğum Yeri

İstanbul

İlkokul

Acıbadem İlkokulu  
(1973-1978)

Ortaokul

Çamlıca Kız Lisesi  
(1978-1981)

Lise

Çamlıca Kız Lisesi  
(1981-1984)

Üniversite

Yıldız Üniversitesi  
(1984-1988)

Yüksek Lisans

Yıldız Üniversitesi  
(1988-1991)

Görevi

Araştırma Görevlisi  
Yıldız Teknik Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Fakültesi  
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği  
Bölümü, Haberleşme Anabilim Dalı  
(1989-)

Yabancı Dili

İngilizce