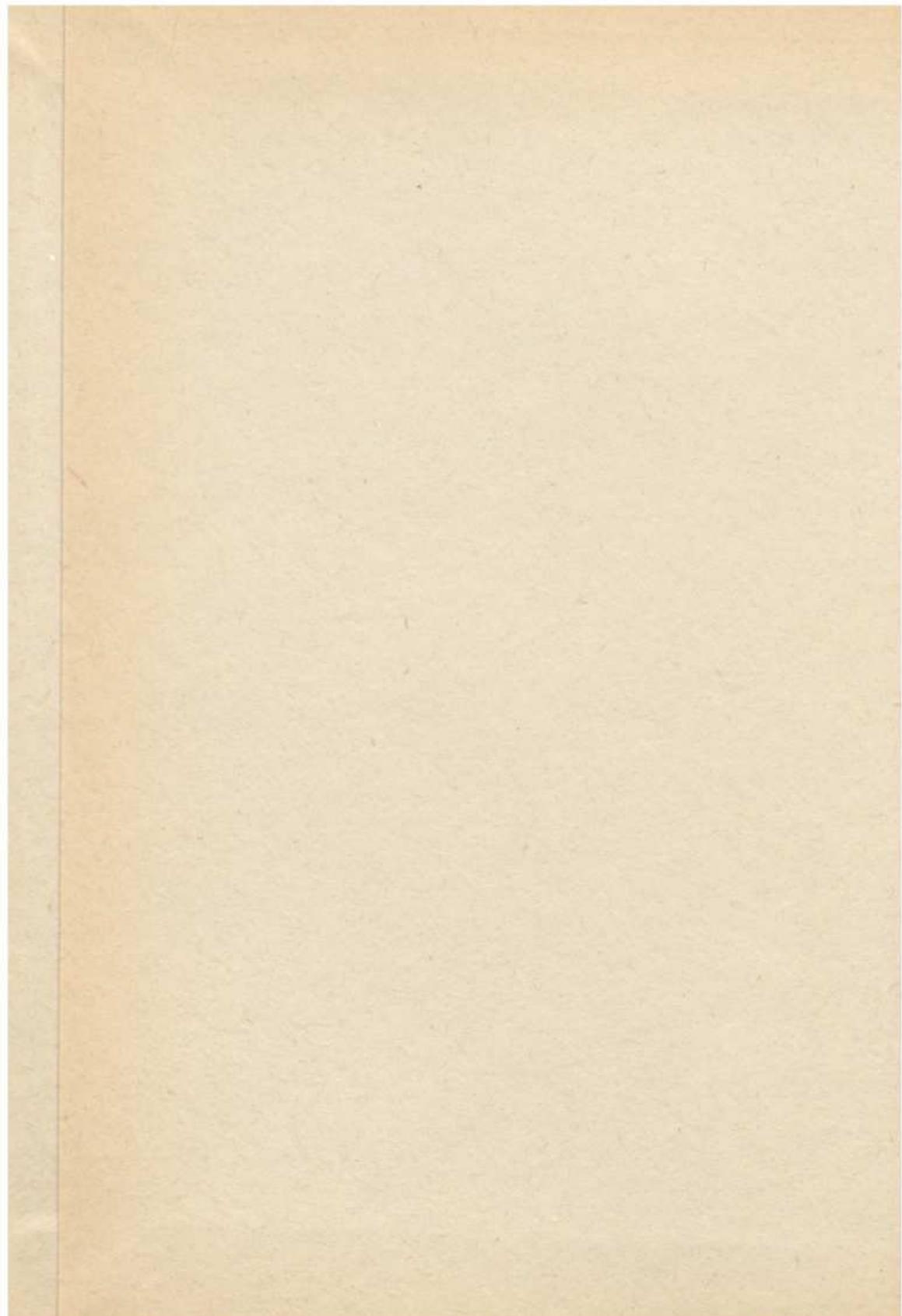


İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN FAKÜLTESİ DOKTORALISSA

Sayısal Stereo Kotlayıcı

Ahmet Kayhan

Doktora Tezi



# SAYISAL STEREO KOTLAYICI

“DOKTORA TEZİ”

Y.Müh. A. İklil KAYİHAN

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih : 12 Ekim 1983

Tezin Savunulduğu Tarih : 4 Nisan 1983

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Tahsin Saya (Nisan 1983'e kadar)  
Prof. Dr. Duran Leblebici (Nisan 1983'ten sonra)

Diğer Juri Üyeleri : Prof. Dr. Adnan Ataman  
Doç. Dr. Erdal Panayırıcı

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ  
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : ..... R 152  
Alındığı Yer : Fen Bil. Ens. 45

Tarih : 13.4.1937

Fatura : \_\_\_\_\_

Fiatı : 1000 TL

Ayniyat No : 1/1

Kayıt No : 44791

UDC : 621.3

Ek : 373-242

+



Comp:



# SAYISAL STEREO KOTLAYICI

"DOKTORA TEZİ"

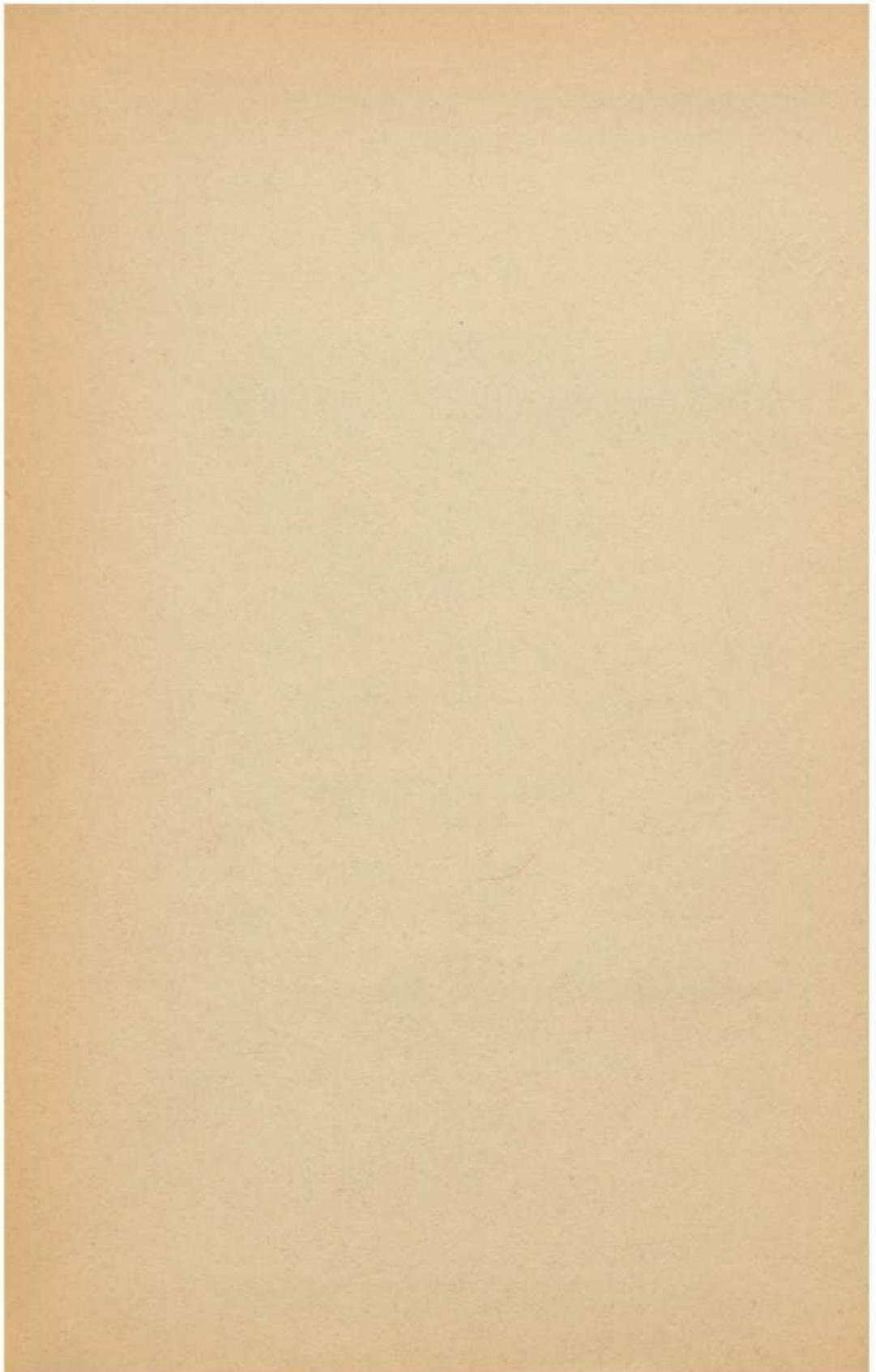
Y.Müh. A. İklil KAYİHAN

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih : 12 Ekim 1983

Tezin Savunulduğu Tarih : 4 Nisan 1983

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Tahsin Saya (Nisan 1983'e kadar)  
Prof. Dr. Duran Leblebici (Nisan 1983'ten sonra)

Diğer Juri Üyeleri : Prof. Dr. Adnan Ataman  
Doç. Dr. Erdal Panayırıcı



## İÇİNDEKİLER

1. Stereo Kotlayıcının Tanıtılması	1
1.1. Stereo Kavramı	1
1.2. Kotlama prensipleri	2
1.3. Kotlayıcı tipleri	4
2. Neden sayısal Kotlayıcı?	9
3. Kotlayıcının Sayisallaştırılması	11
3.1. 1. Sistemin sayisallaştırılması	14
3.1.1. Örnekleme işlemi	14
3.1.2. Örnekleme frekansı seçimi	18
3.1.3. Frekans plâni	20
3.2. Birinci süzgeçin tasarımını	22
3.2.1. Prototip fonksiyon için gerekli değerler	27
3.2.2. Frekans eğrisi	30
3.3. Katsayı kelime uzunluğu ve bunun getireceği bağlı hata	32
3.4. Tepe frekansının katsayılar cinsinden bulunması	35
3.5. Kesim frekansıyla katsayılar arasındaki bağıntı	37
3.6. Tepe yükselseme oranı	39
4. Örnekleme frekansının değiştirilmesi	41
4.1. İnterpolasyon süzgeci	44
4.2. Katsayıların bulunması	47
4.3. Süzgeç boyunun bulunması	49
4.4. Katsayı optimizasyonu	51
4.5. Program akış diyagramı	53
4.6. Süzgeç organizasyonu	58
5. Pilot ve yardımcı taşıyıcının üretilmesi	61

**II**

5.1.Tablo değerleri	68
5.2.Pilot işaretinin üretilmesi	69
5.2.1.Örneklemeye frekansı kararlılığının etkisi	70
5.2.2.Kelime uzunluğunun etkisi	71
6. Çıkış çeviricisi	75
7. Toplam kanal ve toplama devresi	78
8. Sonuçlar	79
Referanslar	80
Biyografi	

### Ö Z E T :

Bu çalışmada, sayısal teknigin analog teknige göre üstünliklerinden ve geniş çaplı tümlestirmenin imkânlarından yararlanmak için bir stereo-kotlayicının sayısal olarak nasıl kurulabileceği araştırılmıştır. Bu araştırma sırasında belli bir yarıiletken teknolojisi veya gerçekleştirmeye şekli esas alınmıştır.

Birinci bölümde genel kotlama prensipleri, kotlayıcı türleri ve bunların özellikleri ele alınmıştır.

İkinci ve Üçüncü bölmelerde sayısalallaştırmayı getireceği Üstünlükler ortaya konarak kullanılan kotlayıcı türleri bu açıdan incelenmiş ve seçim yapılmıştır.

Yine Üçüncü bölümde, bir sayısal sistemin temel işlemi olan örnekleme üzerinde durulmuş, örnekleme frekansının ne olması gereği incelenmiştir. Ayrıca bu bölümde, temel bandda band sınırlamak için gereken dönüşlü tipten sayısal süzgeç tasarımları yapılmış, süzgeç katsayıları, kelime uzunlukları bulunmuş, kat-sayı kelime uzunluğu ile geçiş fonksiyonu arasındaki bağıntı bulunmuştur. Ayrıca, katsayılarla, ileriki bölmelerde gereken kesim frekansı ve tepe yükselme oranı gibi büyülükler arasındaki bağıntılar da çıkartılmıştır.

Dördüncü bölümde örmekleme frekansının değiştirilmesi üzerinde durulmuş, bu işlem için gereken interpolasyon ve sıfırlama işlemleri anlatılmış ve dönüşsüz bir interpolasyon süzgeci tasarlanmıştır. Bu tasarımda kullanmak üzere bir katsayı optimizasyon programı da yazılarak elde edilen süzgeç katsayıları bu program yardımıyla optimize edilmiştir. Kullanılan örnekleme frekanslarının birbirinin tam katı olması durumunun sistem tasarım açısından getireceği basitleşmeler açıklanmıştır.

Altıncı bölümde, kotlayıcı için gerekli olan pilot ve yarı taşıyıcı işaretlerinin sayısal olarak üretimi ele alınmıştır. Yardımcı taşıyıcıya sit örnek değerlerinin uygun seçilmesiyle modülasyon için gereken çarpma devresinin ortadan kaldırılabileceği açıklanmıştır.

Bu bölümde ayrıca, alıcı tarafta kanallar arasında belli bir diyafoni sınırını aşmamak için yardımcı taşıyıcı ve pilot işaretleri arasındaki faz hatasından hareketle pilot işaretini ve dolayısıyla çıkıştaki sayısal-analog çevirici için gereken kelimə uzunluğu hesaplanmıştır. Ve son olarak, çeviricinin frekans eğrisinde yol açacağı  $\sin x/x$  şeklindeki bozulmayı dengelemek için izlenebilecek bir yol açıklanmıştır.

## Z U S A M M E N F A S S U N G

Zweifellos der wichtigste Fortschritt unseres Jahrzehntes ist die Grossintegration der elektronischen Halbleiterschaltungen auf einem Siliziumplaettchen und die damit verbundene Eröffnung einer neuen Welt von Möglichkeiten. Die wichtigsten davon sind:

- die Unterbringung von einigen hunderttausend Bauelementen auf einer Flaeche von unter einer Quadratzentimeter Grösse;
- die enorme Steigerung der Zuverlaessigkeit;
- die Senkung von Herstellungs- und Materialkosten und des Aufwandes;
- die Verkleinerung des Volumens der entstehenden Geraete oder Steigerung der Leistungsfaehigkeit der Geraete beim gleichen Volumen.

Die genannten Vorteile der Grossintegration kommen jedoch erst voll zur Geltung, wenn die Grossintegration mit der Digitaltechnik zusammengeknüpft wird, weil die Digitaltechnik ihrerseits grosse Vorteile gegenüber der Analogtechnik aufweist.

Zwar laesst sich die Analogtechnik im heutigen Standpunkt der Integration mit integrieren; die auf diese Weise erzielten Vorteile sind aber vorlaeufig noch begrenzt.

Es ist aber möglich, viele analoge Operationen auf der digitalen Seite auszuführen und die Vorteile der Digitaltechnik zusammen mit der der Grossintegration zu geniessen. Diese sind:

- die Unverrückbarkeit der Systemparameter. Weder Temperaturschwankungen, noch Alterungseinflüsse können diese Parameter beeinflussen. Die sogenannte Drift ist ausgeschlossen.

-da die Systemparameter als in geeigneter Form kodierte Zahlen dargestellt werden, ist es möglich, absolut identische Systeme zu schaffen. Diese Eigenschaft ist nicht nur bei der Herstellung von gleichen Systemen oder Geräten wichtig, wichtiger ist sie, wenn in einem Gerät absolut gleichartige Kanäle geschaffen werden müssen, wie z.B. in einem Stereo-Koder.

Durch die Ausschaltung von störenden äusseren Einflüssen lässt sich die Anzahl von Einstellbaren Elementen wie z.B. Trimmwiderstände und -kondensatoren, Spulenkerne u.s.w. auf ein Minimum herabdrücken, wodurch die Zuverlässigkeit und Langzeitstabilität der Systeme sehr gesteigert wird.

Diese Gesichtspunkte haben dazu geführt, dass mehr und mehr bisher in der Analogtechnik gebaute Systeme oder Geräte auf geeigneter Weise "digitalisiert" werden.

Ein weiteres Gerät, das mit grossen Vorteilen auch digitalisiert werden könnte, ist der Stereo-Koder, der auf der Senderseite die Sendung von stereophonischen Rundfunkdarbietungen ermöglicht.

Um die Raumlichkeit bei ausgedehnten Schallquellen bei der Aufnahme, Übertragung, Aufzeichnung und Wiedergabe zu behalten, oder wenigstens einigermassen mit wiedergeben zu können, werden durch in geeigneter Weise räumlich getrennt aufgestellte Schallempfänger, die Mikrofone, zwei getrennte Signale gewonnen, die bis zur Wiedergabe durch Lautsprecher oder Kopfhörer nicht miteinander gemischt werden dürfen. Durch die Verdoppelung der Studioeinrichtungen und Aufzeichnungsverfahren können diese Signale getrennt verarbeitet werden; bei der Rundfunksendung müssen sie aber den einzigen vorhandenen hochfrequenten Träger in solch einer Weise modulieren, dass deren Trennung auf der Empfangsseite

ohne grossen Aufwand möglich wird. Dem Stereo-Koder fällt daher die Aufgabe, die beiden Kanalsignale in geeigneter Weise zu kombinieren.

Von der Übertragungstechnischen Seite her gesehen, ist der Stereo-Koder ein Multiplexer, der entweder im Zeitmultiplexverfahren die beiden Kanalsignale zeitlich nacheinander auf die Übertragungsleitung schaltet, oder im Frequenzmultiplexverfahren die Frequenzlage des einen Kanales verschiebt. Dabei wird der zweite Kanal um die Frequenz des sogenannten Stereo-Hilfs-trägers, einer 38 kHz Sinusschwingung, die im Koder erzeugt wird, zu höheren Frequenzen hin verschoben.

Aus Kompatibilitätsgründen mit der existierenden Monotechnik wird im Koder grundsätzlich nicht direkt mit den von den Mikrofonen oder anderen Signalquellen kommenden rechts- und links Kanalsignalen gearbeitet; durch Summen und Differenzbildung werden zwei neue Signalkanäle gewonnen, wovon der Differenztonkanal in der Frequenzlage verschoben wird. Der Summentonkanal, der nichts weiter als das übliche Monosignal ist, wird direkt ausgestrahlt und von Monoempfängern ohne weiteres empfangen.

Theoretisch sind beide Verfahren identisch; unterschiedlich ist jedoch der schaltungstechnische Aufwand, wie bei (1) beschrieben.

Analoge Signale, die digital weiterverarbeitet werden sollen, müssen erst abgetastet werden, um diese Abtastwerte dann mit Hilfe eines Analog-Digitalumsetzers in Bitmuster umzuwandeln. Die Abtastung muss, gemäß dem Abtasttheorem bei einer Frequenz vorgenommen werden, die höher als die doppelte der im Signal vorhandenen höchsten Frequenzkomponente liegt. Wenn man die hör-

barkeitsgrenze als 20 kHz festlegt, deutet dies auf eine Abtastfrequenz von über 40 kHz.

Die Wortlaenge des Umsetzers wird von der Aussteuerbarkeit und Klirrfaktoranforderungen zusammen mit Sicherheitszonen auf 16 Bit bestimmt. Da zwischen den Preisen der A-D Umsetzer, deren Wortlaenge und Umsetzgeschwindigkeit ein etwa exponentieller Zusammenhang besteht, ist man bestrebt, die Abtastfrequenz möglichst niedrig zu halten, weil die Wortlaenge unverrückbar festliegt. Die Wahl der Kodertypen wird deswegen hauptsächlich von dieser Anforderung beeinflusst.

Wie anfangs erwähnt, werden beim Zeitmultiplexverfahren die beiden Tonkanäle mit einer Frequenz von 38 kHz auf den Sender geschaltet. Dabei sorgen zwei Tiefpaesse dafür, dass im kritischen Frequenzbereich über 15 kHz keine Signalkomponenten mehr vorhanden sind. Durch das Zerhacken entstehen Frequenzkomponenten bis 53 kHz. Um diese Komponenten digital zu verarbeiten, müsste die Umsetzgeschwindigkeit bei über 106 kHz liegen. 16 Bit Umsetzer, die bei solch hohen Frequenzen arbeiten, sind heute zu vernünftigen Preisen nicht erhältlich. Deshalb fällt die Entscheidung auf das Frequenzmultiplexverfahren.

In der digitalen Version werden bei diesem Verfahren durch direkte (analoge) Matrizierung Summen und Differenzsignale gewonnen, die durch anschliessende Abtastung mit 38 kHz und Umsetzung in zwei 16 Bit Muster umgewandelt werden. Dafür werden zwei 16 Bit Umsetzer benötigt, die jedoch bei 38 kHz laufen.

Durch die tiefe Abtastfrequenz bedingt, entstehen gefaltete Frequenzspektren. Die Überlappungszonen werden durch zwei digitale Tiefpaesse 6. Ordnung mit Rückkopplung freigelegt.

Um diese Überlappung zu vermeiden, müsste die Umsetzgeschwindig-

keit auf über 40 kHz verlegt werden. Da aber eine nicht auf 38 kHz bezogene Abtastfrequenz den Taktgeber und damit das ganze System unnötig komplizieren würde, wurde vorgezogen, mit tieferer Frequenz zu arbeiten und anschliessend Tiefpaesse zu verwenden.

Die Tiefpaesse wurden durch Tangens-transformation von den analogen Butterworth Tiefpaessen abgeleitet und als drei Kaskaden von je zweiter Ordnung ausgeführt. Dadurch wurde die Möglichkeit der numerischen Instabilität, die bei Filtern, deren Zellen eine höhere Ordnung als 2 haben, auftritt, mit Sicherheit vermieden.

Um ein digitales Filter zu verwirklichen, müssen der Aufbau des Filters, die zugehörigen Koeffizienten und deren Wortlänge bekannt sein. Die allgemeine Wortlänge wurde von vorneherein von unten auf 16 Bit begrenzt.

Während der Berechnung der Filterkoeffizienten wurden ausserdem die Zusammenhänge zwischen der Grenzfrequenz und den Koeffizienten, zwischen der Dämpfung und den Koeffizienten, sowie zwischen der entstehenden Abweichung im Übertragungsmass und der Wortlänge erforscht, um diese Eigenschaften bei der nachträglichen Variierung der Koeffizienten anzuwenden, mit dem Zweck, dem Frequenzgang eine bestimmte Form zu geben. Dabei hat es sich herausgestellt, dass 11 Bit Koeffizienten dem vorgesehenen Zweck genügen.

Die Verschiebung des Differenztonkanals in der Frequenzlage entspricht der Modulation in der Analogtechnik mit unterdrücktem Träger. Die CCIR Empfehlungen schreiben hier eine Unterdrückung von mindestens 40 db vor. Um diesen Modulationsvorgang in einem digitalen Multiplizierer verwirklichen zu kön-

nen, muss die Abtastfrequenz jedoch so hoch gewaehlt werden, dass selbst das entstehende obere Seitenband nicht zu einer Faltung unterworfen wird. Deshalb wird die Abtastfrequenz schon vor der Multiplikation erhöht.

Grundsätzlich kann die Abtastfrequenz um rationale Faktoren geändert werden. Da aber bei der digitalen Erzeugung des Hilfsträgers dieselbe Abtastfrequenz verwendet werden muss, hat es sich als vorteilhaft herausgestellt, die Änderung in ganzzahligen Faktoren vorzunehmen. Der kleinste noch zulässige Faktor ist 3. Damit liegt die zweite Abtastfrequenz mit 114 kHz fest. Es ist einzusehen, dass sämtliche nachfolgende Operationen bei dieser hohen Frequenz ausgeführt werden müssen, auch die Ausgangsseitige Digital-Analog Umsetzung.

Die Änderung der Abtastfrequenz in ganzzahligen Schritten erfordert zwei Operationen: Einschaltung von Null-Worten in die Wortreihe und anschliessende Siebung von Frequenzkomponenten, die von der ersten Abtastfrequenz herrühren, aber sonst nicht vorhanden waren, wenn die zweite Abtastfrequenz von Anfang an benutzt wäre. Das sind in diesem Fall die Komponenten um 76 kHz.

Die Nullen werden dadurch zwischengeschaltet, dass jedesmal zwei Nullworte zwischen je zwei Abtastworte im Takt von 114 kHz eingeschleust werden. Dadurch wird die effektive Abtastperiode auf ein Drittel ihres ursprünglichen Wertes verringert. Das anschliessende Tiefpassfilter sorgt für die Interpolation der eingeschleusten Nullen.

Als Interpolationstiefpass kommt hier ein digitaler Transversalfilter in Frage, weil diese Filter mit absolut geradlinigem Phasengang verwirklicht werden können, wenn man die Koeffizienten spiegelsymmetrisch wählt.

Die untere Grenzfrequenz dieses Filters wurde auf 15 kHz und der Anfang des Sperrbereiches auf 20 kHz gelegt, um damit durch die anfänglich zu tief gewählte Abtastfrequenz entstandene Überlappungszone weiter auszusieben.

Zur Berechnung der Filterlänge wurden die bei (7) angegebenen empirischen Ausdrücke verwendet, weil bei diesem Filtertyp infolge der Summation einer endlichen trigonometrischen Reihe, die den Frequenzgang liefert, die Summe dieser Reihe nicht in einem geschlossenen analytischen Ausdruck wiedergegeben werden kann.

Mit einer zugelassenen Durchlasswelligkeit von 0,5 db und einer Sperrdaempfung von etwa 75 db errechnet sich die Filterlänge zu 52.

Die Filterkoeffizienten selbst wurden unter zuhilfenahme eines Rechnerprogrammes, ebenfalls unter (7) angegeben, errechnet. Das Programm macht von dem Remez'schen Algorithmus Gebrauch und berechnet die Koeffizienten unter Anwendung eines generierten Frequenzrasters und der Tschebyschev'schen Annaheerung. Die erforderlichen Ausdrücke für die Mindestwortlänge der Koeffizienten werden in erster Annaheerung bei (17) von Rabiner und Chan angegeben.

Um den Einfluss der Wortlänge weiter zu untersuchen, wurde abermals ein Rechnerprogramm geschrieben, das den Frequenzgang mit auf eine beliebige Bitzahl begrenzte Wortlänge wesentlich schneller berechnet als dies durch die direkte Reihenberechnung möglich wäre. Das Programm, selbst ein iterativer Prozess, erwartet die unbeschnittenen Koeffizienten und die gewünschte Wortlänge und versucht, durch Variierung der Koeffizienten um das Mindestwertige Bit die Sperrdaempfung auf ein Maximum zu bringen.

Mit diesen beiden Programmen wurden verschiedene Filter und Wortlaengen kombinationen untersucht. Als günstigste Werte erwiesen sich 55 als Filterlaenge und 16 Bit als Wortlaenge. Dabei wurde eine Sperrdaempfung von 77 db erreicht.

Das Vorhandensein von regelmaessigen nullwertigen Abtastwerten in der Wortreihe vereinfacht den Aufbau des Filters wesentlich, weil dadurch nicht alle Multiplizierer gleichzeitig beschaeftigt sind und deren Anzahl durch ein Multiplexschema auf ein Minimum reduziert werden kann. Somit konnte die Anzahl der Addierer von 27 auf 9 und die Anzahl der Multiplizierer von ebenfalls 27 auf 18 verringert werden.

Dasselbe Verfahren, die Abtastfrequenz zu erhöhen, muss auch auf den Summenkanal angewandt werden, damit die Abtastfrequenz aller Signale, die am Schluss miteinander addiert werden, gleich wird. Dabei erübrigt sich ein zweites Interpolationsfilter; lediglich wird das schon vorhandene Filter durch Zeitmultiplex auch im Summenkanal betrieben. Benötigt wird eine zweite Speicherkette parallel der schon vorhandenen, die durch Multiplexschalter an- und abgeschaltet wird. Das ganze Filtersystem muss dann bei der doppelten Abtastfrequenz laufen.

Zur einwandfreien Decodierung des Stereo-Multiplexsignales auf der Empfangsseite wird ein sogenanntes Pilotsignal benötigt, die die halbe Hilfstraegerfrequenz hat und mit dieser in einer genau definierten Phasenlage steht. Dieses Pilotsignal wird ebenfalls im Ausgangsaddierer dem Multiplexsignal zugefügt. Die Amplitude des Pilotes muss jedoch so gross sein, dass allein dadurch eine Modulationstiefe von 8-10 % erreicht wird.

Somit müssen im Koder zwei Signale örtlich erzeugt werden.

Digitale Oszillatoren, die für die Erzeugung dieser Signale

geeignet sind, können in drei Arten aufgebaut werden, naemlich als rückgekoppelte Systeme zweiter Ordnung, die mit einem Einheitsimpuls angestossen werden; als Lesespeicher (ROM), in denen Sinus- oder Cosinuswerte gespeichert werden und als Kombination beider Methoden. Bei der Wahl der geeigneten Methode spielt die Reinheitsanforderung an das erzeugte Signal die Hauptrolle. Es wurde gezeigt dass die Standardabweichung des Rauschanteiles des erzeugten Signales bei der ersten Methode linear mit der Zeit ansteigt und das System periodisch rückgesetzt und neu angestossen werden muss. Die Periode zwischen zwei Anstößen hängt von der Wortlänge und der oberen Grenze des zulässigen Rauschens ab. Da das Rücksetzen und Neu-anstoßen eine zusätzliche Amplituden- und Frequenzmodulation des Signales hervorruft, fiel diese Methode von der Entscheidung aus.

Bei der zweiten Methode wird hauptsächlich eine Sinustafel (ROM) geeigneter Länge und Breite verwendet, die inkremental und dekremental addressiert wird. Die Breite der Tafel wird von der benötigten Wortlänge bestimmt, in die Länge geht die Abtastrate noch mit ein.

Die dritte Methode wird vorteilhaft, wenn die erzeugte Frequenz veränderlich sein soll, was bei der Tafelmethode zu einer unzulässigen Tafellänge führen würde. Bei dieser Methode werden die Abtastwerte, die zwischen den im Speicher vorhandenen Werten liegen, rechnerisch ermittelt.

Für den vorgesehenen Zweck ist die zweite Methode vorteilhaft, weil die zu erzeugenden Frequenzen konstant sind und beide Signale mit 114 kHz, der dritten Harmonischen von 38 kHz abgetastet werden. Dadurch gehen nur 6 Abtastwerte des Pilotes und nur drei Werte des Hilfsträgers in den Speicher.

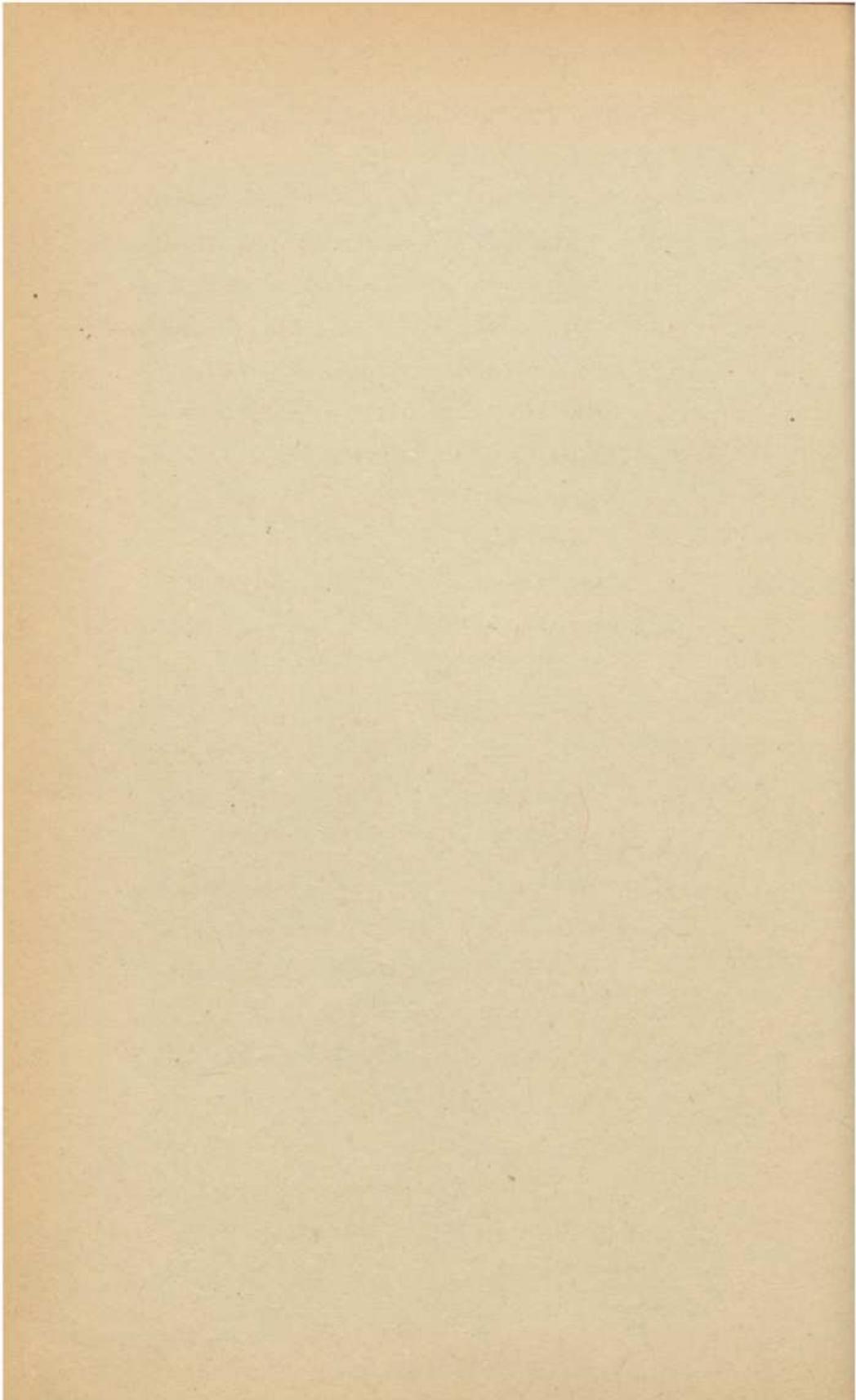
Es wurde jedoch gezeigt, dass man die Speicherung der Abtastwerte des Hilfstraegers ganz umgehen kann, wenn geeignete Werte gewaehlt werden. Die Multiplikation geht dann naemlich in eine einfache Stellenverschiebung über, die sehr leicht in einem Schieberegister stattfinden kann. Gewaehlt wurden die Werte 1, 0,5, -0,5, entsprechend den Winkeln  $0^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $240^\circ$ .

Dadurch ist die 38 kHz Schwingung in ihrer Phasenlage festgelegt und das Pilot muss entsprechend gespeichert werden. Bei der Speicherung (als 20- Bit Worte) muss ausserdem Rücksicht auf die Scheitelwerte des Pilotes im Hinblick auf die zulaessige Modulationstiefe genommen werden.

Da der ausgangsseitige Digital-Analog Umsetzer keinen geradlinigen Umsetzungsfrequenzgang hat, muss dessen Einfluss, der sich bei 53 kHz als ein Abfall von 3,3 db bemerkbar macht, behoben werden. Dafür werden die Koeffizienten des eingangsseitigen Tiefpasses so variiert, dass der Frequenzgang der kritisch gedaempften Zelle bei der genannten Frequenz eine Überhöhung von 2,3 db bekommt. Die dafür notwendige Bedingung wurde von dem zugehörigen Ausdruck zwischen der Höckerfrequenz und den Koeffizienten rückwaerts unter Anwendung des Regula-Falsi Nullpunktbestimmungsverfahrens erhalten.

## KULLANILAN SEMBOLLER

$a, b$	Süzgeç katsayıları
$f_o$	Örnekleme frekansı
$f_A$	Analog kritik frekans
$f_D$	Sayısal kritik frekans
$F$	Geçiş fonksiyonu
$G$	Frekans fonksiyonu
$l$	Kelime uzunluğu
$M, Q$	En anlamsız bit değeri
$T$	Örnekleme aralığı
$U, X, Y$	Sayısal diziler
$N$	Süzgeç boyu
$z$	gecikme operatörü
$z_p$	kutup noktası
$z_R$	reel kısım
$z_I$	sanal kısım
$d$	kutup (veya sıfır) noktasındaki hata
$D_M$	$d$ nin en büyük değeri
$\omega_T$	tepe açısal frekansı (normalize değer)
$\omega_k$	bir kritik açısal frekans (rad/s)



## 1. STEREO KOTLAYICININ TANITILMASI

### 1.1 Stereo Kavramı.

Stereo kavramı, genel olarak çok boyutluluğu, dolayısıyla hacimsallığı belirtir. Optik ve akustik algılama için kullanılan bu terim, optik algılamada iki boyutun yanı sıra üçüncü boyut olan derinliği, akustik algılamada ise ses kaynaklarının hâcim içindeki yerleşme şekillerini ortaya koyar. Stereofonik bir müzik kaydını dinlerken çeşitli müzik aletlerinin orkestra veya sahne içindeki yerlerini kestirmek mümkün olduğundan, kaydedilmiş olan ses bilgisi derinlik bilgisiyle tamamlanır ve böylece orkestra düzeni dinleyici karşısında canlanır.

Özet olarak stereo teknigi, dinleyici veya seyirciyi gerçeğe veya orijinale daha yaklaştıran bir kayıt, yayın ve tekrarlama tekniğidir.

Bu çalışmada sözü edilen stereo kotlayıcı, stereofonik işaretlerin tek kanallı bir radyoyayın vericisi tarafından bozulmadan yayınlanabilmesi için verici tarafta kullanılan bir yardımcı cihazdır.

Herhangi bir ses olayını stereofonik olarak kaydetmek, nakletmek, yaymak ve tekrarlıyalabilmek için, ses işaretlerini uygun bir mikrofon dizilişile sağ ve sol kanallar olmak üzere iki ana kanalda toplamak ve bunları birbirine karıştırmadan, aralarındaki genlik ve faz ilişkilerini mümkün mertebe bozmadan işlem görmelerini sağlamak gereklidir.

Bu gün kullanılan stereo tekniginde, frekansı 500 Hz in üzerindeki işaretler için faz farklarına önem verilemediğinden, bu tekniga genlik stereofonisi adı verilmektedir.

Bu durumda yalnızca genlik ilişkilerinin bozulmamasına dikkat edilmektedir.

Böylece birbirinden ayrı olarak elde edilen sağ ve sol kanal işaretlerinin manyetik band veya plâk üzerine kaydı mümkün ise de, bunların tek kanallı bir radyoyayın vericisi ile yayınlanması ve yine tek kanallı bir alıcı tarafından alınması için bir çoğullama (multiplex) sistemi gerekmektedir. İşte bu işlemi verici tarafta gerçekleştiren cihaz stereo kotlayıcıdır.

Çoğullama işlemi zaman veya frekans uzayında yapılabilir. Sonuçta ise her iki durumda da frekans uzayında bir çoğullama ortaya çıktığından, her iki işlem türü de birbirine denktir. Ancak gerektirdikleri külfet açısından önemli farkları vardır.

### 1.2 Kotlama prensipleri.

Bir stereo radyoyayın vericisinin yayinallyigi işaretler standart olarak sunlardır:

a- Temel bandda (20 Hz- 15 kHz bandında) bulunan toplam işaret. Bu işaret sağ ve sol kanal işaretlerinin toplamları alınarak elde edilir ve doğrudan doğruya yayınlanır. Mono alıcılar stereo yayın sırasında bu işareti aldıkları için bu alıcılarla stereo yayın bir bozulma olmadan mono olarak dinlenebilir.

b- Yeri, frekans ekseninde 38 kHz yukarı kaydırılmış olan kanallar arası fark işaretti.

Bu işaretin elde ediliş şekline göre kotlayıcılar çoğullama-lı veya modülasyonlu olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.

Aslında fark işaretti yine 20 Hz- 15kHz arasındadır, işlemler sonunda bu işaretten 38 kHz de merkezlenmiş olarak 23-53 kHz arasında taşıyıcısı bastırılmış alt ve üst yan bandlar elde edilir. Stereofonik alıcılar toplam ve fark kanal işaretlerini ayrı ayrı

alabildiklerinden, bir toplam ve fark alma işlemiyle sağ ve sol kanal işaretlerini ayrı ayrı elde edebilirler. Mono alıcılar fark işaretini değerlendiremez.

c- Pilot işaretti:

Alicıda fark işaretin ortaya çıkarılması için bir senkron demodülasyon işlemi gerekir. Bu işlemin hatalı yapılmaması için, verici tarafta fark kanalın modülasyonunda kullanılmış olan 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı ile arasındaki faz farkı belli sınırları aşmayan bir taşıyıcının üretilmesi gereklidir. Verici tarafta ise, toplam ve fark kanalların genliklerini düşürmemek ve aynı zamanda alıcı tarafta yardımcı taşıyıcının üretimini kolaylaştırmak için bu taşıyıcı tamamen bastırılır ve alıcıya, senkronizasyonu sağlamak amacıyla, yardımcı taşıyıcı ile aralarında belli bir faz bağıntısı olan yarı frekanstaki (19 kHz) pilot işaretini ek olarak gönderilir. Alıcı tarafta bir frekans çoğaltma işlemiyle 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı doğru fazda tekrar elde edilir.

Yukarıki açıklamalardan da anlaşılacağı gibi, pilot ile toplam ve fark işaretlerin frekans sınırları arasında 4'er kHz lik bir açıklık bulunmaktadır (15 ve 23 kHz). Oysa 38 kHz ile fark kanalın alt ve üst yan bandlarının sınırları arasında yalnızca 20 Hz lik bir aralık olduğundan, 38 kHz lik bileşenin alıcı içinde diğer işaretlerin arasından temiz bir şekilde süzülüp alınabilmesi 19 kHz lik işarete göre çok daha zordur. Pilot frekansı bundan ötürü 19 kHz olarak seçilmiştir. Yardımcı taşıyıcı ile pilot arasında doğacak faz farkları kanallar arası diyafoniye yol açağından, bir kotlayıcının en kritik noktalarından biri bu pilot işaretinin elde edilmesidir.

d- SCA kanalı:

Bu kanal yalnızca Amerika Birleşik Devletleri'nde kullanıl-

makta ve Avrupa kotlayıcılarında bulunmamaktadır. Bu kanal, normal yayın programının yanı sıra ikinci bir bağımsız ses kanalı yayınlamakta kullanılır. Yardımcı taşıyıcısı 67 kHz dir.

Bu kanal ileriki incelemelerde göz önüne alınmıyacaktır.

Yukarıda sayılan üç bileşen ana taşıyıcının frekansını %45, %45, %10 oranlarında modüle ederler. Dolayısıyla her bir kanalın tek başına katkısı %45, pilotunki ise %10 olmakta, 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı ise, katkısı %1 (-40 db) den küçük kalacak kadar bastırılmaktadır.

### 1.3 Kotlayıcı tipleri.

Kotlayıcının prensibi, yukarıda da anlatıldığı gibi, tek bir kanaldan birden fazla ve birbirinden bağımsız işaretlerin gönderilmesi için çoğullamaya dayanmaktadır.

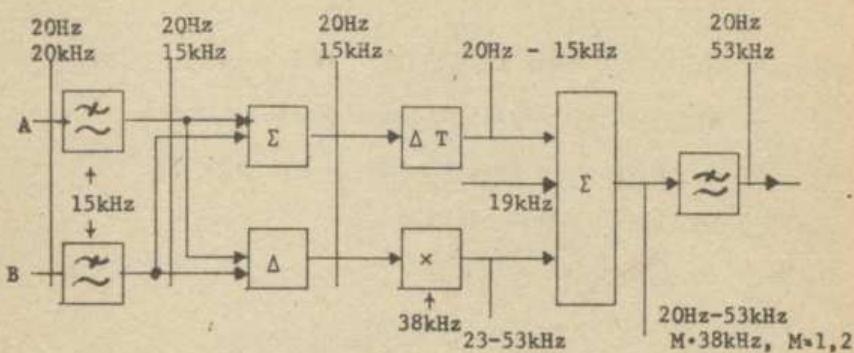
Çoğulama işlemi frekans ve zaman uzayında olmak üzere iki şekilde yapılabilir:

#### a- Frekans uzayında çoğulama:

Frekans bandları 15 kHz de sınırlanmış olan sağ ve sol kanal işaretlerinden birer toplama-çıkartma devresi ile toplam ve fark kanal işaretleri oluşturulur. Bu işaretlerin bandları da, doğal olarak 15 kHz ile sınırlanmıştır. Fark kanal işaretini bir çarpma devresinde yardımcı taşıyıcı ile çarpılır. Bu çarpma işlemi sonunda 38 kHz etrafında, 23-53 kHz arasını kaplıyan taşıyıcısız bir çift yan band elde edilir. Fark kanal işaretini de temel banddan bu şekilde 38 kHz yukarıya östelenmiş olur. Toplam kanal, kaydırılmış fark kanal ve 19 kHz lik pilot işaretini bir toplama devresinde ağırlıklı olarak toplanır ve karma stereo işaretini elde edilir. Şekil 1 de bu kotlayıcının blok şékli görülmektedir.

Çarpma devresinde ortaya çıkacak faz hatalarını etkisizleştirmek

icin toplam kanal işaretini de bir faz dengeleyicisinden geçirilir. Çıkışta bulunan bir alçak geçiren sızgeç frekans bandını sınırlar.

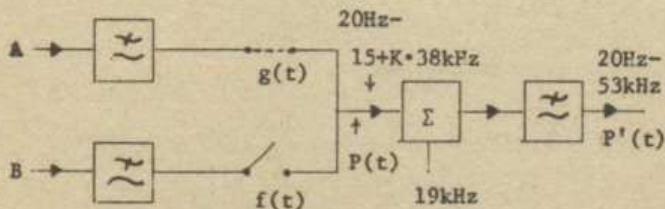


Şekil 1

Kullanılan çarpmaya devresinin dengesi, 38 kHz lik taşıyıcının çıkışa sızmasını yeteri kadar engellemek için iyi olmak zorundadır. (Taşıyıcı 40 db den fazla zayıflamalıdır.) Ayrıca üretilen taşıyıcı harmonikleri ve bu harmonikler civarında oluşacak yan bandlar da yeterince (-60 db) küçük kalmalıdır. Bu da ancak çarpmaya devresinin doğrusallığına bağlı olduğundan, bu devrenin denge ve linearitesinin yeterince iyi olması gereklidir. Buna rağmen kalan harmonikler de çıkıştaki alçak geçiren sızgeç tarafından bastırılır.

b-Zaman uzayında çöğullama:

Verici ve alıcı tarafta bulunan birer elektronik anahtar, yayın kanalını her iki tarafta senkron olarak bir sağ, bir sol kanala bağlar (Şekil 2).



Şekil 2

Anahtarlar 38 kHz ile açılıp kapanmaktadır. Her iki anahtarın çıkış uçları bir toplama devresine bağlanmıştır. Toplayıcıya ayrıca ayrıca 19 kHz lik pilot işaretinin de verilmektedir. Anahtarlar simetrik şekilde açılıp kapanmaktadır. Anahtar gecikmeleri ihmal edilirse, anahtar çıkışındaki spektrum şöyle hesaplanabilir: (Genel olarak anahtarların ideal olmadığı, açık iken dahi bir miktar işaret sızdırıldığı farzedilmektedir.)

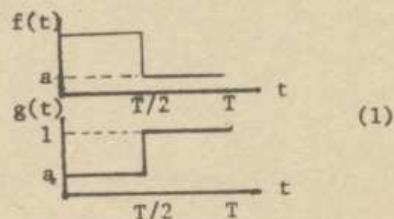
Anahtar fonksiyonları:

$$f(t) = 1 \quad 0 \leq t \leq T/2$$

$$f(t) = a \quad T/2 \leq t \leq T$$

$$g(t) = a \quad 0 \leq t \leq T/2$$

$$g(t) = 1 \quad T/2 \leq t \leq T$$



Anahtarların çıkışlarındaki işareti  $P(t)$  ile gösterelim. Bu durumda,

$$P(t) = A(t) \cdot f(t) + B(t) \cdot g(t) \quad (2)$$

şeklinde olacaktır. Fourier dönümü ile frekans spektrumu bulunabilir.  $g(t)$  için:

$$c_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T/2} a \cdot \exp(2j\pi nt/T) dt + \int_0^T \exp(2j\pi nt/T) dt \right\} \quad (3)$$

$c_n$  kompleks Fourier katsayıları olup

$$c_n = a_n + j b_n \quad (4)$$

şeklindedir. (3) denklemindeki integraller hesaplanırsa:

$$c_n = a_{1n} + j b_{1n} = j \frac{2(a-1)}{\pi n} \quad a_n = 0, \text{ n tek.} \quad (5)$$

Aynı işlem  $f(t)$  için tekrarlanarak:

$$d_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T/2} \exp(j2\pi nt/T) dt + a \cdot \int_{T/2}^T \exp(j2\pi nt/T) dt \right\} \quad (6)$$

$$d_n = a_{2n} + j b_{2n} = j \frac{2(1-a)}{\pi n} = -b_{1n}, \quad a_{2n} = 0 \quad (7)$$

bulunur. Görüldüğü gibi, ele alınan anahtar fonksiyonları tek fonksiyonlar olduklarından, çift harmoniklerin katsayıları sıfır olmaktadır. Bu katsayılarla  $P(t)$  ifadesi:

$$P(t) = A(t) \cdot \left\{ (1+a)/2 + (1-a)/2\pi \sum_{n=1}^{\infty} 1/(2n-1) \cdot \sin(2n-1)\omega t \right\}$$

$$+ B(t) \cdot \left\{ (1+a)/2 - 2(1-a)/\pi \sum_{n=1}^{\infty} 1/(2n-1) \cdot \sin(2n-1)\omega t \right\} \quad (8)$$

Burada  $a_{10} = 1/T \int_0^T f(t) dt$ ;  $a_{20} = 1/T \int_0^T g(t) dt$  (9)

olup Fourier serisinin sabit (ortalama) terimleridir.  $P(t)$  ifadesi toplam ve fark terimleri cinsinden yazılabilir:

$$P(t) = [A(t)+B(t)] \cdot (1+a)/2 + [A(t)-B(t)] \cdot \frac{2(1-a)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\omega t}{2n-1} \quad (10)$$

$$P(t) = \{ \dots \} + \{ \sin \omega_0 t + 1/3 \sin 3\omega_0 t + \dots \} \quad (11)$$

Şekil 2 de, sistem çıkışında bulunan alçak geçiren süzgeç toplam içindeki yalnızca temel bileşeni geçirdiğinden, yüksek mertebeli terimler söndürülür. Bu şekilde geriye kalan bileşenler yalnızca toplam (mono işaret) ve fark bileşenleridir:

$$M(t) = A(t) + B(t) \quad \text{ve} \quad S(t) = A(t) - B(t)$$

$$P'(t) = [A(t)+B(t)] \cdot \frac{1+a}{2} + [A(t)-B(t)] \cdot \frac{2(1-a)}{\pi} \sin \omega_0 t \quad (12)$$

olmak üzere toplam ve fark terimleri tariflenerek

$$P'(t) = M(t) \cdot \frac{1+a}{2} + S(t) \cdot \frac{2(1-a)}{\pi} \sin \omega_0 t \quad (13)$$

terimleri bulunur. Görüldüğü gibi  $S(t)$ , frekans ekseniinde orijinal yeri olan 20 Hz - 15 kHz bölgesinden 38 kHz yukarıya ötelenmiştir. (Yukarıda ifadelerde  $1/T = 38 \text{ kHz} = f_0$  ve  $\omega_0 = 2\pi \cdot 38 \text{ kHz}$  dir.)

Eğer anahtarlar ideal veya ideale yakın ise  $a = 0$  olacağından,  $M(t)$  ve  $S(t)$  işaretlerinin genlikleri sırasıyla  $1/2$  ve  $2/\pi$  olacaklardır. Ancak  $a \neq 0$  alınırsa, yani kanallar arasında bir miktar diya-

foniye müsaade edilirse genlikler eşitlenebilir:

$$M(t)/S(t) = \frac{(1+a)\cdot\pi}{(1-a)\cdot 4} \quad (14)$$

Bu oranın bire eşit olması için:

$$(1+a)/(1-a) = 4/\pi \quad \text{veya} \quad a = (4-\pi)/(4+\pi) \quad (15)$$

değerini alması gerekdir (1). Eğer bu dengeleme yapılmışacak olursa, toplam ve fark kanallar arasındaki genlik farkı alıcı tarafta diyafoniye, dolayısıyla kanal ayırımının kötüleşmesine yol açacaktır.

Dengeleme işlemi basitçe, anahtarlar paralel bir direnç bağlayarak yapılmaktadır. Verilen referansta dengelemenin nasıl yapılacağı ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

## 2. NEDEN SAYISAL KOTLAYICI?

Sayısal tümdevrelerin maliyetlerinin son yıllarda hızla düşmesi, bunların imkânlarının da hızla artması sonucu bugün analog yapılagelen bir çok işlem sayısal şeke dönüştürilmektedir. Aslında, sayısallaşmanın dört ana sebebi söylebilir:

- a- Uzun süre kararlılığı,
- b- Tekrarlanabilirlik ve mükemmel eşlenebilirlik,
- c- Gürültüden etkilenmemme,
- d- Seri imalât kolaylığı.

İyi tasarılmış bir sayısal sistemin uzun süre kararlılığının dan (değişmezliğinden) söz etmek aslında anlamsız olabilir. Çünkü bir sayısal sistemin özelliklerini belirleyen parametreler genellikle bu sistemin bir parçası olan hafızalarda sayı olarak saklanır. Bunların uzun süre içinde değişmesi bu hafızanın arızalanması demektir.

Buna karşılık bir analog sistemin parametre değerleri çevre fiziksel şartlarına (ısı, basınç, nem, besleme şartlarının değişmesi, titreşim v.b.) ve eskime özelliklerine bağlıdır. Bir bobinin self endüktansı, uzun sürede ısı veya nem değişimleri sonucu az da olsa değişebilir. Sayısal sistem için böyle bir değişim söz konusu olamaz.

Sayısal tümdevrelerden oluşan bir sayısal sistem, bu tümdevrelerin tekrarlanmasıyla tam tamına tekrarlanabilir ve bu iki sistem bir birinin tam eşi olur. Oysa tümdevrelerden oluşan bir analog sistemi tam tamına kopya etmek ve bu kopyanın orijinale uzun sürede eş kalmasını beklemek mümkün değildir. Bir stereo kotlayıcıda birbirinin eşi iki kanal üzerinde işlem yapıldığına göre, bu özellik büyük önem kazanmaktadır.

Alicı tarafta, kanallar arası diyafoniyi önlemek için, kot-

layıcı içinde 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı ile 19 kHz lik pilot işaretinin arasında çok kritik bir faz dengesinin sağlanması ve bu dengenin uzun süre korunması gereklidir. Kullanılmakta olan analog kotlayıcılarda bu denge ya otomatik kontrollü devrelerle sağlanır veya periyodik kontrollerle o ana kadar meydana gelmiş olan hatalar düzelttilir. Sayısal sistemde ise, mutlak değişmezlik sonucu, böyle bir kontrola gerek kalmayacaktır.

Gürültü her analog sisteme önemli sorunlar doğurur. Gürültü ya doğrudan doğruya eleman içinde üretilen ısıl gürültü veya dışarıdan eklenen gürültü olarak ortaya çıkar. Sonuçta işaretten bu gürültüyü ayırmak mümkün olmaz.

Sayısal sisteme ise yukarıki biçimde bir gürültü söz konusu değildir. Eleman gürültüsü sistemin çalışmasına ve içindeki sayısal işaretlere hiç bir etki yapamaz. Dolayısıyla dış gürültülerin işaretin bozması söz konusu olamaz. Yalnız, sayısal değerlerin sonlu sayıda hane ile belirtilmesi sonucu olarak bir gürültü doğar ki, hane sayısını belli sınırın üstünde tutmakla bu da ortadan kaldırılabilir.

Tümdevre yapımı doğal olarak seri imalâta yöneliktedir. Bir devreden tek bir tane yapmak hiç bir zaman düşünülemez.

Sayısal kotlayıcı gibi, içinde hemen hemen yalnız sayısal devrelerin bulunduğu bir sistem bu teknikle hem çok daha ucuz malolur, hem boyutları çok küçülür ve hem de uzun sürede kullanılması basitleşir.

Burada unutulmaması gereken nokta, bir çok işlemleri yapabilecek geniş çaplı tümdevre (LS1) tekniğinin kullanılması geregidir yoksa bu kotlayıcıyı küçük veya orta çaplı devrelerle kurmak son derece anlamsız olacaktır.

### 3. KOTLAYICININ SAYISALLAŞTIRILMASI

Sayısal teknikle yapılabilen işlemler şunlardır:

a- Süzme (frekans ekseninde belli bölgelere farklı ağırlık verilmesi)

b- Modülasyon (çarpma işlemidir, sonuçta taşıyıcısı bulunan yan çift yan band elde edilir. Frekans ekseninde öteleme ile sonuçlanır.)

c- Bir işaretin çeşitli frekanslı bileşenlerine ayrıstırılması (örneklenmiş işaretlere uygulanan ayrik zamanlı Fourier analizidir. Hızlı Fourier dönüşümü - FFT- ile bu işlem kısa zamanda yapılabilir.)

Yukarıda sayılan her üç işlemde kullanılan elemanter işlemler çarpma, toplama ve öteleme (geciktirme) işlemleridir.

Stereo kotlayıcı, giriş ve çıkış uçlarıyla analog sistemlere bağlı olacağından, girişte bir analog/sayısal ve çıkışta da bir sayısal/analog çeviriçi bulunacaktır. Bu çeviricilerin özellikleri ileriki bölümlerde ele alınacaktır.

Girişte açıklanmış olan her iki kotlayıcı tipini de genel olarak sayısal şekele çevirmek mümkündür. Ancak, bu iki tip teknik ve ekonomik yönlerden çok farklıdır. Aşağıda her iki sistem bu yönlerden ayrı ayrı incelenmiştir.

#### 1. Sistem

Bu sisteme, her iki kanal işaretin önce süzülerek bandları sınırlanır, sonra toplam ve farkları alınır. Bu işlemler sayısal olarak yapılabilir. Yalnız her iki kanal işaretinin de daha önce-

den sayısal şekle çevrilmiş olması gereklidir.

Fark kanalına uygulanan modülasyon işlemini bir çarpma devresiyle gerçekleştirmek mümkündür. Doğal olarak, bu devreye verilecek yardımcı taşıyıcı işaretin de sayısal biçimde üretilecektir. Çarpma devresinde ortaya çıkabilecek olan gecikmeleri toplam kanalına konacak bir ara hafıza ile denelemek gereklidir. Bundan sonra yine sayısal olarak üretilen 19 kHz lik pilot işaretinle toplam ve fark kanallarının işaretleri bir toplama devresiyle toplanacak ve toplam işaret sayısal/analog çeviriciye verilecektir. Bu devrenin çıkış işaretin artık analog olduğundan, bir alçak geçiren süzgeçle analog stereo karma işaretin elde edilebilir.

Bu sistemde iki veya iki misli hızda zaman paylaşmalı olarak çalışan bir tek analog-sayısal çevirici gereklidir.

Çeviricinin her bit'inin dinamigi 6 db genişlettigi düşünülürse, en az 80 db lik bir hacme gerek duyulduğu da göz önüne alınsa, çeviriciler için 14- 16 bit kelime uzunluğu gerektiği ortaya çıkar. 16 bitlik çeviriciler bugün sayısal ses kaydında kullanılmaktadır. Bu şekilde de en az 12 db lik bir emniyet payı da sağlanmış olmaktadır. Bundan dolayı da, kotlayıcı girişindeki çeviricinin de 16 bitlik olması öngörülmüştür. Bu çevirici ses frekanslı işaretleri gerçek zamanda çevireceğinden, çalışma ve örneklemeye hızı Nyquist sınırının üzerinde olmalıdır. Piyasada bulunan çeviricilerin hızları bu gün için 40 - 50 kHz civarındadır. Buyla ancak tek bir kanal işaretin çevrilebilir. Hızları zaman paylaşmalı çalışmaya yeterli değildir. Ayrıca fiyatları da çalışmaya hızına yaklaşık olarak üssel biçimde bağlı olduğundan, yavaş çalışan iki çeviricinin maliyeti hızlı çalışan tek bir çeviriciye göre deha düşüktür. 16 bitlik çeviriciler son zamanlarda evlerde kullanılabilecek sayısal ses kayıt sistemleri için seri halinde

üretilmeye başlandığından, fiyatları 40 - 50 \$ mertebesine kadar düşmüştür. Oysa yüksek hızda (80 - 100 kHz) çalışan bir 16 bitlik çeviricinin fiyatı 2000 \$ civarındadır. Bu karşılaştırmada da çift çevirici kullanmanın avantajları açıkça görülmektedir. Ayrıca, çift çevirici kullanıldığında, tek çeviri halinde gereken anahtarlama ve zamanlama devrelerine de gerek duyulmayacağı için yapı da basitleşecektir.

## 2. Sistem

Bu sistemde çeşitli şekiller düşünülebilir. Birinci şekilde anahtar çeviricinin önünde bulunur. Çevirici de böylece anahtaranmış (kıyılmış) işareti çevirir. Bu durumda kıyılmış işaretin band genişliği 53 kHz olduğundan, çeviricinin en az 106 kHz (yaklaşık 9  $\mu$ s) gibi çok yüksek bir hızda çalışması gerekecektir. Bu gün için bu hızda çalışabilecek 16 bitlik çevirici bulmak mümkün değildir. Bundan dolayı da bu şekilde bu gün için uygun olamaz.

İkinci şekil olarak çeviricinin anahtarın önüne konması düşünülebilir. Yine zaman paylaşımından kaçınarak kanal başına bir çevirici kullanılacaktır. Bu durumda anahtarlama işlemi sayısal çarpma işlemine dönüştürülecektir, çeviricilerin yine, kıyıçının çıkışında bulunacak 53 kHz lik bileşenlerin örtüşmemeleri için 106 kHz de çalışmaları gerekecektir.

Göründüğü gibi, yüksek çevirici hızları gerektirdiğinden, ikinci sistemin sayısallaştırılması bu gün için düşünülemez. Bu na karşılık birinci sisteme analog düzende ortaya çıkan ve oldukça kritik olan faz dengelemesi problemi sayısal teknikle kolayca çözümlenebilir. Bu sebeplere dayanılarak bu çalışmada birinci sistem ele alınmıştır.

### 3.1. Birinci sistemin sayısallaştırılması

Bu sistemin esası, yukarıda da açıklandığı gibi, sağ ve sol kanal işaretlerinin toplam ve farklarını oluşturup, fark işaretinin frekans ekseninde 38 kHz yukarıya ötelenmesidir. Bu şekilde bir frekans çoğullaması yapılmış olur. Sayısal olarak bu işlemi yapmak mümkündür.

Sistem seçimi bölümünde açıklandığı gibi, ekonomik sebeplerden dolayı iki ayrı analog-sayısal çevici kullanılacaktır. Toplam ve fark alma işlemleri analog veya sayısal bölgelerde yapılabilir. Bu sebeplerle şimdilik toplam ve fark alma işlemlerinden bahsedilmeyecektir.

Modülasyonun yapılabilmesi ve ortaya çıkan yan bandların band katlanması (örtüşmeye) uğramamaları için modülasyon sırasında örneklemme aralığını, üst yan bandın üst sınırına göre seçmek gerekecektir. Ancak bu, girişteki çeviricilerin de aynı yüksek hızda çalışmaları gerektiği anlamına gelmez. İleride de açıklanacağı gibi, sayısal işlemlerle örneklemme frekansını düşürüp yükseltmek mümkündür. (2,3,4,5) Bu durumda, en sonda bulunan sayısal-analog çeviricinin yüksek hızlarda çalışması gereklidir. Ancak bu gün için bu hızlarda çalışan 14-16 bitlik çeviriciler bir sorun değildir.

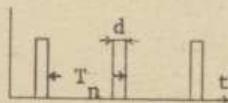
#### 3.1.1. Örneklemme işlemi

Analog ve sayısal sistemler birlikte kullanılacak ise, analog işaretin mutlaka örneklenmesi ve bir sayı dizisi şecline çevrilmesi gereklidir.

Tarif olarak örnekleme işlemi bir işaretin yalnız belli anlarında ve yeteri kadar kısa süre içinde değerinin ölçülmesidir. Örnekleme işlemi, gerçekte, bir  $s(t)$  işaretinin kısa süreli periyodik darbeler şeklinde bir  $q(t)$  işaretıyla çarpılması işlemidir.  $q(t)$  darbe dizisi şekil 3 teki gibi olup, bir Fourier dizisine açılabılır:

$$q(t) = \sum_{i=0}^{\infty} K_i \cdot \exp(2\pi j i t / T_n) \quad (16)$$

Burada  $K_i$  ler sabit katsayıları,  $T_n$  ise darbe aralığını belirtmektedir. Darbe genişliği  $d$  ile gösterilmiştir.



Şekil 3

Laplace dönüşümünden bilinen öteleme prensibi uygulanarak çarpım sonucunun frekans spektrumu derhal verilebilir:

$$s^*(t) = s(t) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} K_i \cdot \exp(2\pi j i t / T_n) \quad (17)$$

ve

$$S^*(\omega) = 1/T_n \sum_i \{K_i S(\omega - 2\pi i / T_n)\} \quad (18)$$

Buna göre örnekleme işlemi sonunda  $s(t)$  işaretinin spektrumu ağırlıklı olarak  $1/T_n$  periyodu ile frekans ekseniinde tekrarlanır. Örnekleme darbelerinin genişliği ( $d$ ) sonlu bir değer olduğundan, ağırlık fonksiyonu bir Sinc fonksiyonu olup ilk sıfır noktası  $1/d$  değerindedir. Buna göre, temel bileşenin dahi genişliği, bu fonksiyona bağlı olarak değişecektir ve ancak  $d \neq 0$  durumunda örneklemiş işaretin temel bandındaki spektrumu ile  $s(t)$  nin spektrumu aynı olabilecektir. Eğer  $S^*(\omega)$ , yani örneklemiş işaretin spek-

trumu hakkında bir kriter ileri sürülecek olursa, bu kriterde dayanarak d darbe süresini belirlemek mümkün olabilir. Ideal haldeki durumu ( $d=0$ ) matematiksel olarak inceleyebilmek için Dirac impuls fonksiyonundan yararlanılabilir. Bu durumda (17) denklemi,

$$s^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} s(t) \cdot \delta(t - kT_n) \quad (19)$$

ve frekans spektrumu:

$$S^*(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} S(\omega - 2\pi k / T_n) \quad (20)$$

şekline dönüşür. (19) denkleminin anlamı,  $s^*(t)$  değerlerinin  $s(t)$  fonksiyonunun yalnızca  $t=kT_n$  anlarında değerlerine eşit olduğunu dur. Bu ifadeye dayanarak (19) denklemi

$$s^*(t) = s(kT_n), \quad k = 0, 1, \dots, \infty \quad (21)$$

şeklinde yazmak doğru değildir, çünkü (19) denklemindeki  $s^*(t)$  değerleri  $k$  nin yalnızca tamsayı değerleri için tariflenmiştir. Diğer bir deyişle denkemin sağ tarafı  $k$  nin yalnızca tamsayı değerleri için geçerlidir.  $k$  nin kesirli değerleri için (eğer  $k$  nın kesirli değer almasını izin verilirse)  $s^*(t)$  değerleri yoktur. Oysa (21) denkleminde  $k$  nin müsaade edilebilecek her değerine karşılık bir  $s^*(t)$  bulunabilir, çünkü  $s(t)$  sürekli bir fonksiyondur.

$\sum_k \delta(t - kT_n)$  fonksiyonunun spektrumu sabit genlikli ve periyodik olduğundan,  $S^*(\omega)$  fonksiyonu da periyodik olacaktır. (Bütün Fourier katsayıları 1 e eşittir.)

Pratikte ise  $\delta(t)$  fonksiyonu ancak yaklaşıkla elde edilebilir. Darbe teknigi açısından böyle bir darbenin elde edilmesine imkân yoktur. Bu mümkün olsa da, örnekleme işlemi sonunda elde

edilen darbelerin enerjileri gürültü seviyesinin altında kalacak-tır. Bu sebepten dolayı. Örneklenmiş işaretin spektrumu temel bandda dahi Sinc fonksiyonu ile katlanmış olacaktır. Ancak, eğer örnek-leme hemen peşinden bir analog-sayısal çevirme işlemi yapılıacak olursa, ideal örneklemeye erişilmiş olur. Çünkü çeviricinin üreteceği sayı, biraz hatalı da olsa, işaretin sonsuz kısa bir zaman aralığındaki değerine tekabül eder ki. Bu da örneklemeye darbesinin sonsuz kısa olması demektir. Şu halde sayısal işlemler göz önüne alınınca, Sinc fonksiyonunu düşünmeye gerek kalmamaktadır. (6) Buna karşılık, sayısal-analog çevirme işlemi, sayısal işaretin, uzunluğu örneklemeye aralığına eşit darbelerle çarpma işlemi olduğundan, burada Sinc fonksiyonu tekrar karşımıza çıkacaktır. Bu noktaya ileride değinilecektir.(7)

(20) denklemi, örneklenmiş işaretin spektrumunun periyodik ot-dugunu göstermektedir. Bu spektrumunun tekrarlanan her bir parça-sının  $s(t)$  nin spektrumuna benzeyebilmesi için,  $S(\omega)$  nin band genişliğinin de belli değerin üstünde olmaması gereklidir.  $S(\omega)$   $1/T_n$  aralıklarıyla tekrarlandığına göre, komşu alt ve üst yan band-ların kaplıyabilecekleri yer bu aralığın en fazla yarısı kadar o-labilir. Bir spektrumun genişliği, o işaretteki en yüksek frekans-lı bileşen tarafından belirlendiğinden, örneklenecek işaretin band genişliğinin de sınırlı olması ve örneklemeye aralığının da bu üst sınıra göre seçilmesi gerekdir. Buna dikkat edilmez ise, alt ve üst yan bandlar iç içe gireceğinden (örtüşeceğinden), band katlanması denen olay ortaya çıkar ve esas işaret örneklenmiş işaretten tekrar elde edilemez.  $S(\omega)$  ile  $S^*(\omega)$  birbirlerinden çok farklı olur. Her bir yan band için frekans ekseniinde en faz-la  $1/2T_n$  genişliğinde bir bölge bulunabildiğinden,  $f_n$  örneklemeye

frekansını işaret içindeki en yüksek frekanslı bileşenin frekansının en az iki katına eşit almak gereklidir. Gerekirse bu şartı sağlayabilmek için  $S(\omega)$  bir alçak geçiren süzgeçle Üstten sınırlanmalıdır.

Stereo kotlayıcı açısından bu şartları incelenirse ortaya şu durum çıkar: kotlayıcı girişine gelen işaretler ses ve müzik işaretleri olup, ya doğrudan doğruya mikrofonlardan, veya manyetik band veya plâk gibi bir kayıt ortamından gelecektir. Kaydedilmiş olan işaretlerin bandı genellikle 15 kHz değerinde sınırlanır. Mikrofonların frekans eğrileri de en fazla 20 kHz'i geçirmeye uygun olduğundan 15 - 20 kHz arasındaki bir değeri Üst sınır olarak almak ve örnekleme frekansını da buna göre 30 - 40 kHz civarında seçmek gereklidir.

### 3.1.2. Örnekleme frekansının seçimi.

Yukarıda bölümde örnekleme frekansının seçimi için genel kuralardan söz edildi. Bu bölümde, kotlayıcı için gereken özel şartlardan söz edilecektir.

Kotlayıcıyı sayısalallaştırırken, sayısal teknigin getirdiği üstünlüklerden en büyük ölçüde yararlanabilmek için, analog işlemlerden mümkün mertebe kaçınmak gereklidir. Bu açıdan, bu çalışmada band sınırlama işlemi için kullanılan alçak geçiren analog süzgeçlerden de kaçınılmıştır.

Bir sayısal stereo kotlayıcı içinde, örnekleme frekansını giriş işaretinin band genişliği ve kotlayıcı içinde ortaya çıkabilecek en yüksek frekanslı bileşen belirliyecektir. Doğal olarak, kullanılacak olan devre elemanlarının da seçilen örnekleme frekan-

sında çalışabilmeleri de şarttır.

Kotlayıcı içinde bu açıdan en kritik nokta, fark kanalı üzerinde bulunan modülâtör (çarpma devresi) çıkışıdır. Buradaki işaret frekansı 53 kHz e kadar çıkabileceğine göre, örnekleme frekansını da bunun en az iki katı, yani 106 kHz olarak seçmek gerekir. Oysa, yukarıda da açıklandığı gibi, bu hızlarda çalışabilecek analog-sayısal çeviriciler yoktur. Çeviricileri düşünerek örnekleme frekansını 40 kHz civarında seçmek gerekecektir.

Buradan da görüldüğü gibi, uyusum sağlayabilmek için arada örnekleme frekansını değiştirmek gerekecektir (ekstrapolasyon). Bunun sonucu olarak ta, kotlayıcı içinde iki farklı örnekleme frekansı kullanılacaktır.

Teorik olarak, örnekleme frekansı rasyonel oranlarda değiştirebilir.(7). Ancak, yapıyı basit tutabilmek için değişim oranını bir tamsayıya eşit seçmek gerekir.

Sayısallaştırılması gereken bir bölüm de, fark kanalı üzerindeki modülâtörün diğer giriş ucuna uygulanması gereken 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı ve 19 kHz lik pilot işaretini üreteçleridir. İleride gösterileceği gibi, bu üreteçleri bir değer tablosu (ROM-read only memory) şeklinde gerçekleştirmek çözümlerin en basiti ve uzun sürede en kararlısıdır. Bu durumda ROM içindeki kelime sayısı bir periyottaki örnek sayısına eşit olacaktır, çünkü her yeni örnekleme adımı bir ROM adresine karşı düşecek ve ROM çıkışında 38 kHz lik sinüs biçimini işaretin bu adımdaki sayısal değerini belirleyen bit kombinasyonu paralel olarak bulunacaktır. Eğer örnekleme frekansı 38 kHz in tam katları olacak şekilde seçilirse, her periyotta örnekleme adımı ve bu adıma karşı düşen değer daima aynı kalır, diğer bir deyişle, örnekleme adımlarıyla üretilen değerler arasındaki faz bağıntısı her periyotta aynı olur.

Frekanslar arasındaki oran  $i$  ise ( $i = f_n/38$ ) ROM içinde yalnızca  $i$  değer saklamak yeterli olacaktır.

Frekanslar arasındaki oran bir tamsayı değilse, bir rasyonel sayı olmak zorundadır. Bu durumda  $p$  periyotta  $d$  tane örnek alınacaktır. Bu durumda saklanması gereken değer sayısı da  $d$  olacaktır ki bu sayı  $i$  değerindendaima daha fazladır. Ayrıca, bu ikinci durumda adresleme sistemi de daha karışık olacaktır.

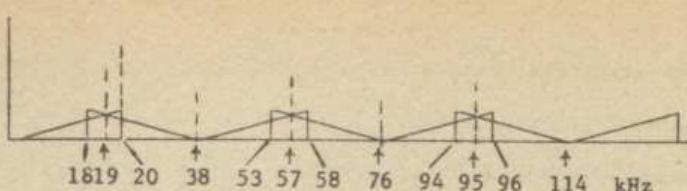
Bu durumda 53 kHz sınırına göre seçilebilecek en alçak örneklemeye frekansı da  $3 \times 38 = 114$  kHz olmaktadır ki 106 kHz sınırından da yeteri kadar uzaktadır.

Giriş tarafı için bu durumda gereken frekans 38 veya 76 kHz olmak zorundadır. 76 kHz in çeviriciler açısından çıkartacağı zorluk göz önüne alınarak 38 kHz seçilecektir.

Buna göre örneklemeye frekansları giriş tarafında 38 kHz ve çarpma devresi ve çıkış çeviricisinde 114 kHz olmaktadır. 19 kHz lik pilot işaretinin de 114 kHz ile örneklenecektir, yani her periyotta 6 örnek alınacaktır.

### 3.1.3. Frekans plâni.

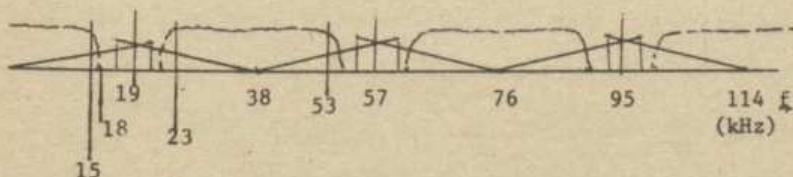
Yukarıda, giriş tarafında da 38 kHz lik örneklemeye frekansını kullanıldığı açıklanmıştır. Analog girişlerde hiç bir ön süzme (band sınırlama) işlemi yapılmışlarından, giriş işaretinin spektrumu doğrudan doğruya işaret kaynağının spektrumuna eşit olacaktır. En kötü halde, üst frekans sınırı 20 kHz olacaktır ki, bu durumda 19 kHz merkez olmak üzere bir band katlanması (aliasing-örtüşme) ortaya çıkacaktır. Bu durumda ortaya çıkan katlanmış spektrum şekil 4 te görülmektedir. Burada da örneklemeye darbeleri sonsuz kısa farzedildiğinden, sinc fonksiyonu şeklindeki zarf eğrisi görülmemektedir.



Şekil 4

Şekilden görüldüğü gibi, örnekleme sonunda 38, 76, 114 kHz gibi 38 kHz in tam katlarında yan bandlar bulunmaktadır. Bu bandlar, örnekleme frekansının düşük oluşu dolayısıyla 19 kHz in tek katları civarında 2 kHz lik aralıklar içinde iç içe girmiştir (örtüşmüştür). 19 kHz lik pilot bölgesi de tamamen doldurulmuştur. (Şekil 4 te örtüsen bandlar ayırmış gibi gösterilmiştir; gerçekte ise, bu bölgelerde birbirinden ayırdedilemiyen bir işaret karışımı bulunmaktadır.)

Stereo yayın standartlarına (8) göre, temel band 15 kHz de sınırlandırılmaktadır. Bu şekilde pilot bölgesi boş kalabilir. Sayısal kotlayıcıda analog işlemlerden kurtulmak için, bu sınırlama işlemi analog-sayısal çeviricinin arkasında bulunan bir sayısal alçak geçiren süzgeçle yapılmaktadır. Bu süzgeçin frekans eğrisi şekil 5 te görüldüğü gibi, 38 kHz lik periyotlarla tekrarlanır. Örtüsen yan bandlar bu süzgeç tarafından ortadan kaldırılarak pilota ait yer de boşaltılmış olur.



Şekil 5

Süzgeçin yaklaşık frekans eğrisi 5. şekilde kesikli çizgi ile gösterilmiştir. -3 db noktası 15 kHz'de olan ve 18 kHz'de en az 60 db zayıflatılan bir sözgeç kullanılmaktadır.

CCIR tarafından ileri sürülen frekans eğrisi toleranslarını da bu frekans planı içinde göz önüne almak gereklidir. (8) Bu toleranslar en kritik noktalarda şöyle özetlenebilir:

a- Sağ - sol, dolayısıyla toplam ve fark kanallar arasındaki seviye farkı 1 kHz'de  $<0,5$  db

b- Her bir kanalın frekans eğrisi 630 Hz - 1250 Hz arasında 1 db içinde

c- Sağ - sol (toplam - fark) kanallar arasındaki faz farkı  $<45^{\circ}$

d- Kanallar arası diyafoni 0,3 kHz - 4 kHz arasında  $<-30$  db  
Bu tolerans şemaları (8) de verilmiştir.

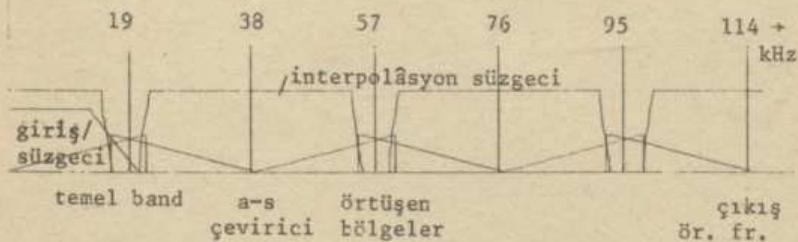
Gördüğü gibi, bunlardan en kritik olanı a- şikkındakidir.

Girişteki çeviricilerin eş özellikli oldukları göz önüne alınacak olursa, kanallar arasındaki seviye farkı dönüşsüz interpolasyon sözgeç ve modülasyon için kullanılacak çarpma devresinden ileri gelebilir. Gerçekte çarpma devresinin bir frekans eğrisinden söz etmek mümkün değildir. Bu devre yalnızca sabit bir seviye farkı ile sabit bir gecikme doğurabilir. Her ikisi de kolayca ortadan kaldırılabilir. Dönüşsüz sözgeç, 1kHz civarında yeteri kadar düzgün bir frekans eğrisine sahip olacak şekilde tasarlanmalıdır.

### 3.2. Birinci sözgeçin tasarımlı.

Bu sözgeçin görevi, girişine gelen örneklenmiş toplam ve fark işaretlerin bandını sınırlamak, 19 kHz etrafında örtüşmeye yol açabilecek bileşenleri yok etmek ve bu şekilde pilot işaretini için

yer açmaktadır. Bu süzgeçin sağlanması gereken şartlar, bundan sonra interpolasyon için kullanılacak olan süzgeç tarafından hafifletilmektedir. Çünkü her iki süzgeçin köşe frekansları 15 kHz civarındadır. (Temel band 15 kHz de sınırlanacaktır.) İkinci süzgeçin söndürme bandı, birinci süzgeçin söndürme bandını tamamen kapsamaktadır. Bundan dolayı, köşe frekansları eş seçilecek olursa söndürme bandındaki zayıflatmalar toplanacak ve geçiş bölgesi daha dikleşecektir. Yalnız, 15 kHz de 3 db den fazla düşme olmaması için iki süzgeçin köşe frekanslarını çakıştırmak doğru olmaz. Bunun için birinci köşe frekansı 16 kHz, ikincisi 15 kHz alınmıştır. birinci süzgeç için söndürme bandı başı 18 kHz ve zayıflatma oranı 60 db seçilmiştir. Bu süzgeçlere ait frekans şemaları 6. şekilde gösterilmiştir.



Şekil 6

Süzgeçlere ait çeşitli frekanslar, frekans oranları ve zayıflatma değerleri aşağıda özetlenmiştir:

Dönüştürücü süzgeç (IIR):

$$f_0 = 38 \text{ kHz}$$

$$f_k = 16 \text{ kHz} + 0,421 \text{ (-3db)}$$

$$f_u = 18 \text{ kHz} + 0,474 \text{ (-60 db)}$$

Dönüştürmeli (FIR) interpolasyon süzgeci:

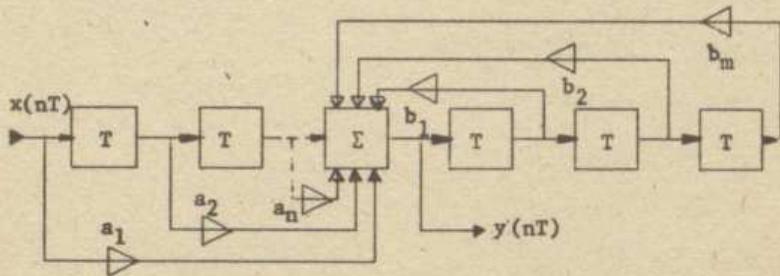
$$f_0 = 3 \times 38 \text{ kHz} = 114 \text{ kHz}$$

$$f_k = 15 \text{ kHz} \rightarrow 0,1316 \text{ (-3db)}$$

$$f_u = 20 \text{ kHz} \rightarrow 0,1754 \text{ (-75db)}$$

Analog süzgeçlerden farklı olarak, sayısal süzgeçler iki şekilde gerçekleştirilebilir (7). Bunlar geri beslemeli (döndüşlü-IIR) ve geri beslemesiz (döngüsüz-FIR) şekillerdir.

Bir döndüşlü süzgecin genel blok diyagramı 7. şekilde görülmektedir.



Şekil 7

Bu şekilde  $x(nT)$  örneklenmiş giriş işaretini,  $y(nT)$  aynı şekilde çıkış işaretini,  $T$  kutuları bir periyotluk geciktiricileri,  $a_i$ ,  $b_i$  ler sabit katsayıları belirtmektedir.  $b_i$  katsayıları ve bunlarla ait geciktiricilerle birlikte bir geri besleme düzeni vardır.

$$X(z) = \sum_{k=1}^{\infty} x(kT) \cdot z^{-k} \quad \text{ve}$$

$$Y(z) = \sum_{k=1}^{\infty} y(kT) \cdot z^{-k}$$

şeklinde tariflenmiş olan  $z$ - dönüşüklerini kullanarak bu düzenin çıkış fonksiyonunu

$$F(z) = Y(z)/X(z) = \left\{ \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \right\} / \left\{ \sum_{k=1}^m 1 - b_k \cdot z^{-k} \right\} \quad (22)$$

şeklinde vermek mümkündür (6,7). Bu denklemin pay ve paydası çarpanlara ayrılabilir ve bu şekilde  $F(z)$  nin sıfır ve kutupları  $z$  düzleminde bulunabilir. Düzen geri beslemeli olduğu için kararsızlık söz konusu olabilir; kararlılığı sağlamak için kutupların birim daire içinde bulunmaları gereği ortaya çıkar(7,9,10). Ayrica, sistem kararlılığı açısından böyle bir sistemi doğrudan gerçekleştirmek yerine, kendi içinde mutlak kararlı olabilecek birinci ve ikinci mertebe parçaların seri veya paralel bağlanması şeklinde gerçeklemek gerekmektedir (10). Bu çalışmanın amacı, sayısal süzgeçlerin tasarım yöntemlerini incelemek olmadığı için bu konulara girilmeyecektir.

(22) denkleminde  $b_k$  ların sıfıra eşitlenmesi halinde, analog düzenlerle gerçekleştirilmesi mümkün olmayan, yalnızca sıfırları bulunan bir fonksiyon ortaya çıkar ki, bu da geri beslemesi olmayan ikinci bir sayısal süzgeç şeklidir.

Belli bir geçiş bölgesi genişliği geri beslemeli süzgeçlerle daha ekonomik olarak sağlanır. Bunun sebebi, kapalı tip sayısal integrasyon yöntemlerinde de olduğu gibi, bu tip yapıda matematik verimliliğin çok daha yüksek oluşudur. Ancak bunun karşılığında ödenecek bedel kararsızlık tehlikesi ve faz eğrisinin düzgün olmayacağıdır. Bazı uygulamalarda bu eğrinin büyük önem taşımasına karşılık, burada iki eş süzgeç kullanıldığı için bir soru doğuyacaktır. Buna karşılık bu tip süzgeçlerin her noktasında aynı örnekleme frekansının kullanılması şarttır. Örnekleme frekansının değiştirilmesi gereken yerlerde bu tip süzgeçler kullanılmazlar.

(22) fonksiyonu  $z$  cinsinden rasyonel bir fonksiyondur. Bu fonk-

siyonun ileri sürülecek belli şartları sağlayabilmesi için gerekli  $a_i$ ,  $b_k$  katsayılarının bulunması, sayısal süzgeç probleminin esasını oluşturur.

Genel olarak iki yöntem kullanılmaktadır(7,9,10,11,12):

a- Bilinear (çift doğrusal dönüşüm),

b- Genlik karesi fonksiyonu yöntemi ile doğrudan tasarımlı.

Genlik karesi fonksiyonu yöntemi, aslında bilinear dönüşüm sonunda da elde edilen genlik fonksiyonunun (9) da bu fonksiyonun (22) denkleminde  $z = \exp(j\omega)$  koyarak gerekli basitleştirmeler sonunda elde edilebileceği gösterilmiştir.) kendi başına ele alınarak, gerekli şartların bu fonksiyona sağlatılmasıdır. Bu bakımdan, bu iki yöntemi birbirinden tam bağımsız saymak pek doğru olmaz.

Aslında, bu iki yöntemden başka, kutupların görüntülenmesi, diferansiyellerin görüntülenmesi gibi başka yöntemler de sayılabılır. Ancak, bu yöntemlerde frekans ekseninde hiç bir sınırlama söz konusu olmadığı için, geniş bandlı işaretler örtüşme doğururlar. Bu sebeple, bu yöntemlerin ancak teorik önemi vardır.

Bilinear dönüşümün esası

$$\frac{s_A T}{2} = \tanh \frac{\frac{s_D T}{2}}{2} \quad (23)$$

dönüşümüdür. Burada  $s_A$  ve  $s_D$  analog ve sayısal kompleks frekanslar,  $T$  ise örneklemme aralığıdır. Bu dönüşüm  $z$  cinsinden

$$s = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})} = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (24)$$

ve  $\omega$  ekseni üzerinde

$$\omega_A = -\frac{2}{T} \tan \frac{\frac{\omega_D T}{2}}{2} \quad (25)$$

eklini alır. Tanjant dönüşümü adını da alan bu dönüşümün şu iki ina özelliği vardır:

1- Bu dönüşüm sınırsız bir analog geçiş fonksiyonunu  $0 < f_D < 0,5$

$$f_D = f_A / f_0 \quad (26)$$

aralığında sınırlar;

2- Sınırlanmış olan fonksiyon periyodik olarak tekrarlanır.

Her ikisi de bir sayısal süzgeç geçiş fonksiyonunun sağlaması gereken özelliklerdir. Bu iki özelliğin yanı sıra, genellikle gözden kaçan bir üçüncü özellik daha vardır: Bu yöntemle tasarlanan sayısal geçiş fonksiyonu, geçiş frekansları bölgesinde, prototip olarak alınmış olan analog geçiş fonksiyonundan daha keskindir.

Bunun da sebebi,  $0 - \infty$  değerlerinin  $0 - 0,5$  değerleri arasına sıkıştırılmış olmasıdır. (Sayısal geçiş fonksiyonunda kullanılabilen tek olan frekans aralığı, Nyquist kriteri ile  $0 - f_0/2$  arasında, yani  $0 \leq f/f_0 \leq 0,5$  normalize değerleri arasındaki bölgedir.)

Bu yöntemi uygulayabilmek için, önce uygun bir analog geçiş fonksiyon prototipi seçmek gereklidir. Bu seçimde özelliklerini bilinen fonksiyon tiplerinden biri (Butterwoth, Chebyshev Cauer v.s.) göz önüne alınabilir. Bu taktirde elde edilecek sayısal geçiş fonksiyonun mutlak değeri de benzer özellikler gösterir. Ancak, analog fonksiyonun bütün özelliklerinin (meselâ gurup gecikmesi) korunması beklenmemelidir. Böylece meselâ Bessel tipi bir fonksiyonun düzgün gurup gecikmesi eğrisi bu dönüşümden sonra hiç te düzgün olmayan bir şekele alır.

### 3.2.1. Prototip fonksiyon için gerekli değerler.

$$\text{Kesim frekansları: } f_k = 16 \text{ kHz} + 0,421$$

$$f_u = 18 \text{ kHz} + 0,474$$

$$f_0 = 38 \text{ kHz} + 1$$

$$r = \tan \frac{\omega_k T}{2} = \tan \pi f_k / f_0 = 3,9489 \quad (\text{normalizasyon k.s.})$$

$|F(f_n)| \leq -60 \text{ db} \quad \text{ile}$

Butterwoth tipi bir fonksiyon seçelim. Bu tip fonksiyonların mutlak değerleri

$$|F(j\omega)|^2 = 1/(1+(f/f_k)^{2n}) \quad (27)$$

şeklindedir. Burada  $f_k$  süzgeçin köşe frekansı,  $n$  de mertebedisidir. Söndürme bandı zayıflatması ve tanjant bağıntılarıyla:

$$|F(jf_d)|^2 = 1/\left\{1+\left(\frac{\tan \pi f_d / f_0}{\tan \pi f_c / f_0}\right)^{2n}\right\} \quad (28)$$

elde edilir. Burada  $f_d$  sayısal frekanstır.

$$|F(j18 \text{ kHz})| = -60 \text{ db} \quad \text{alarak} \quad (29)$$

$$n = \lg(10^3)/\lg\left\{\frac{\tan \pi 0,474}{\tan \pi 0,421}\right\} = 3 / \lg 3,056 \approx 6 \quad (30)$$

Burada kullanılan dönüşümün frekans ekseniinde yarattığı sıkışmanın netkisi görülmektedir. Aynı şartları ancak bir analog eliptik süzgeç sağlayabiliirdi.

Şu halde, 6. mertebeden bir alçak geçiren Butterworth tipi sayısal süzgeç tasarımları yapılacaktır. Normalizasyon değeri

$$r = \omega_k = \tan \pi f_k / f_0 = 3,94891 \quad (31)$$

olacaktır. İlk olarak analog geçiş fonksiyonunun köklerini bulalım. 6. mertebe Butterworth fonksiyonun kök açıları, bilindiği gibi, birim daire üzerinde sıralanmış olarak  $\pm 165^\circ, \pm 135^\circ, \pm 105^\circ$  olacaktır. Normalizasyon katsayısı birden farklı olduğundan, daire yarıçapı da  $r$  ye eşittir. Bu şekilde geçiş fonksiyonu:

$$F(s) = k / \{(s-r \cdot \exp(\pm j165^\circ))(s-r \cdot \exp(\pm j135^\circ))(s-r \cdot \exp(\pm j105^\circ))\} \quad (32)$$

şeklinde verilebilir. Bu köklere ait sayısal değerler şunlardır:

$$s_{p1/4} = -3,81435 \pm j 1,02205 \quad (33a)$$

$$s_{p2/5} = -2,7923 \pm j 2,7923 \quad (33b)$$

$$s_{p3/6} = -1,02205 \pm j 3,81435 \quad (33c)$$

Görüldüğü gibi, geçiş fonksiyonu ikinci mertebe terimlerin çarpımı şeklini almaktadır ki, bu şekil ileride kolaylık sağlayacaktır.

$$F(s) = K / \prod_{i=1}^3 (s^2 - 2\sigma_i s + r^2) \quad (34)$$

$$\sigma_i = r \cos \theta_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (35)$$

(34) denklemiyle  $F(s)$  elde edilmiştir.  $F(z)$  için buna tanjant dönüşümünün uygulanması gereklidir.

$$F(z) = F(s) \Big|_{s=(z-1)/(z+1)} \quad (36)$$

$$F(z) = K / \prod_{i=1}^3 \left\{ \frac{(z-1)^2 - 2\sigma_i z + r^2}{z+1} \right\} \quad (37)$$

veya:

$$F(z) = K \cdot (z+1)^2 / \left\{ \prod_{i=1}^3 \left\{ (z-1)^2 - 2\sigma_i (z^2-1) + r^2 (z+1)^2 \right\} \right\} \quad (38)$$

Süzgeçin gerçekleştirilebilmesi için (38) denkleminden katsayıların bulunması gereklidir. Bu denklemde ilginç nokta, (34) te bulunmayan bir sıfırın ortaya çıkışının olmasıdır. ( $s_z = -1$ ). Ancak, bunu yadırgamamak gereklidir, çünkü (34) denkleminde bu sıfır sonsuzdadır. Dönüşüm sonunda  $s$  düzlemindeki sonsuz noktasının görüntüsü  $-1$  noktasına düşüğünden, sonsuzdaki sıfır da bu noktaya gelmiştir. Sıfırın böylece tam  $-1$  değerine gelmesiyle normal olarak gerekecek 4 çarpma işlemi 2 ye inmektedir, çünkü böylece pay katsayıları 1 ve 2 olmaktadır ki, 2 ile çarpmak için bütün kelimeyi bir bit sola kaydırılmak yeterlidir. Bu şekilde yalnızca payda katsayıları çarpma işlemi gerektirecektir. (38) denkleminin paydasını aşarak:

$$F_i(z) = \frac{K_i \cdot (z+1)^2}{z^2 + a_i z + b_i} \quad (39)$$

şekline sokmak mümkündür.  $a_i$  ve  $b_i$  ler sabit katsayıları göstermektedir. Düzenleyerek:

$$F(z) = K \cdot (z+1)^6 / \left\{ \prod_{i=1}^3 \{ z^2 (1 - 2\sigma_i + r^2) + z (2r^2 - 2) + 1 + 2\sigma_i + r^2 \} \right\} \quad (40)$$

sabit terimleri dışarı alarak:

$$F(z) = K / \prod_{i=1}^3 \{ 1 + 2\sigma_i + r^2 \} \cdot (z+1)^6 / \left\{ z^2 \frac{1 - 2\sigma_i + r^2}{1 + 2\sigma_i + r^2} + z \frac{z(r^2 - 1)}{1 + 2\sigma_i + r^2} + 1 \right\} \quad (41)$$

Bu denklemin pay ve paydasını  $z^2$  ile bölgerek:

$$F(z^{-1}) = K' \cdot \frac{(1+z^{-1})^6}{\prod_{i=1}^3 \{ z^{-2} + a_i z^{-1} + b_i \}} = \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} \quad (42)$$

şekline sokulabilir. Bu şekil (22) denklemine denktir.  $a_i$  ve  $b_i$  lerin hesapla bulunan değerleri şunlardır:

$$a_1 = 1,204982 \qquad b_1 = 0,370117 \quad (43a)$$

$$a_2 = 1,31604 \qquad b_2 = 0,496395 \quad (43b)$$

$$a_3 = 1,566036 \qquad b_3 = 0,780652 \quad (43c)$$

(42)denklemine, (32) denklemindeki her bir köke ayrı ayrı dönüşüm uygulayarak ta erişilebilir. Yalnızca  $z$  yerine  $1/z$  koymak gereklidir. Yukarıda dönüşümlerde  $2/T$  katsayısının kullanılmadığı görülebilir. Bunun sebebi, sabit terim içinde bu katsayının tersinin de girmesiyle ortadan kalkmasıdır.  $K'$  çarpanı için

$$K' = \{F(z)\}^{-1} \Big|_{z=1} \qquad \text{veya} \qquad K' = \{F(\exp(j\omega))\}^{-1} \Big|_{\omega=0} \quad (44)$$

yazmak ta mümkündür.

### 3.2.2. Frekans eğrisi.

(42) denkleminde  $z$  yerine  $\exp(j\omega)$  koyarak:

$$|Q(\exp(j\omega))|^2 = \prod_{i=1}^3 \{1+a_i^2+b_i^2+2a_i \cos \omega(1+b_i)+2b_i \cos 2\omega\} \quad (45)$$

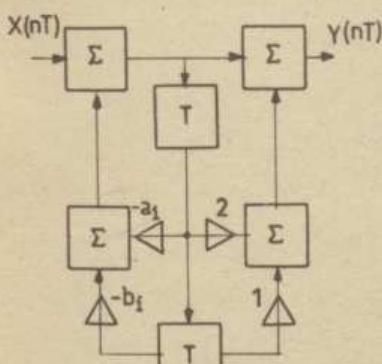
Pay polinomu için  $a_i=2$ ,  $b_i=1$  alarak:

$$|P(\exp(j\omega))|^2 = 64(1+\cos\omega)^6 \quad (46)$$

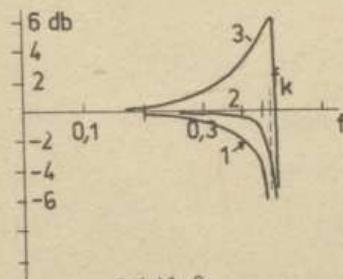
İfadesi bulunur. Bununla

$$|F(\exp(j\omega))| = K'' \frac{\sqrt{(1+\cos\omega)^3}}{\sqrt{\prod_{i=1}^3 \{1+a_i^2+b_i^2+2a_i(1+b_i)\cos\omega+2b_i\cos 2\omega\}}} \quad (47)$$

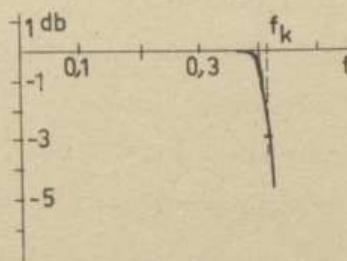
elde edilir. 8. şekilde kurulacak süzgecin blok şékli ve 9. şékilde de (47) denklemine (43) katsayılarını koyarak elde edilen frekans eğrileri görülmektedir. Bu eğriler, her bir ikinci mertebe hücre için ayrı ayrı çizilmiş ve toplam eğri 10. şéilde verilmüştür.



Sekil 1



Sekil 9



Sekil 1

(47) denkleminden her ne kadar doğrudan doğruya görülmemektede de, 10. şekildeki eğri tipik bir Butterworth eğrisidir. 9. şekilde görülen 3. eğri ise 6 db kadar bir yükselmeye sahiptir. Bunun da sebebi, bu eğriye ait polinomun s düzlamindeki kutup açılışının  $105^\circ$  ile kutuplarının eksenine yakın olduğunu düşündür. Analog tasarımda, bu tür tepe yükselmesi yüksek Q değerlerine ve artan parametre duyarlılığına bir işaretir. (47) denkleminden hareketle, klinik şekilde bir Q tarifi yaparak değerini hesaplamak pek mümkün olamaz. Ancak, analog tasarımında da olduğu gibi, burada da katsayılarla karşı bir duyarlık hesabı yöntemi verilebilir. Yalnız, burada söz konusu olan duyarlık, katsayıların sonlu sayıda hane ile verilmesinden doğan hataya karşı duyarlıktır. Bu ölçüye dayanarak, gerekli katsayı kelime uzunluğu için bir sınır verilebilir.

### 3.3. Katsayı kelime uzunluğu ve bunun getireceği bağıl hata.

$z_k$  bir sıfır veya kutup frekansı,  $d$  de bu frekansta hata olsun. Geçiş fonksiyonunda meydana gelecek bağıl değişim:

$$D = \frac{\Delta F(z, z_k)}{F(z, z_k)} = \frac{F(z, z_k) - F(z, z_k+d)}{F(z, z_k)} = 1 - \frac{F(z, z_k+d)}{F(z, z_k)} \quad (48)$$

şeklinde verilebilir (14). (40) veya (43) denkleminde pay katsayıları tam olarak gerçekleştirilebileceğinden, yalnızca payda katsayıları hataya yol açabileceklerdir. Bu sebepten, yalnızca bunları incelemek yeter.

$Q(z)$  ikinci mertebeden olduğundan  $(z-z_{p1})(z-z_{p2})$  şeklinde:  $z_{p2} = z_p + d$  olsun:

$$D = 1 - \frac{P(z)/\{z-z_{p1}\}(z-z_{p2-d})}{P(z)/\{z-z_{p1}\}(z-z_{p2})} = 1 - \frac{(z-z_{p2-d})^{-1}}{(z-z_{p2})^{-1}} \quad (49)$$

basitleştirerek:

$$D = 1 - \frac{1}{1-d/(z-z_{p2})} \quad (50)$$

bulunur.  $1/(1-k) \approx 1+k$  olduğu hatırlanırsa,

$$D = 1 - 1+d/(z-z_{p2}) \quad (d \ll |z-z_{p2}|) \quad (51)$$

$$D = \Delta F/F \approx d/(z-z_p) \quad (52)$$

olacaktır.  $Q(z) = 1+a_iz^{-1}+b_iz^{-2}=0$  dan:

$$z_{p1/2} = -a_i/2 \pm j\sqrt{-b_i - a_i^2/4} \quad (53)$$

bulunur.  $a_i$  ve  $b_i$  sonlu ( $\ell$ ) uzunluğunda sayılar olduğundan,

$M = 2^{-\ell}$  alarak,  $k_1$  ve  $k_2$  tam sayılarıyla:

$a \approx k_1 \cdot M$ ;  $b \approx k_2 \cdot M$  yazılabilir. Bunlarla:

$$z_R = \operatorname{Re}\{z_p\} = a_i/2 = -k_1 \cdot M/2 \quad (54a)$$

$$z_i = \operatorname{Im}\{z_p\} = \sqrt{k_2 \cdot M - k_1^2 M^2 / 4} \quad (54b)$$

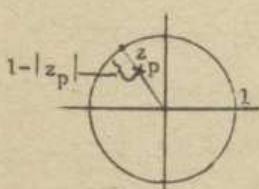
$$k_1 = -2z_R/M \quad (54c)$$

yazılabilir. (52) denklemindeki  $D$  nin maksimum değeri  $(z - z_p)$

farkının minimum olduğu ydedir.  $|z| = 1$  olduğuna göre:

$$D_{\max} = d/(z-z_p)_{\min} = d/(1-|z_p|_{\max}) \quad (55)$$

olacaktır. (55) denklemindeki payda ifadesi,  $z_p$  den geçen yarıçapta, yarıçapın birim daireyi kestiği noktaya  $z_p$  arasındaki uzaklığını vermektedir (Şekil 11). Kutup birim daireye yaklaşıkça hatanın duyarlılığı da artmaktadır.



Reel ve sanal kısımlar cinsinden kutup hatası:

$$d^2 = z_R^2 + \Delta z_1^2 \quad (56)$$

$$\Delta z_R \approx \delta z_R / \delta k_1 \cdot dk_1 = -M/2; \quad (k_1 \ll 1) \quad (57)$$

Şekil 11

ve sanal kısım hatası için:

$$\Delta z_1 = \delta z_i / \delta k_1 \cdot dk_1 + \delta z_i / \delta k_2 \cdot dk_2 \quad (58)$$

$$\Delta z_1 = -1/2z_1 \cdot (-2k_1 M^2/4) - 1/2z_1 \cdot M = 1/2z_1 (k_1 M^2/2 - M) \quad (59)$$

$$\Delta z_1 = M \cdot (z_R - 1) / 2z_1 \quad (60)$$

bulunur. Bunlarla kutuptaki toplam hata:

$$|d| \approx \sqrt{M^2/4 - M^2/4z_1^2 \cdot (z_R - 1)^2} = M/2 \cdot \sqrt{(z_R^2 - 2z_R + 1)/z_1^2}$$

$$= D_M \quad (61)$$

şeklindedir. Bu denklemden M çekilerek kelime uzunluğu bulunabilir:

$$\frac{M}{\sqrt{1+b-2z_R}} = \frac{2z_1(1-|z_p|_{\max})}{\sqrt{a+b+1}} \quad (62)$$

olacaktır. Katsayılar cinsinden M:

$$M \geq \frac{2 \cdot D_M \sqrt{b-a^2/4}}{\sqrt{1+a+b}} \quad (63)$$

(38) denkleminden süzgeçin kutupları bulunabilir:

$$z_{p1/4} = -0,60249 \pm j0,084389 = 0,60837_L \pm 172^0 \quad (64a)$$

$$z_{p2/5} = -0,65802 \pm j0,2518 = 0,70455_L \pm 159^0 \quad (64b)$$

$$z_{p3/6} = -0,78302 \pm j0,40931 = 0,88355_L \pm 152,4^0 \quad (64c)$$

(Bu kutuplar, F(s) 'nin kutuplarına tanjant dönüşümünü doğrudan doğruya uygulanarak ta bulunabilir.)

Kutup modülleri incelenirse, birim daireye en yakın olanın  $|z_{p3/6}|$  olduğu görülmektedir:  $|z_{p3}| = 0,88$ .

Şimdi örnek olarak F(z) de 0,1 db lik bir kaymaya (Z12) mürsaade edildiğini farzederek bu kutbu gerçeklemek için gerekli katsayı kelime uzunluğunu hesaplıyalım:

$$D_3 = 0,12; D_{M3} = 0,12(1-0,88) = 1,4 \times 10^{-2} \text{ olacaktır.}$$

Bunlarla M yi bulalım: Bu kutbu ait katsayılar (43c) de veril-

mişti.

$$M_3 = 2^{-l_3} = 6,26 \times 10^{-4} \quad \text{den: } l_3 = 10,64 + 11 \text{ bit olacaktır.}$$

Aynı hesabı diğer kutuplar için de yaparak:

$$D_{M2} = 0,12(1-0,7) = 0,036$$

$$M_2 = 0,011 \quad l_2 = 6,5 + 7 \text{ bit;}$$

$$D_{M1} = 0,12(1-0,6) = 0,05$$

$$M_1 = 0,0149 \quad l_1 = 7,16 + 7 \text{ bit}$$

Katsayılardaki hataya karşı duyarlık, seçilen bir hücreye ait karakteristik denklem köklerinin, katsayıların belirlediği şekilde,  $z$  düzleminin çeşitli bölgelerindeki kök yoğunluğuna bağlıdır. Kök yoğunluğu ise, doğrudan doğruya hücre topolojisine bağlıdır.

Gösterilebilir ki, yukarıda seçilmiş olan topolojide bu yoğunluk, birim daireye yaklaşılıkça azalır. Bunun sonucu olarak  $F(z)$  nin duyarlığı artmaktadır. Avenhaus (14) kök yoğunluğu dağılımı düzgün olan topolojilerin bulunduğu göstermiştir. Ancak, topolojilerde bu serbestliği sağlayabilmek için ek çarpması gerekmektedir ki, bu da karşılık olarak ödenecek bedeldir. Çarpma devresi sayısını minimumda tutabilmek için bu tür topolojilerin araştırmasından vaz geçilmiştir. Aşağıdaki bölgelerde, ikinci mertebe hücreye ait kökler, tepe frekansları ve katsayılar arasındaki bağıntılar araştırılmıştır.

### 3.4. Tepe frekansının katsayılar cinsinden bulunması.

Tepe frekansının sayısal değeri de, analog hücrenin tepe frekans değerine tanjant bağıntısı uygulanarak doğrudan doğruya bulunabilir. Ancak, bu şekilde bulunan değer üzerinde katsayıların etkisini görmek mümkün olmaz. Bu etkiyi görmek için, tepe frekansının katsayılar cinsinden bulunması gereklidir.

Frekans eğrisi (47) denklemiyle verilmiştir. Burada şu basitleştirmeleri yapalım:

$$A = 1 + a^2 + b^2, \quad B = 2a(1+b), \quad C = 2b.$$

Bunlarla (47) nin türevi:

$$\delta F^2 / \delta \omega = \{-2(1+\cos\omega) \sin\omega(A+B\cos\omega+C\cos 2\omega)+(1+\cos\omega)^2(B\sin\omega+2C\sin 2\omega)\}/?$$

Bu türevin sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki kritik değerler bulunur:

$$\omega_{1/2} = 0, \pi$$

Bu bir adı çözüm olup kıymeti yoktur. Kalanlardan:

$$(1+\cos\omega_T)(B+4C\cos\omega_T)-2A-2B\cos\omega_T-2C\cos 2\omega_T=0 \quad \text{ile}$$

$$\cos\omega_{T3} = \frac{2(A-C)-B}{4C-B} = \frac{1+a^2+b^2-2b-a(1+b)}{4b-a(1+b)} \quad (65)$$

bulunur. Frekans için reel bir değerin çıkması gereğinden

$\cos\omega_{T3} \leq 1$  olmalıdır. Bununla

$$1 + a^2 + b^2 - 2b - a(1+b) = 4b - a(1+b) \quad \text{ve}$$

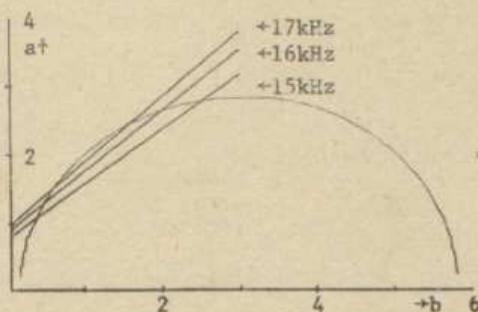
$$1 + a^2 + b^2 - 6b \leq 0 \quad (66)$$

elde edilir. (66) denklemi aranan bağıntıyı vermektedir. a çekilecek:

$$a \leq \sqrt{6b - b^2 - 1} \quad (67)$$

şartına varılır. Kökün pozitif olanı alınacaktır. Aksi halde a katsayısı işaret değiştireceğinden  $F(z)$  kararsız olacaktır. (67) eşitsizliği 12. şekilde grafik olarak görülmektedir. Bu şartın yerine gelmesi için, katsayıların şekildeki eğrinin iç kısmında kalmaları gerekmektedir. Bu durumda tepe oluşmaktadır, eğrinin dışında ise tepe oluşmamaktadır. Analog süzgeçlerle bir benzetme ile, eğri altının kritik altı sönüme, tam eğri üstünün kritik

sönüme, dış kısmının da kritik üstü söküme tekabül ettiği söylenebilir.



Şekil 12

### 3.5. Kesim frekansıyla katsayılar arasındaki bağıntı.

Butterworth tipi bir fonksiyonda kutuplar, yarıçapı  $r$  olan bir daire üzerinde bulunurlar ( $r = \tan \pi f_k / f_0$ ). Bu dairenin, yarı çapı

$$R = \frac{2r}{1 - r^2} = \tan 2\pi f_k / f_0 \quad (68)$$

ve merkezi

$$d = \frac{1 + r^2}{1 - r^2} = 1 / (\cos 2\pi f_k / f_0), \quad 0 \quad (69)$$

da olan başka bir daireye dönüştüğü (10)da gösterilmiştir. Bu büyüklikleri katsayılar cinsinden ifade ederek aranan bağıntı bulunabilir:

$$(x - d)^2 + y^2 = R^2$$

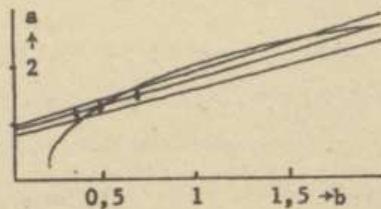
Burada  $x = z_R$ ;  $y = z_1$  yerine konmuştur.

$$z_R = -a/2; \quad z_1 = \sqrt{b - a^2/4} \quad \text{ile:}$$

$$b = a \frac{r^2 + 1}{r^2 - 1} - 1 = \frac{-a}{\cos \omega_k T} - 1 \quad (70)$$

olacaktır. Belli bir kesim frekansı için  $a$  ile  $b$  arasında bir doğ-

rusal bağıntı olduğu görülmektedir.  $f_k = 15, 16$  ve  $17$  kHz için bu bağıntı (67) şartı ile birlikte 13. şekilde görülmektedir. Bu şekilde (67) denklemine ait eğrinin baş tarafı büyütüllerek çizilmiş ve  $16$  kHz doğrusu üzerinde dönüşümle elde edilmiş olan değerler işaretlenmiştir. Açıkça görüldüğü gibi, Butterworth fonksiyonlarının karakteri burada da ortaya çıkmakta, hücrelerden birisi kritik sönümden iken diğerleri kritik üstü ve kritik altı değerler almaktadır. Bu arada, eğri ile doğrular arasındaki uzaklık değer katsayısının bir ölçüsü olarak ele alınabilir. Bunun maksimumu aranırsa:



Şekil 13

$$u = \sqrt{6b - b^2 - 1} + (b+1)\cos\omega_k T ; \quad c = \cos\omega_k T \text{ koyarak}$$

$$u = \sqrt{6b - b^2 - 1} + (b+1)c \quad (71)$$

bunun türevini sıfıra eşitleyerek:

$$\frac{du}{db} = \frac{3-b}{\sqrt{6b - b^2 - 1}} + c + 0$$

$$\frac{9-c^2}{9+c^2} = 0$$

$$b_m^2 - 6b_m + \frac{9-c^2}{1+c^2} = 0$$

$$b_{m1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{8/(1+c^2)}}{2} \quad (72)$$

bulunur.  $f_k = 16$  kHz için  $b_m = 1,13209$  olmaktadır. Negatif kök yine kararsızlığa yol açacaktır.

3.6. Tepe yükselseme oranı.

(47) denkleminde  $\omega_T$  ifadesini yerine koyalım. (65) de  $\cos\omega_T$  katsayıları cinsinden verilmiştir. Bununla:

$$|F(e^{j\omega T})|^2 =$$

$$\frac{a^2+b^2+1-2b-a(1+b)}{(1+\frac{4b-a}{4b-a(1+b)})^2} \cdot 2 \\ \frac{1+a^2+b^2-(1+b)a-2b}{1+a^2+b^2-2a(1+b)} + 2b \left\{ \frac{2(1+a^2+b^2-2b-a(1+b))}{(4b-a(1+b))^2} - 1 \right\}$$

ifadesi yazılabilir. Burada  $\cos 2\omega_T$  yerine  $2\cos^2\omega_T - 1$  konmuştur.

Bu ifadenin basitleştirilmesiyle

$$\frac{|F(e^{j\omega T})|^2}{2} = \frac{4}{(1+a+b)^2} \quad (73)$$

sonucuna ulaşılabilir. Bu denklem  $\omega_T$  frekansındaki değeri verdiginden, bunu  $F(1)$  değeri ile oranlamak gerekir. Sonučta:

$$\frac{F(e^{j\omega T})}{F(e^{j0})} = \frac{(1-a+b)^2(1+a+b)}{2|b-1|\sqrt{2(b+1)(a^3-4ab+2b(b+1))-a^2(b-1)^2}} \quad (74)$$

veya  $\omega_c$  kesim frekansı cinsinden,  $a=-c(b+1)$ ;  $c=\cos\omega_c T$  koyarak:

$$G^2 = \frac{(1-c)^2(1+c)^4(1+b)^4}{4(b-1)^2\{2b+4bc-c^3(b+1)^2-c^4(b+1)^2-c^8(b+1)^2\}} \quad (74a)$$

Bu denklemlerle, ikinci mertebe parçalardan oluşan bir sayısal dönüşlü süzgece ait katsayılarla frekans eğrisi, kesim frekansı, tepe frekansı, tepe yükselseme oranı ve katsayı kelime uzunluğuna ilişkin bağıntılar bulunmuş olmaktadır.

Bu bağıntıların bulunmasında her ne kadar Butterworth tipi

bir süzgeç göz önüne alınmış ise de, çıkarılan bağıntılar bütün ikinci mertebe süzgeç bölümleri için geçerlidir.

Pasif, linear elemanlarla kurulmuş bir analog süzgeç içindeki çeşitli noktalardaki işaret genliklerinin, elemanların dayanma doğrusallık sınırları aşılımadığı ve gürültü seviyesine düşülmeliği sürece bir önemi yoktur. Birden fazla bölümden oluşan bir pasif, analog süzgecin bir veya birkaç bölümde oluşabilecek tepe yükselmesinin bu yönden bir zararı olmaz. Aktif veya sayısal süzgeçlerde ise durum böyle değildir.

Aktif devrelerde besleme gerilimi ve aktif elemanlara ait çeşitli sınırlar elde edilebilecek işaret genliğini üstten sınırlar. Benzer bir sınırlama, kelime uzunluğunun sınırlı olması dolayısıyla sayısal süzgeçlerde de ortaya çıkar. Bu yüzden, topolojiyi seçerken, tepe yükselmesi ( $Q$  değeri) en büyük olan bölüm en sona almak gereklidir. Aktif analog süzgeçlerde topoloji genellikle kolayca değiştirilemez. Sayısal süzgeçlerde ise, karşılı etkileşme söz konusu olmadığı için, süzgeç bölümleri istenen sırada dizilebilir.

#### 4. Örneklem frekansının değiştirilmesi.

Evvvelce de belirtildiği gibi,  $s(t)$  fark kanal işaretinin frekans ekseninde 38 kHz yukarıya ötelenmesi gerekmektedir. Ortaya çıkan yan bandların üst frekans sınırı 53 kHz olacağinden bu frekanslarda örtüşmeye meydan vermemek için örneklem frekansının en az 106 kHz olması gerekmektedir. Pratikte ise, süzgeçlerin geçiş bölgesi eğimleri sonlu değerde olduğu için, yeterli bir aralık bırakmak amacıyla bu frekansın daha yüksek tutulması gereklidir. Tasarlanan düzen için de kolaylık sağlayacağı için bu frekansın 114 kHz alındığı açıklanmıştır.

Analog-sayısal çeviricileri düşünerek baş taraftaki örneklem frekansı 38 kHz alındığından, bir frekans yükseltme işlemi yapılacaktır.

Gerçekte bir interpolasyon işlemi olan bu frekans yükseltme işlemi şöyleden özetlenebilir (2, 3, 4, 5, 7, 15, 16, 17, 18):

$f_{01}$ ,  $f_{02}$ , aralarında  $f_{02} = Kf_{01}$  bağıntısı olan iki örneklem frekansı olsun. ( $K$  tam).  $x(nT_1)$  dizisi  $f_{01}$  frekansıyla örneklenmiş bir dizi olsun. Basitlik için  $f_{01} = 1/T_1 = 1$  alınabilir. Bu dizinin her iki elemanının arasına  $K-1$  tane sıfır değerli eleman yerleştirerek yeni bir  $u(n)$  dizisi oluşturulsun:

$$u(n) = x(n/K) \quad n = i \cdot K; \quad i = 0, 1, 2, \dots \\ = 0 \quad n \neq i \cdot K$$

Bu durumda, bu yeni  $u(n)$  dizisinin  $z$ - dönüşüğü ve spektrumu şöyle bulunabilir:

$$U(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n) z^{-n} \quad (75)$$

$$U(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n/K) z^{-n} \quad (76)$$

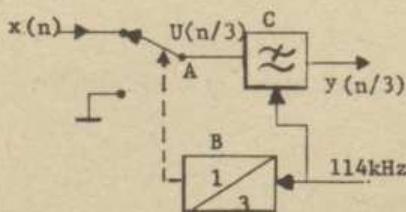
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-Kn} = X(z^K) \quad (77)$$

Frekans spektrumu için  $z = e^{j\omega T}$  koyarak:

$$U(e^{j\omega T_2}) = X(e^{j\omega KT_1}/K) = X(e^{j\omega T_1}) \quad (78)$$

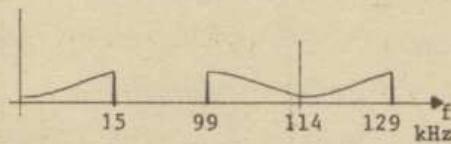
Görüldüğü gibi,  $U(e^{j\omega T_2})$  dizisinin periyodu  $T_1$  yerine  $T_2 = T_1/K$  olmaktadır. Bu da yeni örnekleme frekansının  $f_{02} = K \cdot f_{01}$  olması demektir.

Burada gözden kaçırılmaması gereken nokta, örnekleme frekansının yükselmesine rağmen, eski örmekleme frekansına ait yan bandların halâ frekans spektrumunda bulunmasıdır. Gerçekte, sıfır değerli elemanların diziye sokulmasıyla eski yan bandlarda bir değişiklik olmamıştır. Ama  $X(n)$  dizisi baştan  $f_{02}$  frekansıyla örnekləmiş olsaydı, yan bandlar  $f_{02}$  ve bunun tam katları civarında oluşacak ve  $f_{01}$  frekansına ait çizgiler spektrumda bulunmayacaktı. Oysa son durumda bu çizgiler de vardır. İşte bu çizgilerin bir süzgeçle ortadan kaldırılmaları ve  $f_{02}$  frekansına kadar bütün eski yan bandların yok edilmeleri gerekir. İnterpolasyon süzgeciinin görevi budur. Bu süzgeç her iki şekilde de (dönüşlü-dönüssüz) gerçekleştirilebilir. Her iki şeklinde kendine göre üstünlükleri vardır. 14. şekilde sıfır değerli örnekleri yerlestirecek düzən görülmektedir.



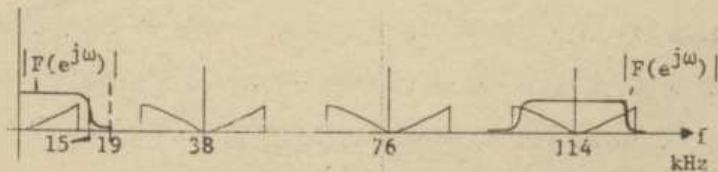
Şekil 14

Şekilde B kutusu bir frekans bölücüstü olup çıkışında darbe/boşluk oranı 1:2 olan 38 kHz lik bir işaret üretir. Bu işaret A anahtarını bir periyot boyunca  $x(n)$  dizisine, iki periyot boyunca da sıfır bağlamaktadır. Bu şekilde C süzgecinin girişindeki  $x(n)$  dizisinin her iki elemanı arasına sıfır değerli iki eleman daha yerleştirilmiş olur. Süzgecin çalışma frekansı 114 kHz olduğundan, bu yeni dizi de  $3 \times 38 = 114$  kHz ile örneklenmiş olarak süzgeçten geçer. Süzgecin çıkışındaki  $y(n/3)$  dizi artı 114 kHz ile örneklenmiş bir dizidir. Bu diziye ait frekans spektrumu 15. şekilde verilmiştir.



Şekil 15

16. şekilde ise süzgeç girişindeki işaretlerin spektrumu süzgeçin frekans eğrisiyle birlikte görülmektedir.



Şekil 16

Bu şekilde de görüldüğü gibi, interpolasyon süzgeci 15kHz - 99 kHz arasındaki biseğenleri yok etmektedir.

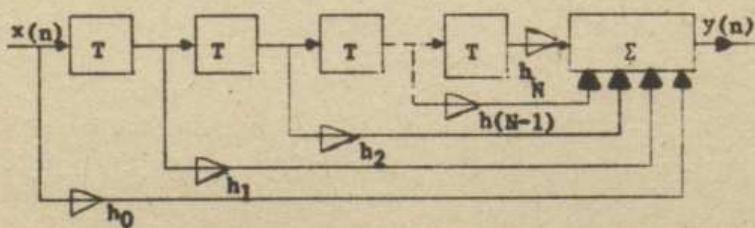
#### 4.1. Interpolasyon süzgeci.

Bu süzgeçin görevi yukarıdaki bölümlerde açıklanmıştır. Bu bölümde, süzgeç tipinin seçilmesi ve katsayılarının bulunması üzerinde durulacaktır.

İnterpolasyon süzgeci olarak her iki süzgeç tipi de kullanılabilir. Diğer bölümlerde de açıklandığı gibi, bir dönüşlü süzgeç hesap veriminin daha yüksek olması dolayısıyla aynı keskinlige sahip bir dönüşsüz süzgeçten daha basittir. Buna karşılık, kutupların etkisiyle faz eğrisi düzgün degildir. Ustelik, hücre mertebesi ikiden daha yüksek tutulursa titreşebilir.

Dönüşsüz süzgeç ise, belli bir keskinliği sağlamak içinдвигipten daha fazla küllefet gerektirir. Buna karşılık ta, katsayıları da simetri sağlanırsa, faz eğrisi bir doğru olup gurup gecikmesi de sabit olur. Ayrıca, katsayıları simetrik seçmekle, gerekli çarpmacı devresi sayısı da yarı yarıya azalır. Ayrıca, ileride de açıklanacağı gibi, interpolasyon işleminde değeri sıfıra eşit olan örnekleri ele almağa gerek olmadığından, çarpma devresi sayısı daha da azaltılabilir. Dönüşlü süzgeçte ise, böyle bir basitleşme söz konusu olamaz. Bu özellikler dolayısıyla interpolasyon süzgeci olarak bir dönüşsüz (FIR) süzgeç seçilmiştir.

Böyle bir süzgeçin yapısı 17. şekilde görülmektedir.



Şekil 17

Bu yapıya göre geçiş fonksiyonu şu şekildedir:

$$y(n) = h_0 \cdot x(n) + h_1 \cdot x(n-1) + h_2 \cdot x(n-2) + \dots + h_{N-1} \cdot x(n-N+1)$$

veya:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cdot x(n-i) \quad (79)$$

Bu ifadelerdeki  $N$  sözgeçteki geciktirici sayısıdır. (79) ifadesi bir katlama (konvolüsyon) ifadesidir.  $h_i$  ler sözgemin sabit kat sayıları olduğundan, bu denklem,  $x(n)$  dizisinin sözgemin darbe çevabı ile katlandığını belirtmektedir.  $z$ - dönüşükleri cinsinden:

$$Y(z) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cdot X(z) \cdot z^{-i} = X(z) \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cdot z^{-i} \quad (80)$$

ve bu sözgemin geçiş fonksiyonu:

$$G(z) = Y(z)/X(z) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cdot z^{-i} \quad (81)$$

olacaktır. Birim daire üstünde frekans eğrisi de kolaylıkla

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cdot e^{-j\omega i} \quad (82)$$

şeklinde verilebilir. Gösterilebilir ki, katsayılar bir eksene göre simetrik biçimde, yani

$$h_i = \pm h_{N-1-i} \quad (83)$$

olacak şekilde seçilirse, faz eğrisi de bir doğruya dönüşür ki bu durumda sabit gecikmeli, doğrusal fazlı bir sözgeç elde edilmiş olur. (7). Böyle bir sözgemin dönüşülü olarak gerçekleştirilebilmesi mümkün değildir. Ayrıca, (83) şartının gerçekleşmesi halinde sözgemi gerçekleştirmek için gereken çarpmaların sayısı da yarı yarıya azalır.

$N$  tek veya çift olabileceğine göre, (83) şartında da iki imkân bulunduğuundan, toplam dört çeşit frekans eğrisi gerçekleştirilemek mümkündür. Örnek olarak  $N$  tek ve pozitif işaret için:

Üzerinde oynamak gereklidir. İşte, adına "Pencereleme yöntemi" denilen bu yöntemin esasını, katsayıların, adına "pencere fonksiyonu" denen bir fonksiyonla çarpılarak osilasyon genliğinin minimuma indirilmesi ve bu arada geçiş bölgesi dikliğinin de mümkün mertebe korunması oluşturur.

Çeşitli kriterlere göre optimal sayılabilen pencere fonksiyonları vardır.

Bir Fourier serisi, bir fonksiyonun en optimal yaklaşımı olduğu halde, kesilmiş ve "pencerelenmiş" seri bu yöneden optimal olamaz. Optimal pencere fonksiyonları bulunduğu halde, pencerelenmiş Fourier serileri optimal olamaz.(7)

İkinci yöntem, bir bakıma birincinin tersidir. Burada, gerçekleştirlenecek fonksiyon eşit aralıklarla N noktada örneklenir, bu örnekler ayrik Fourier dönüşümü uygulanarak katsayılar bulunur. Bu yolla elde edilen frekans eğrisiyle gerçek eğri arasındaki hata örnek anlavında sıfır, aralarda da sonlu değerler alır. Geçiş bölgesindeki örnek değerlerini serbest bırakıp bu değerlerle oynayarak hata küçültülebilir. Bu yolla bir optimizasyona da gidilebilir. Elde bir Hızlı Fourier Dönüşüm (FFT) programı buluyorsa bu yöntem kolaylıkla kullanılabilir ve iyi sonuç verir.

Üçüncü yöntem doğrudan yaklaşım yöntemidir.

Bir dönüşsüz süzgeçin frekans eğrisinin trigonometrik fonksiyonların toplamı şeklinde verilebileceği belirtildi.  $G(\omega)$  ideal frekans eğrisi ile

$$F(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cos(k\omega) \quad (86)$$

şeklinde verilecek gerçek frekans eğrisi arasındaki farkın en az  $N+1$  teps (ekstremum) noktasına sahip olacağı gösterilmiştir.

Buna göre, frekans ekseni  $N+1$  noktaya bölünür ve  $N$  tane katsayı ile (86) toplamı hesaplanır (7). Göz önüne alınan bölgede hatanın alabileceği en büyük değer önceden belirlenmiştir. Bu noktalardan geçen polinom Lagrange interpolasyon yöntemiyle belirlenir. Bundan sonraki adımda bu polinomun tepe noktaları bulunur, yeni frekanslar olarak bu noktalar alınır, hata küçülecek şekilde polinom yeniden kurulur.

Bu yöntemle katsayıların bulunması işlemi bir ardışıl yaklaşım şekline dönüştür. Hatanın tepe değeri istenen sınır içine girince de işlem durur.

Bütün frekans ekseni boyunca hatayı göz önüne olarak verilen sınır içinde kalmasını hedeflediginden ve ideal şekle en fazla  $N+1$  dalgalanma ile karşılaşğından, diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında, bu yöntemin daha üstün olduğu açıktır. Bundan dolayı katsayıların bulunması için bu yöntem kullanılmıştır. Elde bu yöntemi kullanan bir programın da bulunması kolaylık sağlamıştır. (Bu program (7) de verilmiş olan ve Remez algoritmasını kullanarak  $N$  katsayıyı, verilen ağırlık ve hata değerlerine göre bulur. Program 4331 sisteminde çalışacak şekilde, kullanıcıyı da göz önüne alarak yeniden düzenlenmiş ve ITU Hesap Merkezi'nde bulunan DEVRAN adlı makaraya KYIC95 adıyla kaydedilmiştir.)

#### 4.3. Süzgeç boyunun bulunması.

Dönüşlü süzgeçlere ait frekans eğrisi ifadesi kapalı bir analitik ifade olmadığı için, dönüşlü süzgeçlerde olduğu gibi, geçiş bölgesi dikkigi ve zayıflatma değerlerinden hareketle süzgeç boyu için analitik bir ifadeye doğrudan ulaşmak mümkün değildir. Herrmann, Rabiner ve Chan, çok sayıda süzgeç üzerinde yaptıkl-

lari deneme ve ölçümeler sonunda, geçişme ve söndürme bandı dalgalılığı ve geçiş bölgesi dikliğine bağlı olarak süzgeç boyunu veren empirik bir ifade vermişlemdir(15):

$$N = \frac{D_\infty(\delta_1, \delta_2)}{\Delta F} - f(\delta_1, \delta_2) \cdot \Delta F + 1 \quad (87)$$

Bu ifadede kullanılan büyülükler sırayla şöyledir:

$\delta_1, \delta_2$  : geçirme ve söndürme bandı dalgalılığı,

$\Delta F = f_s - f_k$ , geçiş bölgesi genişliği,

$$D_\infty(\delta_1, \delta_2) = \{a_1 \lg^2 \delta_1 + a_2 \lg \delta_1 + a_3\} \lg \delta_2 + \{a_4 \lg^2 \delta_1 + a_5 \lg \delta_1 + a_6\}$$

Bu ifadede  $a_1 \dots a_6$  değerleri deneysel katsayılar olup değerleri (15) te verilmiştir.

$$f(\delta_1, \delta_2) = b_1 + b_2 (\lg \delta_1 - \lg \delta_2)$$

Bu süzgece ait kritik frekanslar şunlardır:

$$\text{Geçirme bandı sınırı} \quad f_1 : 15 \text{ kHz} \rightarrow 0,1316 \quad (f_0 = 114 \text{ kHz})$$

$$\text{Söndürme bandı başı} \quad f_2 : 20 \text{ kHz} \rightarrow 0,1754$$

$$\text{Geçirme bandı dalgalılığı } \delta_1 \leq 0,5 \text{ db}$$

$$\text{Zayıflatma} \quad \delta_2 \leq 70 \text{ db}$$

Bu değerlerle:

$$\Delta F = 0,1754 - 0,1316 = 0,0438$$

olup, yukarıda verilen yöntemle  $N = 52$  bulunmaktadır.

Verilen ifadeler empirik olduğundan, hem bunları kontrol etmek ve hem de en iyi çözümü bulabilmek için tek bir sonuçla yetirmeyip  $N$  değeri 45 - 65 arasında değiştirilecek eldeki programa katsayılar hesaplatılmış ve frekans eğrileri çizdirilmiştir.

Ancak, bu şekilde bulunan optimum uzunluk ve katsayıları bir gerçek tasarımda kullanmak mümkün değildir. Çünkü hesaplanan katsayılar, kelime uzunluğu sonsuz (gerçekte sekiz ondalık hane, 26 bit) olması haline tekabül eden katsayılardır. Gerçekte ise,

bu uzunluğun daha gerçekçi bir değerde sınırlanması gerekeceğinden, sınırlanmış (budañmış) katsayılarla optimizasyon yoluna gidilmiştir.

Chan ve Rabiner, katsayı kelime uzunluğunun etkisini araştırarak gerekli minimum uzunluğu belirlemeye yarayan bir ifade vermişlerdir(17). Buna göre, ideal ve sınırlanmış hallerde frekans eğrileri arasındaki farkın

$$|\Delta G(\omega)| \leq 2^{-t} \sqrt{\frac{2N-1}{3}} \quad (88)$$

olabileceği gösterilmiştir. Burada t bit sayısı cinsinden kelime uzunluğu ve N de sözgeç boyudur. Söndürme bandı zayıflatmasını -75 db olarak (88) ifadesinden N=52 için 17 bit bulunmaktadır.

#### 4.4. Katsayı optimizasyonu.

Her ne kadar (88) ifadesi belli bir hata oranı için gerekli kelime uzunluğu hakkında bir fikir veriyor ise de, belli uzunlukta kesilmiş katsayıların gerçek etkisini ancak bir sözgeç simülasyonu ortaya çıkartabilir. Ayrıca, kelime uzunluğu sabit tutularak katsayılar üzerinde yapıcı küçük değişimelerin daha iyi bir sonuca götürüp götürmeyeceğini (functional trimming: çalışma sırasında parametrelerin en iyi duruma ayarlanması) anlamak için bir BASIC programı yazılmış ve Remez algoritmasıyla elde edilmiş olan optimal sözgeçler bu programla tekrar değerlendirilmiştir. Bu şekilde, belli bir söndürme oranı için gerekken en yakın "budañmış" katsayılar bulunmuştur. Aşağıda akış diyagramı da verilmiş olan bu programın çalışma prensibi, katsayıları (her defasında bir tane clmak üzere) belli miktar ve yönde değiştirerek söndürme bandı dalgalılığının küçültülmeye çalışılmasıdır. Bu sırada sözgeçin frekans eğrisi söndürme bandı içinde çok kere hesaplanmaktadır.

Bu işlem, trigonometrik fonksiyonların hesaplanması, çarpma-toplama işlemlerini içerdiginden uzun zaman almaktadır. Aşağıda verilen yöntemle bu süre kısaltılmaktadır.

Kısaltma için kullanılan yöntem süperpozisyon prensibine yanmaktadır. (85) denkleminde verildiği gibi, bir dönüşsüz sistemin frekans eğrisi trigonometrik fonksiyonların bir linear kombinasyonudur. (85) ifadesi

$$G\{\exp(j\omega)\} = \sum_{k=0}^{(N-1)/2} h_k \cos(k\omega)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede j. katsayı  $\Delta h$  kadar değişirse

$G'\{\exp(j\omega)\} = h_0 + h_1 \cos\omega + h_2 \cos 2\omega + \dots + (h_j + \Delta h) \cos j\omega + \dots$

ifadesi yazılabilir. Denklem birinci dereceden olduğu için ikisema ayrılabilir:

$$G\{\exp(j\omega)\} = h_0 + h_1 \cos\omega + \dots + h_j \cos j\omega + h_{\frac{N-1}{2}} \cos\left(\frac{N-1}{2}\omega\right) + \Delta h \cos j\omega \quad (86)$$

$$G'\{\exp(j\omega)\} = G\{\exp(j\omega)\} + \Delta h \cos j\omega \quad (87)$$

(87) ifadesi, frekans eğrisinin bir defa hesaplanmasıının yegânesini göstermektedir. Bu eğrinin, göz önünde alınan bâlgadecâm noktada hesaplandığı düşünüllürse, bu m değerinin hesaplayıcı hâzâsında saklı tutulmasıyla frekans eğrisinin m noktası da sabitleşmiş olur. Herhangi bir j. katsayı üzerinde değişiklik yapmak için bu m değerinin üzerine

$$\Delta h \cos j\omega_n \quad 1 \leq n \leq m$$

değerini eklemek veya çıkartmak yetecektir.

$\Delta h$  nin seçimi:

Bir genel amaçlı hesaplayıcıyla ikili sistemde hesap yapmak mümkün olmadığından, yukarıda verilen toplamların ondalık sisteme yapılmasını gerekmektedir. Bu durumda, bit sayısı cinsinden

lime uzunluğunu belirleyebilmek için, ondalık sisteme verilen katsayıları ikili şeke dönüştürmek, kesirli kısmı istenen boyda kırptıktan sonra tekrar ondalık sisteme geçmek gerekmektedir.

Bundan sonraki bütün işlemler ondalık sisteme yapılmaktadır. Bundan dolayı, seçilecek  $\Delta h$  değeri, ikili sisteme katsayı kelime uzunluğunu değiştirmemelidir. Bu da,  $\Delta h$  nin 2 nin bir tam negatif kuvvetime eşit alınmasıyla sağlanabilir.

Katsayılar 14, 15, 16 bit uzunluğunda yuvarlatılmadan kırılımdan, bu değerlere karşı düşen  $\Delta h$  değerleri sırayla  $2^{-14}$ ,  $2^{-15}$  ve  $2^{-16}$  olmaktadır. Bu işler program içinde otomatik olarak yapılmaktadır. Bu şekilde, ondalık sisteme kalınarak katsayıların en sonuncu bit leri değiştirilebilmektedir.

Bu değişiklik sonundaki amaç, yukarıda da belirtildiği gibi belli bir kelime uzunluğu ile söndürme bandı zayıflatmasını artırmaktır. Bu işi yaparken yalnız söndürme bandının gözüne almak yeter. Çünkü geçirme ve söndürme bandları arasındaki fark büyükdür. (70 db civarında.) Bundan dolayı da söndürme bandında rahatça görülen etkiler, geçirme bandında büyük ölçüde maskeleyilmektedir.

#### 4.5. Program akış diyagramı.

Program, söndürme bandı içinde frekans eğrisini K noktada yoklayıp eğrinin tepe noktalarını bulmaktadır. Bu tepelerden en yüksek olanı hata olarak saklamakta ve bu tepenin bastırılması için katsayılar sırayla değiştirilmektedir. Yalnız bu sırada katsayılar gerçekten değiştirilmeyip (90) denklemindeki değerinin eklenmesi veya çıkartılmasıyla yetinilmektedir. İşin başında, kırılmış katsayıların verdiği frekans eğrisi hesaplanıp hafızaya yüklenmektedir.

Sıradan yoklayarak katsayıların içinde o tepenin bastırılma-

sında en etkili olanı bulunup bu katsayının değeri gerçekten degitirilmektedir. Bundan sonra işlem bu yeni katsayı değeriyle yeniden başa dönmekte ve 1. katsayıdan başlıyarak işlem tekrarlanmaktadır. Bu yeni turda kullanılış frekans eğrisi ve hata, artık değişen katsayının verdiği değer olmaktadır. Bu şekilde, iki-üç turda verilen kelime uzunluğuyla erişilebilécek en büyük zayıflatma ve bu zayıflatmayı veren kırpılmış katsayılar bulunmaktadır.

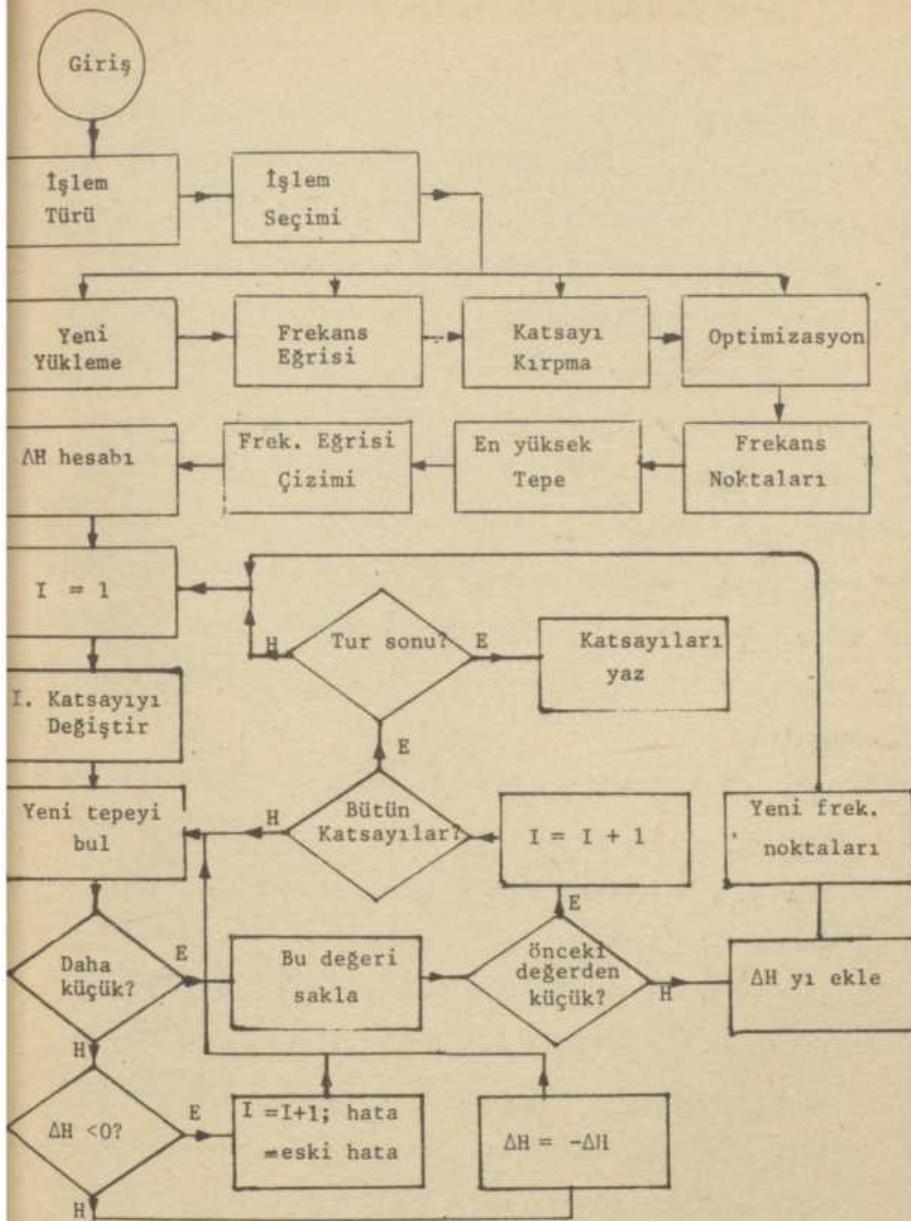
Program üç parçalıdır. Birinci kısım yüklemeye bölümü olup burada süzgeç boyu, üst kesim frekansı ve katsayılar verilmektedir.

İkinci bölüm kırpma bölümü olup, katsayılar verilen uzunlukta bu bölümde kırpılmaktadır. Bu bölümde, yukarıda anlatılmış olan sayı sistemi değiştirme işlemi yapılmaktadır.

Üçüncü bölüm asıl optimizasyon bölümüdür. Bu arada, istege bağlı olarak, katsayılar ve önemli diğer bazı değişkenler kaset üzerine de kaydedilmektedir. Bu bölümün akış diyagramı 18. şekilde görülmektedir. Bu program yardımıyla, süzgeç boyunun ve kelime uzunluğunun geçirme ve söndürme bandındaki etkileri araştırılmış ve şu sonuçlara varılmıştır:

1- Geçirme bandında belli ölçüde dalgalılığa göz yumıldığı taktirde, söndürme bandına ait hata ağırlığını arttırarak aynı zayıflatmaya daha kısa boylu süzgeçlerle erişilebilir. Buna örnek olarak, geçirme bandında  $\pm 1,5$  db lik bir dalgalanma ile 1:4000 ağırlık fark ile, 49 kademeli bir süzgeçin dahi söndürme bandında -75 db civarında bir zayıflatma sağladığı görülmüştür.

2- Katsayı kelime uzunluğu sınırlandığı taktirde, aynı süzgeçin zayıflatması 16 bit uzunlığundaki kelimelerle dahi -7 db değerine ulaşmamaktadır. Bu durumda gerekli zayıflatmayı sağlamak için süzgeç boyunun uzatılması daha avantajlidir,



Şekil 18

Bit sayısının arttırılması, katsayılarla çarpması işlemini aynı oranda yavaşlatacaktır, daha hızlı devrelerin kullanılmasını gerektirecektir.

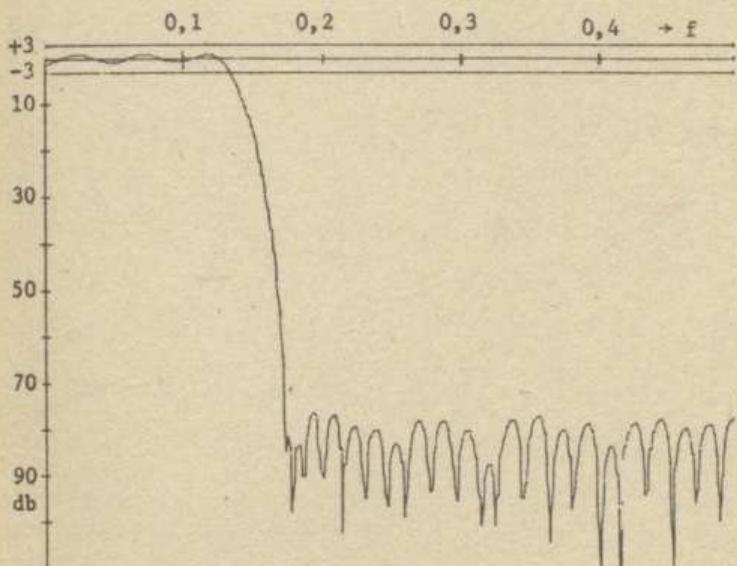
3- Geçirme bandı içinde kelime uzunluğunun etkisi göze çarpılmamaktadır. Bunun da sebebi, yukarıda da açıklandığı gibi, etkinin görülemeyecek kadar küçük kalıp meskelenmesidir.

Sonuç olarak, süzgeç boyunun geçirme bandı dalgalanması ve katsayı uzunluğunun da söndürme bandı zayıflatmasına göre seçilmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.

Yukarıki düşüncelerden hareketle, boyu 55, katsayı uzunluğu 16 bit olan bir süzgeçin söndürme bandında 77 db lik bir zayıflatma sağlayacağı ve geçirme bandında da  $\pm 0,5$  db lik bir dalgalanma-ya sahip olduğu gözlenerek amaca uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Bu süzgeçin optimizasyon sonunda elde edilmiş olan katsayıları şunlardır:

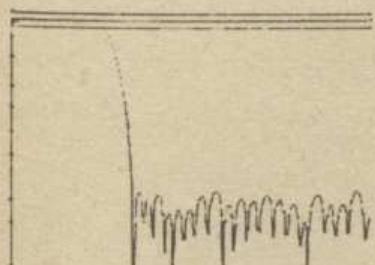
$h(1) = h(55) : 3.96728516 \text{ E-}4 ; h(15) = h(41) : -1,51214600 \text{ E-}2$   
 $h(2) = h(54) : 1,14440918 \text{ E-}4 ; h(16) = h(40) : -2,15606689 \text{ E-}2$   
 $h(3) = h(53) : 1,81579590 \text{ E-}3 ; h(17) = h(39) : -1,13983154 \text{ E-}2$   
 $h(4) = h(52) : 1,19018555 \text{ E-}3 ; h(18) = h(38) : 1,11694336 \text{ E-}2$   
 $h(5) = h(51) : -2,10571289 \text{ E-}3 ; h(19) = h(37) : 3,04870605 \text{ E-}2$   
 $h(6) = h(50) : -8,40759277 \text{ E-}3 ; h(20) = h(36) : 2,90069580 \text{ E-}2$   
 $h(7) = h(49) : -1,58538818 \text{ E-}2 ; h(21) = h(35) : 1,12915039 \text{ E-}3$   
 $h(8) = h(48) : -2,05383301 \text{ E-}2 ; h(22) = h(34) : -3,85894775 \text{ E-}2$   
 $h(9) = h(47) : -1,84783936 \text{ E-}2 ; h(23) = h(33) : -6,01043701 \text{ E-}2$   
 $h(10) = h(46) : -8,72802734 \text{ E-}3 ; h(24) = h(32) : -3,49121094 \text{ E-}2$   
 $h(11) = h(45) : 4,68444824 \text{ E-}3 ; h(25) = h(31) : 4,41894531 \text{ E-}2$   
 $h(12) = h(44) : 1,40838623 \text{ E-}2 ; h(26) = h(30) : 1,53930664 \text{ E-}1$   
 $h(13) = h(43) : 1,27410889 \text{ E-}2 ; h(27) = h(29) : 2,49389648 \text{ E-}1$   
 $h(14) = h(42) : 3,35693359 \text{ E-}4 ; h(28) = h(28) : 2,87155151 \text{ E-}1$

Elde dilen frekans eğrisi de 19. şekilde görülmektedir.

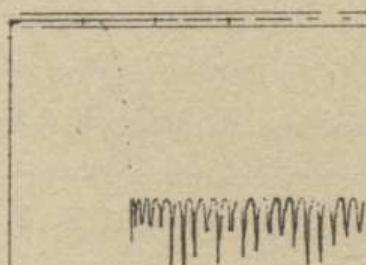


Şekil 19

Şekil 20 de ise, aynı süzgeçin kırpma işleminden sonra, optimize edilmemiş frekans eğrisi görülmektedir. 21. şekil ise, ideal, yani katsayıların kırpılmamış değerleriyle elde edilen frekans eğrisini göstermektedir. Optimizasyon işlemiyle sönüürme bandı zayıflatması 5. turda -76,6 db değerine ulaşmıştır.



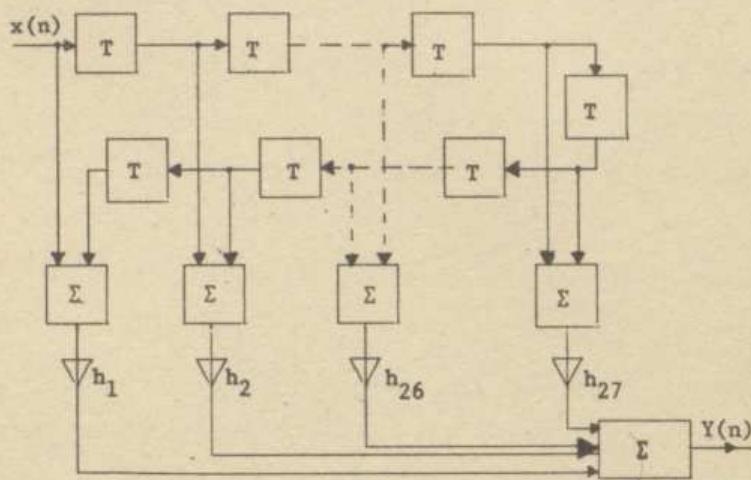
Şekil 20



Şekil 21

#### 4.6. Süzgecin organizasyonu.

Katsayı simetrisinden dolayı 55 kademelik bir sözgeç,  $2 \times 27$  kademelik iki paralel kol şeklinde kurulabilir (Şekil 22).

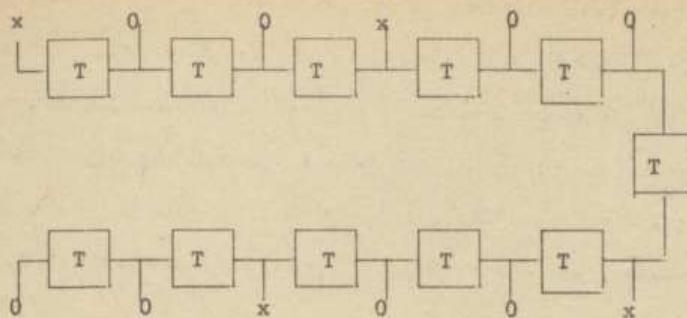


### Sekil 22

Bu klâsik düzene göre toplam 55 geciktirici, 27 toplama ve 27 çarpma devresi gerekmektedir. Çıkışta ise, çoğullama yardımıyla tek toplama devresi kullanılabilir.

Ancak, bu sözgece gelen sayısal dizinin özellikleri göz önünde alınarak toplama ve çarpma devresi sayısını azaltmak mümkündür.

Süzgeç girişine uygulanan dizi, örneklem frekansı değişirerek her üç elemanından ikisi sıfır olan bir dizidir. Bu dizinin sözgeç girişine uygulanmasıyla, sözgeç içindeki her üç düğümde ikisindeki değer de sıfır olacaktır. 23. şekilden de görüldüğü gibi, 2., 5. ve genel olarak  $(2+3k)_{..}$ , ( $k=1, 2, \dots, 7$ ) çarpma devresi giren işaretler (bu an için) hep sıfır olmaktadır. Ayrıca, yine bu anda hiç bir toplama devresinin her iki girişinde birden



Şekil 23

İşaret bulunmamaktadır. Şekilde x ile sıfırdan farklı değer taşıyan düğümler, 0 larla da sıfır değerli düğümler gösterilmiştir. Aşağıdaki tabloda, yarı boyu 27 olan bu sözgeçin sadece ilk 9 kademесine ait, pespeşe üç zaman dilimindeki durumu gösterilmiştir. Sözgeçin geri kalan kısımlarındaki durum bu kısmın tekrarlanmasından ibarettir. (Katsayıların farklı olduğu unutulmamalıdır.)

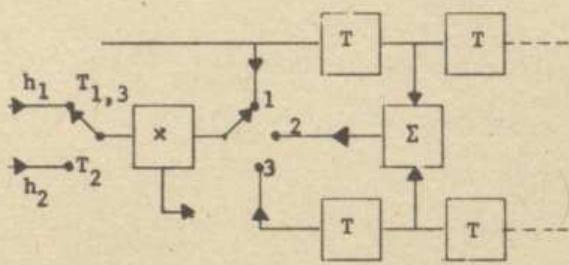
$$T_1: \begin{array}{ccccccccc} x & 0 & 0 & x & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & \underline{0} & x & 0 & \underline{0} & x & 0 & \underline{0} & x \end{array}$$

$$T_2: \begin{array}{ccccccccc} 0 & x & 0 & 0 & x & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & \underline{x} & 0 & 0 & \underline{x} & 0 & 0 & \underline{x} & 0 \end{array}$$

$$T_3: \begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & x & 0 & 0 & x & 0 & 0 & x \\ x & \underline{0} & 0 & x & \underline{0} & 0 & x & \underline{0} & 0 \end{array}$$

Göründüğü gibi, yalnızca  $T_2$  yanında toplam üç, bütün sözgeçte toplam 9 toplayıcının her iki girişinde de sıfırdan farklı değerler bulunmaktadır. Bundan dolayı, bütün sözgeç için gereken toplama devresi sayısı da 27 de 9 a düşmektedir.  $T_1$  ve  $T_3$  analarında ise, aynı toplama devrelerinin her iki girişi birden sıfır ol-

makta, dolayısıyla buradeki çarpma devreleri de iş yapmamaktadır. Bundan yararlanarak çarpma devreleri de azaltılabilir. Bu anlarda aktif çarpma devresi sayısı  $27 \times 6 / 9 = 18$  olmaktadır. Yalnız, bu devrelerin giriş uçlarının bir anahtarlama devresiyle doğru noktala-ra bağlanması gereklidir. 24. şekilde birinci çarpma devresine ait anahtarlama sistemi gösterilmiştir. Bu arada katsayıların da de-ğişeceği unutulmamalıdır.



Şekil 24

$T_2$  anında ise bütün çarpma devreleri kullanılmamakta, bu andaki aktif devre sayısı 9'a düşmektedir. Diğer çarpma devreleri ise bu anda beklemektedir.

İşte bu yüzden, devre hızını iki misline çıkartıp, birer türpon hafıza da kullanarak bu atılı çarpcılardan da kurtulmak, do-loyısıyla kırmızık alanından daha verimli şekilde yararlanmak mümkündür. Ancak işin bu yönü, imalât için kullanılacak işlem türünün bilinmesini gerektirdiginden, bu konuda bu çalışma içinde kesin bir şey söylemek mümkün değildir.

## 5. PILOT VE YARDIMCI TAŞIYICIİNİN ÜRETİLMESİ.

S(t) fark kanal işaretini frekans ekseninde 38 kHz yukarıya öteleyebilmek için, bu işaretin bir dengeli mədülətörde 38 kHz lik bir taşıyıcıyla çarpılması (modüle olmasası) gerekecektir. Bu işlem, sayısal olarak bir çarpma işlemidir ve yeterli hızda çalışabilen bir çarpıcı S(nT) örnekleriyle yardımcı taşıyıcıya ait C(nT) örneklerini 114 kHz lik örneklemeye frekansında çarpacaktır. Bu işlen için C(nT) dizisinin üretilmesi gereklidir.

Bunun yanı sıra üretilmesi gereken bir başka dizi de, astında kotlayıcı içinde kullanılmayan, fakat alıcı tarafta yardımcı taşıyıcının tekrar üretilmesi için gereken 19 kHz lik pilot işaretidir. Bu işaret, kotlayıcının çıkış ucunda bulunan sayısal-analog çeviriciden önce diğer işaretlerle toplandığından, yine 114 kHz ile örneklenmiş olarak elde edilmelidir. Ayrıca, genliğinin de, toplam işaret genliğinin % 10 u kadar olması gereklidir. CCIR standartlarına göre bunun yardımcı taşıyıcıya göre faz durumu da belirlenmiştir: yardımcı taşıyıcı pilot işaretile birlikte sıfırdan başmalı ve sıfır anlarında pilot işaretini pozitif eğimle kesmelidir. Buna dikkat edilmezse alıcıda sağ ve sol kanallar yer değişirir.

Bu tür sinus biçimli işaretlerin sayısal olarak üretilmelesi için üç şəkil düşüntülebilir (10):

- 1) İkinci mertebe bir dönüştürücü (sayısal osilatör)
  - 2) Bir tabloya (ROM) yazılmış değerleri okuyarak
  - 3) Bu iki şəxsin karışımı olarak ROM yardımıyla hesap yaparak.
- Ayrıca üretici tasarılanırken şu noktaların da göz önünde bulundurulması gereklidir:

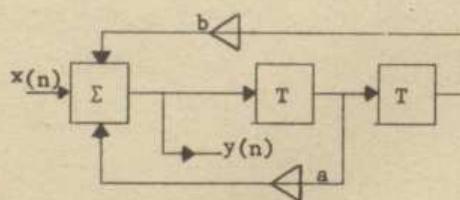
tutulması gerekdir:

- a) Üretilen işaretlerin frekansları sabittir.
- b) İ işaretler arasındaki faz farkları sıfır olacaktır.
- c) Genlik değiştirilmeyecektir.

Bu son şart, üretilen işaretlerin olabileceği kadar saf olup, üzerinde parazitik genlik ve frekans modülasyonu bulunmaması gerektiğini belirtmektedir. Sayılan üç üretim şeklini bu şartlar altında incelemek gerekdir.

Sayılan şekiller içinde ikinci mertebe dönüşlü sistem en basit olanıdır. 25. şekilde blok diyagramı görülen bu düzenin prensibi sayısal rezonansa dayanmaktadır. Şekilden görüldüğü gibi sisteme iki katsayı çarpıcısı, iki geciktirici ve bir toplayıcı bulunmaktadır. a ve b sabit katsayılar olup sistemin denklemi şöyledir:

$$y(n) = x(n) + a \cdot y(n-1) + b \cdot y(n-2) \quad (91)$$



Şekil 25

z- dönüşükleri cinsinden, başlangıç şartları sıfır alınarak:

$$F(z) = Y(z)/X(z) = \frac{z^2}{z^2 - az - b} \quad (92)$$

yazılabilir.  $x(n)$  dizisi, bu düzene harekete geçirecek olan birim darbe dizisidir ( $X(z) = 1$ ). Bununla:

$$Y(z) = F(z)$$

dizisi elde edilecektir.  $a$  ve  $b$  katsayılarını uygun seçerek bir sinüs dizisi elde edilebilir:  $F(z)$  nin kutupları  $p_1$  ve  $p_2$

$$p_{1/2} = r \cdot \exp(\pm j\theta) \quad (93)$$

şeklinde olsun. (bu düzenden bir sinüs dizisi üretememesi için kutuplarının reel olamayacağı açıkları.)  $F(z)$  yi basit kesirleme açalım:

$$F(z) = \frac{Az}{z - p_1} + \frac{Bz}{z - p_2} \quad \text{yazarak}$$

$$F(z) = \frac{p_1}{p_1 - p_2} \cdot \frac{1}{1 - p_1 z^{-1}} + \frac{p_2}{p_2 - p_1} \cdot \frac{1}{1 - p_2 z^{-2}} \quad (94)$$

şekline sokulabilir. Kolayca görüldüğü gibi,

$$f(n) = y(n) = \frac{p_1}{p_1 - p_2} p_1^n + \frac{p_2}{p_2 - p_1} p_2^n \quad (95)$$

olacaktır. (93) bağıntısı ile:

$$y(n) = \frac{r^{n+1} \cdot \exp(j(n+1)\theta)}{r \cdot (\exp(j\theta) - \exp(-j\theta))} - \frac{r^{n+1} \cdot \exp(-j(n+1)\theta)}{r \cdot (\exp(j\theta) - \exp(-j\theta))}$$

$$y(n) = \frac{r^n \cdot \sin((n+1)\theta)}{\sin \theta} \quad (96)$$

$y(n)$  dizisi, ancak  $r < 1$  için kararlı kalabilir. Bunun alamı da  $F(z)$  nin kutuplarının birim daire üzerinde olması gereklidir.

(92) dekleminin kutupları:

$$p_{1/2} = a/2 \pm j / \sqrt{b-a}/4 \quad (97)$$

buradan da,

$$r = \sqrt{b} ; \quad \cos\theta = a/(2\sqrt{b}) \quad (98)$$

Kolayca görüleceği gibi,  $b=1$  olacak ve a üretilecek frekansa göre seçilecektir. İşte burada bu türlü generatörün zayıf tarafı görülmektedir: a katsayısı, sonlu kelime uzunluğu ile hiç bir zaman 2 nin tam kuvveti olmayan bir değere tam olarak eşitlenemez. Bunun sonucu olarak ta üretilen frekansta hata olacaktır.

Çarpma işlemlerinde ortaya çıkan yuvarlatma hataları ise genlik üzerinde dalgalanmalara yol açacaktır:

Çarpma devreleri doğrudan doğruya toplama devrelerine bağlı olduğundan, bu hataları doğrudan doğruya toplama devresine enjekte edilen hata terimleri şeklinde düşünmek mümkündür. Kelime uzunluğu  $b$  bit ise, yalnız buradan doğacak hatanın varyansının

nin

$$s_0^2 = Q^2/12 \quad (99)$$

olduğu (10) da gösterilmiştir. Bu ifadede  $Q = 2^{-b}$  dir. Yuvarlatma hataları için:

$$s_t^2 = s_0^2 \cdot \sum_{k=0}^n g(k) \quad (100)$$

yazılabilceği gösterilmiştir.  $G(z) = Z\{g(n)\}$  ise, hata teriminin enjekte edildiği noktadan çıkış ucuna kadar olan geçiş fonksiyonudur. Yukarıki örnekte hata kaynakları tırbininden bağınsızdır. Bunların enjekte edildiği roktadan çıkış ucuna kadar geçiş fonksiyonu  $F(z)$ ' ye eşittir. Buna göre (100) ifadesi

$$s_t^2 = 2s_0^2 \cdot \sum_{k=0}^n f(k) \quad (101)$$

şeklini alacaktır.  $f(k)$  dizisi (96) denkleminde verilmiştir.

Bununla:

$$s_t^2 = Q^2 / (6 \sin^2 \theta) \cdot \sum_{k=0}^n \{ k - \cos 2(k+1)\theta \}^2 \quad (102)$$

olacaktır. Göründüğü gibi bu ifade  $\sin^2$  lerin toplamıdır. Bunu iki açı cinsinden yazarak

$$s_t^2 = Q^2 / (6 \sin^2 \theta) \cdot \sum_{k=0}^n \{ k - \cos 2(k+1)\theta \} \quad (103)$$

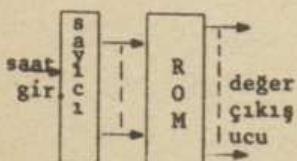
yazılabilir. Buradan  $n \rightarrow \infty$  için sınır değerin

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \{ k - \cos 2k\theta \} = n/2 \quad (104)$$

olacağı görülmektedir. Buna göre hata varyansı doğrusal olarak zamanla büyüyecektir.

Hatanın belli değeri aşmasını önlemek için bu sistemin periyodik olarak sıfırlanması veya belli başlangıç değerine getirilmesi gereklidir. Bu işlem sonunda genlik te periyodik olarak değişir ki, bu da parazitik bir genlik modülasyonu demektir. Yardımcı taşıyıcının sabit genlikli bir saf sinüs (veya kosinus) dizisi olması gereğinden, taşıyıcı üretimi için bu yol uygun olamaz. Ayrıca periyot saymak, sıfırlamak ve yeniden başlatmak için gerekli külfet te sonuçta hiç bir üstünlük sağlamaz.

ROM (read-only-memory; yalnız okunan hafızası) yardımıyla da bir sinüs dizisi üretilebilir. (Şekil 26)



Şekil 26

Bir ROM, içinde ya hiç bir zaman veya kolayca değişimmemesi gereken bilginin saklandığı bir hafıza türüdür. Saklanan bilgi özel bir takım işaretler olabileceği gibi, sayısal değerler de olabilir. Bu açı-

dan bir ROM bir logaritma cetveli veya bir sinüs tablosuna benzer. ROM içindeki bilgi ikili olarak kotlanıp saklandığından, çıkış ucu sayısı bu bilgiyi yeterli doğrulukla belirtebilmek için gerekli bit sayısına eşittir. Giriş ucu sayısı ise, tablo içinde saklanan değer sayısının ikili kottaki kelime uzunluğuna eşittir. Buna göre bir ROM içinde, örneğin 1024 tane  $10^{-4}$  merdesinden doğru değer saklamak için gerekli adres ucu sayısı:

$$N_A = \lg 1024 = 10$$

ve bilgi çıkış ucu sayısı

$$N_B = \lg 10^{-4} \approx 14$$

olsacaktır. Bu sayı, aynı zamanda, hafıza içindeki her bir kelimenin bit sayısı cinsinden uzunluğuna eşittir.

Bir ROM içine sinüs tablosuna ait değerler sıra ile dizilir ve bu değerler sırayla adreslenirse, çıkış (bilgi) uçlarında, bir periyodunda en fazla ROM içindeki kelime sayısı kadar elemanı bulunan bir trigonometrik diziye ait örnekler elde edilir. Bu şekilde elde edilen örnek değerlerindeki hata, kelime uzunluğuna bağlıdır. Bu da saklanan değerlerin kuantalanmış olmasının sonucudur.

Böyle bir düzendeki örneklemeye frekansı doğrudan doğruya adres sayıcısının girişindeki frekanstır. Çünkü ROM çıkışında elde edilen örnek aralığı adres sayıcısının ilerleme hızına, dolayısıyla giriş frekansına bağlıdır.

Eğer giriş frekansı sabit tutlur da sayıcıya etki ederek adres ilerlemesi hızlandırılır veya yavaşlatılırsa, değer tablosu daha büyük veya daha küçük adımlarla taranacağından, üretilen işaretin frekansı da, örneklemeye aralığı sabit kalarak

değişecektir.

Düşük frekansların üretilmesi sırasında adres sayıcısı yavaş ilerleyeceği için adresleme de yavaşlıyacak ve çıkıştaki işaret şekli bozulacaktır. İşte bu gibi durumlarda tablo uzunluğunu ekonomik olmayacak değerlere çıkartmamak için tablodaki iki değerin arasındaki değerler interpolasyonla bulunabilir. Çeşitli frekansları uretebilecek bir "sentezleyici" için ekonomik olan bu yol da üçüncü şekli oluşturur.(16)

Üretilmesi gereken 38 kHz lik yardımcı taşıyıcı ve 19 kHz lik pilot dizileri sabit frekanslı, aralarında belli faz ve genlik bağıntıları olan dizilerdir. Bundan dolayı ikinci yol en ekonomik olanıdır. Tablodan okunan değerler bütün periyotlar boyunca hep aynı değerler olduğundan, birinci yolda olduğu gibi gürültü tabanının periyot sayısına bağlı olarak yükselmesi ve buna bağlı olarak sıfırlama problemi gibi sakincalar burada yoktur. Buna karşılık, örneklem frekansı ve adresleme sisteminin tablodaki değer sayısını en aza indirecek şekilde seçilmesi gereklidir.

Uretilerek frekans ile örneklem frekansı arasında rastgele bir bağıntının olamayacağı açıklıdır. Burada da temel şart Nyquist sınıridir; yani örneklem frekansının uretilecek frekanstan en az iki kat daha yüksek tutulması gereklidir.

Frekanslar arasında (Nyquist şartı da göz önüne alınarak)  $y = k$  gibi bir tamsayılı oran veya  $k/l$  ( $2k < l$ ,  $k$  ve  $l$  tamsayı) gibi bir rasyonel bağıntı olabilir.

Birinci şıkta ROM içinde  $1/k$  tane değer bulunacaktır ve üretilen her periyot  $1/k$  değerden oluşacaktır. (Bir başka deyişle birim daire  $1/k$  eşit aralığa bölünecektir.)

İkinci şıkta ise, örnekleme frekansının her  $\frac{1}{k}$  periyodunda  $k$  periyot üretilicektir. ( $k < \frac{1}{2}$ ) Bu durumda saklanması gereken değer sayısı  $k$  ve  $\frac{1}{k}$  nin en küçük ortak katıdır. Bir örnek olarak oranın  $2/7$  olduğunu düşünelim. Bu durumda örnekleme frekansı  $133 \text{ kHz}$  olacaktır. Bu durumda ortak kat  $14$  olduğundan, örnekleme frekansı yükseliş olur. Ayrıca her  $7$  periyot içinde  $2$  periyot tamamlanacağından, birim daire ancak iki turda tamamen taramış olacaktır. Bu da birim dairenin üzerinde iki kerede  $14$  farklı değer demektir. İki örnek arasındaki açı farkı  $360^\circ : 7 = 51,43^\circ$  olacaktır. Bu  $14$  değerin tablo içinde saklanması gereğinden tablonun boyu da uzamış olacaktır. Diğer taraftan işlem hızı da örnekleme frekansına bağlı olarak yükselmiş olacaktır. Örnekleme frekansını  $114 \text{ e}$  yaklaşırıbilmek için  $\frac{1}{k}$  oranının  $3$  e yaklaşması gereklidir, bunun sonucu olarak ta  $\frac{1}{k}$  çok büyük değerler alır.

Sönuç olarak, örnekleme frekansının, üreteilecek frekansın  $\frac{1}{k}$  bir tam katı olması halinde tablo uzunluğu da en aza inmektedir. Yukarıda söylenenler aynen  $19 \text{ kHz}$  lik pilot için de geçerlidir. Utelik pilot frekansı yarı yarıya düşük olduğundan, tablo uzunluğu  $38 \text{ kHz}$  e göre iki katına çıkacaktır.

### 5.1. Tablo değerleri.

Yardımcı taşıyıcı genliği 1 alınırsa, çarpma işleminin çok basitleştigi görülebilir. Frekans oranı  $1/3$  olduğundan, açı adımı da  $120$  derece olacaktır.

Başlangıç açısı olarak  $0^\circ$  ve açı fonksiyonu olarak ta kosinus değerleri alınırsa, tabloda saklanacak değerler sırasıyla  $1; -0,5; -0,5$  olacaktır. Aynı başlangıç açısıyla sinus değerleri kullanılacak olursa bu defa değerler  $0; \sqrt{3}/2; -\sqrt{3}/2$  olacaktır.

Kosinüs değerlerinin alınması halinde gerçek çarpma işlemine gerek kalmadığı görülmektedir. İkili sayı sisteminde -0,5 ile çarpmak için işaret bit'inin evriliip bütün bit dizisinin bir bit ötelenmesi yeterlidir.

Sinüs değerleri yuvarlak değerler olmadığı için her üç değerin de saklanması ve çarpma işleminin gerçekten yapılması gereklidir.

Yukarıda açıklananlar başlangıç açısının 0 alınması halinde geçerlidir; açı  $90^{\circ}$  alınırsa sinüs değerleri yerine kosinüsler alınmalıdır.

### 5.2. Pilot işaretinin Üretilmesi.

Bilindiği gibi pilot işaretti 19 kHz lik bir işaret olup, yardımcı taşıyıcı ile arasında sabit bir faz bağıntısı vardır. Genliği ise  $\pm 8-10$  civarında bir modülasyon derinliği oluşturacak kadardır. Yardımcı taşıyıcı ile arasında şu bağıntılar olmalıdır:

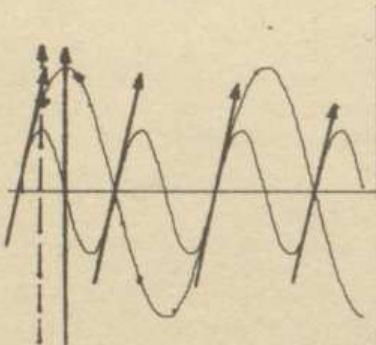
- a) Yardımcı taşıyıcı pilotun ikinci harmoniği olmalı ve onunla aynı anda sıfırdan geçmelidir.
  - b) Sıfırdan geçerken pilotu pozitif eğimle kesmelidir.
- Birinci şartın yerine gelmemesi diyafoniye, ikinci şartın yerine gelmemesi ise kanalların aksolmasına yol açar. Bundan başka, pilot işaretinin çıkış işaretiyile doğrudan doğruya toplandığı için, bunun harmonikleri de çıkışta zararlı spektrum çizgileri oluştururlar. Özellikle ikinci harmonik, bastırılmış olan yardımcı taşıyıcı yerine geçer; yüksek mertebeli harmonikler ise örtüşmeliere yol açacaklardır. Bundan dolayı pilotun yeteri kadar temiz olması şarttır.

Sayısal teknikle her iki şart tam olarak gerçekleştirilebilir. Üretilen işaretin saflığı ise doğrudan doğruya kelime

uzunluğu ve sistemi çalıştırın saat frekansının kararlılığına bağlıdır.

Pilot frekansı yardımcı taşıyıcı frekansının yarısı olduğu na göre, 114 kHz lik örnekleme frekansıyla her periyotta 6 örnek alınacaktır. Buna göre örnekleme açısı  $60^{\circ}$  dir.

b şartını yerine getirmek için de pilot için yine kosinüs değerlerini kullanmak gereklidir. 27. şekilden görüldüğü gibi, bu kere başlangıç açısı  $45^{\circ}$  olacak ve örnekleme değerleri  $45^{\circ}$ ,  $105^{\circ}$ ,  $165^{\circ}$ ,  $225^{\circ}$ ,  $285^{\circ}$ ,  $345^{\circ}$  açılarına karşı düşen  $0,71$ ;  $-0,26$ ;  $-0,97$ ;  $-0,71$ ;  $0,97$  değerleri olacaktır.



Şekil 27

altında kalmak zorundadır.

Bir sayısal módülâtörde, analog módülâtörde olduğu gibi taşıyıcı sızması problemi yoktur. Bundan dolayı da, kotlayıcı çıkışında bulunabilecek yardımcı taşıyıcı frekanslı bilesenler pilotun harmoniklerinden ileri gelecektir. Bunları oluşturacağı modülasyon derinliği, standartlara göre,  $\pm 1\%$  in

### 5.2.1. Örnekleme frekansı kararlılığının etkisi.

Örnekleme frekansındaki anı değişimler (faz titremeleri) üretilen işarette faz gürültüsüne yol açar. Bu söyle görülebilir:

Açışal frekansı  $\omega$  olan bir işaret, gerektiginden  $h$  kadar farklı bir anda örnekleñirse, elde edilen örnek genliği  $\sin\omega(t+h)$  olacaktır.  $\sin\omega(t+h) = \sin\omega t \cos\omega h + \sin\omega h \cos\omega t$  şeklinde yazılır.

ve  $h \ll 2\pi/\omega$  olduğunu da göz önüne alarak:

$$\sin\omega(t+h) \approx \sin\omega t + \omega h \cos\omega t \quad (105)$$

ve  $\tan p = \omega h$  koyarak:

$$\sin\omega(t+h) \approx \sin\omega(t+p)/\cosh \quad (106)$$

yazılabilir. Buna göre, işaretin hem genliği, hem fazı değişmişdir. O halde bu olay iki katlı bir distorsiyona yol açar: genlik değişmesi sonucu harmonik çıktıgı gibi, faz modülasyonu sonunda da yan bandlar oluşur.

### 5.2.2. Kelime uzunluğunun etkisi.

Kelime uzunluğunun 8 bit ile sınırlanmış olması, genlikte  $2^{-B}$  mertebesinden bir hataya yol açar.

Pilot genliği toplam işaret genliğinin % 10 u kadardır.

Distorsyon sınırını hesaplarken bu genlik oranını da göz önünde tutmak gereklidir. İkinci harmonığın, bu sebepten, aynı oranda büyümeye göz yumulabilir. Bu şöylede açıklanabilir: Toplam işaret genliği 1 -20db olacağına göre, pilot genliği -20 db olacaktır. Yardımcı taşıyıcının bastırılma oranı olarak -40 db alındığına göre, pilottaki ikinci harmonik oranı -20 db olabilir. Bu da, yalnız ikinci harmonik için % 10 kadar bir distorsyon demektir. Ancak, 4. harmonik olan 76 kHz göz önüne alınacak olursa, bu bileşen 114 kHz ile örneklenince, örtüşerek 38 kHz lik bir bileşen doğurur. Bu da yine yardımcı taşıyıcı sızıntısı demektir. Yalnız, harmonik genlikleri, mertebe yükseldikçe genellikle azalır. Bundan dolayı da toplam distorsyon oranının çok küçük tutulmasına gerek kalırmazdır.

Üçüncü harmonik ise 57 kHz ile tam Nyquist sınırındadır.

Bunu örneklemesi yalnızca bir doğru bileşene yol açar. Eğer fazı sıfır ise, bu bileşen de sıfırdır.

Bir sinüs biçimini işaretin tepe değerindeki hatanın genliği oranının yarısı, harmoniklerin etkin değerleri toplamının işaret etkin değerine oranı kadardır. Buna dayanarak, tepe değerinde belli oranda hata olan işaretin distorsyon oranını vermek mümkündür.

Sayısal sistemlerde işaretlerin tepe değerlerindeki hatayı kelime usulüğü belirler. Toplam genlik 1 ise, 8 bit uzunluğundaki kelimelerle

$$ZD \approx 2^{-B}/(1 \cdot 2) = 2^{-B+1}$$

oranında bir hata oluşacaktır. Diğer taraftan kuantalama hatası işaretin mutlak değerine bağlıdır. Hatanın mutlak değeri pozitif ve negatif teplerde aynıdır. Yani her iki tepe de simetrik şekilde bozulacak, bunun sonucu olarak ta tek harmonikler çıkacaktır. Özellikle üçüncü harmonik baskın olacaktır.

Toplam işarette %0,5lik bir bozulma için pilotta %5 lik bir bozulma olabilir. Buna göre,

$$2^{-B+1} = 0,05 \quad \text{veya,}$$

$$2^{-B} = 0,1 \quad \text{ve} \quad B \approx 4 \text{ bit} \quad (107)$$

yeterlidir.

Pilottaki faz gürültüsü alıcı tarafta pilot ile yardımcı taşıyıcı arasındaki faz bağıntısının kesinleşmesini engeller. Bu da alıcı tarafta kanallar arasında diyafoniye yol açar. Alıcılarda bugün genellikle faz kenetlemeli düzenler kullanılmaktadır. Bunlar, alıcı içinde üretilen yardımcı taşıyıcının fazını, gelen pilotun fazının ortalamaya değerine kenetler. Pilot fazındaki gürültü, gerçek anlamda rastgele gürültü olmadığı için ortalaması da sıfırdan farklı olacaktır. Aslında, buna gürültü adını vermek doğru olmaz, çünkü her andaki değerini kestirmek mümkün olduğu gibi, üstelik periyodiktir.

Pilotun gerçek genliği de göz önüne alınınca, saklanması gereken değerler 0,0707; -0,026; -0,097; -0,0707; 0,097 değeridir. Başlangıç fazının 45° olmasından dolayı, değer tablosunda 0 değeri yoktur. Bundan dolayı da her değerin yeteri kadar doğru olması gereklidir.

Pilot fazında meydana gelen  $h$  kadar bir hatanın yol açacağı diyafoni şöyle bulunabilir: Bu diyafoni toplam ve fark işaretlerinin birbirine karışmasına yol açacağına göre bu şekilde ortaya çıkacak hatalı sağ ve sol kanal işaretleri:

$$R' = M + S \cdot \exp(jh) = (L+R) + (L-R) \cdot \exp(jh) \quad (108)$$

$$L' = M - S \cdot \exp(jh) = (L+R) - (L-R) \cdot \exp(jh) \quad (109)$$

$h$  faz hatasının genellikle küçük olacağını göz önüne alarak

$$\exp(jh) \approx 1+jh$$

yazılabilir. Bununla yukarıki denklemlerden

$$R' \approx (2+jh)R - jhL \quad (110)$$

$$L' \approx (2+jh)L - jhR \quad (111)$$

bulunacaktır. Mutlak değerler cinsinden:

$$|R'|^2 = 4R^2 + h^2(R-L)^2 = 4R^2 + h^2S^2$$

$$|L'|^2 = 4L^2 + h^2(R-L)^2 = 4L^2 + h^2S^2 \quad (112)$$

Bu eşitliklerden  $h$  için bir sınır bulunabilir. Diyafoni sınırı olarak -60 db alınırsa

$$h(R-L)/2R \leq 10^{-3} \quad (113)$$

$$\text{veya, } h \leq 2R10^{-3}/(R-L) \quad (114)$$

olmalıdır. Fark işaretinin genliği, sağ ve sol kanal işaretleri ne göre %45 oranında olacağı için

$$h \leq 2 \cdot 10^{-3} / 0,45 \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \approx 15' \quad (115)$$

(106) denkleminde,  $h$  kadar bir zaman hatasının yol açtığı genlik ve faz hatasının değeri verilmişti. Sonlu uzunluktaki kelime-lerin yol açtığı genlik hataları, bu denkleme göre faz hataları-na da dönüşeceğinden, bu hatanın yukarıda verilen sınırın altın-da kalması gereklidir. (106) denklemde genlik değişiminin  $1/\cos p$  şeklinde olduğu görülmektedir.  $p$  ile  $h$  arasında tanjant bağıntısı olduğuna göre, genlik değişimini için

$$A(h) = \frac{1}{\cos(\arctan wh)} \cdot \sin \omega(t+p) \quad (116)$$

yazılabilir.  $h \ll 1$  olduğu için, baştaki terimi seride açarak:

$$\cos x = 1 - x^2/2 \quad \text{ve}$$

$$\arctan x \approx x - x^3/3 \quad \text{ile,}$$

$$\cos(\arctan x) \approx 1 - \frac{1}{3}(x - x^3/3)^2 = 1 - x^2/2 + x^4/3 - x^6/18 \quad (117)$$

$h = 0$  için genlik katsayısı  $1^B$  eşit olacağına göre, bu serideki değişken terimler hatayı belirlerler. Bunun için  $x$  yerine  $h$  koyarak:

$$h^2/2 - h^4/3 + h^6/18 \approx 2^{1-B} \quad (118)$$

yazılabilir. İkinci ve Üçüncü terimleri atarak

$$h^2/2 \geq 2^{1-B} \quad \text{veya} \quad 2^B \leq 4/h^2$$

$$B \geq 1d2,5 \cdot 10^5 \approx 18 \text{ bit} \quad (119)$$

olacaktır.

Bu sonuçla, işlemler içinde en kritik işlemin faz hatası dolayısıyla pilot işaretinin üretimi olmaktadır. Pilot kelimesinin toplam uzunluğu, işaret bit'i ile birlikte 19 bit olmaktadır ki bu da pratik olarak 20 bit'lik bir sayısal-analog çeviriçi gerektirir. Gereken hızda çalışabilecek 20 bit'lik s-a çeviriciler günümüzde henüz harcialem duruma gelmemiştir. Evidar dolayı da 60 db diyafoni sınırına ancak teknolojinin zorlanmasıyla ulaşılabilecektir.

## 6. ÇIKIŞ ÇEVİRİCİSİ.

Bir sayısal-analog çeviricinin çıkışında elde edilen analog şekil, T örnek aralığı olmak üzere, T genişliğinde basamaklar olduğundan, böyle bir basamağın Laplace dönüşümü

$$G(s) = \frac{1 - \exp(-sT)}{s}$$

şeklindedir.  $s + j\omega$  dönüşümüyle bunun frekans eğrisi:

$$|G(j\omega)| = \frac{2\sin \omega T/2}{\omega} \quad (120)$$

$|G(0)| = T$  olacağına göre, herhangi bir frekans için bağıl değer:

$$\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} \quad \text{olacaktır.}$$

Burada önemli olan, farklı kanala ait sınır frekanslarındaki düşme oranıdır. Yukarıda ifade edilen 53 kHz için bu düşme 3,3 dB kadar bulunmaktadır. Bu düşme iki şekilde ortadan kaldırılabilir:

1- S-a çeviricinin peşine konması gereken alçak geçiren analog süzgeçin frekans eğrisinde 53 kHz de 3 dB kadar bir tepe oluşturarak,

2- Benzer bir tepeyi farklı kanal üzerinde sayısal olarak gerçekleştirerek.

Analog süzgeç tasarıminda hedef düz bir frekans ve faz eğrisi olduğundan, standart tablolara dayanılarak yapılan bir tasarımla bu yükselmeyi sağlamak zordur.

Katsayılar üzerinde yapılacak ufak değişikliklerle bu yükseme sayısal olarak kolayca gerçekleştirilebilir. Bu yolun

kullanılabilmesi için fark kanalın ilk andan itibaren elde edilmiş olması gereklidir. Bu durumda girişteki çeviriciler de artık sağ ve sol kanal işaretleri yerine toplam ve fark işaretlerini çevirecektir.

Böylece fark kanal üzerindeki süzgeçle yukarıda açıklanan düzeltme yapılabilir, ayrıca bir dengeleme düzeneğine ihtiyaç kalmaz. Bunun karşılığında ödenen bedel, toplama ve fark devrelerinin sayısal kısım dışına çıkmasıdır ki, bu da önemli bir sakınca değildir.

53 kHz temel badda 15 kHz e karşı düşmektedir. Tepe frekansıyla katsayılar arasındaki bağıntı 3. bölümde 65 denklemiyle verilmiştir. 70 denklemi de katsayılarla kesim frekansı arasında ki bağıntıyı vermektedir. Tepe yükselme oranı da 74a da verilmiştir. Bu bağıntılar kullanılarak, kesim frekansını değiştirmeden süzgeç bölgelerinden birinde 3,3 db lik bir ek yükselme sağlanabilir. Kritik sönümde bulunan hücrenin kendi başına frekans eğrisi 15 kHz de (0,395) 1,3 db düşmektedir. Bu eğriyi bu frekansa 2db seviyesine çıkartmakla istenen sıvırışma elde edilebilir. 74a denklemine G ve c için sayısal değerleri koyup Regula Falsi yöntemiyle denklemiin kökleri araştırılmış ve şu değerler elde edilmiştir:

$$|g| = +2 \text{ db için}$$

15kHz

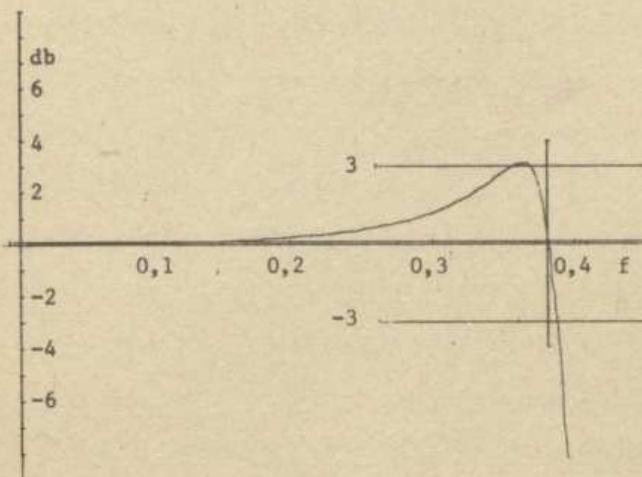
$$a = 1,45294; \quad b = 0,65206$$

Bu katsayılarla elde edilen tepe frekansı 65 ten

$f_T = 15,2 \text{ kHz}$  olmaktadır ki, bu değer istenene yeteri kadar yakındır.

Bu durumda katsayı kelime uzunluğu şüphesiz değişecektir. Ancak, yeni sönüm değerinin, süzgeçin üçüncü hücrenin sönümlünden daha büyük olduğu 13. sekilden görülmektedir. Bu durumda da

kelime uzunluğu olarak bu hücreye ait değer olan 11 bit alınır-  
sa hem yeterli olacaktır, hem de, kelime boyları eşleneceği için  
sistem teşkili kolaylaşacaktır. Böylece elde edilen frekans eğ-  
risi 28. şekilde verilmiştir.

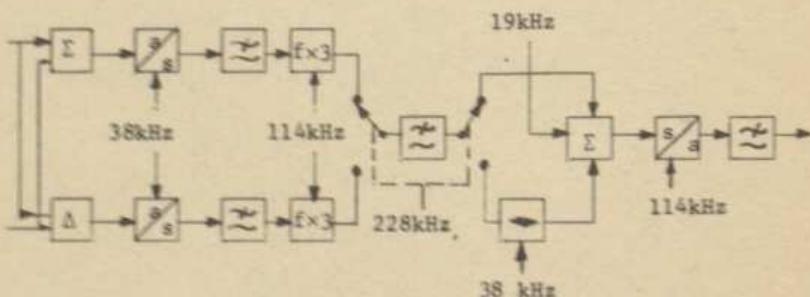


Şekil 28

## 7. TOPLAM KANAL VE TOPLAMA DEVRESİ

Çıkışta bulunan toplama devresine ulaşan işaretler, birbirinin harmoniği olan frekanslarda örneklemlenmiştir. Bu işaretler, sonunda tek bir sayısal-analog çeviriciye ulaştıklarından, bunların örnekleme frekanslarının eşitlenmesi gerekecektir. Bu da, toplam kanal örnekleme frekansının da 114 kHz e çıkartılması demektir. Örnekleme frekansının nasıl değiştirildiği 4. bölümde açıklanmıştır. Aynı düzen burada da kullanılabilir. Yalnız, interpolasyon süzgeci her iki kanalda da çoğullama ile ortaklaşa kullanılabilir. Bu durumda süzgecin geciktirme hücrelerinin de çoğullanması gereklidir; toplama, çarpma devreleri ve katsayı hafızası değişmeyecektir.

Kotlayıcının bu son şekildeki blok düzeni 29. şekilde verilmiştir.



Şekil 29

#### 8. SONUCLAR.

Bu çalışmada, bir stereo-kotlayıcının nasıl sayısallaştırılabileceği incelenmiş ve bunun mümkün olabileceği gösterilmişdir. Ancak, çalışmada kabul edilmiş olan bazı sınırlara bu günü tümdevre teknolojisi ile kolayca erişilemeyeceği de belirtilmiştir.

Teknolojinin yeterli olduğu farzedilsé bile, ortaya ana hatlarıyla konan düzeni gerçekleştirmek için çeşitli çözümlerin bulunabileceği açıklıdır. Bundan dolayı da, genel amaçlı bir devre tasarımina gidilmemiş ve çeşitli bloklardaki eleman seviyesindeki ayrıntılara da girilmemiştir. Sistemi gerçekleştirmek için kullanılacak teknoloji kesinlestikten ve yarı iletken işlem türü belirlendikten sonra ek çalışmaların yapılması gereği ortadadır. Bundan dolayı bu çalışmayı ileriye dönük bir ön çalışma olarak kabul etmek yerinde olacaktır.

REFERANSLAR

- 1- Einrichtungen für den Stereo-Rundfunk auf der Sendeseite.  
Telefunken-Zeitschrift 1965, Nr. 4/5
- 2- Optimum FIR Digital Filters for Decimation, Interpolation and Narrow-band Filtering.  
IEEE Trans. ASSP 23, 5, Oct. 1975
- 3- Interpolation, Extrapolation, and Reduction of Computation Speed in Digital Filters.  
Bellanger, Dagn. et. al., IEEE Trans. ASSP 22,4, 1974
- 4- A Digital Signal Processing Approach to Interpolation.  
Schafer- Rabiner, Proc IEEE, 61, Nr.6, 1973.
- 5- Further Considerations in the Design of Decimators and Interpolators.  
Crochiere, Rabiner. Trans. IEEE ASSP 24, 4, Aug. 1976
- 6- Digital Processes for Sampled Data Systems.  
Monroe, J. Wiley.
- 7- Theory and Application of Digital Signal Processing  
Rabiner-Gold. Prentice-Hall
- 8- CCIR Recommendations VolumeV, Report 293-2.
- 9- Introduction to Digital Filtering.  
R.E. Bogner-A.G. Constantanides. J. Wiley.
- 10- Digital Processing of Signals. Gold-Rader.  
Mc. Graw-Hill
- 11- Design of Wideband, Sampled data Filters.  
Bell System Technical Journal, July 1964.
- 12- An Elementary Design Procedure for Digital Filters  
Otnes R., Trans. IEEE, AU16, 3. Sept. 1968.
- 13- System Analysis by Digital Computer.

Kuo-Kaiser, J. Wiley.

- 14- A Proposal to Find Suitable Canonical Structures for  
the Implementation of Digital Filters With Small Coef-  
ficient Wordlength.

Avenhaus, E., Nachrichtentechnische Zeitschrift 8, 1972.

- 15- Practical Design Rules for Optimum Finite Impulse Res-  
ponse Digital Filters.

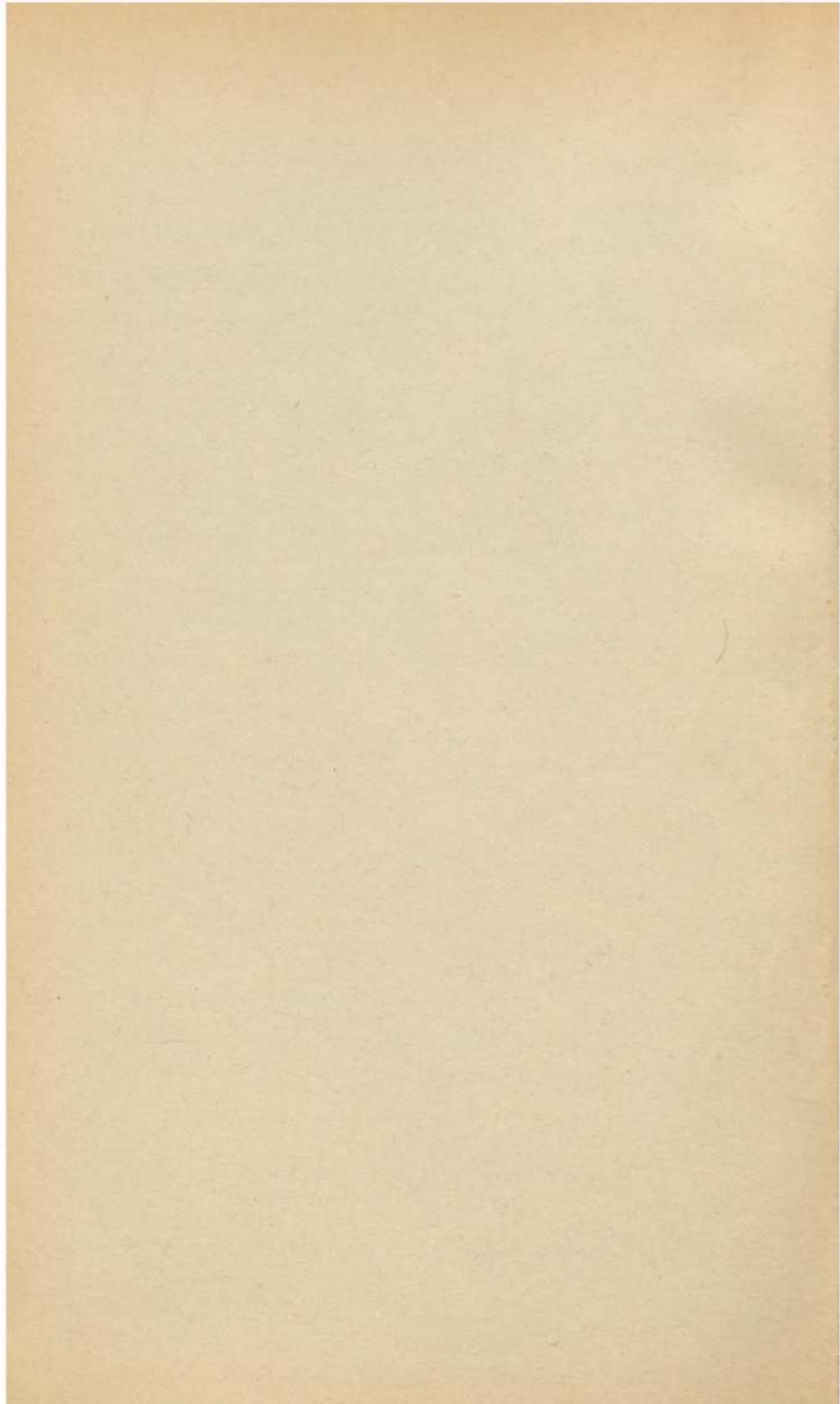
Bell System Technical Journal Vol. 52, 6, Jul., Aug. 1973.

- 16- A Digital Frequency Synthesizer.

Tierney, J., Rader, C.M., Trans. IEEE AU-19, 1, 1971.

- 17- Analysis of the Quantization Errors in the Direct Form  
for Finite Impulse Response Digital Filters.

Rabiner, L.R., Chan, S.K., Trans. IEEE AU-21, 4, 1973.



## BİYOGRAFİ

1944 yılında İstanbul'da doğdu. İstanbul Alman Lisesi'ni bitirdikten sonra 1963 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi'ne girdi. 1969 Ekim de Y. Elektrik Mühendisi olarak mezun oldu, aynı sene Elektrik Fakültesi Yüksek Frekans Tekniği Kürsüsü'ne girdi. 1970 senesi Eylül ayında Kalın Film Teknolojisi hakkında bilgi edinmek üzere Siemens'e (münih, Almanya) gitti.

Askerlik görevi dolayısıyla 1973'te görevinden ayrıldı. Mamak Muhabere Okulu'ndan sonra Hava Harp Okulunda kıtā hizmetini öğretim görevlisi olarak yaptı.

1975 yılında terhis olduktan sonra tekrar Teknik Üniversitesi'ndeki eski görevine döndü; halen aynı yerde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.



000200