

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLERİN AKTİF BOZUCU
BASTIRMA YAKLAŞIMIYLA KONTROLÜ

İhsan Berk ALTINER

DOKTORA TEZİ
Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı
Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Danışman
Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR

Eş-Danışman
Prof. Dr. Mustafa DOĞAN

Kasım, 2021

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLERİN AKTİF BOZUCU BASTIRMA
YAKLAŞIMIYLA KONTROLÜ**

İhsan Berk ALTINER tarafından hazırlanan tez çalışması 17.11.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Prof. Dr. Mustafa DOĞAN
İstanbul Teknik Üniversitesi
Eş-Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Mehmet Turan SÖYLEMEZ, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Şeref Naci ENGİN, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Tufan KUMBASAR, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Yavuz EREN, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Uyarlamalı Optik Sistemlerin Aktif Bozucu Bastırma Yaklaşımıyla Kontrolü başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

İhsan Berk ALTINER

İmza

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir, Proje No: 118E224.

Aileme

TEŞEKKÜR

Yaklaşık altı yılımı verdiğim tüm lisansüstü kariyerimin son aşamasında vardığım nokta, benim için geçmiş hatalarımın bir telafisi oldu. Yeni ve belki de daha zorlu bir yolun başlangıcında olduğumu hissetsem de, doktora süresince edindiğim tecrübeler ve yaptığım çalışmalar, bu yoldaki en büyük motivasyon kaynaklarımdan biri olacaktır. Tüm zorluklarına rağmen birçok güzellikleri de içinde barındıran bu süreçte, başta bugünlere gelmemde en büyük emeği olan bir önceki danışman hocam sevgili Doç. Dr. Akın DELİBAŞI'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Benden hiçbir zaman desteğini ve dostluğunu esirgemeyen eş danışmanım sevgili hocam Prof. Dr. Mustafa DOĞAN'a, danışman hocam sevgili Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR'e emekleri için teşekkür ederim. Bu yolda her daim yanımda olan ve desteklerini esirgemeyen çalışma arkadaşım ve dostum Dr. Bilal EROL'a, Doç. Dr. Türker TÜRKER'e ve burada ismini anmadığım tüm hocalarıma teşekkür ederim. Her daim desteğini yanımda hissettiğim aileme ve dostlarıma da teşekkürü bir borç bilirim.

İhsan Berk ALTINER

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	viii
KISALTMA LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xiii
ÖZET	xiv
ABSTRACT	xvi
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	9
1.3 Hipotez	11
2 DEFORME EDİLEBİLEN AYNALARIN MODELLENMESİ	12
2.1 Deforme Edilebilen Aynanın Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle Modellenmesi	13
2.2 Zernike Polinomların Dayalı Ayna Modelinin Çıkarımı	17
2.2.1 Zernike Polinomları	17
2.3 Düşümsel Koordinatlardan Kipsel Koordinatlara Geçiş	19
3 UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLER İÇİN İÇ MODEL PRENSİBİNE DAYALI DÜŞÜK DERECELİ KONTROL TASARIMI VE BENZETİMİ	21
3.1 Çıkış Regülasyon Teorisinin Temelleri	21
3.2 Kontrol Tasarımı	23
3.3 Nümerik Sonuçlar	24
4 UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLERİN UYARLAMALI ÇIKIŞ REGÜLASYONU	30
4.1 Uyarlamalı Çıkış Regülasyonu	31
4.2 Benzetim Sonuçları	33
5 DAĞITIK PARAMETRELİ SİSTEMLERİN UYARLAMALI ÇIKIŞ REGÜLASYONU	45

5.1	Notasyon ve Matematiksel Ön Bilgi	45
5.2	Çıkış Regülasyonu Teorisi	46
5.3	Kontrol Tasarımı	48
5.3.1	Regülatör Denklemlerinin Çözümü	48
5.3.2	Frekans Kestirim Şeması	50
5.4	Benzetim Sonuçları	52
6	İÇ MODEL PRENSİBİNE DAYALI KONTROLCÜNÜN DENEYSEL DOĞRU-	
	LAMASI	57
6.1	UO Sisteminin Deney Düzeneği	57
6.2	UO Sistemin Sistem Tanıma ile Modellenmesi	59
6.2.1	Statik Modelin Elde Edilmesi	59
6.2.2	Dinamik Modelin Elde Edilmesi	61
6.3	İç Model Prensibi'ne Dayalı Kontrolcünün Deney Düzeneğine Uygulanması	63
7	SONUÇ VE ÖNERİLER	73
	KAYNAKÇA	76
	TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	81

SİMGE LİSTESİ

A^T	A Matrisinin Devriği
$A^\dagger$	A Matrisinin Sözde Tersİ
A^*	A Matrisinin veya Operatörünün Adjointi
$D(A)$	A Operatörünün Domaini
I	Birim Operatör veya Birim Matris
Y	Çıkış Uzayı
$\mathcal{L}(\cdot)$	Doğrusal Sınırlı Operatörler Kümesi
ω	Frekans
$\mathbb{R}$	Gerçel Sayılar Kümesi
U	Giriş Uzayı
$\mathcal{H}$	Hilbert Uzayı
$\langle \cdot \rangle$	İç Çarpım
$\mathbb{C}$	Karmaşık Sayılar Kümesi
$\ \cdot\ $	Öklid Normu

KISALTMA LİSTESİ

ADD	Adi Diferansiyel Denklem
DM	Deforme Edilebilen Ayna
IMP	İç Model Prensibi
KDD	Kısmi Diferansiyel Denklem
LQG	Doğrusal Karesel Gaussian
LQR	Doğrusal Karesel Regülatör
MIMO	Çok Giriş Çok Çıkış
PID	Oransal-İntegral-Türevsel
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi
UO	Uyarlamalı Optik

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Io gezegeninin UO sistem kullanılarak ve kullanılmayarak elde edilen görüntüleri	2
Şekil 1.2	Uyarlamalı optik sistemlerin genel yapısı	3
Şekil 1.3	Segment yapıdaki aynalar	4
Şekil 2.1	Hörgüç fonksiyonu	13
Şekil 2.2	Diktdörtgen sonlu eleman	14
Şekil 2.3	İlk 21 Zernike polinomu	19
Şekil 3.1	30 × 30'luk meshe bölünmüş sistemin 6 × 6'lık mesh (mavi yuvarlak), 12 × 12'lik mesh (kırmızı yıldız) ve 18 × 18'lik mesh (sarı artı) ile tasarlanan kontrolcülerle kapalı çevrim öz değerleri	25
Şekil 3.2	Sistem Hankel tekil değerleri	26
Şekil 3.3	Düşük dereceli (kırmızı çarpı) ve tam dereceli (mavi yuvarlak) kontrolcülerle kapalı çevrim özdeğerleri	26
Şekil 3.4	Birinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları	27
Şekil 3.5	İkinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları	27
Şekil 3.6	Üçüncü optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları	28
Şekil 3.7	Dördüncü optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları	28
Şekil 3.8	Beşinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları	29
Şekil 4.1	Önerilen kontrolcünün blok şeması	33
Şekil 4.2	Tip modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	35
Şekil 4.3	Tilt modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	35
Şekil 4.4	Astigmatism modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	36

Şekil 4.5	Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	36
Şekil 4.6	θ_1 parametresinin kestirimi	37
Şekil 4.7	θ_2 parametresinin kestirimi	37
Şekil 4.8	θ_3 parametresinin kestirimi	38
Şekil 4.9	θ_4 parametresinin kestirimi	38
Şekil 4.10	Tip mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	39
Şekil 4.11	Tilt mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	39
Şekil 4.12	Astigmatism mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	40
Şekil 4.13	Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	40
Şekil 4.14	θ_1 parametresinin kestirimi	41
Şekil 4.15	θ_2 parametresinin kestirimi	41
Şekil 4.16	θ_3 parametresinin kestirimi	42
Şekil 4.17	θ_4 parametresinin kestirimi	42
Şekil 4.18	Tip mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	43
Şekil 4.19	Tilt mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	43
Şekil 4.20	Astigmatism mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	44
Şekil 4.21	Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)	44
Şekil 5.1	The output of equation (5.49) for the control $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$. . .	53
Şekil 5.2	The dynamic behavior of the state $\xi(z, t)$ of first order hyperbolic PDE for the control $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$	54
Şekil 5.3	Denklem (5.54)'un $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$ kontrol kuralı için çıkışı	56
Şekil 5.4	Isı denkleminin sistem durumu $\xi(z, t)$ 'nin kontrol kuralı $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$ ile davranışı	56
Şekil 6.1	UO deney düzeneği	58
Şekil 6.2	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) astigmatism 45° modu çıkışları	63
Şekil 6.3	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) defocus modu çıkışları	64
Şekil 6.4	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) astigmatism 0° modu çıkışları	64
Şekil 6.5	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil Y modu çıkışları	65

Şekil 6.6	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları	65
Şekil 6.7	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları	66
Şekil 6.8	Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları	66
Şekil 6.9	43. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti	67
Şekil 6.10	50. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti	68
Şekil 6.11	125. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti	68
Şekil 6.12	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin astigmatism 45° çıkışı (mavi) .	69
Şekil 6.13	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin defocus çıkışı (mavi)	69
Şekil 6.14	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin astigmatism 0° çıkışı (mavi) . .	70
Şekil 6.15	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin trefoil Y çıkışı (mavi)	70
Şekil 6.16	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin trefoil X çıkışı (mavi)	71
Şekil 6.17	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin coma Y çıkışı (mavi)	71
Şekil 6.18	Referans işareti (kırmızı) ve sistemin coma X çıkışı (mavi)	72

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1	Kutupsal ve kartezyen koordinatlarda ilk yedi Zernike polinomu . .	18
Tablo 3.1	$m=25$ için farklı meshlere göre sistem mertebeleri	25
Tablo 6.1	Sistem tanıma ile edilen model ve deney çıkışlarının örtüşme oranları	62
Tablo 6.2	Farklı girişler ile çıkışların örtüşme oranları	63

Uyarlamalı Optik Sistemlerin Aktif Bozucu Bastırma Yaklaşımıyla Kontrolü

İhsan Berk ALTINER

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Janset DAŞDEMİR

Eş-Danışman: Prof. Dr. Mustafa DOĞAN

Deforme edilebilen aynalar, uyarlamalı optik sistemlerin ana bileşeni olup, atmosferik türbülans, optik cihazlardaki üretim hataları, platform titreşimleri gibi fenomenlerden kaynaklı dalga cephesi bozulmalarını düzeltmede kullanılan etkili bir aygıttır. Bu alandaki gelecek vaat eden başarısı birçok uygulamada kullanılmasına olanak tanımaktadır. Uyarlamalı optik sistemin başarılı bir şekilde çalışması için deforme edilebilen aynaların şekil kontrolünün başarılı bir şekilde yerine getirilmesi gerekmektedir. Bu sistemlerin birçok alanda kullanılmaya açık olması, tamamen belirsiz ortamlarda ve bozucular altında asimptotik çıkış regülasyonu problemini beraberinde getirmektedir. Bununla beraber deforme edilebilen aynaların esnek yapısından kaynaklı dinamiklerin kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilmesi ve bu sebepten ötürü dağıtık parametrelili sistemler sınıfına dahil olması, sistemin kontrolü aşamasında çeşitli zorlukları beraberinde getirmektedir.

Dağıtık parametrelili sistemlerin kontrolünde karşılaşılan başlıca zorluklardan biri, ilgili sistemin sonlu boyutlu bir kontrolcüyle kontrol edilebilmesi için gereken uzamsal ayırıklaştırma miktarının belirlenmesidir. Tezin giriş ve modelleme bölümlerinden sonraki ilk bölümünde, bozucu ve referans işaretlerinin bilindiği durum için sistemin kapalı çevrimde iç model kontrolcü ile çıkış regülasyonunu sağlayabilmesi için gereken ayırıklaştırma miktarının incelenmesidir. Tezin takip eden bölümünde, çıkış regülasyonu problemi bozucu ve referans işaretlerinin frekanslarının tamamen belirsiz olduğu durum ele alınmıştır. Önerilen kontrolcü yapısı ve yaklaşımın önemi, uyarlamalı optik sistemlerin uygulama alanlarının genişletilmesinde büyük önem

arz etmektedir. Sonraki bölümde ise literatürde dağıtık parametrelili sistemlerin belirsiz yörünge takibiyle ilgili boşluktan yola çıkılarak, ısı denklemi ve birinci derece hiperbolik denklem için uyarlamalı bir kontrolcü yapısı önerilmiştir. Tezin deneysel sonuçları içeren bölümünde ise referans işaretlerinin bilindiği durum için iç model kontrolcü, sistem tanıma teknikleriyle elde edilen deforme edilebilen ayna modelinin referans takibi için deney düzeneğine uygulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çıkış regülasyonu, iç model prensibi, uyarlamalı optik, frekans kestirimi, dağıtık parametrelili sistemler

Active Disturbance Rejection Control of Adaptive Optics System

İhsan Berk ALTINER

Department of Control and Automation Engineering
Doctor of Philosophy Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Janset DAŞDEMİR

Co-supervisor: Prof. Dr. Mustafa DOĞAN

Deformable mirrors are core elements of adaptive optics systems and efficient devices that are used to compensate wavefront distortions due to manufacturing faults in optical devices, platform vibrations. Its promising success allows them to be used in many applications. For a reliable operation, transient shape control of deformable mirrors has to be carried out. Since adaptive optics systems are open to operate in large fields of applications, it brings the asymptotic output regulation despite disturbances and completely unknown operating conditions. In addition to this, deformable mirrors are flexible structures and they are expressed by partial differential equations, so they belong to class of distributed parameters systems which are difficult to control.

One of the major difficulties in the control of distributed parameter systems is to determine the required size of spatial discretization to control a system with a finite-dimensional controller. In the first chapter comes after the introduction and the modeling chapters of the thesis, this problem is addressed to achieve the output regulation with the internal model controller in case of the known frequencies of disturbance and reference signals. Following of this, the output regulation problem for adaptive optics systems is considered by assuming the frequencies of disturbance and reference signals are unknown. The importance of the proposed controller structure and approach is of great importance in expanding the application areas of adaptive optics systems. In the next section, an adaptive controller structure is proposed for the heat equation and the first-order hyperbolic equation, based on the gap in the literature regarding the indefinite trajectory tracking of distributed parameter systems.

In the last part of the thesis, the internal model controller, in which the frequencies of reference signals are known, is applied to the experimental setup for the reference tracking of the deformable mirror model obtained by system identification techniques.

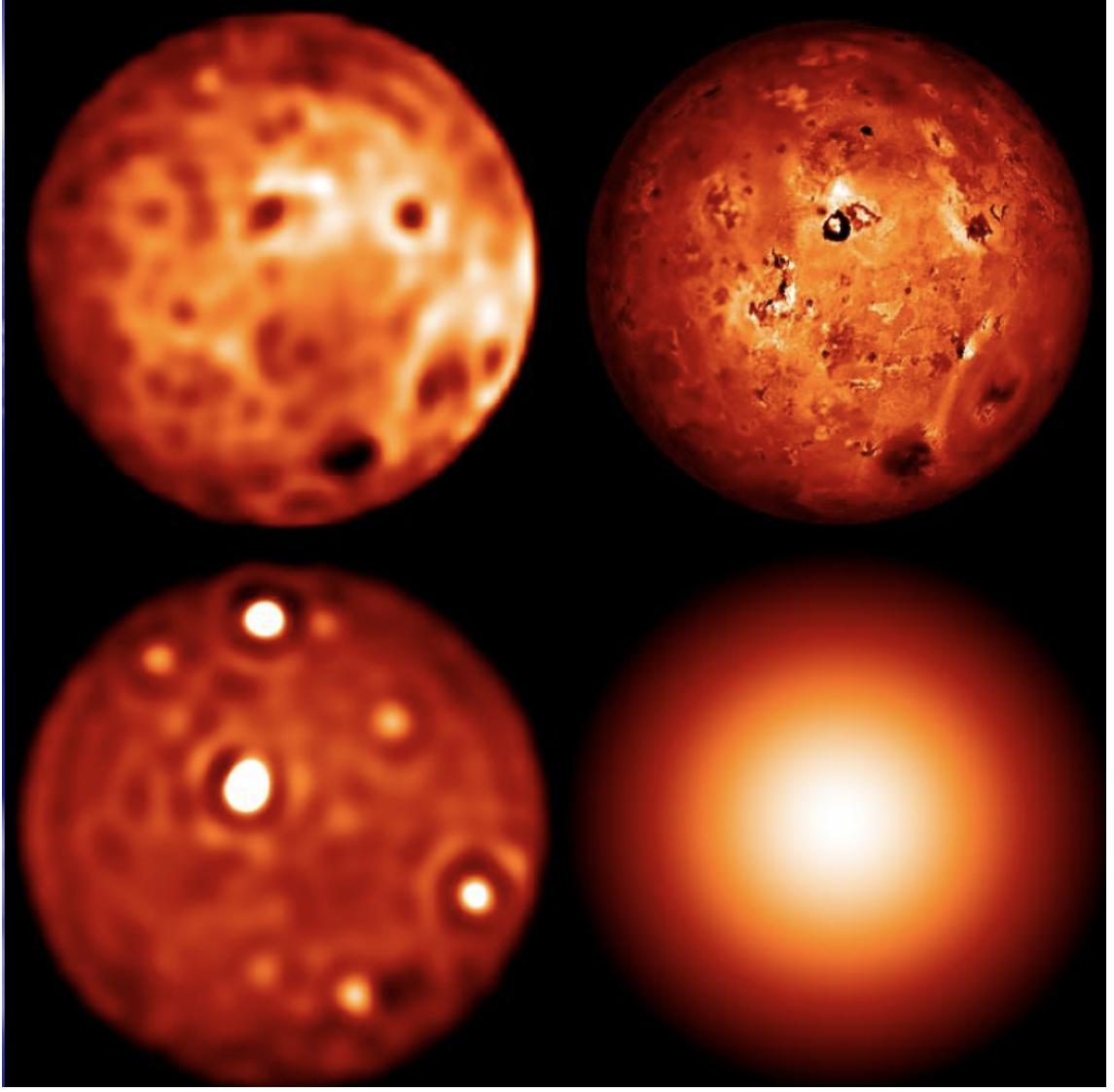
Keywords: Output regulation, internal model principle, adaptive optics, frequency estimation, distributed parameter systems

1.1 Literatür Özeti

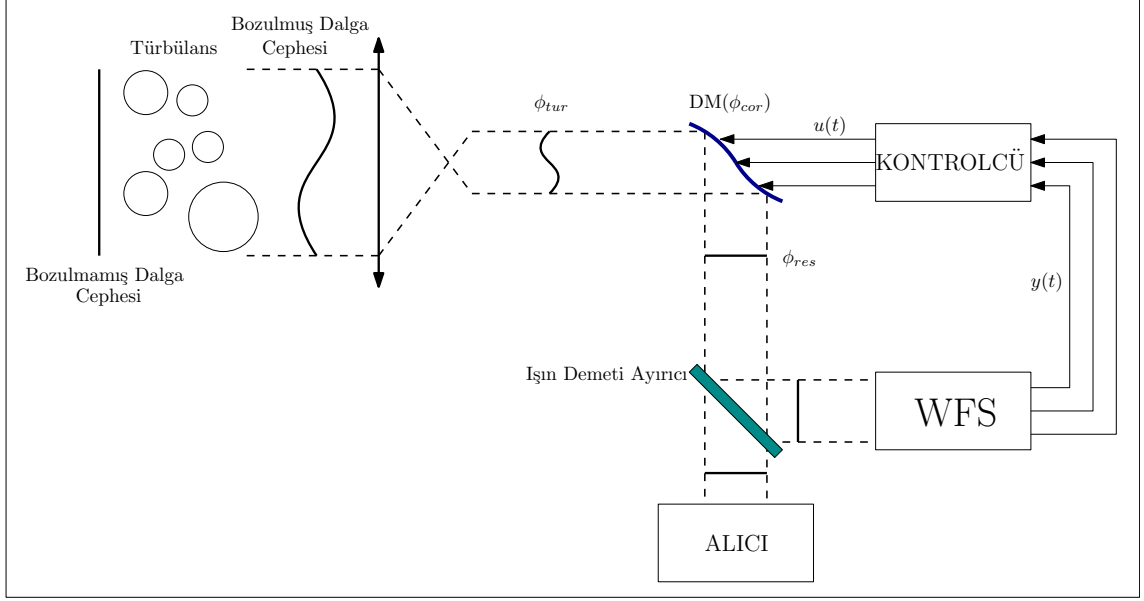
Esnek yapıların şekil kontrolü, uzay ve havacılıkta karşılaşılan uyarlamalı kanatlar ve akışkan-esnek yapıdaki sistemler gibi birçok alanda ilgi odağı olmuştur [1]. Bu alanların en önemlilerinden bir tanesi ise uyarlamalı optik sistemlerdir. Uyarlamalı optik sistemler; serbest uzay haberleşmesi, biyolojik görüntüleme, astronomi, lazer ışını odaklama, denizaltı yüzey haberleşme gibi birçok optik uygulamalarda kullanılan ve gerekliliği günden güne artan bir teknolojidir. Farklı kullanım amaçları altında kullanılan UO sistemler, atmosferik türbülans, optik cihazlardaki üretim hataları, deniz suyunun kırıcı indeksi, platform titreşimleri gibi fenomenlerden kaynaklı dalga cephesi bozulmalarını düzeltmekte kullanılmaktadır. Astronomi uygulamalarında atmosferik türbülans yüzünden bozulan dalga cepheleri görüntü kalitesini düşürürken, lazer ışının odaklama temelli uygulamalarda platform titreşimleri odaklama hatalarına yol açmaktadır. Örneğin, Şekil 1.1’de sağ alttaki fotoğraf atmosferik türbülans altında, sağ üstteki fotoğraf atmosferik türbülans etkisi olmadan elde edilmiş olup, sol taraftaki fotoğraflar farklı çözünürlükte UO sistemi kullanılarak elde edilmiş fotoğraflardır.

UO sistemler üç ana bileşenden oluşur: deforme edilebilir ayna, dalga cephesi sensörü (çoğunlukla Shack-Hartman) ve bir kontrol ünitesi. Deforme edilebilir ayna, uyarlamalı optik sistemin dalga cephesi düzeltme işleminin ana bileşenidir. Dalga cephesi sensörü, bozulan dalga cephesi (ϕ_{tur}) ve ayna tarafından düzeltilen dalga cephesi (ϕ_{cor}) arasındaki hatayı ($\phi_{res} = \phi_{tur} - \phi_{cor}$) ölçmektedir. UO sistemlerin kontrolündeki asıl amaç, DM’nin atmosferik türbülans sebebiyle bozulan dalga cephesinin şeklini almasını sağlamaktır. DM altına sürekli olarak veya nokta tipi şeklinde yayılan eyleyiciler, WFS’den gelen bilgiye göre DM’nin alacağı şekli belirlemektedir. UO sistemlerin genel yapısı ve şematik gösterimi Şekil 1.2’de verilmiştir.

Astronom Horace Babcock tarafından 1953 yılında geliştirilen UO sistemlerin



Şekil 1.1 Io gezegeninin UO sistem kullanılarak ve kullanılmayarak elde edilen görüntüleri



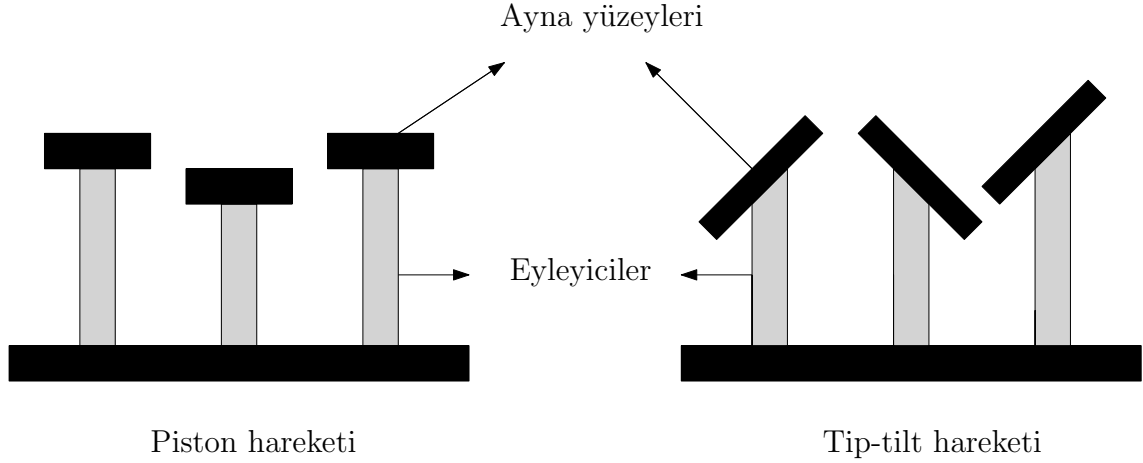
Şekil 1.2 Uyarlamalı optik sistemlerin genel yapısı

günümüze uzanan serüveninde, ana bileşen ve dalgı cephesi düzeltme aygıtı olan esnek deforme edilebilen aynalar, UO sistemler içerisinde farklı yapılar veya farklı eyleyici sayılarına sahip biçimlerde bulunmuştur. Buluşuna takiben ilk yıllarda, günümüzdeki DM'lerin ilkel bir hali olan Eidophor adı verilen, yansıtıcı bir yüzey üzerine bir yağ tabakası kaplanarak oluşturulan bir yapıya elektrostatik kuvvetler uygulanarak ilk dalgı cephesi düzeltme yaklaşımları başlamıştır [2]. 1970'li yıllarda uyarlamalı optik sistemlerin askeri uygulamalarda kullanılmaya başlamasıyla, daha gelişmiş tipte deforme edilebilen aynaların kullanılmasıyla ilgili çalışmalar yapılmıştır. Tarihsel olarak dalgı cephesinin düzeltilmesinde kullanılan başlıca yapı, Şekil 1.3'te gösterilen parçalara ayrılmış (segmented) aynalardır. Bakım, montaj ve geniş ölçekli aynaların tasarımında sağladığı kolaylıkları sebebiyle günümüzde de kullanılmakta olan bu aynaların hareket kabiliyeti, sadece piston ve tip-tilt hareketiyle sınırlıdır. Parçalara ayrılmış aynalarla statik ve atmosferik türbülans kaynaklı bozulmaların düzeltilmesinde başarılı sonuçlar elde edilse de, ayna segmentleri arasındaki boşluklar sistem performansını etkilemektedir. Enerjinin bu boşluklar yüzünden merkez lobdan kayması araştırmacıları sürekli yapıdaki aynaların kullanılmasına itmiştir [3]. Gerek bu problemler, gerekse uyarlamalı optik sistemlerin kullanımının artması 70'li yılların ortalarında bimorph aynalar, 80'li yıllarda continuous facesheet aynalar doğmasına sebep olmuştur. 90'lı yıllarda mikro elektromekanik sistem (MEMS) teknolojisinin gelişip, bu alana uygulanmasıyla bahsedilen aynalar (bimorph, segment, continuous facesheet vs.) MEMS teknolojisiyle üretilmeye başlamıştır. Bu bağlamda, günümüzde kullanılan sürekli tipte deforme edilebilen aynalar,

- Zar (membrane) DM

- Sürekli DM
- Bimorf DM

olarak sınıflandırılmıştır [4]. Bu sınıflandırma dışında manyetik-aışkan DM'ler de son yıllarda araştırmacılar arasında popüler olan DM tiplerindedir.



Şekil 1.3 Segment yapıdaki aynalar

UO sistemlerin kullanım amacı çerçevesinde dalga cephesi düzeltme aygıtı olan DM'ler hangi formda ve şekilde UO sistemler içerisinde yer alırsa alsınlar, sistemin performans kriterleri çevresinde görevini başarıyla yerine getirmesi için uygun bir kontrol algoritmasına ihtiyaç vardır. Bu doğrultuda UO sistemlerin kontrolü için ilk yaklaşımlar klasik PID kontrolcü tasarımlarıdır. Bu yaklaşımdaki temel amaç, sabit yapıdaki dalga cephesi bozulmalarının düzeltilmesi yönündedir. Literatürde bu yaklaşımları içeren birçok çalışma mevcuttur [5], [6], [7]. UO sistemlerin 70'li yıllardan itibaren askeri uygulamalarda kullanılmaya başlanması, günümüzde ise uygulama alanlarının göz hastalıklarından belirlenmesinden, çoklu foton mikroskoplarına kadar genişlemesi, bozucu ve gürültü bastırma, hızlı sistem cevabı ve kapalı çevrim kararlılığı gibi gereksinimleri beraberinde getirmiştir. Klasik PID kontrolcülerin bu gereksinimleri karşılayamaması, araştırmacıları modern kontrol tekniklerine ve daha kapsamlı kontrol yaklaşımlarına yöneltmiştir. Dahası, UO sistemlerde daha fazla eyleyici ve sensörler kullanmak yerine, daha ekonomik bir çözüm olan söz konusu sistemin performansının uygun bir kontrol algoritmasıyla artırılması literatürde de karşımıza çıkmaktadır [8], [9]. Her ne kadar teknolojik gelişmelerle, gelişmiş sensörler ve eyleyiciler üretilse de çalışma performansının iyileştirilmesi kontrol tasarımına bağlı olacaktır. Örneğin, önemli buluşlar arasında olan manyetik akışkan DM'lerin ilk zamanlarda uygun bir şekilde kontrol edilememesi, özellikle medikal ürünlerdeki pratik kullanımına engel olmuştur [9]. Bu sebeple, DM'lerin statik bir etki matrisi yerine dinamik yapılarının kontrol tasarımına dahil

edilmesi, modern ve dayanıklı kontrol tekniklerinin UO sistemlerin kontrolünde kullanılması söz konusu olmuştur. Böylelikle, bozucu ve gürültünün beyaz gürültü kabulü altında tasarlanan LQG kontrolcüler DM'ler için tasarlanmaya başlamıştır [10], [11], [12]. Bir başka dayanıklı kontrol tekniği olan $\mathcal{H}_\infty$ kontrol, UO sistemlerin kontrolünde çokça başvurulan bir yöntemdir. Bu yöntemin UO sistemlere uygulanmasının bir örneği [13]'te verilmiştir. Bu çalışmanın önemi, DM dinamiklerinin KDD olarak ele alınıp, problemin sonsuz boyutlu sistemler formülasyonunda ele alındığı ilk çalışma olmasıdır. $\mathcal{H}_\infty$ kontrolcünün belirli frekans aralıklarına odaklanıp döngü şekillendirme problemi olarak formülize edildiği karışık duyarlılık (mixed sensitivity) yaklaşımı, manyetik-akışkan DM'lerin kontrolü için Iqbal tarafından ele alınmıştır [9]. Çeşitli dalga cephesi bozulma modlarının, PI kontrol ile arttırılmış LQG kontrolcü ile düzeltilmesi [14]'te işlenmiştir. Yer tabanlı astronomide dalga cephesi bozulmalarının ana kaynaklarından biri, büyük DM'lerin yapısal titreşimidir. Bu problem, [15]'te $\mathcal{H}_\infty$ kontrolcü ile, [16]'da ise Çin Büyük Güneş Teleskobu baz alınarak LQG kontrolcü ile ele alınmıştır. Uygulama aşamasında kontrolcünün düşük dereceli olması, uygulama esnasında kontrolcünün kırılabilirliği gibi çeşitli problemlerle baş edebilmek için önem arz etmektedir. Bu amaçla düşük dereceli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol tasarımı [17]'de ele alınmıştır. Ağırlıklandırılmış $\mathcal{H}_\infty$ kontrol probleminin ana dezavantajı, bozucunun frekans bandının bilindiğinin kabul edilmelidir. Dahası, $\mathcal{H}_\infty$ kontrol, bozucunun performans kriteri üzerindeki etkisini tamamen yok etmek yerine minimize etmeyi hedeflemektedir. Ancak birçok uygulamada, referans işaretlerini içinde barındıran dış işaretler tamamen belirsizdir. Örneğin, UO uygulamalarında, gözdeki optik bozulmaların analitik modeli veya atmosferik türbülans modellerinin analitik bir çözümü yoktur. Ancak bu durumlarda bile dalga cephesinin asimptotik regülasyonu performans hedefleri içindedir. Bu problem çerçevesinde Ficocelli ve Amara, Youla parametrizasyonunu baz alarak yinelemeli en küçük kareler yöntemine dayalı bir uyarlamalı kontrolcü geliştirmiştir [18]. MIMO sistem için bağlaşımlı koparma (decoupling) yaklaşımı kullanılarak merkezli olmayan bir kontrolcüyle çözülen bu problemin dezavantajı kapalı çevrim sistemi bağlaşımsız hale getirecek bir kontrol kazancı bulmanın zorluğudur. Bazı modeller için bu tip bir kontrolcü bulmak mümkünken, bazı modeller içinse böyle kazanç bulunamayabilir. Dolayısıyla aynı problem için daha genel bir yaklaşım ihtiyacı aşıkardır.

Dalga cephesi düzeltme işleminin ana bileşeni olan DM'ler esnek yapılardır. Esnekliğin dağıtık yapısı, DM'nin dinamik yapısındaki değişimi zaman parametresi dışında uzamsal parametrelere de bağlı kılar. Bilindiği üzere, birden fazla serbest değişkene bağlı olan dinamik sistemler KDD ile modellenir. Bu tip sistemler sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahip olduğundan, literatürde sonsuz boyutlu sistemler veya

dağıtık parametrelili sistemler olarak anılmaktadır. Sonsuz boyutlu sistemlerle çalışmanın başlıca zorluğu, üzerinde çalıştığımız uzayın sonsuz boyutlu olmasıdır. Bu durum, sonlu boyutlu vektör uzayında tanımlanan ve doğrusal dinamik sistemler için geçerli olan sistem teorisindeki tanımların dağıtık parametrelili sistemler için geçersiz olduğu anlamına gelmektedir. Kararlılık, kontroledilebilirlik, gözlenebilirlik, kararlılınabilirlik, algılanabilirlik gibi birçok kavram sonsuz boyutlu sistemler için farklılık göstermektedir. Örneğin, sonlu boyutlu doğrusal sistemlerin kararlılık analizinde sistem matrisinin özdeğerlerinin kompleks sol yarı düzlemde olması yeterliyken, sonsuz boyutlu sistemler için sistem operatörünün yer aldığı spektrum incelenmelidir. Yine benzer şekilde asimptotik ve üstel kararlılık sonlu boyutlu doğrusal sistemler için birbirine denk iken, sonsuz boyutlu sistemlerde böyle bir denklik söz konusu değildir [19]. Bununla beraber, sonlu boyutlu doğrusal sistemlerin aksine kontroledilebilirlik (gözlenebilirlik) kavramları da sonsuz boyutlu sistemler için kesin kontroledilebilirlik (gözlenebilirlik), yaklaşık kontroledilebilirlik (gözlenebilirlik) gibi kavramlara evrilmektedir [20].

Dağıtık parametrelili sistemlerin çözümünde, tanımlandığı uzayı geren bağımsız vektörler bulunması gerekmektedir. Dağıtık parametrelili sistemlerde ise vektör yerine uzamsal değişkene bağlı ve sınır koşullarını sağlayan fonksiyonlar aranmaktadır. Bu durum, dağıtık parametrelili sistemlerde durum geçiş matrisinin tanımlanması zorluğunu beraberinde getirmektedir. Sonlu boyutlu sistemlerde sınırlı operatörlerle çalışıldığından ve doğrusal cebirin birçok aracı olduğundan bu tanımlama kolayca yapılabilir. Dahası, sınırlı operatörler Taylor açılımı gibi yakınsak bir seriyle ifade edilebilir. Dağıtık parametrelili sistemlerde problemin tanımlandığı bölgeye bağlı olarak sınırlı olmayan operatörlerle sıkça karşılaşılmaktadır ki bu durum geçiş matrisinin yakınsak bir seriyle ifadesini imkansız kılmaktadır. Durum geçiş matrisinin sınırsız operatörler için tanımlanması probleminin üstesinden gelmek için yarı grup teorisi kullanılmaktadır [21]. Sonsuz boyutlu sistemlerde e^{At} ifadesinin tanımlanabilmesi problemin iyi konumlanmış olduğu anlamına gelmektedir. Burada iyi konumlanmışlık, sürekli bir çözümün olduğu, bu çözümün sürekli bir şekilde başlangıç koşuluna bağlı olduğu ve tek olduğu anlamına gelmektedir. Bu sebeple, üzerinde çalışılacak KDD'nin kontrolü için ilk adım problemin iyi konumlanmış olduğunu göstermektir.

Dağıtık parametrelili sistemlerin kontrolünde literatürde iki temel yaklaşım vardır: erken indirgeme ve geç indirgeme. Erken indirgeme tekniği, sonsuz boyutlu bir sistemin sonlu boyutlu bir modelini elde ederek kontrolcü tasarlamaya dayanan bir yaklaşımdır. Kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilen modelin sonlu model yaklaşımı, sonlu elemanlar yöntemi, sonlu farklar yöntemi veya modal yaklaşım gibi tekniklerle elde edilmektedir. Erken indirgeme tekniği birçok dezavantajı içinde barındırmaktadır.

Sonlu model yaklaşımı sonunda elde edilen modelin yüksek mertebelerde olması, uzamsal dinamiklerin kontrol tasarımına dahil edilememesi, [22]'de bahsedilen taşma (spillover) etkisi, bu yöntemle tasarlanan kontrolcülerde başlıca karşılaşılan problemlerdir [23].

Bir diğer yaklaşım olan geç indirgeme tekniği, herhangi bir model indirgeme yaklaşımına gerek duymadan uzamsal dinamikleri sentez aşamasında göz önünde bulundurarak doğrudan bir kontrol tasarımını baz almaktadır. Ancak, bu yaklaşımda kontrol tasarımında çeşitli zorluklarla karşılaşılmaktadır. Örneğin, LQR problemi için operatör Riccati denklemleri, çıkış düzeltme probleminin çözülebilirliğini göstermek için operatör Sylvester denklemleri çözülmelidir ki bu denklemlerin çözümleri zorlu bir iştir [24]. KDD ile ifade edilen sistemlerde tahrik ve ölçüm işlemleri iki türlü yapılmaktadır. Eyleyicilerin ve sensörlerin sınırlara yerleştirildiği problemler, sınır kontrol (boundary control) problemi, yüzey içine yerleştirildiği problemler ise alan içi (in-domain) kontrol problemi olarak anılmaktadır. Sınır değer kontrol problemleri için en yaygın yöntem Volterra-Integral dönüşümünün kullanımına dayanan geri adımlama yöntemidir [25]. Geri adımlama yönteminin, sonsuz boyutlu sistemler için klasik LQR problemine olan avantajı, çözümü oldukça zor olan operatör Riccati denklemlerine ihtiyaç duymadan, ters optimallik sağlamasıdır [26]. Geri adımlama yöntemi dışında, bir ileri yol kontrol problemi olan yassılık (flatness) temelli kontrol, frekans düzleminde tasarım teknikleri de geç indirgeme tekniği içerisinde kendine yer bulan bazı kontrol yöntemleridir [24], [27].

Çıkış regülasyonu problemi, sistem çıkışının, bir dış sistem tarafından üretilen çıkışı takip ederken, eş zamanlı olarak bozucu işaretlerin etkisini yok etmesini sağlayan bir kontrol kuralının bulunmasıdır. 70'li yıllarda önemli sonuçlar edilen çıkış regülasyonu problemi, kontrol edilmek istenen sistemin

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + D(t) \\ y(t) &= Cx(t) \\ x(0) &= x_0\end{aligned}\tag{1.1}$$

aşağıdaki formdaki

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= Sv(t) \\ y_r(t) &= Qv(t) \\ D(t) &= Pv(t) \\ v(0) &= v_0\end{aligned}\tag{1.2}$$

dış bir sistemden üretilen bozucu ve referans işaretleri için hatanın

$$e(t) = y(t) - y_r(t) \quad (1.3)$$

$t \rightarrow \infty$ için $e(t) \rightarrow 0$ olmasını amaçlamaktadır. Uyarlamalı optik sistemlerin kontrol amacı incelendiğinde, dalga cephesini bozan dinamik bir atmosferik türbülans yapısıyla beraber, DM tarafından düzeltilen dalga cephesi ve bozulan dalga cephesi arasındaki hatanın sıfıra götürülmek istendiği gözlenmektedir. Bununla beraber, literatürdeki çalışmaların dış sistem üzerindeki ilk kabulü olan dış sistem matrisi S 'nin spektrumunun imajiner eksen ve sağ yarı düzlemi kapsamı (bazı çalışmalarda sadece imajiner eksen) türbülansın zamanla değişen yapısını da gerçeklemeye olanak sağlamaktadır. DM'nin atmosferik türbülans tarafından bozulan dalga cephesinin şeklini taklit ederek düzeltmeye çalışması, uyarlamalı optik kontrol problemini aynı zamanda bir referans takip problemi olarak ele almamıza olanak tanımaktadır.

Denklem (1.1)-(1.3) ile tanımlanan çıkış regülasyonu problemi için literatürde ilk çalışmalar Johnson ve Davison'un çalışmalarıdır [28], [29]. Davison geri beslemenin hata üzerinden alındığı durumlarda, dayanıklı servomekanizma probleminin çözümü için gerek ve yeter şartlar elde etmiştir. Bu problem için tasarlanacak dayanıklı kontrolcüler, servo kompensatör ve kararlı kılan kompensatör olarak iki parçadan oluşacak şekilde tanımlanmıştır. Bu tanımlamaya göre, servocompensator, referans veya bozucu dinamikleri ve hatadan beslenmelidir. Stabilizing compensator ise servocompensatorle genişletilmiş (augmented) sistemin kararlılığı için kullanılmaktadır. Johnson'un çalışması ise durum kestirimine bağlı bir kontrol tasarımına bağlı bir çıkış düzeltme yaklaşımı benimsemekle beraber, kapalı çevrimin sistemin dayanıklılığıyla ilgili bazı problemlere sahiptir. Bu alandaki diğer öncü çalışmalardan biri olan Wonham'ın [30]'daki çalışması ise Davison ve Johnson'daki sonuçlarla ortak olan ve literatürde İç Model Prensibi olarak anılan teoremin geometrik şartlarını ortaya sunmaktadır. İç Model Prensibi'ne göre kontrol edilmek istenen sistemi kararlı kılacak kontrolcü yapısı, bozucu dinamiklerini içermeli ve kontrol edilecek çıkıştan beslenmelidir. Ayrıca bu problemin çözülebilmesi Sylvester denklemlerinin çözümüne denktir. Wonham'ın çalışmasında verilen IMP'nin geometrik şartları, doğrusal olmayan sistemlere, Isidori'nin çalışmasında Merkez Manifold Teoremi kullanılarak genişletilmiştir [31].

1.2 Tezin Amacı

Sonsuz boyutlu sistemlerin kontrolündeki ana yaklaşımlardan biri olan erken indirgeme yaklaşımında uzamsal ayırıklaştırma sonucu elde edilen modelin yüksek boyutlara sahip olması ve uzamsal dinamikleri göz ardı edilmesi birçok problemi beraberinde getirmektedir. Uzamsal dinamiklerin yok edilmesi, başta kapalı çevrim kararlılığı olmak üzere, performans anlamında da problemlere yol açmaktadır. Bu noktada, sonsuz boyutlu sistemin, sonlu boyutlu kontrolcüyle kapalı çevrim kararlılığının sağlanması için uygulanan yaklaşım şeması ve bu yaklaşımın derecesi büyük önem kazanmaktadır. 90'lı yıllarda, doğrusal sonlu boyutlu teori içinde yer alan kontrolcü tasarım tekniklerinin uygulandığı durumda, sonsuz boyutlu sistem üzerinde yaratacağı etkileri inceleyen birçok çalışma vardır. LQR probleminde operatör Riccati denklemlerinin çözümü için kullanılan yaklaşım şemaları [32], [33]'te, sonsuz boyutlu sistemlerin sonlu boyutlu kontrolcülerle kontrol edilmesi ve kapalı çevrim cevabının sonsuz boyutlu sisteme yakınsaklığı [34]'te incelenmiştir. Literatürdeki tüm bu çalışmalar göstermektedir ki, Galerkin yaklaşım şemasının kullanılması ve bu yaklaşımın yeterli büyüklükte olması durumunda, sonlu boyutlu kontrolcüyle elde edilen kapalı çevrim sistemin cevabı, çizge topolojisi anlamında, yaklaşım yapılmadan elde edilen kontrolcüyle olan kapalı çevrim sistemin cevabına yakınsayacaktır [35], [36], [37]. Bu çalışmalardan hareketle, çalışmada dağıtık parametrelili sistemlerin çıkış regülasyonu için sonlu boyutlu ve düşük dereceli iç model prensibine dayalı kontrolcü yapısı [38]'de önerilmiştir. Önerilen kontrolcülerin yeterli yaklaşım büyüklüğü sağlandığında, çizge topoloji anlamında yakınsaklığı da gösterilmiştir.

Tezin modelleme bölümünden sonra, [38] çalışmasındaki sonuçlar, UO sistem içindeki DM modelini temsil eden kısmi diferansiyel denklem için uygulanmıştır. İlk olarak, Galerkin yaklaşımının yeterli büyüklükte olması kavramı Kirchhoff plak denklemi için incelenip, kapalı çevrim kararlılığı için gerekli yaklaşım derecesi belirlenmiştir. Sonrasında ise, gözleyici ve iç model prensibine dayalı kontrolcü tasarlanmıştır. Kontrolcünün gözleyici kısmı, elde edilen yaklaşım sonucu derece olarak büyük olduğundan, dengeli model indirgeme tekniğiyle düşük dereceden elde edilmiştir. Tasarlanan kontrolcünün asimptotik bozucu bastırma ve yörünge takibini gerçekleştirdiği, benzetim sonuçlarıyla gösterilmiştir.

Literatür araştırması göstermiştir ki UO sistemlerin kontrolünde atmosferik türbülans etkisi belirli kabuller altında, doğrusal olmayan davranışı göz ardı edilerek modellenmiştir. Bununla beraber modelleme çalışmaları atmosferik türbülansı etkileyen rüzgar, nem, sıcaklık gibi değişken faktörler sabit birer değer olarak kabul edilip modelleme yapılmıştır. Ancak pratikte bu faktörler sabit olmayıp

sürekli değişkenlik göstermektedir. Örneğin, UO sistemlerin askeri uygulamalarında çalışma koşulları tamamen belirsizdir. Başka bir deyişle, etkisi yok edilecek bozucu veya takip edilecek yörünge tamamen belirsizdir. Ancak durum bu olsa bile UO sistemin dayanıklı bir şekilde asimptotik hata regülasyonu amacını yerine getirilmesi beklenmektedir. Uyarlamalı optik sistemlerin kullanımının birçok alanda artmasıyla beraber bu problem daha önemli bir hal almaktadır.

Francis ve Davison'un öncü çalışmaları yörünge ve bozucunun bilindiği takdirde bozucunun ve yörünge hata çıkışı üstündeki etkisini tamamen yok edecek kontrolcü yapısını ortaya koymuştur [29], [30]. Bu çalışmalara göre, çıkış regülasyonu problemini çözecek kontrolcü yapısı bozucu ve referans dinamiklerini çıkış sayısı kadar içermelidir. Dış sistem olarak anılan ve spekturumu imajiner eksen üzerinde yer alan bu sistem, kontrolcü yapısı içerisinde yer almalıdır. Bu yapı literatürde dış sistemin iç modeli olarak anılmaktadır. İç modelin rolü, çok değişkenli sistemlerde bozucudan performans çıkışına olan transfer matrisinde geçiş sıfırlarının bloklama etkisini kullanmaktan ibarettir. Bu yapıdaki kontrolcünün kararlı kılan bölümüyle de kapalı çevrimin kararlılığı sağlanmaktadır. Bu özellikler ayrıca parametrik belirsizlikler için dayanıklılık sağlamaktadır [39]. Geometrik olarak iç modelin kontrol içindeki görevi çıkışın sıfırlandığı bir alt uzayın varlığını oluşturup, kontrolcünün kararlı kılan bölümünün bu uzayı çekici kıldığı olarak yorumlanabilir [40]. Belirsiz yörünge takip problemi için, dış sistemin parametrelerinin belirsiz olduğu kabul edilmektedir. Buna bağlı olarak belirsiz parametreler doğrudan kontrolcü yapısı içerisinde yer almaktadır. Bu sebepten ötürü kontrolcü yapısındaki belirsiz parametreler uyarlamalı bir yapıyla kestirilmelidir.

Tezin takip eden bölümünde bu problem ele alınacaktır. Belirsiz yörünge, belirsiz dış sistem olarak parametrize edilip, frekanslardaki veya genlikteki ani değişimler tasarlanan uyarlamalı bir kontrol kuralıyla kompanze edilecektir. Uyarlama kuralıyla oluşacak doğrusal olmayan sistemin kararlılığı ise hata dinamikleri üzerinde LaSalle değişmezlik prensibiyle gösterilmiştir. Tezin bu bölümüyle beraber, erken indirgeme yaklaşımıyla dağıtık parametrelili sistemlerin asimptotik regülasyonu, uyarlamalı optik sistemler özelinde incelenmiştir.

Çıkış regülasyonu probleminin çözümü için Wonham'ın geliştirdiği geometrik teori, dağıtık parametrelili sistemlere Gilliam, Byrnes ve Laukó tarafından 2000 yılında genişletilmiştir [41]. Sylvester tipi operatör regülatör denklemlerinin çözümüne dair temellerin atıldığı bu çalışmayı takiben, düzenli doğrusal sistemler için statik geri beslemeli çıkış regülasyon problemi incelenmiştir [42]. Deutscher'in 2011'deki çalışmasında Johnson'un çalışmasının temellerine dayanarak Riesz-Spectral sistemler için sonlu boyutlu kontrolcü geliştirilmiştir. Geliştirilen bu kontrolcü dual gözleyici

yaklaşımı ile elde edilmiştir [43]. Birinci derece hiperbolik KDD'ler için durum geri besleme ve hata geri besleme çıkış regülasyon problemi [44]'te çalışmada ele alınmıştır. Bu çalışmanın devamı olarak [45]'te dağıtık parametrelili sistemlerin çıkış regülasyonu için sadece ölçülen çıkıştan faydalanılarak sınırlı giriş ve çıkış operatörleri için bir kontrolcü yapısı önerilmiştir. Ölçülen çıkışla performans çıkışının birbiriyle aynı olması gerekliliği esnetilmiştir. Birince derece hiperbolik sistemler üzerinde, önerilen kontrolcü yapısı benzetim sonuçlarıyla incelenmiştir. Sınırlı giriş operatörü ve sınırsız çıkış operatörü için iki tip kontrolcü önerilen [46]'da ilk olarak kontrol tasarımı için referans ve ölçülen çıkış kullanarak bir kontrol kuralı üretilmiştir. Sonrasında ise hata bilgisi kullanılarak kontrol tasarımı incelenmiştir. Literatürde bu alandaki çalışmalar incelendiğinde, hemen hemen tüm çalışmalarda çıkış regülasyonu problemi bozucu veya referans frekanslarının bilindiği durumlarda incelenmiştir. Belirsiz dışsistem için elde edilen ilk sonuç, [47]'de verilmiştir. Ancak bu çalışmada sistem kanonik yapılara çevrildiğinden, uygulanan yaklaşım yapısal kısıtlara sahiptir. [48] çalışmasında ise önerilen uyarlamalı yaklaşım, yapısal bir kısıta gerek duymamaktadır. Tezin 6. Bölümü'nde, belirsiz yörünge takibi problemi, KDD model üzerinde herhangi bir nümerik model yaklaşımı kullanılmadan, belirsiz frekanslara bağlı ileri yol kontrolcü, bir frekans kestirim şemasıyla önerilmiştir. Önerilen yaklaşımın başarısı, birinci derece hiperbolik KDD ve bir boyutlu ısı denklemi üzerinde gösterilmiştir.

Tezin son bölümünde ise Bölüm 2'de önerilen iç modele dayalı kontrolcü, deney düzeneğine uygulanarak, esnek deforme edilebilen bir aynanın referans takibi yapılmıştır.

1.3 Hipotez

UO sistemlerin birçok alanda kullanılmaya başlamasıyla, ilgili sistem için ortaya çıkan tamamen belirsiz çalışma koşullarında dalga cephesi hatasının regülasyonu problemi için önerilen yöntemlerle başarılı sonuçlar elde edilebilir. Aynı problem, KDD ile modellenen diğer sistemler için erken indirgeme yöntemine ihtiyaç duyulmadan çözülebilir. Önerilen kontrolcü yapıları, referans frekansların bilindiği durum için UO sistem gibi kompleks bir yapıda da başarıyla çalışabilir.

DEFORME EDİLEBİLEN AYNALARIN MODELLENMESİ

Deforme edilebilen aynalar Kirchoff plak teorisi kabulleri kullanılarak modellenip, iki uyumlu (biharmonic) KDD ile ifade edilir [49]. DM'nin matematiksel modeli,

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = u \quad (2.1)$$

olarak ifade ediliyor olup, D esneklik katsayısı

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.2)$$

şeklinde dir. Burada E , h ve ν sırasıyla elastisite modülü, aynanın kalınlığı ve Poisson oranıdır. Denklem (2.1)'de, ρ aynanın kesit yoğunluğu, w ise uzamsal değişkenlere bağlı $w(x, y, t)$ fonksiyonunu temsil etmektedir ($x, y \in [0, L]$ ve zaman değişkeni t). L ise kare aynanın bir kenarının uzunluğudur. Denklem (2.1)'in sağ tarafındaki u ise kontrol fonksiyonu olup,

$$u(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_a} b_i(x, y) u_i(t). \quad (2.3)$$

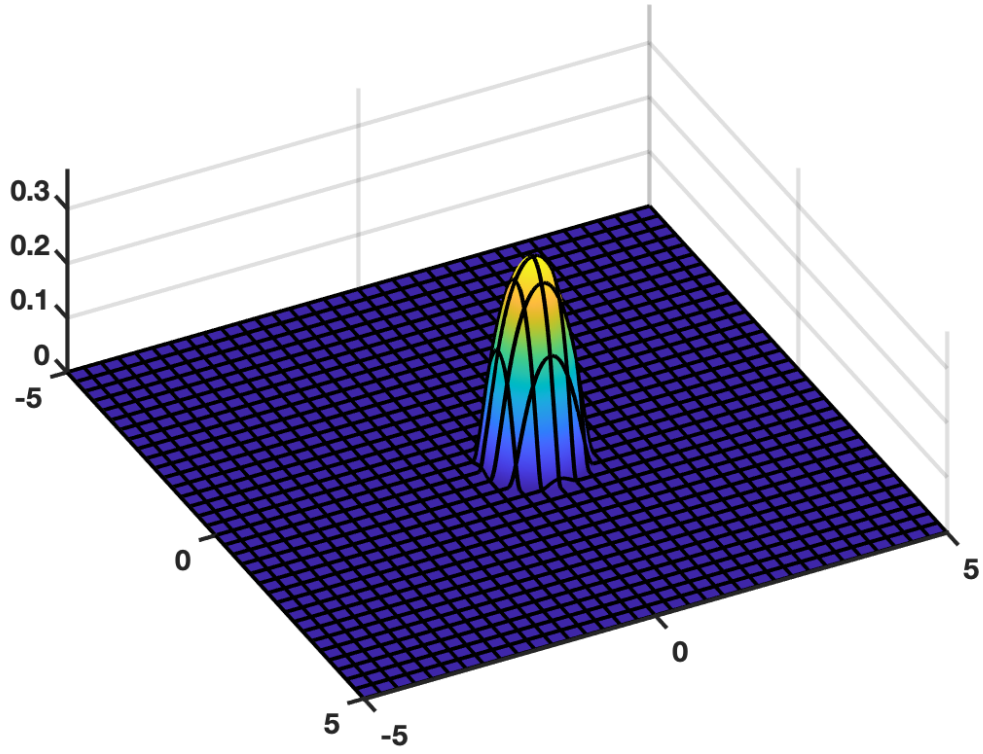
şeklinde ifade edilir. Burada $b_i(x, y)$ olarak verilen hörgüç fonksiyonu

$$b_i(x, y) = \exp \left(-\frac{1}{1 - ((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2)} \right) \cdot 1_{[\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} < \epsilon]} \quad (2.4)$$

ve

$$1_{[\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} < \epsilon]} = \begin{cases} 1, & \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} < \epsilon \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (2.5)$$

olmak üzere ϵ eyleyicinin nüfuz ettiği alanın yarıçapıdır. (x_i, y_i) pozisyonları ise bu alanın merkezidir. N_a eyleyici sayısı ve $u_i(t)$ ise aynaya i . eyleyici tarafından uygulanan kontrol işaretidir. Şekil 2.1'de hörgüç fonksiyonunun şekilsel gösterimi verilmektedir.



Şekil 2.1 Hörgüç fonksiyonu

DM'nin kenarlarından mesnetli olduğunu gösteren sınır koşulları ise

$$w|_{x=0,L} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0,L} = 0, \quad (2.6)$$

$$w|_{y=0,L} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y}|_{y=0,L} = 0. \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

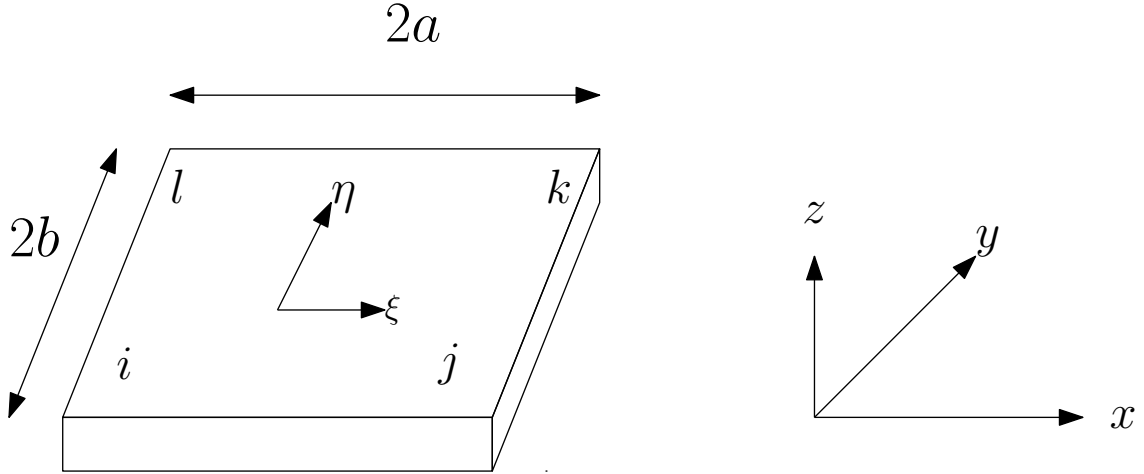
2.1 Deforme Edilebilen Aynanın Sonlu Elemanlar Yöntemi'yle Modellenmesi

SEY prosedürünün ilk adımı olan alt bölgelere ayrıklaştırma işlemi elektrostatik eyleyicilerin ayna yüzeyine kuvvet uyguladığı noktalar baz alınarak yapılmıştır. Şekil 2.2'de verilen kare sonlu elemanlara bölünen aynanın her bir düğüm noktasında üç adet serbestlik derecesi bulunmakla beraber bir sonlu elemanda toplam on iki tane serbestlik derecesi bulunmaktadır. Bu serbestlik dereceleri çökme (w), x eksenine göre eğim (θ_x) ve y eksenine göre eğimdir (θ_y). Yani düğümsel yer değiştirme vektörü a^e ,

e. sonlu eleman için

$$a^e = \begin{bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_k \\ a_l \end{bmatrix}, \quad a_i = \begin{bmatrix} w_i \\ \theta_{x_i} \\ \theta_{y_i} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

olarak gösterilir. a_i ifadesi statik durumu gösterirken, dinamik durumda $a_i, a_i(t)$ olarak anılmaktadır.



Şekil 2.2 Diktdörtgen sonlu eleman

SEY'de ayrılaşan bölgeleri temsil edecek polinomların belirlenmesi hassas bir işlemdir. Bu işlem için genellikle Lagrange polinomları, Hermite polinomları gibi birbirine dik polinom dizileri seçilmektedir. DM'nin alt bölgelerini temsil edecek polinomları elde etmenin ilk adımı olarak çökme fonksiyonunu aşağıdaki gibi

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \quad (2.9)$$

on iki terimli bir polinom olarak yazabiliriz. Denklem (2.9), matris formunda

$$w = P\alpha \quad (2.10)$$

$$P = (1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3, x^3y, xy^3) \quad (2.11)$$

şeklinde yazılabilir. i 'ninci düğüm için

$$w_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 x_i^2 + \alpha_5 x_i y_i + \alpha_6 y_i^2 + \alpha_7 x_i^3 + \alpha_8 x_i^2 y_i \quad (2.12)$$

$$+ \alpha_9 x_i y_i^2 + \alpha_{10} y_i^3 + \alpha_{11} x_i^3 y_i + \alpha_{12} x_i y_i^3$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i = \theta_{x_i} = \alpha_3 + \alpha_5 x_i + 2\alpha_6 y_i + \alpha_9 x_i^2 + 2\alpha_9 x_i y_i + 3\alpha_{10} y_i^2 + \alpha_{11} x_i^3 + \alpha_{12} x_i y_i^2 \quad (2.13)$$

$$-\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i = \theta_{y_i} = -\alpha_2 - 2\alpha_4 x_i - \alpha_5 y_i - 3\alpha_7 x_i^2 - 2\alpha_8 x_i y_i - 2\alpha_9 y_i^2 - 3\alpha_{11} x_i^2 y_i - \alpha_{12} y_i^3 \quad (2.14)$$

eşitliklerini bir sonlu eleman için matris formunda aşağıdaki gibi ifade ederek

$$a^e = C \alpha, \quad (2.15)$$

C burada 12×12 'lik ve düğümsel koordinatlara dayalı bir matris,

$$\alpha = C^{-1} a^e \quad (2.16)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade, denklem (2.10)'de yerine yazılırsa aday şekil fonksiyonları

$$w = PC^{-1} a^e = \varphi a^e. \quad (2.17)$$

olarak elde edilebilir. Dinamik durum için ise şekil fonksiyonlarının doğrusal kombinasyonu şeklinde aşağıdaki gibi elde edilir:

$$w^e(x, y, t) = \sum_{i=1}^{12} \varphi_i^e(x, y) a_i^e(t). \quad (2.18)$$

Ayrıklaştırma sonucu aynanın sürekli yapısının azaltılmasının matematiksel ifadesi denklem (2.1)'in zayıf veya varyasyonel formu ile ifade edilmektedir. Varyasyonel ifadeyi elde etmek için, aranan fonksiyonun ($w(x, y, t)$) özelliklerini de sağlayan bir test fonksiyonu ($v(x, y, t)$) ile kısmi diferansiyel denklemin çarpılıp yüzey üzerinde integral alınır. Kısmi integrasyon uygulanarak en üst mertebeli türevli ifadelerin mertebeleri test fonksiyonuyla eşitlenir. Bu prosedürü denklem (2.1) için uygularsak,

$$\int_{\Omega_e} \left(Dv \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2Dv \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + Dv \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h v \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - v f \right) dx dy = 0 \quad (2.19)$$

ifadesi elde edilir. Ω_e burada aynanın iki boyutlu yüzeyini ifade etmektedir. Denklem (2.19)'a kısmi integrasyon uygulanıp, (2.6) ve (2.7) ile verilen sınır koşulları

uygulanırsa, denklem (2.1)'in zayıf formu

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} D \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) dx dy \\ + \rho h \int_{\Omega_e} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} v dx dy - \int_{\Omega_e} \nu f dx dy = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

şeklinde elde edilir. Kısmi integrasyon ve sınır koşullarının uygulanma işlemlerinin detayları [50]'de verilmiştir. Test fonksiyonu v , w ile aynı özellikleri sağladığından

$$v^e(x, y, t) = \sum_{j=1}^{12} \varphi_j^e(x, y) a_j^e(t) \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (2.18) ve (2.21), denklem (2.20)'de yerine yazılırsa katkı matrisleri

$$\begin{aligned} K_{ij}^e = D \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial y^2} \right. \\ \left. + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x \partial y} \right) dx dy, \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$M_{ij}^e = \rho h \int_{\Omega_e} \varphi_j \varphi_i dx dy, \quad (2.23)$$

$$F_j^e = \int_{\Omega_e} \varphi_j u dx dy = \int_{\Omega_e} \varphi_j \sum_{i=1}^{N_a} b_i(x, y) u_i(t) \quad (2.24)$$

şeklinde elde edilir. Bu noktadan sonra katkı matrisleri sonlu eleman özelinde hesaplanarak, bir birleştirme algoritmasıyla sonlu boyutlu model elde edilir [51].

Denklem (2.1), sonlu eleman yaklaşımı uygulandıktan sonra aşağıdaki ADD takımı şeklinde elde edilebilir [52]:

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = Fu(t). \quad (2.25)$$

$M, K \in \mathbb{R}^{l \times l}$ matrisleri sırasıyla kütle ve katılık (stiffness) matrisini temsil etmektedir. Denklem (2.25)'in sağ tarafında kalan $F \in \mathbb{R}^{l \times N_a}$ matrisi ise girişlerin modele etki matrisini simgelemektedir. Düşümsel yer değiştirme vektörü $q \in \mathbb{R}^l$, her düşümsel noktada DM'nin çökme fonksiyonunun ayrıklaştırılmış hali ve eğim bilgilerini taşımaktadır. Denklem (2.1), herhangi bir yapısal sönüm ifadesi içermemektedir. Dolayısıyla fiziksel olarak anlamlı bir model elde etmek adına, sönüm faktörü hesaba

katılmalıdır. Bu yüzden Rayleigh sönüm modeli ($R = \alpha M + \beta K$), denklem (2.25)'e eklenmiştir.

$$M\ddot{q}(t) + R\dot{q}(t) + Kq(t) = Fu(t), \quad (2.26)$$

Sönüm modelinin katsayıları α ve β sistem davranışına uygun bir şekilde seçilmelidir. Düşümsel koordinatlardaki model (2.26), durum uzay formunda

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}R \end{bmatrix}}_A x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix}}_B u(t) \quad (2.27)$$

$$y(t) = Cx(t).$$

elde edilebilir. Burada $x(t) = \begin{bmatrix} q(t) & \dot{q}(t) \end{bmatrix}'$ durum vektörü $c \in \mathbb{R}^{2l}$, $A \in \mathbb{R}^{2l \times 2l}$ sistem matrisi, $B \in \mathbb{R}^{2l \times N_a}$ giriş matrisi ve $C \in \mathbb{R}^{l \times 2l}$ çıkış matrisidir.

Optik bozulmalara maruz kalan dalga cephesi, Zernike polinomları adı verilen zamana göre birbirine dik polinomların belirli katsayılarla çarpılmasıyla ifade edilmektedir. Bu katsayılar, atmosferik türbülans durum uzay şeklinde modellenmesi durumunda modelin durumlarını oluşturmaktadır. Ayna çıkışı ve dalga cephesini bozulmalarındaki farklı koordinatları eşlemek adına bir dönüşüm matrisi gerekmektedir. Bu dönüşüm matris ölçülen faz gradyanlarından elde edilmektedir ([53]).

2.2 Zernike Polinomların Dayalı Ayna Modelinin Çıkarımı

2.2.1 Zernike Polinomları

Dalga cephesi bozulmalarının dinamik yapısını ele alabilmek için, uygun bir modelleme yapılması gerekmektedir. Bu sebeble Zernike polinomları kullanılmaktadır. Bozulan dalga cephesi kutupsal koordinatlarda ($\phi(r, \theta, t)$)

$$\phi(r, \theta, t) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j(t) Z_j(r, \theta) \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir [54]. $c_j(t)$ burada Zernike katsayıları and $Z_j(r, \theta)$ ise

$$\begin{aligned}
Z_{even\ j}(r, \theta) &\triangleq \sqrt{n+1}R_n^m(r)\sqrt{2}\cos(m\theta), & m \neq 0, \\
Z_{odd\ j}(r, \theta) &\triangleq \sqrt{n+1}R_n^m(r)\sqrt{2}\sin(m\theta), & m \neq 0, \\
Z_j &\triangleq \sqrt{n+1}R_n^0(r), & m = 0
\end{aligned} \tag{2.29}$$

olarak kutupsal koordinatlarda birim çember üzerinde tanımlanan Zernike polinomlarıdır. $R_n^m(r)$ ifadesi

$$R_n^m(r) \triangleq \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! [\frac{n+m}{2} - k]! [\frac{n-m}{2} - k]!} r^{n-2k}. \tag{2.30}$$

şeklinde tanımlanabilir. Zernike polinomları kartezyen ve kutupsal formda Tablo 2.1’de, şekilleri ise Şekil 2.3’te verilmektedir.

Tablo 2.1 Kutupsal ve kartezyen koordinatlarda ilk yedi Zernike polinomu

Modların Adı	i	n	m	Kutupsal Koordinatlar Z_n^m	Kartezyen Koordinatlar Z_n^m
Piston	1	0	0	1	1
Tip	2	1	-1	$2r\sin(\theta)$	x
Tilt	3	1	1	$2r\cos(\theta)$	y
Astigmatism 45°	4	2	-2	$r^2\sin(2\theta)$	$2xy$
Defocus	5	2	0	$\sqrt{3}(2r^2 - 1)$	$2x^2 + 2y^2 - 1$
Astigmatism 0°	6	2	2	$\sqrt{6}r^2\cos(2\theta)$	$x^2 - y^2$
Trefoil 45°	7	3	-3	$\sqrt{8}r^3\sin(3\theta)$	$3x^2y - y^3$

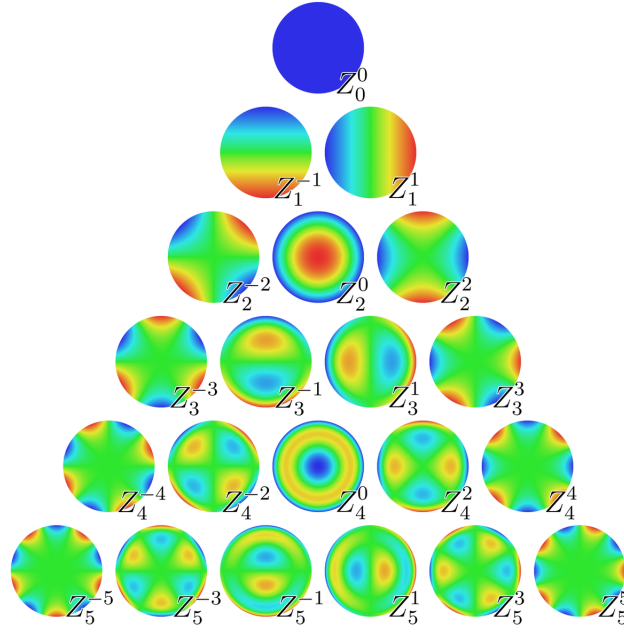
Literatürde, atmosferik türbülans, genellikle dalga cephesi bozulmalarının ana kaynağı olarak kabul edilip, alçak geçiren filtre yapısında

$$H_i(s) = \frac{2\pi f_{c_i}}{s + 2\pi f_{c_i}}, \tag{2.31}$$

modellenebilir. Alçak geçiren filtrenin kesim frekansları f_{c_i} , Zernike polinomlarının indisi n_i ’ye göre belirlenip

$$f_{c_i} \cong 0.3(n_i + 1) \frac{\mathcal{V}}{L_D} \tag{2.32}$$

ifadesiyle hesaplanabilir. Burada $\mathcal{V}$ rüzgar hızı, L_D ise mercek çapıdır. Detaylar için [13] ve [17] incelenilir. Bu tezde, yukarıda verilen modellemeden hareketle, kesim



Şekil 2.3 İlk 21 Zernike polinomu

frekansları belirsiz dalga cephesini oluşturan frekanslar ve bozucu etkiler olarak kabul edilmiştir.

2.3 Düşümsel Koordinatlardan Kipsel Koordinatlara Geçiş

(2.27)'da verilen modeli Zernike koordinatlarında elde etmek için düşümsel ve kipsel koordinatlar arasında bir dönüşüm gerekmektedir. Bir önceki bölümde atmosferik türbülansın Zernike polinomları cinsinden ifade edildiği belirtilmişti. Bu noktada ayna serbestlik dereceleri ($w(x, y, t)$) ve ($\theta_x(x, y, t)$, $\theta_y(x, y, t)$) ilk on dört Zernike polinomi cinsinden

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{14} c_i(t) Z_i(x, y) \quad (2.33)$$

$$\theta_y(x, y, t) = \sum_{i=1}^{14} c_i(t) \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial x} \quad (2.34)$$

$$\theta_x(x, y, t) = \sum_{i=1}^{14} c_i(t) \frac{\partial Z_i(x, y)}{\partial y} \quad (2.35)$$

şeklinde edilir. Dönüşüm matrisi ise kapalı formda

$$x(t) = Tc(t), \quad c(t) = T^\dagger x(t) \quad (2.36)$$

ve

$$T = \begin{bmatrix} Z_1(x_1, y_1) & \dots & Z_{14}(x_1, y_1) \\ \frac{\partial Z_1(x_1, y_1)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial Z_{14}(x_1, y_1)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial Z_1(x_1, y_1)}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial Z_{14}(x_1, y_1)}{\partial y_1} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ Z_1(x_n, y_n) & \dots & Z_{14}(x_n, y_n) \\ \frac{\partial Z_1(x_n, y_n)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial Z_{14}(x_n, y_n)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial Z_1(x_n, y_n)}{\partial y_n} & \dots & \frac{\partial Z_{14}(x_n, y_n)}{\partial y_n} \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$

şeklinde elde edilir. Böylelikle ayna modeli (2.27) kipsel koordinatlara aşağıdaki gibi dönüştürülebilir.

$$\begin{aligned} \dot{c}(t) &= T^\dagger \mathcal{A} T c(t) + T^\dagger \mathcal{B} u \\ y(t) &= \mathcal{C} T c(t) \end{aligned} \quad (2.38)$$

(2.27)'de verilen sonlu eleman modeli nümerik olarak kötü konumlandırılmış olmakla beraber kullanılan dönüşümün kare matris olmaması, ters alma işleminin yaklaşık olarak alındığı Moore-Penrose tersiyle yerine getirilmelisini zorunlu kılmıştır. Bu durum daha fazla nümerik problemlerin ortaya çıkmasına sebebiyet vermiştir. Yaklaşımın kontrol tasarımı açısından başarısını görmek adına düğümsel ve kipsel model arasında fark boşluksal metrik anlamında incelenmiştir. Boşluksal metrik, normalize edilmiş arasında asal çarpanlar üzerinden iki sistemin kapalı çevrim davranışları arasındaki farkı ölçen bir metriktir [55]. Başka bir deyişle iki model gap metrikte birbirine yakınsa, her iki sistem de benzer kazançlarla kararlı kılınabilir. Bu bağlamda kipsel ve düğümsel model arasındaki fark $\vec{\delta}_g(P_{kip}, P_{dugum}) = 0.0072$ şeklinde hesaplanmıştır.

UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLER İÇİN İÇ MODEL PRENSİBİNE DAYALI DÜŞÜK DERECELİ KONTROL TASARIMI VE BENZETİMİ

Asimptotik bozucu yok etme, yörünge takibi, başka bir deyişle çıkış regülasyonu problemi Kontrol Mühendisliği'nin başlıca problemlerinden biridir. Bu problemin çözülebilirliğiyle ilgili çalışmalar İç Model Prensibi adı altında 70'li yıllarda Francis ve Wonham tarafından yapılmıştır [30]. İlerleyen yıllarda, Francis ve Wonham tarafından geliştirilen bu teori, dağıtık parametrelili sistemlere ise [41], ve [56]'da genişletilmiştir. Bu araştırmada, [57]'de verilen, dağıtık parametrelili sistemin kararlı kılınabilir olması durumunda, sistemin sonlu boyutlu kontrolcü tasarımıyla da denetlenebiliyor olması sonucundan faydalanılarak, [38] çalışmasında önerilen düşük dereceli, İç Model Prensibi'ne dayalı kontrolcü yapısıyla esnek yapılı deforme edilebilen aynanın asimptotik regülasyonu sağlanmıştır. Buna ek olarak, [34]'te verilen Galerkin yöntemiyle yapılan modelleme yaklaşımının derecesinin yeteri kadar büyük olduğu durumunda, yaklaşım yapılan sistemin kapalı çevrim cevabının KDD modelinin kapalı çevrim cevabına yakınsayacağı sonucundan hareketle, sistemin kontrol tasarımı anlamında mesh analizi yapıp ilgili sistem için uygun mesh bulunmuştur. Galerkin yaklaşımı sonucu elde edilen yüksek mertebedeki modeller için tasarlanan kontrolcülerin boyutu pratikte karşılaşılabilecek problemler için dengeli model indirgeme yöntemiyle düşük dereceden elde edilmiştir. Önerilen yaklaşımın katkısı, deforme edilebilen aynaların kontrolünde böyle bir yaklaşımın eksikliğini doldurmakla beraber, esnek yapıların kontrolünde de genel bir yaklaşım getirmek olarak özetlenebilir.

3.1 Çıkış Regülasyon Teorisinin Temelleri

Aşağıda verilen durum uzay denklemini ele alalım

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D(t), \quad (3.1)$$

$$e(t) = Cx(t) + y_r(t), \quad (3.2)$$

$x \in \mathbb{R}^n$ durum vektörü, $u \in \mathbb{R}^m$ kontrol girişi ve $e \in \mathbb{R}^p$ sifra götürülecek hata fonksiyonudur. Bozucu $D(t)$ ve referans girişi $y_r(t)$, sabit ve sinüsoidal işaretlerin

$$D(t) = \begin{bmatrix} d_0, & d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1), \dots, d_k(\omega_k t + \phi_k) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$y_r(t) = \begin{bmatrix} d_0, & d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1), \dots, d_k(\omega_k t + \phi_k) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

doğrusal kombinasyonu biçiminde ifade edilmektedir. Uygun başlangıç koşulları seçilerek bozucu ve referans işaretleri (3.3) ve (3.4) sonlu boyutlu doğrusal bir sistem (dışsistem)

$$\dot{v}(t) = Sv(t) \quad (3.5)$$

$$D(t) = Pv(t) \quad (3.6)$$

$$y_r(t) = Qv(t) \quad (3.7)$$

tarafından gerçekleştirilebilir. Burada $w \in \mathbb{R}^{2k+1}$, $P \in \mathbb{R}^{n \times (2k+1)}$ ve $Q \in \mathbb{R}^{m \times (2k+1)}$. Sinüsoidal işaretleri gerçeklemek için S matrisinin spektrumu imajiner eksen üzerinde dağılmaktadır. Başka bir deyişle, S matrisi Lyapunov anlamda kararlıdır. Böylelikle S matrisi

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S} \end{bmatrix}, \quad \tilde{S} = \text{diag}(S_1, \dots, S_k) \quad (3.8)$$

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, k \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanabilir. ω_i sinüsoidal işaretlerin frekansıdır.

Yukardaki tanımlamaları takiben, *hata geri besleme kontrolcü problemi* aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\dot{\xi}(t) = \tilde{F}\xi(t) + \tilde{G}e(t), \quad u(t) = \tilde{H}\xi(t) \quad (3.10)$$

$\xi \in \mathbb{R}^p$ öyle ki

- i. Kapalı çevrim sistemin denge noktası $(x, \xi) = (0, 0)$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\tilde{H}\xi(t), \quad \dot{\xi}(t) = \tilde{F}\xi(t) + \tilde{G}Cx(t)$$

$v(t) = 0$ iken üstel kararlı olmalıdır.

- ii. $v(t) \neq 0$ iken $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\tilde{H}\xi(t) + Pv(t), \quad \dot{\xi}(t) = \tilde{F}\xi(t) + \tilde{G}Cx(t) + \tilde{G}v(t)$$

$$\dot{v}(t) = Sv(t)$$

sağlanmalıdır.

Aşağıdaki kabuller altında,

1. (A, B, C) sisteminin geçiş sıfırları, S matrisinin spektrumundan tamamen farklı olmalıdır.
2. (A, B) çifti kararlıkılınabilir.
3. (A, C) çifti algılanabilirdir..

tanımlanan problemin çözülebilirliği aşağıdaki lemma ile verilmiştir.

Lemma 3.1 ([58]). *1-3 kabulleri altında, eğer*

$$\Pi S = A\Pi + B\Gamma + P \tag{3.11}$$

$$0 = C\Pi + Q \tag{3.12}$$

denklemlerini sağlayan tek bir Π , Γ varsa hata geri besleme problemini çözen bir kontrolcü vardır.

3.2 Kontrol Tasarımı

Bir önceki bölümde tanımlanan problemin çözümü için önerilen düşük dereceli ve sonlu boyutlu kontrol yapısı

$$\dot{z}_1(t) = G_1 z_1(t) + G_2 e(t) \tag{3.13}$$

$$\dot{z}_2(t) = (A_L^r + B_L^r K_2^r) z_1(t) + B_L^r K_1^r z_1(t) - L^r e(t) \tag{3.14}$$

$$u(t) = K_1 z_1(t) + K_2^r z_2(t) \tag{3.15}$$

şeklindedir. G_1 , G_2 ve K_1^N kontrolcü içindeki iç modeli oluşturmaktadır. $(G_1, G_2, A_L^r, B_L^r, K_1, K_2^r, L^r)$ aşağıdaki adımlar doğrultusunda seçilir:

- İç model sistem matrisi, dış sistemin performans çıkışı kadar kopyalanmasıyla yani $G_1 = \text{diag}(S, \dots, S) \in \mathbb{R}^{p(2k+1) \times p(2k+1)}$ şeklinde seçilebilir. G_2 matrisi ise, (G_1, G_2) çiftini kontroledilebilir kılacak şekilde seçilmelidir.
- İç model ile genişletilmiş (3.1) matrisi $A_s = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 C \\ 0 & A \end{bmatrix}$, $B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}$ matrislerini ve (A, C) çiftini kararlı kılacak $K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$ ve L kazançları herhangi bir kazanç hesaplama yöntemiyle hesaplanır.
- $r \in \mathbb{N}$ için yeteri kadar büyüklükte bir $r \leq 2n$ için $(A + LC, \begin{bmatrix} B & L \end{bmatrix}, K_2)$ sistemine dengeli model indirgeme uygulanarak düşük dereceden $(A_L^r, \begin{bmatrix} B_L^r & L^r \end{bmatrix}, K_2^r)$ elde edilir [55].

Teorem 3.1 ([38]). *Sonlu boyutlu kontrolcü (3.13)-(3.15), yeterli kontrolcü derecesi r ve sistem modelinin yeterli büyüklükteki Galerkin yaklaşımı derecesi N sağlandığı takdirde, asimptotik regülasyon problemini çözer.*

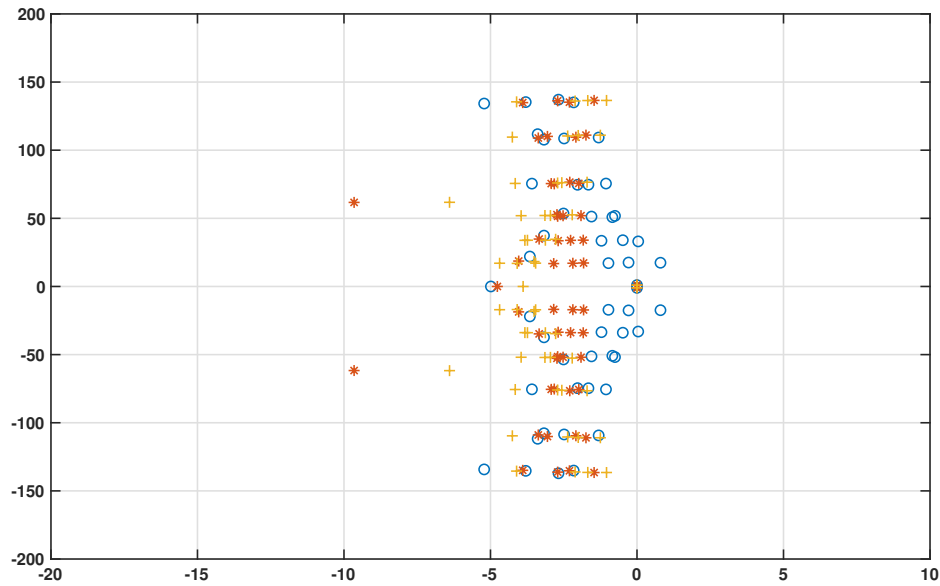
3.3 Nümerik Sonuçlar

İç Model Prensipli'ne dayalı düşük dereceli kontrolcünün başarısını göstermek için UO sistem, $m = 25$ adet eyleyicili ve çıkış olarak $p = 5$ optik bozulma modunu içeren bir şekilde modellenmiştir. Sistemin KDD modeli (2.1)'i mümkün olan en yakın yaklaşımla ifade edebilmek adına esnek DM, 900 (30×30) sonlu elemanla ayrıklaştırılmıştır. Kontrol tasarımı içinse farklı mesh aralıklarında kontrol tasarımı yapıp 900 sonlu elemanla ayrıklaştırılmış sistemin kapalı çevrim matrisinin (A_{cl}) özdeğerlerinin sapması incelenmiştir. Tablo 3.1'de farklı meshlere göre sistem dereceleri verilmiştir. K ve L kazançları Matlab'in lqr komutuyla hesaplanmıştır. Tablo 3.1'deki meshler doğrultusunda hesaplanan K ve L kazançlarının 30×30 meshle ifade edilen sisteme uygulanmasıyla ortaya çıkan kapalı çevrim özdeğerlerinin sapması Şekil 3.1'de verilmiştir. 6×6 'lık mesh ile tasarlanan kontrolcünün kapalı çevrim kararlılığını sağlayamadığı gözükmemektedir. Bununla beraber 12×12 'lik ve 18×18 'lik meshlerle tasarlanan kontrolcülerle kapalı çevrim özdeğerlerindeki sapmalara rağmen kapalı çevrim kararlılığı sağlanmıştır. Bu sonuçla, düşük dereceli kontrol tasarımı için 12×12 'lik mesh ile modellenmiş sistem üzerinden devam edilebilir. Sistemin durumlarının enerjisini belirleyen Hankel tekil değerleri üzerinden bir model indirgeme yapılacağından, sistemin durumlarına karşılık gelen küçük Hankel tekil değerleri ihmal edilebilir. Matlab'in balred komutuyla bir önceki

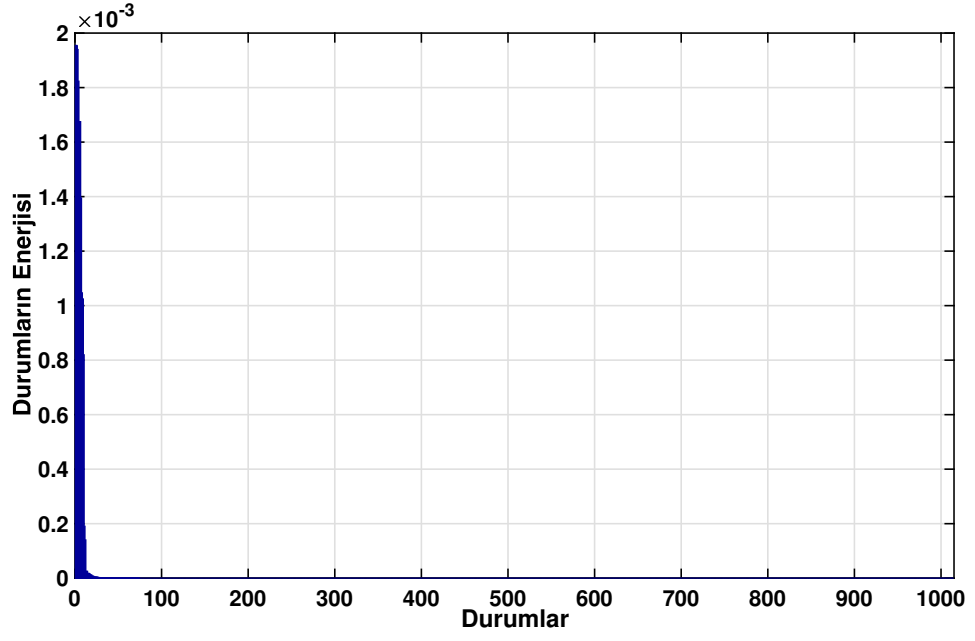
bölümde anlatılan kontrolcü tasarım adımları izlenerek kontrolcünün derecesi $r = 12$ 'ye indirilmiştir. $\omega = [18 \ 34.5 \ 52.5 \ 76.5 \ 111 \ 136.5]$ frekanslarının doğrusal kombinasyonlarından oluşan bozucu ve referans girişleri karşısında tasarlanan kontrolcünün performansı Şekil 3.4-3.8'de görülebilir. Tüm şekillerde gözüktüğü üzere, tasarlanan düşük dereceli kontrolcü asimptotik hata sıfırlama amacını başarıyla yerine getirmiştir. Tam dereceli kontrolcü ve düşük dereceli kontrolcüyle elde edilen kapalı çevrim özdeğerleri Şekil 3.3'te verilmiştir. Sistemin karakteristiğini belirleyen baskın özdeğerlerin olduğu bölgede her iki kontrolcüyle elde edilen kapalı çevrim özdeğerleri örtüşmektedir.

Tablo 3.1 $m=25$ için farklı meshlere göre sistem mertebeleri

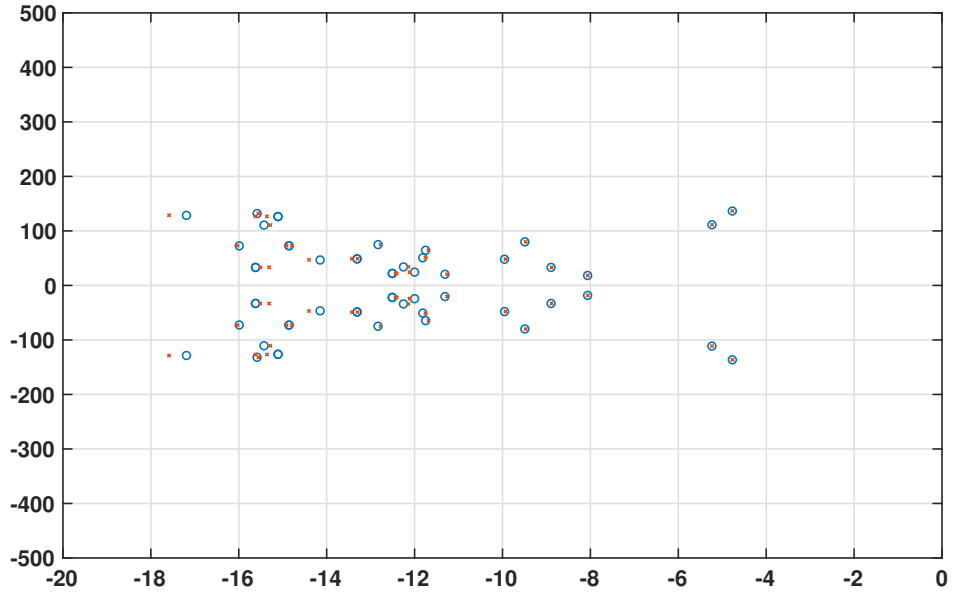
Sonlu Eleman Ağı	Sistem Mertebesi
6×6	294
12×12	1014
18×18	2166
30×30	5766



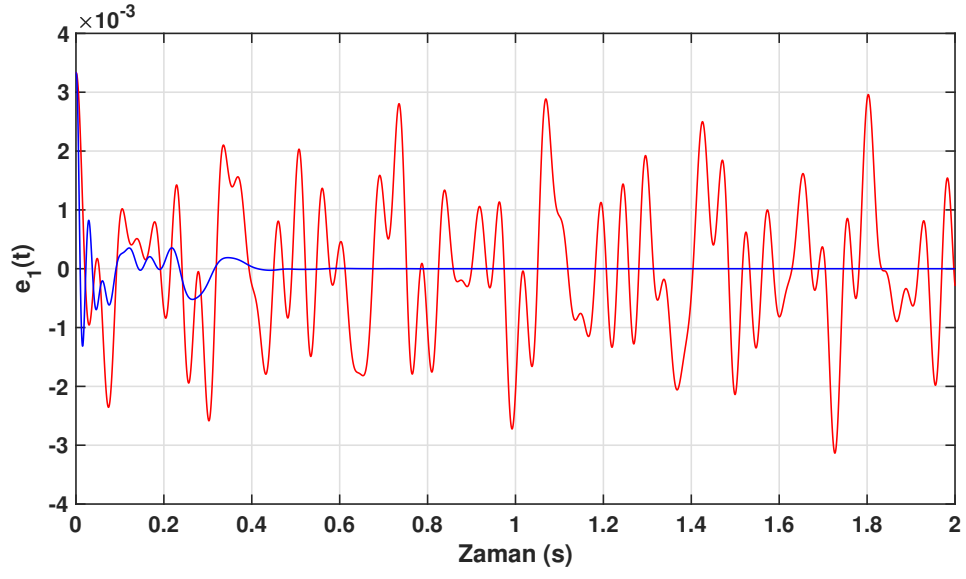
Şekil 3.1 30×30 'luk meshe bölünmüş sistemin 6×6 'lık mesh (mavi yuvarlak), 12×12 'lik mesh (kırmızı yıldız) ve 18×18 'lik mesh (sarı artı) ile tasarlanan kontrolcülerle kapalı çevrim öz değerleri



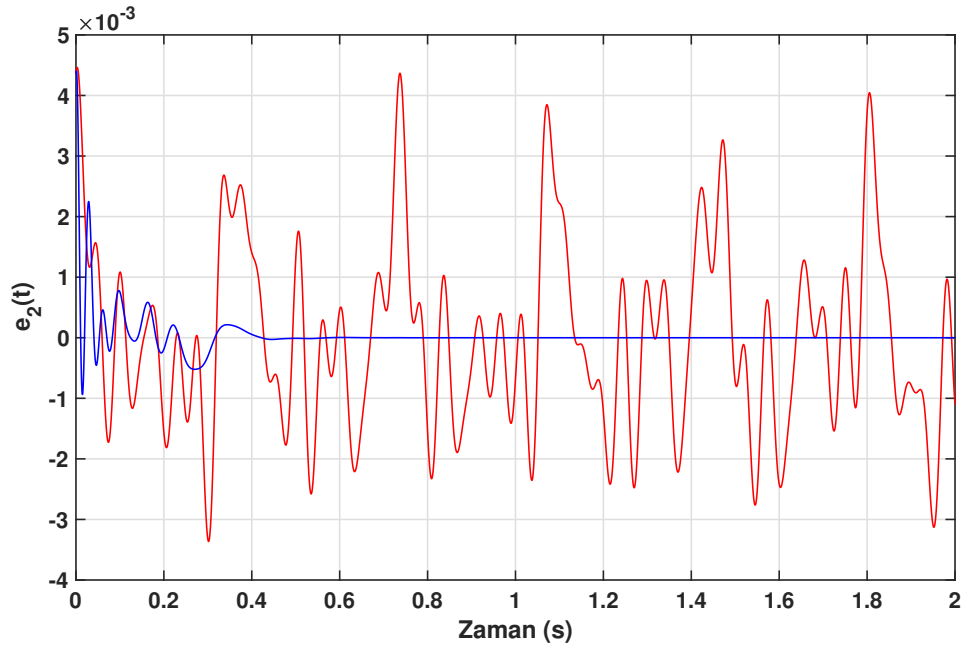
Şekil 3.2 Sistem Hankel tekil değerleri



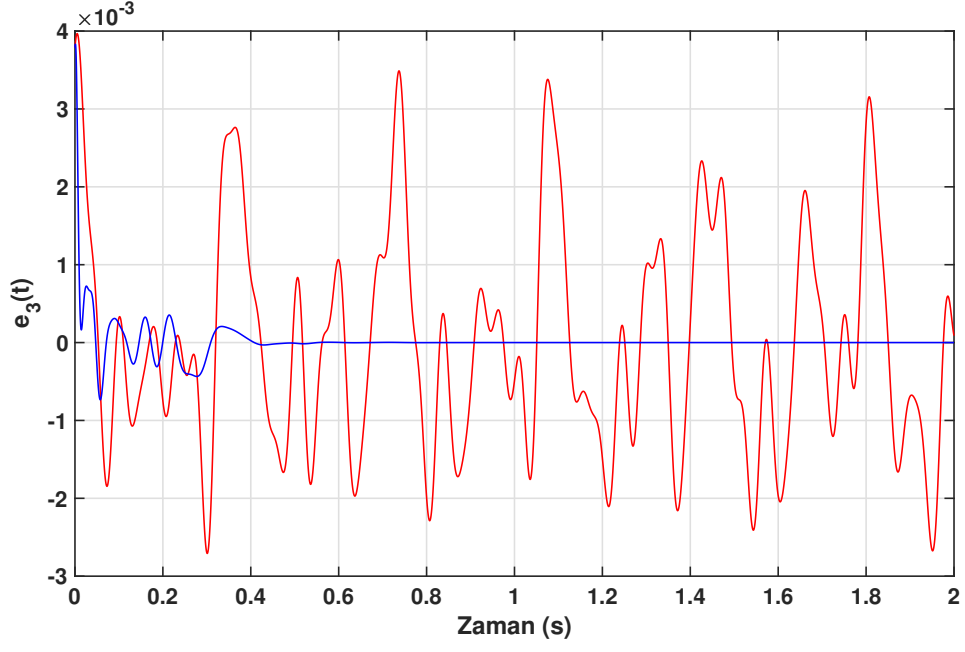
Şekil 3.3 Düşük dereceli (kırmızı çarpı) ve tam dereceli (mavi yuvarlak) kontrolcülerle kapalı çevrim özdeğerleri



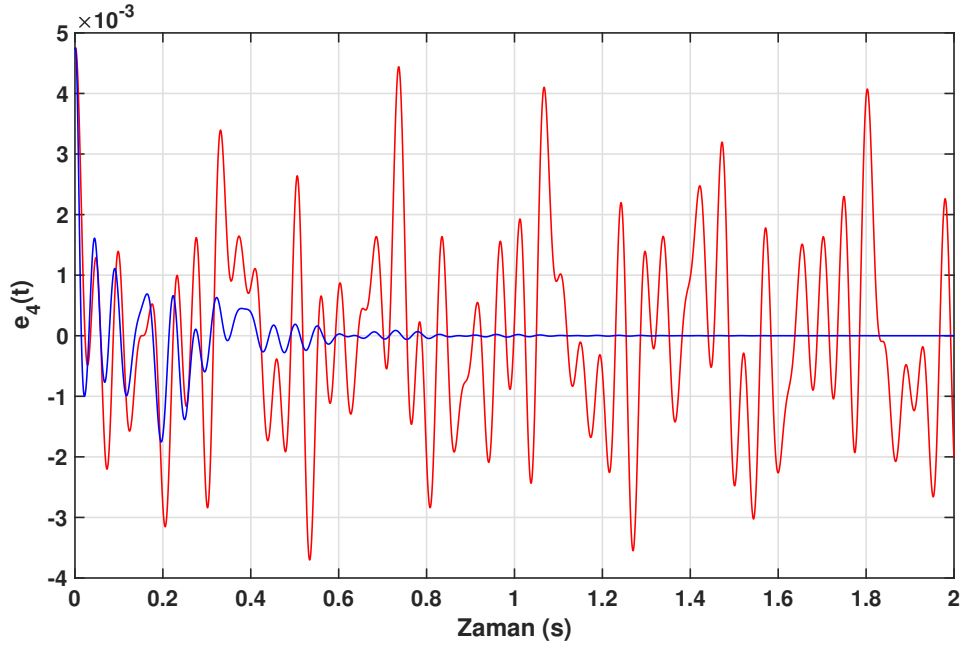
Şekil 3.4 Birinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları



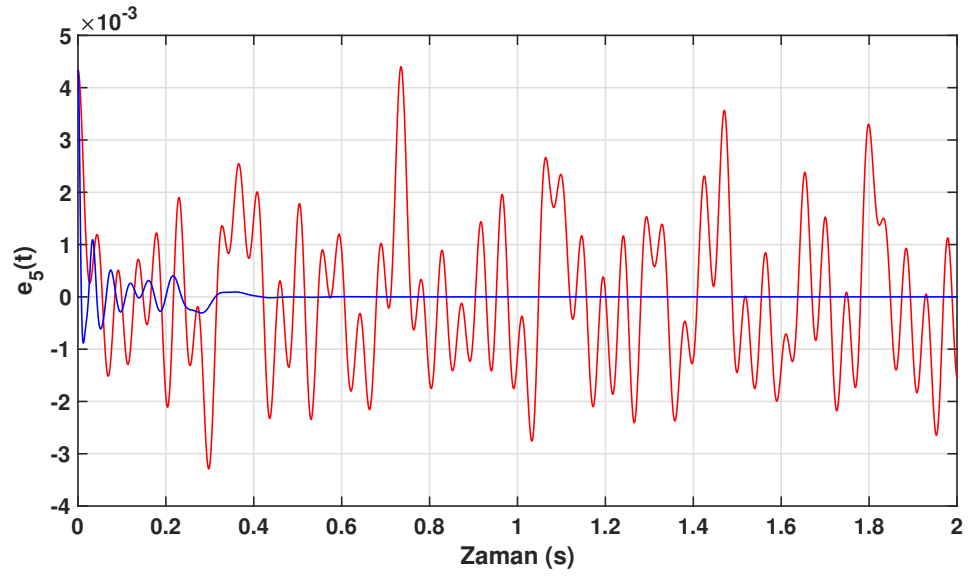
Şekil 3.5 İkinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları



Şekil 3.6 Üçüncü optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları



Şekil 3.7 Dördüncü optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları



Şekil 3.8 Beşinci optik kip için açık çevrim (kırmızı) ve kapalı çevrim (mavi) hata çıkışları

UYARLAMALI OPTİK SİSTEMLERİN UYARLAMALI ÇIKIŞ REGÜLASYONU

DM'ler atmosferik türbülans kaynaklı dalga cephesi bozulmalarının şeklini almaya çalışarak dalga cephesini düzeltmeye çalışmaktadır. Ölçümün hata üzerinden olması ve kontrolcünün hata geri besleme ile beslenmesi yönünden uyarlamalı optik sistemlerin kontrolü problemi, bir referans takip problemi olarak görülebilir. Literatürde asimptotik referans takibi için genellikle üç teknik mevcuttur: dinamik ters ile takip, uyarlamalı takip ve iç model yaklaşımıyla takip. Dinamik ters yönteminin kullanımı için başlangıç koşulunun ve referans yörüngesinin kesin olarak bilgisi gereklidir. Sistem parametrelerinde ve takip edilecek yörüngede belirsizlikler olan durumlarda bu yöntem kullanılamamaktadır. Uyarlamalı takip yöntemi ise parametrik belirsizlikler karşısında başarılı olsa da yörüngesinin kesin bilgisine ihtiyaç vardır. Ancak tıpkı dinamik ters takip yöntemi gibi uyarlamalı takip yöntemi de takip edilecek yörüngesinin kesin bilgisine ihtiyaç duymaktadır. Diğer taraftan iç model yaklaşımıyla takip yöntemi, parametrik belirsizliklere karşı dayanıklı olması yanında, belirsiz bozucuları bastırma veya belirsiz yörüngeleri takip konusunda da başarılı sonuçlar vermektedir [59]. Tezin bu bölümünde uyarlamalı iç model kontrolü, UO sistemler özelinde belirsiz referans takibi problemi için incelenecektir.

Sistem durumlarının ideal durağan hal ile arasındaki hatayı veren $\tilde{x}(t) = x(t) - \Pi v(t)$ ve $w_{i,j}(t) = \Gamma_i S^{j-1} v(t)$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, 2k + 1$, dönüşümleri altında, sistem (3.1)-(3.2)

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= A\tilde{x}(t) + Bu(t) - BHv(t) \\ e(t) &= C\tilde{x}(t) \\ \dot{w}(t) &= \Phi(\theta)w(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

şeklinde yazılabilir. İç model prensibine göre, hata geri besleme problemini çözecek kontrolcü yapısı

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 K - G_1 C_0 & 0 \\ -G_2 C_0 & \Phi(\theta) \end{bmatrix} \quad \tilde{G} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{H} = \begin{bmatrix} K & H \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

şeklinde, $\Phi(\theta) = \text{diag}(\bar{\Phi}, \dots, \bar{\Phi}) \in \mathbb{R}^{m(2k+1) \times m(2k+1)}$ and $\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} 0_{2k \times 1} & I_{2p} \\ 0 & v(\theta) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(2k+1) \times (2k+1)}$, $v(\theta) = [-\theta_1 \ 0 \ -\theta_2 \ \dots \ -\theta_k \ 0]$ tanımlamaları ile verilmiştir. θ_i parametreleri S matrisinin karakteristik polinomlarının katsayılarıdır. G_1 ve G_2 $\begin{bmatrix} A_0 - G_1 C_0 & -B_0 H \\ -G_2 C_0 & \Phi(\theta) \end{bmatrix}$ matrisini Hurwitz yapacak şekilde seçilmelidir.

4.1 Uyarlamalı Çıkış Regülasyonu

Bu bölümde, uyarlamalı iç model kontrolcü tanımlanacaktır. Kullanılacak frekans kestirici yapısı Obregon'un 2002 tarihli çalışmasında verilmiştir ([60]).

Nominal sistem (A_0, B_0, C_0) ve (θ, Ψ) matrisleri için, $M(\hat{\theta})$ ve $\tilde{\Pi}(\hat{\theta})$ matrisleri

$$\tilde{\Pi}(\hat{\theta})\Phi(\hat{\theta}) = A_0\tilde{\Pi}(\hat{\theta}) + B_0M(\hat{\theta}) + \Theta \quad (4.3)$$

$$0 = C_0\tilde{\Pi}(\hat{\theta}) + \Psi. \quad (4.4)$$

denklem takımının çözümünden elde edilebilir. $\zeta(0)$ başlangıç koşulu için $\zeta(t) = \Phi(\theta)\zeta(t)$, öyle ki $H\zeta(t) = M(\theta)\zeta(t)$. Sistem (4.1)'in nominal değerleri alınıp $\eta(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{\Pi}(\theta)\zeta(t)$ dönüşümü tanımlanarak,

$$\dot{\eta}(t) = A_0\eta(t) + B_0u(t) + \Theta\zeta(t) \quad (4.5)$$

$$\dot{\zeta}(t) = \Phi(\theta)\zeta(t) \quad (4.6)$$

$$e(t) = C_0\eta(t) + \Psi\zeta(t) \quad (4.7)$$

sistemi elde edilir. Θ ve Ψ 'nin seçimi aşağıdaki teoremde verilmektedir.

Teorem 4.1 ([58]). (1)-(3) kabulleri ve $d_i \neq 0$, $\omega_i \neq 0$, $i = 1, \dots, k$ ve $\omega_i \neq \omega_j$, $i \neq j$ altında, (4.3)-(4.4)'deki Ψ , Θ matrisleri aşağıdaki gibi seçilir. $\Psi \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z(2k+1)}$, bir köşegen matris

$$\Psi = \text{diag}(\Psi_1, \dots, \Psi_{n_z}) \quad (4.8)$$

ve $\Psi_j = [\psi_{(1,j)} \ \psi_{(2,j)} \ \dots \ \psi_{((2k+1),j)}]$ for $j = 1, \dots, n_z$ Hurwitz bir polinomun

$$P_j(\xi) = \sum_{i=0}^{2k} (\psi_{((i+1),j)} / \psi_{((2k+1),j)}) \xi^i \quad \text{for } j = 1, \dots, n_z \quad (4.9)$$

katsayıları olarak seçilebilir. Θ ise $(A - G_1 C_0)$ ifadesini kararlı kılan G_1 ve Ψ için $\Theta = G_1 \Psi$ olarak seçilebilir. Bu seçimlere takiben, önerilen uyarlamalı kontrolcü

$$\dot{\zeta}_1(t) = A_0 \zeta_1(t) + \Theta \zeta_2(t) + B_0 u(t) + G_1(e(t) - \hat{e}(t)) \quad (4.10)$$

$$\dot{\zeta}_2(t) = \Phi(\hat{\theta}) \zeta_2(t) + G_2(e(t) - \hat{e}(t)) \quad (4.11)$$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = -\Delta \Omega(t)(e(t) - \hat{e}(t)) \quad (4.12)$$

$$u(t) = K \zeta_1 + \varphi(\hat{\theta}) \zeta_2(t) \quad (4.13)$$

olarak ifade edilir. Burada K , $(A_0 + B_0 K)$ ifadesini kararlı kılan bir kazanç ve $\varphi(\hat{\theta}) = (M(\hat{\theta}) - K \tilde{\Pi}(\hat{\theta}))$ şeklindedir. Hatanın kestirimi, $\hat{e}(t)$, sistem durumlarının kestirimi ve iç modelin durumlarının kestirimi kullanılarak

$$\hat{e}(t) = C_0 \zeta_1(t) + \Psi \zeta_2(t) \quad (4.14)$$

olarak oluşturulur. Uyarlama kazancı köşegen bir matris olarak $\Delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_k) > 0$, $\Delta_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, k$ şeklinde seçilebilir. İç modelin durumları $\zeta_2 = [\zeta_1' \dots \zeta_{n_z}']' \in \mathbb{R}^{n_z(2k+1)}$,

$$\bar{\zeta}_j(t) = [\bar{\zeta}_{1,j} \quad \bar{\zeta}_{2,j} \quad \dots \quad \bar{\zeta}_{2k+1,j}]' \in \mathbb{R}^{(2k+1)} \quad (4.15)$$

$$\Omega(t) = [\alpha_1(t) \quad \alpha_2(t) \quad \dots \quad \alpha_{n_z}(t)] \in \mathbb{R}^{k \times n_z} \quad (4.16)$$

$$\alpha_j(t) = [\bar{\zeta}_{2,j} \quad \bar{\zeta}_{4,j} \quad \dots \quad \bar{\zeta}_{2k,j}]' \in \mathbb{R}^k. \quad (4.17)$$

şeklinde ayrıştırılabilir. Son olarak G_2 , $G_2 = \text{diag}(G_{(2,1)}, \dots, G_{(2,n_z)}) \in \mathbb{R}^{(2k+1)n_z \times n_z}$, şeklinde köşegen bir matris olarak seçilip benzer şekilde

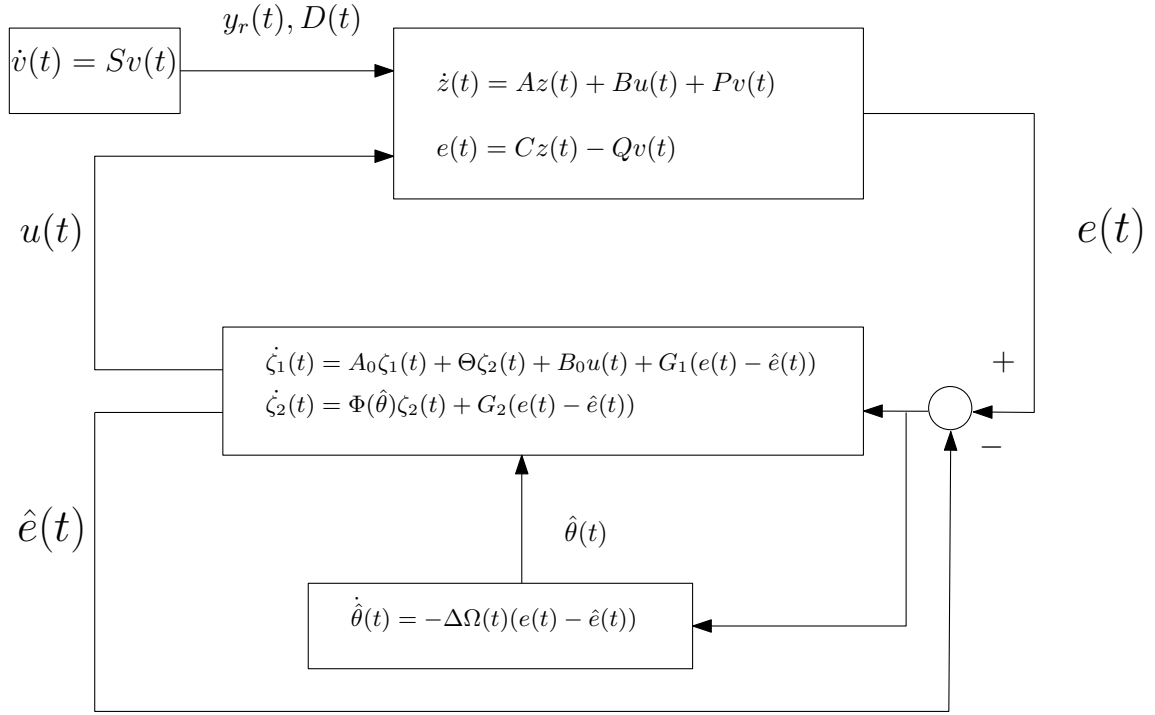
$$G_{(2,j)} = [0 \quad \dots \quad g_{1,j} \quad g_{2,j}]' \in \mathbb{R}^{2k+1} \quad (4.18)$$

ayrıştırılabilir. Burada $g_{1,j} = 1/\Psi_{(2k+1),j}$, $g_{2,j} > 0$, $j = 1, \dots, n_z$. Eğer (4.10)-(4.13)'nin parametreleri ifade edildiği gibi seçilirse, önerilen uyarlamalı kontrolcü, nominal değerlerin (A_0, B_0, C_0) etrafında oluşacak parametre belirsizliklerine dayanıklı bir şekilde asimptotik regülasyonu sağlayacaktır. Dahası, $e(t)$, $\hat{z}(t)$ ve $\hat{\theta}(t) - \theta$ değişkenleri üstel olarak sifıra yakınsayacaktır.

İspat. Teorem 4.1, hata dinamikleri elde edilerek LaSalle Değişmezlik Prensibi yaklaşımı kullanılarak ispatlanır. Detaylar için [58] incelenebilir. ■

Yorum 4.1. (4.10)-(4.13)'te verilen kontrolcüyü inşa etmek için, doğrusal matris denklemleri (4.3)-(4.4) çözümlidir. Bu denklemlerin çözümü için kullanılabilecek muhtemel çözümlerden bir tanesi, bu matris denklemlerini, doğrusal matris

eşitliğine, $A_m(\theta)X = b_m$, çevirmektir. Burada X , $\tilde{\Gamma}(\theta)$ ve $M(\theta)$ 'nin bilinmeyen parametrelerinden oluşan bir vektördür. Denklemin sağ tarafındaki b_m , Θ ve Ψ 'nin parametrelerinden oluşmaktadır ve A_m katsayı matrisidir. Kararlı kılan K ve G_1 gözleyici kazançları doğrusal sistem teorisi içerisindeki LQR, $\mathcal{H}_\infty$ veya kutup atama yöntemlerinden biriyle seçilebilir. Önerilen kontrolcünün blok şeması Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1 Önerilen kontrolcünün blok şeması

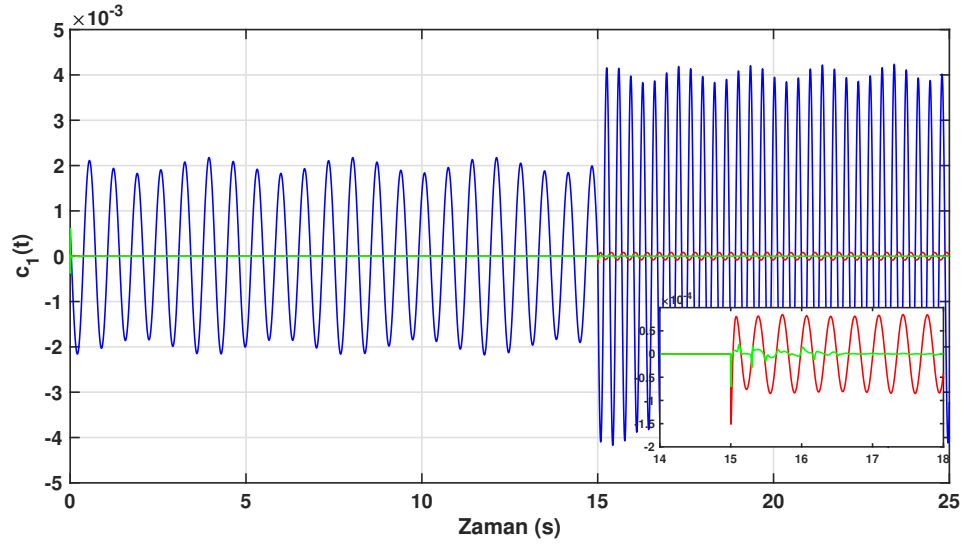
4.2 Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, önerilen uyarlamalı kontrol şemasının başarısı, UO sistemin Zernike modlarından oluşan modeli (2.38) üstünde test edilmiştir. Bozucu işaretleri, UO sistemin üzerine inşa edildiği platform titreşimleri olarak kabul edilebilirken, referans işaretleri belirsiz bozulmuş dalga cephesi formu olarak düşünülebilir. UO sistemin modeli (2.38), nümerik problemler ve hesaplama yükü göz önünde bulundurularak dört giriş, dört çıkış formunda ele alınmıştır. Çıkışlar; tip, tilt, astigmatizm 45° ve defocus modları olmak üzere dört Zernike modu olarak seçildi. DM'nin parametreleri ise $E = 63 \times 10^9 \text{ Pa}$, $\nu = 0.2$, $\rho = 2.23 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h = 2 \text{ mm}$. Denklem (4.10)'de önerilen uyarlamalı kontrolcüyü uygulayabilmek için, belirsiz parametrelere bağlı (4.3)-(4.4) matris denklemleri çözülmesi gerekmektedir. Kontrol kazancı K ve gözleyici kazancı G_1 , MATLAB'in lqr komutuyla elde edilmiş olup, uyarlama kazancı ise $\Delta_i = 2 \times 10^{17}$, $i = 1, 2, 3, 4$ olarak seçilmiştir.

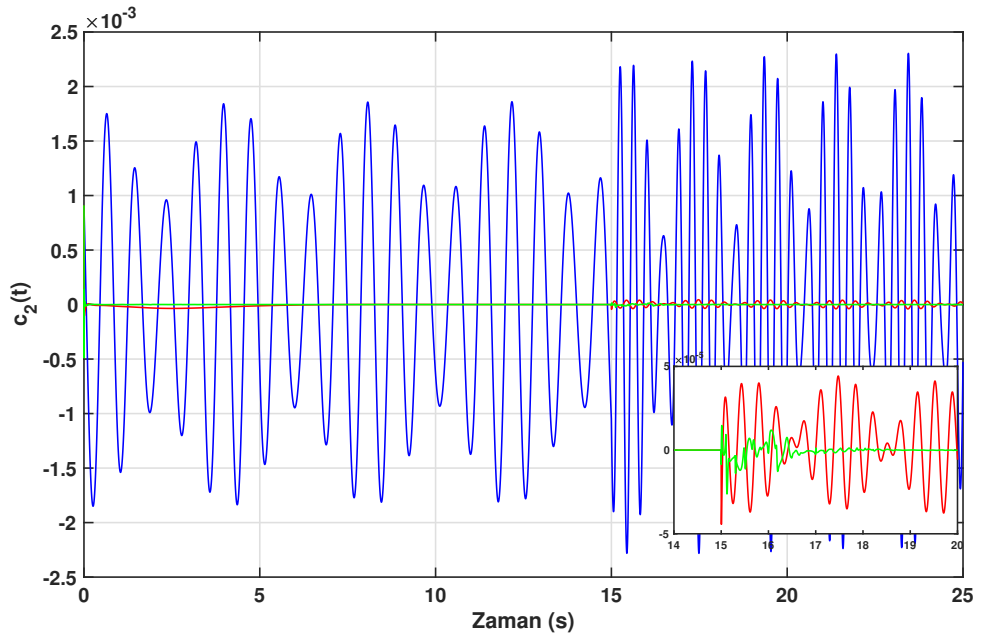
Önerilen yöntemin başarısını göstermek için ilk olarak başlangıç frekansları $t = 15$ s’de iki katına çıkmıştır. Başlangıç frekansları, farklı rüzgar hızlarına göre denklem (2.32)’den elde edilmiştir. Rüzgar hızları, gerçekçi bir senaryoyu ele almak adına Güney Kore’deki Bohyun Gözlemevi’ndeki ölçümlere dayanarak belirlenmiştir. Bu ölçümlere göre rüzgarı hızları $2.58 - 20.8$ m/s arasında değişmektedir [61]. Rüzgar hızları $\mathcal{V} = 4.5, 8.5, 8.63, 10.25$ m/s ve $L_D = 1$ m için, başlangıç frekansları $\omega_1 = 2.7$ rad/s, $\omega_2 = 5.175$ rad/s, $\omega_3 = 7.65$ rad/s, $\omega_4 = 9.225$ rad/s olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.2-4.5, bu ilk senaryo karşısında UO sistemin çıkışlarını göstermektedir. Sonuçlardan görülebildiği gibi önerilen kontrol yapısı, frekansları ve genliği tamamen belirsiz işaretler altında asimptotik regülasyonu sağlamaktadır. Şekil 4.6-4.9’de ise uyarılama kuralının çıkışlarını göstermektedir. Tüm belirsiz parametreler sonlu bir zamanda sabit birer değere oturmaktadır.

İkinci senaryoda bu sefer başlangıç frekanslarının $t = 15$ s’de dört katı alınmıştır. Şekil 4.10-4.13, bu senaryo altındaki sistem çıkışlarını göstermektedir. Takip hatası sonlu bir zamanda sıfıra gidiyor olup, uyarılama kuralı sayesinde parametreler sabit birer değere Şekil 4.14-4.17’de görüldüğü üzere oturmaktadır.

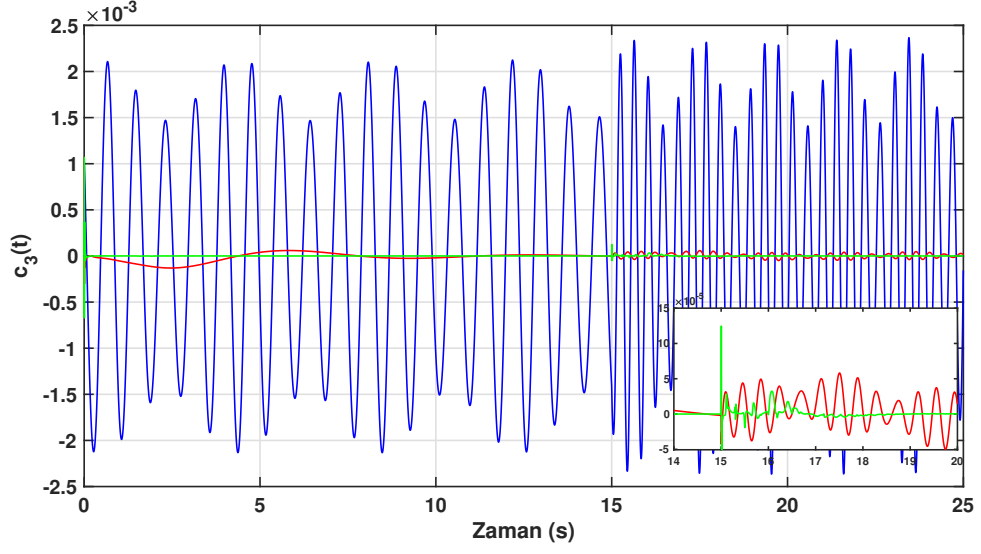
Bu senaryoları takiben, Şekil 4.18-4.21’de başlangıç frekanslarının aynı zaman için beş katına çıktığı senaryonun benzetim sonuçları verilmiştir. Önerilen yöntemin çıkış regülasyonunu global olarak sağlamasına rağmen, sonuçlarda görülen ufak osilasyonların bazı sebepleri vardır. İlk sebep, esnek DM’ler sınırlı sayıda eyleyici ve sınırlı deformasyon kapasitesine sahiptir. Ele alınan modelde dört adet eyleyici kullanımı ve bu eyleyicilerin rastgele yerleşimi, DM’nin hızlı referanslar karşısındaki şekil değiştirme kapasitesini sınırlamaktadır. Bu problemi aşmanın muhtemel yolları eyleyici konumlarını iyileştirmek ([62]) veya DM’nin yapısal özelliklerini düzenlemektir. Diğer sebep ise, başlangıç frekanslarının herhangi bir katsayıyla çarpımı rüzgar hızının aynı katsayıyla artması anlamına gelmektedir. Üçüncü senaryo için başlangıç frekanslarının beş katı, Beaufort rüzgar gücü ölçeğine göre kuvvetli fırtına durumuna denk gelmektedir, fakat bu senaryo pratikte düşük ihtimallidir.



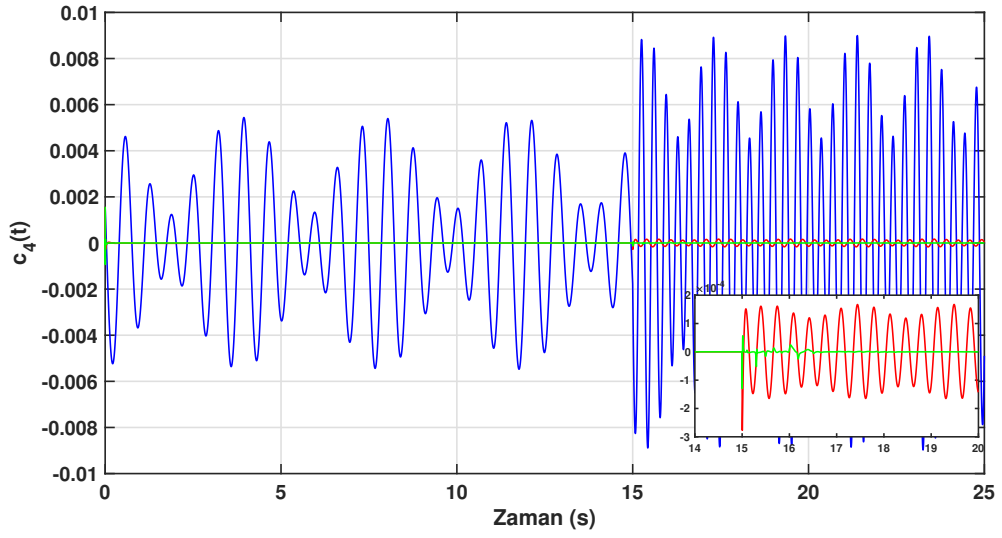
Şekil 4.2 Tip modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



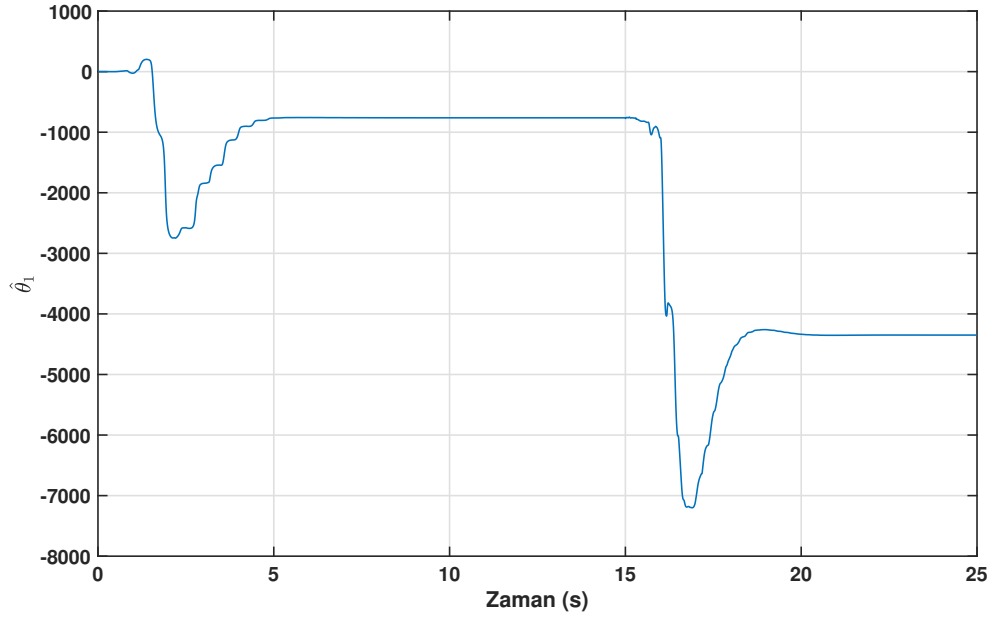
Şekil 4.3 Tilt modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



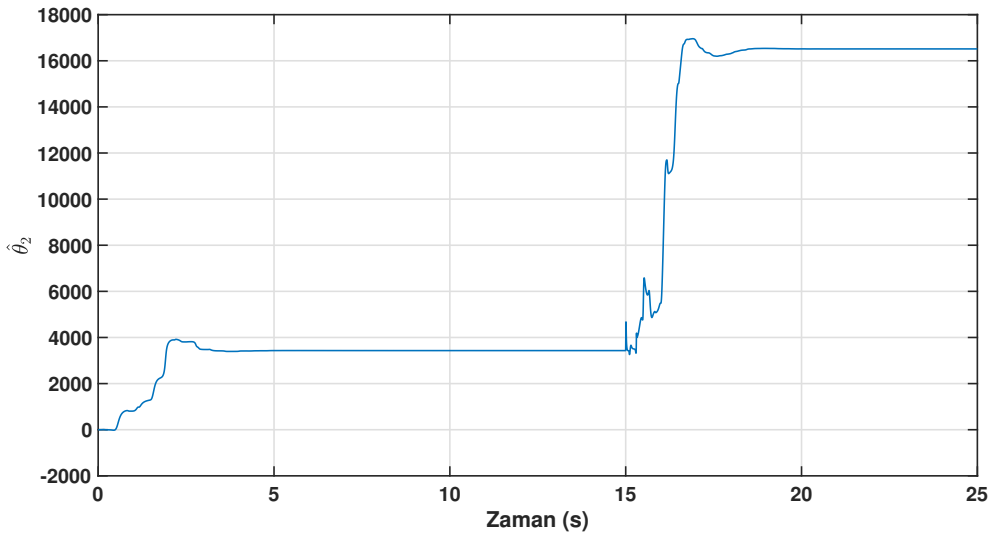
Şekil 4.4 Astigmatism modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



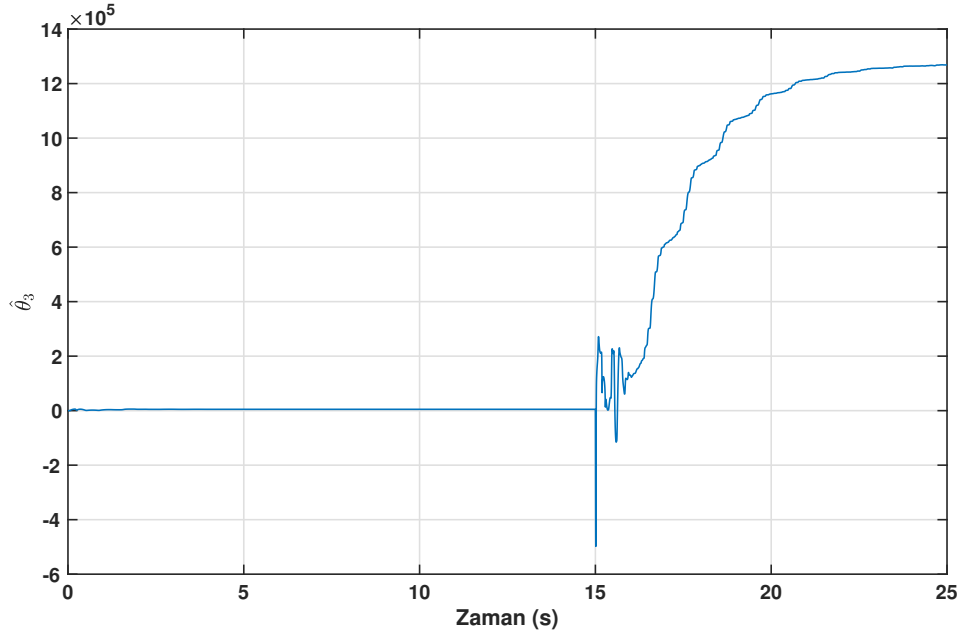
Şekil 4.5 Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



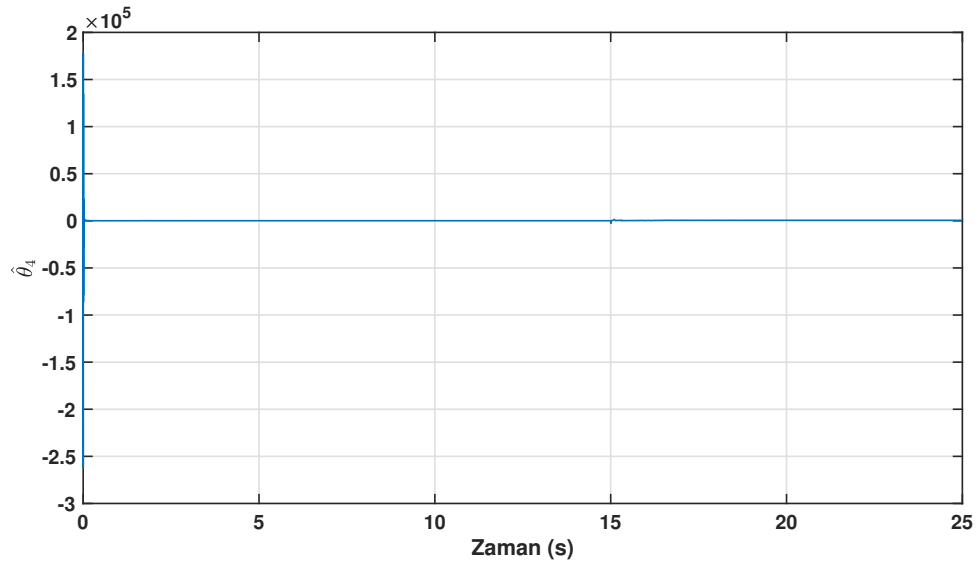
Şekil 4.6 θ_1 parametresinin kestirimi



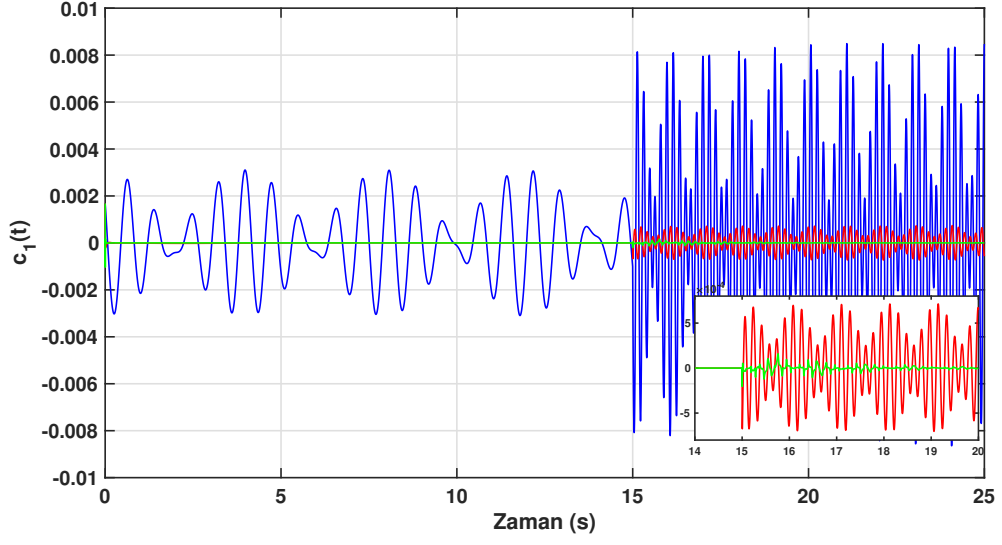
Şekil 4.7 θ_2 parametresinin kestirimi



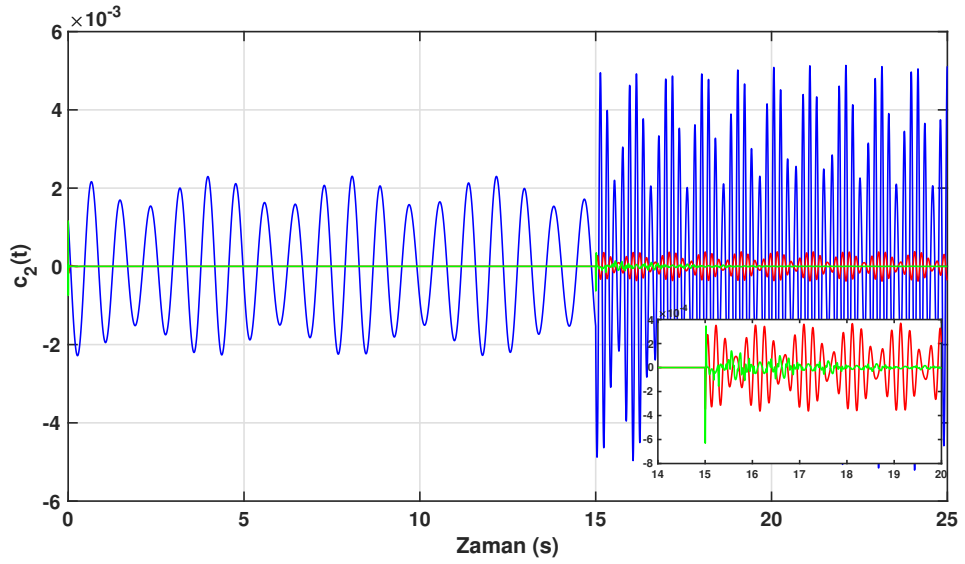
Şekil 4.8 θ_3 parametresinin kestirimi



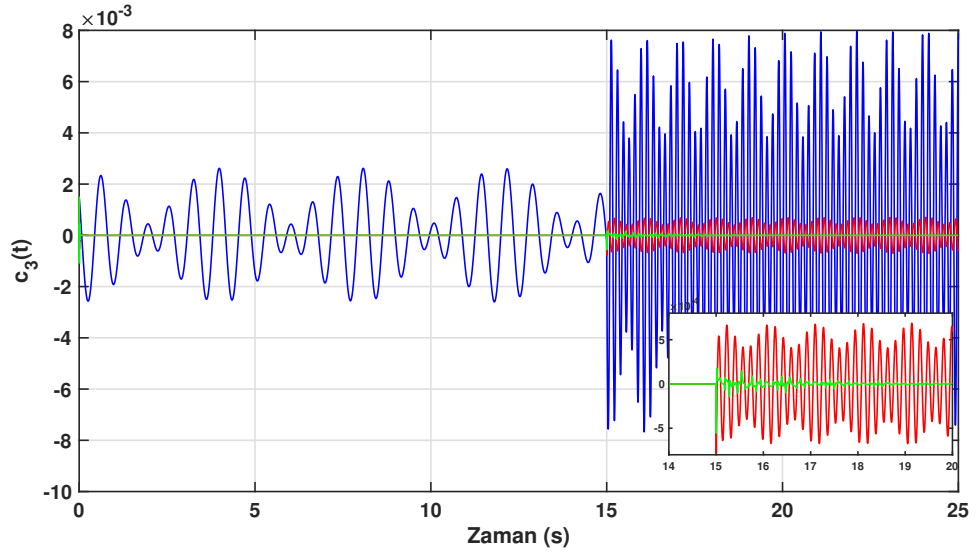
Şekil 4.9 θ_4 parametresinin kestirimi



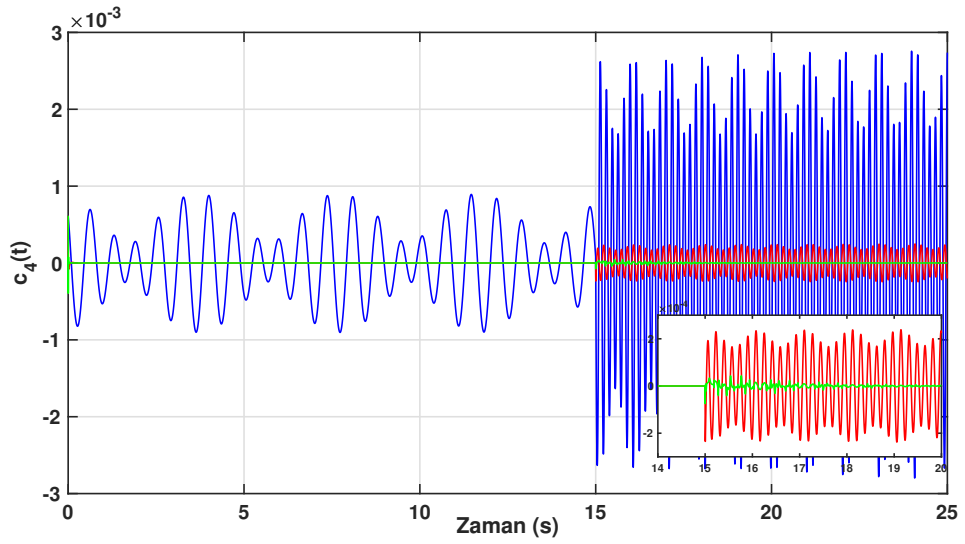
Şekil 4.10 Tip mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



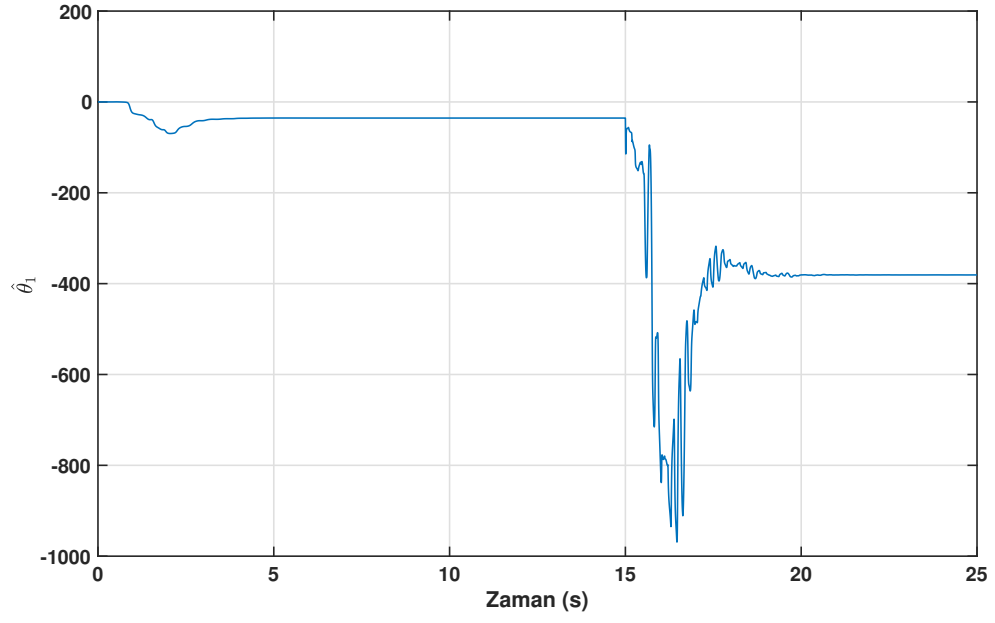
Şekil 4.11 Tilt mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



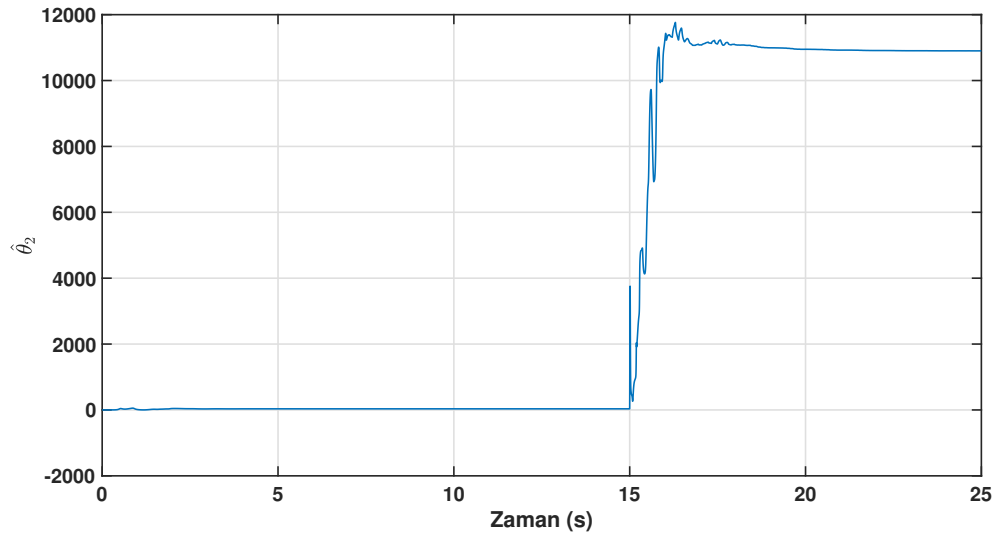
Şekil 4.12 Astigmatism mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



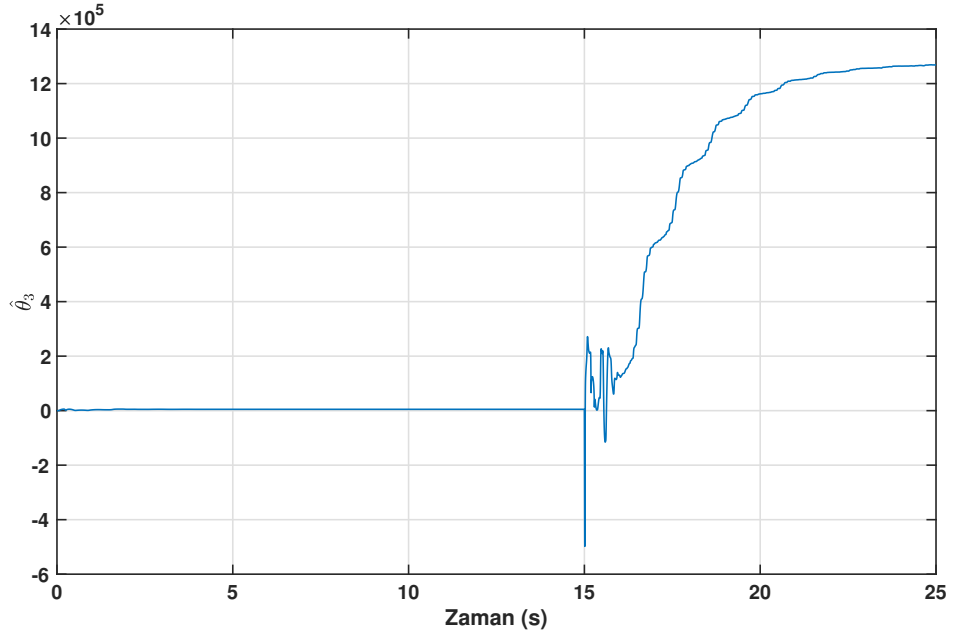
Şekil 4.13 Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



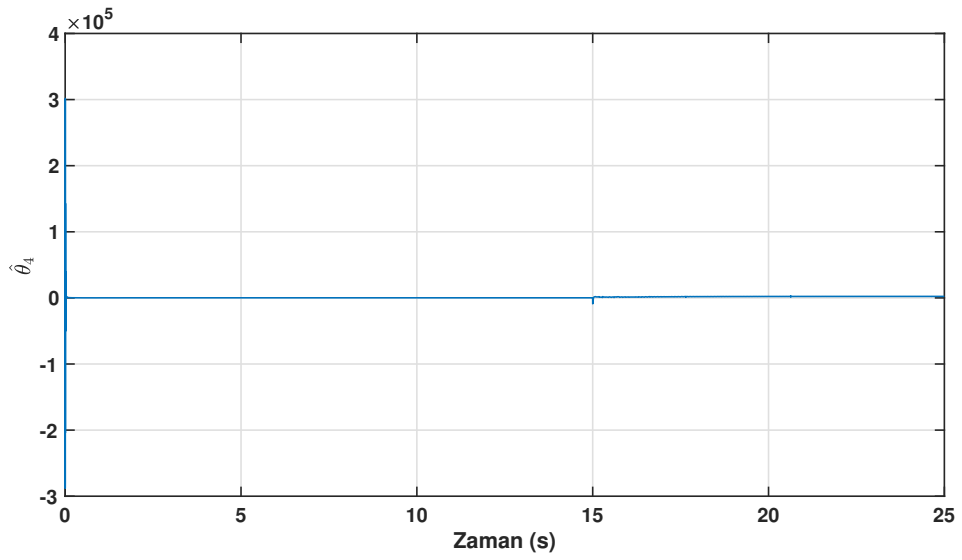
Şekil 4.14 θ_1 parametresinin kestirimi



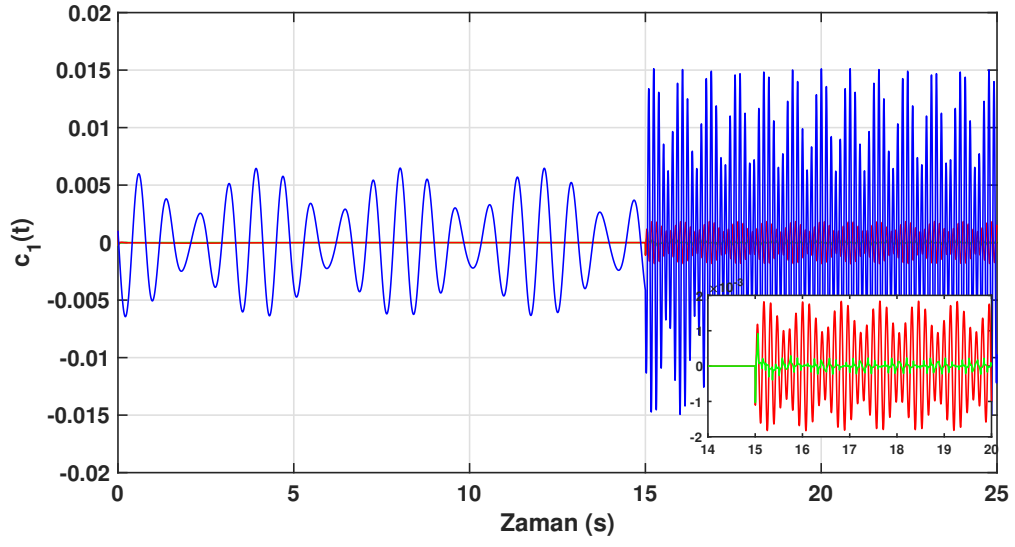
Şekil 4.15 θ_2 parametresinin kestirimi



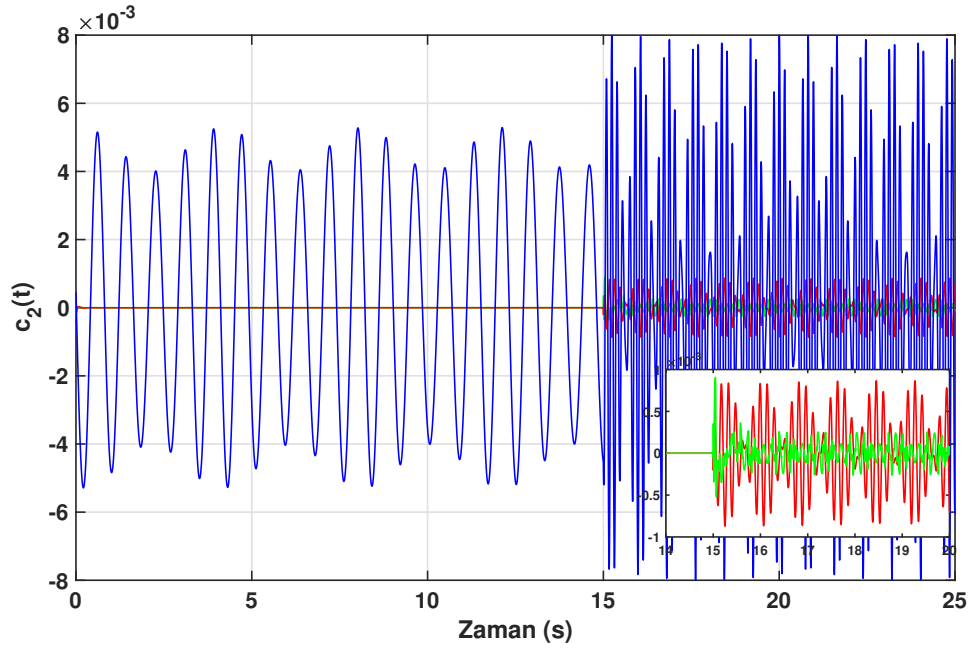
Şekil 4.16 θ_3 parametresinin kestirimi



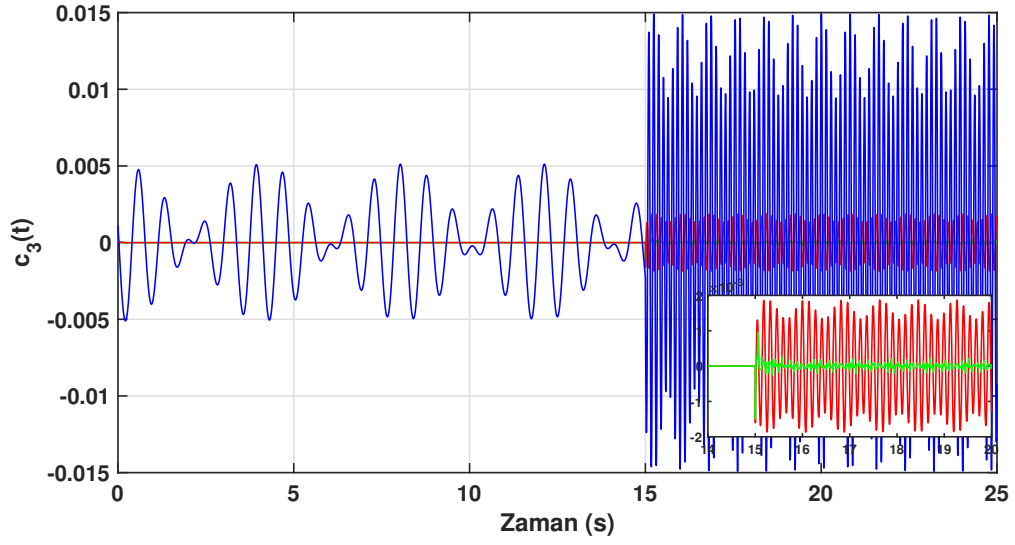
Şekil 4.17 θ_4 parametresinin kestirimi



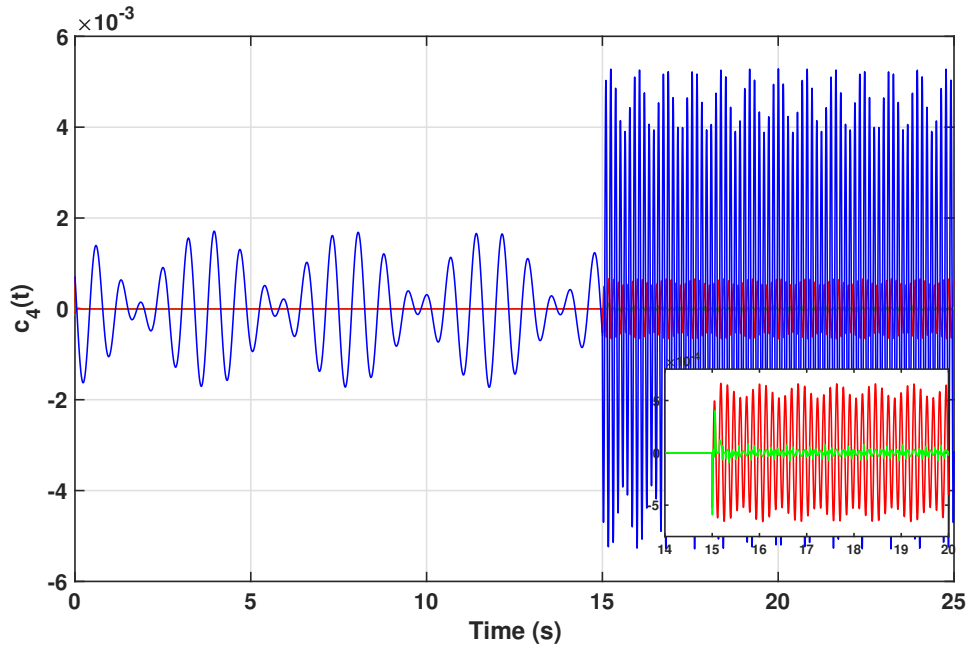
Şekil 4.18 Tip mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



Şekil 4.19 Tilt mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



Şekil 4.20 Astigmatism mode: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)



Şekil 4.21 Defocus modu: açık çevrim (mavi), uyarlamasız (kırmızı), uyarlamalı (yeşil)

DAĞITIK PARAMETRELİ SİSTEMLERİN UYARLAMALI ÇIKIŞ REGÜLASYONU

Bu bölümde, Gilliam tarafından geliştirilen kazanç hesaplama yöntemi kullanılarak, belirsiz yörünge takibi problemi KDD'ler için ele alınacaktır [63]. Önerilen yöntemin başarısı, bir boyutlu kararlı ısı denklemi ve birince derece hiperbolik KDD üzerinde gösterilecektir.

5.1 Notasyon ve Matematiksel Ön Bilgi

Bu başlıkta tezin bu bölümü için kullanılacak öncü bilgiler ve kullanılacak notasyon verilecektir. $z \in [0, 1]$ uzamsal değişken ve $t \geq 0$ zaman değişkenidir. $A : D(A) \subset \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ sınırsız bir sistem operatörü olup, $\sigma(A)$ ve $\rho(A)$ sırasıyla A operatörünün spektrumu ve çözücü (resolvent) kümesini temsil etmektedir. Bütün $\lambda \in \rho(A)$ için $\mathcal{R}(\lambda, A) = (\lambda I - A)^{-1}$ ise çözücü operatörüdür.

Tanım 5.1 ([20]). Güçlü sürekli yarıgrup (C_0 -yarıgrup), $\mathcal{T}(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{L}(\mathcal{H})$, operatör değerli bir fonksiyon olup, aşağıdaki özellikleri sağlamaktadır.

- $\mathcal{T}(t + s) = \mathcal{T}(t)\mathcal{T}(s)$
- $\mathcal{T}(0) = I$
- $\|\mathcal{T}(t)z_0 - z_0\| \rightarrow 0$ as $t \rightarrow 0$

İlk iki özellik çözümün tekliğiyle ilgili olup, son özellik ise başlangıç koşuluna sürekli bağlı olduğuna işaret etmektedir. Dolayısıyla A operatörünün yukardaki özellikleri sağlayan bir C_0 -yarıgrup üretmesi, Hadamard anlamında bir iyi konumlanmışlığa denk gelmektedir [20]. Literatürde A operatörünün bu özellikleri sağladığını göstermek için kullanılan pek çok teorem vardır. Bu teoremler, A operatörünün yitimsizliği, spektrumu veya çözücü kümesi üzerinde oluşturulan şartlar üzerine inşa

edilmiştir. Hille-Yosida ve Lümer-Phillips teoremleri, en çok başvurulan teoremler arasındadır. Hille-Yosida, A operatörünün C_0 -yarıgrup üretebilmesi için spektrum ve çözücü kümesi üzerine bazı şartlar koyarken, Lümer-Phillips teoremi A operatörünün yitimsizliği üzerine inşa edilmiştir. Lümer-Phillips teoremi, Hille-Yosida teoreminden daha pratik olduğu için ilgili amaç için daha çok tercih edilmektedir.

Tezin bu bölümünde ayrıca A operatörlerinin üstel kararlı bir C_0 -yarıgrup olduğu kabul edilmektedir. Sonsuz boyutlu sistemler için C_0 -yarıgrupun üstel kararlılığı aşağıdaki teoremle tanımlanmıştır.

Teorem 5.1. [19] A operatörünün C_0 -yarıgroup $\mathcal{T}(t)$ 'nin üretici olduğu kabulü ve $\lambda = \sigma + i\omega$ için, $\forall \lambda \in \rho(A)$, $\mathcal{T}(t)$ ancak ve ancak

$$\|\mathcal{R}(\lambda, A)\| \leq M \quad (5.1)$$

sağlandığı durumda $M > 0$ sabiti ve $\text{Re} \lambda \geq 0$ için üstel kararlıdır.

5.2 Çıkış Regülasyonu Teorisi

Aşağıdaki dağıtık parametrelili sistemi soyut formda ele alırsak

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5.2)$$

$$e(t) = Cx(t) - y_{ref}(t) \quad (5.3)$$

$x \in \mathcal{H}$ sistem durumu, A üstel kararlı C_0 -yarıgrupun üreticisi, $B \in \mathcal{L}(U, \mathcal{H})$ ve $C \in \mathcal{L}(\mathcal{H}, Y)$ sınırlı giriş ve çıkış operatörleridir. $u(t) \in U$ ise sistem girişidir. Denklem (5.3)'teki ikinci ifade, referans işaretini simgelemekte olup, uygun bir başlangıç koşulu altında, dış sistem adı verilen homojen sonlu boyutlu bir sistem

$$\dot{v}(t) = Sv(t) \quad (5.4)$$

$$y_{ref}(t) = Qv(t) \quad (5.5)$$

tarafından üretilmektedir. Burada $S : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ sonlu boyutlu bir matris ve Q uygun boyutlarda yine sonlu boyutlu bir matristir.

Kararlı bir sistem olan (5.2)-(5.3) ve dış sistem (5.4)-(5.5) için kontrol amacı, $x_0 \in D(A)$ ve $w_0 \in \mathbb{C}^n$ için çıkış takip hatasını asimptotik olarak sıfıra sürecektir bir kontrol işareti bulmaktır. Aşağıdaki kabuller altında,

1. (A, B) operatör çifti üstel kararlı kılınabilir.
2. (A, C) operatör çifti üstel algılanabilir.

3. S 'nin özdeğerlerinin gerçel kısmı sıfır ve spektrumu imajiner eksen üzerinde olmalıdır.
4. A ve S operatörlerinin spektrumu tamamen birbirinden ayrık olmalıdır ($\sigma(A) \cap \sigma(S) = \emptyset$).

çıkış regülasyon probleminin çözülebilirliği aşağıdaki teoremdedir.

Teorem 5.2. [63] Yukarıdaki kabullerin sağlandığı, A 'nın kararlı bir C_0 -yarıgrup ürettiği ve marjinal kararlı bir dış sistemin olduğu durumda,

$$\Pi S = A\Pi + B\Gamma \quad (5.6)$$

$$C\Pi = Q. \quad (5.7)$$

operatör denklemlerini sağlayan sınırlı bir $\Pi \in \mathcal{L}(\mathbb{C}, \mathcal{H})$, $\text{Ran}(\Pi) \subset D(A)$, $\Gamma \in \mathcal{L}(\mathbb{C}, U)$ varsa, kontrol kuralı $u(t) = \Gamma v(t)$ hata regülasyonunu asimptotik olarak sağlar.

İspat. Operatör denklem takımı (5.6)-(5.7)'nin tek, sınırlı bir çözüm olduğunu ve A 'nın üstel kararlı bir C_0 -yarıgrup ürettiğini varsayalım. Başlangıç koşulları x_0 , v_0 ve giriş $u(t) = \Gamma v(t)$ için (5.2)'ye ait yumuşak çözüm

$$\begin{aligned} x(t) &= \mathcal{T}(t)x_0 + \int_0^t \mathcal{T}(t-\tau)B\Gamma v(\tau)d\tau \\ &= \mathcal{T}(t)x_0 + \int_0^t \mathcal{T}(t-\tau)(\Pi S - A\Pi)v(\tau)d\tau \\ &= \mathcal{T}(t)x_0 + \int_0^t \frac{d}{d\tau}(\mathcal{T}(t-\tau)\Pi v(\tau))d\tau \\ &= \mathcal{T}(t)x_0 + (\mathcal{T}(t-\tau)\Pi v(\tau))\Big|_0^t \\ &= \mathcal{T}(t)x_0 + \mathcal{T}(0)\Pi v(t) - \mathcal{T}(t)\Pi v_0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

ve yarıgrup özelliği $\mathcal{T}(0) = I$ kullanılarak,

$$x(t) = \mathcal{T}(t)(x_0 - \Pi v_0) + \Pi v(t) \quad (5.9)$$

elde edilir. Hata denklemi (5.3)

$$e(t) = C\mathcal{T}(t)(x_0 - \Pi v_0) + C\Pi v(t) - Qv(t) \quad (5.10)$$

olarak elde edilir. Denklem (5.6)-(5.7)'nin sınırlı çözümü olduğundan, denklem (5.7) sağlanır. Buna ek olarak, $\mathcal{T}(t)$ üstel kararlı olduğunda, çıkış takip hatası $e(t)$ sıfıra gidecektir [44]. Böylelikle, ispatın yeterlilik kısmı tamamlanır.

Gereklilik kısmı için, kontrol işaretinin ve sistem durumlarının ideal durağan hali $u(t) = \Gamma v(t)$ ve $x(t) = \Pi v(t)$ olarak tanımlanırsa ve $\tilde{x} = x(t) - \Pi v(t)$ dönüşümü denklem (5.2)-(5.3)'de yerine yazılırsa

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) - A\Pi v(t) + \Pi S v(t) + B\Gamma v(t) \quad (5.11)$$

$$e(t) = C\tilde{x} + C\Pi v(t) - Qv(t) \quad (5.12)$$

eşitlikleri elde edilir. A üstel kararlı bir C_0 -yarıgrup olduğundan, $e(t)$ ile verilen takip hatasının asimptotik regülasyonu için regülatör denklemleri (5.6)-(5.7)'nin çözümünden tek, sınırlı Π ve Γ elde edilebilir. Böylelikle ispat tamamlanmıştır. ■

5.3 Kontrol Tasarımı

5.3.1 Regülatör Denklemlerinin Çözümü

Theorem 5.2'de verilen kontrol kuralını bulabilmek için, [63]'teki çözüm yöntemi izlenmiştir. Dış sistem (5.4)-(5.5)'in referans işareti, $y_r(t) = M \sin(\omega t)$ 'yi, modellediği kabul edilirse, dış sistem

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, v(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ M \end{bmatrix}.$$

şeklinde ifade edilir. Eğer Π ve Γ , $\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1(z) & \Pi_2(z) \end{bmatrix}$ ve $\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 \end{bmatrix}$ şeklinde ifade edilirse, regülatör denklemleri,

$$\begin{bmatrix} \Pi_1(z) & \Pi_2(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Pi_1(z) & \Pi_2(z) \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

ve

$$C \begin{bmatrix} \Pi_1(z) & \Pi_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

halini alır. Bu formülasyon ise iki operatör denklemi (ya da sınır değer problemi)

$$-\omega \Pi_2(z) - A \Pi_1(z) = B \Gamma_1 \quad (5.15)$$

$$\omega \Pi_1(z) - A \Pi_2(z) = B \Gamma_2 \quad (5.16)$$

şeklinde sonuçlanır. Eğer denklem (5.16) $i = \sqrt{-1}$ ile çarpılırsa

$$(i\omega I - A)\Pi_1(z) + i(i\omega I - A)\Pi_2(z) = Bi\Gamma_2 + B\Gamma_1. \quad (5.17)$$

ve ayrık spektrum şartı sağlanırsa denklem (5.17)

$$\Pi_1(z) + i\Pi_2(z) = (i\omega I - A)^{-1}Bi\Gamma_1 + (i\omega I - A)^{-1}B\Gamma_2 \quad (5.18)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (5.14)'ten,

$$C\Pi_1(z) = 1, C\Pi_2(z) = 0 \quad (5.19)$$

eşitlikleri elde edilebilir. Bu noktada, [41] ve [63]'ten hareketle denklem (5.18), C ile çarpılıp, (5.19) eşitlikleri kullanılırsa,

$$1 = C(i\omega I - A)^{-1}Bi\Gamma_1 + C(i\omega I - A)^{-1}B\Gamma_2 \quad (5.20)$$

Γ_1 ve Γ_2

$$\Gamma_1 = \frac{Re(\mathcal{P}(i\omega))}{|\mathcal{P}(i\omega)|^2}, \quad \Gamma_2 = -\frac{Im(\mathcal{P}(i\omega))}{|\mathcal{P}(i\omega)|^2} \quad (5.21)$$

olarak elde edilir. Burada, $\mathcal{P}(i\omega) = C(i\omega I - A)^{-1}B$ olarak tanımlanmıştır.

Önerilen yaklaşım dış sistem parametrelerinin referans işaretinin frekanslarından oluştuğunu ve Γ 'nın bu parametrelere bağlı olduğunu kabul eder. Eğer, dışsistem modelini oluşturan homojen diferansiyel denklem çözülürse,

$$\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1(0) \\ w_2(0) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{bmatrix} w_1(0) \\ w_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

çözümleri elde edilir. Bu çözümlerden görülmektedir ki, referans işaretinin büyüklüğü de frekansların bilinmediği durum için belirsizdir. Bu problemle başa çıkabilmek ve belirsiz büyüklük probleminin de üstesinden gelebilmek için, dış sistemin parametrelerini ve durumlarını kestiren bir uyarlamalı gözleyici yapısı gereklidir. Sonuç olarak böyle bir yapıyla probleme yaklaşmak, hem belirsiz büyüklük hem de belirsiz frekansların olduğu bir durumda kapsamlı bir çözüm sağlayacaktır.

5.3.2 Frekans Kestirim Şeması

Kontrol işaretini, $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$, oluşturabilmek için, [60]'da önerilen frekans kestirim şemasından faydalanılacaktır. Dış sistem (5.4)'ü kontroledilebilir kanonik formda

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

ve

$$\dot{v}_1 = v_2 \quad (5.25)$$

$$\dot{v}_2 = -\omega^2 v_1 \quad (5.26)$$

$$y_r = k_1 v_1 + k_2 v_2 \quad (5.27)$$

şeklinde ele alabiliriz. Burada $k_1, k_2, \gamma > 0$ ve bu kanonik forma geçmek için belirsiz parametre ω 'ya bağlı bir benzerlik dönüşümü, $\hat{w} = P(\hat{\omega})\hat{v}$, vardır. Dolayısıyla, önerilen kestirim yapısı yeni kanonik form (5.25)-(5.27) için

$$\dot{\hat{v}}_1 = \hat{v}_2 + \frac{1}{k_2}(\hat{e} - e) \quad (5.28)$$

$$\dot{\hat{v}}_2 = -\hat{v}_1 \hat{v}_3 + (\hat{e} - e) \quad (5.29)$$

$$\dot{\hat{v}}_3 = -\gamma \hat{v}_1 (\hat{e} - e) \quad (5.30)$$

$$\hat{y}_r = k_1 \hat{v}_1 + k_2 \hat{v}_2 \quad (5.31)$$

şeklinde olup, hatanın kestirimi $\hat{e}(t) = Cx(t) - \hat{y}_r$ formundadır. Buradan açıkça gözükmektedir ki $\hat{v}_3$, $\hat{\omega}$ 'nın karesidir. Bu sebeple kestirim sonrası $\hat{\omega}$ 'ya erişmek için bir işlem daha gereklidir.

Theorem 5.3. *Kararlı sistem (5.2)-(5.3) için, uyarlamalı frekans kestirim şeması (5.28)-(5.31) ve kontrol işareti $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$, uyarlamalı referans takip problemini, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ ve $\sqrt{\hat{v}_3} \rightarrow \omega$, $t \rightarrow \infty$ olacak şekilde çözmektedir.*

İspat. Theorem 5.3'ü ispat etmek için, uyarlamalı frekans kestirim şemasının kararlılığını göstermek yeterlidir. Bu sebeple ilk olarak kestirim şeması ve dış sistem durumları arasında hata tanımlarsak, hata dinamikleri

$$\dot{e}_1 = -\frac{k_1}{k_2}e_1 \quad (5.32)$$

$$\dot{e}_2 = -(\omega^2 + k_1)e_1 - k_2e_2 + \hat{v}_1e_3 \quad (5.33)$$

$$\dot{e}_3 = -\gamma \hat{v}_1(k_1e_1 + k_2e_2). \quad (5.34)$$

şeklini alır. Aday Lyapunov fonksiyonu

$$V(e) = e^T P_1 e = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{c_1}{2} & \frac{k_1}{2} & 0 \\ \frac{k_1}{2} & \frac{k_2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

ve

$$P_1 = \begin{bmatrix} \frac{c_1}{2} & \frac{k_1}{2} & 0 \\ \frac{k_1}{2} & \frac{k_2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2\gamma} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

için, P_1 burada Hermitian matris ve $k_1, k_2, \gamma > 0$, k_1, k_2 ve c_1 üzerinde Lyapunov aday fonksiyonunun radyal sınırsız olduğunu göstermek adına bazı şartlar empoze edilmesi gerekmektedir. Bu şartlar, esas minör testi ile P_1 'nin pozitif tanımlılığı gösterilerek sağlanabilir. Hesaplamalar sonucu bu şartlar $c_1 > 0$ ve $c_1 k_2 > k_1^2$ olarak elde edilebilir. Eğer aday Lyapunov fonksiyonu (5.35), tekrardan yazılırsa

$$V(e) = \frac{c_1}{2} e_1^2 + \frac{k_2}{2} e_2^2 + \frac{1}{2\gamma} e_3^2 + k_1 e_1 e_2. \quad (5.37)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (5.37)'nin türevi alınıp hata dinamikleri bu denklemde yerine yazılırsa

$$\dot{V}(e) = -(c_1 \frac{k_1}{k_2} + k_1 \omega^2 + k_1^2) e_1^2 - k_2^2 e_2^2 - (k_2 \omega^2 + 2k_1 k_2 + \frac{k_1^2}{k_2}) e_1 e_2 \quad (5.38)$$

eşitliği elde edilir ve bu ifade matris formunda

$$\dot{V}(e) = e^T P_2 e = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(c_1 \frac{k_1}{k_2} + k_1 \omega^2 + k_1^2) & -\frac{1}{2}(k_2 \omega^2 + 2k_1 k_2 + \frac{k_1^2}{k_2}) \\ -\frac{1}{2}(k_2 \omega^2 + 2k_1 k_2 + \frac{k_1^2}{k_2}) & -k_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

ve

$$P_2 = \begin{bmatrix} -(c_1 \frac{k_1}{k_2} + k_1 \omega^2 + k_1^2) & -\frac{1}{2}(k_2 \omega^2 + 2k_1 k_2 + \frac{k_1^2}{k_2}) \\ -\frac{1}{2}(k_2 \omega^2 + 2k_1 k_2 + \frac{k_1^2}{k_2}) & -k_2^2 \end{bmatrix}. \quad (5.40)$$

şeklini alır. Bu durumuda, c_1 üzerinde aşağıdaki koşul

$$c_1 > \frac{\omega^4 k_2^4 + 2\omega^2 k_1^2 k_2^2 + k_1^4 + 4k_1^3 k_2^2}{4k_1 k_2^3} \quad (5.41)$$

sağlanırsa negatif tanımlılık sağlanır. Böylelikle, $c_1 k_2 > k_1^2$ ve (5.41) sağlanması

gerekir. Bu koşulu ifade edebilmek için, c_1 üzerinde aşağıdaki koşul verilebilir,

$$c_1 > \max \left(\frac{\omega^4 k_2^4 + 2\omega^2 k_1^2 k_2^2 + k_1^4 + 4k_1^3 k_2^2}{4k_1 k_2^3}, \frac{k_1^2}{k_2} \right). \quad (5.42)$$

Bu şekilde eğer koşul (5.42) sağlanırsa, $\dot{V}(e) \leq 0$ ifadesinin sağlandığı gösterilebilir. Ancak $\dot{V}(e) \leq 0$ ifadesinin sağlandığını göstermek, hata dinamiklerinin sıfıra gittiğini göstermek için yeterli değildir. Bu sebeple LaSalle Değimezlik Prensibi'nden faydalanılabilir. LaSalle Değimezlik Prensibi'ne göre $e_1 = 0$ ve $e_2 = 0$ aşağıdaki denklemleri

$$\dot{\hat{v}}_1 = \hat{v}_2 \quad (5.43)$$

$$\dot{\hat{v}}_2 = -\hat{v}_1 \hat{v}_3 \quad (5.44)$$

$$\dot{\hat{v}}_3 = 0 \quad (5.45)$$

$$\dot{e}_1 = 0 \quad (5.46)$$

$$\dot{e}_2 = 0 = \hat{v}_3 e_3 \quad (5.47)$$

$$\dot{e}_3 = 0 \quad (5.48)$$

sağlar ve yukardaki denklemlerle $e_3 = 0$ olduğu gösterilebilir. Böylelikle hata dinamiklerinin kararlılığı gösterilmiş olur [60]. Bu sonuç göstermektedir ki, $\sqrt{\hat{v}_3} \rightarrow \omega$, $t \rightarrow \infty$ şartı sağlandığı için kontrol işareti $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$ ideal kontrol işaretine yakınsamaktadır. ■

5.4 Benzetim Sonuçları

Bu bölümde önerilen tekniğin başarısı birinci derece hiperbolik KDD ve ısı denklemi üzerinde gösterilecektir. İlk örnek, [44]'te verilen birinci derece hiperbolik denklemin uyarlamalı referans takibini içermektedir. Bu denklem,

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}(z, t) = v \frac{\partial \xi}{\partial z}(z, t) + \mathcal{F}(z)\xi(z, t) + u(t), \quad (5.49)$$

$$\xi(0, t) = 0 \quad (5.50)$$

$$\xi(z, 0) = x_0 \quad (5.51)$$

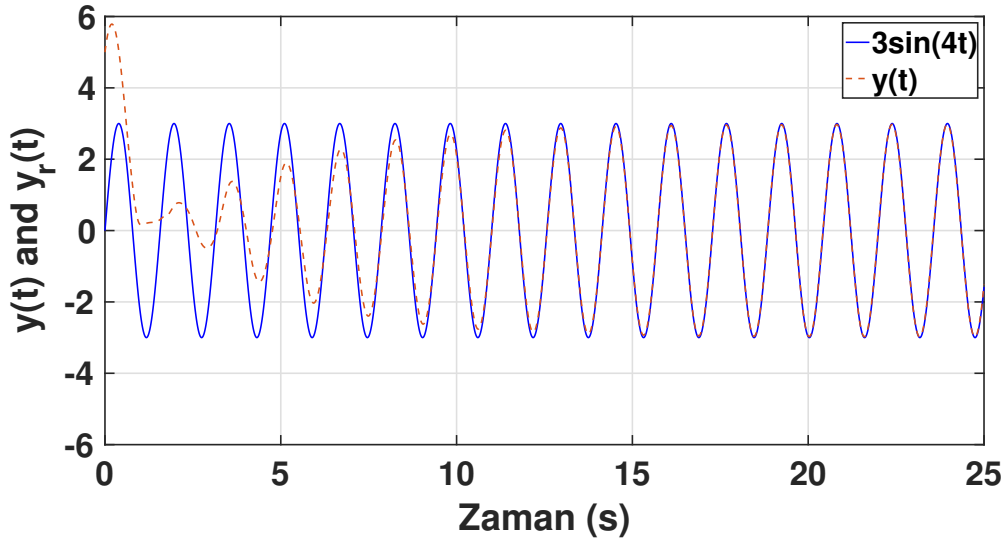
$$y(t) = \xi(1, t) \quad (5.52)$$

olup, $\xi(z, t) \in \mathcal{H}$ sistem durumlarını temsil etmektedir. $\mathcal{F}(z)$ ise uzamsal dinamiklere bağlı sınırlı bir operatördür. Denklem takımı (5.49)-(5.52) ile verilen sistemi soyut formda tanımlamak için bölge ve operatör tanımı gereklidir. İlgili sistemin sistemi

operatörü $A = \nu \frac{d}{dz} + \mathcal{F}(z).I$

$$D(A) = \left\{ \vartheta \in H \mid \vartheta(z) \text{ mutlak sürekli, } \frac{d\vartheta}{dz} \in H \text{ and } \vartheta(0) = 0 \right\} \quad (5.53)$$

bölgesi ile tanımlanmaktadır. Çıkış operatörü ise $Cx(z) = x(1)$ şeklindedir. $A, \nu < 0$ için üstel kararlı bir C_0 -yarıgrup üretmektedir [64]. Sınırsız operatör C 'nin uygunluğu ise [44]'de verilmiştir. Sistemin transfer fonksiyonunun değerini hesaplayabilmek için [65]'deki algoritmaya başvurulmuştur. Denklem takımı (5.49)-(5.52)'nin benzetimi için sonlu farklar yöntemi içerisindeki sayısal bir analiz yöntemi (upwind difference) kullanılmıştır. Nümerik kararlılık için örnekleme aralığı zaman değişkeni için $dt = 0.0005$, uzamsal değişken içinse $dz = 0.001$ olarak seçilmiştir. Başlangıç koşulu, sınırlı uzamsal değişkene bağlı bir fonksiyon $\xi_0(z) = 10z^2(3/2 - z)$, $\mathcal{F}(z) = \tan(z)$, $\nu = -1$ ve referans işareti $y_{ref}(t) = 3\sin(4t)$ olarak seçilmiştir. Frekans kestirim şemasının parametreleri ise $k_1 = 4$, $k_2 = 1$ ve $\gamma = 45$ olarak seçilmiştir. Sistem (5.49)-(5.52)'nin takip performansı Şekil 5.1-5.2'de verilmiştir.



Şekil 5.1 The output of equation (5.49) for the control $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$

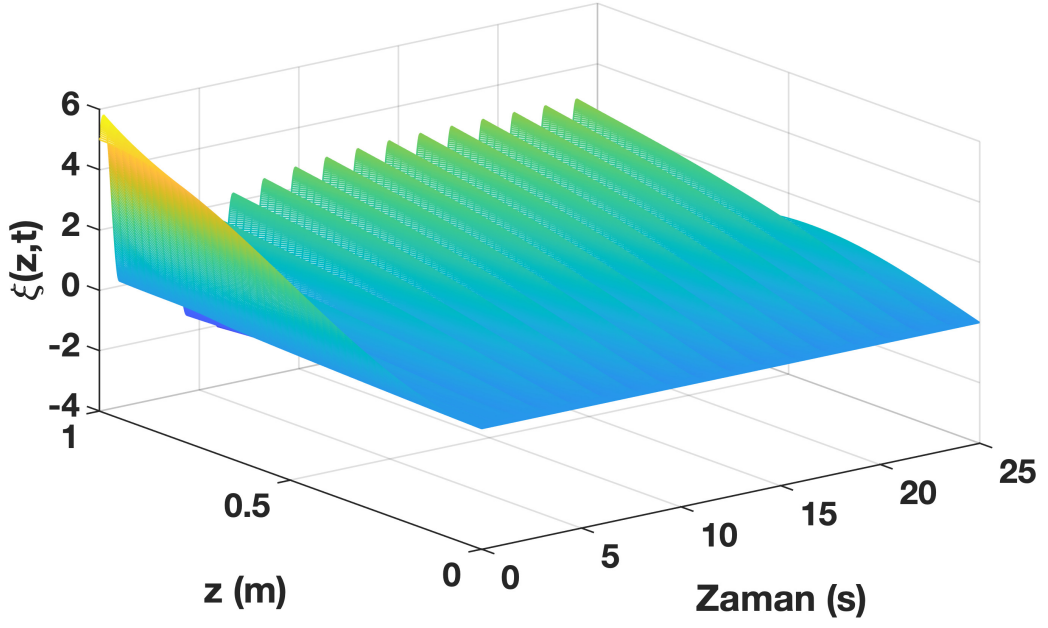
Aşağıda verilen ısı denklemini

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}(z, t) = \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}(z, t) + b(z)u \quad (5.54)$$

$$\xi(0, t) = 0 \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial z}(1, t) = 0 \quad (5.56)$$

$$\xi(z, 0) = x_0 \quad (5.57)$$



Şekil 5.2 The dynamic behavior of the state $\xi(z, t)$ of first order hyperbolic PDE for the control $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$

soyut formda $A = \frac{d^2}{dx^2}$ ve

$$D(A) = \{\vartheta \in \mathcal{H} : \vartheta(0) = 0, \vartheta'(1) = 0\}. \quad (5.58)$$

bölge tanımıyla ele alalım. Giriş operatörü $B = b(z)$, $b(z) = \frac{1}{2v_0} 1_{[z_0-v_0, z_0+v_0]}$,

$$1_{[z_0-v_0, z_0+v_0]} = \begin{cases} 1, & z \in [z_0 - v_0, z_0 + v_0] \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (5.59)$$

ve çıkış operatörü $C\varphi = \int_0^1 c(z)\xi(z, t)dz$, $c(z) = \frac{1}{2v_1} 1_{[z_1-v_1, z_1+v_1]}$ şeklinde tanımlanmış olsun. Denklem (5.54) ve sınır koşulları için, $(\hat{\xi}(0, s) = 0, \hat{\xi}_z(1, s) = 0)$, Laplace dönüşümü alınırsa

$$s\hat{\xi}(z, s) = \hat{\xi}_{zz}(z, s) + b(z)\hat{u}(s) \quad (5.60)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}_z(z, s) \\ \hat{\xi}_{zz}(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\xi}(z, s) \\ \hat{\xi}_z(z, s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ b(z) \end{bmatrix} \hat{u}(s) \quad (5.61)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\xi}(z,s) \\ \hat{\xi}_z(z,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{s}z) & \frac{1}{\sqrt{s}}\sinh(\sqrt{s}z) \\ \sinh(\sqrt{s}z)\sqrt{s} & \cosh(\sqrt{s}z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\xi}_z(0,s) \end{bmatrix} - \frac{1}{2v_0} \int_0^1 \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{s}(z-\tau)) & \frac{1}{\sqrt{s}}\sinh(\sqrt{s}(z-\tau)) \\ \sinh(\sqrt{s}(z-\tau))\sqrt{s} & \cosh(\sqrt{s}(z-\tau)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ b(z) \end{bmatrix} \hat{u}(s) d\tau \quad (5.62)$$

ve denklem (5.62)'den, takip eden denklemler

$$\hat{\xi}(z,s) = \frac{1}{\sqrt{s}}\sinh(\sqrt{s}z)\hat{\xi}_z(0,s) - \frac{1}{2v_0} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{s}}\sinh(\sqrt{s}(z-\tau))b(z)\hat{u}(s)d\tau \quad (5.63)$$

$$\hat{\xi}_z(z,s) = \cosh(\sqrt{s})\hat{\xi}_z(0,s) - \frac{1}{2v_0} \int_0^1 \cosh(\sqrt{s}(z-\tau))b(z)\hat{u}(s)d\tau \quad (5.64)$$

elde edilir. Eğer $z = 1$ ($\hat{\xi}_z(1,s) = 0$) için sınır koşulu kullanılırsa,

$$\hat{\xi}_z(0,s) = \frac{1}{2v_0} \frac{1}{\cosh(\sqrt{s})} \int_0^1 \cosh(\sqrt{s}(1-\tau))b(z)\hat{u}(s)d\tau, \quad (5.65)$$

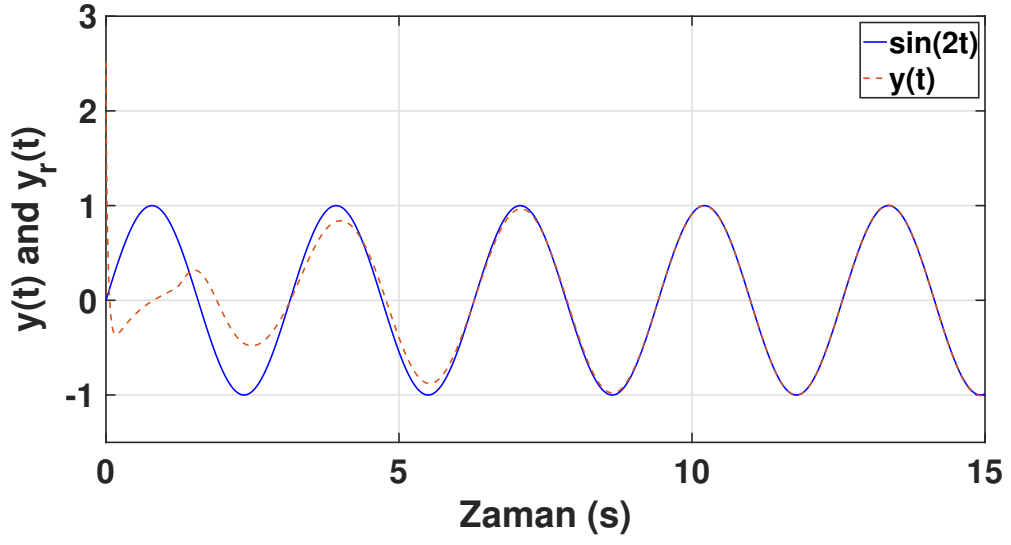
ısı denkleminin çıkışından

$$\hat{y}(s) = \frac{1}{2v_0} \int_0^1 c(z)\hat{\xi}(z,s)dx \quad (5.66)$$

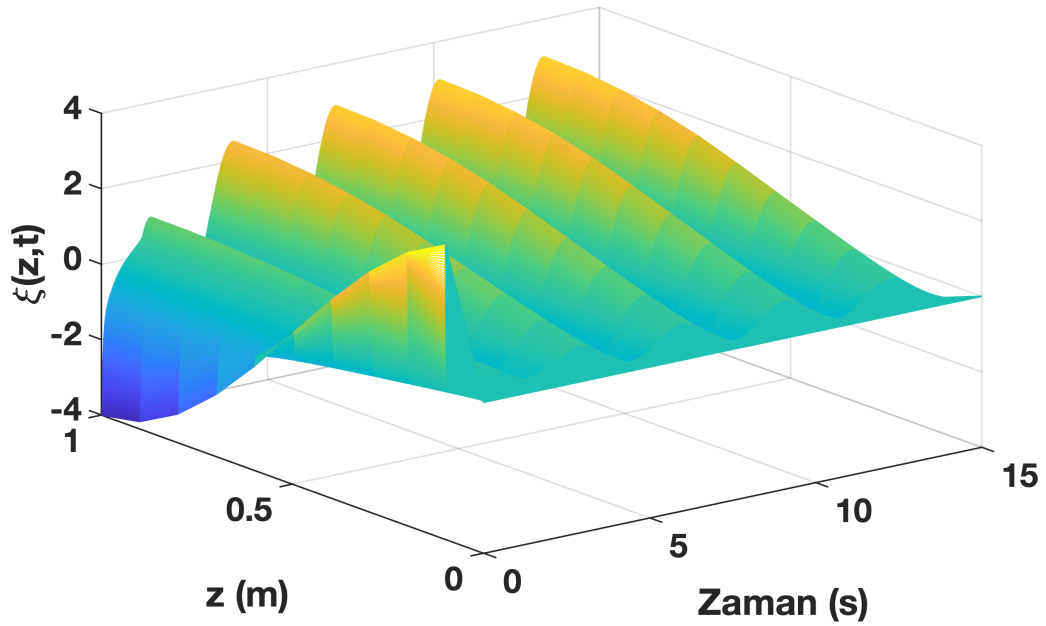
elde edilmiş olur. Çıkış denkleminde $\hat{\xi}(z,s)$ ifades yerleştirilirse, ısı denkleminin transfer fonksiyonu

$$\mathcal{P}(s) = \frac{1}{\sqrt{s}\cosh(\sqrt{s})} \frac{\cosh(\frac{\sqrt{s}}{2}) - 1}{\frac{\sqrt{s}}{2}} \frac{\sinh(\frac{\sqrt{s}}{2})}{\frac{\sqrt{s}}{2}}. \quad (5.67)$$

şeklinde elde edilir. Benzetim için İleri Zaman Merkezi Uzay algoritması seçilmiş olup, örnekleme aralıkları zaman için $dt = 0.00001$, uzamsal değişken için $dz = 0.005$ olarak seçilmiştir. Başlangıç koşulu $\xi_0(z) = 4\cos(\pi z)$, referans işareti $y_{ref}(t) = \sin(2t)$ ve kestirim şeması parametrelerinin $k_1 = 2$, $k_2 = 1$, $\gamma = 35$, $x_0 = 0.75$, $v_0 = x_1 = v_1 = 0.25$ seçildiği durumda, benzetim sonuçları Şekil 5.3- 5.4'te verilmiştir. Sonuçlardan da görülebildiği üzere, önerilen kontrol yapısı ile sistem çıkışı, frekansı ve genliği belirsiz bir referans işaretini asimptotik olarak takip etmektedir.



Şekil 5.3 Denklem (5.54)'un $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$ kontrol kuralı için çıkışı



Şekil 5.4 Isı denkleminin sistem durumu $\xi(z, t)$ 'nin kontrol kuralı $u(t) = \Gamma(\hat{\omega})\hat{v}(t)$ ile davranışı

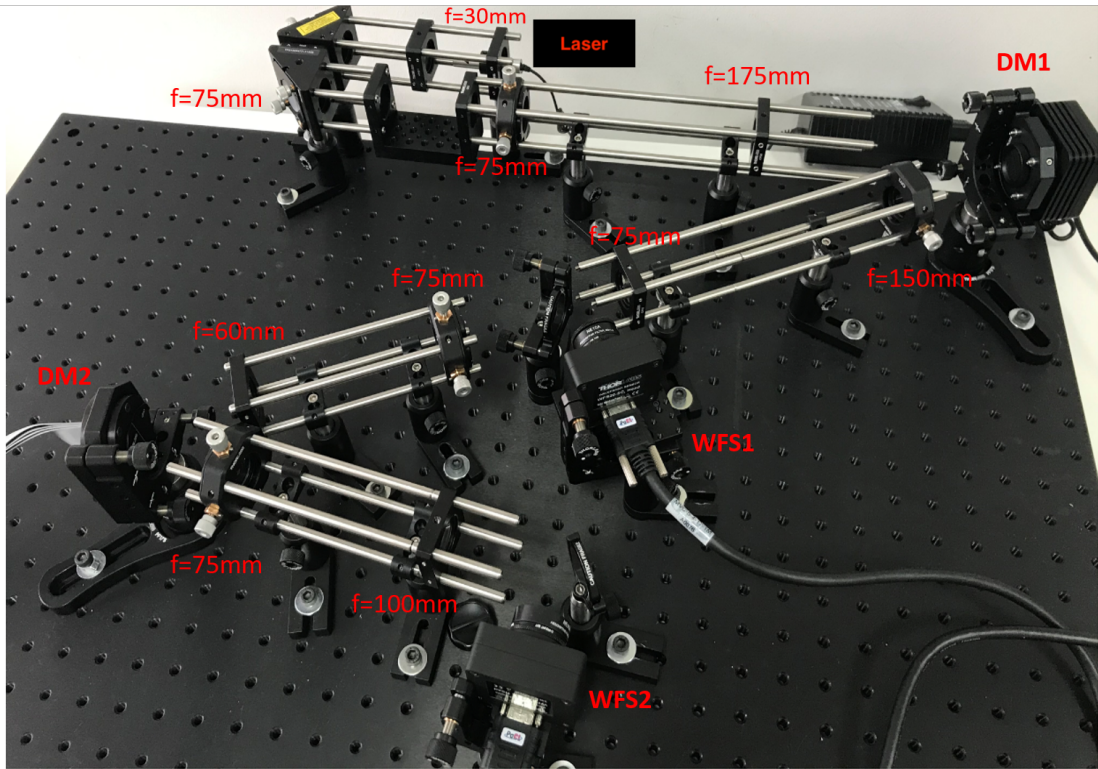
İÇ MODEL PRENSİBİNE DAYALI KONTROLCÜNÜN DENEYSEL DOĞRULAMASI

6.1 UO Sisteminin Deney Düzenegi

Temel çalışma prensibi, algılama, hesaplama ve etkinleştirme biçiminde olan AO sistemler üç bileşenden oluşmaktadır. Bunlar; optik dalga sapmalarını ölçen bir dalga cephesi algılayıcısı, bozulmuş bir optik dalga cephesini istenilen forma sokmak için kullanılan deforme edilebilir bir ayna ve dalga cephesi algılayıcısı tarafından toplanan bilgileri kullanarak bozulan dalga cephesinin düzeltilmesi için deforme edilebilir aynanın alması gereken şekli hesaplayan bir kontrol birimidir. Bu üç bileşen, optik dalga cephesindeki herhangi bir değişikliği otomatik olarak algılayıp telafi edecek şekilde kapalı döngü sistem olarak çalışır. Dalga cephesi algılayıcısı dalga formunun ayna yüzeyinden yansımından sonra geriye kalan bozulma fazını ölçer, istenilen dalga cephesini elde etmek adına kontrol birimi tarafından deforme edilebilir ayna uygun bir formda şekillendirilmekte, düzeltmenin sonucunu gözlemlemekte ve daha sonra faz sapması farklı ise bu işlemi gerektiği gibi tekrarlamaktadır. Bu prosedürle AO sistemi, görüntülenen ışığın dalga önündeki sapmaları kaldırarak görüntünün optik çözünürlüğü iyileştirebilir.

Oluşturulan AO sistemin optik yol şematiği Şekil 6.1’de gösterilmektedir. Bu şekilde de görüldüğü gibi iki adet DM kullanılmıştır. Bunlardan birincisi daha düşük sayılı eyleyiciye sahip olup, dalga cephesindeki bozulmanın kontrollü biçimde yapılabilmesi için kullanılmaktadır. Optik yol üzerindeki diğer yüksek eyleyicili ayna ise, dalga cephesinin düzeltimesinde kullanılmaktadır. Kontrollü biçimde dalga cephesi üzerinde oluşturulan optik bozulmalar, dalga cephesi algılayıcısı ile algılanarak, kontrol programına girdi olarak kullanılmaktadır. Bozulmuş dalga cephesi bilgisine sahip demet, optik yolu takip ederek, daha yüksek eyleyiciye sahip deforme edilebilir ayna ile düzeltilerek, ikinci bir dalga cephesi algılayıcısı ile kontrol edilmektedir.

Optik yolu oluşturmak için kullanılan lensler şekil 6.1’de gösterilmiştir. İlk olarak 635 nm dalga boyuna sahip diyot lazerden 2.9 mm çap ile çıkan ışın, F-30 plano konveks lensten geçtikten sonra, optik yola 45° yerleştirilmiş aynadan yansıtılmıştır. F-75 plano konveks lensten geçen demet tekrar 45° ile yerleştirilmiş aynadan yansıtılarak, Thorlab firması tarafından üretilen 40 eyleyiciye sahip DM1 ile gösterilen deforme edilebilir aynanın optik eksenine yönlendirilmiştir. Devamında F-75 ve F-175 plano konveks lensleri ile koşutlanmışlığı (collimated) yapılarak yaklaşık 20 mm koşutlanmış (collimated) demet haline getirilmiştir. Bu DM’nin etkin pupil çapı 10 mm dir, 20 mm koşutlanmış (collimated) gelen demetin $1/e^2$ ye karşılık gelen kısmı bu ayna yardımı ile bir sonraki optik yola yönlendirilmektedir. Bunun nedeni lazer kaynağından gelen lazer demetinin, tam Gauss sınırı içindeki karakterize ışını kullanmasıdır. Bu sayede demet n sensörü üzerindeki lazer g dağınımı mümkün olduğunca stabil hale getirilmiştir.



şekil 6.1 UO deney düzeneği

40 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynadan 10 mm koşutlanmış (collimated) biçimde gelen ve kontrollü dalga cephesi bozunum bilgisini taşıyan lazer demetinin, SH algılayıcısının çapına düşürülmesi gerekmektedir. Bunun için 10 mm çapa sahip lazer demeti F-150 ve F-75 plano konveks lenslerin uygun konumlandırılması ile lazer demeti 5 mm apa (Shack-Hartmann algılayıcısı aktif alan genişliği) getirilmiştir. 5 mm koşutlanmış (collimated) biçimde gelen ve bozunum bilgisi taşıyan lazer demetinin, 140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir ayna için yeniden koşutlanması

(collimated) gereklidir. Bunun için F-75 ve F-60 plano konveks lensler kullanılarak demet çapı, 140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynanın aktif alanı olan 4.4×4.4 mm kare alana sığacak şekilde düşürülmüştür. Deforme edilebilir aynadan optimum verim elde edilebilmesi için, gelen demet ile yansıyan demet arasında 35° derecelik bir açı yapacak ile konumlandırılmıştır.

140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynadan yansıyan lazer demetinin, ikinci SH sensörünün aktif algılayıcı birimine tam olarak düşürülmesi için, demetin açılması gereklidir. Bunun için deforme edilebilir ayna girişindeki koşutlanmışlığının (collimated) tam ters işlemi yapılmıştır. F-75 ve F-100 plano konveks lensleri uygun biçimde konumlandırılarak, deforme edilebilir aynadan yansıyan lazer demetini çapı 5 mm olacak biçimde açılmıştır.

6.2 UO Sistemin Sistem Tanıma ile Modellenmesi

6.2.1 Statik Modelin Elde Edilmesi

Deforme edilebilen ayna dinamiklerinin çok hızlı değiştiği kabulü altında ayna modeli, giriş ve çıkış arasındaki ilişkiyi belirleyen statik bir etki matrisi olarak seçilebilir. Bu ilişki, matematiksel olarak

$$C = DV + N \quad (6.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. n deforme edilebilen aynanın eyleyici sayısı ve m dalga cephesi sensöründen alınan ölçüm sayısı olmak üzere, n adet tahrik paterninden oluşan $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ giriş matrisi, her bir tahrik paternine karşılık ölçümleri barındıran $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ise çıkış matrisidir. $D \in \mathbb{R}^{m \times n}$ etki matrisi, $N \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ise beyaz gürültü formundaki ölçüm gürültülerini ifade eden gürültü matrisidir.

Bir sisteme uygulanan giriş ve bunun sonucunda elde edilen çıkışlar kullanılarak, bu sistemin modeli sistem tanıma teknikleri kullanılarak çıkarılabilir. Sistem modelini çıkarmada ilk ve en önemli aşama sisteme uygulanacak giriş sinyallerinin (V) belirlenmesidir. Burada amaç, uygulanacak girişler ile sistemin hedeflenen karakteristik özelliklerine ulaşması olmalıdır. Bu tekniklerin ana fikri; gerçek sistem ve model çıkışında elde edilen veriler arasındaki farkı problem doğasına uygun bir metrikte minimize etmektir. Bu bağlamda, D etki matrisinin kestirimi olan $\hat{D} = CV^{-1}$ için kestirim hatası

$$E = D - \hat{D} = -NV^{-1} \quad (6.2)$$

olarak tanımlanabilir. Kestirim hata matrisinin kovaryans matrisi

$$\langle EE^T \rangle = \langle NV^{-1}V^{-1^T}N^T \rangle \quad (6.3)$$

karesel bir form oluşturup bir elips tanımlamaktadır. Elipsin yarı eksenleri, kovaryans matrisinin öz değerlerinin kare köküne eşit olduğundan, optimizasyon problemi elips eksenlerinin geometrik ortalamasının minimizasyonu olarak tanımlanabilir. Bir matrisin determinantının, öz değerlerinin çarpımı olduğu gerçeğinden faydalanılarak maliyet fonksiyonu

$$J(V) = \left(\det \langle EE^T \rangle \right)^{\frac{1}{2n}} \quad (6.4)$$

olarak tanımlanabilir. Denklem (6.3), denklem (6.4)'te yerine yazılırsa maliyet fonksiyonu

$$J(V) = \left(\det \langle NN^T \rangle \right)^{\frac{1}{2n}} (\det V)^{-\frac{1}{n}} \quad (6.5)$$

şeklini alır. Elde edilen bu eşitlik, denklem (6.5)'in sadece sistem girişlerine bağlı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla optimizasyon probleminin maliyet fonksiyonu

$$\tilde{J}(V) = \det V \quad (6.6)$$

yukarıdaki denklemde gözüktüğü üzere giriş matrisi V 'nin determinantının maksimizasyonu halini alır. Uygulamada karşılaşılabilecek eyleyici doyum limitleri de göz önünde bulundurulursa, sistem girişlerini oluşturan V matrisinin elemanları v_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$ için bir üst sınır belirlemek gerekmektedir. v_m parametresi eyleyici doyum sınırı olarak tanımlanırsa, optimizasyon problemi

$$\max \tilde{J}(V) \quad (6.7)$$

$$s.t. \quad |v_{ij}| \leq v_m \quad (6.8)$$

halini alır. Verilen kısıtlar altında maksimum determinant problemini sağlayan çözüm [66] çalışmasında Hadamard matrisi (H_n) olarak verilmiştir. Böylelikle (6.7) ve (6.8)'de verilen optimizasyon probleminin çözümü $V = v_m H_n$ olarak bulunur [67].

Hadamard matrisi, 1 ve -1 'lerden oluşan, satır ve sütunları birbirine dik bir matristir. Hadamard matrisinin var olabilmesi için matrisin boyutu ikinin kuvvetleri olmalıdır. Ancak birçok DM modelinin eyleyici sayıları bu şartı sağlamayabilir. Örneğin bu çalışmada kullanılan BMC140 model ayna 140 adet eyleyiciden oluşmaktadır. Bu durumda Hadamard matrisinin boyutu, bu sayıya en yakın ikinin kuvveti ($\bar{n}$) seçilerek oluşturulmaktadır. Bu kabul doğrultusunda sistem modeli (6.1)'i oluşturan C , D ve N matrisleri

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & C_2 \end{bmatrix}, \bar{N} = \begin{bmatrix} N & N_2 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$0, N_2, C_2 \in \mathbb{R}^{m \times (\bar{n}-n)}$ olarak güncellenir. Dolayısıyla, sistem modelini çıkarmada kullanılacak olan tahrik paternleri $\bar{n} \times \bar{n}$ boyutlu Hadamard matrisinin kolonları olup,

hata kovaryans matrisini minimum kılmaktadır.

6.2.2 Dinamik Modelin Elde Edilmesi

DM'lerin statik modelini kestirmede model kestirim hatasını kovaryans matrisini minimum kılan girişler, bir önceki bölümde Hadamard paterni olarak verilmiştir. UO sistemlerin dinamik durum uzay modelinin sistem tanıma teknikleriyle elde edilmesiyle ilgili olarak literatür incelendiğinde, altuzay kestirimine dayalı teknikler kullanımı dikkat çekmektedir [68], [69], [70]. Bu tekniklerin ana avantajı, kapalı çevrim sistem tanımaya olanak tanınması ve geniş data kümelerinde kullanılabilmesidir. Örneğin, $PDBSID_{opt}$ olarak bilinen kestiriciye dayalı altuzay tanımlama yöntemi, [68] çalışmasında 60 giriş 104 çıkışa sahip MIMO UO sistem için kullanılmıştır. Altuzay tanıma yöntemlerinde amaç, durum uzay formunda

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Pw(t) \quad (6.10)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + w(t) \quad (6.11)$$

şeklinde verilen sistemin matrislerini (A, B, C, D, P) belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda başvuru yöntem iki ana adımdan oluşur.

1. Durum uzayını oluşturan bazları $\hat{X}_p$, $\hat{X}_{p+1}$, satırları sistem mertebesi n ve sütunları deneyler sonucu elde edilen giriş çıkış data kümesinin boyutu olan N büyüklüğünde elde etmek.
2. Elde edilen $\hat{X}_p$, $\hat{X}_{p+1}$ bazlardan, sistem matrislerini (A, B, C, D, P)

$$\hat{X}_{p+1} \hat{=} A\hat{X}_p + B\hat{U}_p + P\hat{W}_p \quad (6.12)$$

$$\hat{Y}_p \hat{=} C\hat{X}_p + D\hat{U}_p + \hat{W}_p \quad (6.13)$$

ifadelerinden en küçük kareler anlamında elde etmek. Burada $\hat{W}_p = \hat{Y}_p - C\hat{X}_p - D\hat{U}_p$ şeklindedir.

Yöntemin ilk adımı için farklı yaklaşımlar mevcutken, ikinci adım için hemen hemen tüm yaklaşımlarda aynıdır. İlk adıma yönelik CCA, SSARX ve PBSID gibi asimptotik olarak birbirine denkliği [71]'de ispatlanmış birçok yöntem vardır. $PDBSID_{opt}$ algoritması, deney sonucu elde edilen giriş çıkış bilgisinden VARX model parametrelerinin belirlenmesine dayalı bir yöntemdir.

Şekil 6.1'de gösterilen deney düzeneğinde DM2'nin girişlerinden WFS2'deki ölçümler arasındaki matematiksel ilişkinin $PDBSID_{opt}$ sistem tanıma yöntemiyle

modellenebilmesi için DM2, 0-40 *rad/s* aralığında rastgele seçilmiş frekanslardan oluşan bir işaretin Hadamard paternleriyle çarpılmasıyla oluşan bir işaret serisi ile sürülmüştür. Bu girişlere karşılık elde edilen çıkışlar ve sisteme verilen girişler, ilgili yöntemin girdilerini oluşturmaktadır. Bu girdiler kullanarak MATLAB altında PBSID araç kutusu kullanılarak dinamik model elde edilmiştir [72]. Modelin mertebesi 21, gelecek ve geçmiş ufuklar 7 seçilerek elde edilen modelin çıkışları ve deney sonucunda elde edilen çıkışların örtüşme oranları, iki işaret arasındaki varyans ile

$$VAF_i = \left(1 - \frac{var(y_i - \hat{y}_i)}{var(y_i)}\right) 100\% \quad (6.14)$$

hesaplanmıştır. Örtüşme oranları Tablo 6.1’de verilmiştir. Tablo 6.1’deki oranlar her bir çıkış için % 90 üzerinde olup, elde edilen durum uzay modelinin eğitim verisi özelinde başarısını göstermektedir.

Tablo 6.1 Sistem tanıma ile edilen model ve deney çıkışlarının örtüşme oranları

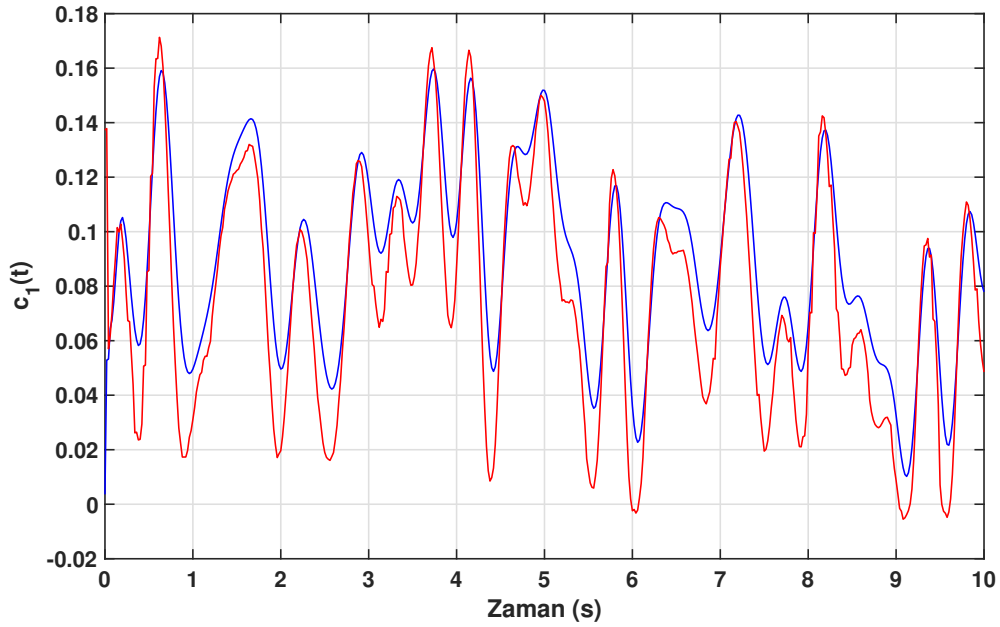
Çıkışlar	Örtüşme oranları (%)
y_1	91.7686
y_2	90.8923
y_3	92.5548
y_4	91.2863
y_5	91.0167
y_6	91.1187
y_7	90.9193

Elde edilen modelin başarısını göstermek için, sistem tanımada kullanılan girişlerden farklı bir giriş dizilimi seçilerek deney çıkışları ve matematiksel modelin çıkışları incelenmiştir. Bu giriş dizilimi, ilk yedi Zernike modunun farklı değerlerle ağırlıklandırılıp, bu değerleri sistem çıkışında elde edecekler girişler hesaplanarak seçilmiştir. Oluşan eyleyici paterni, sistem tanımada kullanılan frekans bandı içerisinde rasgele seçilen frekanslardan oluşan sinüzoidal bir işaretle çarpılarak Şekil 6.1’de verilen deney düzeneğine ve elde edilen modele uygulanmıştır. Bu validasyon testinin sonuçları Şekil 6.2-6.8’de, örtüşme oranları ise Tablo 6.2’de verilmiştir. Bu oranlar, Tablo 6.1’deki oranlardan daha düşük olsa da eğitim verisinden farklı bir giriş dizilimi için tatmin edici seviyededir. Bu oranlar, optik bozulma kiplerinin ağırlıklılandırılmasına, bu kiplerin aralarındaki ilişkiye göre değişiklik gösterebilir. Zernike polinomlarıyla ifade edilen optik bozulma kipleri, zaman değişkenine göre birbirine dik olsa da uzamsal değişkenlere göre birbirine dik değildir. Bu durum, sonsuz adet serbestlik derecesine sahip esnek bir DM’nin sonlu sayıda eyleyiciyle uzamsal anlamda birbirine dik olmayan bozulma kiplerini oluşturmada zorluk

yaratmaktadır.

Tablo 6.2 Farklı girişler ile çıkışların örtüşme oranları

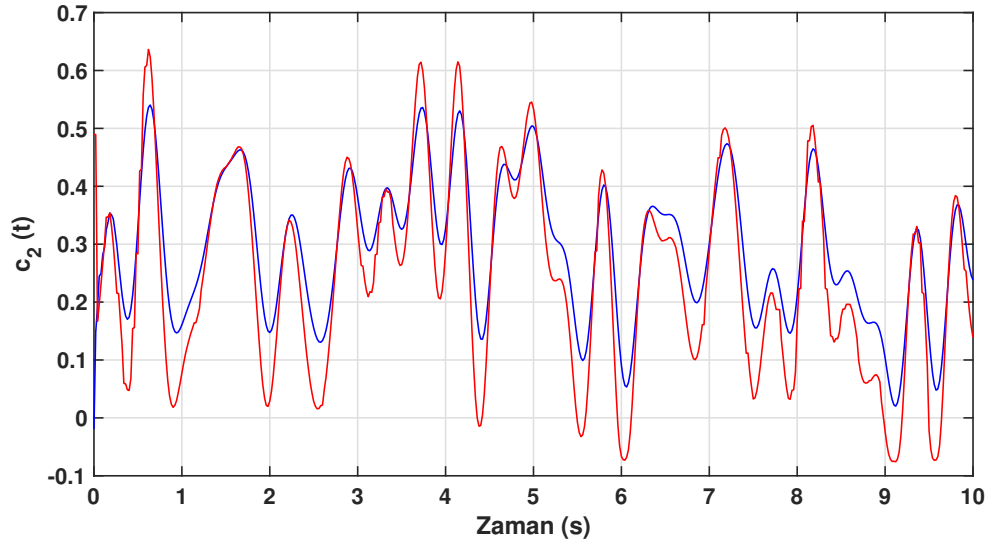
Çıkışlar	Örtüşme oranları (%)
y_1	85.6038
y_2	84.9107
y_3	91.3708
y_4	87.2556
y_5	83.3561
y_6	68.7811
y_7	90.2533



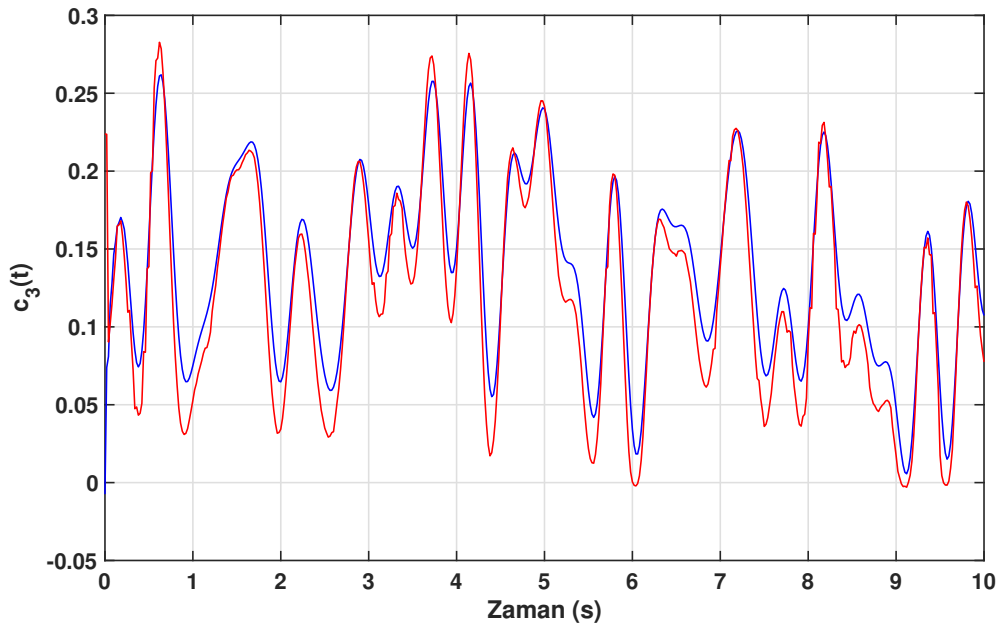
Şekil 6.2 Tümü modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) astigmatizm 45° modu çıkışları

6.3 İç Model Prensibi'ne Dayalı Kontrolcünün Deney Düzenneğine Uygulanması

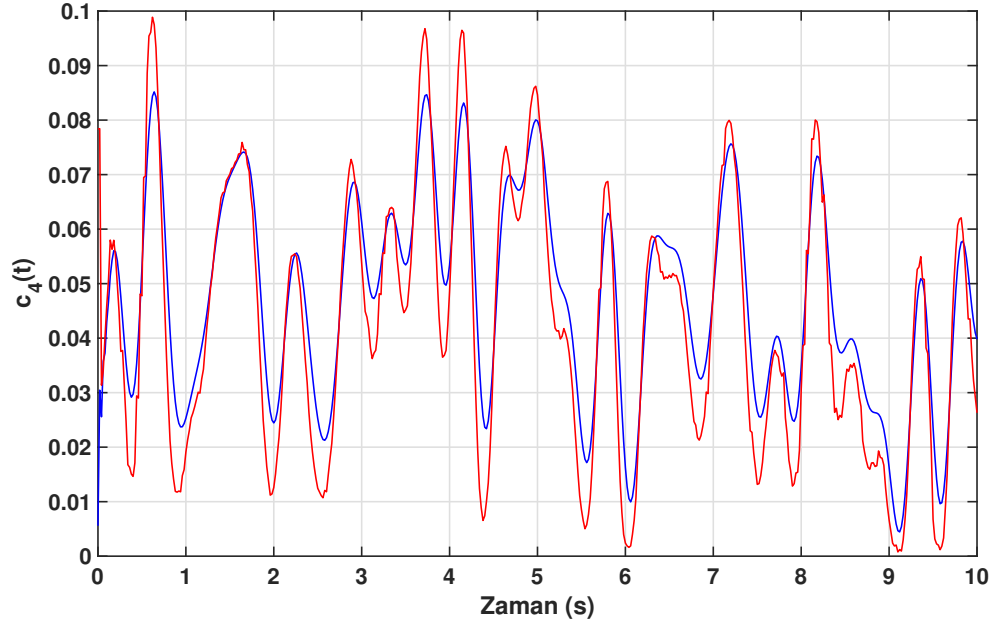
Bu başlıkta Bölüm 3'teki kontrolcü yapısı, Şekil 6.1'deki deney düzenneğine uygulanmıştır. İlgili kontrolcünün DM'nin referans takibi performansı inceleneceğinden, sadece DM2 ve WFS2 sensörü kullanılacaktır. WFS2, 7 adet Zernike polinomu katsayısını ölçecek şekilde ayarlanmıştır. Dolayısıyla, bu katsayıların bir referans işaretini takip etmesi istenecektir. Başka bir deyişle, WFS2'den alınan ölçümler için bir referans yaratılıp, DM2'nin 140 adet eyleycisine, bu referansları takip ettirecek girişleri uygulayan kontrolcünün performansı incelenecektir.



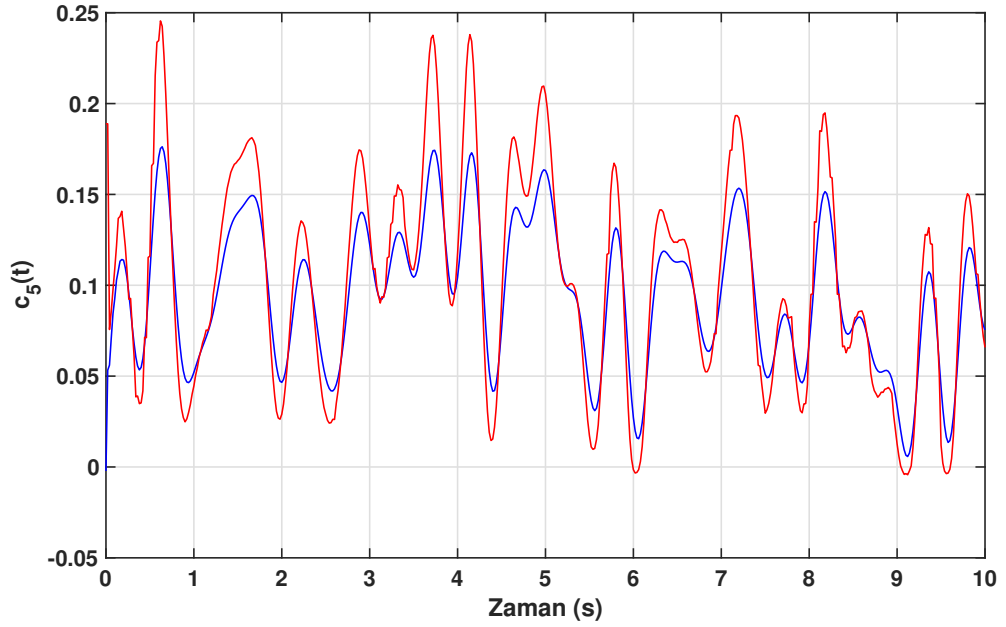
Şekil 6.3 Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) defocus modu çıkışları



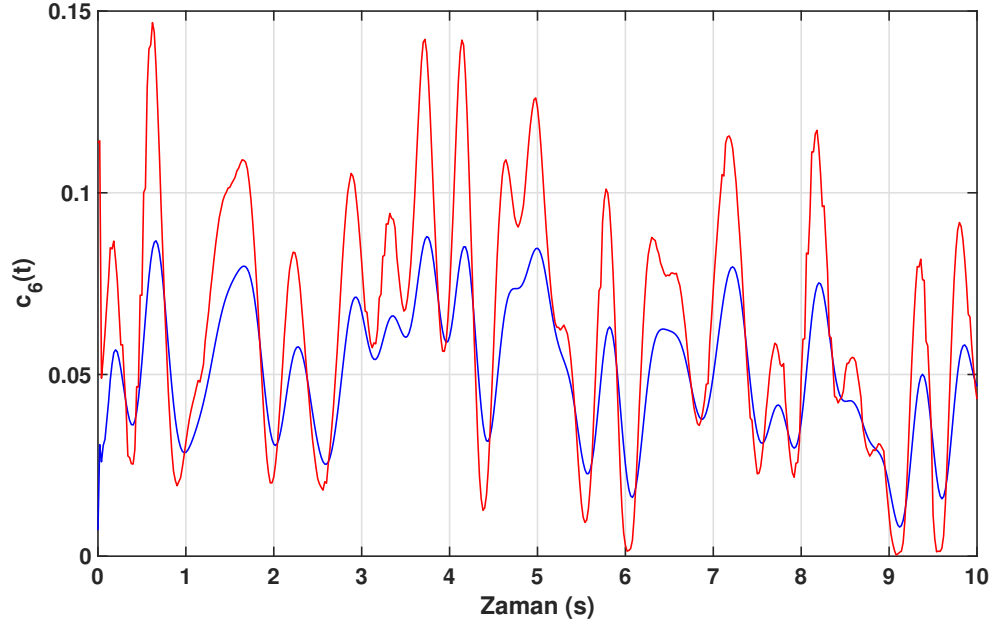
Şekil 6.4 Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) astigmatism 0° modu çıkışları



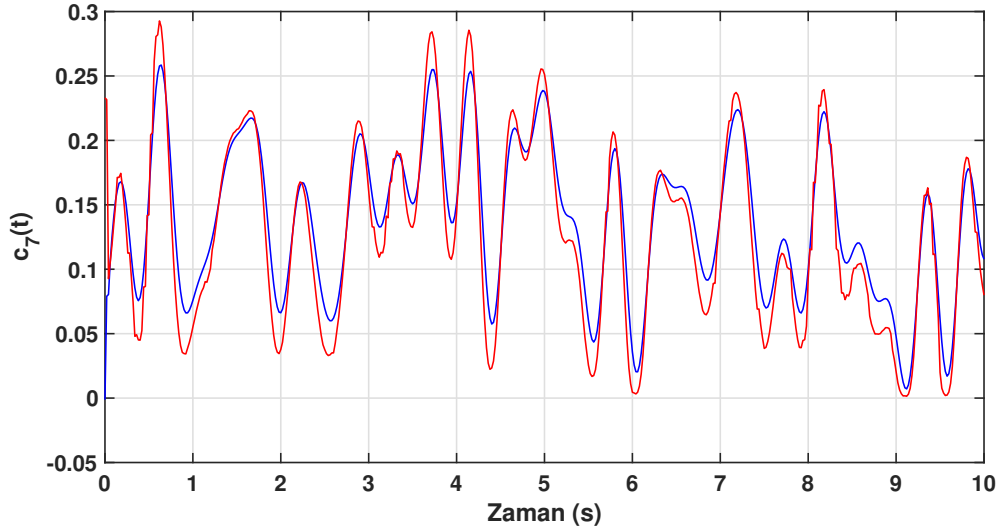
Şekil 6.5 Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil Y modu çıkışları



Şekil 6.6 Tüm modların ağırlıklandırılışı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları



Şekil 6.7 Tüm modların ağırlıklandırılığı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları



Şekil 6.8 Tüm modların ağırlıklandırılığı durum için sistem (kırmızı) ve model (mavi) trefoil modu çıkışları

DM'den takip etmesi için $y_{ref} = 0.1\sin(1.2t) + 0.3\sin(2.3t) + 0.2\sin(3.5t)$ gibi bir işaret seçilmiştir. DM2'nin modeli bir önceki bölümde sistem tanıma teknikleri ile

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{6.15}$$

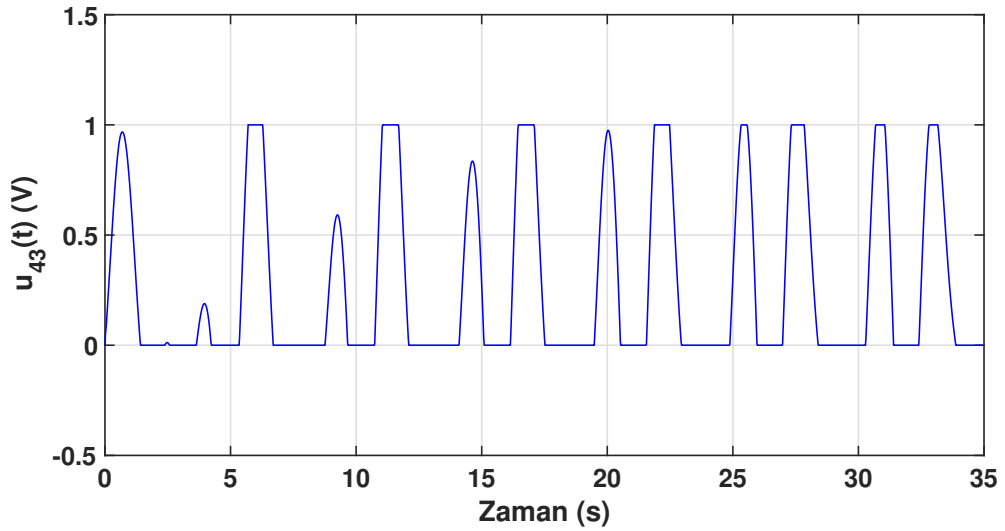
formunda elde edilmiş olup, Bölüm 3'te önerilen aşağıdaki yapıdaki kontrolcü altındaki

$$\dot{z}_1(t) = G_1 z_1(t) + G_2 e(t)\tag{6.16}$$

$$\dot{z}_2(t) = (A + BK_2)z_1(t) + BK_1 z_1(t) - Le(t)\tag{6.17}$$

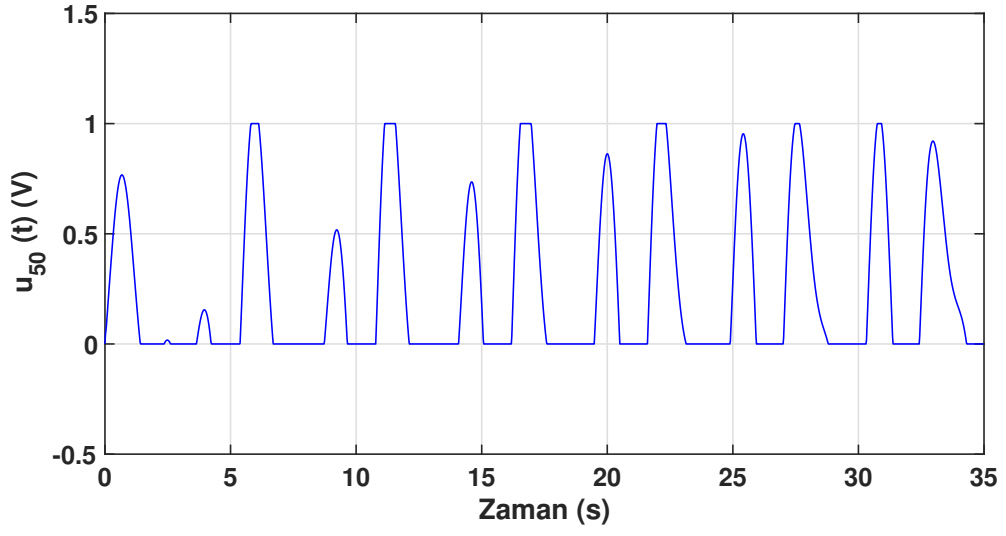
$$u(t) = K_1 z_1(t) + K_2 z_2(t)\tag{6.18}$$

performansı Şekil 6.12-6.18'te verilmiştir. $K_{1,2}$ ve L kazançları Matlab'in `lqr` komutuyla hesaplanmıştır. Sistem çıkışları, y_{ref} işaretini ufak takip hatalarıyla başarıyla takip etmiştir. Sistem tanıma sonucu elde edilen modelin içerdiği muhtemel dinamik belirsizlikler, eyleyici doyumları, kalibrasyon hataları gibi etkenler bu hatalara yol açmaktadır. Özellikle elektrostatik eyleyicilerin doğrusal olmayan yapısı ve doyum sınırları bu etkenlerin arasında öne çıkmaktadır [73]. Bazı eyleyicilerden uygulanan doyum limitleri altındaki kontrol işaretleri Şekil 6.9-6.11'de verilmektedir.

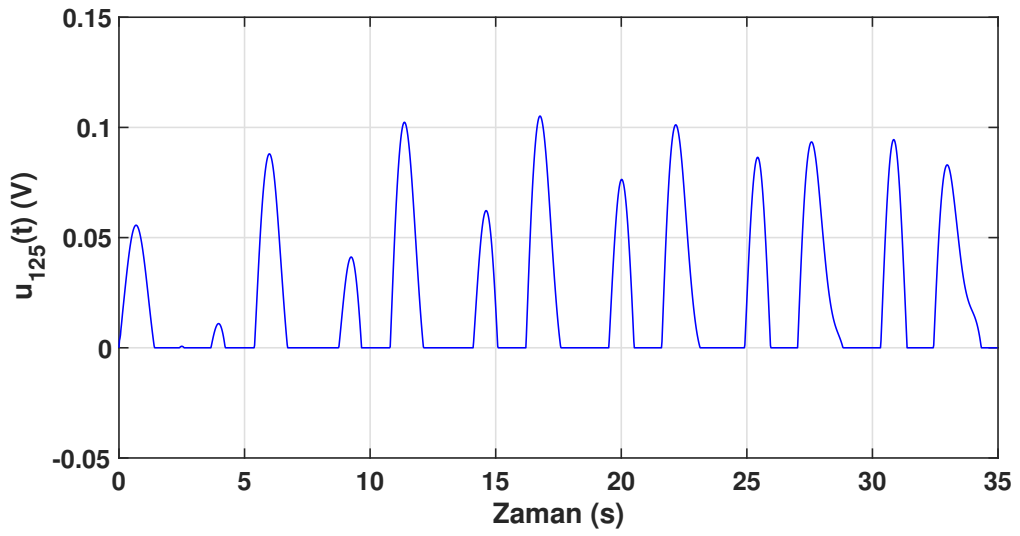


Şekil 6.9 43. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti

Literatürde eyleyici doyumlarına sahip doğrusal sistemlerin kontrolünde doğrusal matris eşitsizliği tabanlı yöntemler dikkat çekmektedir [74], [75]. Bu yöntemler, doyum sınırlarının simetrik olduğu kabülü altında uygulanabilmektedir. Öte yandan, DM2'nin 140 adet eyleyicisinin doyum sınırları simetrik olsa dahi problemin çözümü, kararlılık şartı ve eyleyici sınırlarına karşılık gelen doğrusal matris eşitsizlikleriyle

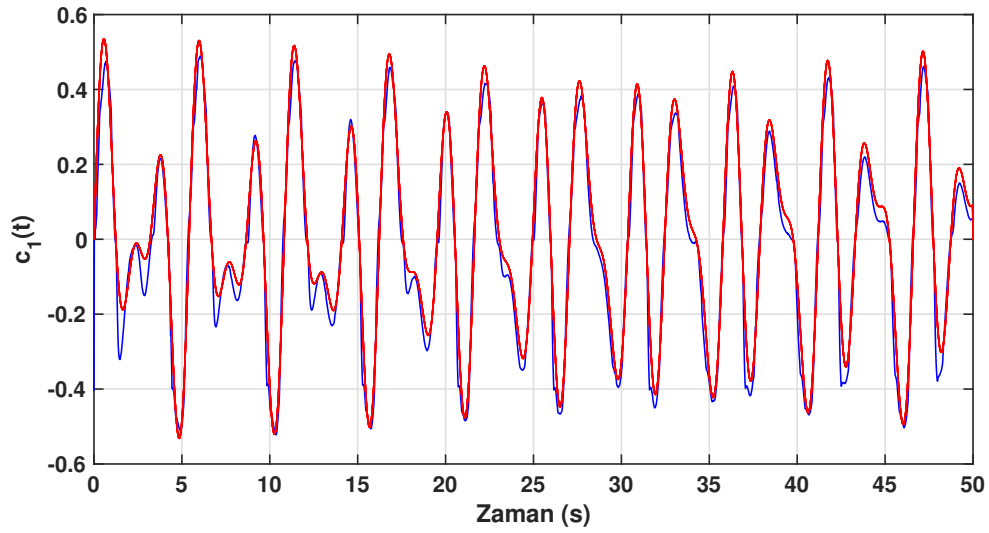


Şekil 6.10 50. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti

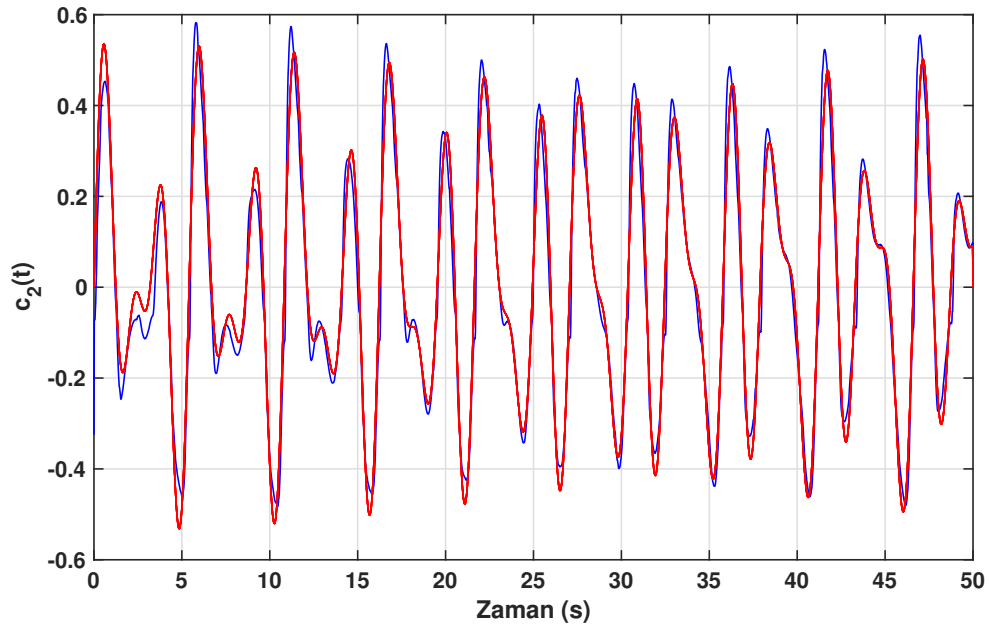


Şekil 6.11 125. eyleyiciden uygulanan kontrol işareti

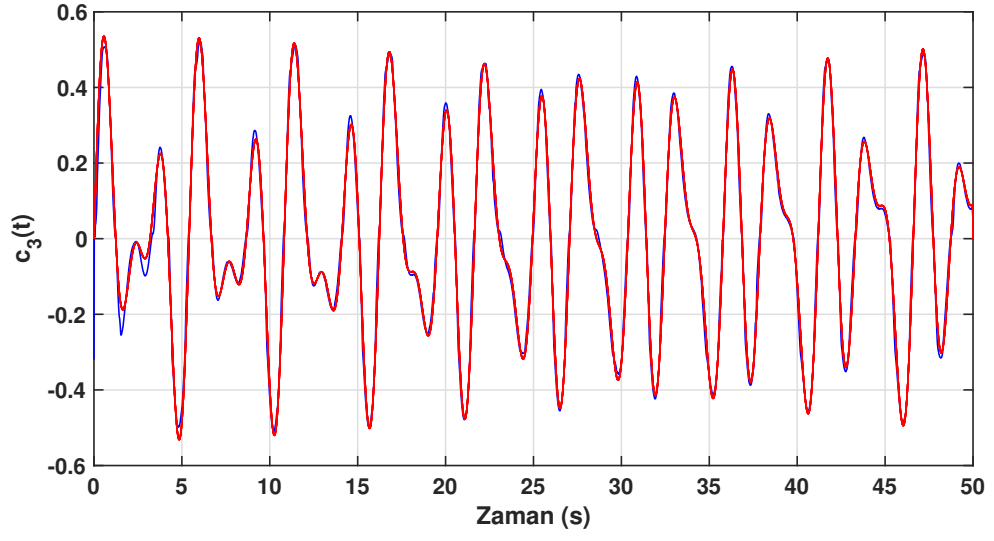
beraber yaklaşık 141 adet matris eşitsizliğinin çözülmesini gerektirmektedir. Ancak DM2 için eyleyici doyum sınırları $[0, 1]$ şeklindedir ve dolayısıyla simetrik değildir. Literatürde asimetrik eyleyici sınırları olarak ifade edilen bu problem, genellikle içbükey kabuk yaklaşımı ile tutucu yapılarla çözülmektedir [76]. Bu yaklaşım mevcut doğrusal matris eşitsizliklerini DM2 için 2^{140} kadar arttırmaktadır ki bu durum problemin çözümünü imkansız hale getirmektedir.



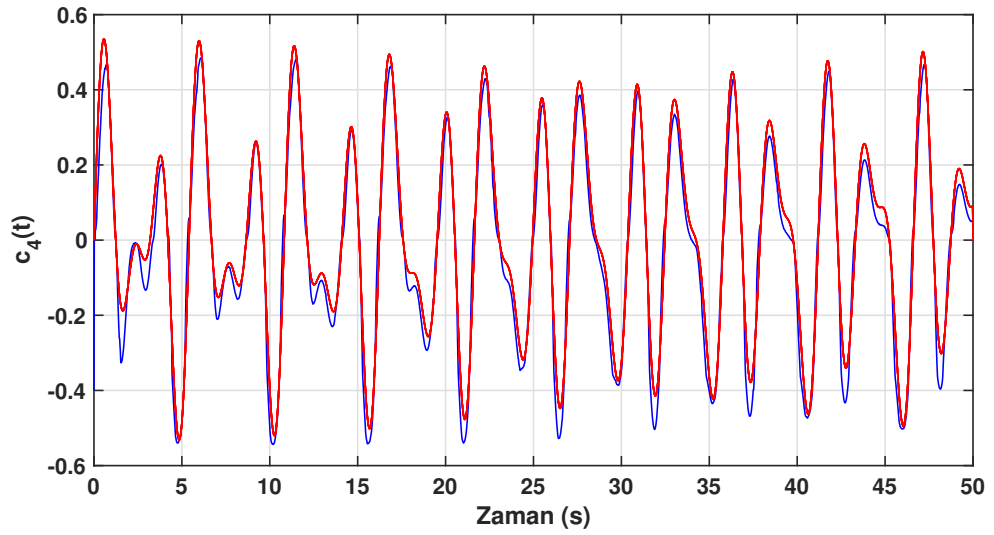
Şekil 6.12 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin astigmatizm 45° çıkışı (mavi)



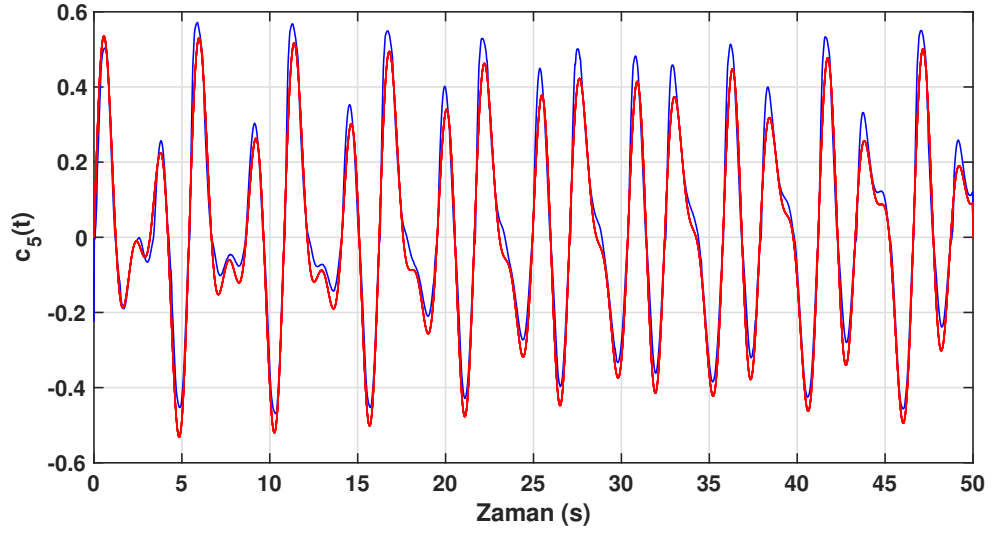
Şekil 6.13 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin defocus çıkışı (mavi)



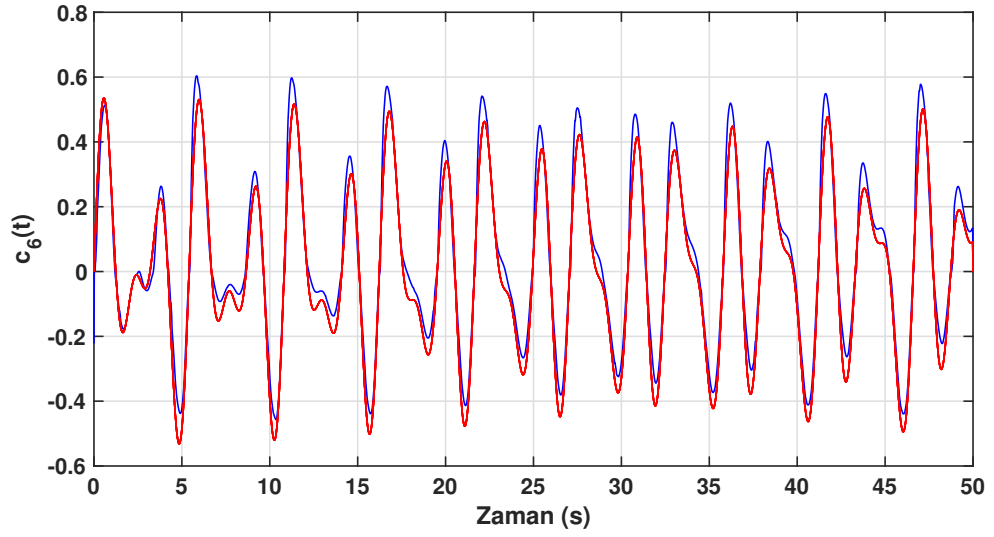
Şekil 6.14 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin astigmatizm 0° çıkışı (mavi)



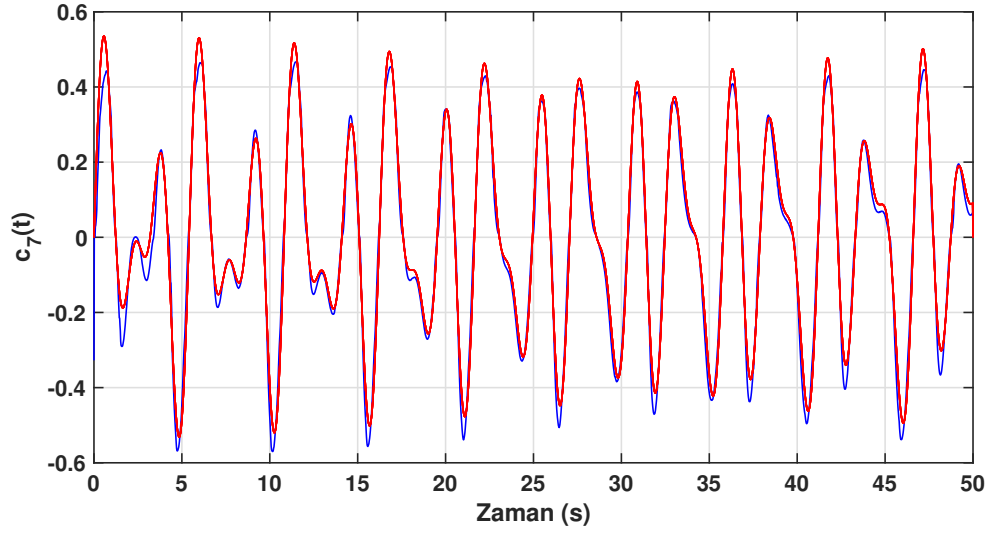
Şekil 6.15 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin trefoil Y çıkışı (mavi)



Şekil 6.16 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin trefoil X çıkışı (mavi)



Şekil 6.17 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin coma Y çıkışı (mavi)



Şekil 6.18 Referans işareti (kırmızı) ve sistemin coma X çıkışı (mavi)

7 SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde, atmosferik türbülans veya başka optik bozulma kaynaklarına maruz kalan dalga cephesinin, çıkış regülasyon teorisi kapsamında DM'nin esnek yapısından kaynaklı dinamiklerin kontrol tasarımı dahil edilerek düzeltilmesi incelenmiştir. Dağıtık parametrelili sistemler sınıfına dahil edilen esnek DM yüzey kontrolü için, tezin ilk bölümünde erken indirgeme yaklaşımı benimsenerek iç model tasarımına dayalı bir kontrol tasarımı yapılarak dalga cephesi bozulmalarını ifade eden Zernike katsayılarının sıfıra sürülmesi hedeflenmiştir. İlk olarak bozucu ve referans işaretlerinin bilindiği durumda DM'nin sonlu boyutlu bir kontrolcüyle kontrol edilebilmesi için gerekli olan sonlu eleman ağının miktarı analiz edilmiştir. Bu inceleme sonucu elde edilen modellerin yüksek mertebelerde olması, elde edilen kontrolcülerin de mertebesini arttırmaktadır. Bu sorun, önerilen kontrolcü yapısının gözleyici kısmının dengeli model indirgeme yaklaşımıyla düşük mertebeden elde edilmesi ile giderilmiştir. Elde edilen düşük dereceli kontrolcü ile frekansları bilinen bozucu ve referans girişleri altında asimptotik regülasyonun sağlandığı benzetim sonuçlarıyla gösterilmiştir. Önerilen yaklaşım, UO sistemlerin kontrol haricinde başta havacılık olmak üzere birçok alanda karşılaşılan esnek yapıların şekil kontrolü problemi için de etkili bir çözüm sunmuştur.

Tezin takip eden bölümünde, UO sistemler için çıkış regülasyonu problemi bozucu ve referans işaretlerinin frekanslarının bilinmediği durum için ele alınmıştır. Önerilen kontrolcü yapısında bozucu ve referans dinamiklerinin iç modelinin tamamen belirsiz olması sebebiyle kontrolcünün iç model kısmı, uyarlamalı bir yapıyla genişletilmiştir. Benzetim sonuçları, tasarlanan kontrolcünün bozucu ve referans frekanslarının ani değiştiği durumlarda bile asimptotik regülasyonu sağladığını göstermiştir. Tezin bu bölümündeki katkının önemi, UO sistemlerin savunma sanayinden biyomedikal alanına kadar uzanan geniş kullanım sahasının beraberinde getirdiği büyük belirsizlikler altında çıkış regülasyonu probleminin çözümüne dair bütünsel bir çözüm sunmasıdır.

Çıkış regülasyonu teorisinin dağıtık parametrelili sistemlere genişletildiği günden

bugüne yapılan çalışmalar incelendiğinde referans işaretlerinin frekanslarının bilinmediği durumda yörünge takibine yönelik bir çalışmanın eksikliği gözlenmektedir. Tezin 5. Bölümü'nde bu problemi ele alınmıştır. Kontrol kuralının belirsiz yörünge frekansına bağlı olması, bu kuralın bir frekans kestirim şemasıyla uygulanması ihtiyacını doğurmuştur. Bu ihtiyaç çerçevesinde önerilen kestirim şeması, operatör regülatör denklemleriyle elde edilen kontrol kuralıyla beraber, önerilen yaklaşımın başarısını göstermek adına bir boyutlu ısı denklemi ve birinci derece hiperbolik denklem üzerinde uygulanmıştır. Benzetim sonuçları, önerilen kontrol yapısıyla beraber belirsiz yörünge takibi probleminin çözüldüğünü göstermiştir.

Tezin son bölümünde, Bölüm 3'te önerilen kontrol yapısının başarısı UO sistemin deney düzeneği üstünde test edilmiştir. DM dinamik model sistem tanıma teknikleriyle elde edilip, dalga cephesi sensöründen ölçülen Zernike katsayılarının sinüzoidal komponentlerden oluşan bir referans işaretini takip etmesi istemiştir. Elde edilen sonuçlar, her ne kadar ölçülen çıkışların referans işaretini takip ettiğini gösterse de, eyleyici doyumlarının, lazer ışının odaklanmasındaki kalibrasyon hatalarının, eyleyicilerin doğrusal olmayan yapısının sistemin referans takip performansını etkilediği gözlemlenmiştir. Eyleyici doyum limitlerinin simetrik olmaması, eyleyici sayısının yüksek olması, doyum kısıtları çerçevesinde bir kontrol problemini zorlaştırmaktadır.

Tezin her bölümünde elde edilen benzetim ve deneysel sonuçlar önerilen yaklaşımların başarısını gösterse de, paylaşılan sonuçları elde etmek için yapılan kabullerin farklı senaryolar için esnetilmesi zorunluluğu, deneysel çalışmalarda karşılaşılan problemler, teorik ve pratik anlamda yeni araştırma konularına ışık tutmaktadır. Bu bağlamda, gelecekte ele alınacak ilk problem tezin ilk bölümüne tekabül eden iç model tasarımına dayalı düşük dereceli kontrol tasarımıyla ilgilidir. Sonlu boyutlu bir kontrolcüyle sonsuz boyutlu sistemlerin çıkış regülasyonu probleminde önerilen yaklaşım için kapalı çevrim yakınsaklığı kabulü sınırlı giriş ve çıkış operatörleri için geçerlidir. Literatürde bakıldığının tahrik ve ölçüm işlemlerinin kontrol edilmek istenen yüzeyin sınırlarından uygulandığı senaryoda iyi konumlanmışlık ve yakınsaklık koşullarının yeniden ele alınması gerekmektedir. Fonksiyonel analitik bir analizin gerektirdiği bu teorik problem gelecekte ele alınacak problemlerin ilkidir. Bir diğer açık problem, uyarlamalı çıkış regülasyon yapısının geç indirgeme yaklaşımıyla ele alınmasıdır. Bu problem için ana motivasyon, pratik uygulama esnasında karşılaşılabilecek taşma etkisinin önüne geçilmesidir. Tezin deneysel çalışmaları içeren bölümünde, sonuçların başarısını etkileyen faktörlerden başlıcasının eyleyici doyumları olduğu belirlenmiştir. Bu problemin üstesinden gelmek için literatürdeki çalışmalar incelendiğinde sistemin eyleyici sayısının ilgili yaklaşımların uygulanmasında engel teşkil ettiği gözlemlenmiştir. Gelecekteki çalışmalarda,

eyleyicilerin DM davranışı üzerindeki etkisi incelenerek baskın eyleyici grupları belirlenip sistemi kontrol etmek için kullanılan eyleyici sayısının düşürülmesi hedeflenmektedir. Bu sayede, literatürde simetrik olmayan eyleyici doyumlarıyla ilgili çözümler, deneysel çalışmalar kapsamında gözlenen problemlerin çözümü için deney düzeneğine uygulanacaktır.

- [1] A. Kater, T. Meurer, “Motion planning and tracking control for coupled flexible beam structures,” *Control Engineering Practice*, vol. 84, pp. 389–398, 2019.
- [2] H. W. Babcock, “The possibility of compensating astronomical seeing,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 65, no. 386, pp. 229–236, 1953.
- [3] R. Tyson, *Principles of adaptive optics*. CRC press, 2010.
- [4] G. Vdovin, O. Soloviev, A. Samokhin, M. Loktev, “Correction of low order aberrations using continuous deformable mirrors,” *Optics express*, vol. 16, no. 5, pp. 2859–2866, 2008.
- [5] E. Gendron, P. Léna, “Astronomical adaptive optics. 1: Modal control optimization,” *Astronomy and Astrophysics*, vol. 291, pp. 337–347, 1994.
- [6] J. Huang, D. P. Looze, N. Denis, D. A. Castanon, “Control designs for an adaptive optics system,” in *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, vol. 4, 1995, pp. 3753–3756.
- [7] M. A. van Dam, D. Le Mignant, B. A. Macintosh, “Performance of the keck observatory adaptive-optics system,” *Applied Optics*, vol. 43, no. 29, pp. 5458–5467, 2004.
- [8] F. Roddier, “Maximum gain and efficiency of adaptive optics systems,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 110, no. 749, p. 837, 1998.
- [9] A. Iqbal, Z. Wu, F. B. Amara, “Mixed-sensitivity $\mathcal{H}_\infty$ control of magnetic-fluid-deformable mirrors,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 15, no. 4, pp. 548–556, 2010.
- [10] C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, C. Petit, J.-M. Conan, P. V. De Lesegno, “Optimal control, observers and integrators in adaptive optics,” *Optics express*, vol. 14, no. 17, pp. 7464–7476, 2006.
- [11] C. Petit, J.-M. Conan, C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, “Linear quadratic gaussian control for adaptive optics and multiconjugate adaptive optics: Experimental and numerical analysis,” *JOSA A*, vol. 26, no. 6, pp. 1307–1325, 2009.
- [12] A. Costille, C. Petit, J.-M. Conan, C. Kulcsár, H.-F. Raynaud, “Linear quadratic gaussian control applied to wfao systems: Simulation and experimental results,” *European journal of control*, vol. 17, no. 3, pp. 302–315, 2011.
- [13] L. Baudouin, C. Prieur, F. Guignard, D. Arzelier, “Robust control of a bimorph mirror for adaptive optics systems,” *Applied optics*, vol. 47, no. 20, pp. 3637–3645, 2008.

- [14] J. Mocci, M. Quintavalla, A. Chiuso, S. Bonora, R. Muradore, “Pi-shaped lqg control design for adaptive optics systems,” *Control Engineering Practice*, vol. 102, p. 104528, 2020.
- [15] J. J. Kim, D. C. Burtz, B. N. Agrawal, “Wavefront correction of optical beam for large space mirrors using robust control techniques,” *Acta Astronautica*, vol. 68, no. 1-2, pp. 141–148, 2011.
- [16] Y. Guo *et al.*, “Vibration mitigation experiment on the chinese large solar telescope based on the linear quadratic gaussian control,” *Optik*, vol. 230, p. 166333, 2021.
- [17] B. Erol, B. Altiner, E. Adalı, A. Delibaşı, “ $\mathcal{H}_\infty$ Suboptimal controller design for adaptive optic systems,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 41, no. 8, pp. 2100–2113, 2019.
- [18] M. Ficocelli, F. B. Amara, “Online tuning of retinal imaging adaptive optics systems,” *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 20, no. 3, pp. 747–754, 2011.
- [19] Z.-H. Luo, B.-Z. Guo, Ö. Morgül, *Stability and stabilization of infinite dimensional systems with applications*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [20] R. F. Curtain, H. Zwart, *An introduction to infinite-dimensional linear systems theory*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 21.
- [21] A. Pazy, *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 44.
- [22] M. Balas, “Feedback control of flexible systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 23, no. 4, pp. 673–679, 1978.
- [23] K. Morris, W. Levine, “Control of systems governed by partial differential equations,” *The control theory handbook*, 2010.
- [24] T. Meurer, *Control of Higher-Dimensional PDEs: Flatness and Backstepping Designs*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [25] M. Krstic, A. Smyshlyaev, *Boundary control of PDEs: A course on backstepping designs*. Siam, 2008, vol. 16.
- [26] A. Smyshlyaev, M. Krstic, “Closed-form boundary state feedbacks for a class of 1-d partial integro-differential equations,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 12, pp. 2185–2202, 2004.
- [27] C. Foias, H. Özbay, A. Tannenbaum, *Robust control of infinite dimensional systems: frequency domain methods*. Springer, 1996.
- [28] C. Johnson, “Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 16, no. 6, pp. 635–644, 1971.
- [29] E. Davison, “The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems,” *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 21, no. 1, pp. 25–34, 1976.
- [30] B. A. Francis, W. M. Wonham, “The internal model principle of control theory,” *Automatica*, vol. 12, no. 5, pp. 457–465, 1976.

- [31] A. Isidori, C. I. Byrnes, “Output regulation of nonlinear systems,” *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 2, pp. 131–140, 1990.
- [32] H. Banks, K. Kunisch, “The linear regulator problem for parabolic systems,” *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 22, no. 5, pp. 684–698, 1984.
- [33] H. T. Banks, K. Ito, “Approximation in lqr problems for infinite dimensional systems with unbounded input operators,” North Carolina State University. Center for Research in Scientific Computation, Tech. Rep., 1994.
- [34] K. Morris, “Design of finite-dimensional controllers for infinite-dimensional systems by approximation,” 1994.
- [35] M. Xiao, T. Basar, “Finite-dimensional compensators for the h^∞ -optimal control of infinite-dimensional systems via a galerkin-type approximation,” *SIAM journal on control and optimization*, vol. 37, no. 5, pp. 1614–1647, 1999.
- [36] K. Ito, K. A. Morris, “An approximation theory of solutions to operator riccati equations for $\mathcal{H}_\infty$ control,” *SIAM journal on control and optimization*, vol. 36, no. 1, pp. 82–99, 1998.
- [37] K. A. Morris, “Convergence of controllers designed using state-space techniques,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 39, no. 10, pp. 2100–2104, 1994.
- [38] L. Paunonen, D. Phan, “Reduced order controller design for robust output regulation,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019.
- [39] A. Serrani, A. Isidori, L. Marconi, “Semi-global nonlinear output regulation with adaptive internal model,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 8, pp. 1178–1194, 2001.
- [40] A. Pyrkin, A. Isidori, “Adaptive output regulation of right-invertible mimo lti systems, with application to vessel motion control,” *European Journal of Control*, vol. 46, pp. 63–79, 2019.
- [41] C. Bymes, I. G. Laukó, D. S. Gilliam, V. I. Shubov, “Output regulation for linear distributed parameter systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 12, pp. 2236–2252, 2000.
- [42] V. Natarajan, D. S. Gilliam, G. Weiss, “The state feedback regulator problem for regular linear systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 59, no. 10, pp. 2708–2723, 2014.
- [43] J. Deutscher, “Output regulation for linear distributed-parameter systems using finite-dimensional dual observers,” *Automatica*, vol. 47, no. 11, pp. 2468–2473, 2011.
- [44] X. Xu, S. Dubljevic, “Output regulation problem for a class of regular hyperbolic systems,” *International Journal of Control*, vol. 89, no. 1, pp. 113–127, 2016.
- [45] —, “Output feedback regulator for infinite-dimensional systems,” in *2016 American Control Conference (ACC)*, IEEE, 2016, pp. 5231–5236.
- [46] —, “Output and error feedback regulator designs for linear infinite-dimensional systems,” *Automatica*, vol. 83, pp. 170–178, 2017.
- [47] X. Wang, H. Ji, J. Sheng, “Output regulation problem for a class of siso infinite dimensional systems via a finite dimensional dynamic control,” *Journal of Systems Science and Complexity*, vol. 27, no. 6, pp. 1172–1191, 2014.

- [48] S. Afshar, L. Paunonen, "Adaptive robust output regulation control design," in *2019 American Control Conference (ACC)*, IEEE, 2019, pp. 3038–3043.
- [49] T. Ruppel, "Modeling and control of deformable membrane mirrors," in *Adaptive Optics Progress*, InTech, 2012.
- [50] J. N. Reddy, *An introduction to the finite element method*, 2.2. McGraw-hill New York, 1993, vol. 2.
- [51] G. Nikishkov, "Introduction to the finite element method," *University of Aizu*, pp. 1–70, 2004.
- [52] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, R. L. Taylor, *The finite element method: solid mechanics*. Butterworth-heinemann, 2000, vol. 2.
- [53] S. Moser, P. Lee, A. Podoleanu, "An fpga architecture for extracting real-time zernike coefficients from measured phase gradients," *Measurement Science Review*, vol. 15, no. 2, pp. 92–100, 2015.
- [54] R. J. Noll, "Zernike polynomials and atmospheric turbulence," *JOsA*, vol. 66, no. 3, pp. 207–211, 1976.
- [55] K. Zhou, J. C. Doyle, *Essentials of robust control*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998, vol. 104.
- [56] L. Paunonen, S. Pohjolainen, "Internal model theory for distributed parameter systems," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 48, no. 7, pp. 4753–4775, 2010.
- [57] L. Paunonen, "Controller design for robust output regulation of regular linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 10, pp. 2974–2986, 2015.
- [58] G. Obregon-Pulido, B. Castillo-Toledo, A. G. Loukianov, "A structurally stable globally adaptive internal model regulator for mimo linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 1, pp. 160–165, 2010.
- [59] M. Dogan, Y. İstefanopulos, "Optimal nonlinear controller design for flexible robot manipulators with adaptive internal model," *IET Control Theory & Applications*, vol. 1, no. 3, pp. 770–778, 2007.
- [60] G. Obregon-Pulido, B. Castillo-Toledo, A. Loukianov, "A globally convergent estimator for n-frequencies," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 5, pp. 857–863, 2002.
- [61] J. H. Lee, S. E. Lee, Y. J. Kong, "Performance prediction of a laser-guide star adaptive optics system for a 1.6 m telescope," *Current Optics and Photonics*, vol. 2, no. 3, pp. 269–279, 2018.
- [62] B. Altınar, B. Erol, A. Delibaşı, "Optimal actuator placement in adaptive optics systems," *Journal of Vibration and Control*, p. 10 775 463 211 032 449, 2021.
- [63] E. Aulisa, D. Gilliam, *A practical guide to geometric regulation for distributed parameter systems*. CRC Press, 2015.
- [64] I. Aksikas, A. Fuxman, J. F. Forbes, J. J. Winkin, "Lq control design of a class of hyperbolic pde systems: Application to fixed-bed reactor," *Automatica*, vol. 45, no. 6, pp. 1542–1548, 2009.

- [65] X. Xu, B. Huang, S. Dubljevic, "State feedback output regulation for a class of hyperbolic pde systems," in *2015 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2015, pp. 521–526.
- [66] J. Brenner, L. Cummings, "The hadamard maximum determinant problem," *The American Mathematical Monthly*, vol. 79, no. 6, pp. 626–630, 1972.
- [67] M. Kasper, E. Fedrigo, D. P. Looze, H. Bonnet, L. Ivanescu, S. Oberti, "Fast calibration of high-order adaptive optics systems," *JOSA A*, vol. 21, no. 6, pp. 1004–1008, 2004.
- [68] A. Chiuso, R. Muradore, E. Marchetti, "Dynamic calibration of adaptive optics systems: A system identification approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 3, pp. 705–713, 2009.
- [69] R. Muradore, J. Kolb, L. Pettazzi, E. Marchetti, "Multi-input multi-output identification for control of adaptive optics systems," in *Adaptive Optics Systems IV*, International Society for Optics and Photonics, vol. 9148, 2014, 91484E.
- [70] A. Haber, M. Verhaegen, "Modeling and state-space identification of deformable mirrors," *Optics express*, vol. 28, no. 4, pp. 4726–4740, 2020.
- [71] A. Chiuso, "The role of vector autoregressive modeling in predictor-based subspace identification," *Automatica*, vol. 43, no. 6, pp. 1034–1048, 2007.
- [72] I. Houtzager, J.-W. van Wingerden, M. Verhaegen, "Fast-array recursive closed-loop subspace model identification," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, no. 10, pp. 96–101, 2009.
- [73] A. Haber, T. Bifano, "General approach to precise deformable mirror control," *Optics Express*, vol. 29, no. 21, pp. 33 741–33 759, 2021.
- [74] I. B. Küçükdemiral, "Robust disturbance rejection for discrete-time systems having magnitude and rate bounded inputs," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 12, pp. 8252–8276, 2020.
- [75] Y. Li, Z. Lin, *Stability and performance of control systems with actuator saturation*. Springer, 2018.
- [76] M. Benhayoun, A. Benzaouia, F. Mesquine, A. E. Hajjaji, "Stabilization of unsymmetrical saturated discrete-time systems: An lmi approach," in *3rd International Conference on Systems and Control*, IEEE, 2013, pp. 478–483.

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Makale

1. B. Altıner, M. Doğan, J. Daşdemir, "Adaptive Output Regulation of Adaptive Optics System," *Journal of Vibration and Control*, 2021

Konferans Bildirisi

1. B. Altıner, M. Doğan, J. Daşdemir, "Reduced order controller design for outputregulation of adaptive optics system," in 2020 12th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO), IEEE, 2020, pp. 261–265.