

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ZAMANLA DEĞİŞEN KANALLARDA
TURBO KODLAMA**

Elektrik-Elektronik Yük. Müh. Ersin GÖSE

**FBE Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 09.05.2005
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Halit PASTACI (YTÜ)
İkinci Tez Danışmanı : Prof. Dr. Osman Nuri UÇAN (İÜ)
Jüri Üyeleri : Prof. Şefik SARIKAYA (YTÜ)
: Prof. Dr. Avni MORGÜL (BÜ)
: Prof. Dr. Tamer ÖLMEZ (İTÜ)
: Doç. Dr. Tülay YILDIRIM (YTÜ)

Opasbacı
[Signature]
[Signature]
[Signature]
[Signature]

İSTANBUL, 2005

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ.....	v
KISALTMA LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ÖNSÖZ.....	xii
ÖZET.....	xiii
ABSTRACT.....	xii
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Konu ile İlgili Çalışmalar.....	2
1.2 Tezin Amacı ve İçeriği.....	8
1.3 Tez ile Getirilen Yenilikler.....	10
2 ZAMANLA DEĞİŞEN ÇOK YOLLU KANALLAR.....	12
2.1 Mobil İletim Kanalları.....	12
2.2 Sönümlemeli Kanallar.....	12
2.2.1 Büyük Ölçekli ve Küçük Ölçekli Sönümleme.....	13
2.2.2 Sönümlemeli Çok Yollu Kanalların Matematiksel Modeli.....	13
2.2.2.1 Gecikme Saçılımı.....	14
2.2.2.2 Uyumluluk Band Genişliği.....	14
2.2.2.3 Doppler Saçılımı.....	15
2.2.2.4 Uyumluluk Süresi.....	15
2.2.3 Sönümlemeli Kanalların Sınıflandırılması.....	16
2.2.3.1 Düzgün Sönümleme.....	16
2.2.3.2 Frekans Seçici Sönümleme.....	17
2.2.3.3 Hızlı Sönümleme.....	18
2.2.3.4 Yavaş Sönümleme.....	18
2.2.4 Kanallardaki Sönümlemenin Statik Modellemesi.....	19
2.3 Frekans Seçmeli Çok Yollu Kanallarda Sönümleme.....	20
2.3.1 İstatiksel Kanalların Korelasyon Fonksiyonları.....	24
2.3.2 İstatiksel Kanalların Sınıflandırılması.....	25
2.3.2.1 Geniş Anlamda Durağan (Wide Sense Stationary, WSS) Kanallar.....	25
2.3.2.2 Korelasyonsuz Saçılma (Uncorrelated Scattering, US).....	26
2.3.2.3 Geniş Anlamda Durağan Korelasyonsuz Saçılım (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering, WSSUS).....	27
2.3.3 WSSUS Kanalların Çıkış Öz İlişkileri (Auto-Correlation).....	29
2.3.4 COST 207 Modelleri.....	29

3	TURBO KODLAYICI VE İTERATİF TURBO KOD ÇÖZÜCÜ	35
3.1	Turbo Kodlayıcının Yapısı.....	35
3.2	RSC Kodlayıcı Bileşenleri	36
3.2.1	Döngüsel Kodlar.....	36
3.2.2	Katlamalı Kodlar	37
3.3	Geri Beslemeli Sistematik Katlamalı Kodlar	40
3.4	Serpiştirici	42
3.5	Kodlayıcının Çıkış Parametreleri	42
3.6	Turbo Kod Çözücü.....	43
3.6.1	Turbo Kod Çözücünün Yapısı.....	44
3.6.2	Yumuşak-Giriş Yumuşak-Çıkış (Soft-Input Soft-Output) Kod Çözücü.....	45
3.6.3	Maksimum Sonsal (MAP) Algoritması.....	47
3.6.4	Max-Log-MAP ve Log-MAP Algoritmaları	52
4	KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (TCM)	56
4.1	Viterbi Algoritması.....	58
4.2	BPSK ve M-PSK Modülasyon Teknikleri	59
4.3	Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon	64
4.3.1	Turbo Kafes Kodlayıcı	64
4.3.2	Turbo Kafes Kod Çözücü.....	65
4.3.2.1	Harici, Ön ve Sistematik Bileşenler	67
4.3.2.2	Ön Ölçekleyici Hesaplaması	67
4.3.2.3	TTCM için MAP Algoritması	68
5	ZAMANLA DEĞİŞEN DENGELENMİŞ KANALLARDA TURBO KODLAMA.....	72
5.1	1-D (Tek Boyutlu) Adaptif Filtreler İle Dengeleme	72
5.2	En Küçük Ortalama Kareler (Least Mean Square, LMS) Algoritması	74
5.3	Özyineli En Küçük Kareler (Recursive Least Squares, RLS) Algoritması.....	76
5.4	WSSUS Çok Yollu Kanallarda Turbo Kodlamanın Performansı	78
6	KÖR DENGELENMİŞ WSSUS KANALLARDA TURBO KODLAMA	83
6.1	Kör Dengeleyici (Öz Vektör Algoritması, EVA).....	83
6.1.1	Kör “EVA” Çözümü	85
6.2	Kör (Blind) ve Açık (Non-blind) Dengelenmiş WSSUS Kanallarda Turbo Performansı	87
7	ZAMANLA DEĞİŞEN KANALLARDA ÇOKLU SEVİYE TURBO KODLAMA.....	92
7.1	Çoklu Seviye Turbo Kodlayıcı.....	93
7.2	Çoklu Seviye Turbo Kod Çözücü	96
7.3	ML-TC sinyallerin WSSUS Çoklu Kanallar Üzerindeki Performansı	101
8	GENETİK ALGORİTMA İLE KESTİRİLMİŞ WSSUS MIMO KANALLARDA VERİCİ ÇEŞİTLEMELİ-TURBO KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (TD-TTCM)	112
8.1	WSSUS MIMO Kanallar.....	112
8.2	TD-TTCM Sisteminin Modeli.....	113

8.2.1	Verici Çeşitleme (TD) Tekniği.....	114
8.3	Genetik Algoritma (GA) ve Genetik Algoritma Tabanlı Kanal Kestirici	117
8.3.1	Genetik Algoritma (GA)	117
8.3.2	Genetik Algoritma Tekniği	118
8.3.3	Genetik Algoritmanın Aşamaları	118
8.3.4	Genetik Algoritmada Kullanılan Operatörler.....	119
8.3.5	Genetik Algoritma Parametreleri	121
8.3.6	Diğer Parametreler	122
8.3.7	GA'nın Bir Örnek Üzerinde Gösterimi	123
8.3.8	Genetik Algoritma (GA) Tabanlı Kanal Kestirici	124
8.4	Birleştirici (Combiner) Yapısı.....	130
8.5	Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) Yapısı...	132
8.6	Simülasyon Sonuçları.....	134
9	SONUÇ VE ÖNERİLER	140
9.1	Sonuç.....	140
9.2	Öneriler.....	141
	KAYNAKLAR.....	143
	EKLER	149
Ek 1	TD-TTCM Yapısının Birleştirici (Combiner) Bloğunda, Verici Antenlerden Gelen Sinyallerin İteratif Olarak Çözülmesi	150
	ÖZGEÇMİŞ	156

SİMGE LİSTESİ

R_x	Alıcı anten
n_R	Alıcı anten sayısı
s_b	Band-geçiren sinyal
E_b	Bit enerjisi
N	Çerçeve uzunluğu
Φ_h	Çok Yollu Kanalların Güç Gecikme Profili
f_d	Doppler frekansı
Φ_H	Doppler Güç Spektrum Yoğunluk Fonksiyonu
T_d	Doppler periyodu
S_{hh}	Doppler spektrumu
B_d	Doppler yayılması
σ^2	Gürültünün varyansı
N_0	Kanal gürültü yoğunluğu
$\hat{d}$	Kestirilmiş giriş bitleri
K_c	Kısıtlama uzunluğu (Constraint length)
g_1, g_2	Kodlayıcıdaki generatör serileri
Ψ_S	Saçılım Fonksiyonu
E_s	Sembol enerjisi
B_s	Sinyalin band genişliği
f_c	Sinyalin taşıyıcı frekansı
ρ	Sönümleme katsayısı
M_c	Toplam bellek sayısı
N_e	Toplam yol (path) sayısı
B_c	Uyumluluk band genişliği
T_c	Uyumluluk süresi
Φ_T	Uzay-Zaman Uzay-Frekans Korelasyon Fonksiyonu
G	Üretici matris (Generator Matrix)
T_x	Verici anten
n_T	Verici anten sayısı
τ	Yol (path) gecikmesi
σ	Yol gecikmelerinin standart sapması
$h(t, \tau)$	Zamanla değişen kanalların darbe cevabı
γ	Dal geçiş olasılığı
β	Geri yineleme fonksiyonu
α	İleri yineleme fonksiyonu
Λ	Logaritmik olasılık oranı (Log-Likelihood Ratio, LLR)
d_{free}	Minimum serbest uzaklık
$f_c(.)$	Düzeltilme fonksiyonu
d	Giriş bitleri
e	Hata sinyali
I	Harici bilgi

c	Işık hızı
L_c	Kanal güvenilirliği
$\mathbf{m}$	Giriş (mesaj) dizisi
m	Giriş sayısı
v	Mobil aracın hızı
λ	Öz değer
$\mathbf{s}$	Durum zinciri (State sequence)
T_s	Gönderilen sinyalin periyodu
$\mathbf{x}$	Kodlayıcı çıkış dizisi
$\mathbf{y}$	Alıcıda gözlenen gürültülü dizi
$\mathbf{y}^{(p)}$	Parite kanal verisi
$\mathbf{y}^{(s)}$	Sistematik kanal verisi
$\mathbf{z}$	Önsel bilgi
Θ_v	Başlangıç fazları



KISALTMA LİSTESİ

APP	Sonsal (A Post Posteriori)
AWGN	Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü (Additive White Gaussian Noise)
BER	Bit Hata Oranı (Bit Error Rate)
BPSK	İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama (Binary Phase Shift Keying)
BU	Kötü Kentsel Alan (Bad Urban)
COST207	Bilim ve Teknoloji Alanında İşbirliği, Proje 207 (Cooperation in the field of Science & Technology, Project #207)
CPFSK	Sürekli Faz Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (Continuous Phase Frequency Shift Keying)
CPM	Sürekli Faz Modülasyonu (Continuous Phase Modulation)
EVA	Öz Vektör Algoritması (Eigen Vector Algorithm)
GA	Genetik Algoritma (Genetic Algorithm)
HT	Tepelikli Arazi (Hilly Terrain)
ISI	Semboller Arası Girişim (Inter Symbol Interference)
LAN	Yerel Bölgesel Ağ (Local Area Network)
LLR	Logaritmik Olasılık Oranı (Log- Likelihood Ratio)
LMS	En Küçük Ortalama Kareler (Least Mean Square)
MAP	Maksimum Sonsal (Maximum A Posteriori)
MIMO	Çok-Girişli Çok-Çıkışlı (Multi- Input Multi-Output)
ML-TC	Çoklu Seviye Turbo Kodlar (Multi Level-Turbo Codes)
MMSE	Minimum Ortalama Kare Hatası (Minimum Mean Square Error)
PCCC	Paralel Ardışık Katlamalı Kodlar (Parallel Concatenated Convolutional Codes)
PSK	Faz Kaydırmalı Anahtarlama (Phase Shift Keying)
QAM	Dört-Evrelî Genlik Modülasyonu (Quadrature Amplitude Modulation)
QPSK	Dört-Evrelî Faz Kaydırmalı Anahtarlama (Quadrature Phase Shift Keying)
RA	Kırsal Alan (Rural Area)
RLS	Özyineli En Küçük Kareler (Recursive Least Squares)
RSC	Yinelenen Sistemik Katlamalı (Recursive Systematic Convolutional) Kodlar
SISO	Soft-Giriş Soft-Çıkış (Soft-Input Soft Output)
SNR	Sinyal-Gürültü Oranı (Signal-Noise Ratio)
SOVA	Soft-çıkışlı Viterbi algoritması (soft-output Viterbi algorithm)
TC	Turbo Kodlar (Turbo Codes)
TCM	Kafes Kodlamalı Modülasyon (Trellis Coded Modulation)
TD-TTCM	Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation)
TTCM	Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (Turbo Trellis Coded Modulation)
TU	Tipik Kentsel Alan (Typical Urban)
VA	Viterbi algoritması (Viterbi algorithm)
WLAN	Kablosuz Yerel Ağ Sistemleri (Wireless Local Area Networks)
WSSUS	Geniş Anlamda Durağan İlintisiz Saçılma (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering)
2L-TC	2 Seviyeli Turbo Kodlar (Multi Level-Turbo Codes)
8-PSK	8-Boyutlu Faz Kaydırmalı Anahtarlama (8- Phase Shift Keying)

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1	Sayısal iletişim sisteminin blok şeması	1
Şekil 2.1	Sönümlemeli kanal karakteristikleri	16
Şekil 2.2	Sönümlemeli kanalların sınıflandırılması	19
Şekil 2.3	Çok yollu sönümlemeli kanalların yol geometrisi	21
Şekil 2.4	Çok yollu sönümlemeli kanalın ayırık zaman dal gecikmeli modeli	22
Şekil 2.5	Çok yollu sönümlemeli kanalın frekans eksenine dönüştürülmüş modeli	22
Şekil 2.6	İletim fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm ilişkileri	23
Şekil 2.7	Kanal öz-ilişki fonksiyonları arasındaki çift Fourier dönüşümü	25
Şekil 2.8	WSSUS kanalların korelasyon fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm çiftleri	27
Şekil 2.9	COST207 TU kanal modelinin güç gecikme spektrumu	31
Şekil 2.10	COST207 TU kanal modelinin darbe cevabı	31
Şekil 2.11	COST207 BU kanal modelinin güç gecikme spektrumu	32
Şekil 2.12	COST207 BU kanal modelinin darbe cevabı	32
Şekil 2.13	COST207 RA kanal modelinin güç gecikme spektrumu	33
Şekil 2.14	COST207 RA kanal modelinin darbe cevabı	33
Şekil 2.15	COST207 HT kanal modelinin güç gecikme spektrumu	34
Şekil 2.16	COST207 HT kanal modelinin darbe cevabı	34
Şekil 3.1	Turbo Kodlayıcının Yapısı	36
Şekil 3.2	$g(D)=1 + D + D^2$ için döngüsel kodlayıcı	37
Şekil 3.3	Kodlama oranı $r = \frac{1}{2}$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcı	38
Şekil 3.4	Kodlama oranı $r = \frac{1}{2}$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcının durum diyagramı	39
Şekil 3.5	Kodlama oranı $r = \frac{1}{2}$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcının kafes diyagramı	39
Şekil 3.6	Kodlama oranı $r = \frac{1}{2}$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcı	41
Şekil 3.7	Kodlama oranı $r = \frac{1}{2}$ ve $K_c=3$ için RSC kodlayıcı durum diyagramı	41
Şekil 3.8	Kodlama oranı $r = 1/2$ ve $K_c=3$ için RSC kodlayıcı kafes diyagramı	42
Şekil 3.9	BPSK Modülatör	43
Şekil 3.10	Turbo kod çözücünün blok şeması	44
Şekil 3.11	$\frac{1}{2}$ oranlı RSC kodlayıcı için yumuşak-giriş yumuşak-çıkış (SISO) kod çözücü ..	46
Şekil 3.12	Turbo Kod Çözücü	47
Şekil 3.13	MAP algoritmasında ileri yinelemenin (α) hesaplanması	50
Şekil 3.14	MAP algoritmasında geri yinelemenin (β) hesaplanması	51
Şekil 3.15	Max-Log-MAP ve Log-MAP için ileri yinelemenin ($\bar{\alpha}$) hesaplanması	54
Şekil 3.16	Max-Log-MAP ve Log-MAP için geri yinelemenin ($\bar{\beta}$) hesaplanması	55
Şekil 4.1	Kafes kodlamalı modülasyon blok şeması	56
Şekil 4.2	8-PSK işaret kümesinin ayrıştırılması	57
Şekil 4.3	4 durumlu kodlanmış 8-PSK modülasyonlu işaretler	58
Şekil 4.4	2 bellekli 4 durumlu 8-PSK katlamalı kodlayıcı	58
Şekil 4.5	BPSK için sinyal-uzayı diyagramı ve iletilen $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ sinyallerin dalga formları	61
Şekil 4.6	8-PSK için Sinyal-Uzayı Diyagramı	63
Şekil 4.7	8-PSK için ortak-sınırlı karar bölgesini gösteren sinyal-uzayı diyagramı	64
Şekil 4.8	Turbo Kafes Kodlayıcısı	65
Şekil 4.9	Kodlayıcı girişi ve eşleyici çıkışı	65
Şekil 4.10	TTCM Kod Çözücü	66
Şekil 5.1	Zamanla değişen dengelenmiş kanallarda Turbo sistem modeli	72
Şekil 5.2	Adaptif filtrenin blok şeması	73
Şekil 5.3	Filtre katsayılarına karşılık gelen basitleştirilmiş hata fonksiyonu	75

Şekil 5.4	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (1. İterasyon, $\tau/T=0$)	79
Şekil 5.5	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (2. İterasyon, $\tau/T=0$)	80
Şekil 5.6	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (3. İterasyon, $\tau/T=0$)	80
Şekil 5.7	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (1. İterasyon, $\tau/T=1$)	81
Şekil 5.8	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (2. İterasyon, $\tau/T=1$)	81
Şekil 5.9	LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (3. İterasyon, $\tau/T=1$)	82
Şekil 6.1	Kör dengelenmiş zamanla değişen kanallarda Turbo sistem modeli	83
Şekil 6.2	EVA (Kör) dengeleyicinin blok şeması	84
Şekil 6.3	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (1. İterasyon, $\tau/T=0.25$)	89
Şekil 6.4	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (2. İterasyon, $\tau/T=0.25$)	89
Şekil 6.5	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (3. İterasyon, $\tau/T=0.25$)	90
Şekil 6.6	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (1. İterasyon, $\tau/T=0.5$)	90
Şekil 6.7	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (2. İterasyon, $\tau/T=0.5$)	91
Şekil 6.8	Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı (3. İterasyon, $\tau/T=0.5$)	91
Şekil 7.1	ML-TC yapısının blok şeması	93
Şekil 7.2	3L-TC yapısının grup kümelerine ayrıştırılması	94
Şekil 7.3	WSSUS kanal modeline uygulanan 2L-TC yapısı	95
Şekil 7.4	COST 207 kanal modellerinin darbe cevapları (a) TU (b) BU (c) HT	102
Şekil 7.5	Dengelenmemiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	104
Şekil 7.6	RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	104
Şekil 7.7	LMS ile dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	105
Şekil 7.8	Kör dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	105
Şekil 7.9	Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 TU kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri	106
Şekil 7.10	Dengelenmemiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	106
Şekil 7.11	RLS ile dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	107
Şekil 7.12	LMS ile dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	107
Şekil 7.13	Kör dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı	108
Şekil 7.14	Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 BU kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri	108

Şekil 7.15	Dengelenmemiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı.....	109
Şekil 7.16	RLS ile dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı.....	109
Şekil 7.17	LMS ile dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı.....	110
Şekil 7.18	Kör dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı.....	110
Şekil 7.19	Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 HT kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri	111
Şekil 8.1	WSSUS MIMO kanallar	113
Şekil 8.2	Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) yapısının blok şeması	114
Şekil 8.3	Eşleme ve Verici Çeşitleme (TD) bloğu(b) Sembol vektörlerinin TD tekniği ile verici antenlerden gönderilmesi	115
Şekil 8.4	$2T_x-1R_x$ anten konfigürasyonu için TD-TTCM kod çözücüsü.....	116
Şekil 8.5	Basit GA yapısının blok şeması	118
Şekil 8.6	Bir kromozomun ikili sayılarla temsili.....	119
Şekil 8.7	GA'nın çaprazlama operatörü	120
Şekil 8.8	GA'da mutasyon işlemi.....	121
Şekil 8.9	Rulet Seçimi	123
Şekil 8.10	COST207 TU modelinin 8 kanalında yapılan kestirimin maliyet fonksiyonu....	127
Şekil 8.11	8 kanalın reel katsayılarının kestirimi (COST207 TU)	127
Şekil 8.12	8 kanalın sanal katsayılarının kestirimi (COST207 TU).....	128
Şekil 8.13	COST207 BU modelinin 8 kanalında yapılan kestirimin maliyet fonksiyonu ...	128
Şekil 8.14	8 kanalın reel katsayılarının kestirimi (COST207 BU).....	129
Şekil 8.15	8 kanalın sanal katsayılarının kestirimi (COST207 BU).....	129
Şekil 8.16	8-PSK modülasyonlu TD-TTCM kodlayıcı yapısı	133
Şekil 8.17	TD-TTCM kod çözücü yapısı	133
Şekil 8.18	$2T_x-2R_x$ anten konfigürasyonu için TD-TTCM blok şeması	137
Şekil 8.19	TD-TTCM yapısının COST207 TU kanal tipindeki performansı.....	138
Şekil 8.20	TD-TTCM yapısının COST207 BU kanal tipindeki performans.....	139
Şekil 8.21	TD-TTCM yapısının COST207 HT kanal tipindeki performansı.....	139

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 5.1	Değişik zaman gecikmeleri için kanal katsayıları	78
Çizelge 7.1	WSSUS kanallar için Turbo kodlama akış şeması	99
Çizelge 7.2	COST207 TU, BU ve HT kanal modellerinin darbe cevaplarına $h(\tau / T_{symbol} = 0.25, t)$ ait kanal katsayıları	101
Çizelge 8.1	GA ile kestirilen COST207 TU, BU ve HT kanal katsayıları (a) 1. Anten için kanal katsayıları (b) 2. Anten için kanal katsayıları	126
Çizelge 8.2	Simülasyonlarda kullanılan GA parametreleri, açıklamaları ve değerleri	126
Çizelge 8.3	Kanal kestirimli TD-TTCM akış şeması.....	134



ÖNSÖZ

Çalışmalarım süresince beni her yönden destekleyen ve yönlendiren tez danışmanım Prof. Dr. Halit PASTACI'ya, bilgi ve tecrübesiyle bilime olan motivasyonumu ve şevkimi maksimum seviyede tutan ikinci tez danışmanım Prof. Dr. Osman Nuri UÇAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam boyunca, yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen ve ortak çalışmalar yürüttüğümüz Bnb. Kenan BÜYÜKATAK, Dr. Onur OSMAN ve Araş. Gör. Niyazi ODABAŞIOĞLU'na çok teşekkür ederim.

Son olarak, çalışmalarım süresince beni daima destekleyen aileme ve kardeşlerime en derin saygı ve sevgilerimi sunarım.



ÖZET

Turbo kodlama tekniği, iletişim sistemlerinde bit hata oranı (BER) başarımı yönünden en önemli kodlama tekniklerinden biridir. Bu tezde, Turbo kodlama tekniğinin özel yapılarından, ikili (binary) Turbo kodlama (TC) ve Turbo kafes kodlamalı modülasyon (TTCM) yapısı incelenmiştir. Bu kodlama tekniklerine uygulama alanı olarak, zamanla değişen kanalların özel bir modeli olan Geniş Anlamda Durağan İlintisiz Saçılmalı (WSSUS) kanal modelleri seçilmiştir. Tezin özgün olan bir kısmı; TC ve TTCM yapılarının kanal dengeleme algoritmaları ile WSSUS çok yollu kanallara uygulanmasıdır. Diğer özgün kısmı ise; Çoklu Seviye-Turbo Kodlama (Multi Level Turbo Codes, ML-TC) ve Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation, TD-TTCM) yapılarının önerilmesi ve bu yapıların WSSUS çok yollu kanallardaki performanslarının ölçülmesidir.

Tezin ilk bölümünde, konunun genel bir tanıtımı yapılarak, bu konu hakkında daha önce yapılan çalışmalar sunulmuştur. Ayrıca tezin amacı, içeriği ve tez ile getirilen yenilikler açıklanmıştır. İkinci bölümde, zamanla değişen çok yollu kanalların yapılarından, matematiksel modellerinden ve sönümlenme karakteristiklerinden bahsedilmiştir. WSSUS kanal modelleri ve WSSUS tabanlı COST207 kanal tipleri açıklanmıştır. Üçüncü ve dördüncü bölümde, ikili Turbo kodlar (TC), kafes kodlamalı modülasyon (TCM) ve Turbo kafes kodlamalı modülasyon (TTCM) ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Soft-girişli soft-çıkışlı (SISO) kod çözücülere dayanan iteratif kod çözme tekniğinin matematiksel ifadesi verilmiştir. Kod çözme yöntemi içinde MAP algoritması tanıtılmış, Jacobian logaritması kullanılarak Log-MAP ve Max Log-MAP algoritmaları elde edilmiştir. Beşinci bölümde, ikili Turbo kodlama, kanal dengeleme algoritmaları (LMS, RLS) ile WSSUS kanal modellerine uygulanmış ve simülasyon sonuçları sunulmuştur. Altıncı bölümde, ikili Turbo kodlama tekniği, kör kanal dengeleyici (Eigen Vector Algorithm, EVA) ile birleştirilmiş ve Turbo_EVA olarak isimlendirilmiştir. Bu yapı, WSSUS kanal modellerine uygulanmış ve simülasyon sonuçları incelenmiştir. Yedinci bölümde, ML-TC yapısı önerilmiş ve 2 Seviyeli-Turbo Kodlama (2L-TC) tekniğinin, kör (EVA) ve açık (LMS, RLS) kanal dengeleme algoritmaları ile WSSUS kanal modelleri üzerindeki performansı gözlenmiştir. 4PSK modülasyonlu 2L-TC ve 8PSK modülasyonlu TTCM yapıları için simülasyon sonuçları elde edilmiştir. Kanal dengelendiğinde ML-TC yapıları, WSSUS kanal modellerine uygulanabilir olduğu sonucuna varılmıştır. 4PSK 2L-TC yapısı, 8PSK TTCM yapısıyla karşılaştırıldığında 5.5 dB daha iyi sonuç vermiştir. Tezin son bölümünde, Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) adlı yeni bir yapı önerilmiştir. TD-TTCM yapısının performansı, WSSUS çoklu giriş-çoklu çıkış (Multi Input-Multi Output, MIMO) kanal modellerinde gösterilmiştir. Kablosuz haberleşmede anten çeşitlemesi, band sınırlı kanallarda cazip bir uygulamadır. Sembol vektörleri, önerilen verici çeşitlemesi (TD) ile TD-TTCM kodlayıcı kısmından gönderilir. Özellikle çoklu anten konfigürasyonlarında, kanal parametrelerinin kestirilmesi hata başarımını arttırmaktadır. Bu yüzden GA, iki anten konfigürasyonlu TD-TTCM yapısına uyarlanmış ve GA'nın kanal kestiriminde TD-TTCM için güçlü bir algoritma olduğu gözlenmiştir. İteratif çözüm metodu ile çalışan özel bir birleştirici, kestirilmiş semboller TD-TTCM kod çözücü kısmına göndermektedir. TD-TTCM yapısı çoklu anten konfigürasyonlarına uygulandığında, 2 Verici-2 Alıcı ($2T_x-2R_x$) anten konfigürasyonu, 2 Verici-1 Alıcı ($2T_x-1R_x$) anten konfigürasyonuna göre 2.5 dB daha fazla kodlama kazancı sağlamıştır.

Anahtar Kelimeler: Turbo Kodlar, TTCM, ML-TC, MAP, WSSUS, EVA, GA

ABSTRACT

Turbo Coding technique is one of the most important coding techniques for bit error rate (BER) performance in communication systems. In the thesis, special structures of Turbo codes, which are binary Turbo codes (TC) and Turbo Trellis Coded Modulation (TTCM) are considered. For application of these coding techniques, Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering (WSSUS) multi path channels are chosen. WSSUS multi path channels are special types of time varying channels. The original part of the thesis, Multilevel-Turbo Codes (ML-TC) and Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation (TD-TTCM) schemes are proposed and applied to WSSUS multi path channels.

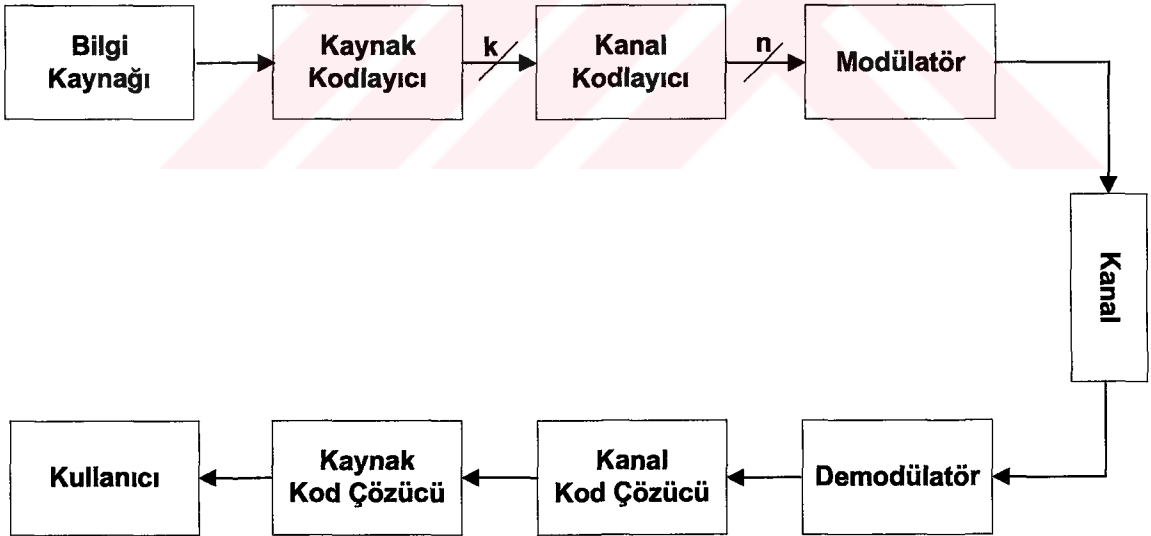
In the first chapter of the thesis, the topic and the studies about the topic are introduced. Also, goal, contents and the contribution of the thesis are revealed. In the second chapter, the structures, mathematical models and fading characteristics of time varying multi path mobile radio channels are mentioned. WSSUS channels and COST207 channel types based on WSSUS are explained. In the third and fourth chapter, binary Turbo Codes (TC), Trellis Coded Modulation (TCM) and Turbo Trellis Coded Modulation (TTCM) are explained in detail. Mathematical structure of iterative Turbo decoding technique based on soft-input soft output (SISO) is given. In decoding technique, MAP (Maximum A Posteriori) algorithm is introduced and using Jacobian logarithm, Log-MAP ve Max Log-MAP algorithms are extracted. In the fifth chapter, binary TC is evaluated in WSSUS channel models with channel equalization algorithms (LMS, RLS) and the simulation results are presented. In chapter 6, binary TC is combined with blind channel equalization (Eigen Vector Algorithm, EVA), denoted as Turbo_EVA. This structure is applied to WSSUS channels and the simulation results are examined. In chapter 7, Multilevel-Turbo Codes (ML-TC) are proposed and the performance of 2 Level-Turbo Codes (2L-TC) is observed over WSSUS channels using blind (EVA) or non-blind (LMS, RLS) equalization algorithms. Simulation results are drawn for 4 PSK 2 Level-Turbo Codes (2L-TC) and 8PSK TTCM schemes. It is concluded that ML-TC schemes can be considered as a compromising approach for WSSUS channels if they are accompanied by equalization blocks. The simulation results of the proposed scheme have up to 5.5 dB coding gain compared to 8PSK-TTCM. In the last chapter, a new turbo system is proposed, denoted as Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation (TD-TTCM). The performance of TD-TTCM is shown over WSSUS multi path MIMO (Multi Input-Multi Output) channels. In wireless communication, antenna diversity is very attractive because of its performance in band-limited channels. Symbol vectors are transmitted by proposed transmit diversity (TD) from TD-TTCM encoder. Especially, in multi-antenna configurations, it is vital to estimate the channel parameters correctly in order to increase the error performance. Thus, GA is modified for TD-TTCM with two antenna configurations. It is observed that our GA for TD-TTCM is a powerful algorithm for estimating the channel parameters. A special combiner which has iterative solution method offers the estimated symbol vectors to TD-TTCM decoder. In simulations, 2 Transmitter-2 Receiver ($2T_x$ - $2R_x$) antenna configuration offers up to 2.5 dB significant additional gain in comparison to 2 Transmitter-1 Receiver ($2T_x$ - $1R_x$) antenna configuration.

Keywords: Turbo Codes, TTCM, MAP, WSSUS, EVA, GA, ML-TC

1. GİRİŞ

Kablosuz haberleşme sistemlerinde temel amaç, belli bir zaman aralığında olabildiğince çok bilgiyi bozucu etkenlerden en az düzeyde etkilenecek şekilde kaynaktan kullanıcıya iletmektir. Dolayısıyla temel başarımlar (performans) ölçütü olarak belli bir iletim hızı için alıcının hata olasılığı alınır ve bu olasılığın olabildiğince küçük olması istenir. Son yıllarda, iletişim kuramı ve teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak hızlı iletişime gereksinim duyulmasının yanında, her geçen gün artan kullanıcı sayısı, iletim ortamına ait frekans bandının daha verimli kullanılmasını gerektirmektedir. Buradan hareketle, iletişim sistemlerinden istenen bir diğer temel özelliğin, yüksek band verimliliği [bit/sn/Hz] olduğu görülmektedir. Yüksek band verimliliği, iletim hızı [bit/sn] artırılarak ve/veya iletim band genişliği [Hz] azaltılarak sağlanabilir.

Sayısal bir iletişim sisteminin blok şeması Şekil 1.1’de gösterildiği gibidir. Verici kısmında kaynağın ürettiği ses, görüntü gibi veriler kaynak kodlayıcısı yardımıyla bilgi kaybı olmaksızın (veya kabul edilebilir bir bilgi kaybı ile) mümkün olan en kısa uzunluklu ikili dizilere dönüştürülür.



Şekil 1.1 Sayısal iletişim sisteminin blok şeması

Kaynak kodlayıcısının çıkışındaki k bitlik ikili diziler, kanal kodlayıcı yardımıyla $n-k$ tane kontrol biti eklenerek n bitlik dizilere dönüştürülür ($n > k$). Kanal kodlamasının amacı, bilgi dizilerini kanalın bozucu etkisinden korumaktır. Kodlanmış diziler, daha sonra, belli uzunlukta bloklara ayrılarak, kullanılacak modülasyona ilişkin işaret kümesinin (darbe

biçiminin) elemanlarından birine eşlenip, modüle edilerek kanala verilir. Kullanılan modülasyon türü kanalın özelliğine bağlı olarak genlik modülasyonu (Amplitude Modulation, AM), faz kaydırmalı anahtarlama (Phase Shift Keying, PSK) veya dört-evreli genlik modülasyonu (Quadrature Amplitude Modulation, QAM) gibi belleksiz modülasyonlar olabileceği gibi, sürekli faz modülasyonu (Continuous Phase Modulation, CPM) gibi bellekli modülasyon da olabilir.

Alıcı kısmında ise demodülator, kanaldaki bozucu etki altında bozulmuş dalgaların kod çözücünde işlenebilecek biçime getirilmesini sağlar. Kanal ve kaynak kod çözücüleri sırasıyla kanal ve kaynak kodlayıcıların tersi işlemleri yaparak gönderilen bilgileri bulur ve kullanıcıya aktarır.

Vericide, kanal kodlamasındaki fazladan kontrol biti ekleme işleminden dolayı dizi uzunluğunun artması, bilgi iletim hızını düşürür. Bu düşüşü önlemenin bir yolu, modülasyon hızını artırmaktır. Modülasyon hızının artması kanal işaretine ilişkin süreyi kısaltmak demektir ki bu, kanal işaretlerinin band genişliğinin artması anlamına gelir. Dolayısıyla, kanalın band genişliği uygun ise bu yola gidilebilir. İşaret kümesinin genişletilmesi (örneğin 4-PSK yerine 8-PSK modülasyonu kullanılması) ise, band sınırlı kanallarda iletim hızındaki düşüşü karşılamanın bir diğer yoludur. Ancak bu yöntemde de işaretler birbirine daha çok yaklaşıacağından sistemin hata başarımı düşer. Bu yüzden günümüzde hem hata başarımı, hem de band genişliği bakımından etkin sistemlerin tasarımında kodlama ve modülasyon birlikte bir bütün olarak düşünülmektedir.

1.1 Konu ile İlgili Çalışmalar

Klasik sayısal iletişim sistemlerinde, kodlama ile modülasyon işlemleri ayrı ayrı ele alınmaktaydı. 1980'li yılların başlarına kadar kullanılan bu yöntemde, ikili bilgi dizisi, çıkış dizileri arasındaki "Hamming uzaklığı" (farklı bit sayısı) maksimum olacak şekilde kodlanmakta ve çıkış bitleri kanal işaretlerine karşı düşürülmekteydi. Çoğu modülasyon türü için Hamming uzaklığı ile kanal işaretlerinin vektör (işaret) uzayındaki uzaklık ölçütü olan "Öklid uzaklığı" arasında doğrusal bir ilişki yoktur. Bu nedenle bu karşı düşürme işlemi, kodlayıcının Hamming uzaklığını maksimum yapma işlevini tam olarak yansıtmamaktadır. Yani çıkış dizileri arasındaki serbest Hamming uzaklığı maksimum iken, bu çıkış dizisine

karşı düşen kanal işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklığı, olabilecek en büyük değerde değildir. Ayrıca demodülasyon işlemi sırasında, alınan kanal simgelerinin doğrudan ikili dizilere karşı düşürülmesi ve Viterbi Algoritmasına (Forney, 1973) göre çalışan kod çözücüde bu ikili dizilerin kullanılması, yani "sert kararlı" bir kod çözücü kullanılması, sonradan telafi edilemeyecek kayıplara neden olmaktadır. Dolayısıyla, klasik kodlama sonucu iletim hızındaki düşüşe razı olunup işaret kümesinin genişletilmesi yoluna gidilmese bile, yukarıdaki nedenlerden dolayı sistemin hata olasılığı istenilen düzeylerde olmayacaktır. İletim hızındaki düşüşü gidermek amacıyla işaret kümesi genişletildiğinde ise, işaretler birbirine yaklaşıcağından Viterbi Algoritması, Hamming uzaklığına göre çalışan sistemin hata başarımında daha da kötü sonuç verecektir.

Hata başarımını kısıtlayan bu problemlere bir çözüm, Ungerboeck'in (1982) ortaya attığı kafes kodlamalı modülasyon (Trellis Coded Modulation, TCM) tekniği sayesinde bulunabilmiştir. Bu yöntemde Ungerboeck, kodlama ile modülasyon işlemlerini bir bütün olarak ele almaktadır. Kodlayıcı yapısını, ikili dizilere ait Hamming uzaklığını maksimum yapmak yerine, modülasyonu da düşünerek iletilecek kanal işaret dizileri arasındaki Öklid uzaklığını maksimum yapacak şekilde tasarlamakta ve alıcı kısmında da alınan simgeye ait Öklid uzaklıklarını işleyen "yumuşak kararlı" Viterbi kod çözücü kullanmaktadır. İletim hızından kayıp olmasını önlemek için de genişletilmiş işaret kümesini kullanmaktadır. Ungerboeck, işaret kümesinin sadece iki kat genişletilmesinin iyi bir hata başarımı için yeterli olduğunu göstermiştir. İşaret kümesi genişletilerek işaretler birbirine yaklaştırılmış olmakla beraber, kodlama sonucu işaret dizileri birbirinden uzaklaştırılmış ve böylece hem iletim hızı korunmuş, hem de kanal gürültüsünün etkisi oldukça azaltılarak hata başarımı çok iyi olan kodlar tasarlanabilmiştir. Ungerboeck'in TCM tekniğini ortaya atmasından sonra, bu konu üzerine araştırmalar yoğunlaşmış ve bu tekniğe dayalı olarak toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) (Wilson, 1984; Divsalar ve Simon, 1988; Pietrobon, 1990) ve sönmlemeli (fading) (Divsalar ve Simon, 1987; Du ve Vuteric, 1993; Du, 1995; Leonardo, 1996) kanallar için pek çok yeni sistem geliştirilmiştir. Ungerboeck, TCM tekniğinde katlamalı (convolutional) kodlar kullanmış olmasına karşın, daha sonra benzer mantıkla blok kodları kullanan yöntemler (BCM) (Wu ve Su, 1991; Sayegh, 1996) de geliştirilmiştir.

Kablosuz haberleşme sistemleri günümüzde çok önemli bir rol oynamaya başlamıştır. Uydu haberleşmesi dışında, özellikle cep telefonu kullanımının ve bununla birlikte iş yerlerindeki

ağ sistemlerinin (Local Area Networks, LAN), kablosuz ağ sistemlere (Wireless Local Area Networks, WLAN) dönüştürülmeye başlanarak mobil haberleşme özgürlüğünün artması ve bunun getirdiği bir çok avantaj, kablosuz haberleşmenin önemini daha da arttırmıştır. Şu anda sektörel olarak bakıldığında en büyük gelişme, yaklaşık son on yıldan beri haberleşmeye aittir.

Genel olarak sayısal haberleşme süreci Şekil 1.1’de gösterildiği gibi, bilginin kodlanması, modüle edilerek analog bir sinyal haline getirilerek kanala verilmesi, kanaldan gürültülü olarak alınan sinyalin demodüle edilmesi ve son olarak da kod çözme işlemi ile gönderilmek istenen bilginin elde edilmesi işlemlerinden oluşur.

Modern sayısal haberleşme sistemlerinde hata düzeltmek için yapılan kodlama işlemi yaklaşımı, 1940’ların sonuna doğru Shannon (1948) ve Hamming (1950) ile başladı. Shannon bu makalesinde, Enformasyon Teorisi olarak bilinen kodlamanın teorik temellerini ortaya koymuştur. Bilgi kaynağının entropisi ile haberleşme kanalının kapasitesini matematiksel olarak tanımlamış ve gürültülü kanallarda kaynağın entropisinin kanal kapasitesinden küçük olduğu sürece güvenilir bir haberleşme sağlanabileceğini göstermiştir.

Sistemin ihtiyacına bağlı olarak bilgi serisine uygulanabilen, bir çok kanal kodlama teknikleri mevcuttur. Kanal kodlama tekniklerinden en temel olan iki grup, “blok kodlama” ve “konvolüsyonel kodlama” teknikleridir.

Blok kodlar, hem hata algılama hem de hata düzeltimi için kullanılabilirler. Girdi olarak k bilgi biti kabul edip, çıktı olarak n kodlanmış bit üreten bu kodlara genelde (k,n) blok kodları adı verilmektedir. Yaygın olarak kullanılan bazı blok kodları; Hamming kodları, Bahl Cocke Jelinek Raviv (BCH) kodları, Golay kodları ve Reed Solomone kodlarıdır (Haykin, 1994).

En önemli kanal kodlama tekniklerinden bir diğeri de konvolüsyonel kodlardır. Konvolüsyonel kodlar, genelde pratik iletişim sistemlerinde kullanılırlar. Bu kodlar, tüm bilgi katarını tek bir kodlanmış cümle haline getirirler. Konvolüsyonel kodlama esnasında bitler, hem şu anki k -bitlik girdiye hem de geçmişteki girdilere bakarak kodlanırlar.

Konvolüsyonel kodların çözümü için kullanılan iki önemli kod çözme algoritması bulunmaktadır. Bu algoritmalarından biri Forney (1973) tarafından geliştirilen ve çok iyi bilinen Viterbi algoritması (VA), diğeri ise Bahl vd. (1974) tarafından sunulan BCJR ya da daha

yaygın kullanılan ismiyle maksimum sonsal (Maximum A Posteriori, MAP) olasılık algoritmasıdır. Her iki algoritma da konvolüsyonel kodlar için en uygun kod çözme algoritmaları olmalarına rağmen bunların uygulanması sadece basit kodlar için pratiktir. Halbuki düşük bit hata oranına ulaşmak için daha karmaşık kodların kullanılması gerekmektedir. Haberleşme alanındaki ilerlemelerle birlikte, konvolüsyonel kodlardan yararlanarak daha az karışık ve gerçekleştirilebilir kodlama teknikleri elde edilmiştir.

Geniş çapta kabul görmüş konvolüsyonel kodları daha da ileri götürebilmek amacıyla yapılan çalışmaların sonucunda iki yeni kodlama yöntemi geliştirilmiştir. Bunlardan birisi Kafes Kodlamalı Modülasyon (Trellis Coded Modulation, TCM) (Ungerboeck, 1982, 1987a; 1987b) yöntemi, diğeri de Turbo kodlama (Berrou vd., 1993) yöntemidir. TCM’de kodlama ile yüksek verimli bir modülasyon tekniği birleştirilmiş olup, veri oranlarında herhangi bir azalma söz konusu değildir.

Kodlama kuramında, son yılların belki de en ilginç ve en önemli olayı Turbo kodların keşfedilmesidir. Turbo kodlar, Berrou, Glavieux ve Thitimajshima (1993) tarafından ortaya atılmıştır. Bu araştırmacılar yaptıkları çalışmalar neticesinde, yüksek blok uzunluklarında 10^{-5} lik BER için sinyal gürültü oranını (E_b/N_0) 0,7 dB bulmuşlardır. Bu sonuç, Shannon limitine (Shannon, 1948) çok yakın bir bölgede güvenilir veri haberleşmesi sağlamak anlamına gelir. Turbo kodların keşfi, kodlama alanında yeni bir dönemin başlamasına sebep olmuştur. Bulunuşundan itibaren turbo kodlama benzeri görülmemiş bir hızla gelişmiş ve Turbo kodlama topluluğunun yoğun araştırma çabaları sayesinde birkaç yıl içinde olgun bir konuma ulaşmıştır. Bunun bir sonucu olarak, turbo kodlama son zamanlarda standardize edilen 3. nesil (3G) mobil radyo sistemleri gibi standart sistemlerde de yerini almıştır (Steele ve Hanzo, 1999).

Turbo kodlar, serpiştirici ve basit konvolüsyonel kodların birleştirilmesi ile oluşturulan, ileri yönde hata düzelten doğrusal sıralı kodlardır ve özellikleri rasgele blok kodlara benzemektedir. Turbo kodların optimum kod çözümü, turbo kod kafes yapısına uygulanan maksimum olasılıklı kod çözme algoritmasıdır. Bununla birlikte, turbo kodlayıcıda yer alan serpiştirici nedeniyle, turbo kod kafesi çok sayıda duruma (state) sahip olacaktır. Bu durum, maksimum olasılık kod çözme sürecinin yüksek serpiştirici boyutu için pratikte uygulanmasını imkansız hale getirir. Daha pratik yaklaşım ise iteratif kod çözme yaklaşımıdır. Burada, maksimum olasılık kod çözme algoritması, turbo kodun her bir konvolüsyonel / blok

kodu bileşenine uygulanır. Turbo kod çözücü, sistematik veri bitlerinin (kaynak bitlerinin) yanında gönderilen eşlik (parity) bitlerini kullanarak iletim kanalında oluşan hataları düzeltmektedir. Turbo kod çözme işlemi, bileşen kod çözücüler arasında yinelemeli olarak yapıldığından, turbo kod çözücüde kullanılabilecek olan konvolüsyonel kod çözücüler, soft-giriş soft-çıkış özelliğine sahip olmalıdır. En büyük sonsal (MAP) olasılıklı kod çözme algoritması bu koşulları sağlamaktadır.

İki ya da daha fazla basit konvolüsyonel kodun paralel çalıştırılmasından meydana gelen turbo kodların kod çözümü için, iteratif kod çözme tekniğinin kullanılması halinde daha karmaşık kodlarla ulaşılabilen düşük bit hata oranına ulaşılabilir. Turbo kodların temel yapı taşı oluşturulan konvolüsyonel kodlarda kullanılan Viterbi algoritması, verinin seri hata olasılığını en aza indiren bir maksimum olasılıklı kod çözme tekniği olduğu için turbo kodlarda tercih edilmez. Bunun yerine bit hata olasılığını en aza indirmeye çalışan maksimum sonsal (MAP) olasılık algoritması kullanılır. Burada da genellikle Bahl Cocke Jelinek Raviv (BCJR) (Bahl vd., 1974) algoritması kullanılmaktadır. BCJR algoritması çok fazla çarpma ve üstel işlemlerden oluşmaktadır. İlk defa Erfanian ve Pasupathy (1989), Jacobian logaritması ile basitleştirilmiş MAP algoritmasını geliştirdiler. Bu algorithmada çarpma işlemleri toplama işlemine, toplama işlemleri de maksimumunu seçme işlemine dönüşmüştür.

Bu algoritmanın yanı sıra, Viterbi algoritmasından soft çıkış elde edilecek şekilde türetilen bir algoritma ile MAP algoritmasının basitleştirilmiş versiyonları olan iki algoritma daha mevcuttur. Bu algoritmalar sırasıyla, soft-çıkışlı Viterbi algoritması (SOVA), maksimum log-MAP ve log-MAP algoritmaları olarak adlandırılır.

Blackert ve Wilson (1996), Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TTCM) yöntemini ortaya çıkarmışlardır. Bu yöntemde birinci olarak birden fazla giriş bit dizisi kodlanabilmekte ve ikinci olarak da kodlanan bilgi direkt olarak gönderilmeyip eşlenmekte, Faz Kaydırmalı Anahtarlama (Phase Shift Keying, PSK) ve Dört-evreli Genlik Modülasyonu (Quadrature Amplitude Modulation, QAM) gibi modülasyon yöntemleri ile modüle edilerek gönderilmektedir. Bu yöntemle Turbo kodlama yöntemi, kafes kodlara uygulanmış olmaktadır. Robertson ve Wörz (1998), delikli kodlar için TTCM'i incelemiş ve ikili olmayan kodlar için MAP algoritmasını ayrıntılı olarak vermişlerdir.

Son yıllarda telsiz kanallar giderek artan bir taleple, sadece ses iletimi için değil aynı zamanda veri, video ve çoklu-ortam iletişimi için de kullanılmaktadır. Mobil kanallar üzerinden hızlı ve güvenli bilgi iletimini engelleyecek birçok etken bulunmaktadır. Kullanılacak iletişim sisteminin tasarımında, band genişliği ve iletim gücü sınırlamaları önemli ölçütler olarak ortaya çıkmaktadır. Bunların yanı sıra kanaldaki toplamsal gürültü ve özellikle çok-yollu iletişim yapısına bağlı olarak ortaya çıkan sönümleme etkisi telsiz iletişimde hata başarımını oldukça kötüleştirmektedir.

Sönümleme, birden çok yayılım yolu olmasının ve alıcı/verici hareketliliğinin bir arada etkisi sonucu oluşur. Mobil birimlerin giderek artan hareketliliği sonucunda önemli boyutlara varan sönümlemenin, mobil iletişim sistemleri üzerindeki etkisini azaltmanın en iyi yolu çeşitleme tekniklerinden yararlanmaktır. Uzay, zaman ve frekans çeşitlemesini de içeren çeşitleme tekniklerinin amacı, iletim ortamında bağımsız kanallar ortaya çıkararak aynı bilgiye ilişkin çeşitli işaretlerin alıcıya ulaşmasını sağlamaktır. Böylece, kullanılan bağımsız kanallardan biri üzerinden iletilen bilgi derin sönümleme etkisi sonucunda alıcıya çok zayıflamış olarak ulaşsa bile bir diğer kanaldan alıcıya ulaşabilecek daha az zayıflamış kopya alıcının hata başarımını arttıracaktır.

Kuramsal olarak belirli kanallar için çok antenli sistemlerinin kodlama kazancının doğrusal olarak anten sayısı ile arttığının gösterilmesi (Telatar, 1995; Foschini vd.,1998), geniş band telsiz iletişimde çok-antenli sistemlerin geniş uygulama potansiyeli olduğunu belirtmektedir. Çok girişli-çok çıkışlı (Multi Input-Multi Output, MIMO) iletişim sistemlerinde hem verici hem de alıcıda birden çok anten kullanılmakta ve tek antenli sistemlere göre belirgin bir kodlama kazancı sağlanmaktadır. Daha önceleri, çok-antenli telsiz sistemlerde çok-yollu sönümlemeyle baş edebilmek için zaman çeşitlemesi, frekans çeşitlemesi ve alıcı anten çeşitlemesi gibi yöntemler kullanılmıştır. Bunların içinde en sık kullanılan teknik, anten çeşitlemesidir. Fakat uzak uçtaki alıcı birimin boyutlarının küçük kalmasının ve maliyetinin az olmasının sağlanmasında alıcı anten çeşitlemesinin kullanımı zorluklara neden olmaktadır. Ticari nedenlerle çok-antenli yapıların vericide kullanılması verici çeşitlemesine artan bir popülerite getirmiştir Bu süreç, uzay-zaman kodlama tekniğinin (Tarokh vd., 1998) ortaya atılmasıyla önemli bir konuma gelmiştir.

Çok alıcı/verici antenli sistemlerde uzay- zaman kodlamanın kullanımı son yıllarda telsiz iletişim alanında büyük dikkat çekmiştir. Uzay-zaman kodları, kanal kod tasarımı ile birçok verici anten kullanımını birleştiren bir yöntemdir. Kod tasarımı, uzay-zaman kodlamada en önemli konudur.

Tarokh vd. (1998) tarafından birden çok verici/alıcı anten kullanılması durumunda elde edilebilecek hata olasılığı üst sınır ifadelerini verilerek kod tasarım ölçütleri belirlenmiştir. Bu ölçütlere dayanılarak tasarlanan iletişim sistemleri tam çeşitleme kazancı ve yüksek kodlama kazancına sahip olabilmektedir. Duruğumsu sönümlemeli kanallar için belirtilen tasarım ölçütleri, olası en yüksek çeşitleme derecesini elde edebilmek için kod sözcüğü fark matrisinin kertesinin yükseltilmesine dayanır. Uzay-zaman kafes kodlarının kodlama kazancının en büyük yapılabilmesi için de ölçütler belirtilmiştir. Verilen ölçütlere dayanarak duruğumsu kanallarda iki verici anten kullanan sistemler için ilk uzay- zaman kafes kodları da tasarlanmıştır (Tarokh vd., 1998). Tasarlanmış olan kodlar tam çeşitleme sağlamakta ve duruğumsu kanallarda iyi bir başarımla elde etmektedir. Bu kodlar tam çeşitleme sağlasa da, kodlama kazancı açısından en iyileştirilmemişlerdir. Özellikle kodlama kazancını en iyi yapmak üzere tasarlanmış kodlar daha sonraları yapılan çalışmalarda geliştirilmiştir (Baro vd, 2000; Yan vd., 2000; Chen vd., 2001). Belirtilen ölçütlere uygun birçok uzay-zaman kafes kodu literatürde bulunmaktadır. QPSK ve 8PSK işaret kümeleri için hem yavaş sönümlemeli kanallarda (Chen vd., 2002a; 2002b; 2002c; Yan vd., 2000; 2002), hem de hızlı sönümlemeli kanallarda (Firmanto vd., 2001) tasarımlar yapılmıştır. Bu kodlar alıcı anten çeşitlemesi ile beraber kullanıldığında Tarokh vd. (1998) tarafından tasarlanan kodlardan daha iyi başarımla sağlanmıştır.

Uzay-zaman kodlama yönteminin, 1998'de AT&T araştırma laboratuvarlarında ilk kez ortaya atılmasından sonra, Alamouti (1998), iki verici anten için oldukça basit bir verici çeşitleme yapısı ve alıcıda hızlı bir en büyük olabilirlikli kod çözme algoritması kullanarak bir uzay-zaman kodu geliştirmiştir. İki verici ve M tane alıcı anten kullanılan Alamouti yönteminde, alıcı çeşitlemesi ile yüksek kodlama kazancı elde edilmiştir.

Bu gelişmenin üzerine, Tarokh vd.(1999), dik tasarımları kullanarak herhangi bir sayıda verici anten için Alamouti yapısını genel bir hale getirmişlerdir. Uzay-zaman blok kod olarak adlandırılan bu yapılar tam çeşitleme ve hızlı en büyük olabilirlik kod çözme algoritması

sağlamaktadır. Alamouti yönteminin geliştirilmesi dik tasarımlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Dik tasarımlar kuramı, daha önceleri Radon ve Hurwitz gibi birçok büyük kuramcının üzerinde çalıştığı önemli bir matematik dalıdır. Radon'un çalışmaları sonucunda dik tasarımların var olduğu boyut kümeleri belirlenmiştir. Alamouti yapısının karmaşık dik tasarımların özel bir durumu olduğunu belirtilmiş ve ayrıca Alamouti yapısının tam çeşitleme ve tam oranlı en iyi yapı olduğu ispatlanmıştır (Tarokh vd., 1999).

1.2 Tezin Amacı ve İçeriği

Bu tezin amacı; Turbo kodlama tekniklerini ayrıntılı olarak incelemek ve bu teknikleri zamanla değişen çok yollu mobil radyo kanallarına uygulayarak, hata başarımlarını değerlendirmektir. Tezde, son yıllarda geliştirilen ve en önemli kodlama tekniklerinden biri olan Turbo kodlama tekniğinin özel yapılarından, ikili (binary) Turbo kodlar (TC) ve Turbo kafes kodlamalı modülasyon (TTCM) yapıları incelenmiştir. Uygulama alanı olarak, zamanla değişen kanalların özel bir modeli olan Geniş Duyarlı Durağan İlintisiz Saçılmalı (WSSUS) kanal modelleri seçilmiştir. Bu bilgiler doğrultusunda, yeni Çoklu Seviye Turbo Kodlar (Multi Level Turbo Codes, ML-TC) ve Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation, TD-TTCM) yapıları tasarlanmıştır. ML-TC ve TD-TTCM yapılarının, WSSUS kanallara uygulaması da literatürde ilktir.

Tez şu bölümleri içermektedir:

Bölüm 2’de, zamanla değişen çok yollu mobil radyo kanallarının yapılarından, matematiksel modellerinden ve sönümlenme karakteristiklerinden bahsedilmiştir. Literatürde yeni olarak kabul edilen ve zamanla değişen kanalların özel bir tipi olan WSSUS kanal modelleri açıklanmıştır. Tez simülasyonlarında kullanılan WSSUS tabanlı COST207 kanal tipleri hakkında bilgi verilmiş ve bu kanal tiplerinin karakteristik özellikleri incelenmiştir.

Bölüm 3’de, önce Turbo kodlar ve kodlayıcıların yapıları hakkında bilgi verilmiş, daha sonra turbo kodlayıcının çıkışında elde edilen BPSK modüleli sinyalin bir AWGN kanaldan iletilmesi halinde kanalın çıkışında elde edilen parametreler incelenmiştir. Aynı zamanda, turbo kod çözücünün yapısı ile iteratif kod çözme tekniği hakkında ayrıntılı bilgi sunulmuştur. Bu bölümde, soft-girişli soft-çıkışlı (SISO) kod çözücülere dayanan iteratif kod çözme

teknikinin matematiksel ifadesi verilmiş ve bunun turbo kod çözücüne uygulanması anlatılmıştır. Kod çözme yöntemi içinde MAP algoritması ayrıntılı olarak açıklanmış, Jacobian logaritması kullanılarak log-MAP ve Max log-MAP algoritmaları elde edilmiş ve aralarındaki farktan bahsedilmiştir.

Bölüm 4’de kafes kodlamalı modülasyon (TCM) ve Turbo kafes kodlamalı modülasyon (TTCM) ayrıntılı olarak açıklanmış, kodlayıcı ve kod çözücü yapıları gösterilmiş, birden çok girişe sahip kodlayıcılar için MAP algoritması verilmiştir.

Bölüm 5’de, ikili (binary) Turbo kodlama, kanal dengeleme algoritmaları (LMS, RLS) ile WSSUS kanal modellerine uygulanmış ve simülasyon sonuçları sunulmuştur.

Bölüm 6’da, ikili Turbo kodlama tekniği, kör kanal dengeleyici (Eigen Vector Algorithm, EVA) ile birleştirilmiş ve Turbo_EVA olarak isimlendirilmiştir. Bu yapı, WSSUS kanal modellerine uygulanmış ve simülasyon sonuçları incelenmiştir.

Bölüm 7’de, çoklu seviye Turbo kodlama (Multi Level-Turbo Codes, ML-TC) yapısı incelenmiş ve 4PSK modülasyon tekniği ile WSSUS kanal modellerine uygulanmıştır. WSSUS kanallarının bozucu etkilerinden dolayı kanal dengelenmesine ihtiyaç duyulmuş ve kanal dengeleyici olarak LMS, RLS ve EVA algoritmaları kullanılmıştır. 8PSK TTCM tekniği de WSSUS kanal modellerine uygulanmış, 4PSK ML-TC ile performans karşılaştırılması yapılmış ve simülasyon sonuçları verilmiştir.

Bölüm 8’de, Turbo kodlamalı sayısal haberleşme sistemlerinde kullanılan geleneksel “çeşitleme (diversity) ve birleştirme (combiner)” tekniklerine yeni bir uygulama getirilmiştir. Verici Çeşitleme (Transmit Diversity, TD) tekniği, 8PSK-TTCM tekniği ile birleştirilmiş TD-TTCM tekniği adını almıştır. TD-TTCM yapısı, WSSUS çoklu giriş-çoklu çıkış (Multi Input-Multi Output, MIMO) kanal modellerine uygulanmıştır. WSSUS kanal parametreleri, Genetik Algoritma (GA) ile kestirilmiş ve TD-TTCM alıcı kısmında iteratif olarak çalışan özel bir birleştirici kullanılmıştır. TD-TTCM yapısı çoklu anten yapılarında uygulanmış ve yüksek performanslar elde edilmiştir.

Bölüm 9’da, tezde yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlar sunulmuş, tartışılmış ve bu konuda ileride yapılabilecek araştırmalara fikir vermek amacıyla bazı önerilerde bulunulmuştur.

Ek-1’de verici antenlerden gelen sinyallerin, TD-TTCM yapısının birleştirici bloğunda iteratif olarak kestirilme algoritması gösterilmiştir.

1.3 Tez ile Getirilen Yenilikler

Şimdiye kadar yapılan çalışmalarda, TC ve TTCM’in çeşitli kanallardaki başarımları literatürde ayrıntılı olarak vardır. Özellikle sönmülemeli kanallardan Rician, Rayleigh ve Nakagami kanallarda uygulamalar çok yapılmıştır. WSSUS kanallara uygulması ise bu tezde ilk defa yapılmıştır. Tez ile getirilen yenilikler kısaca şu şekilde maddelenebilir:

- 1) İkili Turbo kodlama (TC), kör (blind) ve açık (non-blind) dengelenmiş WSSUS kanal modellerine uygulanmış ve yüksek performans elde edilmiştir. Kör kanal dengelemesi için Öz Vektör Algoritması (EVA), açık kanal dengelemesi için ise LMS ve RLS algoritmaları kullanılmıştır.
- 2) 4PSK modülasyonlu İki Seviyeli-Turbo Kodlama (2L-TC) yapısı geliştirilmiş, kör ve açık dengelenmiş 17 katsayılı WSSUS kanal modeline uygulanmıştır. Bu yeni yapı, 8PSK TTCM yapısıyla karşılaştırıldığında 5.5 dB daha iyi sonuç vermiştir.
- 3) Tezin en önemli noktası olarak, TD-TTCM isminde yeni bir yapı geliştirilmiş ve Genetik Algoritma (GA) ile kestirilmiş, 8 katsayılı WSSUS MIMO kanal modeline uygulanmıştır. Verici antenlerden gelen 8PSK modülasyonlu sinyaller, TD-TTCM yapısının alıcı kısmında bulunan birleştirici (combiner) tarafından iteratif olarak kestirilmiştir. TD-TTCM yapısı çoklu anten konfigürasyonlarına uygulandığında, 2 Verici-2 Alıcı anten konfigürasyonu, 2 Verici-1 Alıcı anten konfigürasyonuna göre 2.5 dB daha fazla kodlama kazancı sağlamıştır.

2. ZAMANLA DEĞİŞEN ÇOK YOLLU KANALLAR

Mobil radyo kanallarında, verici anten tarafından gönderilen işaret, alıcı antene çeşitli yolları (path) takip ederek ulaşır. Verici ve alıcı arasındaki iletim yolları, doğrudan bir görüş hattı olabileceği gibi binalar, arazi yüzey şekilleri veya bitki örtüsü sebebiyle ciddi olarak engellenen iletim yolları da olabilir. İletilen elektromanyetik dalga, mobil radyo iletişimi esnasında çevrede bulunan binalardan ve engellerden yansıyabilir, kırınım ya da saçılma uğrayabilir. Söz konusu olan bu engellerden dolayı gönderilmiş semboller, alıcılara gecikmeler ile ulaşmaktadırlar. Durağan ve tahmin edilebilir olan kablosuz iletim kanallarının tersine, mobil radyo kanalları rasgele yapıda ve incelemesi zor kanallardır. Bir kablosuz mobil iletişim sisteminde, işaret vericiden alıcıya birçok yol üzerinden ulaşabilir. Bu durum çok yollu (multi path) yayılım olarak adlandırılır.

2.1 Mobil İletim Kanalları

İletim kanallarını modellemek için, sıklıkla kullanılan en basit model Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) kanal modelidir. Bu modelde alınan işaret, özelliği bilinen zayıflamış işaret ve Gauss gürültüsünün toplamıdır. Uydu ve derin-uzay iletim kanalları gibi birçok iletim kanalları için uygun bir model olan AWGN modelinin kuramsal ve pratik açıdan önemli bir yeri vardır. Ancak çoğu kanallarda AWGN'ye ek olarak daha birçok zayıflatıcı etkiyle karşılaşılır. Bu durumda AWGN modelin geçerliliği kalmaz, daha uygun modellerin kullanılması gerekir. Serbest uzay modelinde ise, alıcı ve verici antenler arasındaki bölgede, gönderilen işaretin karşılaşılabileceği hiçbir nesnenin olmadığı, atmosferin tamamen düzgün (uniform) olduğu ve yayılan işaret için dünya yüzeyinde, dünyanın yansıtma katsayısı yok sayılabilecek kadar az olduğu kabul edilir. İşaret yayılımının, atmosferde ve yeryüzüne yakın bölgelerde gerçekleştiği birçok kanalda, serbest uzay yayılım modeli, kanalı tanımlamada ve sistem başarımının kestiriminde yetersiz kalmaktadır.

2.2 Sönümlemeli Kanallar

Mobil radyo iletişim sistemlerinde sıklıkla kullanılan kanal tipleri sönümlemeli kanallardır. Mobil iletişim kanallarında iletilen işaretin, alıcıya birbirine yakın zamanlarda varan iki ya da daha fazla farklı versiyonlarının girişimi, hata olasılığı cinsinden sistem başarımını ciddi ölçüde etkiler. Alıcıya ulaşan çok yollu işaret bileşenleri, değişik faz değerlerine karşılık gelen farklı gecikmelere ve genlik değerlerine sahiptirler. Alıcıya ulaşan işaret, genlik ve faz açısından oldukça geniş ve hızlı değişimlere sahip olabilmektedir. Bu olay sönümleme olarak adlandırılır. Eğer verici ve alıcı arasında yansımali yol sayısı çok fazla ise ve doğrudan görüş

hattı bulunmuyorsa, alınan işaretin zarfı istatistiksel olarak Rayleigh olasılık yoğunluk işlevi ile tanımlanır. Alınan işaret, birçok yansıyan ışın ve belirgin bir doğrudan görüş hattı bileşeni içeriyorsa, genliğin zarfı Rician olasılık dağılım işlevine sahip bir yapı gösterir ve bu durum Rician sönümlenme olarak adlandırılır. Doğrudan görüş hattı bileşeninin genliği sıfıra yaklaştıkça, Rician olasılık dağılım işlevi de Rayleigh olasılık dağılım işlevine yaklaşır.

Yansımalarından oluşan her yol, farklı güç kaybı, zaman gecikmesi ve faz kaymasına maruz kalmaktadır. Bazen bu bağlı faz kaymalarından dolayı alıcıda oluşan sinyalde toplanma ya da birbirlerinin etkisini kaybederek sinyalin zayıflamasına ya da kaybolmasına neden olmaktadır. Sonuçta, alıcı antenlere ulaşan işaret çok sayıda yoldan gelmiş olan işaretlerin toplamından oluşan birleşik bir kuvvettir (Proakis, 2001).

Yayılm ortamında meydana gelebilecek yağmur veya kar yağışı gibi değişiklikler de farklı sönümlenmeye neden olur. Bu tip sönümlenmeye uzun süreli sönümlenme denir. Çok yollu iletim, semboller arası girişime neden olduğundan iletişim kalitesini düşürmektedir. Mobil radyo kanallar için ortaya çıkan bir faktör de Doppler yayılmasıdır. Doppler frekans yayılması taşıyıcı frekansının kaymasına ve işaret band genişliğinin yayılmasına neden olur.

2.2.1 Büyük Ölçekli ve Küçük Ölçekli Sönümlenme

Sönümlenme öncelikle büyük ve küçük ölçekli sönümlenme olarak sınıflandırılabilir. Büyük ölçekli sönümlenme, işaretin gücündeki ortalama zayıflama veya yol kaybı olarak tanımlanmaktadır. Bu sönümlenmeye verici ve alıcı arasındaki önemli arazi şekilleri (tepeler, ormanlar, bina yığınları) neden olmaktadır.

Küçük ölçekli sönümlenme, verici ve alıcı arasındaki uzamsal ayırmda meydana gelen küçük değişimler sonucunda işaret genliğinde ve fazında görülen değişimler nedeniyle oluşur. Mobil radyo uygulamalarında, verici ve alıcı arasındaki hareket, yayılım yolunda değişimlere neden olduğundan, kanal zamanla değişen özellik taşımaktadır. Yayılm hızı, sönümlenme hızına etki eder. Küçük ölçekli sönümlenmede, işaretin zamanla saçılması ve kanalın zamanla değişmesi özellikleri kullanılarak sınıflandırılmaktadır.

2.2.2 Sönümlenmeli Çok Yollu Kanalların Matematiksel Modeli

Sönümlenmeli çok yollu kanallar, çeşitli parametrelerle açıklanabilir. Bunlardan bazıları; gecikme yayılımı, uyumluluk band genişliği, Doppler yayılması ve uyumluluk süresidir (Proakis, 2001). Band-geçiren bir sinyal,

$$s_b = \text{Re}\{s(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad (2.1)$$

olarak tanımlanırsa, $s(t)$ alt geçiren sinyal, f_c ise sinyalin taşıyıcı frekansıdır. Kanalin N tane yoldan oluştuğu kabul edilirse, alıcıda gözlenen band-geçiren işaret, (2.2) eşitliği ile modellenmiş olur. Doppler kaymasından oluşan sonuç, (2.3)'de, $\tau_k(t)$ gecikmesinden oluşan faz kayması ise (2.4)'de tanımlanmıştır.

$$r_b = \text{Re}\{r(t)e^{j2\pi f_c t}\} \quad (2.2)$$

$$r(t) = \sum \rho_k(t)e^{j\theta_k(t)}s(t - \tau_k(t)) + \eta(t) \quad (2.3)$$

$$\theta_k(t) = 2\pi f_k t - 2\pi(f_c + f_k)\tau_k(t) \quad (2.4)$$

Burada $\rho_k(t)$; k. yolun zayıflama katsayısı, $\tau_k(t)$; k. yoldaki gecikme, f_k ; k. yolun “Doppler” kayması olarak tanımlanmıştır. Herhangi bir k. yoldaki faz kayması ise denklem (2.4)'de belirtildiği şekilde ifade edilir.

2.2.2.1 Gecikme Saçılması

Çok yollu kanal üzerinden alıcıya ulaşan işaretin gücü belli bir zaman aralığına yayılmıştır. i . işaret bileşeninin, alıcıya ilk ulaşan işaret bileşenine göre gecikme farkına ek gecikme denir ve τ_i ile gösterilir. τ_i değerleri rasgele değişkenler olarak tanımlanırsa, ortalaması $\bar{\tau}$, ortalama ek gecikme olarak adlandırılır. Benzer şekilde varyansının karekökü σ_τ , ek gecikmenin standart sapmasını gösterir. Tipik σ_τ değerleri açık alan radyo iletişimi için mikrosaniyeler seviyesindeyken, kapalı alan kanallarında nanosaniyeler ile gösterilir.

2.2.2.2 Uyumluluk Band Genişliği

Uyumluluk band genişliği B_c , işaretlerin aynı kazanç ve doğrusal faz ile geçebildikleri düzgün band genişliğine denilmektedir. Bu band içerisindeki işaretlerin genlik değerleri oldukça güçlü bir ilişkiye sahiptir. Öte yandan, aralarındaki fark, uyumluluk band genişliğinden B_c , büyük olan iki sinüzoidal işaret kanaldan geçerken oldukça değişik etkilenirler. B_c 'nin bir değerini elde edebilmek için iki işaret arasındaki zarf ilişki katsayısı hesaplanır. Uyumluluk band genişliği, (2.5) eşitliği ile hesaplanmaktadır.

$$B_c = \frac{1}{2\pi\sigma_\tau} \quad (2.5)$$

2.2.2.3 Doppler Saçılımı

Alıcı ve verici antenlerin sabit hızda birbirleriyle bağıl olarak hareket etmeleri halinde alıcı tarafında sabit frekans kayması oluşacaktır. B_d hareketli birimin ve baz istasyonunun göreceli hareketi veya kanaldaki cisimlerin hareketiyle meydana gelen spektral genişlemenin ölçüsüdür. Bu yayılma en büyük Doppler kayması miktarına eşittir ($B_d = f_d$). Alınan işaretin toplam band genişliği, temel band işaretin band genişliği ve Doppler kayması miktarı ile belirlenir. Eğer temel band işaretin band genişliği, B_d 'ye göre çok büyük ise alıcıya ulaşan işarete Doppler yayılması etkisi ihmal edilebilir. Herhangi bir yolun Doppler frekansı (2.6) kullanılarak bulunabilir.

$$f_d = f_c \frac{v}{c} \quad (2.6)$$

f_c ; taşıyıcı frekansı, v ; aracın hızını ve $c = 3.10^8 m/s$; ışık hızını ifade etmektedir. Doppler saçılımı değişik yollarda oluşan en geniş frekans kayması olarak tanımlanır. Doppler periyodu (T_d), Doppler saçılımının tersi olarak alınır ve eşitlik (2.7) ile ifade edilir.

$$T_d = 1 / f_d \quad (2.7)$$

T_s , gönderilen sinyalin periyodu olarak kabul edilirse, $T_s \gg T_d$ ise gönderilen sinyal zamanla değişen sönümlenmeye maruz kalır. $T_s \ll T_d$ olması durumunda ise, iletim esnasında önemli değişiklik olmaz ve gönderilen sinyalde değişik zaman dilimlerinde aynı tipte sönümleme gerçekleşir. Bu durumda kanal, zaman ekseninde düzgün-seçici olmayan sönümlemeli kanal olarak adlandırılır.

2.2.2.4 Uyumluluk Süresi

Uyumluluk band genişliğine benzer şekilde, uyumluluk süresi T_c de, bozulmanın fark edilebileceği zaman aralığına denir. Uyumluluk süresi ile Doppler yayılması arasındaki ilişki (2.8) eşitliği ile verilebilir;

$$T_c \approx \frac{9}{16\pi f_d} = \frac{9}{16\pi B_d} \quad (2.8)$$

Kolaylık açısından bu ilişki (2.9)'da belirtilen şekilde de kullanılabilir.

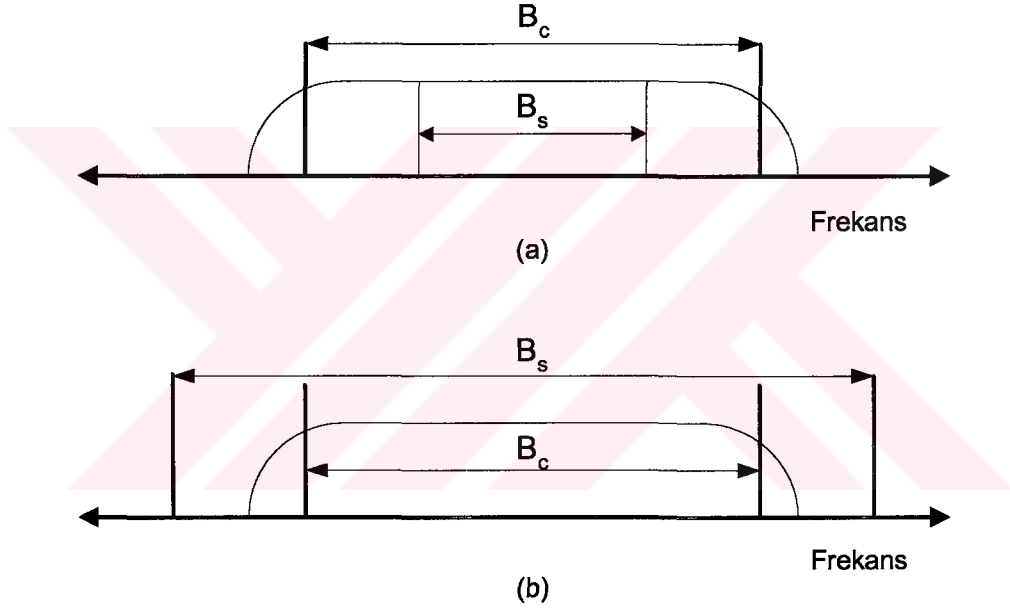
$$T_c \approx \frac{1}{B_d} \quad (2.9)$$

Sayısal iletişimde genelde bu iki değerin geometrik ortalaması kullanılır:

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi B_d^2}} = \frac{0.423}{B_d} \quad (2.10)$$

2.2.3 Sönümlmeli Kanalların Sınıflandırılması

Sönümlmeli kanallar, Şekil 2.1’de gösterilen kanal karakteristiklerine göre sınıflandırılmaktadır. Sınıflandırmak amacıyla alt başlıklardaki belirtilen ölçütler kullanılacaktır. Bu ölçütlerin değerlendirilmesiyle birlikte sınıflandırma bölgelerini gösteren şekil oluşturulacaktır.



Şekil 2.1 Sönümlmeli kanal karakteristikleri (a) Düzgün sönümlmeli kanal
(b) Frekans seçici sönümlmeli kanal

2.2.3.1 Düzgün Sönümleme

Düzgün sönümleme aynı zamanda frekans seçici olmayan sönümleme olarak da isimlendirilir. Eğer bir telsiz kanal, işaret band genişliğinden daha geniş bir band üzerinde sabit kazanç ve doğrusal faza sahip ise meydana gelecek sönümlemeye düzgün sönümleme denir. Bu tip sönümleme literatürde en çok göz önüne alınan türdür.

Düzgün sönümlemede çok yollu iletimin özellikleri nedeniyle iletilen işaretin spektral özellikleri alıcıda aynen korunur. Ancak çok yollu iletim nedeniyle alınan işaretin gücü kanal kazancının değişimi ile birlikte değişir.

Kanal karakteristikleri cinsinden ele alındığında düzgün sönümlemeli kanal

$$B_c \gg B_s \quad (2.10)$$

koşullarını sağlayan kanaldır. Burada, B_s işaret band genişliğini göstermektedir. Buna göre, eğer kanalın uyumluluk band genişliği işaret band genişliğinden büyükse veya eşdeğer olarak, gecikme yayılımının standart sapması sembol süresinden küçükse, düzgün sönümleme meydana gelir. Frekans yanıtı düzgün olduğundan, düzgün sönümlemeli kanalın darbe (impulse) yanıtı gecikmesiz bir delta işlevi olarak verilebilir. Delta işlevinin genliği ise zamanla değişecektir.

2.2.3.2 Frekans Seçici Sönümleme

Kanalın sabit kazanç ve doğrusal faza sahip olduğu band genişliği, işaretin band genişliğinden daha küçük ise iletilen işaret, frekans seçici sönümlemeden etkilenir. Bu özelliğe sahip olan çok yollu yapıda alınan işaret, iletilen işaretin değişik gecikmeler ile alıcıya ulaşmış, zayıflamış kopyalarından oluşur. İletilen işaretin, zaman bölgesinde dağılmasından dolayı alınan işarete semboller arası girişim yani bozulmalar meydana gelir.

Frekans bölgesi incelendiğinde ise bu olay, bazı frekans bileşenlerinin kazancının daha kuvvetli olmasına karşılık düşer. Bu tip frekans seçici sönümlemeli kanalları modellemek düzgün sönümlemeli kanallarla karşılaştırıldığında oldukça zordur. Her bir çok-yollu işaret modellenmeli ve kanal doğrusal bir süzgeç olarak alınmalıdır. Bilinen modeller genellikle geniş bandlı ölçüm tekniğine dayanmaktadır. Kanal parametreleri göz önüne alındığında frekans seçici kanal ,

$$B_c < B_s \quad (2.12)$$

Ya da eşdeğer olarak,

$$\sigma_\tau > T_s \quad (2.13)$$

koşullarını sağlayan kanaldır. Buna göre kanal uyumluluk band genişliği, işaret band genişliğinden küçük ise veya eşdeğer olarak, gecikme yayılımının karesel ortalamasının karekökü, sembol süresinden büyükse frekans seçici sönümleme meydana gelir. Pratikte kullanılan modülasyon türüne göre bu ölçüt biraz esnetilmektedir. Buna göre, kanal parametreleri $\sigma_\tau > T_s$ eşitsizliğini sağlıyor ise kanal, frekans seçici olarak sınıflandırılmaktadır.

2.2.3.3 Hızlı Sönümleme

Eğer kanal dürtü yanıtı, bir sembol aralığında değişiyor ise kanala hızlı sönümlemeli kanal denir. Aksi durumda ise yavaş sönümlemeli kanal olarak adlandırılır. Darbe cevabındaki ani değişimler hareket ile ya da Doppler yayılması ile ortaya çıkar. Parametreler cinsinden incelenirse, kanal uyumluluk süresi sembol süresinden küçük olduğunda ya da Doppler yayılması miktarı işaret band genişliğinden büyük olduğu zaman meydana gelen sönümlemeye hızlı sönümleme denir. Bu durum;

$$T_s > T_c \quad (2.14)$$

Ya da eşdeğer olarak,

$$B_s < B_c \quad (2.15)$$

eşitsizlikleri ile ifade edilebilir.

2.2.3.4 Yavaş Sönümleme

Kanal dürtü yanıtının bir sembol aralığı boyunca değişmediği kanallara, yavaş sönümlemeli kanallar denilmektedir. Kanal uyumluluk süresi, sembol süresinden çok daha uzundur. Yani , Doppler yayılması işaret band genişliğinden çok küçüktür. Buna göre kanalın yavaş sönümlemeye sahip olabilmesi için;

$$T_s \ll T_c \quad (2.16)$$

Ya da diğer bir ifade ile,

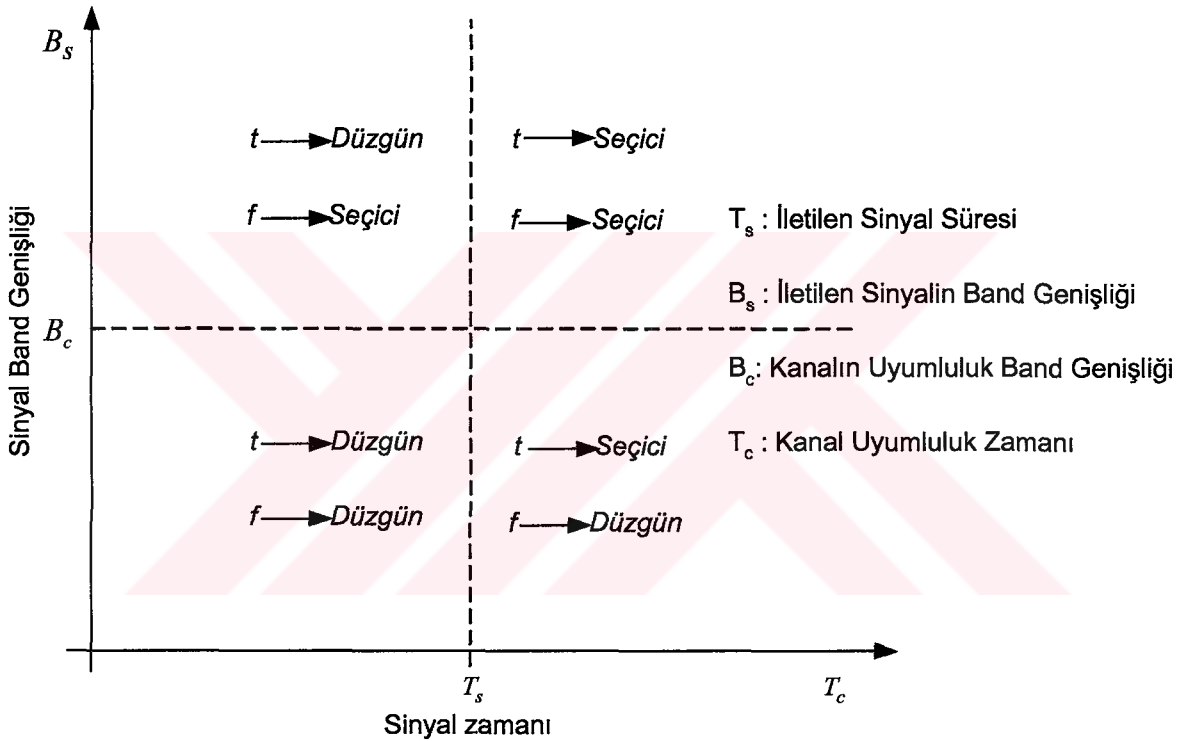
$$B_s \gg B_c \quad (2.17)$$

eşitsizlikleri ile tanımlı olmalıdır. Düşük veri hızı ile yüksek gezici birim hızı birlikte oluşur ise, kanalda hızlı sönümleme meydana gelir. Buna karşılık yüksek bir veri hızı ile yavaş hareket eden bir gezici birimin de yavaş sönümlemeden etkilenmesi beklenir. Doğal olarak gezici birimin durması durumunda, veri hızından bağımsız yavaş sönümlemeden bahsedilebilir.

Kanalın modellenmesi sırasında karıştırılmaması gereken önemli konu şudur: Bir kanala ilişkin sönümlemenin hızlı ya da yavaş olduğunun bilinmesi frekans seçici ya da düzgün olduğu konusunda bir fikir vermez. Hızlı ve düzgün sönümlemeye sahip bir kanalın dürtü yanıtı, gücü sembol yanıtından daha hızlı değişen bir delta işlevidir. Hızlı ve frekans seçici özelliğe sahip bir kanalda ise frekans bileşenlerinden bazılarının faz genliği ya da gecikmesi

yine sembol hızından daha hızlı değişir. Diğer iki olası kanal sınıfı ise yavaş ve düzgün sönümlemeli ile yavaş ve frekans seçici sönümlemeli kanallardır. Hızlı sönümlemenin yalnızca veri hızının düşük, gezici birimin ise yüksek hızla hareket etmesi durumunda görüldüğü düşünülürse yavaş sönümlemeli modellerin pratikte daha çok oluşacağı söylenebilir.

Sönümlü kanalların sınıflandırılması Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Sönümlemeli kanallara ilişkin sınıflandırmanın yapılması, bu kanallara ait modellemelere yardımcı olacak ve kullanılan kanalların daha kolay tanımlanabilmesini sağlayacaktır.



Şekil 2.2 Sönümlemeli kanalların sınıflandırılması

2.2.4 Kanallardaki Sönümlemenin Statik Modellemesi

Düzgün frekans kanalında, gecikme saçılımı sembol süresi ile kıyaslandığında çok düşüktür. Bu nedenle;

$$s(t - \tau_k(t)) \approx s(t) \quad (2.18)$$

$$r(t) = s(t) \sum_{k=1}^N \rho_k(t) e^{j\theta_k(t)} + \eta(t) \quad (2.19)$$

olarak kabul edilebilir. Kompleks çok yollu kanalın sabit denklemi (2.20)’de görüldüğü gibidir.

$$\alpha(t) = \sum_{k=1}^N \rho_k(t) e^{j\theta_k(t)} = x(t) + jy(t) = a(t) e^{j\phi(t)} \quad (2.20)$$

Bu durumda $x(t)$ ve $y(t)$ parametreleri (2.21) ve (2.22) eşitliklerinde gösterildiği şekilde olacaktır.

$$x(t) = \sum_{k=1}^N \rho_k(t) \cos(\theta_k(t)) \quad (2.21)$$

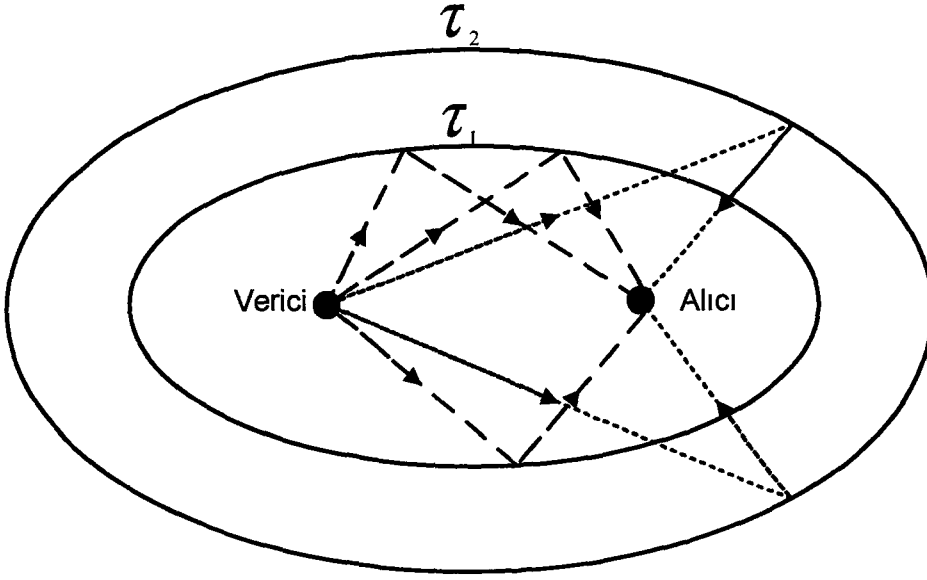
$$y(t) = \sum_{k=1}^N \rho_k(t) \sin(\theta_k(t)) \quad (2.22)$$

Oluşan yolların çok olması ve etkin bir yol olmaması durumunda, $x(t)$ ve $y(t)$ 'ye merkezi limit teoremi uygulanarak bağımsız Gauss rasgele işlemleriyle yaklaştırılır.

2.3 Frekans Seçmeli Çok Yollu Kanallarda Sönümlleme

Eğer bir sinyalin band genişliğinin tersi ($1/BW$), yayılım yol gecikmelerinin zaman saçılımından çok büyük ise, dar-band iletişim kanallarının kullanılması uygundur. Sayısal haberleşme sistemlerinde bunun anlamı; modüle edilmiş sembolün süresi, yayılım yol gecikmelerinin zaman saçılımından daha büyüktür. Bu şartlar altında, vericiden gönderilen sinyalin bütün frekansları, çok-yollu sönümlemekten dolayı aynı rasgele genlik bozulumu ve faz kaymasına maruz kalacaklardır. Böyle bir kanal modeli, sinyali gürültüsüz veya az gürültülü olarak alıcıya iletir. Bu tip kanallara, düzgün sönümlemeli (flat fading) kanal adı verilir.

Eğer yayılım yol gecikmelerinin saçılımı, sinyalin band genişliğinin tersinden büyük ise gönderilen sinyalin frekans bileşenleri, farklı yollarda değişik faz kaymasına uğrayacaklardır. Eğer toplam yol gecikmeleri çok büyük ise, gönderilen sinyalin birbirine yakın frekansları, önemli değişik faz kaymalarına sahip olacaktır. Bu şartlar altında kanal, mesaj işaretine genlik ve faz gürültüsü katacaktır. Böyle bir kanal tipine frekans-seçmeli sönümlemeli kanal denmektedir. Çok yollu sönümlemeli kanalın yol geometrisi Şekil 2.3'de görülmektedir. Aynı elips üzerine yerleştirilmiş saçıcılardan (scatterers) yansıyan sinyaller verici antene aynı gecikme zamanında ulaşır.



Şekil 2.3 Çok yollu sönümlmeli kanalların yol geometrisi

Çok yollu sönümlmeli kanallar, zamanla değişen doğrusal filtre gibi modellenebilirler. Bu filtrelerin giriş ve çıkışları, zaman ve frekans eksenlerinde tanımlanabilir. Bu durum 4 tane iletim fonksiyonu elde edilmesini sağlar (Bello, 1963):

- $h(\tau, t)$: Giriş gecikmeli - saçılım fonksiyonu (input delay-spread function)
- $H(f, \nu)$: Doppler çıkışlı -saçılım fonksiyonu (output Doppler-spread function)
- $T(f, t)$: Zamanla değişen transfer fonksiyon (time-variant transfer function)
- $S(\tau, \nu)$: Doppler gecikmeli saçılım fonksiyonu (delay Doppler-spread function)

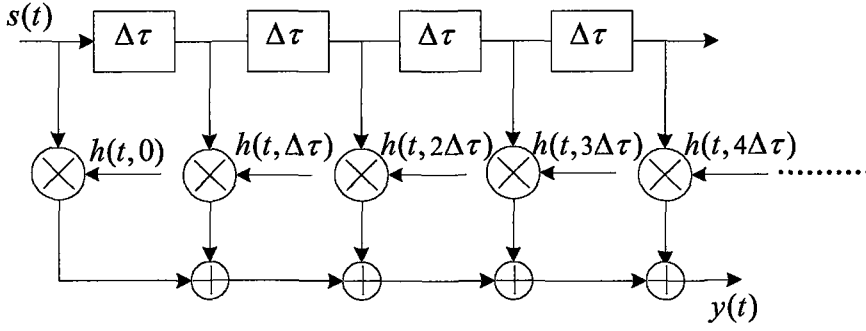
Kompleks alçak-geçiren kanalın darbe cevabı, kompleks giriş $s(t)$ ve çıkışın $y(t)$ dalga biçimlerine bağlıdır. Konvolüsyonu alındığında (2.23) eşitliği elde edilir.

$$y(t) = \int_0^{\infty} s(t - \tau) h(t, \tau) d\tau \quad (2.23)$$

Kanalın alçak geçiren darbe cevabı, giriş gecikmeli -saçılım fonksiyonu $h(\tau, t)$ olarak ifade edilmektedir. Bu fonksiyonun fiziksel anlamı, $t - \tau$ anında uygulanan bir darbe işaretine, kanalın t anında verdiği bir cevaptır. Böylece bu fiziksel kanal $\tau < 0$ olduğu durumlarda, $h(\tau, t) = 0$ olacak ve (2.23) eşitliğindeki integralin alt limiti 0 olacaktır. (2.23)'ün konvolüsyonu ayrık (discrete) formda yazıldığında;

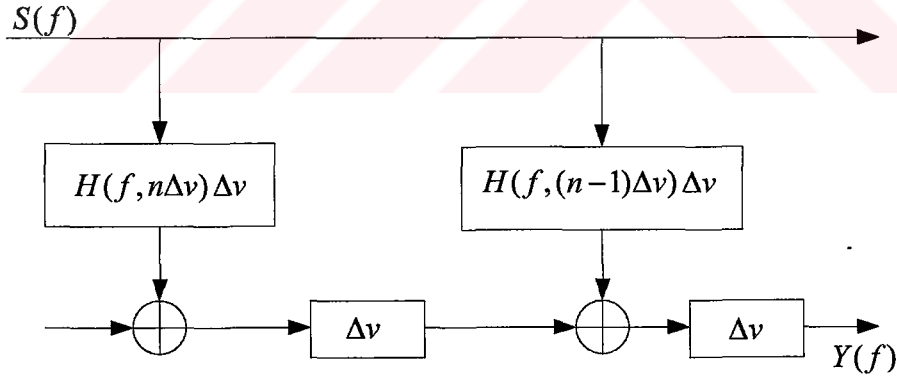
$$y(t) = \sum_{m=0}^n s(t - m\Delta\tau) h(t, m\Delta\tau) \Delta\tau \quad (2.24)$$

eşitliği elde edilir. (2.24)'ün ayrık zamanda tanımlanması ile kanalı, Şekil 2.4'de gösterildiği gibi dal (gecikme) $\Delta\tau$ aralıklarından ve zamanla değişen dal kazançlarından $h(t, m\Delta\tau)$ meydana gelen bir ayrık zamanlı (transversal) filtre olarak tanımlanabilmektedir.



Şekil 2.4. Çok yollu sönümlmeli kanalın ayrık zaman dal (tap) gecikmeli modeli

İkinci iletim fonksiyonu $H(f, \nu)$, giriş $S(f)$ ve çıkış $Y(f)$ spektrumlarına bağlıdır (Şekil 2.5). Bu fonksiyon Doppler çıkışlı saçılım fonksiyonu olarak adlandırılmıştır. Bu fonksiyonun Doppler kayması veya spektrum genişliği, çıkış spektrumunda görülebilmektedir.



Şekil 2.5 Çok yollu sönümlmeli kanalın frekans eksenine dönüştürülmüş modeli

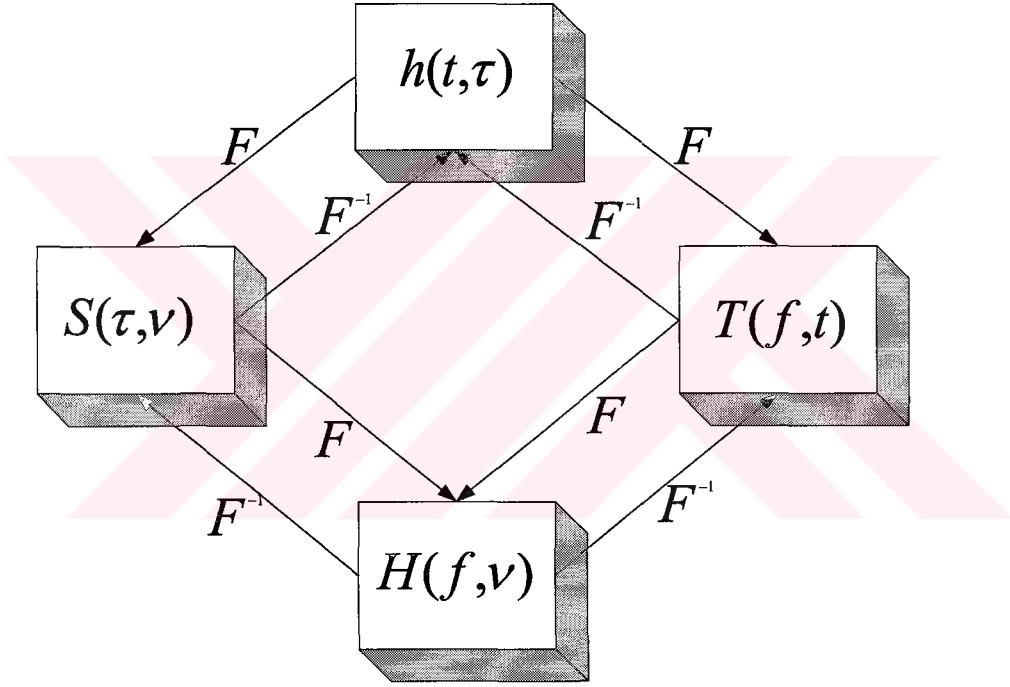
$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f - \nu) H(f - \nu, \nu) d\nu \quad (2.25)$$

Fiziksel terim olarak, frekans kayma değişkeni ν , bu kanal için Doppler kayması olarak tanımlanmıştır. (2.25) eşitliği ayrık zamanda toplama olarak ifade edilmektedir (Parsons, 1992).

$$Y(f) = \sum_{m=0}^n S(f - m\Delta\nu) H(f - m\Delta\nu, m\Delta\nu) \Delta\nu \quad (2.26)$$

(2.26) eşitliği, Şekil 2.5’de gösterildiği gibi, transfer fonksiyonlardan $H(f, m\Delta\nu)\Delta\nu$ meydana gelen bir dizi filtre kümelerinden oluşmaktadır. Doppler kaymaları, frekans dönüşüm zinciri sonucu meydana gelmiştir.

Bu dört iletim fonksiyonunun Fourier dönüşüm çiftleri Şekil 2.6’da gösterilmiştir. Her dönüşüm çifti sabit değerlere sahip olduğu gibi, iki adet değişken değere sahiptir. Dönüşümler iki değişken üzerinden yapılır.



Şekil 2.6 İletim fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm ilişkileri

Üçüncü iletim fonksiyonu $T(f, t)$, integrali alınan giriş spektrumuna ve çıkışın zaman eksenindeki dalga biçimine bağlıdır.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) T(f, t) e^{j2\pi ft} df \quad (2.27)$$

$T(f, t)$ fonksiyonu Zadeh tarafından “zamanla değişen transfer fonksiyonu” olarak adlandırılmıştır (Zadeh, 1950).

Son iletim fonksiyonu, Doppler gecikmeli saçılım fonksiyonu $S(\tau, \nu)$ olup, giriş ve çift integrali sonucu elde edilen çıkış dalga formu ile ilişkilidir.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) S(t, \tau) e^{-j2\pi f \tau} d\nu d\tau \quad (2.28)$$

$S(\tau, \nu)$, kanal saçılımının genliğini, zaman gecikmesi (τ) ve Doppler kayması (ν) cinsinden ifade eder (Bello, 1963).

2.3.1 İstatiksel Kanalların Korelasyon Fonksiyonları

Kanalın darbe cevabı $h(t, \tau) = h_l(t, \tau) + jh_q(t, \tau)$ kompleks Gaussian rasgele prosesi olarak modellendiğinde, kuadrant bileşenleri ($h_l(t, \tau)$ ve $h_q(t, \tau)$) de ilintili (korelasyonlu) Gaussian rasgele proseslerdir. Geçen bölümde bahsedilen bütün iletim fonksiyonları rastgele proseslerdir. Bir kanalın tam olarak karakterize edilebilmesi için bütün iletim fonksiyonlarının birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonunun (probability density function, pdf) bilgilerine ihtiyaç vardır. Bu bilgileri elde etmek oldukça güç olduğundan, en mantıklı yaklaşım olarak her iletim fonksiyonunun istatiksel korelasyon fonksiyonlarını bulmak olacaktır. Temel proses Gaussian olduğu durumda istatiksel tanımlamalar, ortalamalar (means) ve öz-ilişkiler (autocorrelation) ile ifade edilebilirler. Çalışmalarımızda, sıfır-ortalama Gaussian rasgele proses göz önünde bulundurulduğundan, sadece öz-ilişki fonksiyonları kullanılmıştır. Dört iletim fonksiyonun öz-ilişki fonksiyonları Şekil 2.7'de tanımlanmıştır (Parsons, 1992; Proakis, 2001).

$$\Phi_h(t, s; \tau, \eta) = \frac{1}{2} E[h(t, \tau) h^*(s, \eta)] \quad (2.29)$$

$$\Phi_T(f, m; t, s) = \frac{1}{2} E[T(f, t) T^*(m, s)] \quad (2.30)$$

$$\Phi_H(f, m; \nu, \mu) = \frac{1}{2} E[H(f, \nu) H^*(m, \mu)] \quad (2.31)$$

$$\Phi_S(\tau, \eta; \nu, \mu) = \frac{1}{2} E[S(\tau, \nu) S^*(\eta, \mu)] \quad (2.32)$$

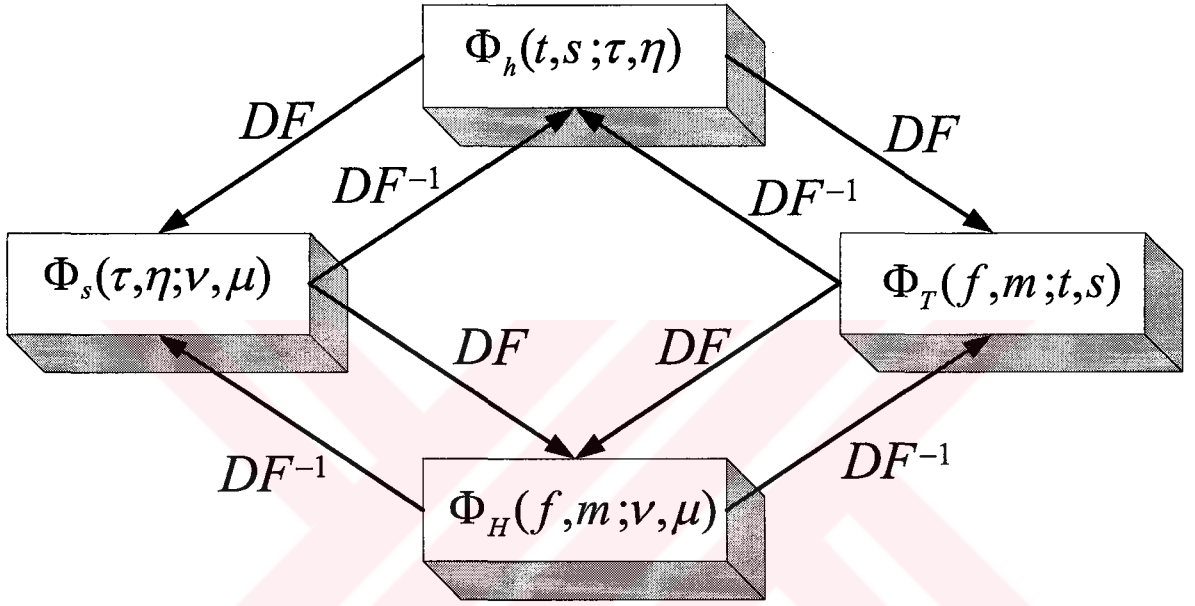
bu öz ilişki fonksiyonları kendi aralarında çift Fourier dönüşüm çiftleri olarak ilişkilendirilebilirler.

Örnek olarak;

$$\Phi_s(\tau, \eta; \nu, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(t, s; \tau, \eta) e^{j2\pi(\nu t - \mu s)} dt ds \quad (2.33)$$

$$\Phi_h(t, s; \tau, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_s(\tau, \eta; \nu, \mu) e^{-j2\pi(\nu t - \mu s)} d\nu d\mu \quad (2.34)$$

fonksiyonları verilebilir. Kanalların bütün öz ilişkiler fonksiyonları Şekil 2.7’de özetlenmiştir.



Şekil 2.7 Kanal öz-ilişki fonksiyonları arasındaki çift Fourier dönüşümü

2.3.2 İstatiksel Kanalların Sınıflandırılması

2.3.2.1 Geniş Duyarlı Durağan (Wide Sense Stationary, WSS) kanallar

WSS kanallarda sönmüleme istatistikleri kısa zaman periyotları için sabit kalmaktadır. Bu durum, zaman farkının $\Delta t = s - t$ olduğu s ve t zaman parametrelerine bağlı kanal ilişki (korelasyon) fonksiyonunu ifade eder. WSS kanallar korelasyonsuz Doppler kaymalı saçılmalara uygun bir kanal tipidir. Bu kanalın en büyük özelliği, içinden geçen sönmülemeli ve faz kaymalı değişik sinyal bileşenlerinin Doppler kayması birbirinden ilişkisizdir. Böylece WSS kanalların korelasyon fonksiyonları;

$$\Phi_h(t, t + \Delta t; \tau, \eta) = \Phi_h(\Delta t; \tau, \eta) \quad (2.35)$$

$$\Phi_T(f, m; t, t + \Delta t) = \Phi_T(f, m; \Delta t) \quad (2.36)$$

$$\Phi_H(f, m; \nu, \mu) = \Psi_H(f, m; \nu) \delta(\nu - \mu) \quad (2.37)$$

$$\Phi_S(\tau, \eta; \nu, \mu) = \Psi_S(\tau, \eta; \nu) \delta(\nu - \mu) \quad (2.38)$$

burada;

$$\Psi_H(f, m; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_T(f, m; \Delta t) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \quad (2.39)$$

$$\Psi_S(\tau, \eta; \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\Delta t; \tau, \eta) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \quad (2.40)$$

Fourier dönüşüm çiftleridir.

2.3.2.2 Korelasyonsuz Saçılma (Uncorrelated Scattering, US)

US kanallar, değişik gecikmeli kanalların ilişkisiz sönümlene ve faz kaymaları ile karakterize edilmiştir. US kanalların korelasyon fonksiyonlarının frekans değişiminin $\Delta f = m - f$ olduğu m ve f değişkenlerinde, kanal WSS özelliği gösterir (Bello, 1963). (2.37) ve (2.38) eşitliklerine benzer olarak zaman gecikmeli değişkenlerde kanal korelasyon fonksiyonları tektir (singular). US kanallar için kanal korelasyon fonksiyonları;

$$\Phi_h(t, s; \tau, \eta) = \Psi_h(t, s; \tau) \delta(\eta - \tau) \quad (2.41)$$

$$\Phi_T(f, f + \Delta f; t, s) = \Phi_T(\Delta f; t, s) \quad (2.42)$$

$$\Phi_H(f, f + \Delta f; \nu, \mu) = \Phi_H(\Delta f; \nu, \mu) \quad (2.43)$$

$$\Phi_S(\tau, \eta; \nu, \mu) = \Psi_S(\tau; \nu, \mu) \delta(\eta - \tau) \quad (2.44)$$

burada;

$$\Psi_h(t, s; \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_T(\Delta f; t, s) e^{j2\pi\Delta f\tau} d\Delta f \quad (2.45)$$

$$\Psi_S(\tau; \nu, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_H(\Delta f; \nu, \mu) e^{j2\pi\Delta f\tau} d\Delta f \quad (2.46)$$

Fourier dönüşüm çiftleridir.

2.3.2.3 Geniş Algılamalı Durağan Korelasyonsuz Saçılım (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering, WSSUS)

Bu kanal tipleri çok yollu sönümlmeli kanalların özel tipleridir. Bu kanallar, hem zaman gecikmesinde hem de Doppler kaymasında korelasyonsuz saçılma gösterirler. Bu özelliğinden dolayı çoğu radyo kanalları WSSUS kanallar ile modellenmektedir. WSSUS kanallarda korelasyon fonksiyonları, zaman gecikmesi ve Doppler kayması değişkenlerinde tekil karaktere sahip olup, fonksiyonlar daha basit hale getirilebilir:

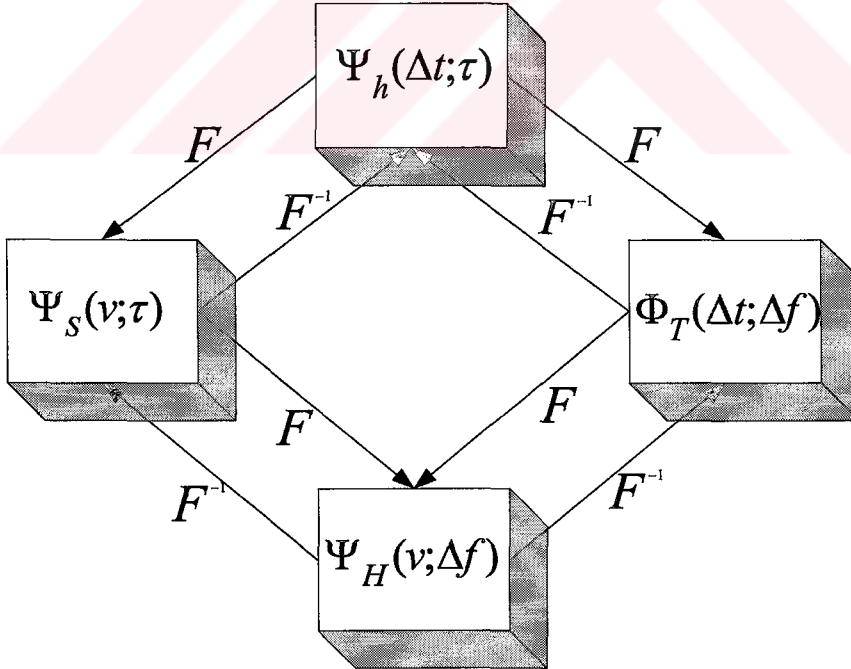
$$\Phi_h(t, \Delta t; \tau, \eta) = \Psi_h(\Delta t; \tau) \delta(\eta - \tau) \quad (2.47)$$

$$\Phi_T(f, f + \Delta f; t, t + \Delta t) = \Phi_T(\Delta f; \Delta t) \quad (2.48)$$

$$\Phi_H(f, f + \Delta f; \nu, \mu) = \Psi_H(\Delta f; \nu) \delta(\nu - \mu) \quad (2.49)$$

$$\Phi_S(\tau, \eta; \nu, \mu) = \Psi_S(\tau, \nu) \delta(\eta - \tau) \delta(\nu - \mu) \quad (2.50)$$

korelasyon fonksiyonları, Şekil 2.8’de görüldüğü gibi Fourier dönüşüm çiftleri ile birbirleri ile ilişkilidir.



Şekil 2.8 WSSUS kanalların korelasyon fonksiyonları arasındaki Fourier dönüşüm çiftleri

$\Phi_h(0; \tau) = \Phi_h(\tau)$ fonksiyonu, çok yollu kanalların yoğunluk profili veya güç gecikme profili olarak adlandırılmaktadır. Bu fonksiyon, kanal çıkışlarındaki ortalama gücü zaman gecikmesi τ cinsinden ifade etmektedir. Ortalama gecikme;

$$\mu_\tau = \frac{\int_0^\infty \tau \Phi_h(\tau) d\tau}{\int_0^\infty \Phi_h(\tau) d\tau} \quad (2.51)$$

olarak tanımlanmaktadır. $\int_0^\infty \Phi_h(\tau) d\tau$ teriminin normalize edilmesi gerekmektedir. Çünkü $\Phi_h(\tau)$, pdf değildir. RMS gecikme saçılımı;

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{\int_0^\infty (\tau - \mu_\tau)^2 \Phi_h(\tau) d\tau}{\int_0^\infty \Phi_h(\tau) d\tau}} \quad (2.52)$$

olarak tanımlanmaktadır. Güç gecikme profilleri, alıcıda adaptif dengeleyici kullanıp kullanılmama konusunda önemli bir karar mekanizmasıdır. Eğer gecikme saçılımı, sembol süresini %10- %20 oranında geçerse adaptif dengeleyici kullanmak gerekmektedir. Genelde ortalama gecikme ve kanalların gecikme saçılımı, hücre hacmini düşük tutacak şekilde azaltır. Bu yüzden dolayı radyo kanal uzunlukları kısadır. Tipik makro hücre uygulamalarında zaman saçılımı 1 ile 10 μs seviyelerinde iken, mikro hücre uygulamalarında daha az seviyelerdedir. İç aksamı duvar ve metal olan binalarda gecikme saçılımı 30 ile 60 ns arasında değişmektedir. Açık planlı ve yoğun metal aksamli tesislerde gecikme saçılımı 300ns'ye kadar ulaşmaktadır. $\Phi_T(\Delta t; \Delta f)$ fonksiyonu, uzay-zaman uzay-frekans korelasyon fonksiyonu olarak adlandırılır. $\Phi_T(0; \Delta f) \equiv \Phi_T(\Delta f)$ fonksiyonu, kanalların frekans korelasyonlarını tanımlar. Uyumlu band genişliği B_c , korelasyon katsayısının $\Phi_T(\Delta f)$, 0.5'e eşit olduğu durumdaki kanalın en küçük Δf değeridir. $\Phi_h(\tau)$ ve $\Phi_T(\Delta f)$ fonksiyonlarının arasındaki Fourier dönüşümü sonucunda ortaya çıkan ortalama gecikme veya gecikme saçılımı, kanalların uyumluluk bandını seçmede önemli bir ölçüdür. Örnek olarak; $B_c \propto (1/\mu_\tau)$ veya $B_c \propto (1/\sigma_\tau)$.

$\Phi_H(\nu; 0) \equiv \Phi_H(\nu)$ fonksiyonu, Doppler güç spektrum yoğunluğu (power spectral density, psd) olarak tanımlanmıştır. Bu fonksiyon kanal çıkışındaki ortalama gücü, Doppler frekansının fonksiyonu cinsinden verir. $\Phi_H(\nu)$ fonksiyonu üzerindeki değerlerin sınırları çok önemli olup, Doppler saçılımı B_d olarak adlandırılır. $\Phi_H(\nu)$ ve $\Phi_T(\Delta t)$ fonksiyonları Fourier dönüşüm çiftleri olarak düşünüldüğünde, T_c , uyumluluk zamanı Doppler saçılımının

tersi ($T_c = 1/B_d$) olarak tanımlanmaktadır. Kanalin uyumluluk zamanının hesaplanması, kodlama performansının ve semboller arası girişim tekniklerinin değerlendirilmesi için önemli bir kısıttır. Doppler saçılımı ve dolayısıyla uyumluluk zamanı doğrudan doğruya mobil aracın hızına bağlıdır. Bu nedenle, kanalların zaman çeşitlemelerini yaparken mobil aracın bütün hız alternatiflerini değerlendirmek gerekmektedir. $\Psi_s(\tau, \nu)$ fonksiyonu, saçılım fonksiyonu olup kanalın ortalama güç çıkışını, zaman gecikmesi (τ) ve Doppler kayması (ν) cinsinden verir.

2.3.3 WSSUS Kanalların Çıkış Öz İlişkileri (Auto-Correlation)

Kanal çıkışlarının öz ilişkileri iletim fonksiyonları cinsinden ifade edilebilirler. Örnek olarak, denklem (2.23)'den

$$\begin{aligned}\Phi_{\tilde{r}\tilde{r}}(t, s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) s^*(s-\eta) \frac{1}{2} E[h(t, \tau) h^*(s, \eta)] d\tau d\eta \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) s^*(s-\eta) \Phi_h(t, s; \tau, \eta) d\tau d\eta\end{aligned}\quad (2.53)$$

eşitliği elde edilebilir. WSSUS kanallar için (2.53)'deki ifade (Gordon, 2001);

$$\begin{aligned}\Phi_{\tilde{r}\tilde{r}}(t, \Delta t + t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) s^*(\Delta t + t - \eta) \Phi_h(\Delta t; \tau) \delta(\eta - \tau) d\tau d\eta \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) s^*(t + \Delta t - \tau) \Phi_h(\Delta t; \tau) d\tau\end{aligned}\quad (2.54)$$

olarak düzenlenebilir. Kanal çıkışlarının öz ilişkileri aynı zamanda saçılım fonksiyonu;

$$\Phi_{\tilde{r}\tilde{r}}(t, \Delta t + t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) s^*(\Delta t + t - \tau) \Phi_s(\tau; \nu) e^{j2\pi\nu\Delta t} d\tau d\nu\quad (2.55)$$

olarak da ifade edilebilir.

2.3.4 COST 207 Modelleri

COST207 modelleri GSM sistemler için geliştirilmiş modellerdir. 4 değişik Doppler spektrumuna sahiptir (COST207, 1986). Genel formülü;

$$G(f) = A \exp\left\{-\frac{(f - f_1)^2}{2f_2^2}\right\}\quad (2.56)$$

ile ifade edilmektedir. COST207 modelinin tipleri;

CLASS, klasik Doppler spektrumu olup yol gecikmelerinin 500 ns'den az olduğu spektrumdur ($\tau_i \leq 500 \text{ ns}$).

$$(CLASS) \quad S_{hh}(f) = \frac{A}{\sqrt{1-(f/f_m)^2}} \quad |f| \leq f_m \quad (2.57)$$

GAUS1, iki adet Gaussian fonksiyonun toplamı olup, yol gecikmelerinin 500 ns ile 2 μ s arasında olduğu spektrumdur ($500 \text{ ns} \leq \tau_i \leq 2 \mu \text{s}$).

$$(GAUS1) \quad S_{hh}(f) = G(A, -0.8f_m, 0.05f_m) + G(A_1, 0.4f_m, 0.1f_m) \quad (2.58)$$

burada A_1 , A'dan 10dB daha düşüktür.

GAUS2, iki adet Gaussian fonksiyonun toplamı olup, yol gecikmelerinin 2 μ s'den fazla olduğu spektrumdur ($\tau_i \geq 2 \mu \text{s}$).

$$(GAUS2) \quad S_{hh}(f) = G(B, 0.7f_m, 0.1f_m) + G(B_1, -0.4f_m, 0.15f_m) \quad (2.59)$$

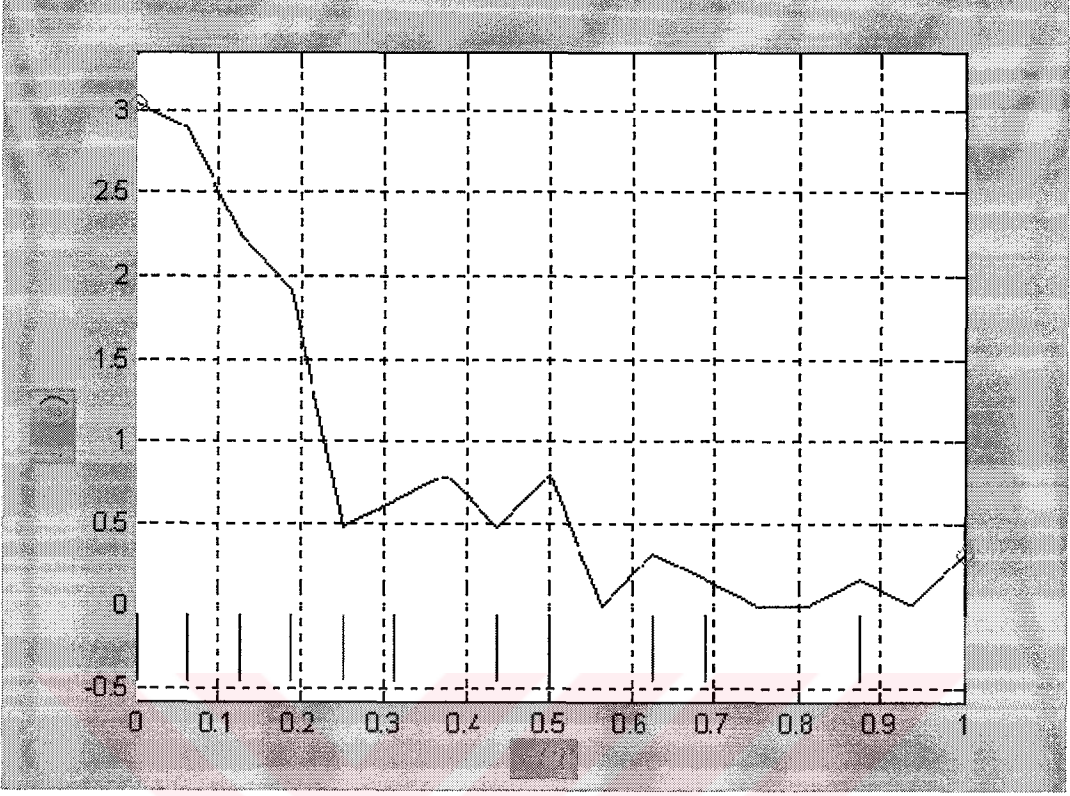
burada B_1 , B'den 15dB daha düşüktür.

RICE, klasik Doppler spektrumu ile kısa yolların birleştirilmesinden oluşturulmuştur.

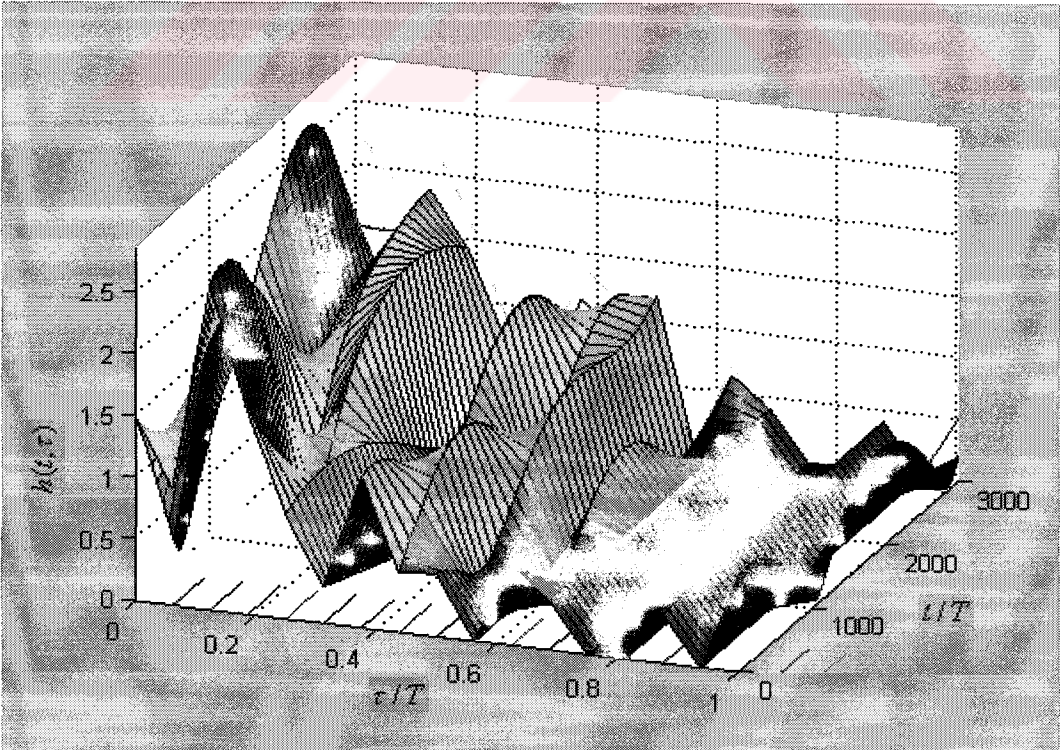
$$(RICE) \quad S_{hh}(f) = \frac{0.41}{2\pi f_m \sqrt{1-(f/f_m)^2}} + 0.91 \delta(f - 0.7f_m) \quad |f| \leq f_m \quad (2.60)$$

Sonuç olarak; CLASS, GAUS1, GAUS2 ve RICE, COST207 içerisinde yol gecikmelerine göre tasarlanmış özel spektrumlardır.

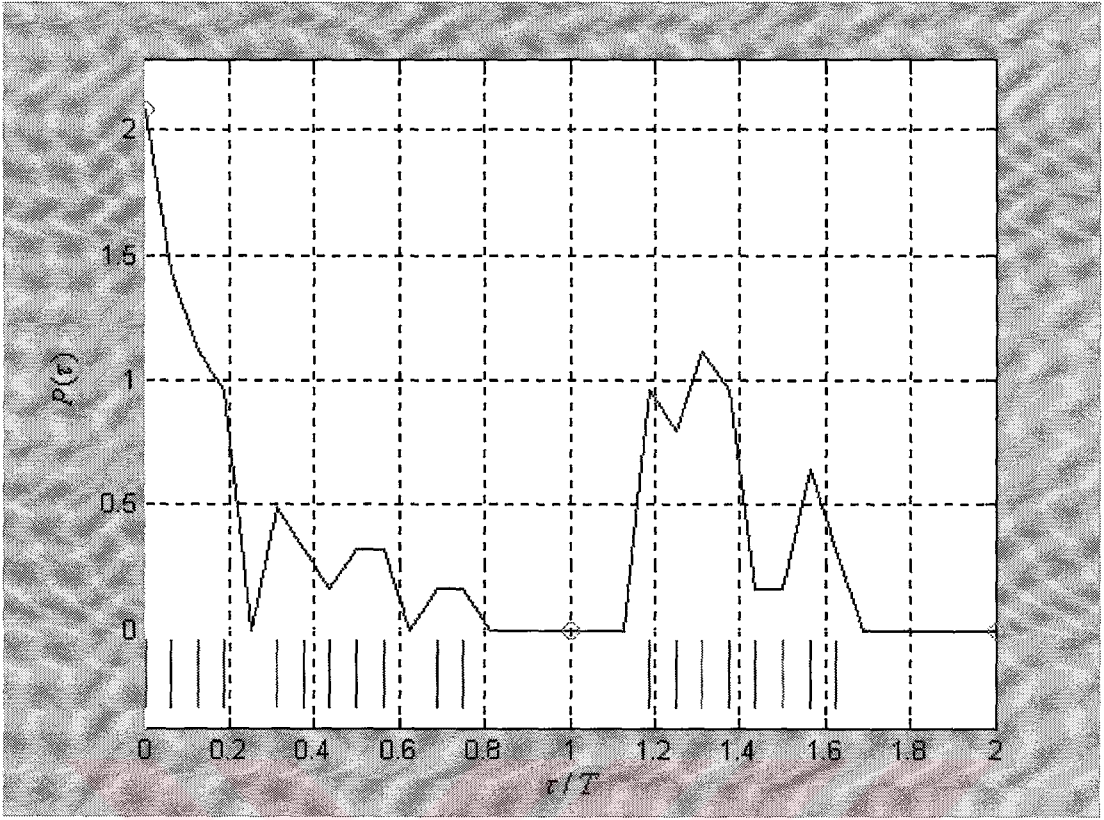
COST207 kanal modelini, güç gecikme spektrumuna ve yol gecikmelerine göre modellendiğinde, yolların saçılımının, TU kanal modelinde 0-7 μ s, BU kanal modelinde 0-10 μ s, RA kanal modelinde 0-0.7 μ s ve HT kanal modelinde ise 0-2 ve 15-20 μ s arasında olduğu kabul edilmektedir. Sembol periyodunun (T_{sembol}), 3.7 μ s ve taşıyıcı frekansın ($f_{taşıyıcı}$), 950 MHz farz edildiği COST207 kanal modeli için, MATLAB programı kullanılarak, 50 kanalların darbe cevapları elde edilmiştir. Simülasyonlarda mobil aracın hızı (v), 100 km/saat ve maksimum Doppler kayması ($f_{d,max}$) ise 88 Hz olarak alınmıştır. Şekil 2.10-2.17'de COST207 TU, BU, RA ve HT için örnek güç gecikme spektrumu ve darbe cevaplarının grafik çıktıları gösterilmiştir.



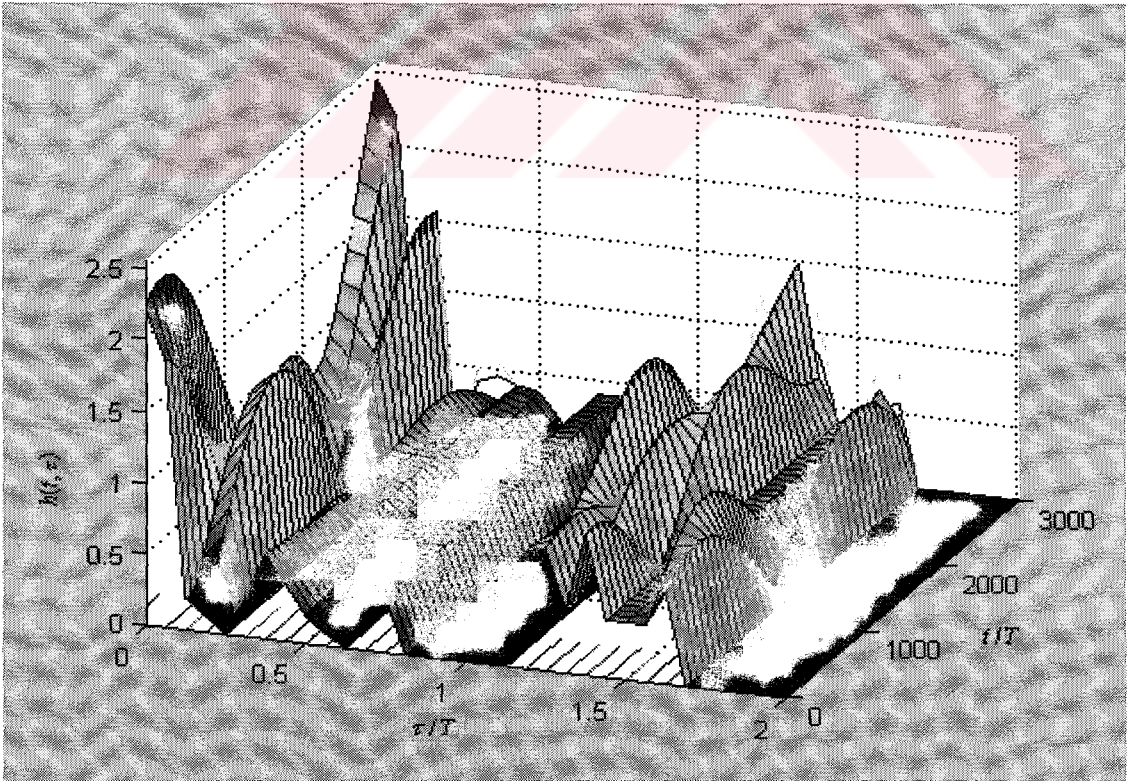
Şekil 2.9 COST207 TU kanal modelinin güç gecikme spektrumu



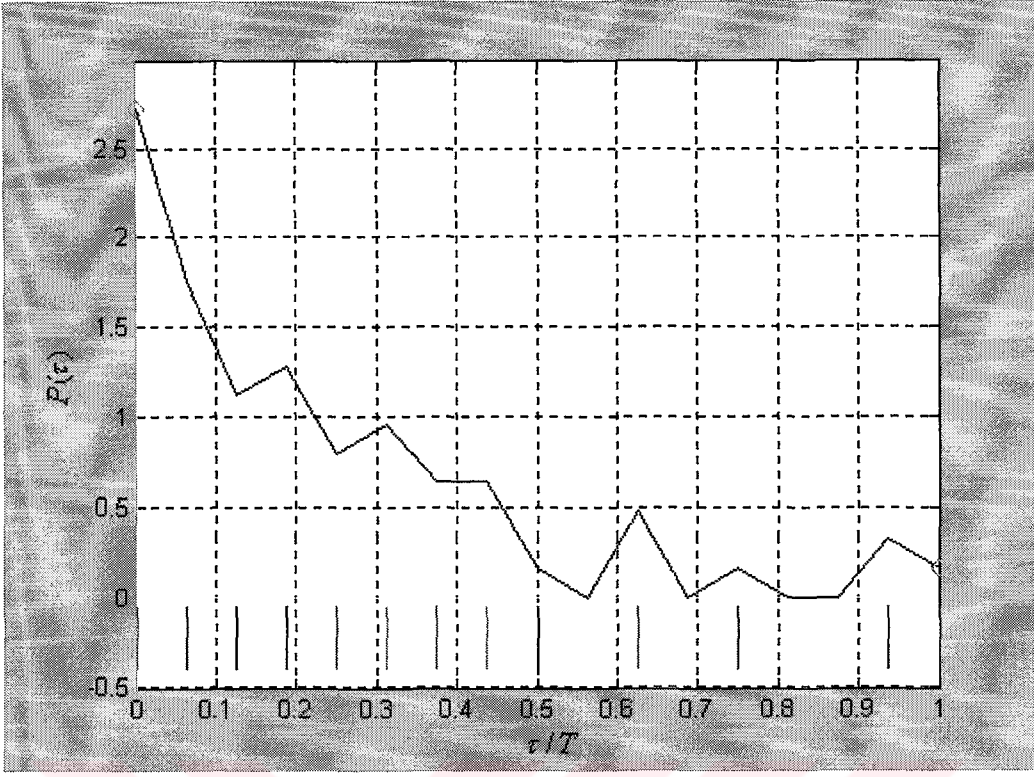
Şekil 2.10 COST207 TU kanal modelinin darbe cevabı



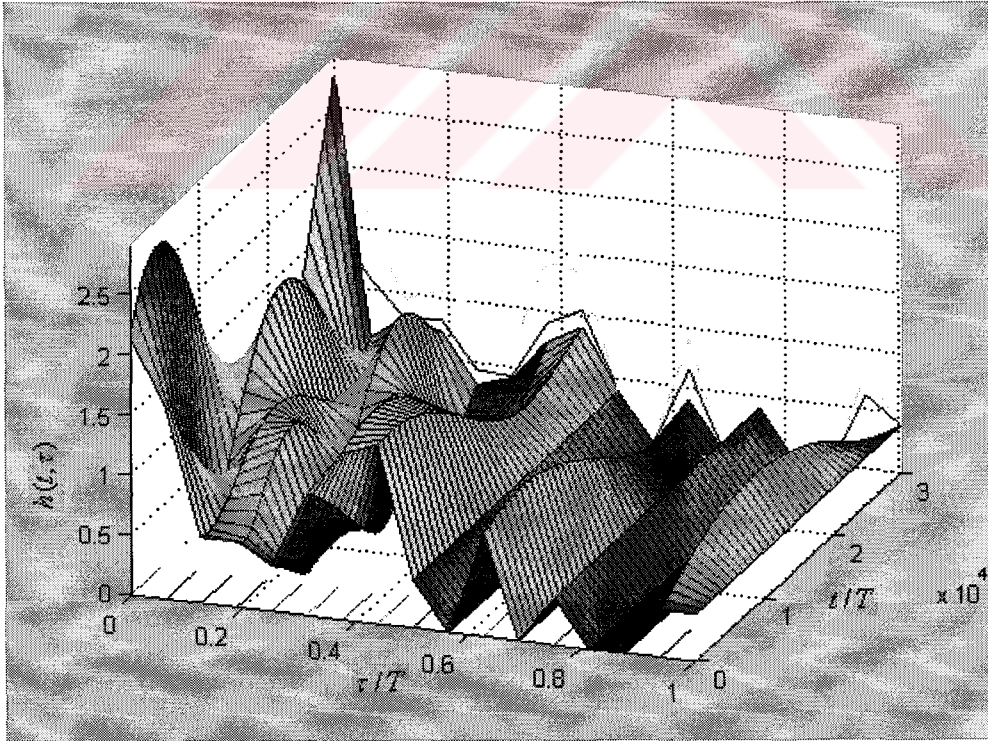
Şekil 2.11 COST207 BU kanal modelinin güç gecikme spektrumu



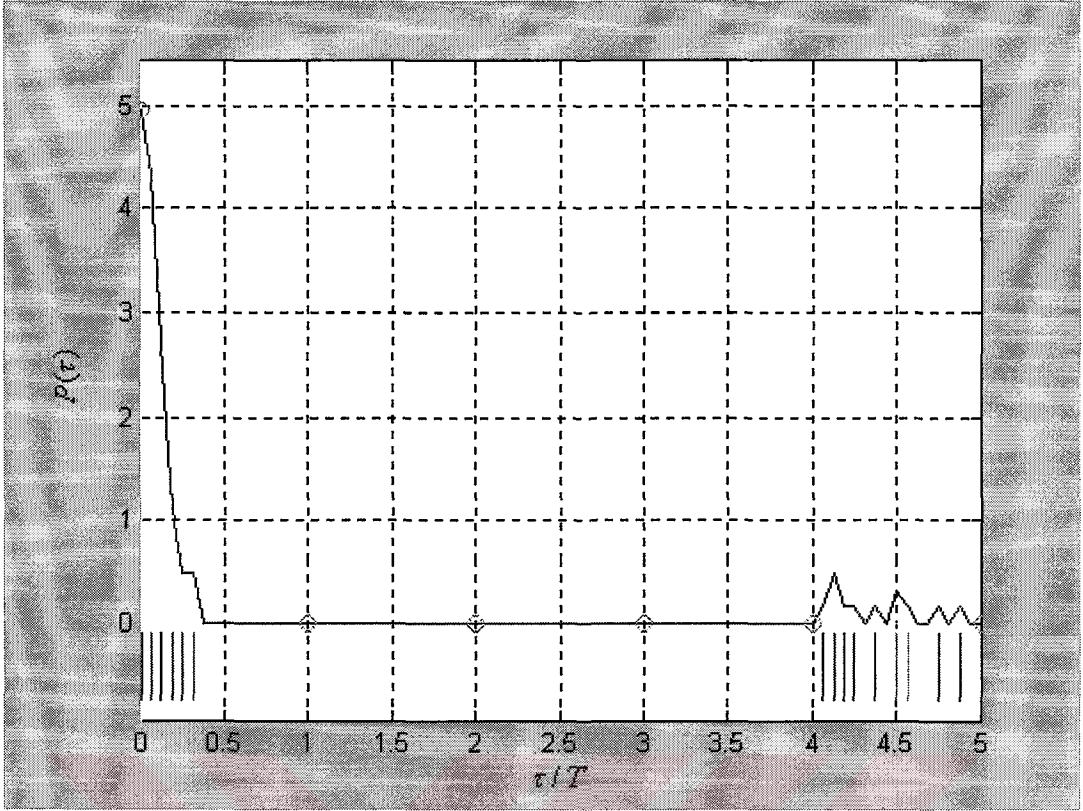
Şekil 2.12 COST207 BU kanal modelinin darbe cevabı



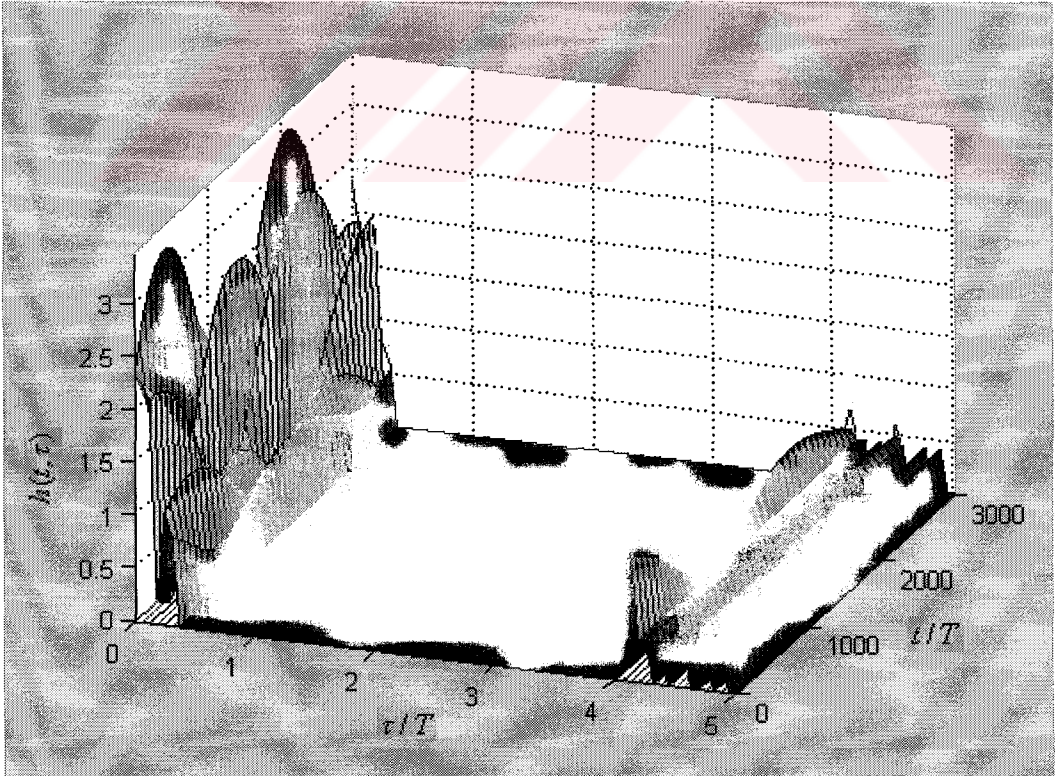
Şekil 2.13 COST207 RA kanal modelinin güç gecikme spektrumu



Şekil 2.14 COST207 RA kanal modelinin darbe cevabı



Şekil 2.15 COST207 HT kanal modelinin güç gecikme spektrumu



Şekil 2.16 COST207 HT kanal modelinin darbe cevabı

3. TURBO KODLAYICI VE İTERATİF TURBO KOD ÇÖZÜCÜ

Turbo kodlama fikri ilk olarak, C. Borrow, A.Glavieux ve P. Thitimajshina (1993) tarafından ortaya atılmıştır. Bu araştırmacılar yapmış oldukları çalışmalar neticesinde, Turbo kodların, çok uzun giriş veri dizileri için 10^{-5} lik Bit Hata Oranına (BER), 0,7 dB Sinyal Gürültü Oranında (E_b/N_0) ulaştıklarını göstermişlerdir. Bu sonuç ile Shannon tarafından ifade edilen teorik sınıra çok yakın bir bölgede güvenilir bir haberleşme sağlama imkanı bulunmuştur.

Turbo kodlama tekniği, yapısal olarak ardışık kodlama (concatenated coding) tekniğinin geliştirilmiş bir versiyonu ile kod çözme için kullanılan bir iteratif kod çözme algoritmasından ibarettir. Turbo kodlamanın temel unsurlarından biri olan ardışık kodlama, ilk olarak Forney (1966) tarafından tasarlanmış bir tekniktir. Bu teknik, iki ya da daha fazla basit kodlayıcının, yüksek kod kazancına ulaşabilmek için paralel ya da seri birleştirilmesinden oluşmaktadır. Neticede ortaya çıkan bu kodlar, çok uzun kodların hata düzeltme kabiliyetlerine sahip olmakla birlikte onlara göre daha makul sayılabilecek karmaşıklıkta bir kod çözme yapısına sahiptirler.

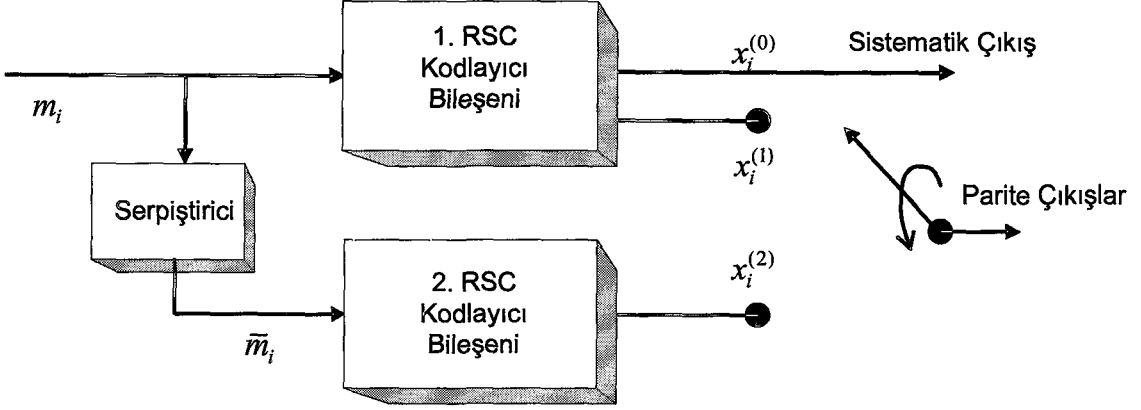
Benzer biçimde turbo kodlama prensibi, nispeten basit olan katlamalı kodlayıcılar kullanılarak bilgi serisinin ardarda iki kez kodlanmasını içerir. Ancak, ikinci kodlama işlemi, bilgi serisinin sırasının bir serpiştirici tarafından değiştirilmesinden sonra yapılır. Bunun yapılmasının nedeni, kodlanmış serilerden birinin bir bölümünün kanal gürültüsünden etkilenmiş olması halinde, diğer kodlanmış serinin aynı bölümünün bu kanal gürültüsünden etkilenmeyecek olmasının varsayılmasıdır. Böylece doğru alınan seri ile diğer serinin hatalı kısmının düzeltilmesi sağlanır. Kod çözme işleminde ise, kodlayıcı kısmında yer alan her bir kodlayıcıya karşı gelen kod çözücüler, kodu çözülmüş seri üzerinde uygun kestirim yapana kadar kod çözme işlemi iteratif şekilde devam eder. İteratif kod çözme işlemi neticesinde, çıkışta maksimum olasılıklı tahmini bit değeri elde edilir.

3.1. Turbo Kodlayıcının Yapısı

Bu bölümde bir Turbo Kodlayıcının yapısı incelenecek ve kodlayıcıda yer alan elemanlar hakkında bilgi verilecektir.

Bir turbo kodlayıcı, iki adet yinelenen sistematik katlamalı (Recursive Systematic Convolutional, RSC) kodlayıcı ve bunların arasında yer alan bir serpiştirici bloğundan meydana gelmektedir. Serpiştirici bloğu ile ayrılan RSC kodlayıcılar, paralel biçimde ardışık çalıştığı için bu tip kodlara paralel ardışık katlamalı kodlar (Parallel Concatenated

Convolutional Codes, PCCC) da denilmektedir. PCCC, Turbo kodlamanın literatürde kullanılan diğer bir ismidir. Şekil 3.1’de kod oranı 1/2 olan bir turbo kodlayıcının blok diyagramı görülmektedir.



Şekil 3.1 Turbo Kodlayıcının Yapısı

3.2 RSC Kodlayıcı Bileşenleri

RSC kodlayıcı bileşenlerini daha iyi anlaşılabilmesi için döngüsel kodlar (cyclic codes) ile katlamalı kodların (convolutional codes) daha yakından incelenmesi gerekmektedir.

3.2.1 Döngüsel Kodlar

Döngüsel kodlar bir kod kelimesinin kaydırılması ile oluşturulan kodlardır. Her kod kelimesi, $\mathbf{x}=(x_0, x_1, \dots, x_{n-2}, x_{n-1})$, C blok kod kümesinin bir elemanı ise ve $\mathbf{x}=(x_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{n-2})$ kod kelimesi de bu kümenin bir elemanı ise C döngüseldir. Döngüsel kodların üretici matrisi (generator matrix);

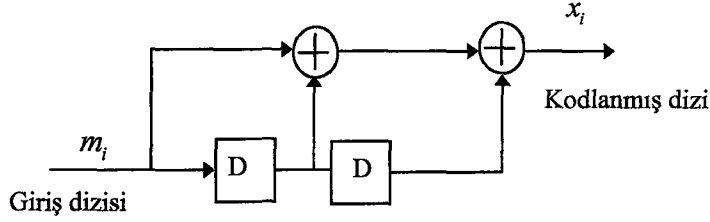
$$G = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & \dots & g_{n-k} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_0 & g_1 & \dots & g_{n-k} & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & g_0 & g_1 & \dots & g_{n-k} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

olarak tanımlanmaktadır. Döngüsel kodları oluşturma polinomu, $g(D) = g_0 + g_1D + g_2D^2 + \dots + g_{n-k}D^{n-k}$ olarak ifade edilmektedir. Benzer şekilde mesaj, mesaj polinomu $m(D)$ ile, kod kelimesi, kod polinomu $x(D)$ ile gösterilir. Böylece kodlama

işlemi polinom çarpımı $x(D) = m(D)g(D)$ işlemine dönüşür. Polinom çarpımı, konvolüsyona eşdeğer olduğu için kodlama işlemi şöyledir;

$$x_i = \sum_{j=0}^{n-k} m_{i-j} g_j \quad (3.2)$$

Üretici matris $g(D) = 1 + D + D^2$ için döngüsel kodlayıcının blok şeması Şekil 3.2’de verilmiştir.



Şekil 3.2 $g(D) = 1 + D + D^2$ için döngüsel kodlayıcı

3.2.2 Katlamalı Kodlar

Katlamalı kodlar bellek elemanı kullanımı bakımından döngüsel kodlara benzerler. Fakat döngüsel kodlar blok kodlardır ve kod uzunlukları belirlidir. Katlamalı kodlar ise giriş bit dizisinin sürekli olarak kodlandığı için sabit kod uzunluğuna sahip değildirler. Diğer bir farklılık ise döngüsel kodlar lineer bir sistem olarak düşünülebilir, tek girişli ve tek çıkışlı bir sistem olarak karakterize edilebilirler. Katlamalı kodlayıcılar ise çok girişli ve çok çıkışlı sistemlerdir.

Katlamalı kodların kod oranı $r = k/n$ olarak gösterilir. k , katlamalı kodlayıcıya giren giriş dizisi sayısı, n ise kodlayıcının çıkışındaki çıkış dizisi sayısıdır. Giriş mesajı $\mathbf{m}$, $\mathbf{m}^{(p)} = (m_p, m_{p+k}, m_{p+2k}, \dots)$, $p \in (0, \dots, k-1)$, k diziden oluşmaktadır. k adet giriş dizisi katlamalı kodlayıcıya girer ve n adet çıkış dizisi $\mathbf{x}^{(q)}$, $q \in (0, \dots, n-1)$ olarak çıkar.

Katlamalı kodlar $n \times k$ adet üretici polinom $g^{(p,q)}(D)$ tarafından meydana gelir. Her giriş dizisine bir tane karşılık gelecek şekilde, k tane kaymalı kaydedici (shift register) vardır. p tane giriş için, kaymalı kaydedicideki bellek sayısı M_p ile gösterilir ve toplam bellek sayısı M_c olarak ifade edilir.

$$M_c = \sum_{p=0}^{k-1} M_p \quad (3.3)$$

Kısıtlama uzunluğu (constraint length), herhangi bir giriş biti uygulandıktan sonra çıkış dizisindeki maksimum bit sayısına denir ve

$$K_c = 1 + \max_p M_p \quad (3.4)$$

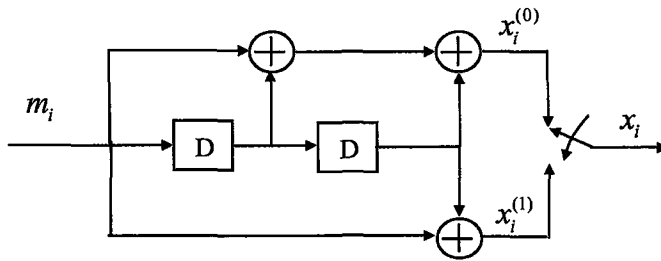
olarak ifade edilir. Kodlama işlemi, üretici polinomunun katsayıları ile ilgili giriş arasında konvolüsyon yapılarak devam eder.

$$v_i^{(p,q)} = \sum_{j=0}^{M_p} m_{i-j}^{(p)} g_j^{(p,q)} \quad (3.5)$$

Katlamalı kodlayıcının çıkış dizisi $\mathbf{x}^{(q)}$ aşağıdaki gibidir;

$$\mathbf{x}^{(q)} = \sum_{p=0}^{k-1} \mathbf{v}^{(p,q)} \quad (3.6)$$

$k=1$ durumu için, yani girişte tek bir dizi olduğu düşünüldüğünde, kodlayıcı oranı $r=1/n$ olur. Oran $1/n$ olunca $p=0$ olur ve ihmal edilir. Bu durumda $1/2$ oranlı oluşturma polinomu $g^{(0)} = 1 + D + D^2$ ve $g^{(1)} = 1 + D^2$ olan bir katlamalı kodlayıcı Şekil 3.3'de verilmiştir. Üretici polinomların katsayıları genellikle sekiz tabanında (*octal*) verilir. Şekil 3.3'deki kodlayıcı için bu değer $(7,5)_{\text{octal}}$ 'dir.

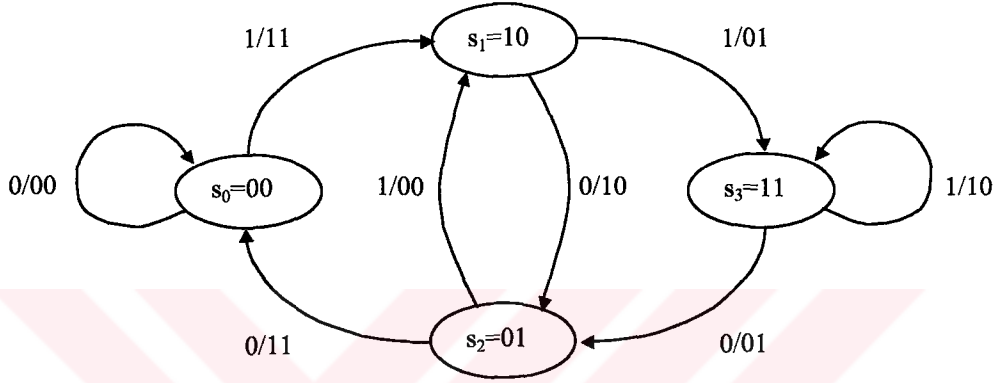


Şekil 3.3 Kodlama oranı $r=1/2$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcı.

Katlamalı kodlayıcılar durum diyagramı ve kafes yapı ile gösterilebilen, sonlu durumlu bir Markov sürecidir. Katlamalı kodlayıcının durumu, belleklerin içerikleri ile belirlenir. M_c adet bellek için toplam 2^{M_c} adet durum söz konusudur. Belleklerin durumları, giriş bitinin 1 veya 0

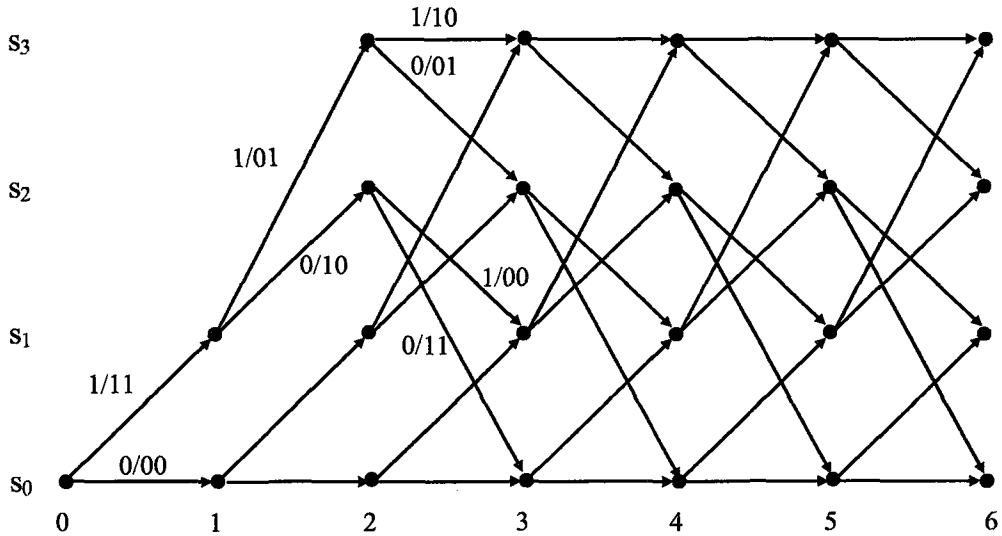
olmasına bağılı olarak başka bir duruma geçerler. Kodlayıcı bir durumdan başka bir duruma geçtiğinde buna bağılı olarak n bitlik bir çıkış gerçekleşir.

Katlamalı kodlayıcının işlevi, durum diyagramı ile daha kolay anlaşılır. Durum diyagramında 2^{Mc} adet durum söz konusudur ve bunlar S ile gösterilir. Tüm durumlar dallarla birbirlerine bağılıdır ve bu dalların üzerinde herhangi bir durumdayken, m giriş yapıldığında x çıkış olacağını gösteren m/x ifadeleri vardır. Şekil 3.3 için durum diyagramı, Şekil 3.4 de verilmiştir.



Şekil 3.4 Kodlama oranı $r = 1/2$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcının durum diyagramı

Durum diyagramı, her kodlama adımı için kafes yapı ile çok açık bir şekilde gösterilebilir. Şekil 3.5'de 6 kodlama adımı için kafes yapısı çizilmiştir.



Şekil 3.5 Kodlama oranı $r = 1/2$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcının kafes diyagramı

Katlamalı kodlarda her bir kod kelimesi, kafesteki tek bir yola karşılık gelir. Bu yola durum zinciri (state sequence) denir ve $\mathbf{s} = (s_0, \dots, s_L)$ ile gösterilir. Kafes yapı, belleklerin sıfır durumu ile başlar. Her yolun durum zinciri $\mathbf{s}$, o yol ile ilgili kod kelimesi $\mathbf{x}$ ve o kod kelimesini oluşturan mesaj $\mathbf{m}$, birbirleriyle bire bir ilişkilidirler. Bir katlamalı kodun minimum uzaklığına minimum serbest uzaklık (minimum free distance) denir ve d_{free} ile gösterilir. d_{free} , sıfıncı kodlama adımında sıfır durumlu yoldan uzaklaşan s yolları ile ilgili tüm kod kelimelerinin en küçük Hamming ağırlığıdır.

$$d_{free} = \min\{w(\mathbf{x}) : x_0 = 1\} \quad (3.6)$$

Bu bilgi en önemli başarımlar ölçütüdür.

3.3 Geri Beslemeli Sistemik Katlamalı Kodlar

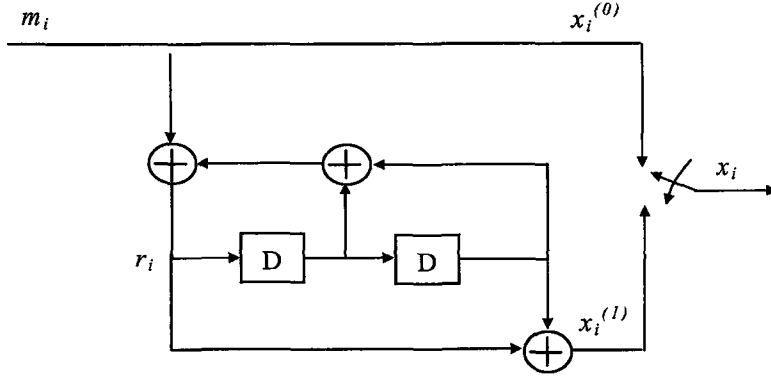
Döngüsel kodlar, Hamming uzaklığını azaltmadan sistemik kod yapılabildiği gibi, katlamalı kodlar da Hamming uzaklığını azaltmadan sistemik yapılabilir. 1/2 oranlı bir katlamalı kod, $m(D)/g^{(0)}(D)$ polinomunun bölümünden elde edilen kalan $r(D)$ hesaplanarak yapılır. Parite çıkış polinomu $x^{(1)}(D) = r(D)g^{(1)}(D)$, polinom çarpımları ile bulunur. Sistemik çıktı ise $x^{(0)} = m(D)$ 'dir. $r(D)$ kalanı geribeslemeli bir shift register ile bulunabilir. Burada $g^{(0)}(D)$ 'ye geri besleme polinomu, $g^{(1)}(D)$ 'ye de ileri besleme polinomu denir. Bu şekilde oluşturulan kodlara geri beslemeli sistemik katlamalı (Recursive Systematic Convolutional, RSC) kodlar denir. Kodlama işlemi geri besleme değişkenini hesaplamakla başlar,

$$r_i = m_i + \sum_{j=1}^{M_c} r_{i-j} g_j^{(0)} \quad (3.7)$$

ve daha sonra parite çıktısı hesaplanır,

$$x_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{M_c} r_{i-j} g_j^{(1)} \quad (3.8)$$

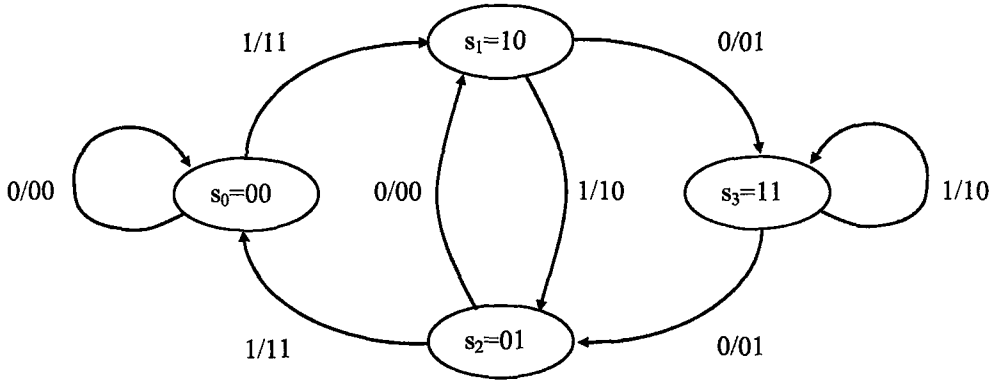
Şekil 3.6'da geri beslemeli sistemik katlamalı kodlayıcının yapısı görülmektedir. RSC kodlayıcıları, sonlu durumludur. Durum ve kafes diyagramları ile gösterilirler. Şekil 3.7 ve Şekil 3.8'de durum ve kafes diyagramları verilmiştir. Dikkat edilirse geri beslemeli sistemik katlamalı kodlayıcıların durum ve kafes diyagramları katlamalı kodlayıcılarının aynısıdır. Tek fark, Şekil 3.4'deki s_1 ve s_2 'den çıkan kollar için sadece giriş değerinin farklı olmasıdır. Bu durumda serbest uzaklık da değişmez.



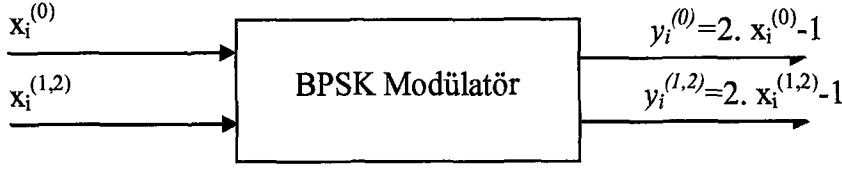
Şekil 3.6 Kodlama oranı $r = 1/2$ ve $K_c=3$ için katlamalı kodlayıcı

Genellikle sayısal haberleşmede her çerçeve gönderildikten sonra, durum s_0 'a geri döner, böylece bir sonraki çerçeve gönderilmeye başlandığında kafes yine s_0 'dan başlamış olur. Klasik katlamalı kodlayıcılarda M_c tane sıfır biti mesajın sonuna eklenerek kafes yapı tekrar s_0 'a getirilir. Fakat RSC kodlayıcılar için aynı şey geçerli değildir. RSC kodlayıcılarda kafes sonlandırılmak istendiğinde, $L-M_c \leq i \leq L-1$ için r_i 'yi sıfır yapacak m_i 'ler seçilir. Bu durumda kafesi, s_0 'a geri döndürecek son M_c tane bit şu şekilde bulunur:

$$m_i = \sum_{j=1}^{M_c} r_{i-j} g_j^{(0)} \quad (3.9)$$



Şekil 3.7 Kodlama oranı $r = 1/2$ ve $K_c=3$ için RSC kodlayıcı durum diyagramı



Şekil 3.9 BPSK Modulator

Buna bağlı olarak elde edilen gürültülü işaret;

$$y = \rho \sqrt{E_s} (2x - 1) + n \quad (3.10)$$

olur. Burada ρ sönmleme katsayısı, $\sqrt{E_s} (2x - 1)$ BPSK modulator çıkışı ($x \in \{0,1\}$), E_s sembol başına enerji ve n ortalaması sıfır varyansı $\sigma^2 = N_0 / 2E_s$ olan Gauss dağılımlı rasgele bir değişkendir. Eğer $\rho=1$ olursa kanala AWGN kanal denir. Aksi takdirde kanal sönmlemeli kanal olur ve kanalın tipi ρ' nun dağılımına bağlıdır.

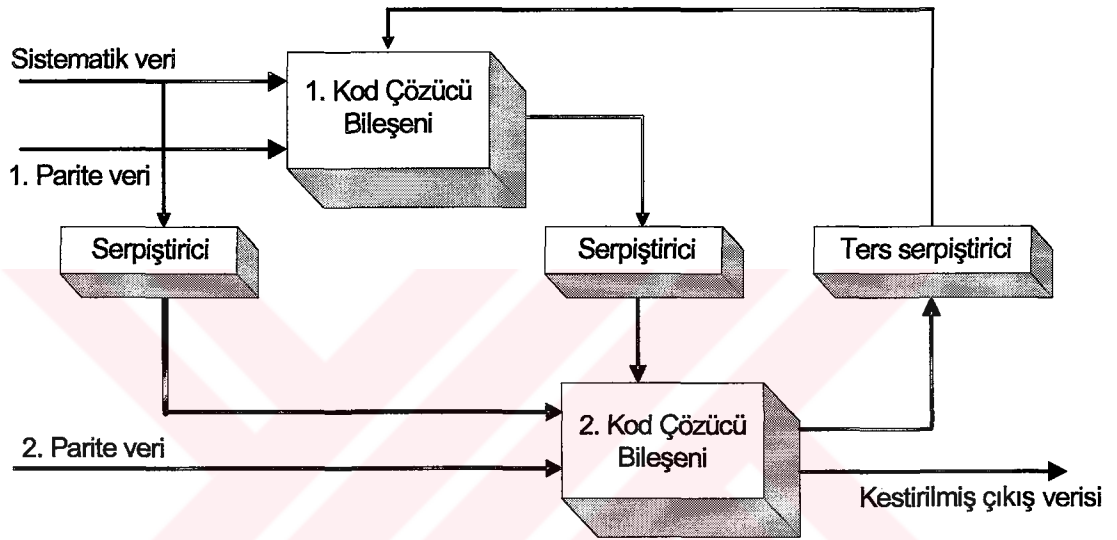
3.6 Turbo Kod Çözücü

Turbo kod çözücü, kodlayıcı kısmında yer alan RSC kodlayıcılara karşı gelen iki adet soft-girişli soft-çıkışlı (SISO) parça kod çözücü ile bir adet kodlayıcıdaki serpiştiricinin yaptığı işlemin tersini yapan ters serpiştirici (deinterleaver) eleman ve iki adet de kodlayıcıdaki ile özdeş serpiştirici eleman içermektedir. Turbo kod çözücüde bulunan her bir parça kod çözücüye üç giriş bilgisi gelmektedir. Bunlar; sistematik bir şekilde kodlanan kanal çıkış bilgileri, ilgili parça kodlayıcısından gönderilen parite bitleri ve kodu çözülen bitlerin alabileceği değerler hakkında, diğer parça kod çözücüden gönderilen giriş bilgileridir. Kod çözücü bileşenleri, hem kanaldan gelen girişleri hem de diğer kod çözücüden gelen bu bilgiyi kullanarak, kodu çözülen bitler hakkında soft çıkış bilgisi üretmek zorundadırlar. Bir başka deyişle; kod çözücü bileşenleri, kodu çözülen çıkış bitinin değeri kadar, her bitin doğru bir şekilde kodunun çözülüp çözülmediğine dair olasılıkları da vermelidirler. Bu amaca uygun olarak tasarlanmış iki tip kod çözücü bulunmaktadır. İlk tip kod çözücülerin kullandığı SISO kod çözme algoritmaları; MAP (Bahl vd., 1974) algoritması ile bu algorithmadan türetilen fakat daha basit yapıda olan maksimum-log-MAP (Koch ve Baier 1990, Erfanian vd., 1994) ve log-MAP (Robertson vd., 1995) algoritmalarıdır. İkinci tip kod çözücülerin kod çözmede kullandığı algoritma ise, Hagenauer ve Höcher (1989) tarafından geliştirilen ve Viterbi algoritmasının uyumlandırılmasıyla elde edilen SOVA algoritmasıdır.

Bu bölümde, turbo kod çözücünün yapısı verilmiş, iteratif kod çözme prensipleri incelenmiş ve MAP algoritmasının turbo kod çözücüne uygulanması tartışılmıştır.

3.6.1 Turbo Kod Çözücünün Yapısı

Şekil 3.10’da bir Turbo kod çözücünün yapısı gösterilmiştir. Burada serpiştirici ve ters serpiştirici elemanları, her bir kod çözücü bileşeni çıkışında elde edilen soft çıkışların diğer kod çözücüye geçişi esnasında, bilgi serisini yeniden düzenlemek için kullanırlar.



Şekil 3.10 Turbo kod çözücünün blok şeması

Turbo kod çözücü içinde yer alan her bir kod çözücü bileşeni, her kafes seviyesi için üç giriş bilgisi alır (Valenti, 1998a; 1998b). Bunlardan ikisi, kanaldan gelen sistematik ve parite bilgi girişleridir. Üçüncü bilgi girişi ise diğer kod çözücü bileşeninden gelen soft bilgi girişidir. Bu bilgiye önsel (a priori) bilgi adı verilir. Kod çözücü bileşenlerinin çıkışında ise, MAP veya SOVA kod çözme algoritması kullanılarak, soft giriş bilgilerine göre iki soft çıkış bilgisi üretilir. Bunlardan birincisi, kodu çözülecek bite ait yeni soft harici bilgidir ve bu bilgi daha sonra diğer kod çözücü bileşene önsel bilgi olarak verilecektir. İkinci çıkış bilgisi ise sembolün sonsal olasılık değeri (APP) olarak adlandırılır ve bu soft değer, son adımda giriş sembolünün tahmini için kullanılır.

Şekil 3.10’daki kod çözücü iteratif bir çalışma sistemine sahiptir. İlk iterasyonda 1. kod çözücü bileşeni, sadece kanal çıkışlarını alır ve veri bitlerinin tahmini değerini veren bir soft çıkış üretir. 1. kod çözücü bileşeninin ürettiği bu soft çıkış bilgisi, ikinci kod çözücü bileşeni tarafından ek bilgi olarak kullanılır. İkinci kod çözücü bu bilgiyi kanal çıkışlarıyla birlikte

veri bitlerinin tahminini oluşturmak için kullanır. Buraya kadar yapılan işlemler birinci iterasyona aittir. Daha sonra ikinci iterasyon başlar ve ilk kod çözücü yine kanal çıkışlarını kullanarak kod çözme işlemini gerçekleştirir. Fakat ikinci iterasyonda, sadece kanaldan alınan bilgileri değil, ilk iterasyonda ikinci kod çözücünün ürettiği giriş bitleri hakkındaki ek bilgiyi de kullanır. Bu fazladan bilgi, 1. kod çözücü bileşeninin daha gerçek soft çıkışlar oluşturmasını sağlar. Daha sonra bu çıkışlar da ikinci kod çözücü tarafından *önsel* bilgi olarak kullanılır. Bu döngü bu şekilde devam eder ve her iterasyonda kodu çözülen bitlerin BER değeri gitgide düşer. İterasyon sayısının yükseltilmesi ile oluşturulan performans gelişimi, iterasyon sayısı arttıkça daha az gerçekleşir. Ayrıca kod çözücünün karmaşık yapısı, iterasyon sayısının çok fazla olmasına müsaade etmeyecektir. Bu nedenle iterasyon sayısı genellikle 8-10 civarında seçilir.

Kodlayıcıda kullanılan serpiştirmeye bağlı olarak, bitlerin soft değerlerini ifade eden LLR'in uygun bir şekilde serpiştirilmesinde ve düzenlenmesinde dikkatli olmak gerekir. Ayrıca kod çözmenin iteratif yapısı nedeniyle, her kod çözme adımında bir bilginin birden fazla kez kullanılmamasına dikkat edilmelidir.

3.6.2 Yumuşak-Giriş Yumuşak-Çıkış (Soft-Input Soft-Output) Kod çözümü

Yumuşak (soft) bit kararı, logaritmik olasılık oranı (Log-Likelihood Ratio, LLR) ile gösterilir. Kodlayıcının i . andaki girişi m_i ve alıcıda gözlenen gürültülü dizi y olsun. m_i biti için LLR kodlayıcı çıkışı Λ_i ,

$$\Lambda_i = \ln \frac{P[m_i = 1|y]}{P[m_i = 0|y]} \quad (3.11)$$

eşitliği ile ifade edilir. Önsel (*a priori*) bilgiyi giriş olarak alan ve çıkışında sonsal (*a posteriori*) bilgiyi üreten kod çözme algoritmasına yumuşak-girişli yumuşak-çıkışlı (Soft Input Soft Output, SISO) kod çözme algoritması denir. Şekil 3.11'de gösterildiği gibi $\frac{1}{2}$ oranlı bir RSC kodlayıcı için SISO kod çözücüsüne üç giriş gelmektedir. Bunlar; sistematik veri $y_i^{(s)}$, parite veri $y_i^{(p)}$ ve diğer kod çözücünden gelen önsel bilgi z_i . SISO kod çözücüsünün çıkışı Λ_i (3.12) eşitliği ile ifade edilmiştir.



Şekil 3.11 $\frac{1}{2}$ oranlı RSC kodlayıcı için yumuşak-giriş yumuşak-çıkış (SISO) kod çözücü

SISO kod çözücüsünün çıkışındaki LLR üç terim ile gösterilmektedir;

$$\Lambda_i = \frac{4\rho_i^{(s)}E_s}{N_0} y_i^{(s)} + z_i + l_i \quad (3.12)$$

Burada l_i harici (*extrinsic*) bilgiyi göstermektedir. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk iki terim, alınan sistematik bilgi ve diğer kodlayıcıdan gelen *önsel* bilgi z_i olarak ifade edilir. Harici bilgi, kod çözme işleminin o anki safhasından elde edilen yeni bilgiyi gösterir. Pozitif geribesleme problemini önlemek için bir kod çözücünden diğerine sadece harici bilginin gitmesi gerekir. Bu yüzden bir kod çözücünün girişindeki *önsel* bilgi veya diğeri tarafında hesaplanan harici bilgi aşağıdaki formülde verildiği gibi iki değer çıkarılması ile bulunur.

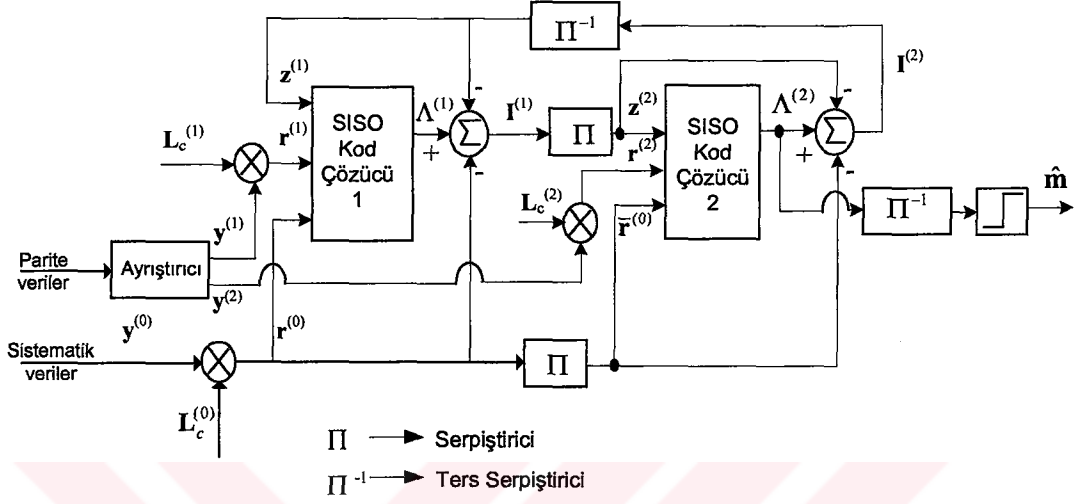
$$l_i = \Lambda_i - \frac{4\rho_i^{(s)}E_s}{N_0} y_i^{(s)} - z_i \quad (3.13)$$

Turbo kod çözücünün genel yapısı Şekil 3.12’de verilmiştir. İlk kod çözücüye sistematik kanal verisi $\mathbf{y}^{(0)}$ kanal güvenilirliği $L_c^{(0)}$ ile çarpılarak gelir. $L_c = \frac{4pE_s}{N_0}$ olarak tanımlanır.

Aynı şekilde $\mathbf{y}^{(1)}$ de $L_c^{(1)}$ ile çarpılarak ilk kod çözücüye girer. Aynı zamanda *önsel* bilgi $\mathbf{z}^{(1)}$ de ilk kod çözücüye girer. İlk kod çözücü $\Lambda^{(1)}$ çıkışı verir. İlk kod çözücünün harici bilgisi $\mathbf{I}^{(1)}$, $\Lambda^{(1)}$ den kanal güvenilirliği ile çarpılmış sistematik bilginin ve *önsel* bilginin çıkarılması ile bulunur. Dışsal bilgi karıştırılır ve diğer kod çözücü için *önsel* bilgi olarak kullanılır. Diğer kod çözücüye karıştırılmış ve $L_c^{(0)}$ ile çarpılmış sistematik kanal gözlemi ile $L_c^{(2)}$ ile çarpılmış ikinci kodlayıcının parite verisi $\mathbf{r}^{(2)}$ girer. İkinci kod çözücü $\Lambda^{(2)}$ yi üretir, ağırlıklı sistematik ve ön bilginin çıkarılması ile $\mathbf{I}^{(2)}$ elde edilir. İkinci kod çözücü tarafından elde edilen dışsal bilgi düzenlenerek bir sonraki iterasyonda birinci kod çözücüde *önsel* bilgi

olarak kullanılır. Gerekli iterasyon sayısına ulaşıldığında ikinci kod çözücünün çıkışı düzenlenip katı-karar dan geçirilerek bilgi bitleri tahmin edilmiş olur.

$$\hat{m}_i = \begin{cases} 1 & \Lambda_{\alpha(i)}^{(2)} \geq 0 \\ 0 & \Lambda_{\alpha(i)}^{(2)} < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$



Şekil 3.12 Turbo Kod Çözücü

3.6.3 Maksimum Sonsal (MAP) Algoritması

Sembol-sembol MAP algoritması, Bahl vd. (1974) tarafından Viterbi algoritmasına alternatif olarak sunulmuştur. MAP algoritmasının ileri-geri versiyonuna, Li vd. (1995)'den sonra tip-I MAP algoritması ve sadece-ileri versiyonuna da tip-II MAP algoritması denir. Tip-II, tip-I den çok daha karmaşık ve daha fazla hafızaya ihtiyaç duyar. Aynı zamanda Turbo kodlama blok yönlendirmeli bir işlem olduğu için tip-I MAP algoritması kullanılır.

MAP algoritması, her mesaj bitinin durum geçişini, Markov süreci ile semboller için gözlemlenen gürültülü y'lerden sonsal olasılığını (A Posteriori Probability, APP) hesaplayarak bulur. İstenen her olası değer için APP hesaplandıktan sonra katı-karar uygulanarak en yüksek olasılıklı olan seçilir. Turbo kodlamada MAP algoritması mesaj bitlerinin APP lerini hesaplar; $P[m_i = 1 | y]$ ve $P[m_i = 0 | y]$. Turbo kodlamada kullanılan MAP algoritması son iterasyona kadar katı-karar uygulamaz.

Mesaj bitlerinin APP leri bulunmadan önce MAP algoritması, gözlemlenen gürültülü kanal çıkışları y ile olası her durum geçişi için $P[s_i \rightarrow s_{i+1} | y]$ olasılığını hesaplar. Koşullu olasılık tanımından;

$$P[s_i \rightarrow s_{i+1} | \mathbf{y}] = \frac{P[s_i \rightarrow s_{i+1}, \mathbf{y}]}{P[\mathbf{y}]} \quad (3.15)$$

Markov sürecinin özellikleri kullanılarak (3.15) denkleminin pay kısmı şu şekilde ayrıştırılabilir:

$$P[s_i \rightarrow s_{i+1}, \mathbf{y}] = \alpha(s_i) \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) \beta(s_{i+1}) \quad (3.16)$$

Burada,

$$\alpha(s_i) = P[s_i, (y_0, \dots, y_{i-1})] \quad (3.17)$$

$$\gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) = P[s_{i+1}, y_i | s_i] \quad (3.18)$$

$$\beta(s_{i+1}) = P[(y_{i+1}, \dots, y_{L-1}) | s_{i+1}] \quad (3.19)$$

$\gamma(s_i \rightarrow s_{i+1})$ terimi, s_i den s_{i+1} durumuna geçiş olasılığı dal ölçekleyicisidir ve

$$\begin{aligned} \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) &= P[s_{i+1} | s_i] P[y_i | s_i \rightarrow s_{i+1}] \\ &= P[m_i] P[y_i | x_i] \end{aligned} \quad (3.20)$$

şeklinde ifade edilir. Burada m_i ve x_i , s_i den s_{i+1} durumuna geçerkenki mesaj ve çıkış değerleridir. Eğer s_i den s_{i+1} 'e kafes yapıda bir geçiş yoksa (3.20) eşitliği sıfıra eşittir.

Eşitlik (3.20)'nin ilk terimi, $P[m_i]$, ön bilgidir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$P[m_i] = \begin{cases} \frac{e^{z_i}}{1 + e^{z_i}} & m_i = 1 \\ \frac{1}{1 + e^{z_i}} & m_i = 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

ve logaritmik hesaplama için

$$\ln P[m_i] = z_i m_i - \ln(1 + e^{z_i}) \quad (3.22)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (3.20)'nin ikinci terimi, kanal modeli ve modülasyonun bir fonksiyonudur;

$$P[y_i | x_i] = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 / E_s}} \exp \left\{ \frac{-E_s}{N_0} \sum_{q=0}^{n-1} [y_i^q - \rho_i^{(q)} (2x_i^{(q)} - 1)]^2 \right\} \quad (3.23)$$

olarak ifade edilir. $\alpha(s_i)$ olasılığı, ileri yineleme ile

$$\alpha(s_i) = \sum_{s_{i-1} \in A} \alpha(s_{i-1}) \gamma(s_{i-1} \rightarrow s_i) \quad (3.24)$$

burada A , s_i ' lere bağlı s_{i-1} ' lerin kümesini göstermektedir. Benzer şekilde $\beta(s_i)$ de, geri yineleme olup;

$$\beta(s_i) = \sum_{s_{i+1} \in B} \beta(s_{i+1}) \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) \quad (3.25)$$

olarak tanımlanır. Burada B , s_i ' lere bağlı s_{i+1} ' lerin kümesini göstermektedir.

Her durum geçişi için $P[s_i \rightarrow s_{i+1} | \mathbf{y}]$ APP hesaplandıktan sonra mesaj biti olasılıkları

$$P[m_i = 1 | \mathbf{y}] = \sum_{S_1} P[s_i \rightarrow s_{i+1} | \mathbf{y}] \quad (3.26)$$

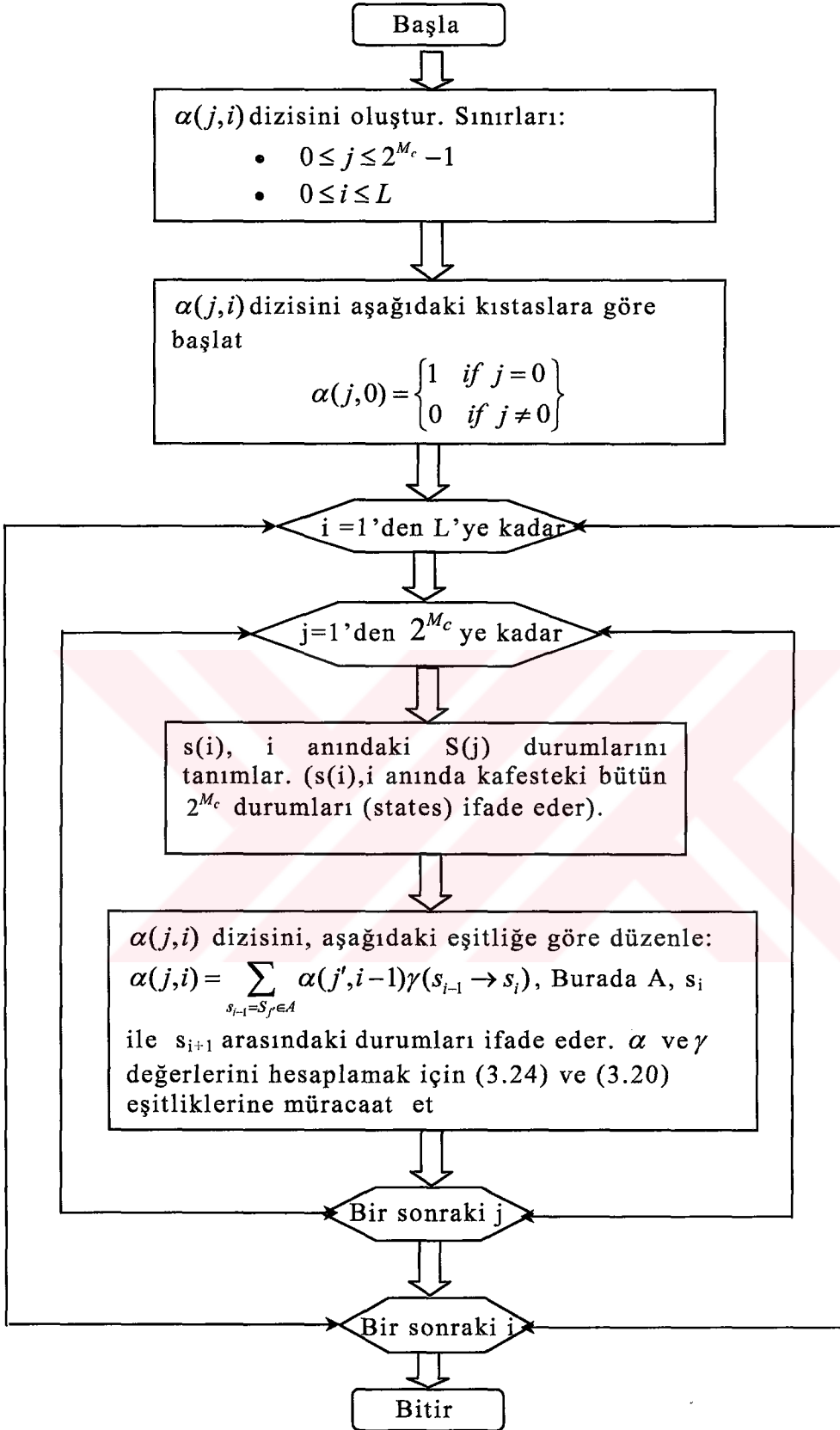
$$P[m_i = 0 | \mathbf{y}] = \sum_{S_0} P[s_i \rightarrow s_{i+1} | \mathbf{y}] \quad (3.27)$$

bulunur. Burada $S_1 = \{s_i \rightarrow s_{i+1} | m_i=1\}$ mesaj bitinin 1 olması durumundaki tüm durum geçişlerini ve $S_0 = \{s_i \rightarrow s_{i+1} | m_i=0\}$ mesaj bitinin 0 olması durumundaki tüm durum geçişlerini gösterir. Sonuç olarak LLR çıkışı;

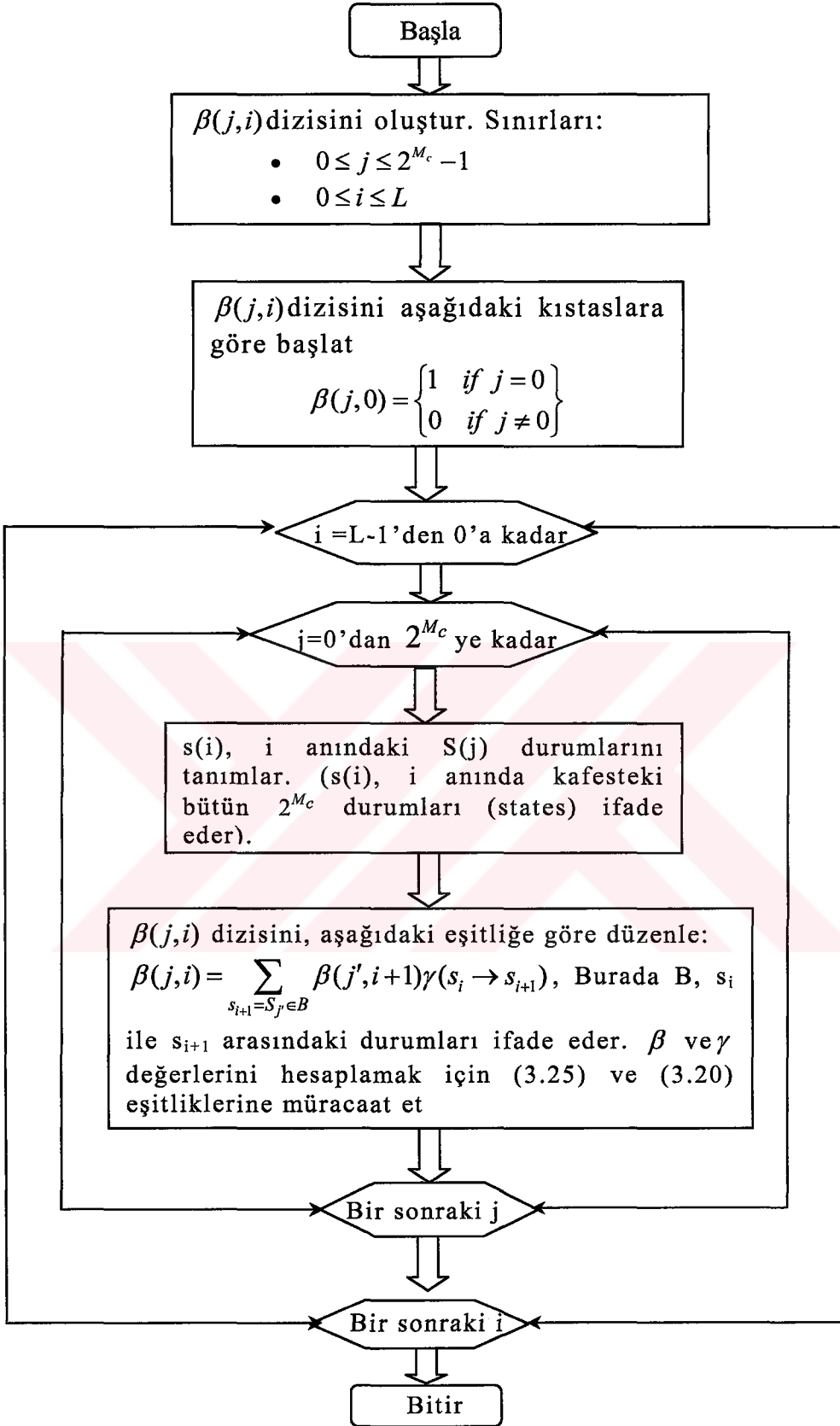
$$\Lambda_i = \ln \frac{\sum_{S_1} \alpha(s_i) \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) \beta(s_{i+1})}{\sum_{S_0} \alpha(s_i) \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) \beta(s_{i+1})} \quad (3.28)$$

olarak gösterilir. Eşitlik (3.15)'deki $P[\mathbf{y}]$ terimi, LLR ile oranlama yapıldığında birbirini götüreceğinden ayrıca hesaplanmaz.

MAP algoritmasında ileri yineleme (α) ve geri yinelemenin (β) akış diyagramı Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'de gösterilmiştir.



Şekil 3.13 MAP algoritmasında ileri yinelemenin (α) hesaplanması

Şekil 3.14 MAP algoritmasında geri yinelemenin (β) hesaplanması

3.6.4 Max-log-MAP ve log-MAP Algoritmaları

MAP algoritması her bitin APP'sini kusursuz olarak hesaplayabilmesine rağmen bazı pratik uygulamalarda önemli problemleri vardır. Bunlardan birincisi, yoğun bir işlem çokluğuna gereksinim duyması, ikincisi ise hesaplama sonuçlarının sonlu hassasiyette gösterilmeye çalışıldığından taşma yapması veya işlem sonucunun sonsuza gitmesidir. Bu iki sebep işlemlerin logaritmik alanda yapılmasını gerektirmektedir. Bu sayede çarpma işlemleri toplamaya dönüşmektedir. Buna rağmen logaritmik alanda toplama işlemine pek başvurulmaz. Logaritmik alanda toplama işleminin nasıl yapıldığını göstermek için öncelikle Jacobian logaritması göz önüne alınır.

$$\begin{aligned}\ln(e^x + e^y) &= \max(x, y) + \ln(1 + \exp\{-|y - x|\}) \\ &= \max(x, y) + f_c(|y - x|)\end{aligned}\quad (3.29)$$

Bu eşitlik ile logaritmik alanda toplama işlemi, maksimumu seçme ve bir düzeltme fonksiyonu $f_c(\cdot)$ ile toplama halini alır. Eğer x ve y değerleri birbirlerinden çok farklı ise düzeltme fonksiyonu sıfıra çok yakın bir değer alır, bu durumda;

$$\ln(e^x + e^y) \approx \max(x, y) \quad (3.30)$$

değerini alır.

MAP algoritmasının logaritmik alanda çalışan iki türü vardır. Bunlar *max-log-MAP* ve *log-MAP* dir (Robertson vd. ,1997). Aralarındaki fark, logaritmik alanda toplama işleminin nasıl yapıldığıdır. Max-log-MAP algoritmasında, toplama işlemi (3.30)'daki maksimumu seçme ile yapılır. Log-Map algoritmasında ise (3.29) kullanılarak maksimumu seçmenin ardında düzeltme fonksiyonu hesaplanır. Bu düzeltme fonksiyonu iki sayının farkına bağlı olduğu için bir tablodan okunarak kullanılabilir.

$\bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1})$, $\gamma(s_i \rightarrow s_{i+1})$ nin doğal logaritması olarak kabul edilirse;

$$\bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) = \ln \gamma(s_i \rightarrow s_{i+1}) \quad (3.31)$$

$$= P[m_i] + P[y_i | x_i] \quad (3.32)$$

ve bu durumda durum geçiş ölçekleyicisinin logaritması

$$\bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) = \ln P[m_i] - \frac{1}{2} \ln(\pi N_0 / E_s) - \frac{E_s}{N_0} \sum_{q=0}^{n-1} [y_i^{(q)} - (2x_i^{(q)} - 1)]^2 \quad (3.33)$$

Bezer şekilde, $\bar{\alpha}(s_i)$, $\alpha(s_i)$ nin doğal logaritması olarak kabul edilirse;

$$\bar{\alpha}(s_i) = \ln \alpha(s_i) \quad (3.34)$$

$$\bar{\alpha}(s_i) = \ln \left\{ \sum_{s_{i-1} \in A} \exp[\bar{\alpha}(s_{i-1}) + \bar{\gamma}(s_{i-1} \rightarrow s_i)] \right\} \quad (3.35)$$

$$= \max_{s_{i-1} \in A}^* [\bar{\alpha}(s_{i-1}) + \bar{\gamma}(s_{i-1} \rightarrow s_i)] \quad (3.36)$$

burada A , s_i ' lere bağlı s_{i-1} ' lerin kümesini göstermektedir. Max-log-MAP algoritması için $\max^*(x,y)=\max(x,y)$, log-MAP algoritması içinse $\max^*(x,y)=\max(x,y)+f_c(|y-x|)$ dir.

İleri yineleme işlemine benzer olarak $\bar{\beta}(s_i)$, $\beta(s_i)$ ' in doğal logaritması olarak kabul edilirse;

$$\bar{\beta}(s_i) = \ln \beta(s_i) \quad (3.37)$$

$$\bar{\beta}(s_i) = \ln \left\{ \sum_{s_{i+1} \in B} \exp[\bar{\beta}(s_{i+1}) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1})] \right\} \quad (3.38)$$

$$= \max_{s_{i+1} \in B}^* [\bar{\beta}(s_{i+1}) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1})] \quad (3.39)$$

burada B , s_i ' lere bağlı s_{i+1} ' lerin kümesini göstermektedir.

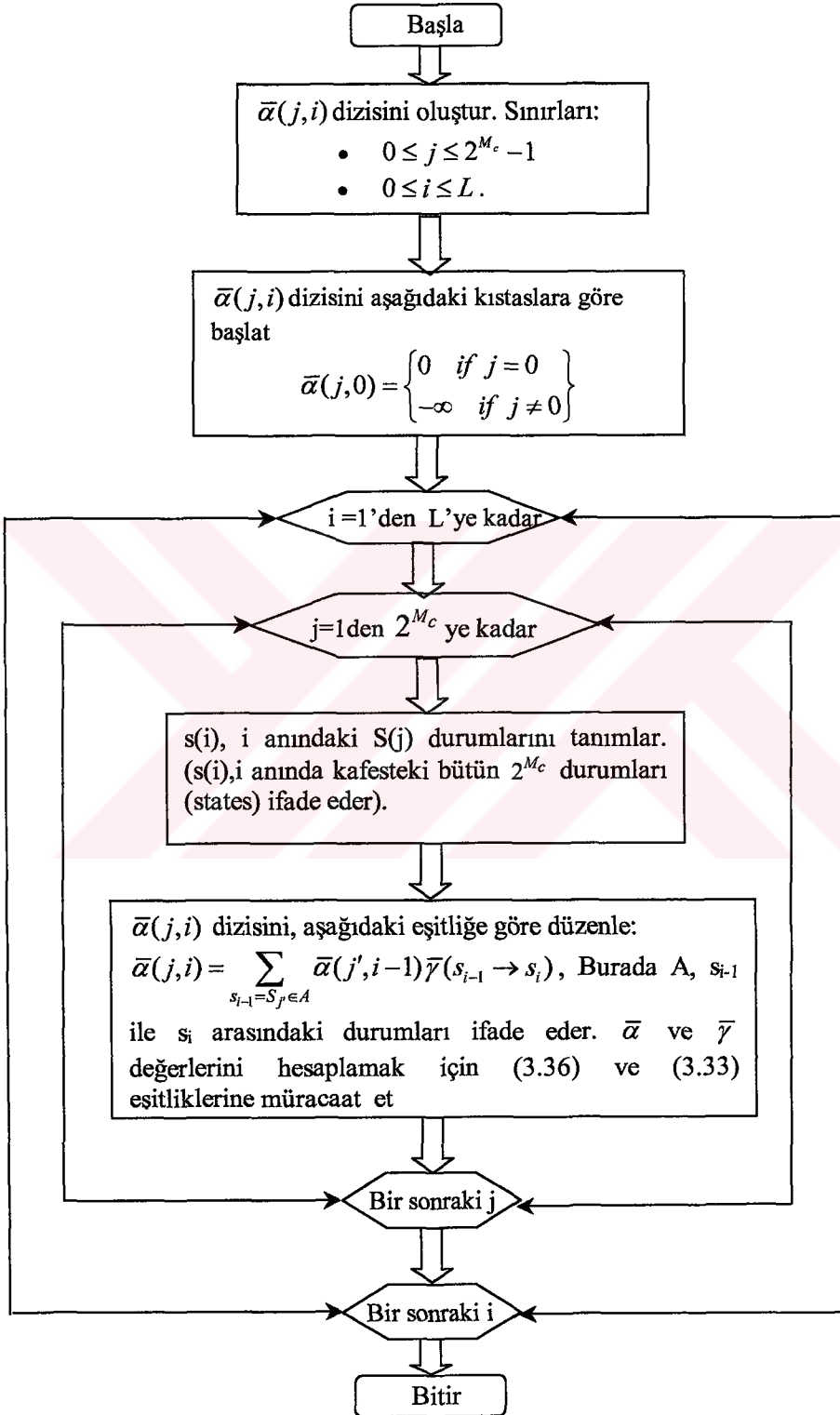
Kafes yapıdaki tüm durumlar için $\bar{\alpha}(s_i)$ ve $\bar{\beta}(s_i)$ hesaplandıktan sonra LLR bulunur:

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= \ln \left\{ \sum_{s_i} \exp[\bar{\alpha}(s_i) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) + \bar{\beta}(s_{i+1})] \right\} \\ &\quad - \ln \left\{ \sum_{s_0} \exp[\bar{\alpha}(s_i) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) + \bar{\beta}(s_{i+1})] \right\} \end{aligned} \quad (3.40)$$

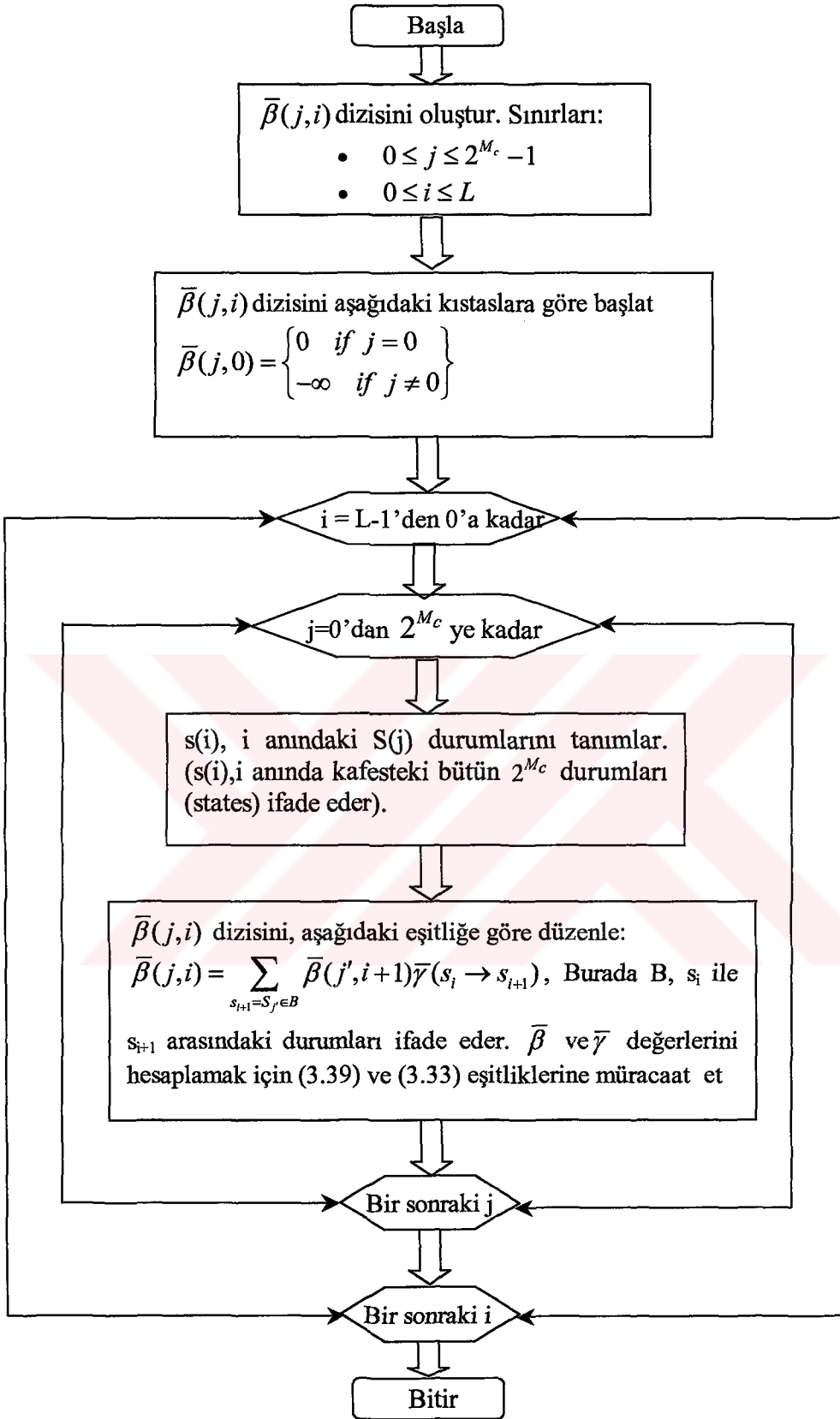
Bu denklemde logaritma işlemlerini maksimum seçme işlemi olarak düşünebileceğimizden (3.40) denklemi (3.41)'deki şekle dönüşür;

$$\Lambda_i = \max_{s_i}^* [\bar{\alpha}(s_i) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) + \bar{\beta}(s_{i+1})] - \max_{s_0}^* [\bar{\alpha}(s_i) + \bar{\gamma}(s_i \rightarrow s_{i+1}) + \bar{\beta}(s_{i+1})] \quad (3.41)$$

Max-Log-MAP ve Log-MAP algoritmalarında ileri yineleme $\bar{\alpha}$ ve geri yinelemenin $\bar{\beta}$ akış diyagramı Şekil 3.15 ve Şekil 3.16'da gösterilmiştir.



Şekil 3.15 Max-Log-MAP ve Log-MAP için ileri yinelemenin ($\bar{\alpha}$) hesaplanması



Şekil 3.15 Max-Log-MAP ve Log-MAP için geri yinelemenin ($\bar{\beta}$) hesaplanması

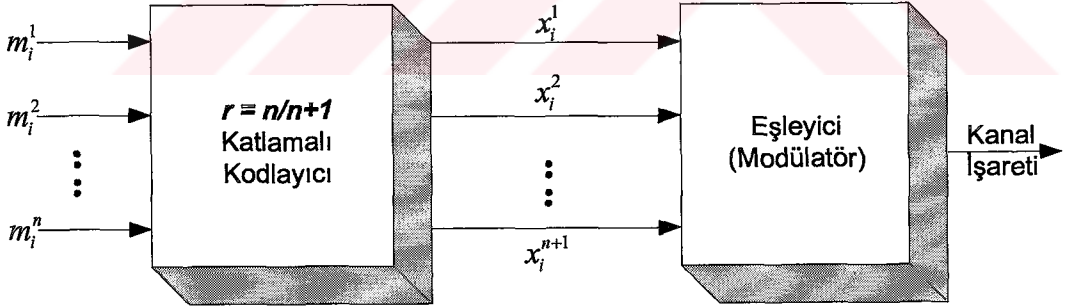
4. KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (TCM)

Kodlama ve modülasyonun birlikte düşünüldüğü kafes kodlamalı modülasyon (Trellis Coded Modulation, TCM) tekniği ilk defa Ungerboeck (1982) tarafından önerilmiştir. Kafes kodlamalı modülasyon sistemi tasarımında, kafes yapısı üzerindeki ikili kod dizileri yerine bu dizilere atanan modülasyonlu kanal işaretleri yerleştirilmiştir. a_i ve b_i , kanal işaretleri olduğu kabul edilirse, a_i ve b_i arasındaki karesel Öklid uzaklık, $d^2(a_i, b_i)$ ile gösterilebilir. “Minimum karesel uzaklık” $d_{serbest}^2$, kodlayıcının üretebildiği aynı durumdan ayrılan ve bir veya daha fazla geçişten sonra tekrar birleşen tüm kanal işaret dizileri arasındaki karesel uzaklıkların en küçüğüdür ve

$$d_{serbest}^2 = \min \sum_{a_n \neq a'_n} d^2(a_n, a'_n) \quad (4.1)$$

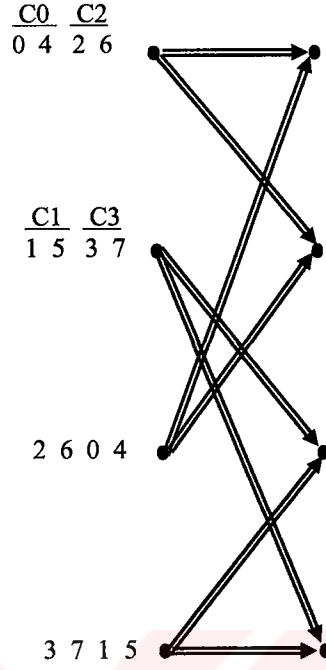
olarak ifade edilir.

Şekil 4.1’de gösterilen birleşik yapıda, her iletim aralığında n uzunluklu giriş dizilerini $n+1$ uzunluklu dizilere dönüştüren $r=n/n+1$ oranlı katlamalı kodlayıcı kullanılmakta ve daha sonra $n+1$ uzunluklu diziler, 2^{n+1} kanal işaretine ile “küme ayrıştırarak eşleme (mapping by partitioning)” olarak adlandırılan kurala göre eşlenmektedir.

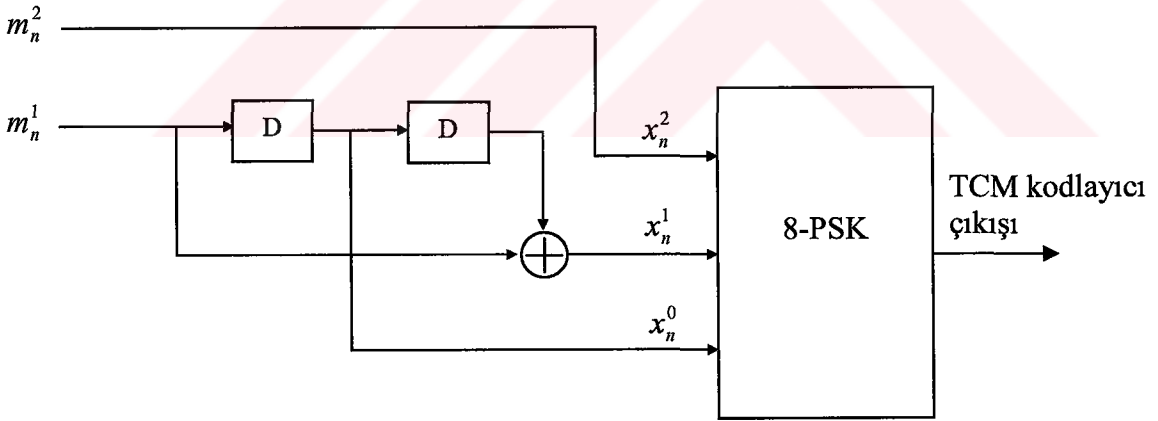


Şekil 4.1 Kafes kodlamalı modülasyon blok şeması

Küme ayrıştırarak eşleme kuralına göre, gereğinden fazla elemandan oluşan kanal işaretleri kümesi, belli bir simetri altında aralarındaki serbest Öklid uzaklığı giderek artacak biçimde, daha az elemanlı alt kümelere bölünmektedir. Daha sonra oluşturulan bu alt kümeler, seçilen kafes yapısının durum geçişlerine, kodlayıcının üreteceği kanal işaret dizileri, arasındaki serbest Öklid uzaklığı maksimum olacak biçimde atanmaktadır. Bu işlem sırasında, bütün kanal işaretlerinin eşit sayıda kullanılmasına, kalkış ve varış durumlarına eşlenen alt kümelerin maksimum olmasına dikkat edilmelidir.



Şekil 4.3 4 durumlu kodlanmış 8-PSK modülasyonlu işaretler



Şekil 4.4 2 bellekli 4 durumlu 8-PSK katlamalı kodlayıcı

4.1 Viterbi Algoritması

Viterbi algoritması, kafes kodlayıcılar için en yaygın kod çözme algoritmasıdır. Şimdiye kadar (Uçan, 1994; Odabaşıoğlu, 2002) gibi bir çok sistem için kullanılmıştır. Bu algoritmanın temeli, mesaj bitlerini kodlayan kodlayıcının kafes yapısını, belirli bir veri çerçevesi boyunca kesintisiz olarak takip eden ve Gauss dağılım fonksiyonunu minimum yapan yolu bulmaktır. Bu sayede, bir veri çerçevesi boyunca kafes yapının tüm durumları elde

edilmiş olur. Durumlar belirlendikten sonra bu durum geçişlerine karşılık gelen mesaj bitlerinin bulunmasında hiç bir zorluk yoktur.

Bu algoritmayı gerçeklemek için öncelikle alınan gürültülü işaret, olası tüm işaretlerle Gauss dağılımına sahip (4.2) eşitliğine bağlı olarak karşılaştırılır ve her biri için bir ölçekleyici (metrik) değeri elde edilir.

$$P(s_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(|s_n - s'|)^2}{\sigma^2}} \quad (4.2)$$

Burada s_n olması muhtemel gürültüsüz işaretleri, σ^2 ise gürültünün varyansını göstermektedir. 8-PSK modülasyon için n değeri 0 ile 7 arasındadır. s' ise alınan gürültülü işareti gösterir. Her durum için, alınan her bir gürültülü işarete karşı, eşitlik (4.2) kullanılarak n adet ölçekleyici değeri elde edilir. Bu işlemten sonra her bir durum için o durumun oluşmasına neden olabilecek durum geçişlerine karşılık gelen ölçekleyici değerleri ile bunlara bağlı önceki durumların olasılık değerleri toplanarak minimum olanı alınır. Çerçevenin sonuna gelindiğinde Gauss fonksiyonunu minimum yapan yol bulunmuş olur. Bu bilgiden tüm giriş bitleri elde edilir.

Bu ölçekleyici değerinin elde edilmesinde işlem kolaylığı olması bakımından bir çok zaman sadece $|s_n - s'|^2$ kullanılır. Aynı zamanda sönümlemeli kanallarda kanal bilgisi elde edilmiş ise, alınan işareti karşılaştırılacak değerin seviyesine getirmek için sönümleme değerine bölmek gerekir. Bu yöntem özellikle çok antenli sistemlerde etkilidir.

Kafes yapının ilk durumunun sıfır olduğu gözardı edilmemelidir. Aynı zamanda bir sonraki çerçevede ilk durumun sıfır olabilmesi için bir önceki çerçevenin sonuna bellek sayısı kadar anlamsız (dummy) bit eklenir.

4.2 BPSK ve M-PSK Modülasyon Teknikleri

İkili PSK (BPSK) modülasyon tekniğinde, 1 ve 0 ikili sembolleri göstermek için $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ olmak üzere iki farklı sinyal kullanılmaktadır.

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (4.3)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -\cos(2\pi f_c t) \quad (4.4)$$

Burada $0 \leq t \leq T_b$ ve E_b , bit başına iletilen sinyal enerjisidir. Taşıyıcı frekans f_c , n_c sabit bir sayı olmak üzere n_c/T_b ye eşit olacak şekilde seçilir. Sinüzoidal dalgalar arasında sadece 180 derece faz farkı bulunmaktadır ve bu sinyaller antipodal sinyaller olarak referans seçilir.

Yukarıdaki eşitliklerden açıkça görüldüğü gibi BPSK durumunda sadece tek bir ana birim enerji fonksiyonu mevcuttur ve bu fonksiyon;

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.5)$$

ile gösterilir. Buna göre iletilen sinyaller $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$s_1(t) = \sqrt{E_b} \phi_1(t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.6)$$

$$s_2(t) = -\sqrt{E_b} \phi_1(t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (4.7)$$

Buradan, bir BPSK sistemi, iki adet mesaj noktası ($M=2$) içeren tek boyutlu sinyal uzayı olarak karakterize edilir. Mesaj noktalarının koordinatları;

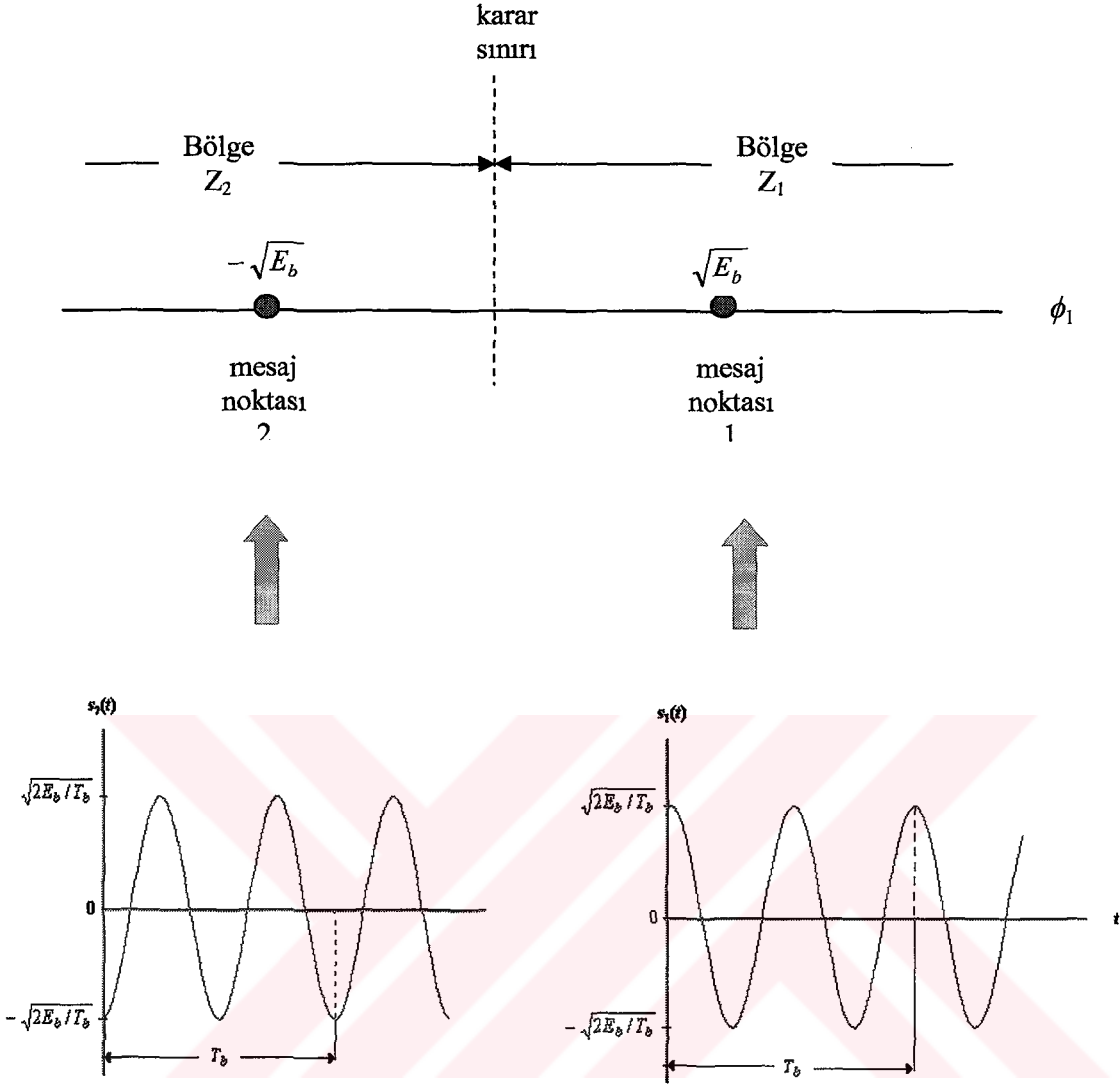
$$\begin{aligned} s_{11} &= \int_0^{T_b} s_1(t) \phi_1(t) dt \\ &= +\sqrt{E_b} \end{aligned} \quad (4.8)$$

ve

$$\begin{aligned} s_{21} &= \int_0^{T_b} s_2(t) \phi_1(t) dt \\ &= -\sqrt{E_b} \end{aligned} \quad (4.9)$$

olacaktır. $s_1(t)$ 'ye karşı gelen mesaj noktası $s_{11} = +\sqrt{E_b}$ 'e ve $s_2(t)$ 'ye karşı gelen mesaj noktası da $s_{21} = -\sqrt{E_b}$ 'e yerleştirilir. Şekil 4.5'de BPSK için sinyal uzayının diyagramı görülmektedir.

Şekil 4.5, $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ antipodal sinyallerin gösterimi de içermektedir.



Şekil 4.5 BPSK için sinyal-uzay diyagramı ve iletilen $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ sinyallerin dalga formları (Arıcan, 2003)

BPSK için bit hata olasılığının ya da buna eşit olan sembol hata olasılığının ortalaması ;

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (4.10)$$

denklemini ile belirlenir. Buradan, belirli bir gürültü için bit başına sinyal enerjisi (E_b) arttıkça, 1 ve 0 sembollerine karşı gelen mesaj noktaları birbirinden daha ayrık hale gelecek ve ortalama hata olasılığı P_e , arzu edilen haberleşme güvenilirliğini sağlayacak biçimde azalacaktır.

M-boyutlu PSK tekniğinde ise, taşıyıcının fazı M adet muhtemel değer alır. Bu değerler $\theta_i = 2(i-1)\pi / M$ ($i = 1, 2, \dots, M$) biçiminde gösterilir. Her bir sinyal süresi boyunca (T), M adet muhtemel sinyalden biri;

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M}(i-1)\right) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4.11)$$

gönderilir. Burada E_s , her bir sembol başına sinyalin enerjisidir. Taşıyıcı frekans f_c , n_c sabit bir sayı olmak üzere $f_c = n_c / T$ 'dir.

Her bir $s_i(t)$ sinyali, eşitlikleri aşağıda verilen $\phi_1(t)$ ve $\phi_2(t)$ gibi iki ana fonksiyon ile belirlenir;

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.12)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.13)$$

M-PSK'nın sinyal takımı, bu nedenle iki boyutludur. $M=8$ olduğu durumda, M adet mesaj noktası, merkezi orijinde yer alan ve çapı $\sqrt{E_s}$ olan bir dairenin çemberi üzerine eşit aralıklarla yerleştirilir. Bu yerleştirme düzeni, Şekil 4.6'da gösterilmiştir.

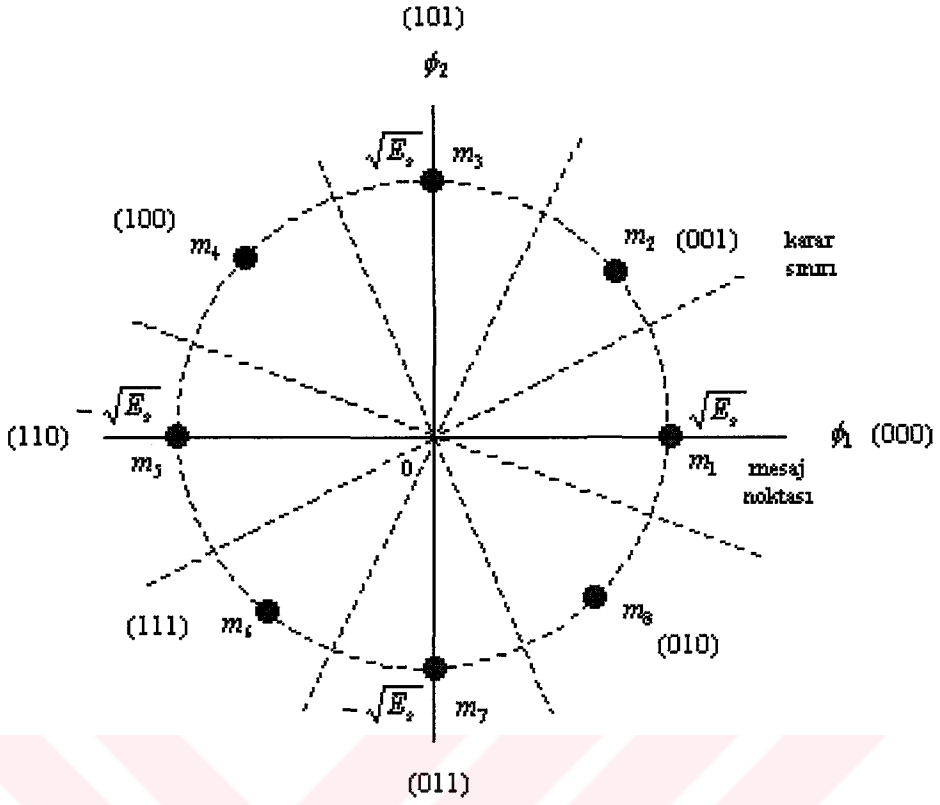
Şekil 4.6'da görüldüğü gibi sinyal-uzayının diyagramı dairesel olarak simetriktir. Bu nedenle Şekil 4.7'de görülen ortak-sınıra (union-bound) dayalı bir karar tekniği ile 8-PSK için ortalama sembol hatası yaklaşık olarak hesaplanabilir. Mesaj noktası m_1 'e karşı gelen iletilen sinyalin koordinatlarının ϕ_1 ve ϕ_2 eksenleri boyunca sırasıyla $+\sqrt{E_s}$ ve 0 olduğu varsayılın. Bu durumda, kanal gürültüsü nedeniyle m_1 için oluşabilecek hatalı karar noktalarının en yakın mesaj noktaları m_2 ve m_8 olacak şekilde, sinyal gürültü oranının olduğu dikkate alınsın. m_1 'den uzaktaki bu iki noktanın her biri için Öklid uzaklık;

$$d_{12} = d_{18} = 2\sqrt{E_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right) \quad (4.14)$$

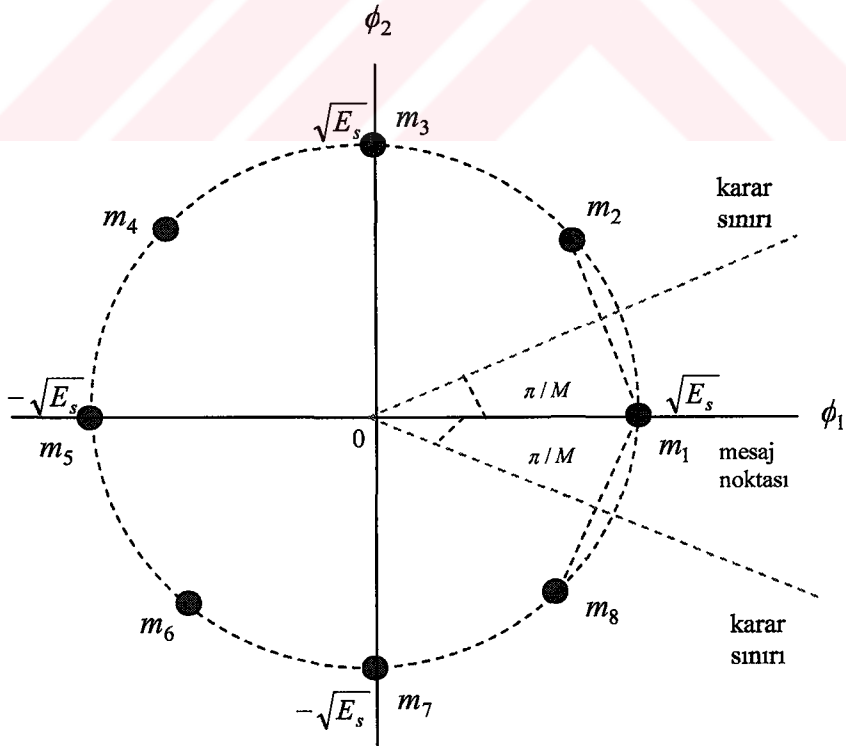
denklemleri ile belirlenir. Bu durumda 8-PSK için ortalama sembol hatası da;

$$P_e \cong \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (4.15)$$

olacaktır.



Şekil 4.6 8-PSK için sinyal-uzayı diyagramı



Şekil 4.7 8-PSK için ortak-sınırlı karar bölgesini gösteren sinyal-uzayı diyagramı

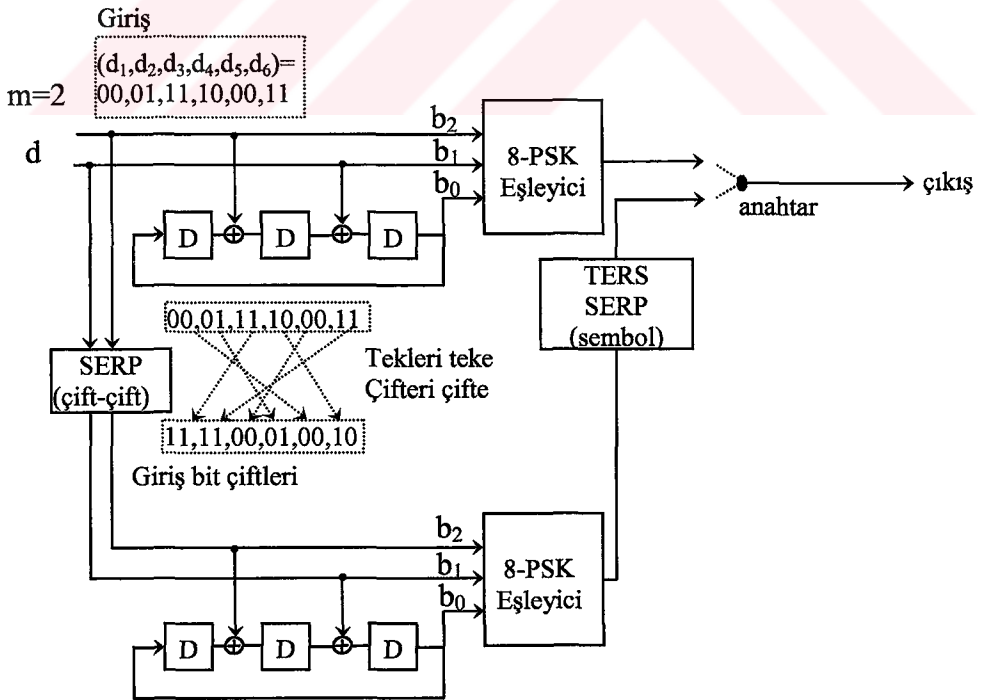
$M \geq 4$ olduğunda, Denklem (4.15)'deki yaklaşıklık ifadesi daha kesin duruma gelecektir. Diğer taraftan 8-PSK modülasyon tekniğinin band-verimliliği, BPSK tekniğinin üç katı daha yüksektir (Proakis, 2001).

4.3 Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon

Turbo kafes kodlamalı modülasyon (Turbo Trellis Coded Modulation, TTCM) ilk olarak Blackert ve Wilson (1996) tarafından sunulmuştur. Daha sonrada kafes kodlama için kullanılan MAP algoritması, Robertson ve Worz (1998) tarafından ayrıntılı olarak verilmiştir.

4.3.1 Turbo Kafes Kodlayıcı

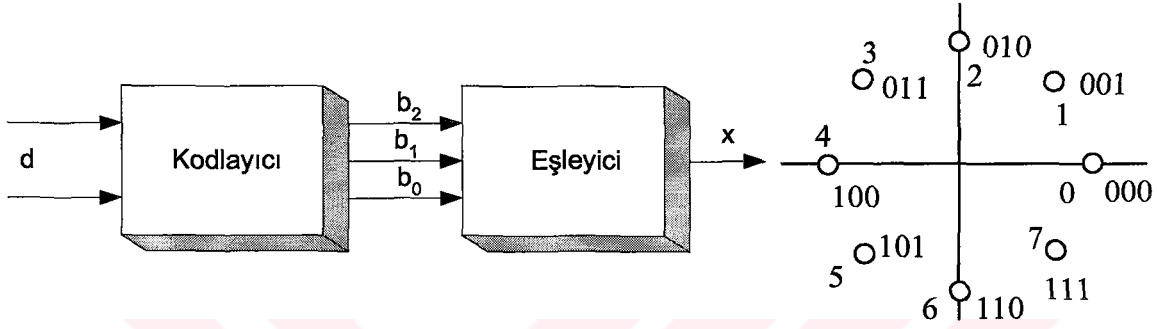
Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyonda kullanılan kodlayıcının (Şekil 4.8) yapısı, Turbo kodlayıcıdan biraz farklıdır. Bunlar; TTCM'de girişin en az 2 olması, girişlerin kodlanıp bir sinyale eşlenmesi, kullanılan serpiştirici ve ters serpiştiricinin tekleri teke, çiftleri de çifte koyma işlevidir. Bu durum, kod çözme işleminde birtakım farklılıklar oluşturacaktır ama yine de kod çözme işlemi Turbo Kodlama ile benzer sayılabilir. Şekil 4.8'de verilen kodlayıcı yapısında, iki giriş ($m=2$) biti ve üç çıkış biti olduğu görülmektedir.



Şekil 4.8 Turbo Kafes Kodlayıcısı

Kodlayıcının iki bitlik “ d ” girişi, kodlayıcı çıkışında üç bit (b_0 b_1 b_2) olmakta ve daha sonra kompleks düzlemde eşlenmektedir (Şekil 4.9).

Kodlayıcı çıkışının üç bit olmasından dolayı, “ b_0 b_1 b_2 ” bitleri olası 8 (2^{m+1}) sembole eşlenir. “ b_0 b_1 b_2 ” bitlerinin onluk düzendeki karşılığına b dersek, eşleyici çıkışı $x = \cos(b \cdot 2\pi/8) + j \sin(b \cdot 2\pi/8)$ şeklinde elde edilir. Buna göre kodlayıcı girişi ve eşleyici çıkışı Şekil 4.9’da verilmiştir.



Şekil 4.9 Kodlayıcı girişi ve eşleyici çıkışı

4.3.2 Turbo Kafes Kod Çözücü

Turbo kafes kod çözücü Şekil 4.10’da gösterilmiştir. Burada görüldüğü gibi alınan işaretler, sembol-sembol kestirim yapan 1. ve 2. S-b-S (Symbol by Symbol) MAP kod çözücüsüne (KÇ) gönderilir.

Turbo kodlamadan farklı olarak; ilk iterasyon sırasında herhangi bir ön bilgi olmadığı için ön ölçekleyici ile çift indisli işaretler içinde bir olasılık hesabı yapılır ve bu 1. S-b-S MAP kod çözücüsünde kullanılır. Diğer iterasyonlarda 2. kod çözücü bilgi üretmiş olduğu için ön ölçekleyici kullanılmaz.

Bir diğer fark ise; bir kod çözücünden diğer kod çözücüye her bir işaret için giriş bitlerinin ihtimali kadar bilginin gitmesidir. Yani 2 girişli bir kodlayıcı kullanılırsa bir kod çözücünden diğerine 4 bilgi gidecektir. Bunun sebebi de girişin tek olmamasıdır. Bu nedenle çıkışta karar mekanizmasında bir logaritmik olasılık oranı (LLR) kullanılamaz. Sadece bu dört durumdan en yüksek ihtimalli olanı seçebilebilir.

İteratif kod çözücü, ikili kod çözücüye benzer fakat bazı farklılıkları vardır. Bunlar; bir kod çözücünden diğer kod çözücüye giden bilginin biçiminin farklı olması ve ilk kod çözme adımındaki davranışın farklılığından kaynaklanır. Bilgi bitleri, diğer bir değişle sistematik bitler, kodlanan parite biti ile birlikte eşleyici tarafından bir işarete karşı düşürülürler. Her kod

4.3.2.1 Harici, Ön ve Sistemik Bileşenler

Bu kısımda iteratif kod çözücü anlatılacaktır. Burada olasılıkların logaritmik ifadeleri ($\log \Pr(\cdot)$) kullanılacak ve bu da $L(\cdot)$ ile gösterilecektir. Sistemik ve harici bileşenler bir kod çözücüden çıkar ve diğerine gönderilir ve o kod çözücüde ön bilgi olarak kullanılırlar. MAP algoritmasının çıkışını sistemik ve harici bileşen olarak ön bilgi ($\Pr\{d_k = i\}$)'den bağımsız tanımlayabiliriz. Ön bilgi,

$$L_p(d_k = i) = \log \Pr\{d_k = i\} \quad (4.16)$$

olarak tanımlanır ve bu MAP algoritmasının sonucundan çıkartılarak,

$$L_{e\&s}(d_k = i) = \log \Pr\{d_k = i | \underline{y}\} - \log \Pr\{d_k = i\} \quad \forall i \in \{0 \dots 2^m - 1\} \quad (4.17)$$

sistemik ve harici bileşen elde edilmiş olur. Bu bilgi bir sonraki kodçözücüde ön bilgi olarak kullanılır.

4.3.2.2 Ön Ölçekleyici Hesaplaması

Yöntemi kullanabilmek için ön bilgiyi çıkartmamız gerekmektedir. Fakat ilk iterasyonun ilk adımında ön bilgiden bahsetmek mümkün değildir. Bu yüzden birinci kod çözücü işleme başlamadan önce ön bilgiyi elde etmemiz gerekmektedir. Bu şekilde harici bilginin birinci kod çözücüden ikinci kod çözücüye gönderilirken * geçişlerinde sistemik bilgi içerebilmesi sağlanır. Burada gönderilen sembol bilgi grubu d_k ile kısmen, bunun yanısıra diğer kodlayıcı tarafından oluşturulan bilinmeyen parite bit $b_k^{0,*} \in \{0,1\}$ tarafından saptanır. Bu yüzden ön bilgi birleşik Bayes kuralı ile saptanır,

$$\begin{aligned} \Pr\{d_k = i | y_k\} &= \text{const} \cdot p(y_k | d_k = i) \\ &= \text{const} \cdot \sum_{j \in \{0,1\}} p(y_k, b_k^{0,*} = j | d_k = i) \\ &= \frac{\text{const}}{2} \cdot \sum_{j \in \{0,1\}} p(y_k | d_k = i, b_k^{0,*} = j) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Burada $\Pr\{b_k^{0,*} = j | d_k\} = \Pr\{b_k^{0,*} = j\} = 1/2$ olduğu varsayılır. Başka bir deyişle, x_k içindeki parite bitin bilgi bit grubundan istatistiksel olarak bağımsızdır ve bu durumda parite bitin 0 ya da 1 olma olasılığı eşittir. Ayrıca d_k 'nin ilk ön olasılığı tüm i için sabittir. Yukarıdaki sabit değeri hesaplamaya gerek yoktur, tüm i ler üzerinden toplanıp normalize edilebilir. Eğer üst kod çözücü * geçişinde değilse $\Pr\{d_k = i\} = 1/2^m$ değerine eşitlenir.

4.3.2.3 TTCM için MAP Algoritması

Bu kısımda, ikili olmayan kafes yapıları kodlayıcılar için sembol-sembol MAP algoritması açıklanacaktır. Burada klasik Kafes Kodlamalı Modülasyon yapıları düşünülmüştür. Kodlayıcıda v tane bellek olduğu düşünülürse, 2^v tane durum söz konusudur. Kodlayıcının k anındaki durumu, $S_k \in \{0,1,\dots,2^v-1\}$ şeklinde gösterilir. Kodlayıcıya giren bilgi bitlerinin oluşturduğu m tane bilgi biti, $(0\dots 2^m-1)$ arasındaki tam sayılarla gösterilir ve giriş bitlerine göre $k-1$ 'inci adımdan k 'ıncı adıma geçişi belirler. Serpiştirici boyutunun N olduğu düşünülürse, blok başına modüle edilen sembol sayısı $N \times n$ dir. Burada n , gönderilen sinyalin boyutunun yarısıdır. Bu durumda blok başına gönderilen bilgi biti sayısı $N \times m$ dir. Alıcı N set n gürültülü sembol alır ve $\mathbf{y}_k = (y_k^0, \dots, y_k^{(n-1)})$ şeklinde gösterilir. Toplam alınan dizi $\underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{y}}_1^N = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N)$ olur. Bu, Kafes Kodlamalı Modülasyon çıkışına $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ tek taraflı güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ olan beyaz Gauss gürültüsü eklenmiş halidir. Her $\mathbf{x}_k = (x_k^0, \dots, x_k^{(n-1)})$ k anında eşleyiciden çıkan n sembolü bir gruptur.

Kod çözücünün yapması gereken, her d_k ve k için $\Pr\{d_k | \underline{\mathbf{y}}_1^N\}$ 'yi hesaplamaktır. İleri ve geri olasılıklar şu şekilde verilir.

$$\alpha_{k-1}(M') = \frac{p(S_{k-1} = M', \underline{\mathbf{y}}_1^{k-1})}{p(\underline{\mathbf{y}}_1^{k-1})} \quad (4.19)$$

$$\beta_k(M) = \frac{p(\underline{\mathbf{y}}_{k+1}^N | S_k = M)}{p(\underline{\mathbf{y}}_{k+1}^N | \underline{\mathbf{y}}_1^k)} \quad (4.20)$$

k adımı için dal geçiş olasılığı $p(d_k=i, y_k, S_k=M | S_{k-1}=M')$ dir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} \gamma_i(y_k, M', M) &= p(y_k | d_k = i, S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\cdot q(d_k = i | S_k = M, S_{k-1} = M') \\ &\cdot \Pr\{S_k = M | S_{k-1} = M'\} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$q(d_k = i | S_k = M, S_{k-1} = M')$ 0 ya da 1 olabilir ve bu kodlayıcı girişi $i \in \{0,1,\dots,2^m-1\}$ nin $S_{k-1}=M'$ den $S_k=M$ 'ye geçişi ile ilgili olup olmadığına bağlıdır. (4.21) denkleminin üçüncü çarpanını hesaplamak için ön bilgi kullanılır.

$$\begin{aligned}
& \Pr\{S_k = M \mid S_{k-1} = M'\} \\
&= \begin{cases} \Pr\{d_k = 0\}, & q(d_k = 0 \mid S_k = M, S_{k-1} = M') = 1 \\ \Pr\{d_k = 1\}, & q(d_k = 1 \mid S_k = M, S_{k-1} = M') = 1 \\ \Pr\{d_k = 2^m - 1\}, & q(d_k = 2^m - 1 \mid S_k = M, S_{k-1} = M') = 1 \end{cases} \\
&= \Pr\{d_k = j\}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Burada j : $q(d_k=j|S_k=M, S_{k-1}=M')=1$. Eğer $q(d_k=j|S_k=M, S_{k-1}=M')=1$ yapacak bir j yoksa $\Pr\{S_k=M|S_{k-1}=M'\}$ değeri 0 olur.

$(d_k=i, y_k, S_{k-1}=M')$ olayı için, S_k nın bilinmesi durumunda, $\underline{y}_{k+1}^N$ in hiç bir etkisi yoktur. Bundan dolayı k anı ve önceki durumların bilindiği düşünülerek bir sonraki girişe ilişkin geçiş olasılığı,

$$p(\underline{y}_{k+1}^N \mid S_k = M) = p(\underline{y}_{k+1}^N \mid d_k = i, y_k, S_k = M, S_{k-1} = M') \tag{4.23}$$

ile, k anı ve sonraki durumların bilindiği düşünülerek bir önceki girişin olasılığı,

$$p(\underline{y}_1^{k-1}) = \frac{p(\underline{y}_1^k)}{p(y_k \mid \underline{y}_1^{k-1})} \tag{4.24}$$

kullanılarak ileri, geri ve dal geçiş olasılıklarının çarpımı aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
\alpha_{k-1}(M') \cdot \beta_k(M) \cdot \gamma(y_k, M', M) &= p(S_{k-1} = M', \underline{y}_1^{k-1}) \\
&\cdot p(\underline{y}_{k+1}^N, d_k = i, y_k, S_k = M \mid S_{k-1} = M') \\
&\cdot \frac{p(y_k \mid \underline{y}_1^{k-1})}{p(\underline{y}_1^N)}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Açık olarak yazılırsa, (4.25)'in ikinci çarpanı $p(\underline{y}_{k+1}^N, d_k, y_k, S_k = M \mid S_{k-1} = M') = p(\underline{y}_{k+1}^N, d_k, y_k, S_k = M \mid S_{k-1} = M', \underline{y}_1^{k-1})$ dir ve bu durumdan dolayı ileri, geri ve dal geçiş olasılıklarının çarpımı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\alpha_{k-1}(M') \cdot \beta_k(M) \cdot \gamma(y_k, M', M) \cdot \frac{1}{p(y_k \mid \underline{y}_1^{k-1})} &= p(S_{k-1} = M', S_k = M, \underline{y}_1^N) \cdot \frac{1}{p(\underline{y}_1^N)} \\
&= p(S_{k-1} = M', S_k = M \mid \underline{y}_1^N)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Buna göre MAP algoritmasının çıkışı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_r\{d_k = i \mid \underline{y}\} = \text{sabit} \cdot \sum_M \sum_{M'} [\gamma_i(y_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M') \cdot \beta_k(M)] \quad \forall i \in \{0 \dots 2^m - 1\} \quad (4.27)$$

Buradaki sabit, denklemi tüm i üzerinden toplamını alıp normalize ederek ortadan kaldırılabilir. $\Pr\{d_k \mid \underline{y}\}$ ön, sistematik ve harici bigisini taşır, çünkü bu d_k nın ön olasılığında olduğu gibi alınan tüm diziye bağlıdır.

Şimdi geriye $\alpha_{k-1}(M')$ ve $\beta_k(M)$ in yenilenerek bulunması kaldı. İlk olarak,

$$\Pr\{S_k = M \mid \underline{y}_1^{k-1}, \underline{y}_k\} \cdot p(\underline{y}_k \mid \underline{y}_1^{k-1}) = p(\underline{y}_k, S_k = M \mid \underline{y}_1^{k-1}) \quad (4.28)$$

ele alalım, bu denklemin her iki tarafını $p(\underline{y}_k \mid \underline{y}_1^{k-1})$ 'e bölersek aşağıdaki şekle açabiliriz.

$$\Pr\{S_k = M \mid \underline{y}_1^k\} = \alpha_k(M) = \frac{\sum_{M'} p(\underline{y}_k, S_k = M, S_{k-1} = M' \mid \underline{y}_1^{k-1})}{\sum_M \sum_{M'} p(\underline{y}_k, S_k = M, S_{k-1} = M' \mid \underline{y}_1^{k-1})} \quad (4.29)$$

ve denklem (4.27)'den dolayı

$$\alpha_k(M) = \frac{\sum_{M'} \Pr\{\underline{y}_k, S_k = M \mid S_{k-1} = M'\} \cdot p(S_{k-1} = M' \mid \underline{y}_1^{k-1})}{\sum_M \sum_{M'} p(\underline{y}_k, S_k = M \mid S_{k-1} = M') \cdot \Pr\{S_{k-1} = M' \mid \underline{y}_1^{k-1}\}} \quad (4.30)$$

şeklinde yazılabilir. Tüm olası giriş bitleri için dal geçiş olasılığı

$$\gamma_T(\underline{y}_k, M', M) = \sum_{i=0}^{2^m-1} \gamma_i(\underline{y}_k, M', M) \quad (4.31)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda ileri ve geri olasılıklar,

$$\alpha_k(M) = \frac{\sum_{M'} \gamma_T(\underline{y}_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')}{\sum_M \sum_{M'} \gamma_T(\underline{y}_k, M', M) \cdot \alpha_{k-1}(M')} \quad (4.32)$$

$$\beta_k(M) = \frac{\sum_{M''} p(S_{k+1} = M'', \underline{y}_{k+1}^N \mid S_k = M)}{p(\underline{y}_{k+1}^N \mid \underline{y}_1^k)} \quad (4.33)$$

$$= \frac{\sum_{M''} p(S_{k+1} = M'', \underline{y}_{k+1} \mid S_k = M) \cdot p(\underline{y}_{k+2}^N \mid S_{k+1} = M'')}{p(\underline{y}_{k+1}^N \mid \underline{y}_1^k)}$$

burada $p(\underline{y}_{k+2}^N | S_{k+1} = M'') = p(\underline{y}_{k+2}^N | S_{k+1} = M'', \mathbf{y}_{k+1}, S_k = M)$ dir. Bu durumda $\beta_k(M)$ için yeni oluşacak denklem aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\beta_k(M) = \frac{\sum_{M''} p(S_{k+1} = M'', \mathbf{y}_{k+1} | S_k = M) \cdot \frac{p(\underline{y}_{k+2}^N | S_{k+1} = M'')}{p(\underline{y}_{k+2}^N | \underline{y}_1^{k+1})}}{\sum_{M''} \sum_M p(S_{k+1} = M'', S_k = M, \mathbf{y}_{k+1} | \underline{y}_1^k)} \quad (4.34)$$

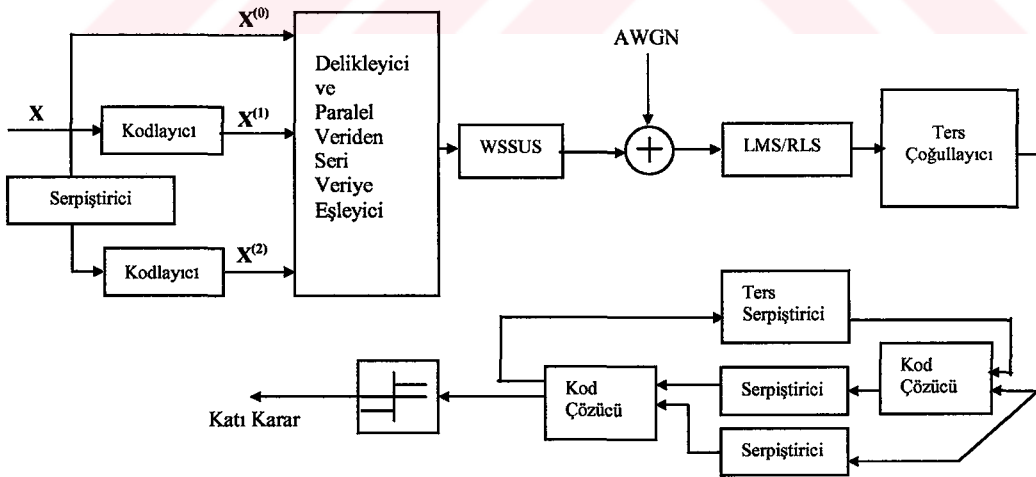
$$= \frac{\sum_{M''} \gamma_T(\mathbf{y}_{k+1}, M, M'') \cdot \beta_{k+1}(M'')}{\sum_{M''} \sum_M \gamma_T(\mathbf{y}_{k+1}, M, M'') \cdot \alpha_k(M)}$$

İleri olasılıklar ($\alpha_k(M)$), kodlayıcının başlangıç durumunun 0 olduğu bilindiğinden dolayı $\alpha_0(0)=1$ alınarak ve dal geçiş olasılıkları γ 'nın da önceden hesaplanmış olduğundan dolayı (4.32) eşitliğine göre hesaplanır. Aynı şekilde $\beta_k(M)$, anlamsız bitlerden dolayı (dummy bits) kodlayıcının bir çerçeve gönderildikten sonraki son durumunun 0 olduğu bilindiğinden $\beta_N(0)=1$ alınarak ve dal geçiş olasılıkları γ 'nın da önceden hesaplanmış olduğundan dolayı (4.34) eşitliğine göre hesaplanabilir. Bu işlemlerden sonra MAP algoritmasının çıkışı (4.27) eşitliğine göre elde edilir.

5. ZAMANLA DEĞİŞEN DENGELENMİŞ KANALLARDA TURBO KODLAMA

Kablosuz haberleşmede kanala verilen analog sinyaller, kanalda çeşitli nedenlerden dolayı bozulurlar. Bu bozulma genel olarak iki şekilde olur; bunlardan birincisi, sinyalin genliğindeki bozulma, diğeri de fazındaki bozulmadır. Bu konular ile ilgili olarak, Turbo kodların 1+D gibi bir önceki sinyali o anki sinyalin üzerine bindiren bellekli kanallardaki sönümlemeli ve faz bozulması etkisi altındaki başarımı (Uçan vd., 2000, 2002)'de, Turbo kafes kodların sönümlemeli ve faz bozulmalı kanallardaki performansları ise (Uçan ve Osman, 2001)'de incelenmiştir.

Bu bölümde, Turbo kodlanmış sinyallerin, zamanla değişen kanal olan WSSUS kanal modeli üzerindeki performansı incelenmiştir. WSSUS kanalından gönderilen turbo sinyaller, Toplamsal Beyaz Gauss Gürültü (AWGN) ile birleşerek alıcıda toplanır. Turbo kod çözücünün performansını gözlemek için WSSUS kanal temellerinden oluşan COST207 (Bilim ve Teknoloji Alanında İşbirliği, Proje No 207) modelleri (istatistiksel modeller) kullanılmıştır (Göse vd., 2003). Kod çözücünden önce, görerek dengeleme (non-blind) algoritmaları olan LMS ve RLS kullanılmıştır. Zamanla değişen dengelenmiş kanallardaki Turbo sistem modeli Şekil 5.1'de gösterilmiştir. Bölüm sonunda Turbo kod çözücü ve onun etkin uygulaması tartışılmış ve simülasyon sonuçları sunulmuştur.



Şekil 5.1 Zamanla değişen dengelenmiş kanallarda Turbo sistem modeli

5.1 1-D (Tek Boyutlu) Adaptif Filtreler İle Dengeleme

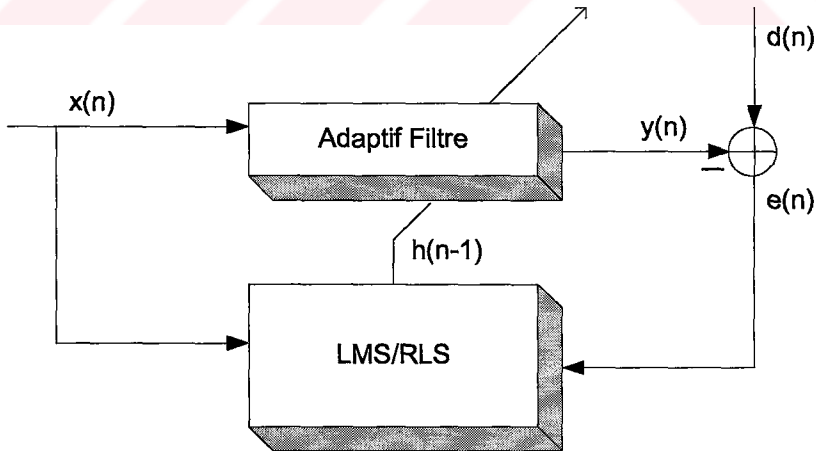
Adaptif filtreler, yapısal özelliklerinden dolayı adaptif ayarlama yapabilen sayısal filtrelerdir. Bu tip filtreler, giriş sinyallerine göre değişebilirler. Değişik sinyal uygulama durumlarındaki

darbe (impulse) cevaplarına göre değişik filtre karakteristikleri isteyen uygulamalarda kullanımı çok yaygındır.

Adaptif filtrelerde 2 giriş uygulanır: Giriş sinyali $x(n)$ ve referans sinyal $d(n)$. Adaptif filtreler kendi katsayılarını devamlı güncelleştirme kabiliyetine sahiptir. Yeni katsayılar filtreye, katsayı üreticisinden gönderilir. Katsayı üreticisi, gelen sinyalin darbe cevaplarına göre katsayıları düzenleyen adaptif bir algoritmadır.

Sayısal filtrelerin, Sonlu Darbe Cevabı (Finite Impulse Response, FIR) ve Sonsuz Darbe Cevabı (Infinite Impulse Response, IIR) gibi özel tipleri vardır. Adaptif filtrelerin gürültü temizleme, doğrusal kestirim, adaptif sinyal iyileştirme ve adaptif kontrol gibi bir çok uygulama alanları vardır.

Adaptif filtrenin blok şeması Şekil 3.1'de görülmektedir. Dengeleyici sistemi, FIR filtrenin ayarlanabilir katsayıları ile modellenmektedir. FIR filtrenin çıkışı $y(n)$, hata sinyalini $e(n)$ oluşturmak için giriş sinyali $d(n)$ ile karşılaştırılır. Hata sinyali $e(n)$, giriş sinyali $d(n)$ ile model çıkış sinyali $y(n)$ arasındaki farkı temsil etmektedir. Daha sonra hata sinyali $e(n)$, filtrenin tap ağırlıklarını güncelleştirmek için adaptif kontrol algoritmasına giriş olarak uygulanmaktadır. $e(n)$ 'nin uygulama süreci, hata sinyali çok küçük değerlere düşürülünceye kadar devam etmektedir.



Şekil 5.2 Adaptif filtrenin blok şeması

Adaptif filtrenin çıkış işareti $y(n)$ şu şekilde ifade edilebilir;

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M-1} h_m(n)x(n-m) = \mathbf{h}(n)^T \mathbf{x}(n) \quad (5.1)$$

burada;

$$\mathbf{h}(n) = \begin{bmatrix} h_0(n) \\ h_1(n) \\ \vdots \\ h_{M-1}(n) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

ve

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-M+1) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

kanal tap katsayıları ve giriş vektörleridir. Giriş sinyalleri ile kestirilmiş sinyaller arasındaki hatanın minimum seviyeye inmesi, en uygun filtre katsayılarının seçilmesi ile mümkündür. Her n anında, hatanın karesinin (5.4) ile en küçük değere düşürülmesi istenir;

$$J_n = e^2(n) = [d(n) - \mathbf{h}(n)^T \mathbf{x}(n)]^2 \quad (5.4)$$

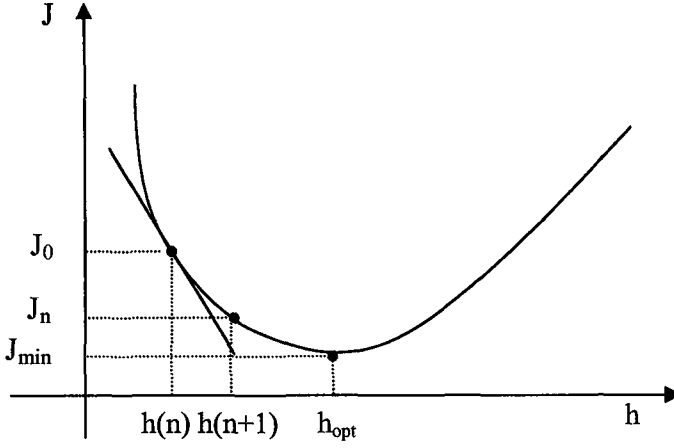
5.2 En Küçük Ortalama Kareler (Least Mean Square, LMS) Algoritması

Karesel hatayı minimize etmek için En Küçük Ortalama Kareler (Least Mean Square, LMS) algoritması kullanılmıştır. Şekil 5.3’de görüldüğü gibi, filtre katsayılarına karşılık gelen basit bir hata fonksiyonu olduğunu farz edelim. Hata fonksiyonunun, filtre katsayılarına $\mathbf{h}(n)$ karşılık gelen eğimi veya ilk türevi

$$\frac{\partial J_n}{\partial \mathbf{h}(n)} = -2e(n)\mathbf{x}(n) \quad (5.5)$$

olarak ifade edilebilir.

$\mathbf{h}_{opt}$ filtre katsayısının, minimum karesel hataya karşılık gelen en iyi veya optimum filtre katsayısı olduğunu kabul edelim. Eğer $\mathbf{h}(n)$, $\mathbf{h}_{opt}$ değerinin sol-yan tarafında ise bir sonraki adımda yer alan filtre katsayısı $\mathbf{h}(n+1)$ sağa doğru kayacaktır (pozitif yöne doğru). Bu durumda eğim negatif olacaktır.



Şekil 5.3 Filtre katsayılarına karşılık gelen basitleştirilmiş hata fonksiyonu

Diğer taraftan $h(n)$, h_{opt} değerinin sağ-yan tarafında ise bir sonraki adımda yer alan filtre katsayısı $h(n+1)$ sola doğru kayacaktır (negatif yöne doğru). Bu durumda ise eğim pozitif olacaktır. Sonuç olarak, gelecek adımda filtre katsayılarının alacağı değerler;

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) + \mu \left(-\frac{\partial J_n}{\partial \mathbf{h}(n)} \right) \quad (5.6)$$

Eğer eğim negatif ise pozitif düzeltme yapılmalı, eğer pozitif ise negatif düzeltme yapılmalıdır. μ ise adaptasyon parametresidir. Eğer çok büyük seçilirse filtre katsayılarında çok büyük bir dalgalanma olur, küçük seçilirse filtre katsayılarına yakınsaması çok uzun zaman alır. Eşitlik (5.5)'i eşitlik (5.6)'nın içine koyduğumuz zaman, (5.7) adaptif kuralı elde ederiz.

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{x}(n) \quad (5.7)$$

Adaptif algoritmayı kısaca özetleyecek olursak:

- Filtre katsayılarını $h(n)$ bir takım sayılarla başlat. Genelde rasgele sayılar kullanılmaktadır.
- $e(n) = d(n) - \mathbf{h}(n)^T \mathbf{x}(n)$ eşitliğini hesapla.
- $\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{x}(n)$ eşitliğini güncelleştir ve bir önceki maddeye devam et.

5.3 Özyineli En Küçük Kareler (Recursive Least Squares, RLS) Algoritması

Adaptif algoritmalarından biri olan LMS algoritmasında, adım büyüklüğü μ sabit alındığından dolayı çalışma bölgesi sınırlanmaktadır. Bu sınırlamayı azaltmak için yapılan çalışmalar sonucunda geliştirilen RLS algoritması, LMS' e göre daha geniş bir çalışma bölgesi sağlamaktadır. Ayrıca normal çalışma koşullarında RLS' in yakınsaması, LMS' e göre daha hızlıdır. Karesel hataların toplamı şu şekilde ifade edilebilir:

$$J_n = \sum_{i=0}^n b^{n-i} e^2(i) = e^2(n) + b e^2(n-1) + \dots + b^n e^2(0) = \sum_{i=0}^n b^{n-i} [d(i) - \mathbf{x}(i)\mathbf{h}(n)]^2 \quad (5.8)$$

burada b terimi, unutma faktörüdür ($0 < b < 1$). Hata kriterini minimize etmek için, filtre katsayılarına göre, hata fonksiyonunun türevi sıfıra eşitlendiğinde:

$$\frac{\partial J_n}{\partial \mathbf{h}(n)} = 2 \sum_{i=0}^n b^{n-i} [-\mathbf{x}(i)][d(i) - \mathbf{x}(i)^T \mathbf{h}(n)] = 0 \quad (5.9)$$

$$\mathbf{R}(n)\mathbf{h}(n) = \mathbf{p}(n) \quad (5.10)$$

elde edilir. $\mathbf{h}(n)$ 'in çözümü

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{R}(n)^{-1} \mathbf{p}(n) \quad (5.11)$$

şeklinde olur.

Biz özyineli çözüm yapmayı düşündüğümüzden dolayı $M \times M$ boyutlu $\mathbf{R}(n)$ matrisi ile $M \times 1$ boyutlu $\mathbf{p}(n)$ vektörünün özyineli ifadelerini göstermek durumundayız:

$$\mathbf{R}(n) = b\mathbf{R}(n-1) + \mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T \quad (5.12)$$

$$\mathbf{p}(n) = b\mathbf{p}(n-1) + d(n)\mathbf{x}(n) \quad (5.13)$$

$\mathbf{R}(n)$ matrisinin tersinin özyineli ifadesi:

$$\mathbf{R}(n)^{-1} = \frac{1}{b} \left[\mathbf{R}(n-1)^{-1} - \frac{\mathbf{R}(n-1)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^T \mathbf{R}(n-1)^{-1}}{b + \mathbf{x}(n)^T \mathbf{R}(n-1)^{-1} \mathbf{x}(n)} \right] \quad (5.14)$$

böylece sonuç;

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(n) &= \mathbf{R}(n)^{-1} \mathbf{p}(n) \\ &= \mathbf{h}(n-1) + \left[\frac{\mathbf{R}(n-1)^{-1} \mathbf{x}(n)}{b + \mathbf{x}(n)^T \mathbf{R}(n-1)^{-1} \mathbf{x}(n)} \right] [d(n) - \mathbf{h}(n-1)^T \mathbf{x}(n)] \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{h}(n-1) + \mathbf{k}(n) e(n|n-1) \quad (5.16)$$

olur. Burada kazanç

$$\mathbf{k}(n) = \left[\frac{\mathbf{R}(n-1)^{-1} \mathbf{x}(n)}{b + \mathbf{x}(n)^T \mathbf{R}(n-1)^{-1} \mathbf{x}(n)} \right] \quad (5.17)$$

ve $\mathbf{h}(n-1)$ ise $n-1$ anında elde edilen en iyi filtre katsayılarıdır. $\mathbf{h}(n-1)$ filtre katsayılarında yapılan deneysel (farazi) hata kestirimi ;

$$e(n|n-1) = d(n) - \mathbf{h}(n-1)^T \mathbf{x}(n) \quad (5.18)$$

olarak tanımlanmıştır.

RLS adaptif algoritması şu şekilde özetlenebilir:

- $\mathbf{h}(n-1)$ filtre katsayılarını rasgele sayılar ile başlat.
- $e(n|n-1) = d(n) - \mathbf{h}(n-1)^T \mathbf{x}(n)$ terimini hesapla.
- μ 'nün adaptasyon parametresi olduğu $\mathbf{h}(n-1) + \mu \mathbf{k}(n) e(n|n-1)$ terimini güncelleştir.
- $\mathbf{R}(n)^{-1} = \mathbf{R}(n-1)^{-1} - \mathbf{k}(n) \mathbf{x}(n)^T \mathbf{R}(n-1)^T$ ifadesini hesapla.
- n 'i arttır ve ikinci maddeden itibaren devam et.

Kazanç;

$$\mathbf{k}(n) = \mathbf{R}(n)^{-1} \mathbf{x}(n) \quad (5.19)$$

olarak ifade edildiğine göre, iki metot kendi arasında karşılaştırılabilir.

RLS metodu;

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{h}(n-1) + \mu \mathbf{R}(n)^{-1} e(n|n-1) \mathbf{x}(n) \quad (5.20)$$

LMS metodu;

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{h}(n-1) + 2\mu e(n-1) \mathbf{x}(n-1) \quad (5.21)$$

olarak tanımlanmaktadır.

LMS algoritmasında kullanılan μ adım büyüklüğü $h(n)$ dizisinin yakınsama karakteristiğini kontrol etmektedir. Bu algoritma sürekli bir adaptif yaklaşım olup, ağırlıklar her örneklenen verinin ardından güncellenir [1]. İşaret ortamıyla ilişkili istatistik durağan ise, bu sürekli adaptasyon işlemi uygun sonuçlar vermektedir.

LMS algoritmasının başlıca üstünlüğü basit olmasıdır. Çünkü bu algoritma, öz ilişki fonksiyonlarının ölçümünü ve matris tersini gerektirmez. Karmaşık hesap gerektiren geniş alanlarda, RLS metodu, LMS metoduna nazaran daha hızlı yakınsar.

5.4 WSSUS Çok Yollu Kanallarda Turbo Kodlamanın Performansı

Bu bölümde, turbo kodlanmış sinyallerin performansı WSSUS çok yollu kanallar üzerinde değerlendirilmiştir. Çalışmamızda, $\frac{1}{2}$ oranlı RSC kodlayıcı, $g=[111:101]$ üretici matrisi, rasgele karıştırıcı ve çerçeve uzunluğu olarak da $N=1024$ bit kullanmıştır. Karıştırıcının tipi, turbo kod çözücü için önemli bir faktördür. Rasgele karıştırıcı, blok karıştırılanlara nazaran daha iyi bir seçimdir.

Simülasyonlarda COST207 TU (Kentsel alan) istatistiksel kanalı kullanılmıştır. TU, COST207’de tanımlanan özel bir kanal tipidir (COST207, 1989). COST207’nin özel kanalları iletim ortamlarına göre dizayn edilmiştir. Bu ortamlar, değişik ortalama güç gecikme spektrumuna karşılık gelir. TU (Tepeliksiz kentsel alan)’nın frekans aralığı 0-7 MHz’dir. Simülasyonlarda kullanılan kanal gecikmeleri için ($\tau/T=0$ ve $\tau/T=1$), kanal katsayıları Çizelge 5.1’de verilmiştir.

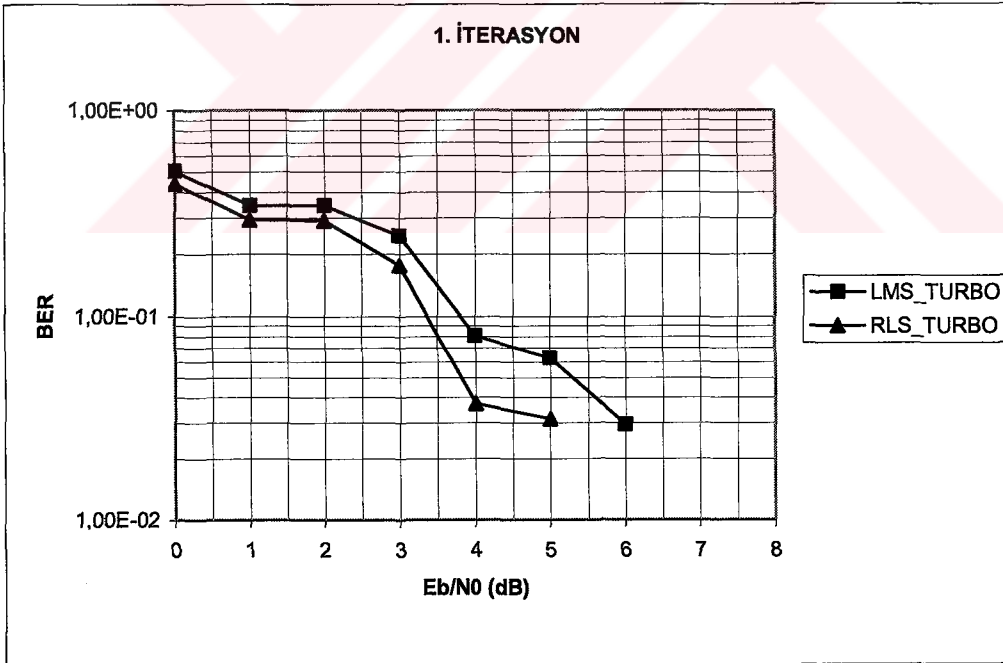
Çizelge 5.1 Değişik zaman gecikmeleri için kanal katsayıları

YOL GECİKMELERİ	KANAL KATSAYILARI	
$\tau/T=0$	0.5042-0.3810i	0.4921-0.7384i
	0.3531-0.5706i	0.4942+0.2724i
$\tau/T=1$	0.3378-0.2469i	0.0901-0.2802i
	-0.1666+0.1561i	-0.3059+0.3332i

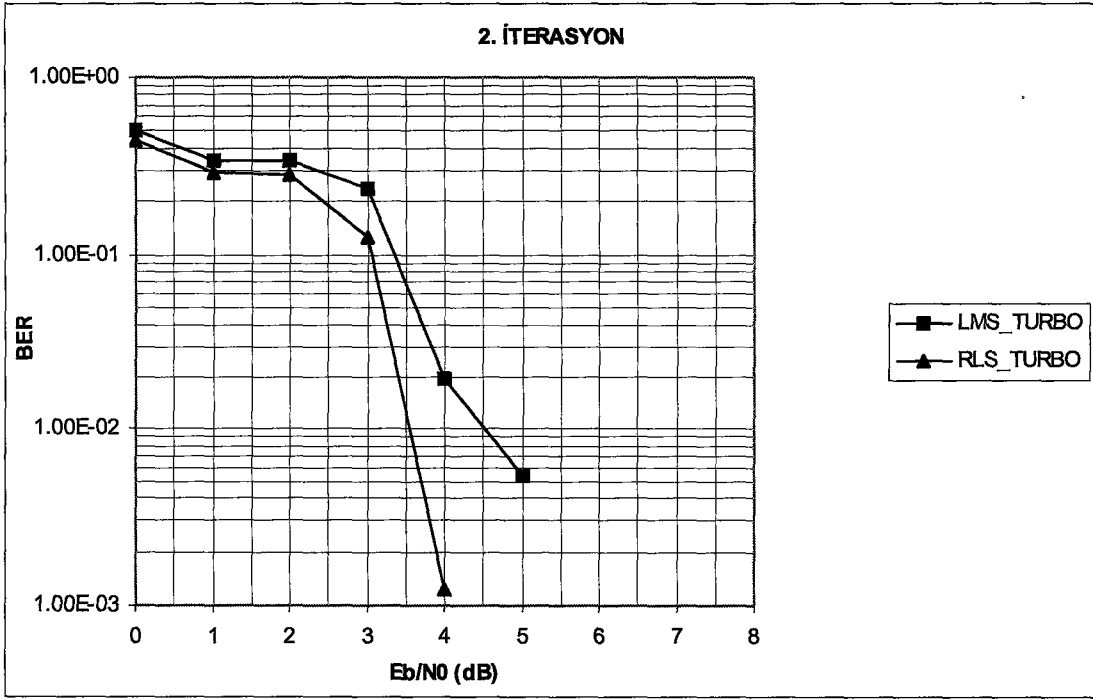
$\tau/T=0$ ve $\tau/T=1$ için, Turbo kod çözücünün bit hata performansı, COST 207 TU üzerinde RLS ve LMS kanal dengeleme algoritmaları ile çeşitli iterasyonlar için karşılaştırılmıştır. Uygulaması yaygın olan LMS yaklaşımı , stokastik gradyan araştırması yaptığı için daha yavaş kalmaktadır. Diğer taraftan RLS algoritması daha hızlı yakınsamıştır.

Simülasyon sonuçlarında, iterasyon sayısı arttıkça bit hata oranlarının (BER) azaldığı açıkça görülmektedir. Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, 3 iterasyondan sonra BER’de önemli bir düşüş gözlenmediği için, iterasyonlar 3. iterasyondan sonra kesilmiştir. Aynı SNR değerlerinde, kullanılan algoritmalarla göre farklı performanslar elde edilmiştir.

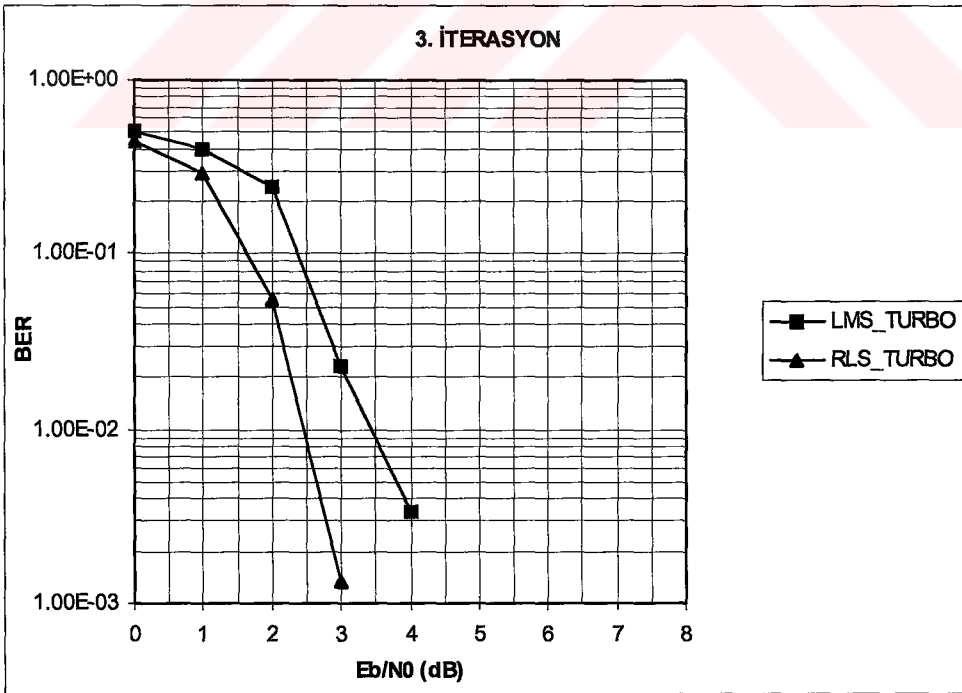
$\tau/T=0$ kanal gecikmesi için, Şekil 5.5’de RLS_TURBO’nun 4 dB’deki performansı 10^{-3} BER’e yaklaşmaktadır. Şekil 5.6’da bu performans 3 dB civarlarında görülmektedir. $\tau/T=1$ kanal gecikmesi için ise, Şekil 5.9’da RLS_TURBO’nun 5 dB’deki performansı 10^{-2} BER’e ulaşmaktadır. Bütün grafiklerde LMS_TURBO’nun performansının RLS_TURBO performansına göre düşük olduğu gözlenmiştir.



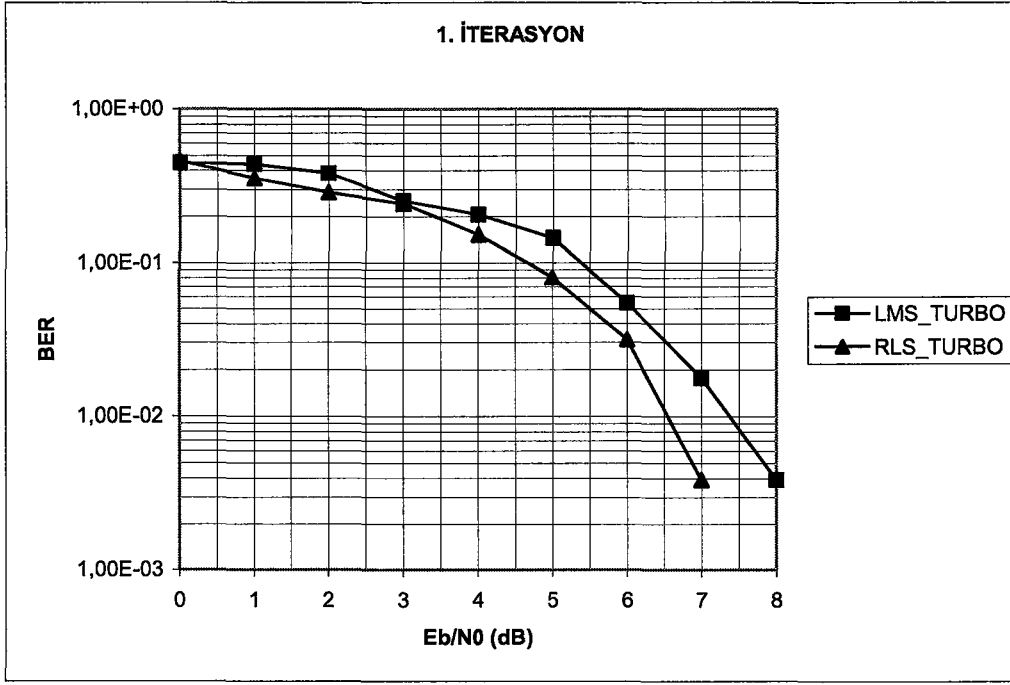
Şekil 5.4 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (1. İterasyon, $\tau/T=0$)



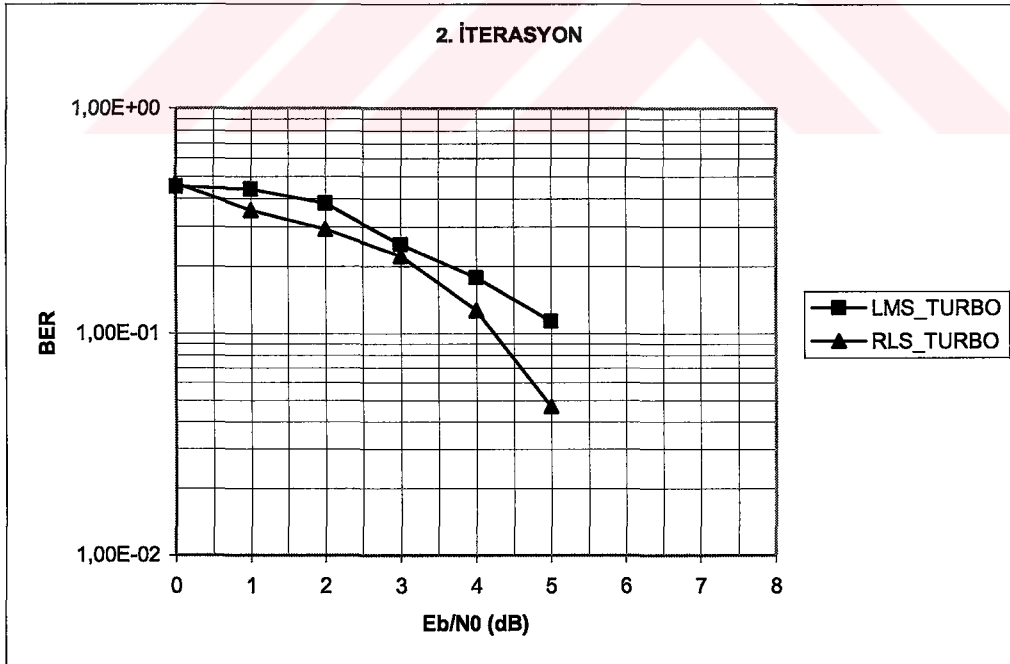
Şekil 5.5 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı
(2. İterasyon, $\tau/T=0$)



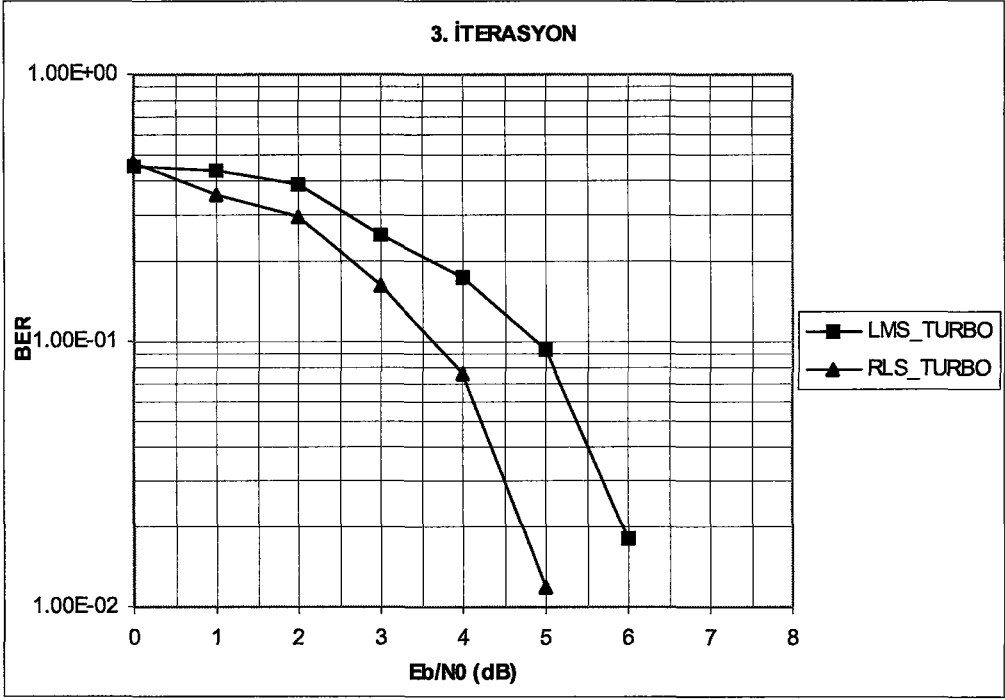
Şekil 5.6 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı
(3. İterasyon, $\tau/T=0$)



Şekil 5.7 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (1. İterasyon, $\tau/T=1$)



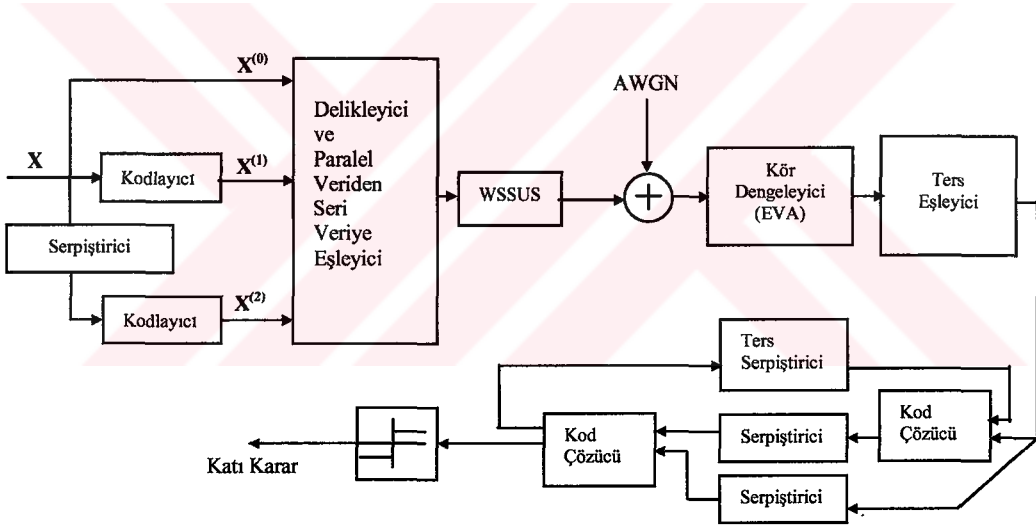
Şekil 5.8 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı (2. İterasyon, $\tau/T=1$)



Şekil 5.9 LMS ve RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanalda Turbo performansı
(3. İterasyon, $\tau/T=1$)

6. KÖR DENGELENMİŞ WSSUS KANALLARDA TURBO KODLAMA

Verici antenden yayılan radyo dalgaları, çeşitli fiziksel engeller nedeniyle yansyarak, kırılarak ve bazen de saçılma uğrayarak alıcıya ulaşır. Birbirinden farklı yollardan gelen bu sinyaller farklı zaman gecikmelerine, farklı faz ve genlik değerlerine sahiptirler. Çok yollu yayılımın bu etkisiyle farklı yollardan gelen sinyallerin fazları birbirlerini kuvvetlendirecek ya da birbirlerini yok edecek şekilde (sönümlenme) alıcıda toplanırlar. Farklı gecikmelerle gelen sinyaller ise veri bloklarındaki sembollerin birbirine karışmasına (Intersymbol interference, ISI) sebep olurlar. Çok yollu yayılım ortamında ISI'yı en düşük seviyeye düşürmek ve hata başarımını arttırmak için Turbo kodlama bu bölümde kör (blind) dengeleme ile birlikte WSSUS çok yollu kanallara uygulanmıştır (Göse vd., 2004a). Buradaki kör dengeleyici, EVA (Eigen Vector Algorithm) olarak adlandırılmıştır. Kör dengelenmiş zamanla değişen kanallarda Turbo sistem modeli Şekil 6.1'de verilmiştir.



Şekil 6.1 Kör dengelenmiş zamanla değişen kanallarda Turbo sistem modeli

6.1 Kör Dengeleyici (Öz Vektör Algoritması, EVA)

Kör doğrusal dengeleme için, öz vektör yapısında kapalı-form çözümü iteratif olarak güncelleştiren bir çözüm 1994 yılında bulundu (Jelonnek ve Kammeyer, 1994), ve bu çözüme “EVA çözümü” adı verilmiştir.

RLS algoritmasına benzeyen EVA şu özelliklere sahiptir:

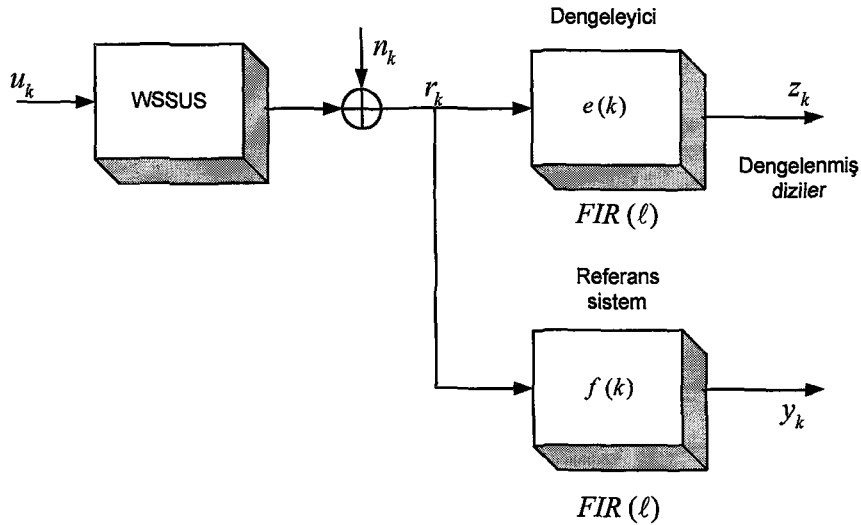
- Birkaç iterasyon sonra, EVA optimum doğrusal dengeleme çözümüne yakınsar. Mükemmel bir yakınsaması vardır. Bunun için yeterli sayıda veri örneklerine ihtiyaç duyar.

- Sabit modüle edilmiş sinyaller için kör EVA yaklaşımı, kör olmayan RLS algoritması kadar hızlı yakınsayabilir.
- Sonlu ve sonsuz darbe cevabı olan doğrusal zamanla değişmeyen kanallarda daha çok kullanılır.
- İlintisiz durağan toplamsal Gauss gürültülerinin olduğu kanallarda kullanılması uygundur.

Burada vurgulanmak istenen; kapalı formda bir ifadenin olması EVA'nın yakınsama hızını ayarlamaktadır. EVA'nın, RLS gibi mükemmel yakınsaması kapalı-form çözümünü iteratif olarak güncelleştirmesidir. Çözümün en son aşamasında korelasyon ve birikmiş kestirim hatalarını kendi denklem sisteminden temizlemesi ile çabuk yakınsamaktadır.

Kör kanal kestiriminin ana prensibi, kanal parametrelerini alıcıya gelen sinyalden elde edebilmektir. Örnek olarak, eğitim dizilerini kullanıp giriş verilerine bakmadan alıcıdaki sinyal bilgilerine bakarak, kanal parametrelerini kestiren algoritmalar geliştirilmiştir (Boss vd., 1998).

Şekil 6.2'de EVA (Kör) dengeleyicinin blok şeması verilmiştir. Gönderilen veri u_k , birbirinden ilintisiz ve benzer dağılımlı (i.i.d.) dizi özelliği taşıyıp, sıfır ortalamalı, varyanslı (σ_u^2), bükülme (eğrilik) (γ_3''), ve kurtosis'e (γ_4'') sahip rastgele değişkenlerden oluşmaktadır (Boss vd., 1998).



Şekil 6.2 EVA (Kör) dengeleyicinin blok şeması

Bükülme (eğrilik) (γ_3^u) ve kurtosis (γ_4^u) şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\gamma_3^u \cong E\{(u(k))^3\} \quad (6.1)$$

$$\gamma_4^u \cong E\{|u(k)|^4\} - 2\sigma_u^4 - |E\{u^2(k)\}|^2 \quad (6.2)$$

Burada $E\{\cdot\}$ istatistiksel beklentiyi ifade etmektedir. Her sembol periyodunda, $u(k)$, sonlu kümeden genellikle kompleks bir değer alır. Bu yüzden dolayı, kanalın rasgele giriş işlemi, kurtosisi sıfırdan farklı olan ve Gauss dağılımı göstermeyen bir işlem olur. Bunun yanında bükülme kaybolur ($\gamma_3^u = 0$), çünkü Faz Kayma Anahtarlama (PSK), Genlik Kayma Anahtarlama (ASK) gibi sayısal modülasyon tipleri çift olasılık dağılım fonksiyonlarına sahiptir.

Kompleks kanal olarak, WSSUS çoklu kanal modelini kullanılmıştır. Kanalımızın kısa zaman aralığı için değişmediğini farz ettik. Alıcıdaki sinyalizme $v(k)$, kanaldaki bozulmanın yanı sıra ilintisiz durağan sıfır ortalamalı toplamsal beyaz Gauss gürültüsü eklenmiştir.

Alıcı kısmında, aynı derece özelliklerine sahip, Sonlu Darbe Cevablı (Finite Impulse Response, $FIR-(\ell)$) dengeleyici ve filtre ($f(k)$) bulunmaktadır. $FIR-(\ell)$ dengeleyicisinin darbe cevabı $e(k) = e(0), \dots, e(\ell)$ olarak tanımlanmıştır. $f(k)$ filtresi ise daha sonra yapılacak iterasyonlar için eğitim dizileri (referans diziler) üretmektedir. Bu özelliğinden dolayı buna “referans sistem” denilmiştir. Katsayıları $f(0), \dots, f(\ell)$ olup, sabittir. $FIR-(\ell)$ dengeleyicisinin çıkış dizisi $x(k)$, $f(k)$ filtresinin çıkış dizisi ise $y(k)$ ’dır. Bütün sinyal ve sistemler, band geçiren haberleşme sistemlerinde kullanılan ana band yapısında kullanıldığı gibi kompleks yapıdadır.

6.1.1 Kör “EVA” Çözümü

Kör dengelemede ana amaç, MMSE (ℓ, k_0) dengeleyici katsayılarını, gönderilen verilere bakmadan tespit edebilmektir (Boss vd, 1998). Sadece alıcıdaki diziler r_k , dengeleyici katsayılarını bulmak için yeterlidir. Shalvi ve Weinstein’in maksimum kurtosis kriterine benzer olarak (Shalvi ve Weinstein, 1990, 1993), EVA’nın çözümü, maksimum “karşılıklı-kurtosis” kalite fonksiyonuna bakar. Jelonnek ve Kammeyer, (1994)’de gösterdiği gibi

$$c_4^{zy}(0,0,0) = E\left\{|z_k|^2 |y_k|^2\right\} - E\left\{|z_k|^2\right\} E\left\{|y_k|^2\right\} - \left|E\left\{z_k^* y_k\right\}\right|^2 - \left|E\left\{z_k y_k\right\}\right|^2 \quad (6.3)$$

z_k ve y_k arasındaki çapraz kurtosis, dengeleyeci kalitesi için önemli bir ölçüdür. Çapraz kurtosis maksimuma çekilecek olursa,

$$\text{maksimum} \left| c_4^{zy}(0,0,0) \right| \begin{cases} r_{zz}(0) = \sigma_u^2 \\ \text{eşitliği kabul edilerek} \end{cases} \quad (6.4)$$

dengeleyicinin çıkışına z_k bakılmadan, bu skaler kalite fonksiyonu, dengeleyici girişi r_k ile ifade edilebilir. (6.3) eşitliğinde z_k yerine r_k konulup (6.5) eşitliği elde edilir.

$$z_k = r_k * e(k) = \mathbf{r}_k^* \mathbf{e} \quad (6.5)$$

(*) konvolüsyon işaretidir. Eşitlik (6.4) kullanılarak, eşitlik (6.6)'nın maksimumu bulunur.

$$\text{maksimum} \left| \mathbf{e}^* \mathbf{C}_4^{yr} \mathbf{e} \right| \begin{cases} \mathbf{e}^* \mathbf{R}_{rr} \mathbf{e} = \sigma_u^2 \\ \text{eşitliği kabul edilerek} \end{cases} \quad (6.6)$$

Burada, $(l+1) \times (l+1)$ boyutundaki Hermitian matrisi

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_4^{yr} \cong & E\left\{|y_k|^2 \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^*\right\} \\ & - E\left\{|y_k|^2\right\} E\left\{\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^*\right\} \\ & - E\left\{y_k \mathbf{r}_k\right\} E\left\{y_k^* \mathbf{r}_k^*\right\} \\ & - E\left\{y_k^* \mathbf{r}_k\right\} E\left\{y_k \mathbf{r}_k\right\} \end{aligned} \quad (6.7)$$

4. derece çapraz-toplamsal matrisi $\mathbf{C}_4^{yv}$ içerir. 4. derece çapraz-toplamsal matrisi eşitlik (6.8)'de gösterilmiştir:

$$\left[\mathbf{C}_4^{yv} \right]_{i_1, i_2} = c_4^{yv}(-i_1, 0, -i_2) \quad (6.8)$$

Bu eşitlikte $i_1, i_2 \in (0, 1, \dots, \ell)$ aralığında değişip, i_1 satırları, i_2 ise sütunları temsil etmektedir.

Kalite fonksiyonu (6.6), dengeleyici katsayılarında kuadrattır. Optimizasyonu, genel öznelilik problemlerinde kapalı form ifadeyi ortaya çıkarır (Jelonnek ve Kammeyer, 1994).

$$\mathbf{C}_4^{yr} \mathbf{e}_{EVA} = \lambda \mathbf{R}_{rr} \mathbf{e}_{EVA} \quad (6.9)$$

formülü “EVA eşitliği” olup, katsayı vektörü

$$\mathbf{e}_{EVA} \cong [e_{EVA}(0), \dots, e_{EVA}(\ell)]^T \quad (6.10)$$

olarak tanımlanmıştır. $\mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{C}_4^{yr}$ teriminin öz vektörü ile öz değerin (eigen-value) λ maksimum genlik değerinin birleştirilmesi ile elde edilen çözüme “EVA-(ℓ) çözümü” adı verilmekte ve kör dengeleme problemlerinde kullanılmaktadır.

6.2 Kör ve Açık (Non-blind) Dengelenmiş WSSUS Kanallarda Turbo Performansı

Turbo kodlanmış sinyaller, kodlayıcı kısmından WSSUS çok yollu kanal ortamına gönderildikten sonra AWGN gürültüsünün de sinyallerin üzerine bindiği düşünülmüştür. Gürültülü sinyaller, WSSUS ortamında sönmüleme, faz kayması ve Doppler kaymasından dolayı aşırı derece bozulmuş ve kanal dengelenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Kanal dengelemek için kör (EVA) ve açık (LMS, RLS) kanal dengeleme algoritmaları kullanılmıştır. Simülasyonlarda, $\frac{1}{2}$ oranlı RSC kodlayıcı, $\mathbf{g}=[111:101]$ üretici matrisi, rasgele karıştırıcı ve çerçeve uzunluğu olarak da $N=1024$ bit kullanmıştır.

Mobil haberleşme sistemlerinde, çok yollu radyo kanallarının zamanla değişen temel band darbe cevabı kesin gözlem zamanları (t) ve yol gecikme zamanları (τ) ile ifade edilmektedir. Simülasyonlarda stokastik sıfır ortalamalı Gauss Durağan İlintisiz Saçılmalı (GSUS) kanal modeli kullanılmış ve bu kanalın darbe cevabı (Hoeher, 1992);

$$h^c(\tau, t) = \frac{1}{\sqrt{N_e}} \sum_{v=1}^{N_e} e^{j(2\pi f_{d,v} t + \Theta_v)} \cdot g_{TR}(\tau - \tau_v) \quad (6.11)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada N_e toplam yol sayısı, $g_{TR}(\tau)$ ise birleşik verici/alıcı filtrenin darbe cevabıdır. Sürekli zaman darbe cevabı $h^c(\cdot)$, eşitlik (6.11)’de 3 boyutlu (3D) ifade edilmiştir: $f_{d,v}$ Doppler frekansı, Θ_v başlangıç fazları ve τ_v ise yol gecikme zamanlarıdır.

Simülasyonda kanal tipi olarak COST207 TU (Kentsel alan) istatistiksel kanal modeli seçilmiştir. COST207 TU kanal modelinin darbe cevabı eşitlik (6.11)’e göre elde edilmiştir. Her iki zaman eksenini GSM sembol (bit) periyodu olan $T \approx 3.7 \mu s$ ile normalize edilmiştir. Mobil aracın hızı 100 km/saat ve taşıyıcı frekans ise 950 MHz olarak alınmıştır. Bu durumda maksimum Doppler kayması $f_{d,max} = 88 \text{ Hz}$ olacaktır. Eşitlik (6.11), t zaman ekseninde değerlendirildiğinde minimum Doppler periyodu $T_{d,min} = 1 / f_{d,max} = 3080T = 11.4 \text{ ms}$.

olacaktır. Simülasyonlarda, COST207 TU kanal darbe cevabının $\tau/T=0.25$ ve $\tau/T=0.50$ yol gecikmelerine ait olan için 4 kanalı kullanılmıştır (Göse vd., 2004).

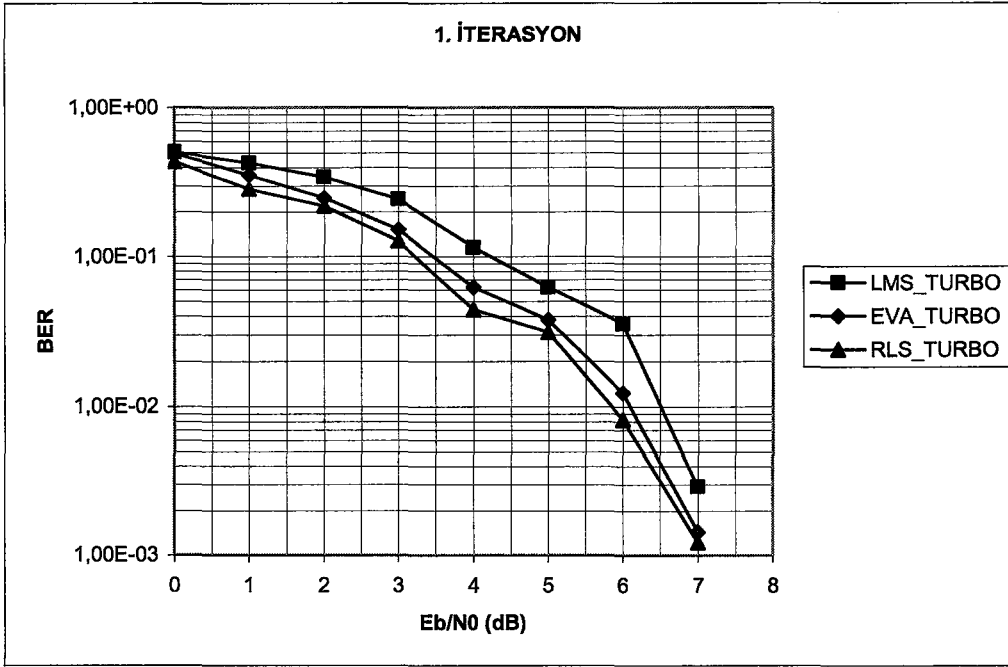
$\tau/T=0.25$ ve $\tau/T=0.50$ için, COST 207 TU kanal modelinde Turbo kod çözücünün çeşitli kanal dengeleme algoritmaları (LMS, RLS ve EVA) ile bit hata performansı (BER), değişik iterasyonlar için karşılaştırılmıştır.

Kör kanal dengelemesi (EVA) için, öz vektör problemi kapalı-form şeklinde olup, çözümüne “EVA çözümü” denmektedir. RLS’e benzer olarak EVA, kapalı-form çözümünü iteratif olarak gerçekleştirir. Simülasyon sonuçlarında, iterasyon sayısı arttıkça bit hata oranlarının (BER) azaldığı açıkça görülmektedir. Fakat aynı SNR değerlerinde, kullanılan algoritmalara göre farklı performanslar elde edilmiştir.

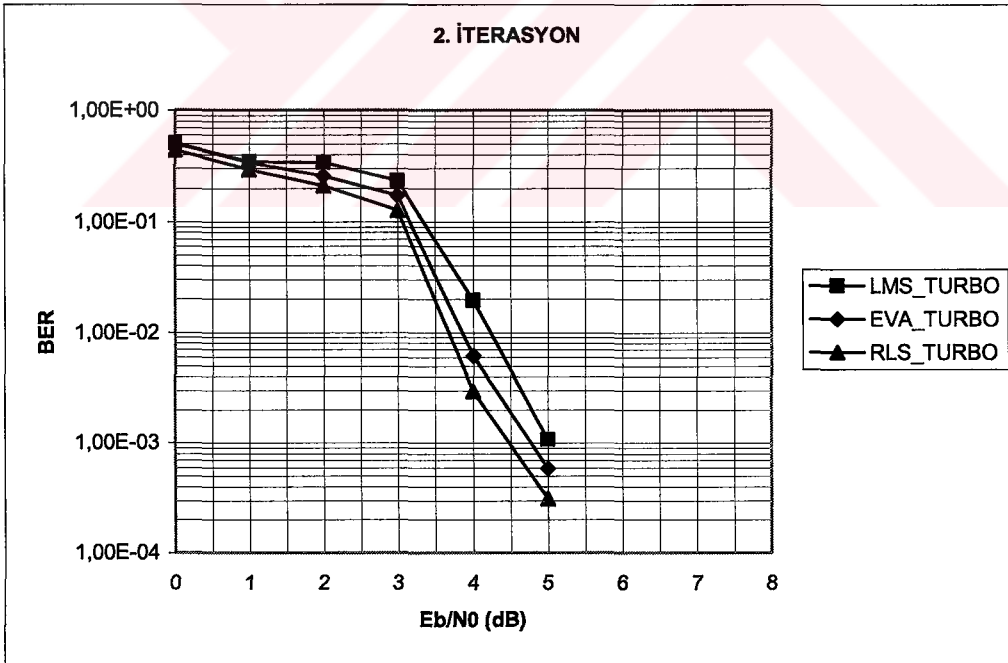
Şekil (6.3-6.8)’de LMS_TURBO performansının EVA_TURBO ve RLS_TURBO’ya göre daha düşük olduğu gözlenmiştir. En iyi performans, açık dengeleme yapan RLS_TURBO için tespit edilmiştir. Her iki yol gecikmesinde ($\tau/T=0.25$ ve $\tau/T=0.50$), 3 iterasyon sonra EVA_TURBO’nun performansı RLS_TURBO’ya performansına yaklaşmaktadır. Burada EVA_TURBO, doğrusal dengeleme çözümü yönünden iyi bir performans sergilemektedir.

RLS_TURBO ve EVA_TURBO’nun, $\tau/T=0.25$ için, Şekil 6.3’de SNR=7 dB’de 10^{-3} BER’e yaklaştığı ve Şekil 6.5’de ise SNR=5’de 10^{-4} BER’e yaklaştığı görülmüştür.

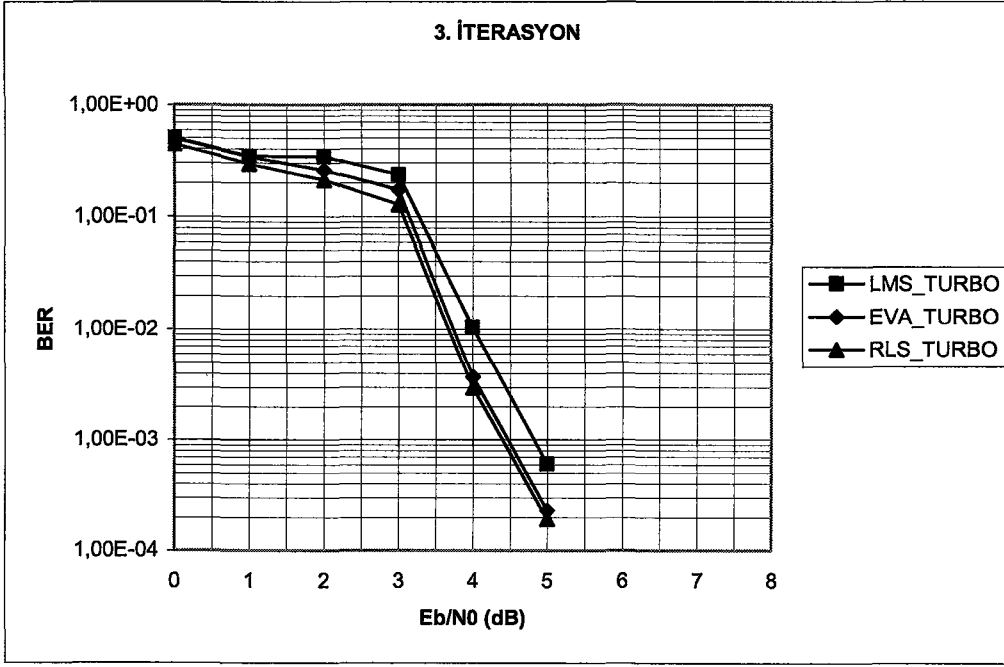
Şekil 6.6’da, $\tau/T=0.5$ için, 8 dB’de, üç algoritmanın BER’i 10^{-3} ’e yaklaşmıştır. Şekil 6.7 ve Şekil 6.8’de, 6 dB’de RLS_TURBO ve EVA_TURBO’nun BER performansı 10^{-4} ’e yaklaşmıştır. $\tau/T=0.25$ için BER performansı $\tau/T=0.50$ ’e göre daha iyi sonuç vermiştir.



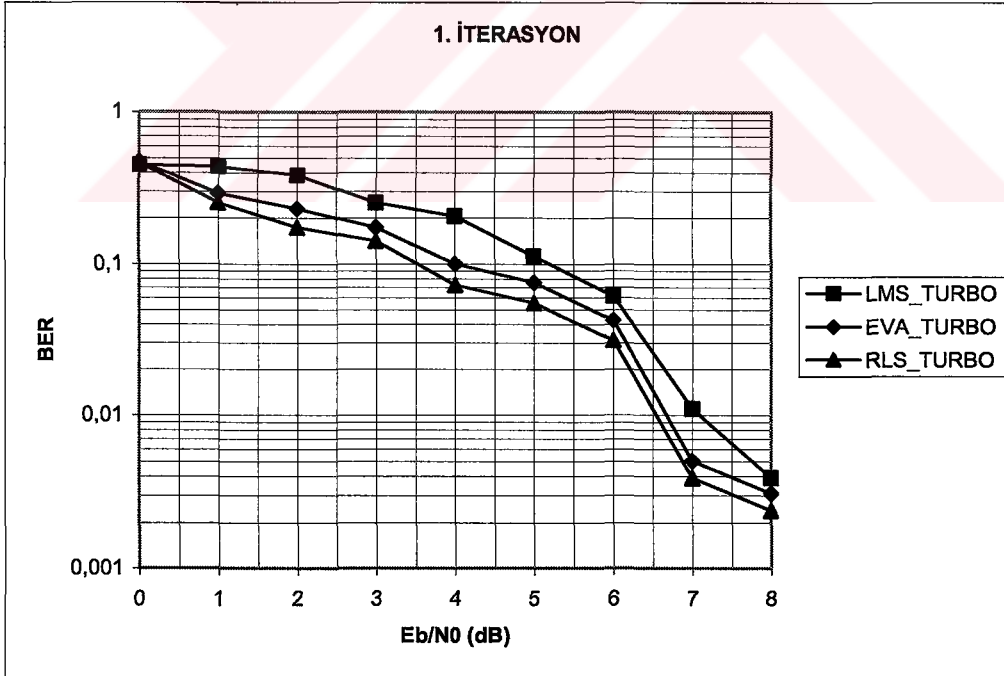
Şekil 6.3 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(1. İterasyon, $\tau/T=0.25$)



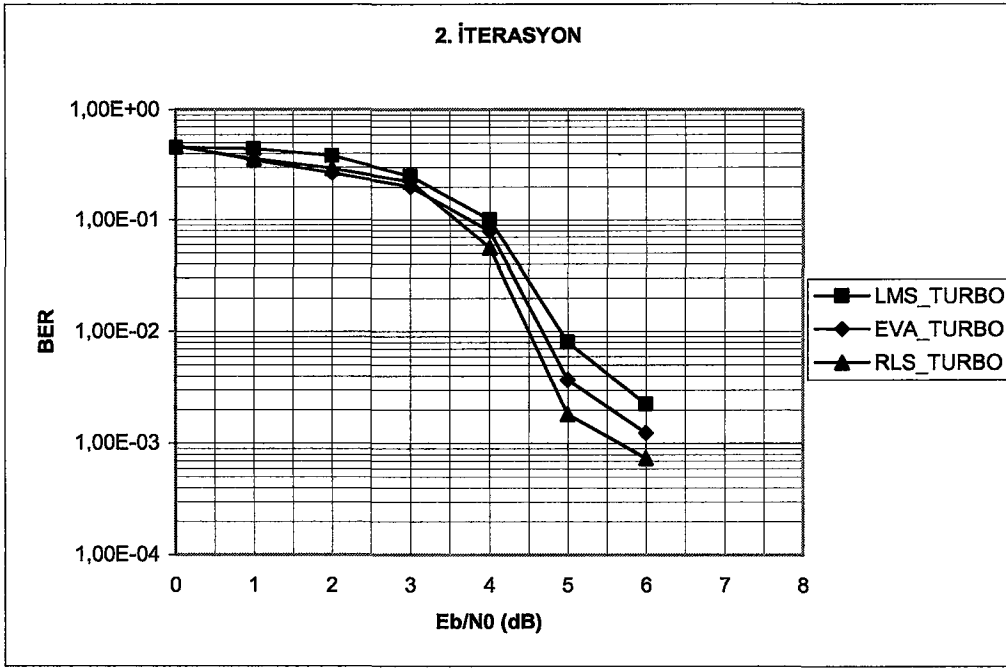
Şekil 6.4 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(2. İterasyon, $\tau/T=0.25$)



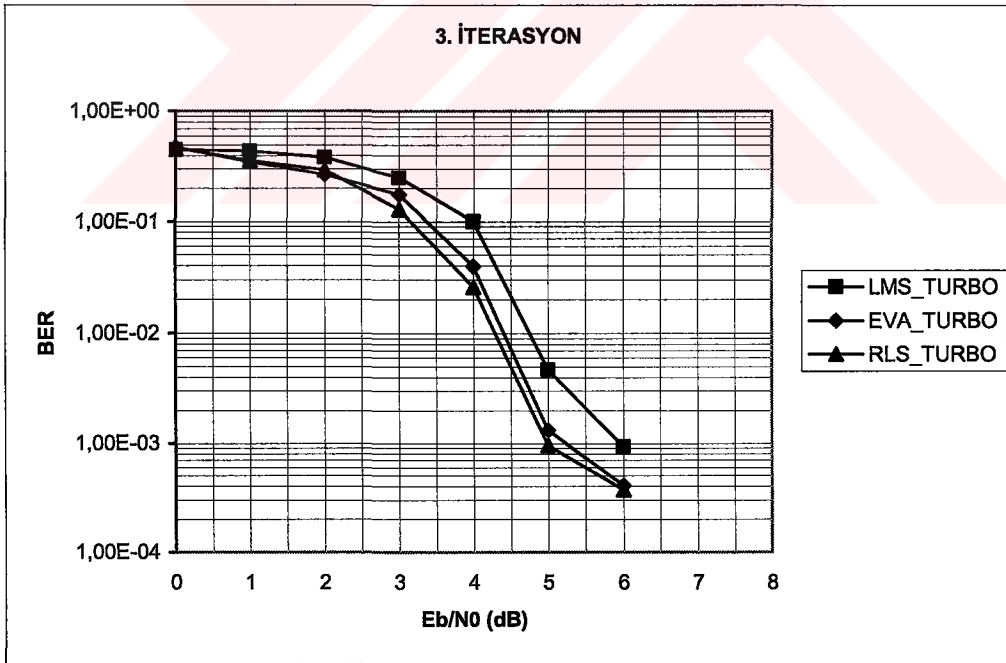
Şekil 6.5 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(3. İterasyon, $\tau/T=0.25$)



Şekil 6.6 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(1. İterasyon, $\tau/T=0.5$)



Şekil 6.7 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(2. İterasyon, $\tau/T=0.5$)



Şekil 6.8 Kör ve açık dengelenmiş COST207 TU kanalında Turbo hata başarımı
(3. İterasyon, $\tau/T=0.5$)

7. ZAMANLA DEĞİŞEN KANALLARDA ÇOKLU SEVİYE TURBO KODLAMA

Bu bölümde hata başarımını arttırmak için, Turbo kodlamanın yeni bir türü olan Çoklu Seviye Turbo Kodlama “Multilevel-Turbo Codes (ML-TC)” tekniği önerilmiş ve bu kodlama tekniği, WSSUS (Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering) kanal modellerine uygulanmıştır (Uçan vd., 2005; Osman vd., 2005). ML-TC tekniğinin ana prensibi, gelen sinyali çeşitli seviyelere ayırtırmak (Ungerboeck, 1982) ve her seviyede Turbo kodlamayı ayrı olarak gerçekleştirmektir. Çoklu seviye Turbo kodlama yapısında, paralel olarak gelen giriş veri dizileri, çoklu seviye kodlama bölümünde kodlanır ve herhangi bir kodlama tipine eşlenir (Fazel ve Papke, 1995). Bu kodlama tipleri MPSK, MQAM ve buna benzer kodlar olabilirler.

WSSUS kanallarda aşırı derece sönümleme ve faz kaymaları olduğu için, alıcıya gelen sinyallerin Turbo kod çözücüyeye girmeden önce kör ve açık bir dengeleyiciden geçirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. ML_TC yapısında, WSSUS çok yollu kanalından geçen sönümlenmiş ve kirlenmiş sinyal dizisi öncelikle bir dengeleyici bloğundan geçirilmiştir. Daha sonra Turbo kod çözücünün 1. seviyesine verilmiştir. İlk sinyal dizisi Turbo kod çözücü bloğunun 1. kod çözücüsünde kestirilmiş ve sonradan sırasıyla gelen giriş dizileri, önceki kod çözücü seviyelerinden gelen kestirilmiş girişler ile hesaplanmıştır.

ML-TC tekniğine, uygulamalı bir örnek olarak, 4PSK 2 Seviyeli-Turbo Kodlama (2 Level-Turbo Codes, 2L-TC) tipi seçilmiştir. Hata başarım performansını ölçmek için de WSSUS kanal yapısı ile modellenen COST 207 (Cooperation in the field of Science & Technology, Project #207) kanal modeli seçilmiştir.

Dengeleme algoritmaları ile dengelenmiş 4PSK 2L-TC sinyalleri, düşük SNR değerlerinde 8PSK Turbo Kafes Kodlama Modülasyonlu (TTCM) sinyaller ile karşılaştırıldığında önemli bir performans kazancı sergilemiştir. Önerilen 2 Seviyeli-Turbo Kodlama yapısının simülasyon sonuçları, 8PSK-TTCM’e göre her sinyal-gürültü oranı için 5.5 dB’e varan kodlama kazancı sağlamıştır.

Kör dengeleyici ile dengelenmiş 2L-TC tekniği, belli bir SNR değerinden sonra kör olmayan dengeleme yapılarına göre daha iyi sonuç vermektedir. Önerilen kodlama tekniği, WSSUS kanallarda, klasik kodlama tekniklerine göre her SNR değerinde daha iyi sonuçlar vermiştir.

Kafes tabanlı yapılarda bit hata başarımını arttırmak için bir çok bilim adamı üzerinde çalışmıştır. Bu bilim adamları yalnızca kanal parametreleri üzerinde durmamışlar (Uçan, 1996; Osman ve Uçan, 2002), aynı zamanda çoklu seviye kodlamalar ile ilgilenmişlerdir (Imai ve Hirakawa, 1977; Yamaguchi ve Imai, 1987; Pottie ve Taylor, 1989; Calderbank,

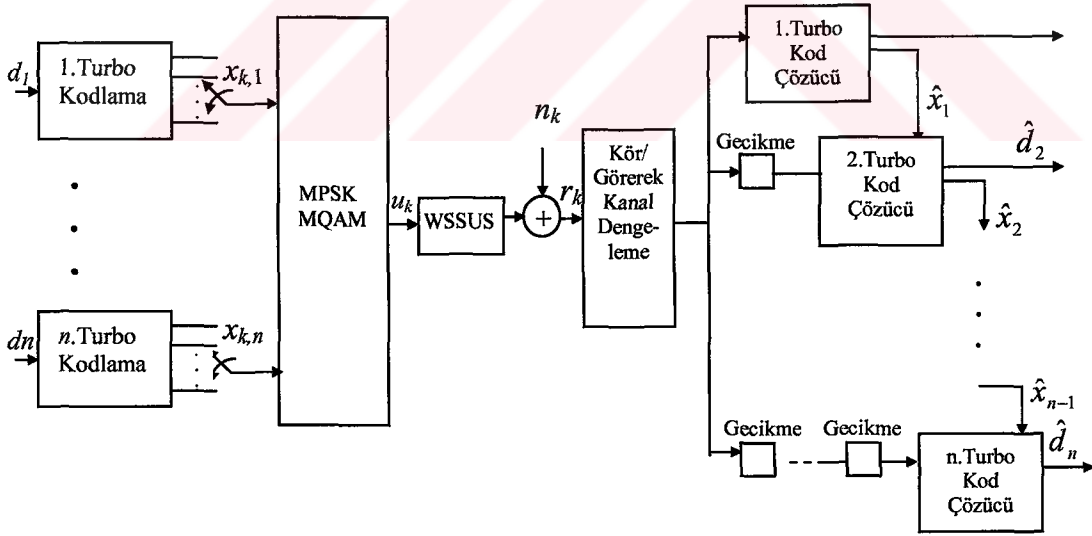
1989). Çoklu seviye kodlamalar band ve güç verimliliği sağlamakla beraber önemli bir kodlama kazancı ve karmaşık olmayan kodlama yapısı ortaya koymaktadır.

Bugüne kadar Turbo tabanlı sistemlerin performansını arttırmak için bir çok metotlar denenmiştir. Aynı amaç doğrultusunda, bu çalışmada Turbo kodların yeni bir tipi olan Çoklu Seviye-Turbo Kodlamayı (ML-TC) tekniği önerilmiştir.

Çoklu Seviye-Turbo Kodlayıcılar, seviye (level) diye tanımlanan her birimde kodlamayı gerçekleştirirler. Her seviyede kodlanan sinyaller, uygun modülasyon tiplerine eşleştirilirler. ML-TC’de eşit sayıda kodlayıcı ve kod çözücü olduğu için, çok seviyeli kodlayıcının her seviyesine karşılık, kod çözücü bölümünde bir katman (stage) vardır. Ayrıca 1. kod çözücü katmanı dışında, diğer kod çözücü katmanlarının giriş bitleri, bir önceki katmandan gelen kestirilmiş bilgi bitleridir.

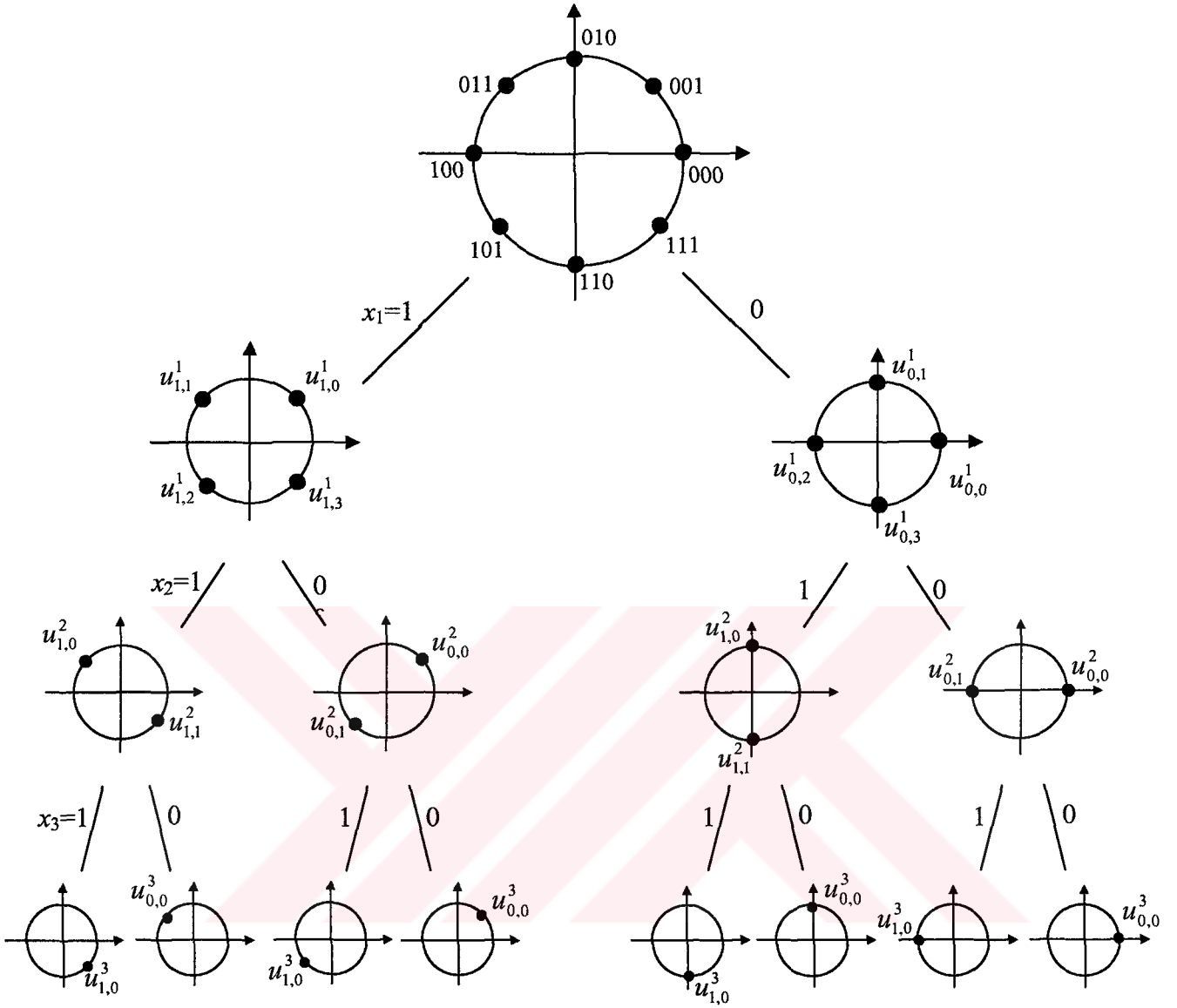
7.1 Çoklu Seviye Turbo Kodlayıcı

Çoklu seviye Turbo kodlayıcı ve Turbo kod çözücüleri, Şekil 7.1’de görüldüğü gibi birbirine paralel turbo kodlayıcı/kod çözücülerden meydana gelir. Çoklu seviye Turbo kodlayıcının her seviyesindeki turbo kodlayıcıya karşılık, alıcının her katmanında bir kod çözücü vardır.



Şekil 7.1 ML-TC yapısının blok şeması

İlk olarak, giriş bit dizileri seri durumdan paralel duruma çevrilir. Her turbo kodlayıcıya bir bit dizisi girer ve kodlama her seviyede aynı anda gerçekleştirilir. Birbirine paralel bütün turbo kodlayıcıların çıkışları deliklenir (punctured), Şekil 7.2’de gösterilen grup kümelerine ayırıştırma tekniği ile herhangi bir modülasyon tipine eşlenir (mapping).



Şekil 7.2 3L-TC yapısının grup kümelerine ayrıştırılması

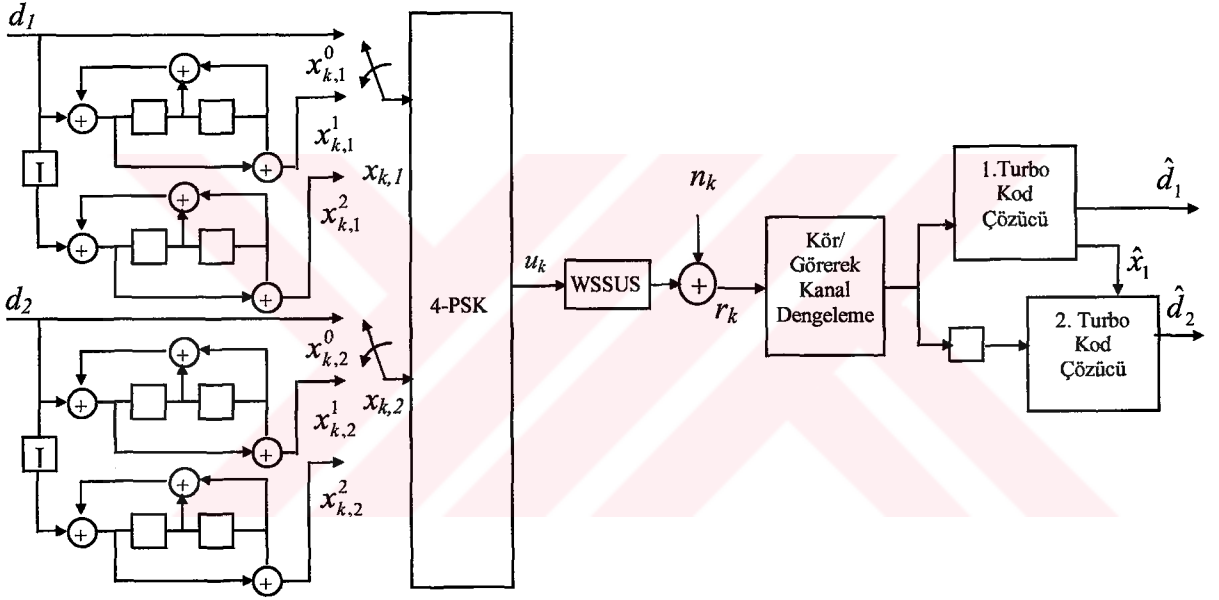
Eğer d_k , çoklu seviye kodlayıcının k zamanındaki girişi kabul edilirse, kodlayıcı çıkışı

$$x_k = f(d_k) \quad (7.1)$$

olarak ifade edilir. $f(.)$ kodlayıcının yapısına uygun olmalıdır. $x_{k,1}$, grup ayrıştırmasında, sinyal setinin iki alt gruba ayrıldığı 1. seviye kodlayıcıdaki çıkış bitidir. Eğer $x_{k,1} = 0$ ise birinci alt küme seçilir. Eğer $x_{k,1} = 1$ ise ikinci alt küme seçilir. $x_{k,2}$, 2. seviye kodlayıcı çıkış bitidir ve aynı 1. seviyede olduğu gibi kümeyi, alt kümelere ayırır. Kümelere ayırma işlemi son ayrıştırma seviyesine kadar devam eder. Çoklu seviye Turbo kodlamada grup

ayrıştırmasını daha iyi açıklayabilmek için, 8-PSK ile gerçekleştirilen 3 seviyeli turbo kodlama Şekil 7.2’de gösterilmiştir. Eğer 1. seviye turbo kodlamanın çıkış biti $x_{k,1} = 0$ ise u_0^1 kümesi seçilir. Eğer $x_{k,1} = 1$ ise u_1^1 kümesi seçilir. 2. seviye turbo kodlamanın çıkışları u_1^2 veya u_0^2 alt kümelerin seçileceğine karar verir. 3. seviye turbo kodlamanın çıkışı 0 ise u_0^3 sinyali gönderilir, 1 ise u_1^3 sinyali gönderilir.

Şekil 7.3’de, çoklu seviye Turbo kodlama tekniklerinden 4PSK modülasyon tipi ile çalışan 2 Seviyeli Turbo Kodlama (2L-TC) tekniği tasarlanmıştır. Her seviyede, kodlama oranı $r = 1/3$ ve hafızası $m = 2$ olan RSC kodlar kullanılmıştır.



Şekil 7.3 WSSUS kanal modeline uygulanan 2L-TC yapısı

Öncelikle bit dizisi seriden paralele çevrilmiştir. Sonra her seviyede bit dizileri Turbo kodlama ile kodlanmıştır. Kodlayıcı çıkışlarında, bit dizileri delikleme (puncturing) işlemine tabi tutulduktan sonra M-PSK sinyallerine eşleştirilmiştir. 1.seviye turbo kodlama çıkışından 1. bit, 2.seviye turbo kodlama çıkışından 2. bit, 3.seviye turbo kodlama çıkışından 3. bit alınır. Bu silsile n. seviyenin n. bitine kadar devam eder. Elde edilen bitler grup kümelerine ayrıştırma tekniği ile 4PSK sinyallerine dönüştürülür.

Örneğimizde olduğu gibi, kodlayıcının kalanı w_k , geri besleme $g^{(0)}$ ve ileri besleme $g^{(1)}$ polinomları kullanarak bulunur.

Geri besleme değişkeni;

$$w_k = d_k + \sum_{j=1}^K w_{k-j} g_j^{(0)} \quad (7.2)$$

ve parite veri olarak tanımlanan RSC kodlayıcı çıkışları

$$x_k^{1,2} = \sum_{j=0}^K w_{k-j} g_j^{(1)} \quad (7.3)$$

olarak ifade edilmiştir. Çalışmamızda, RSC kodlayıcıların geri besleme polinomu $g^{(0)}=7$, ileri besleme polinomu $g^{(1)}=5$ ve üretici matrisimiz

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

olarak seçilmiştir. D ise hafıza ünitesidir.

7.2 Çoklu Seviye Turbo Kod Çözücü

Turbo kod çözücülerde, her kod çözme ünitesi için 2 adet Markov prosesin birleşik kestirimi kullanılmaktadır. Teoride olduğu gibi, 1 adet Markov prosesi ile de modellenebilirdi. Fakat böyle bir modelleme genellikle karmaşık ve hesaplamaların kontrol edilemeyeceği kod çözücü algoritmalarından meydana gelmektedir.

Turbo kod çözücünde aynı veri setine sahip 2 tane Markov sürecinin olduğundan bahsetmiştik. Böylece kestirim iteratif olarak 2 kod çözücü arasında bilgilerin paylaşımı ile iyileştirilir. Daha açık ifade ile bir kod çözücünün çıkışı, diğer kod çözücünde giriş bilgisi olarak kullanılmaktadır.

Her bir kod çözücünün çıkışı sert-bit (hard-bit) formunda olduğu için bilgilerin paylaşımında çok az bir avantaj sağlamaktadır. Bununla birlikte, kod çözücülerde yumuşak-bit (soft-bit) kararları üretilirse, çok iterasyonlu kod çözme neticesinde önemli bir performans kazancı elde edilmektedir.

Alınan sinyal formülize edildiğinde;

$$r_k = \sum u_k h_{k-l}^c + n_k \quad (7.5)$$

r_k alıcıya gelen kirlenmiş sinyal, u_k vericiden gönderilen M-PSK modülasyonlu sinyal, h_k^c zamanla değişen karmaşık kanalın darbe cevabının bir kesiti ve n_k ise k anındaki Gauss

gürültüsüdür. MAP algoritması, her bitin sonsal olasılık değerini mükemmel bir performans ile bulmaktadır.

$\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})$ dal metriğin $\gamma^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})$ doğal logaritmasını ifade eder. Burada s_k , k anındaki durum ve st ise kodlama katmanını ifade eder. Böylece;

$$\begin{aligned}\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) &= \ln \gamma^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) \\ &= \ln P[d_k] + \ln P[r_k | x_k]\end{aligned}\quad (7.6)$$

ve

$$\ln P[d_k] = z_k d_k - \ln(1 + e^{z_k}) \quad (7.7)$$

z_k ise 1. kod çözücünün çıkışı olup diğer kod çözücüye giriş olarak uygulanan veridir.

ML-TC kod çözücüsünün her (katmanında) aşamasında kirlenmiş BPSK girişleri değerlendirilmektedir. Kirlenmiş giriş verileri, alıcıya gelen sinyallerin 1 veya 0 olma olasılıkları ile elde edilebilir. Bu olasılık formülleri;

$$P_{k,0}^{st} = \sum_{j=0}^{M/(2 \cdot st)-1} \frac{1}{(r_k - u_{0,j}^{st})^2} \quad (7.8a)$$

$$P_{k,1}^{st} = \sum_{j=0}^{M/(2 \cdot st)-1} \frac{1}{(r_k - u_{1,j}^{st})^2} \quad (7.8b)$$

olarak ifade edilmektedir. $P_{k,0}^{st}$ ve $P_{k,1}^{st}$, k anındaki alınan sinyalin 0 ve 1 olma olasılıklarıdır. st ise kod çözücü katmanı olup, değişim aralığı $st \in \{1, 2, \dots, \log_2 M\}$ arasında olmaktadır.

ML-TC yapısında, MPSK sinyalinin karşılığı olan ikili sayı sistemindeki her (dijit) bit, en önemliden en önemsizye doğru bir katmana eşlenir. Bunun sonucu olarak katman sayısı otomatik olarak artmış olacaktır. Şekil 7.2’de görüldüğü gibi, bitlerin 0 veya 1 olma durumlarına göre her bit bir katmana eşlenecek şekilde sinyal kümeleri alt kümelere ayrılır. $u_{0,j}^{st}$ ve $u_{1,j}^{st}$ alt kümeleri, ana sinyal kümelerinden grup ayrıştırması kuralına göre gerçekleştirilmiştir. Grup ayrıştırması kuralında, $u_{0,j}^{st}$ ve $u_{1,j}^{st}$ terimlerinin alt indisleri $\{0,1\}$ alt kümeleri tanımlamaktadır. Bu alt kümelerin oluşturulması, her katmanın 0 veya 1 bitlerine bağlıdır. Kod çözme katmanları arttıkça MPSK sinyalleri, bir önceki kodlama sinyallerine bakılarak oluşturulan sinyal setlerinden seçilmektedir. Bu sinyal setleri Şekil 7.2’de gösterilmektedir

Eşitlik 7.8a ve 7.8b'ye göre 0 ve 1 olasılık hesapları hesaplandıktan sonra alınan sinyal tek boyutlu BPSK sinyal formatına eşleştirilir.

$$\xi_k^{st,q} = 1 - \frac{2 \cdot P_{k,0}^{st}}{P_{k,0}^{st} + P_{k,1}^{st}} \quad (7.9)$$

Şekil 7.2'deki sinyal setlerine göre kod çözücünün her katmanında bütün olasılık hesapları yapıp ve eşleştirmeler yapıldıktan sonra eşitlik (7.6)'nın son durumu;

$$\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) = \ln P[d_k] - \frac{1}{2} \ln(\pi N_0 / E_s) - \frac{E_s}{N_0} \sum_{q=0}^{n-1} [\xi_k^{st,q} - (2x^q - 1)]^2 \quad (7.10)$$

Şimdi $\bar{\alpha}(s_k)$, $\alpha(s_k)$ nin doğal logaritması olsun

$$\bar{\alpha}^{st}(s_k) = \ln \alpha^{st}(s_k) \quad (7.11)$$

$$= \ln \left\{ \sum_{s_{k-1} \in A} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_{k-1}) + \bar{\gamma}^{st}(s_{k-1} \rightarrow s_k)] \right\}$$

burada A , s_k ' lere bağlı s_{k-1} ' lerin kümesini göstermektedir.

Şimdi $\bar{\beta}^{st}(s_k)$, $\beta^{st}(s_k)$ nin doğal logaritması olsun;

$$\bar{\beta}^{st}(s_k) = \ln \beta^{st}(s_k) \quad (7.12)$$

$$= \ln \left\{ \sum_{s_{k+1} \in B} \exp[\bar{\beta}^{st}(s_{k+1}) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})] \right\}$$

burada B , s_k 'lara bağlı s_{k+1} 'lerin kümesini göstermektedir.

Kafes yapıdaki tüm durumlar için $\bar{\alpha}(s_k)$ ve $\bar{\beta}(s_k)$ hesaplandıktan sonra LLR bulunur.

$$\Lambda_k^{st} = \ln \frac{\sum_{S_1} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_k) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) + \bar{\beta}^{st}(s_{k+1})]}{\sum_{S_0} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_k) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) + \bar{\beta}^{st}(s_{k+1})]} \quad (7.13)$$

burada $S_1 = \{s_k \rightarrow s_{k+1} : d_k = 1\}$ mesaj bitinin 1 olduğu durumdaki durum geçişlerinin kümesi

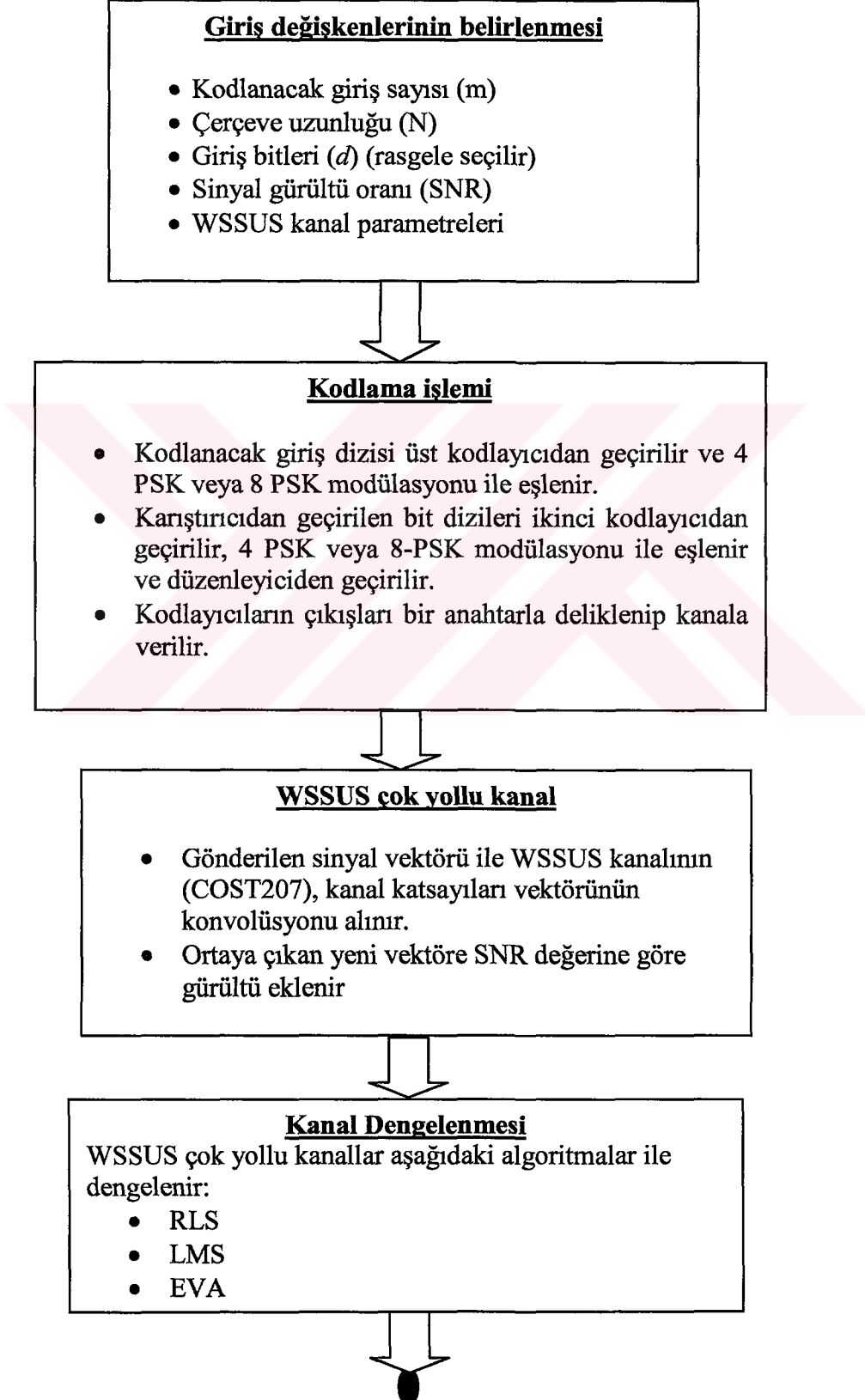
$S_0 = \{s_k \rightarrow s_{k+1} : d_k = 0\}$ ise mesaj bitinin 0 olduğu durumdaki durum geçişlerinin kümesidir.

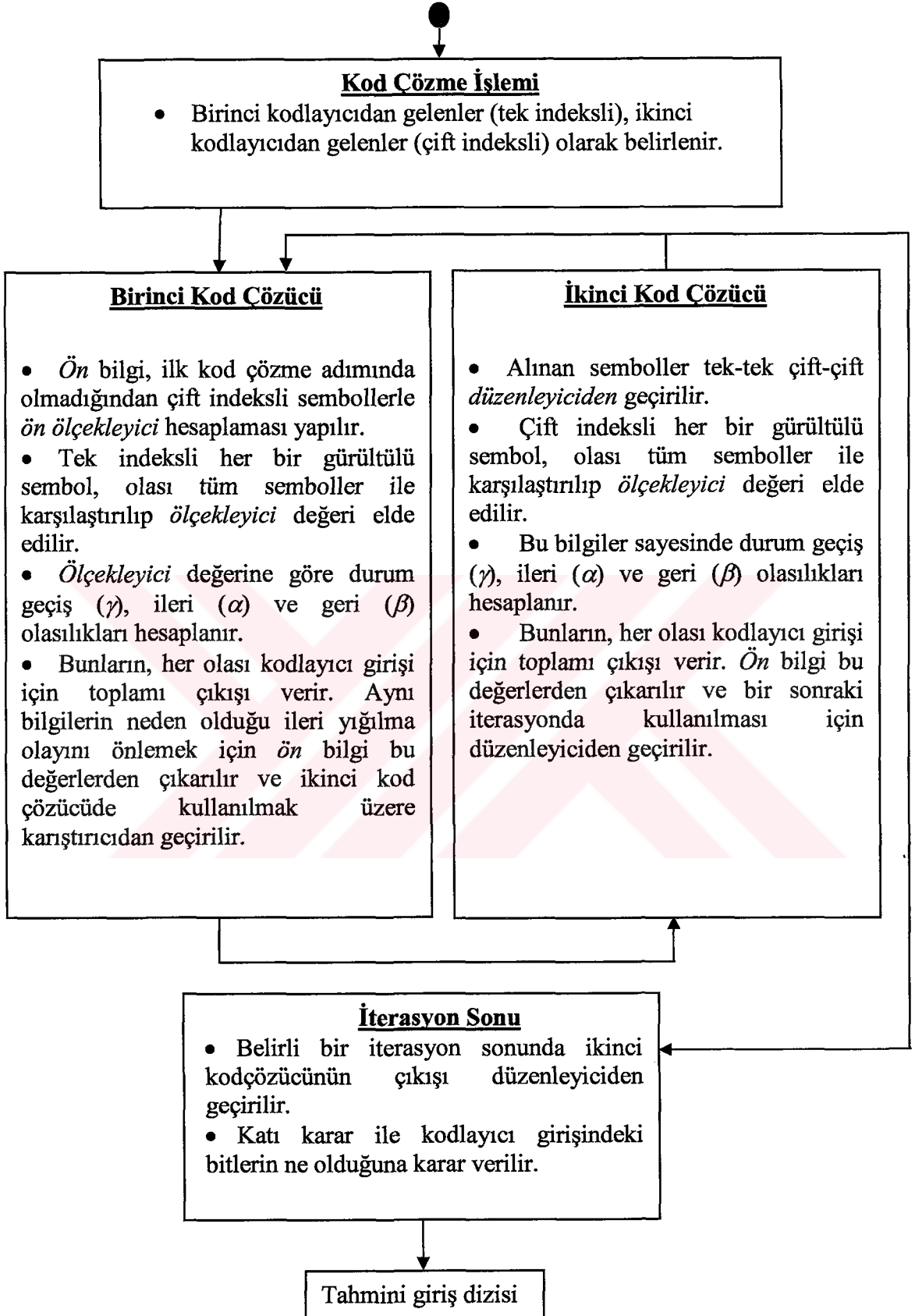
Son iterasyonda 2. kod çözücünün çıkışı $\Lambda(2)$ göz önünde bulundurularak katı karar olarak verilir;

$$\hat{d}_k = \begin{cases} 1 & \text{if } \Lambda(2) \geq 0 \\ 0 & \text{if } \Lambda(2) < 0 \end{cases} \quad (7.14)$$

WSSUS kanallar için turbo kodlamanın akış diyagramı Çizelge 7.1’de verilmiştir.

Çizelge 7.1 WSSUS kanallar için Turbo kodlama akış şeması





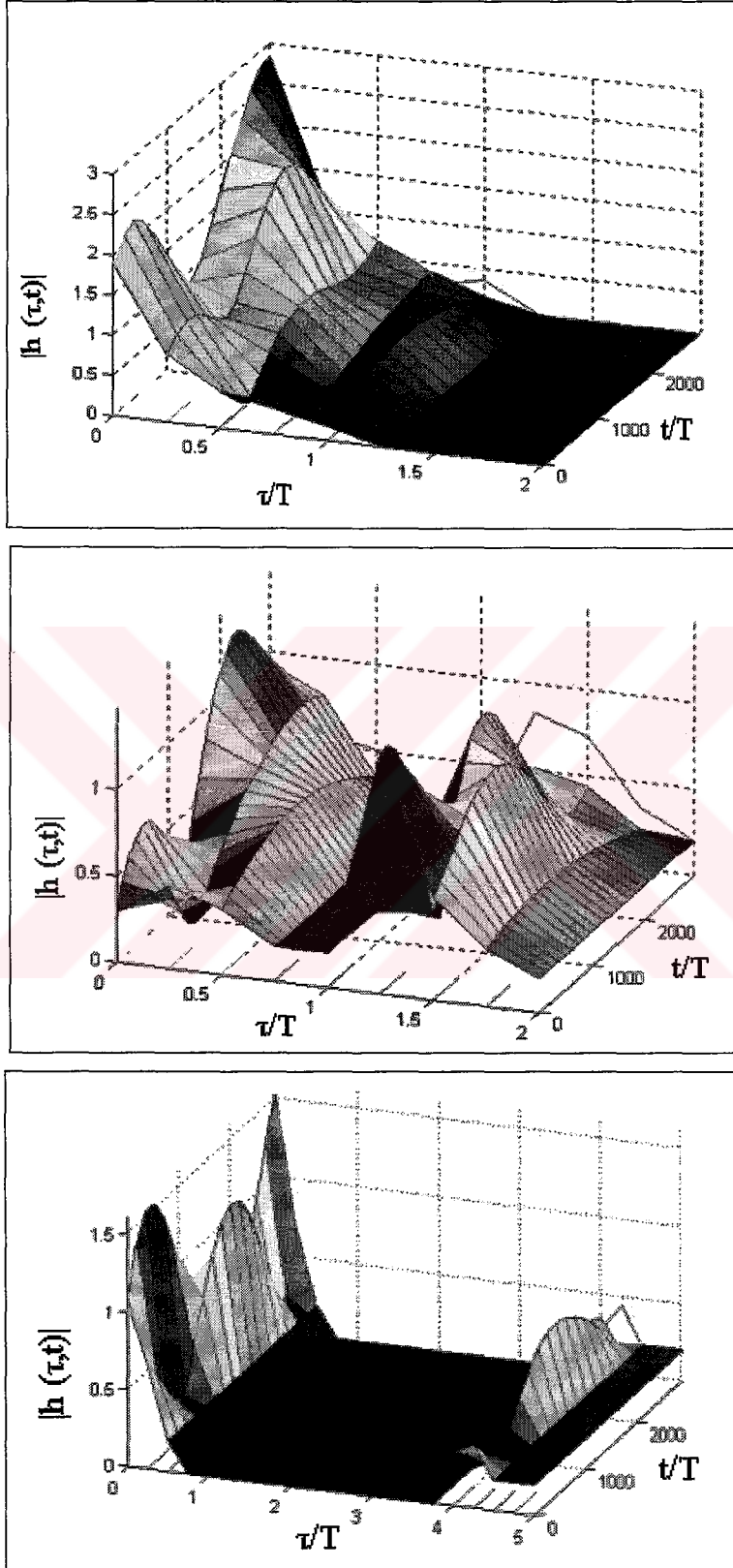
7.3 ML-TC sinyallerin WSSUS Çoklu Kanallar Üzerindeki Performansı

Bu bölümde çoklu seviye Turbo kodlanmış sinyallerin WSSUS çoklu kanallar üzerindeki performansı değerlendirilmiştir. Çok yollu gecikmeler için τ , COST-207 Tipik Kentsel Alan (Typical Urban, TU), Kötü Kentsel Alan (Bad Urban, BU) ve Tepelik Kırsal Alan (Hilly Terrain, HT) kanal modellerinin darbe cevapları $|h(\tau, t)|$ kullanılmıştır. Kanal darbe cevabının her iki zaman eksenini GSM'ler için kullanılan sembol (bit) periyoduna normalize edilmiştir. Sembol periyodu T_{sembol} ise $3.7\mu s$ 'dir. Mobil aracın hızı ise $v = 100 \text{ km/saat}$ 'dir. Taşıyıcı frekansı $f_{taşıyıcı}$ 950 MHz kabul ettiğimizde maksimum Doppler kayması $f_{d,max}$ 88 Hz.'dir. Minimum Doppler periyodu ise $T_{d,min} = 1/f_{d,max} = 3080T_{sembol} = 11.4 \text{ ms}$ 'dir. Bilgisayar simülasyonları için Çizelge 7.2'de belirtilen COST207 (TU, BU ve HT) kanal tipinin 17 kanalı kullanılmıştır.

Çizelge 7.2 COST207 TU, BU ve HT kanal modellerinin darbe cevaplarına $h(\tau / T_{sembol} = 0.25, t)$ ait kanal katsayıları

COST207			
Yol Sayısı	TU	BU	HT
1	-0.1651 + 0.5534i	-0.0484 - 0.2943i	-1.0607 + 0.2118i
2	-0.0506 + 0.7480i	-0.0000 - 0.4282i	-1.3775 - 0.0015i
3	0.0849 + 0.9113i	0.0447 - 0.5339i	-1.5213 - 0.1868i
4	0.2169 + 1.0292i	0.0815 - 0.6063i	-1.4957 - 0.3254i
5	0.3215 + 1.0907i	0.1064 - 0.6414i	-1.3252 - 0.4056i
6	0.3778 + 1.0881i	0.1162 - 0.6368i	-1.0507 - 0.4232i
7	0.3702 + 1.0178i	0.1090 - 0.5919i	-0.7242 - 0.3814i
8	0.2910 + 0.8806i	0.0839 - 0.5077i	-0.4014 - 0.2902i
9	0.1403 + 0.6815i	0.0418 - 0.3872i	-0.1342 - 0.1641i
10	-0.0733 + 0.4294i	-0.0152 - 0.2351i	0.0356 - 0.0203i
11	-0.3338 + 0.1373i	-0.0835 - 0.0577i	0.0820 + 0.1237i
12	-0.6196 - 0.1790i	-0.1582 + 0.1375i	-0.0021 + 0.2523i
13	-0.9057 - 0.5011i	-0.2335 + 0.3418i	-0.2047 + 0.3541i
14	-1.1663 - 0.8090i	-0.3030 + 0.5460i	-0.4962 + 0.4224i
15	-1.3771 - 1.0820i	-0.3599 + 0.7407i	-0.8341 + 0.4562i
16	-1.5177 - 1.3001i	-0.3978 + 0.9165i	-1.1686 + 0.4600i
17	-1.5736 - 1.4452i	-0.4108 + 1.0649i	-1.4497 + 0.4420i

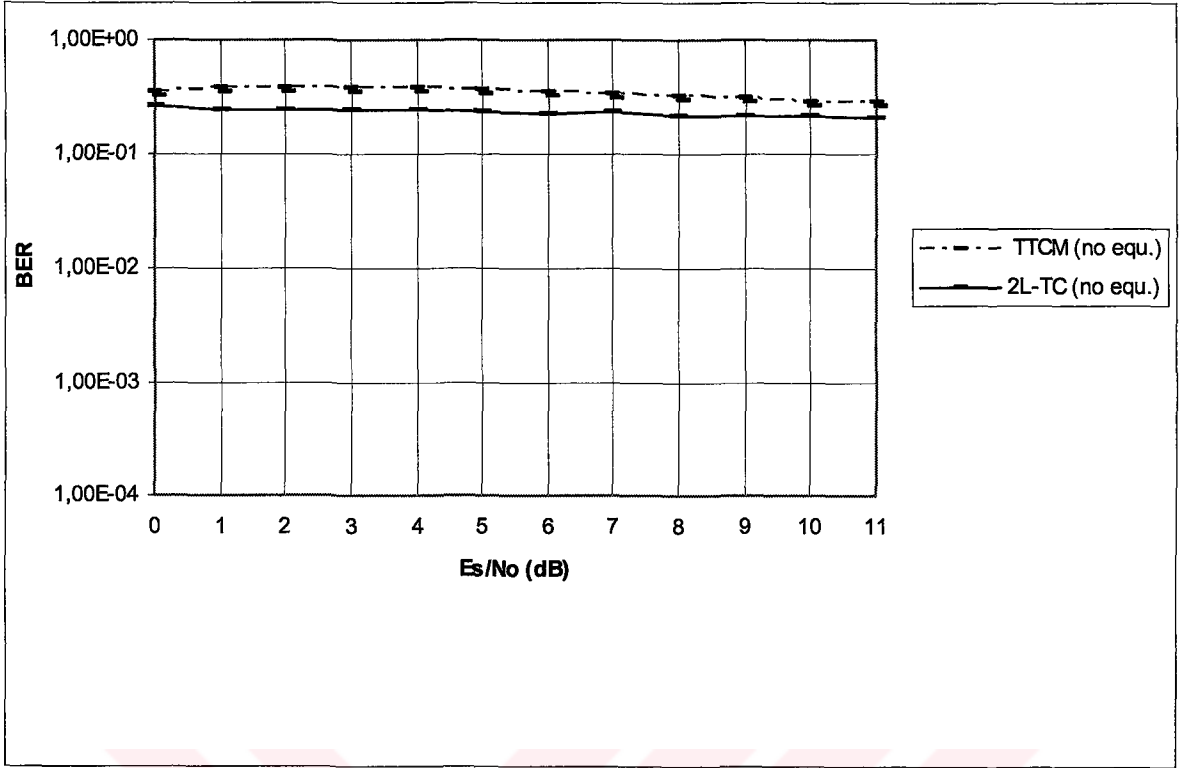
Simülasyonlarda kullanılan COST207 TU, BU ve HT kanal modellerinin darbe cevapları Şekil 7.4'de gösterilmiştir.



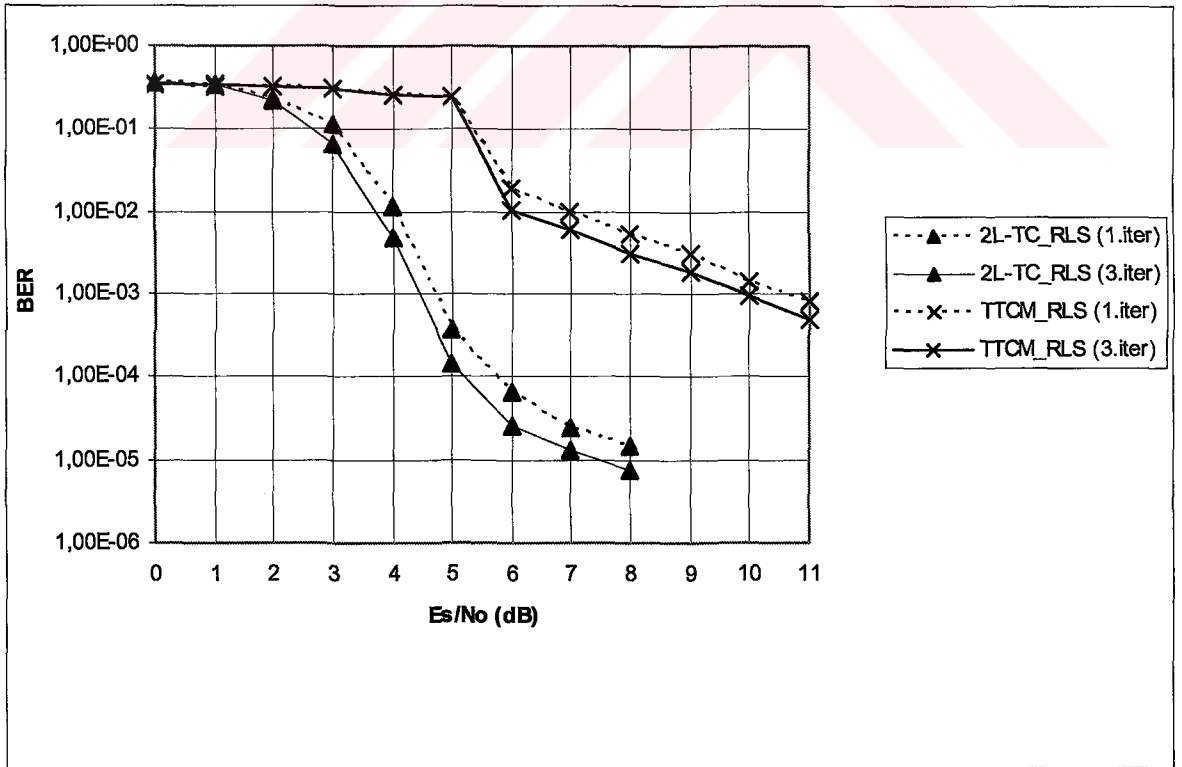
Şekil 7.4 COST 207 kanal modellerinin darbe cevapları
(a) TU (b) BU (c) HT

Yol gecikmesi $\tau/T=0.25$ için, çoklu seviye Turbo kodlamanın performansı hakkında şu yorumlar yapılabilir: Şekil 7.5-7.19'da değişik algoritmalar kullanarak (RLS, LMS ve EVA), 4PSK 2 Seviyeli Turbo Kodlamanın COST207 (TU, BU and HT) kanallar üzerindeki performansı gösterilmiştir. Performans grafikleri, Sinyal-Gürültü Oranına (SNR) karşılık gelen Bit Hata Oranlarını (BER) göstermektedir. Kanal dengelemesini yapmadan bilgi bitlerini elde etmek mümkün olmamıştır. Yapımızda WSSUS kanal modelleri için mutlaka kanal dengelenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Şekillerimizde BER'in 10^{-1} 'i geçtiği değerlerden sonra performans üstsel olarak artmaktadır. 2L-TC_RLS'in (2L-TC ve RLS dengeleyici) performansı, 2L-TC_LMS (2L-TC ve LMS dengeleyici) ve 2L-TC_EVA (2L-TC ve EVA dengeleyici)'den daha iyi çıkmıştır. Şekil 7.9'da, 2L-TC_LMS'in performansı 2L-TC_EVA'nın performansından 8dB'in haricinde daha iyidir. 7.8dB'den sonra, 2L-TC_EVA'nın eğrileri, 2L-TC_LMS ve 2L-TC_RLS'in eğrilerini kesmektedir. 2L-TC_EVA'nın performansı, 2L-TC_LMS ile kıyaslandığında, Şekil 7.14'de 9 dB'de ve Şekil 7.19'da ise 12 dB'de daha iyi sonuç vermektedir. Yüksek SNR değerlerinde EVA'nın performansı LMS'den daha iyi çıkmaktadır. Bunun sebebi EVA'nın RLS'e benzer kapalı formdaki çözümü iteratif olarak güncelleştiren bir özelliği olmasındandır. Kanalların RLS, LMS ve EVA ile dengelenip 2L-TC tekniğinin uygulanması ile yüksek performans artışları görülmüştür. Buna örnek olarak COST207 TU için 8dB'de 10^{-5} BER, COST207 BU için 9dB'de 10^{-5} BER ve COST207 HT için 12dB'de 10^{-4} BER değerleri gözlenmiştir.

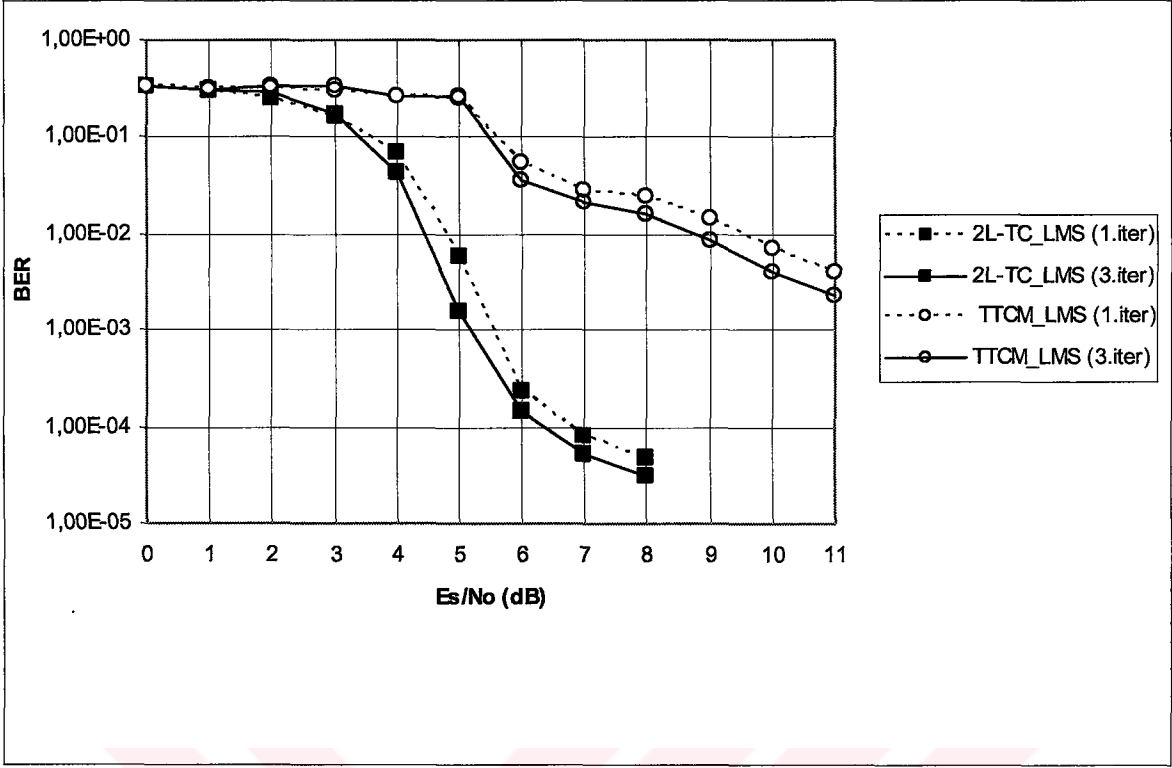
4PSK 2L-TC'nin performansını değerlendirmek için, 4PSK 2L-TC sonuçlarını 8PSK-TTCM'in sonuçları ile karşılaştırdık. Her ikisinde de kodlama oranı olarak 2/3 kullanılmıştır. Şekil 7.5-7.19'da 8PSK-TTCM ve 4PSK 2L-TC'nin (kanal dengelenmemiş) sonuçlarının bütün SNR değerlerinde kötü çıktığı görülmüştür. 2L-TC'nin bit hata performansının TTCM'e göre COST207 TU ve BU kanal tiplerinde 2 dB'den sonra daha iyi çıktığı görülmüştür. COST 207 HT kanal tipinde ise 4 dB'den sonra daha iyi bir performans görülmüştür. Örnek olarak, COST 207 TU kanal tipinde, 2L-TC_RLS kodlama tekniği (3. iterasyonda) 4.5 dB'de 10^{-3} BER'e ulaşırken TTCM_RLS kodlama tekniği (3. iterasyonda) aynı BER değerine ancak 10 dB'de ulaşabilmiştir. Bunun neticesi olarak kodlama kazancı 5.5 dB olmuştur (Şekil 7.9). COST 207 BU kanal tipinde ise , 2L-TC_RLS (3. iterasyonda) 6 dB'de 10^{-3} BER'e ulaşırken, TTCM_RLS (3. iterasyonda) aynı BER değerine ancak 10.5 dB'de ulaşabilmiştir. Böylece kodlama kazancı 4.5 dB olmuştur (Şekil 7.14). COST 207 HT kanal tipinde ise, 9.7 dB'de 10^{-3} BER'e ulaşırken, TTCM_RLS (3. iterasyonda) aynı BER değerine ancak 13 dB'de ulaşabilmiştir. Kodlama kazancı 3.3 dB'dir (Şekil 7.19).



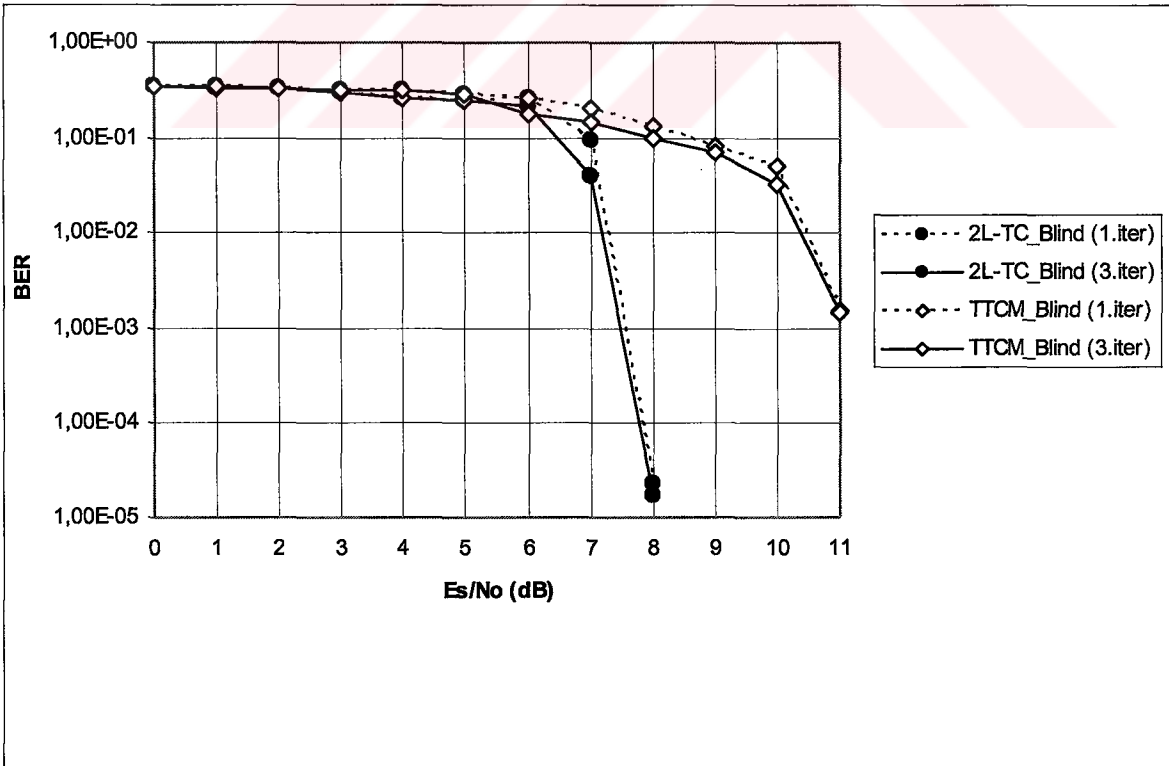
Şekil 7.5 Dengelenmemiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



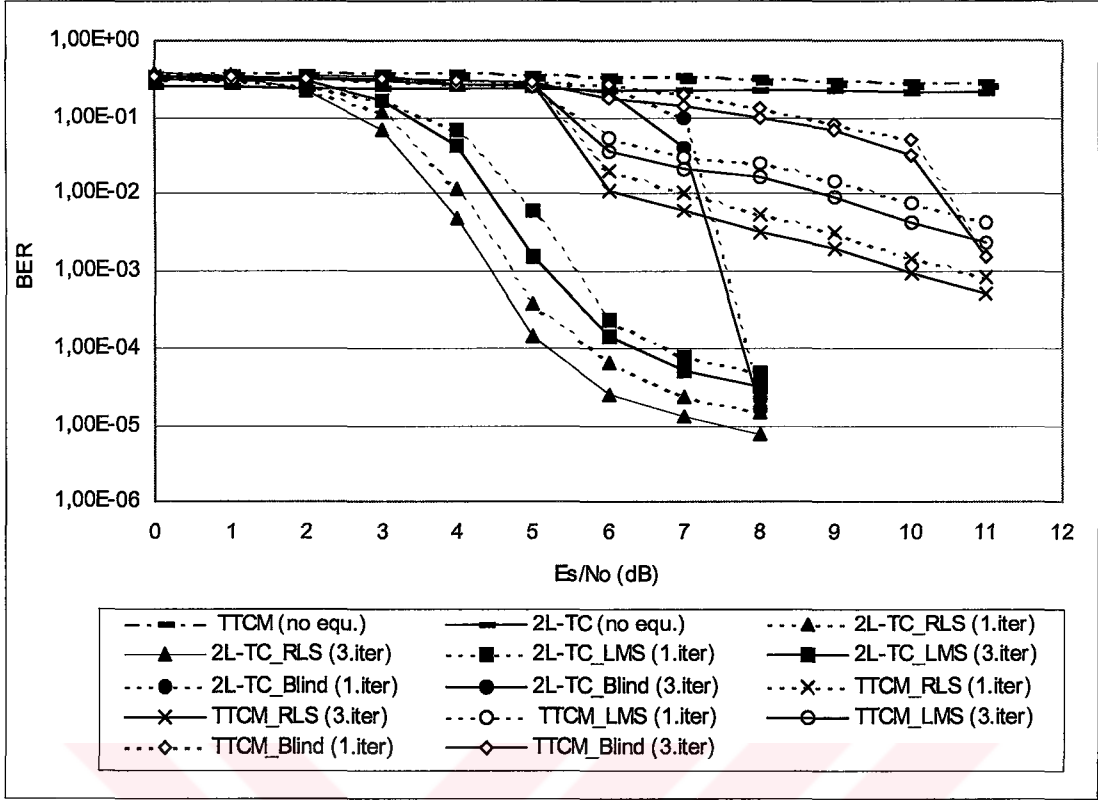
Şekil 7.6 RLS ile dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



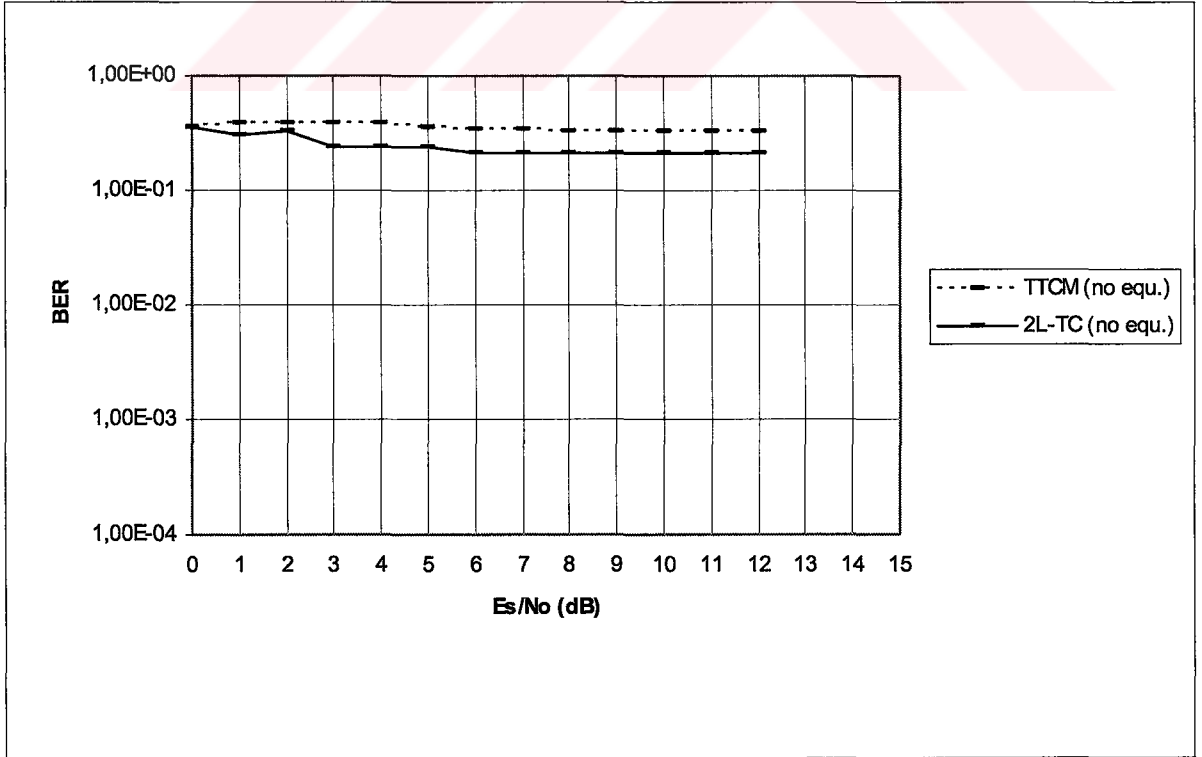
Şekil 7.7 LMS ile dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



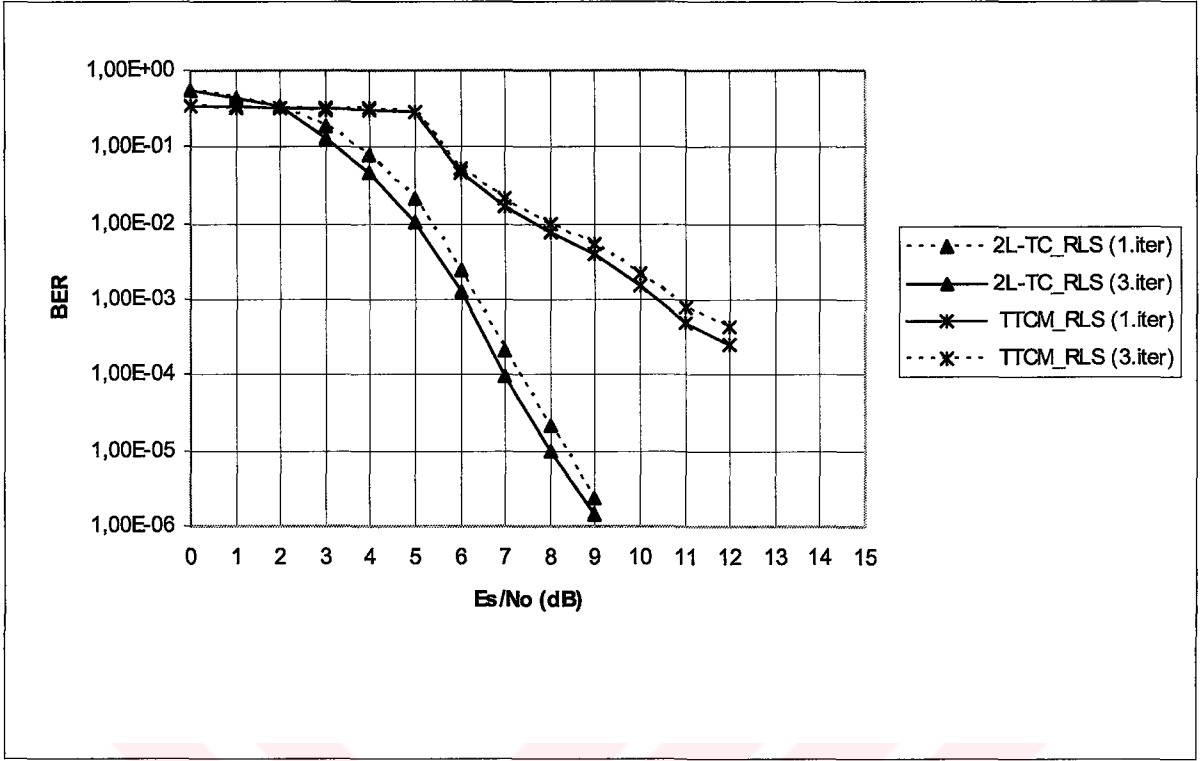
Şekil 7.8 Kör dengelenmiş COST207 TU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



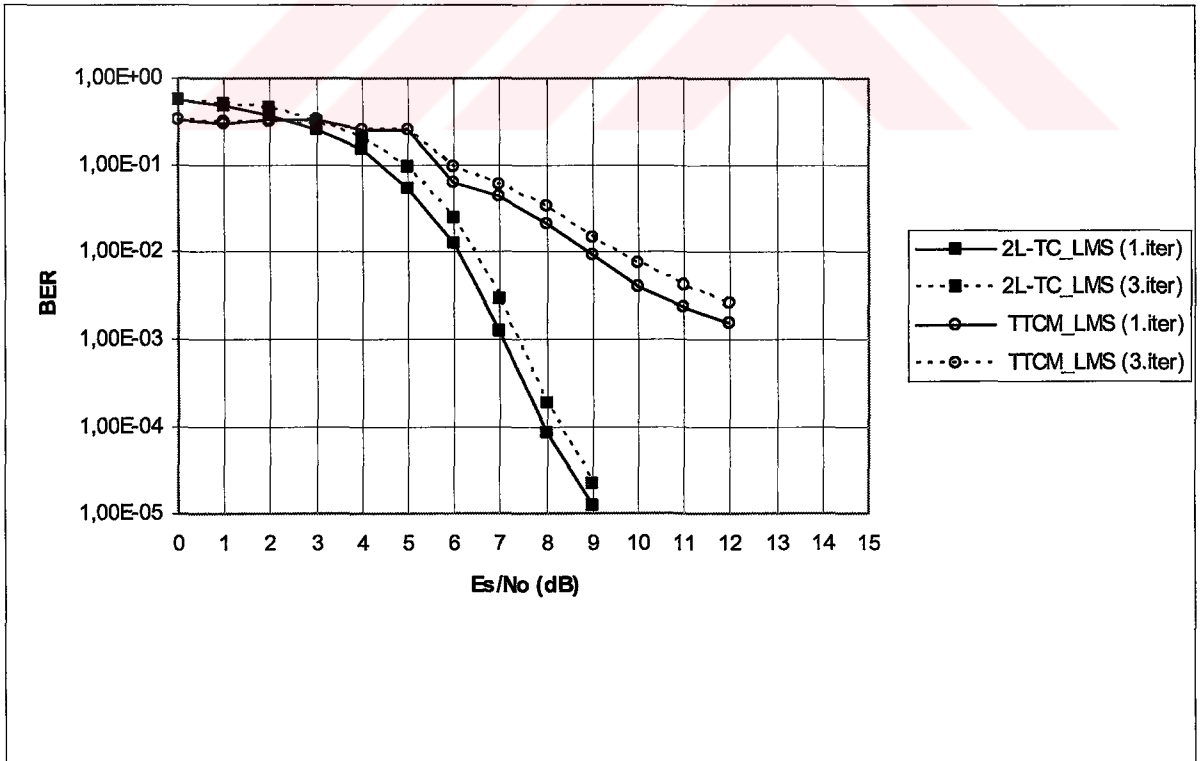
Şekil 7.9 Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 TU kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri



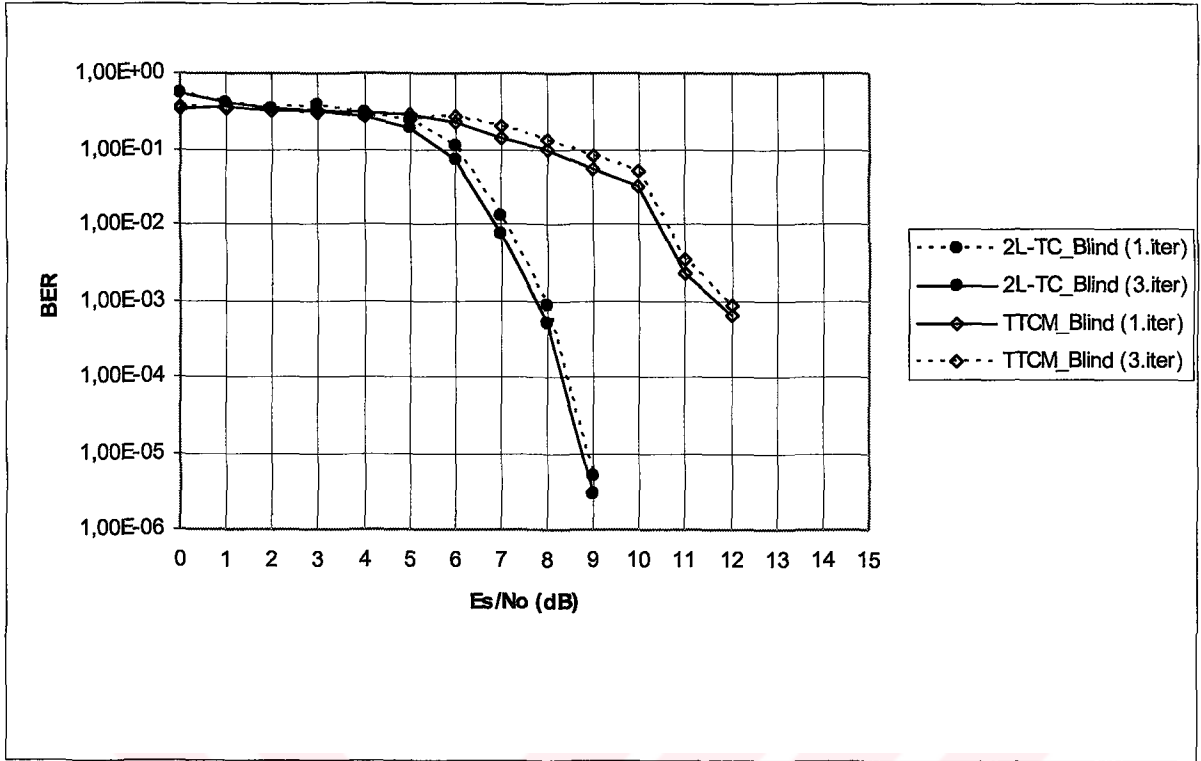
Şekil 7.10 Dengelenmemiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



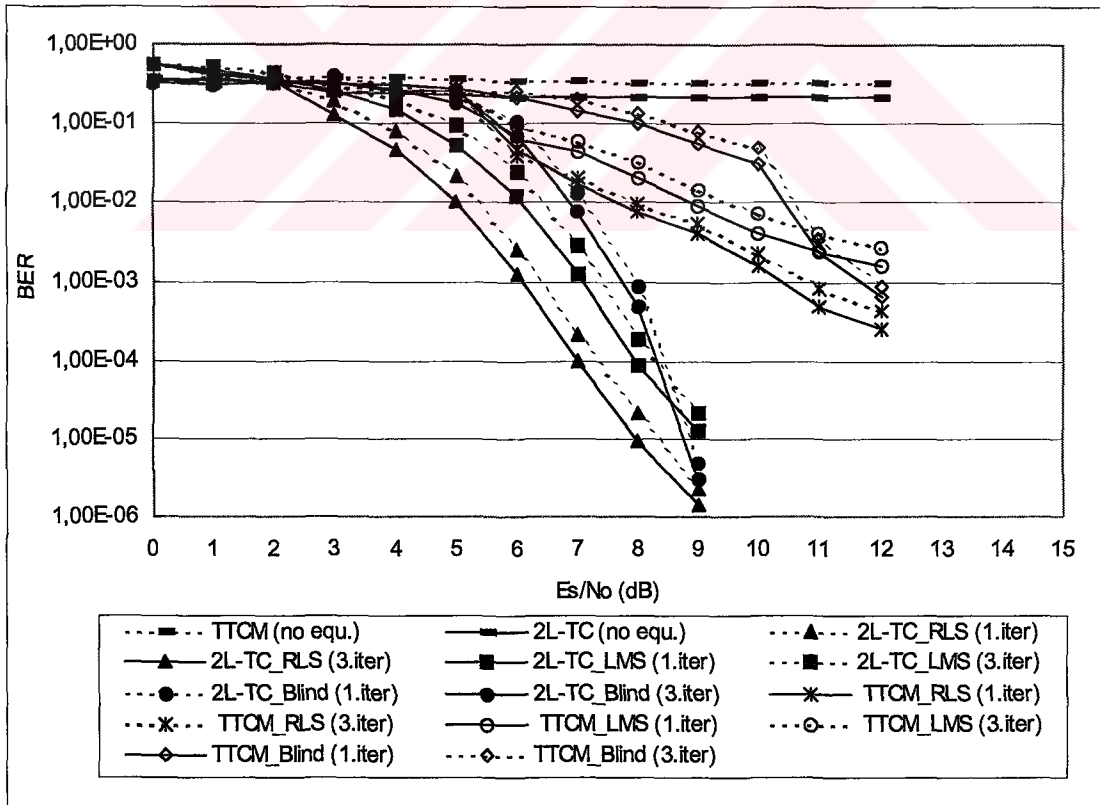
Şekil 7.11 RLS ile dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



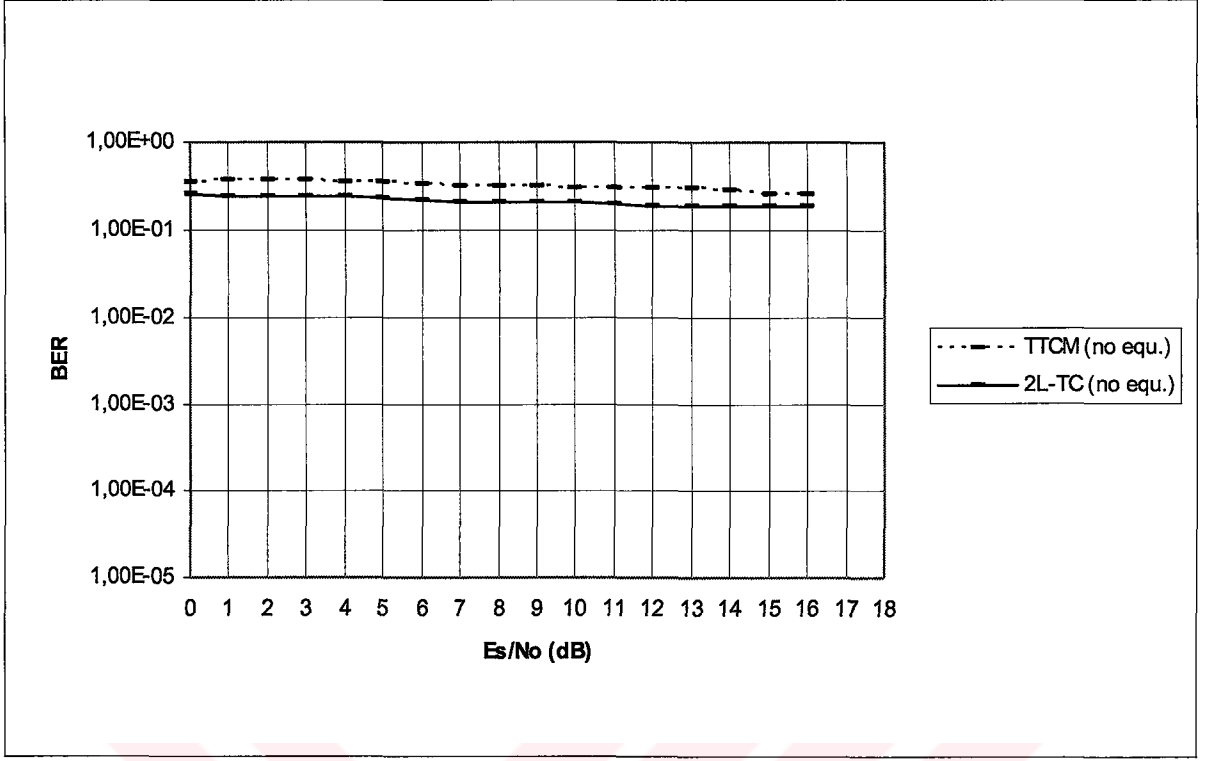
Şekil 7.12 LMS ile dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



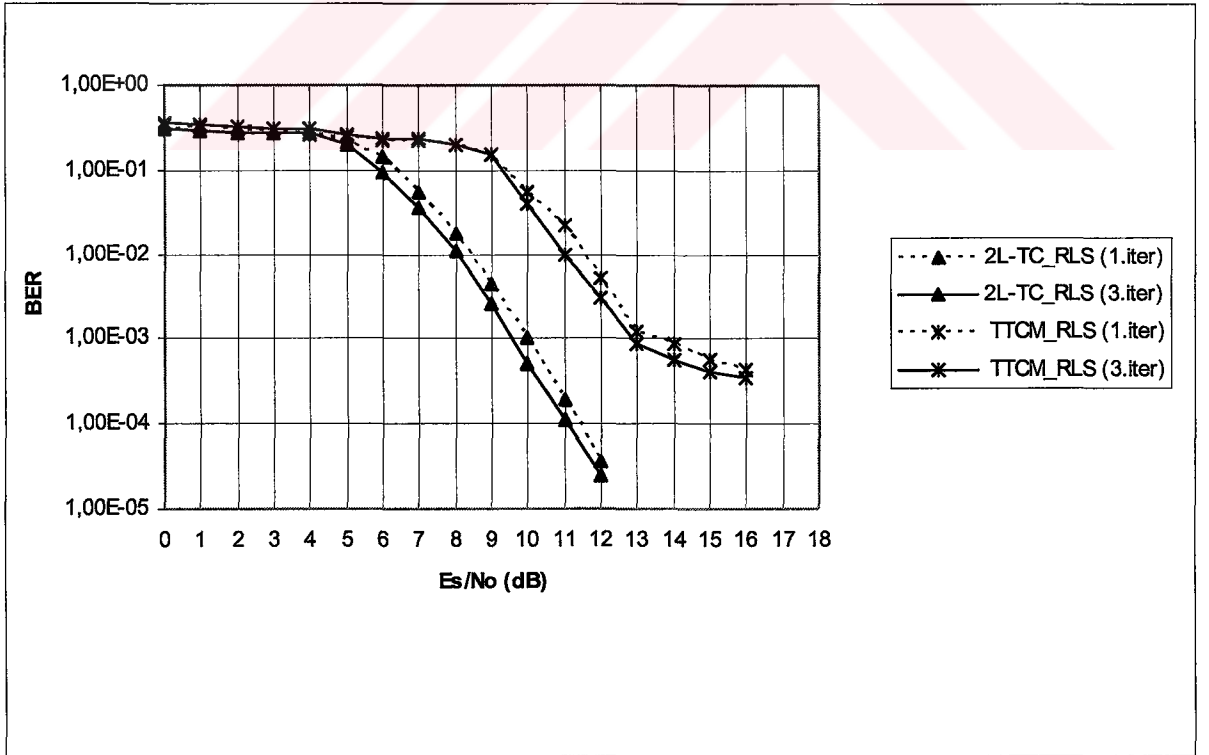
Şekil 7.13 Kör dengelenmiş COST207 BU kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



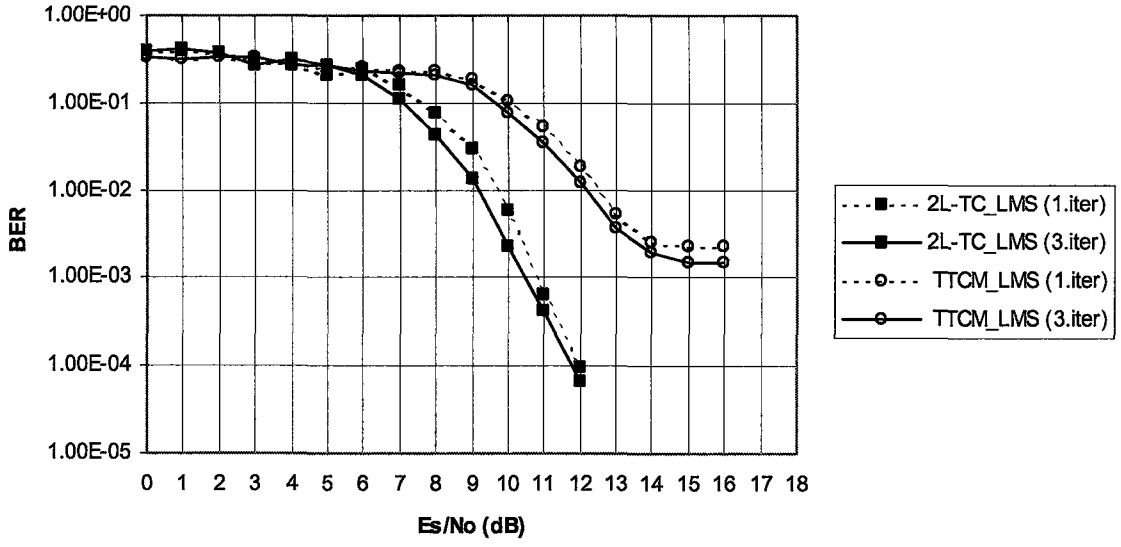
Şekil 7.14 Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 BU kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri



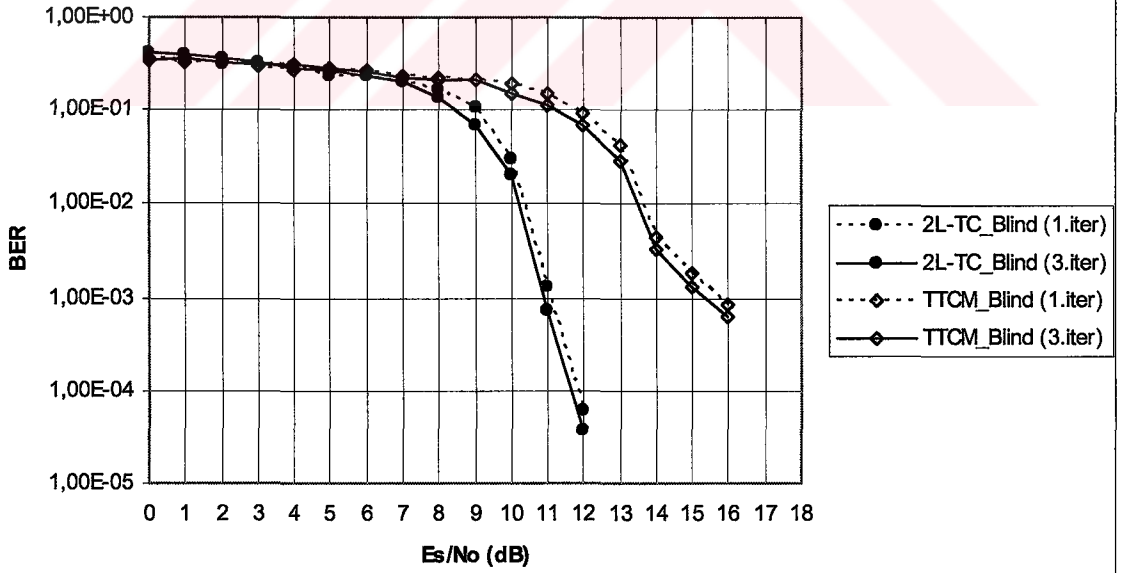
Şekil 7.15 Dengelenmemiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



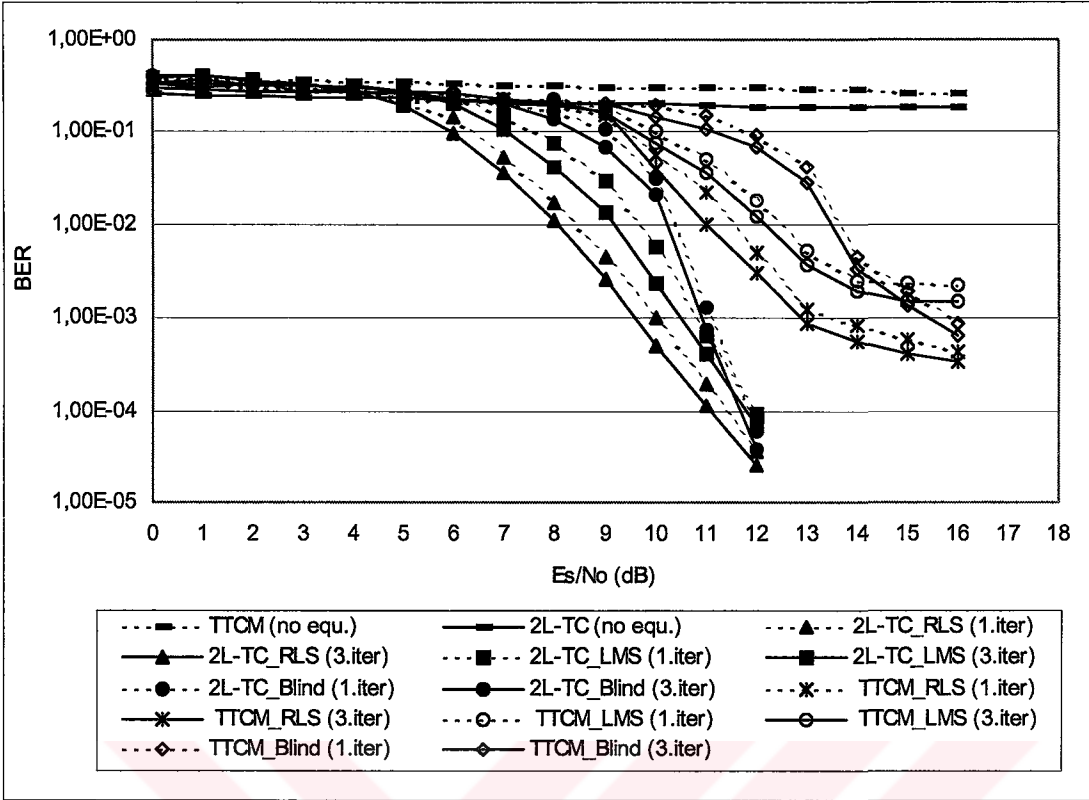
Şekil 7.16 RLS ile dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



Şekil 7.17 LMS ile dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



Şekil 7.18 Kör dengelenmiş COST207 HT kanal modelinde 2L-TC ve TTCM performansı



Şekil 7.19 Dengelenmiş ve dengelenmemiş COST207 HT kanal modelindeki 2L-TC ve TTCM tekniğinin performans eğrileri

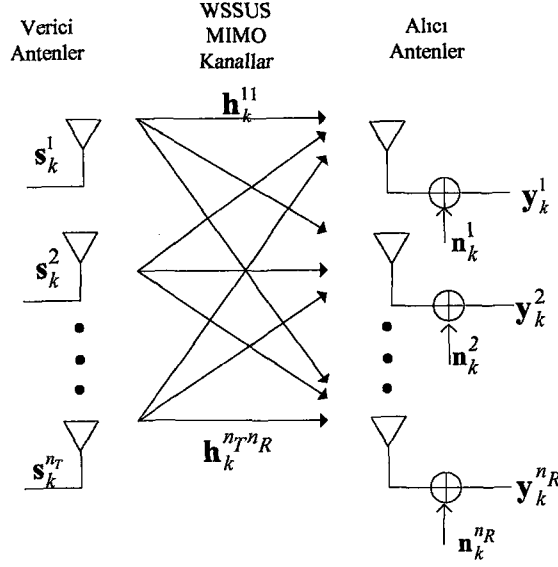
Simülasyon sonuçları 2 Seviyeli-Turbo Kodlama (2L-TC) ve 8PSK-TTCM yapıları için çerçeve uzunluğu 256 olacak şekilde gerçekleştirilmiştir. Simülasyon sonuçlarında 3. iterasyondan sonra BER’de önemli bir düşüş gözlenmediği için, iterasyonlar 3. iterasyondan sonra bitirilmiş, buna karşılık zamandan kazanç sağlanmıştır. Dengelenmemiş sinyallerin (8PSK-TTCM and 2L-TC) Bit Hata Oranı (BER) dengelenmiş sinyallere nazaran oldukça kötüdür. Her üç kanalda da , 2L-TC_RLS’in performansı 2L-TC_LMS ve 2L-TC_EVA’dan daha iyi çıkmaktadır. Düşük SNR değerlerinde 2L-TC_LMS’in performans kazancı 2L-TC_EVA’ya göre daha iyi olmasına rağmen, belirli bir SNR değerinden sonra (TU için 8 dB, BU için 9dB ve HT için 12 dB) 2L-TC_EVA, 2L-TC_LMS’e göre daha iyi sonuç vermektedir. 2L-TC, dengeleyiciler ile birlikte WSSUS çoklu kanallarda uygulandığı zaman, düşük SNR değerlerinde çok iyi bir performans sergilediği açıkça görülmektedir. Sonuç olarak şu söylenebilir: Elde edilen sonuçlara göre, WSSUS kanallar dengeleyici bloklar ile kullanıldığı takdirde ML-TC tekniği için başarılı bir uygulama alanıdır.

8. GENETİK ALGORİTMA İLE KESTİRİLMİŞ WSSUS MIMO KANALLARDA VERİCİ ÇEŞİTLEMELİ-TURBO KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (TD-TTCM)

Bu bölümde, Geniş Duyarlı Durağan İlintisiz Saçılmalı (WSSUS) kanal tabanlı Çoklu-Giriş-Çoklu-Çıkış (MIMO) kanallarda, Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyonun (TD-TTCM) performansı incelenmiştir (Göse vd., 2004c). 1 ve 0'lerden oluşan sayısal giriş dizileri turbo kafes kodlayıcıdan geçtikten sonra 8-PSK (Phase Shift Keying) modülasyon tipine eşlenmiştir. Bu çalışmamızda, kablosuz sönümlenmeli kanallarda yüksek veri iletimini sağlamak amacıyla yeni bir verici anten çeşitlemesi (TD) tekniği önerilmiştir. Haberleşmede çoklu anten uygulamaları, yüksek band-genişliği verimliliğini ve/veya yüksek güç verimliliğini sağlamak amacıyla yapılmaktadır. TD-TTCM yapısı ile modüle edilmiş sinyaller, Verici Çeşitlemesi (TD) tekniği ile Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (Additive White Gaussian Noise, AWGN) kanal ve WSSUS MIMO kanallara antenler vasıtası ile gönderilmiş ve kanallarda bozuluma uğramış çok yollu sinyaller alıcı kısmında toplanmıştır. TD-TTCM yapısının kod çözücü kısmında, Genetik Algoritma (GA) ve Birleştirici (Combiner) blokları yer almaktadır. Burada GA, kanal kestirimi görevi yapmakta ve birleştirici ise verici antenlerden gelen sönümlenmiş gürültülü sinyalleri iteratif bir şekilde çözüp TD-TTCM kod çözücüsüne göndermektedir. Bu bölümde TD-TTCM tekniği ve onun uygulaması tartışılmış ve simülasyon sonuçları değerlendirilmiştir.

8.1 WSSUS MIMO Kanallar

WSSUS MIMO kanallar, Şekil 8.1'de gösterildiği gibi ayrık zaman sisteminde modellenmiştir. Verici antenler n_T ve alıcı antenler n_R arasında kompleks tabanlı band sinyali kullanılmaktadır. $\mathbf{s}[k] \cong [\mathbf{s}_1[k] \dots \mathbf{s}_{n_T}[k]]^T$ bir sembol vektörü olup, her bir elemanı da bir sembol vektörüdür. Her k anında ($k \in \mathbb{Z}$: Ayrık zaman indeksi), $\mathbf{s}[k]$ vektörü, $\mathbf{H}[k]$ ile tanımlanan WSSUS MIMO kanallar üzerinden gönderilmektedir. $\mathbf{H}[k]$, $n_T \times n_R$ boyutunda bir matris olup, her bir elemanı bir vektör $\mathbf{h}^{\mu\nu}[k]$ ile ifade edilmiştir. Matrisin sınırları $1 \leq \mu \leq n_R$ ile $1 \leq \nu \leq n_T$ arasında değişmektedir. ν , verici antenlerin indisini, μ ise alıcı antenlerin indisini ifade etmektedir. Vericiden gönderilen sembol vektörü $\mathbf{s}_\nu[k]$, verici antenden ($1 \leq \nu \leq n_T$) PSK veya QAM modülünde eşit gönderme gücü ile gönderilmiştir (Telatar, 1999).



Şekil 8.1 WSSUS MIMO kanallar

Alıcıda elde edilen vektör $\mathbf{y}[k] \cong [\mathbf{y}_1[k] \dots \mathbf{y}_{n_R}[k]]^T$ ile, giriş-çıkış bağıntısı kurulursa, çıkış;

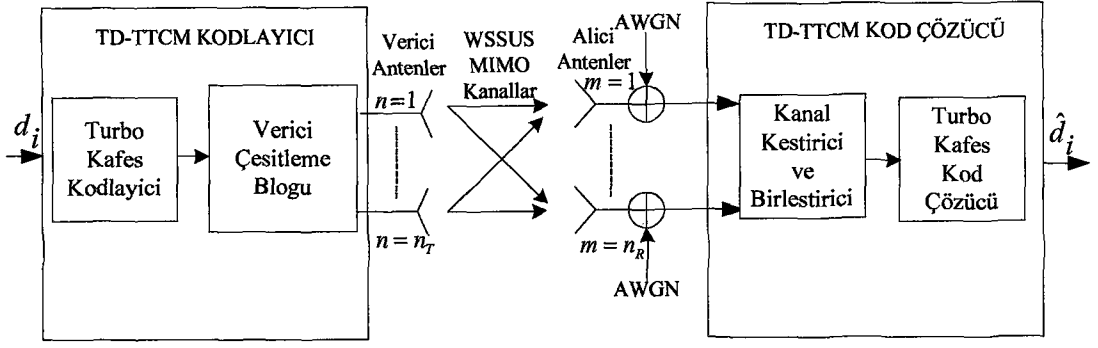
$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H}[k]\mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (8.1)$$

olarak ifade edilir. Burada $\mathbf{n}[k] \cong [\mathbf{n}_1[k] \dots \mathbf{n}_{n_R}[k]]^T$, kompleks Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) kanalı ifade etmektedir. Kanalların ilintisiz ve eşit varyanslı $\sigma_n^2 = \mathcal{E} \left\{ \left| \mathbf{n}_\mu[k] \right|^2 \right\}$ olduğu kabul edilmiştir. Burada önemli olan, verici ve alıcı antenlerin ilintisiz sönmülemeli kanal özelliğini sağlayacak kadar uygun uzaklığa yerleştirilmeleri gerekmektedir. $\mathbf{H}[k]$ matrisinde kullanılan kanal katsayıları, WSSUS tabanlı COST207 (TU, BU ve HT) kanal katsayılarıdır.

8.2 TD-TTCM Sisteminin Modeli

TD-TTCM yapısının genel blok şeması Şekil 8.2’de gösterilmiştir. Burada ana amaç, literatüre ilk defa önerilen TD-TTCM tekniğinin yapısını tanıtmak ve sönmüleme etkisinin çok fazla olduğu WSSUS kanallardaki performansını ölçmektir.

Şekil 8.2’de görüldüğü gibi, sayısal giriş verileri Turbo kafes kodlamadan geçtikten sonra verici çeşitleme (TD) bloğuna girer. Verici kısmında, n_T adet anten verici çeşitlemesini sağlamak için birbirinden ayrı olarak yerleştirilmiştir. Kanallar ise WSSUS çoklu yollu MIMO kanallardır.



Şekil 8.2 Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) yapısının blok şeması

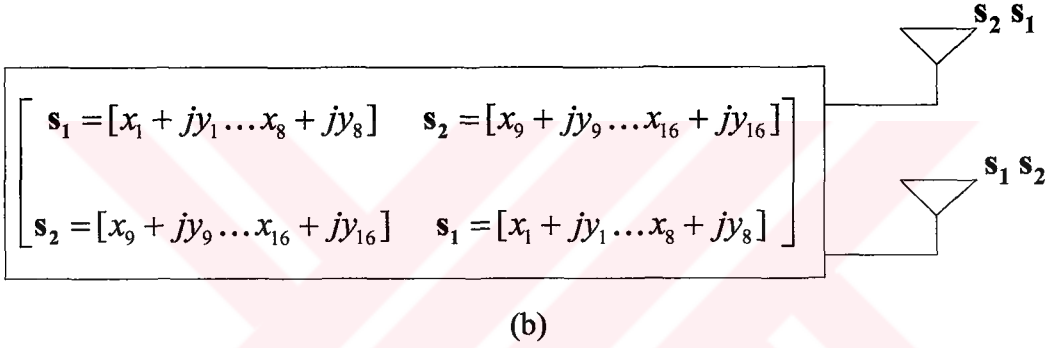
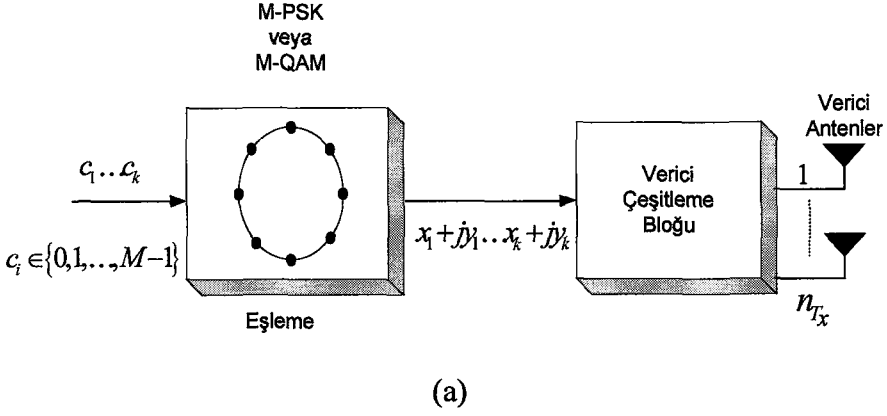
İletimden sonra, bozuluma uğramış çok yollu sinyaller n_R adet alıcı antene ulaşırlar. TD-TTCM kod çözücü kısmında, Turbo kafes kod çözücü, Genetik tabanlı kestirici ve iteratif olarak çalışan birleştirici bloklarından sonra gelmektedir. Sonuç olarak, kestirilmiş veri dizileri ($\hat{d}_i$), TD-TTCM çıkışında elde edilmektedir.

8.2.1 Verici Çeşitleme (TD) Tekniği

Kablosuz haberleşmede çok yollu kanallardaki sönmüleme, ciddi derecede genlik ve faz bozulumlarına neden olmaktadır. Bu yüzden dolayı, ek bir güç uygulamadan ve band genişliğinden taviz verilmeden, mobil ünitelerin ve baz istasyonlarının maruz kaldıkları sönmüleme etkisini en az düzeye düşürmek gerekmektedir. Vericide kanal sönmüleme karakteristikleri hakkında hiçbir bilgi mevcut değildir. Bu yüzden alıcıdan vericiye bir bilgi akışı sağlanması söz konusudur. Bu durum ise vericide ve alıcıda kompleks bir yapının oluşmasına neden olmaktadır. Bazı durumlarda, verici ve alıcı arasında bir link bile olmayabilir. Bu durum için etkili teknikler mevcuttur. Bunlar, zaman ve frekans çeşitlemeleridir. Zaman saçılması büyük gecikmelerle sonuçlanmaktadır. Kanalın uyumlu band genişliği saçılım band genişliğinden büyük ise saçılım spektrum yaklaşımları etkisiz kalmaya başlar. Bu yüzden dolayı sönmülemeli ortamlarda verici çeşitlemesi pratik ve etkili bir teknik olup, çok yollu kanallarda sönmüleme etkisini ortadan kaldırmak için sıkça kullanılmaktadır (Tarokh vd.,1998).

Şekil 8.3'de görüldüğü gibi, TD-TTCM tekniği ile kodlanmış sinyaller, verici çeşitleme bloğu ile iletim ortamına gönderilirler. k . kodlama adımında, verici çeşitleme bloğunun girişine sembol vektörleri $\mathbf{s}[k] \cong [\mathbf{s}_1[k] \dots \mathbf{s}_{n_r}[k]]^T$ gelir. Her vektör M kompleks sembol

$\{x_i, i=1, \dots, M\}$ içermektedir. x_i ise yüksek derece modülasyon setini ifade eder. Örnek olarak M -PSK gibi.



Şekil 8.3 (a) Eşleme ve Verici Çeşitleme (TD) bloğu
(b) Sembol vektörlerinin TD tekniği ile verici antenlerden gönderilmesi

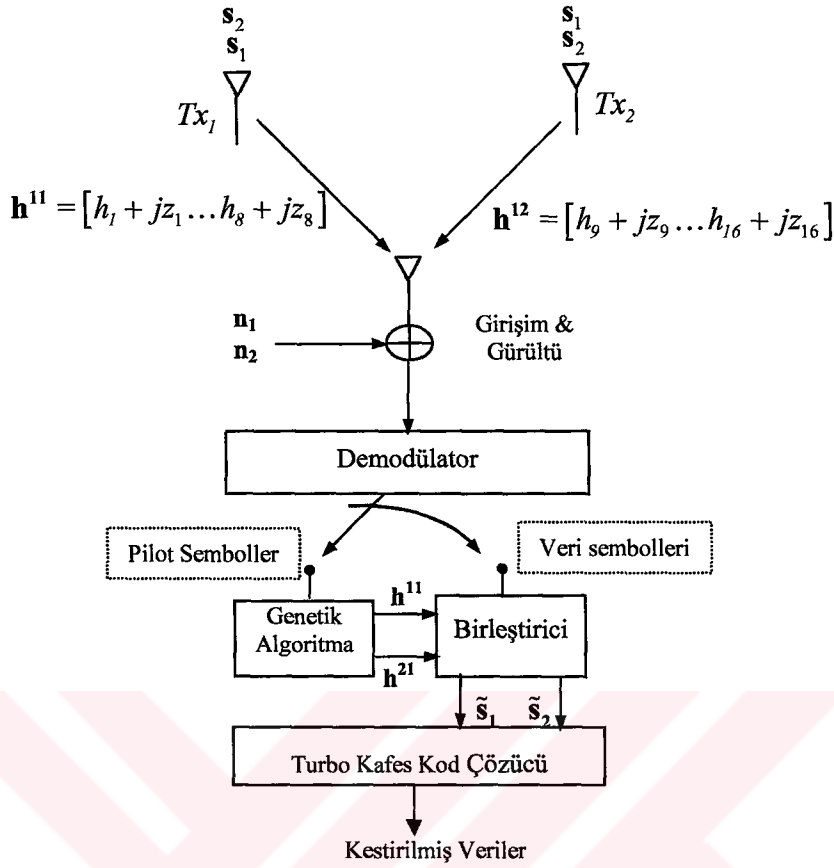
Bu bölümde, Şekil 8.4’de görüldüğü gibi, verici çeşitleme tekniği 2 verici ve 1 alıcı anten yapısı üzerinde denenmiştir. TTCM tekniği ile modüle edilmiş 16 sinyal, Tx_1 anteninden 8 sinyal ve Tx_2 anteninden 8 sinyal olacak şekilde iki antenden aynı zamanda gönderilmiştir. Birinci kodlama adımında, Tx_1 anteninden gönderilen sinyaller;

$$\mathbf{s}_1 = [x_1 + jy_1 \quad x_2 + jy_2 \dots x_8 + jy_8] \quad (8.2)$$

ve Tx_2 anteninden gönderilen sinyaller ise

$$\mathbf{s}_2 = [x_9 + jy_9 \quad x_{10} + jy_{10} \dots x_{16} + jy_{16}] \quad (8.3)$$

olarak kabul edilmiştir. İkinci kodlama adımında, Tx_1 anteninden $\mathbf{s}_2$ sinyali ve Tx_2 anteninden ise $\mathbf{s}_1$ sembol vektörü gönderilmiştir. Her iki kodlama adımında WSSUS kanal parametrelerinin değişmediği farz edilmiştir.



Şekil 8.4 2Tx-1Rx anten konfigürasyonu için TD-TTCM kod çözücüsü

Tx_1 anteni ile alıcı anten (Rx) arasındaki kanal parametreleri

$$\mathbf{h}^{11} = [h_1 + jz_1 \quad h_2 + jz_2 \dots h_8 + jz_8] \quad (8.4)$$

olarak tanımlanmıştır. Tx_2 anteni ile Rx arasındaki kanal parametreleri ise

$$\mathbf{h}^{21} = [h_9 + jz_9 \quad h_{10} + jz_{10} \dots h_{16} + jz_{16}] \quad (8.5)$$

olarak ifade edilmiştir. Bu adı geçen kanallar kompleks ve WSSUS tabanlı COST207 (TU, BU ve HT) kanalının özel tipleridir (COST207, 1989).

Bu kanallar;

$$\mathbf{h}^{11}(k) = \mathbf{h}^{11}(k+T) = [h_1 + jz_1 \dots h_8 + jz_8] \quad (8.6)$$

$$\mathbf{h}^{21}(k) = \mathbf{h}^{21}(k+T) = [h_9 + jz_9 \dots h_{16} + jz_{16}] \quad (8.7)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada T , sembol periyodudur. Böylece alıcıdaki sinyal şu şekilde ifade edilebilir:

$$y_1 = y(k) = \mathbf{h}^{11} * \mathbf{s}_1 + \mathbf{h}^{21} * \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_1 \quad (8.8)$$

$$y_2 = y(k+T) = \mathbf{h}^{11} * \mathbf{s}_2 + \mathbf{h}^{21} * \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_2 \quad (8.9)$$

y_1 ve y_2 , k ve $k+T$ anında, alıcıda gözlenen sinyallerdir. $\mathbf{n}_1$ ve $\mathbf{n}_2$, varyansı $\sigma^2 = \frac{N_0}{2E_s}$ olan

Gauss gürültüsüdür. $*$ ise konvolüsyon işaretidir.

8.3 Genetik Algoritma (GA) ve Genetik Algoritma Tabanlı Kanal Kestirici

Bu bölüm, 2 temel kısımdan meydana getirilmiştir. 1. Kısımda; GA'nın yapısı, tekniği ve kullanmış olduğu operatörler açıklanmıştır. 2. Kısımda ise GA kullanarak tasarlanan kanal kestirici ve kestirim performansı incelenmiştir.

8.3.1 Genetik Algoritma (GA)

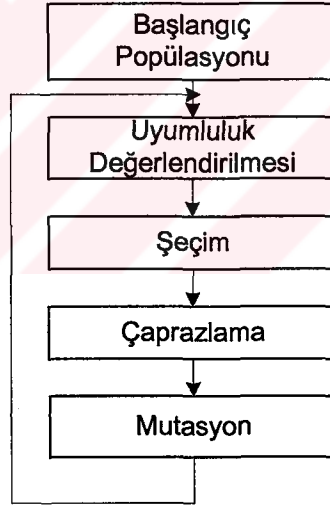
Genetik algoritmalar yapay zekanın gittikçe genişleyen bir kolu olan evrimsel hesaplama tekniğinin bir parçasını oluşturmaktadır. Herhangi bir problemin genetik algoritma ile çözümü, problemi sanal olarak evrimden geçirmek suretiyle yapılmaktadır. Evrimsel hesaplama ilk olarak 1960'larda I. Rechenberg tarafından "Evrimsel Stratejileri (Evolutionary strategies)" isimli eserinde tanıtılmıştır. Onun fikri daha sonra başka araştırmacıların da ilgisini çekmiş ve geliştirilmiştir. John Holland evrim sürecinin bir bilgisayar yardımıyla kullanılarak, bilgisayara anlayamadığı çözüm yöntemlerinin öğretilbileceğini düşünmüştür. Genetik Algoritma (GA), böylece John Holland (1975) tarafından bu düşüncenin bir sonucu olarak bulunmuştur. Onun öğrencileri ve arkadaşları tarafından geliştirilmiş ve bu sayede Holland'ın kitabı "Doğal ve Yapay Sistemlerde Adaptasyon (Adaptation in Natural and Artificial Systems)" olarak yayınlanmıştır. 1992 yılında John Koza genetik algoritmayı kullanarak çeşitli görevleri yerine getiren programlar geliştirmiştir. Bu metoda Genetik Programlama adını vermiştir.

Genetik algoritma geleneksel yöntemlerle çözümü zor veya imkansız olan problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Çok genel anlamda genetik algoritmanın üç uygulama alanı bulunmaktadır. Bunlar deneysel çalışmalarda optimizasyon, pratik endüstriyel uygulamalar ve sınıflandırma sistemleridir. Mühendislik problemlerinde optimizasyon amaçlı olarak kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle mekanizma tasarımında çok iyi sonuçlar verdiği

bilinmektedir (Konuralp vd., 1998). Bunlardan başka otomatik programlama, öğrenme kabiliyetli makineler, ekonomi, çevre bilim, planlama, üretim hattı yerleşimi gibi alanlarda da uygulanmaktadır. Ayrıca dijital resim işleme tekniğinde de çokça uygulama alanı bulmuştur (Mansfield, 1990; Gizölme ve Thollon, 1998, Yılmaz, 2004). Bu problemlerin hemen hemen hepsi çok geniş bir çözüm havzasının taranmasını gerektirmektedir. Bu çözüm havzasının geleneksel yöntemlerle taranması çok uzun sürmekte, genetik algoritmayla ise kısa bir sürede kabul edilebilir bir sonuç alınabilmektedir.

8.3.2 Genetik Algoritma Tekniği

Algoritma ilk olarak, nesil olarak tabir edilen bir çözüm (kromozomlarla ifade edilir) seti ile başlatılır. Bir nesilden alınan sonuçlar, bir öncekinden daha iyi olacağı düşünüldüğünden, yeni bir nesil oluşturmak için kullanılır. Yeni nesil oluşturulması için seçilen bireyler uyumluluklarına göre seçilir. Çünkü uyumlu olanların daha iyi sonuçlar üretmesi olasıdır. Bu işlem istenen çözüm sağlanıncaya kadar devam ettirilir.



Şekil 8.5 Basit GA yapısının blok şeması

8.3.3 Genetik Algoritmanın Aşamaları

1. **Başlangıç:** Problem çözümlerine uygun bir şekilde n adet kromozom içeren neslin oluşturulması,
2. **Uyumluluk:** her x kromozomu için uyumluluğun $f(x)$ değerlendirilmesi,

3. **Yeni popülasyon:** Yeni nesil oluşuncaya kadar aşağıdaki adımların tekrar edilmesi:

- a) **Seçim:** İki ebeveyn kromozomun uyumluluğuna göre seçimi (daha iyi uyum seçilme şansını artırır),
- b) **Çaprazlama:** Yeni bir fert oluşturmak için ebeveynlerin bir çaprazlama olasılığına göre çaprazlanması. Eğer çaprazlama yapılmazsa yeni fert, anne veya babanın kopyası olacaktır.
- c) **Mutasyon:** Yeni ferdin mutasyon olasılığına göre kromozom içindeki konumu değiştirilir.
- d) **Ekleme:** Yeni bireyin yeni nesile eklenmesi.

4. **Değiştirme:** Algoritmanın yeniden çalıştırılmasında oluşan yeni nesilin kullanılması,

5. **Test:** Eğer sonuç tatmin ediyorsa, algoritmanın sona erdirilmesi ve son nesilin çözüm olarak sunulması.

6. **Döngü:** 2. adıma geri dönülmesi.

Görüldüğü üzere genetik algoritmanın yapısı oldukça geneldir ve herhangi bir probleme uygulanabilir. Kromozomların tanımlanması genellikle ikili düzendeki sayılarla yapılır. Çaprazlama işlemi için kullanılan bireyler iyi bireylerden seçilir. GA kullanılarak bir problem çözülecekse algoritmanın ne zaman sonlanacağına kullanıcı karar vermektedir. GA'nın belli bir sonlanma kriteri yoktur. Sonucun yeterince iyi olması veya yakınsamanın sağlanması algoritmanın durması için kriter olarak kullanılabilir [4].

8.3.4 Genetik Algoritmada Kullanılan Operatörler

Genetik algoritmanın en önemli kısımları çaprazlama ve mutasyon işlemleridir. Bu işlemler, bir olasılık değeri ile ve genelde rasgele olarak uygulanır. Bu şekilde iyi sonuç alınabilmektedir. Bir kromozomun ikili sayılarla temsil edilmesi Şekil 8.6'da gösterilmiştir.

Kromozom 1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
Kromozom 2	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0

Şekil 8.6 Bir kromozomun ikili sayılarla temsili

Kromozom, temsil ettiği çözümle ilgili bilgi içermelidir. Her kromozom ikili (binary) bir diziden oluşur. Bu dizi içindeki her bir bit, bir sayı çözümünün karakteristiğini temsil edebilir veya bir dizi bütünüyle bir sayıya işaret edebilir.

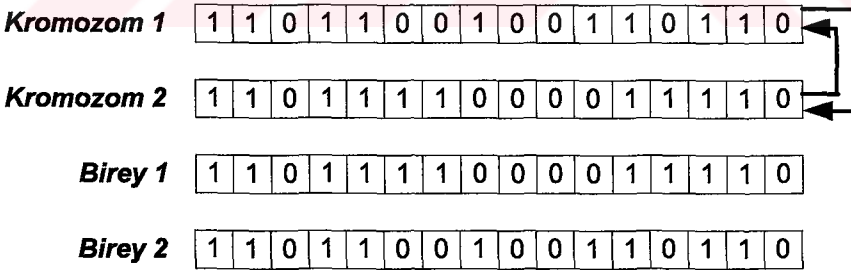
Kromozomu, ikili düzendeki sayılar dizisiyle ifade etmek çok tercih edilen bir temsil şeklidir. Ancak bunun yerine, tamsayı veya gerçel sayılar da kullanılabilir. İkili düzenin tercih edilmesinin sebebi, basit olması ve bilgisayar tarafından daha kolay ve hızlı bir biçimde işlenebilmesidir.

Üreme

Üreme işlemi, belli bir seçim kriterine göre bireylerin seçilip yeni nesil oluşturulması işlemidir. Seçim kriterlerinde uyumluluk esas alınır ve uyumluluğu en yüksek olan bireyler seçilir. Daha sonra çaprazlama ve mutasyon uygulanarak, bireylerden daha uyumlu yeni bireyler çıkma olasılığı artırılır. Bireylerin tamamı, uyumluluğa göre seçilebileceği gibi, bir kısmı rasgele seçilerek yeni nesile aktarılabilir.

Çaprazlama

Kromozomların nasıl temsil edileceğine karar verildikten sonra çaprazlama yapılabilir. Çaprazlama ebeveynlerden bazı genleri alarak yeni bireyler oluşturma işlemidir(Şekil 8.7).



Şekil 8.7 GA'nın çaprazlama operatörü

Çaprazlama yapılacak konum rasgele seçilir (|). Oluşan yeni birey ebeveynlerin bazı özelliklerini almış ve bir bakıma ikisinin kopyası olmuştur. Çaprazlama işlemi başka şekillerde de yapılabilir. Mesela birden fazla çaprazlama noktası seçilebilir. Daha iyi performans almak amacıyla değişik çaprazlamalar kullanılabilir.

Mutasyon

Çaprazlama gerçekleştikten sonra mutasyon işlemi yapılır. Mutasyon, oluşan yeni çözümlerin, önceki çözümleri kopyalamasını önlemek ve sonuca daha hızlı ulaşmak amacıyla yapılır. Mutasyon, oluşan yeni bireyin bir bitini (eğer ikili düzende ifade edilmiş ise) rasgele değiştirir (Şekil 8.8).

Orjinal Birey 1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
Orjinal Birey 2	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
Değişmiş Birey 1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
Değişmiş Birey 2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0

Şekil 8.8 GA'da mutasyon işlemi

Elitizm

Üreme, çaprazlama ve mutasyon işlemleri sonrasında nesilde bulunan en iyi uyumluluğa sahip birey sonraki nesile aktarılamayabilir. Bunu önlemek için, bu işlemlerden sonra oluşan yeni nesile, bir önceki nesilin en iyi (elit) bireyi, yeni nesildeki herhangi bir birey ile değiştirilir. Buna elitizm adı verilir (Konuralp, 1998; [2,3])

8.3.5 Genetik Algoritma Parametreleri

GA tekniğinin, çaprazlama olasılığı ve mutasyon olasılığı olmak üzere iki basit parametresi vardır;

- Çaprazlama olasılığı, çaprazlamanın hangi sıklıkta yapılacağını belirtir. Eğer hiç çaprazlama yapılmaz ise (çaprazlama olasılığı %0), yeni bireyler eski bireylerin aynısı olur ama bu yeni nesilin eskisiyle aynı olacağı anlamına gelmez. Eğer bu oran %100 olursa yeni bireyler tamamıyla çaprazlama ile elde edilir. Çaprazlama, eski bireylerden iyi taraflar alınarak, elde edilen yeni bireylerin daha iyi olması umuduyla yapılır.
- Mutasyon olasılığı ise mutasyonun hangi sıklıkta yapılacağını belirtir. Mutasyon olmaz ise yeni birey çaprazlama veya kopyalama sonrasında olduğu gibi kalır. Eğer mutasyon olur ise yeni bireyin bir kısmı değiştirilmiş olur. Eğer bu oran %100 olursa nesil içindeki bireyler tamamen değişir, %0 olursa hiç değişmeden kalır.

8.3.6 Diğer Parametreler

GA tekniği başka parametreler de içerir. Bunların en önemlilerinden birisi de nesil büyüklüğüdür. Bu parametre nesil içinde (yalnızca bir nesilde) kaç adet kromozom yani birey olduğunu söyler. Eğer kromozom sayısı az olursa, GA, çözüm aranan uzayın ancak bir kısmını gezebilir ve çaprazlama için fazla bir seçeneği yoktur. Kromozom sayısı çok fazla olursa, GA çok yavaş çalışır. Araştırmalar, belli bir noktadan sonra nesil sayısını artırmanın bir yararı olmadığını göstermiştir.

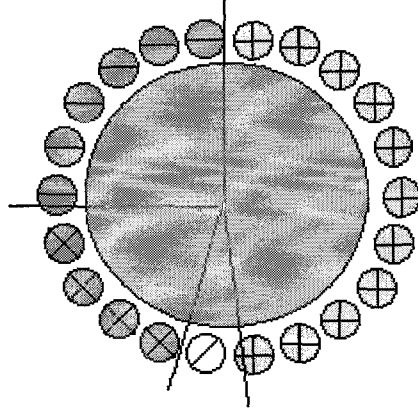
Yeni bireyler, uyumluluğa göre veya rasgele olarak seçilebilir. Yeni bireylerin tamamen rasgele seçilme durumunda yakınsama zorlaşabilir. Tüm bireyler uyumluluğa göre seçildiğinde ise yeni nesil içinde bölgesel yakınsamalar olabilir. Bu sorunların üstesinden gelmek için belli bir oranda uyumluluk seçimi, belli bir oranda da rasgele seçim yapılabilir. Bu oran Nesil Farkı (Generation Gap) ile ifade edilir. Nesil farkı %100 olduğunda, yeni bireylerin tamamı uyumluluğa göre seçilir.

Seçim

Ebeveynleri oluşturmak üzere bazı bireylerin seçilmesi gerekir. Teoriye göre, iyi olan bireyler yaşamını sürdürmeli ve bu bireylerden yeni bireyler oluşturulmalıdır. Bu seçim çeşitli kriterlere göre yapılabilir. Rulet seçimi, Boltzman seçimi, turnuva seçimi, sıralı seçim bunlardan bazılarıdır.

Rulet seçiminde kromozomlar uyumluluk fonksiyonuna göre bir rulet etrafına gruplanır (Şekil 8.9). Uyumluluk fonksiyonu, herhangi bir kriteri uyan bireylerin seçilmesi için kullanılır. Bu rulet üzerinden rasgele bir birey seçilir. Daha büyük alana sahip bireyin seçilme şansı daha fazla olacaktır [2–4].

Rulet seçimi, eğer uyumluluk çok fazla değişiyorsa sorun çıkartabilir. Örneğin en iyi kromozomun uyumluluğu %90 ise diğer kromozomların seçilme şansı azalacaktır. Bunu önlemek için sıralı seçim kullanılabilir. Sıralı seçimde, en kötü uyumlulukta olan kromozoma 1 değeri, sonrakine 2 değeri verilir ve böylelikle seçimde bunlara öncelik tanınmış olur. Bu şekilde onların da seçilme şansı artar. Fakat bu çözüm, GA'nın daha geç yakınsamasına neden olmaktadır.



Şekil 8.9 Rulet Seçimi

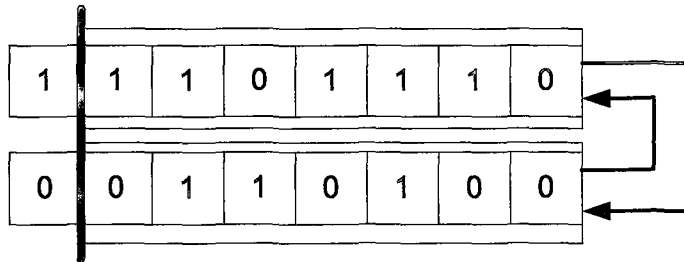
Seçim yapmak için top atıldığında $\oplus$ alanlarda durma olasılığı daha yüksektir. Genetik algoritma tekniğinin daha iyi anlaşılması için bir örnek çözülmesi yararlı olacaktır.

8.3.7 GA'nın Bir Örnek Üzerinde Gösterimi

Aşağıda rasgele seçilmiş 8 bitlik 4 adet birey görülmektedir. Uyumluluk kriteri her dizinin içerdiği 1 adedi olsun (a bireyinde 2 adet 1 bulunmaktadır dolayısıyla uyumluluğu 2'dir);

a	0	0	0	0	0	1	1	0	2
b	1	1	1	0	1	1	1	0	6
c	0	0	1	0	0	0	0	0	1
d	0	0	1	1	0	1	0	0	3

Hedefimiz, 8 uyumluluğuna sahip bir birey oluşturmak olsun. Bu 4 adet birey içinden ikişer çift seçilerek bir sonraki nesil oluşturulacak ve bunlara çaprazlama ve mutasyon uygulanacaktır. b,d ile b,c çiftleri seçilsin. Çaprazlama bu çiftler içinde çaprazlama olasılığı oranında gerçekleşecektir. b,d çiftinde çaprazlama olduğunu varsayalım. Burada çaprazlama ilk bit üzerinden gerçekleşmiştir. Bu durumda e ve f şeklinde yeni bireyler oluşacaktır.



1	0	1	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

0	1	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Diğer çift üzerinde çaprazlama yapılmasın. Mutasyon ise mutasyon olasılığı oranında etki edecektir. Burada e ile b bireylerine etkimıştır (e'ye 6. bit, b'ye ilk bit üzerinden)

e'	1	0	1	1	0	X	0	0	=	1	0	1	1	0	0	0	0
						↑											
						0											

b'	X	1	1	0	1	1	1	0	=	0	1	1	0	1	1	1	0
	↑																
	0																

Mutasyona uğrayan bitler değişir ve son durum aşağıdaki gibi olur;

e'	1	0	1	1	0	0	0	0	3
f	0	1	1	0	1	1	1	0	5
c	0	0	1	0	0	0	0	0	1
b'	0	1	1	0	1	1	1	0	5

Görüldüğü gibi en yüksek uyumluluğa sahip olan b bireyinin kaybolmasına karşılık ortalama uyumluluk artmıştır. Bu işlem birkaç kez tekrar edildiğinde Genetik Algoritma mükemmel diziye yani 11111111 dizisini bulacaktır.

8.3.8 Genetik Algoritma (GA) Tabanlı Kanal Kestirici

Bu bölümde, TD-TTCM kodlayıcısından çıkan ve verici antenlerden gönderilen sinyal vektörü $\mathbf{s}(k)$ ve WSSUS kanal modelinin katsayıları $\mathbf{h}(k)$ olarak tanımlanmıştır.

$\mathbf{y}(k)$ ise, k anındaki çıkış vektörü olarak ifade edilmiştir;

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{s}(k) * \mathbf{h}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (8.10)$$

$*$, konvolüsyon işareti ve $\mathbf{n}(k)$, kanallara ait gürültüleri içeren vektördür. GA tabanlı kanal kestiricisinin ana hedefi, k anında $\mathbf{y}(k)$ ve $\mathbf{s}(k) * \mathbf{h}(k)$ vektörleri arasındaki hatanın kara kökünü minimuma indirerek, $\mathbf{h}(k)$ kanal katsayılarını bulmaktır. Bu ana hedef, aynı zamanda maliyet fonksiyonudur. Bu fonksiyonu J olarak tanımlanırsa;

$$J(k) = \sqrt{\mathbf{y}(k) - \mathbf{s}(k) * \mathbf{h}(k)} \quad (8.11)$$

Genetik-tabanlı kanal kestirici, maliyet fonksiyonunu J minimize edecek en uygun değerdeki kanal katsayılarını $\mathbf{h}(k)$ bulmaya çalışmaktadır (Göse vd., 2004b; 2004c).

Aşağıdaki basamaklar önerilen Genetik-tabanlı kanal kestiricinin işlem basamaklarını göstermektedir. k zaman adımında;

- WSSUS çok yollu kanallardan geçen ve alıcıya gelen sembollerin çıkış vektörünü $\mathbf{y}(k)$ elde et.
- Maliyet fonksiyonunu J minimize edecek şekilde, kanal katsayıları $\mathbf{h}(k)$ bulmak için GA'nın araştırma işlemini başlat. Değişik WSSUS kanal katsayıları $\mathbf{h}(k)$ değerlerini kullanarak çıkış vektörünü $\mathbf{y}(k)$ elde et.
- İkinci basamakta elde edilen çıkış vektörünü $\mathbf{y}(k)$ kullanarak, maliyet fonksiyonunu J minimum yapacak şekilde $\mathbf{h}(k)$ değerini bul.
- Aynı işlemleri $k+1$ zamanı için tekrar et.

Genetik Algoritma tabanlı kanal kestiricide kullanılan parametreler Çizelge 8.1'de gösterilmiştir. Burada iki anten için, GA ile kestirilen COST207 TU, BU ve HT kanal katsayıları verilmiştir. WSSUS çok yollu kanallara uygulanan ve kestirim zamanını ve kestirim başarımını gösteren iki örnek Şekil 8.10 ve Şekil 8.13'de gösterilmiştir. İdeal kanallar ile kestirilmiş kanalların katsayıları Şekil 8.11-12 ve Şekil 8.14-15'de verilmiştir. Simülasyon çıktıları MATLAB programından elde edilmiştir. GA ile kanal kestirim simülasyonlarında, Pentium 4, 2.4 Ghz.lik işlemci kullanılmıştır. İterasyonlar 50 nesil sonra kesilmiş, bu kestirim TD-TTCM tekniğinin performansını ortaya koyabilmesi için fazlası ile yeterli olmaktadır. Simülasyonlarda kullanılan parametreler, parametre açıklamaları ve değerleri ise Çizelge 8.2'de verilmiştir.

Çizelge 8.1 GA ile kestirilen COST207 TU, BU ve HT kanal katsayıları

(a) 1. Anten için kanal katsayıları (b) 2. Anten için kanal katsayıları

(a)

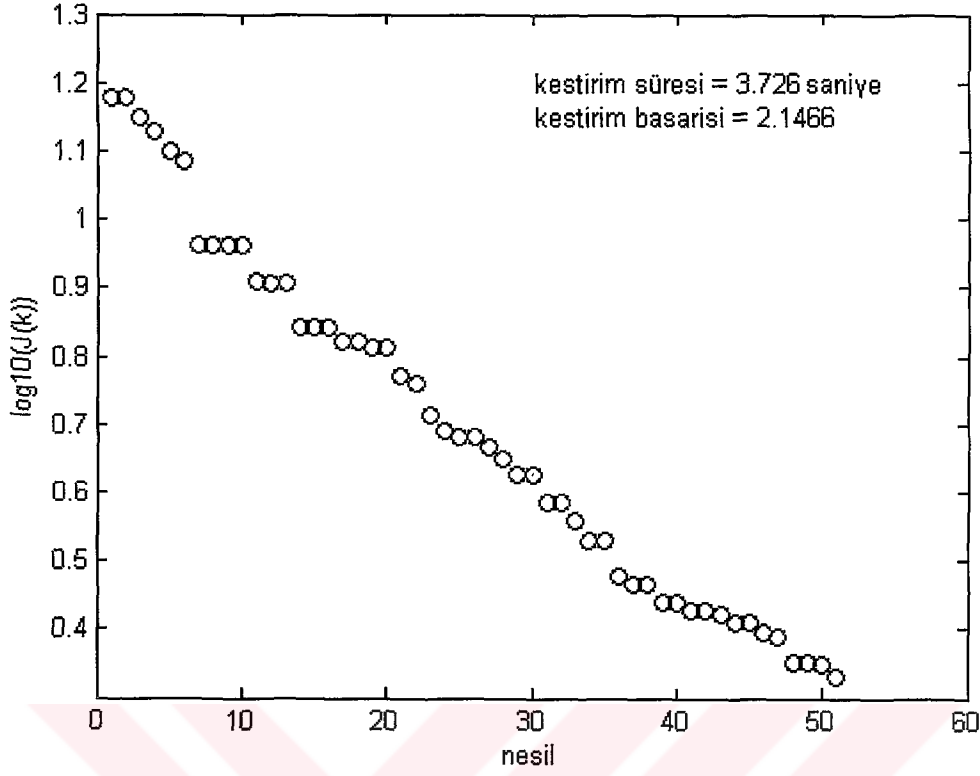
COST207			
1. ANTEN			
PATH NUMBER	TU	BU	HT
1	-1.1385 - 1.3304i	-0.3820 + 0.7018i	-0.1687 + 0.1224i
2	-1.0531 - 1.1836i	-0.6170 + 1.0973i	0.4343 + 0.5659i
3	-0.5349 - 0.7041i	-0.6628 + 1.3421i	0.6439 + 0.5971i
4	0.1308 - 0.0845i	-0.4692 + 1.3192i	0.2797 + 0.4023i
5	0.6159 + 0.4369i	-0.1215 + 1.0312i	-0.5245 + 0.2770i
6	0.7219 + 0.6931i	0.1891 + 0.5906i	-1.3971 + 0.4386i
7	0.4709 + 0.6674i	0.2587 + 0.1598i	-1.9248 + 0.8867i
8	0.0718 + 0.4944i	-0.0173 - 0.1242i	-1.8591 + 1.3899i

(b)

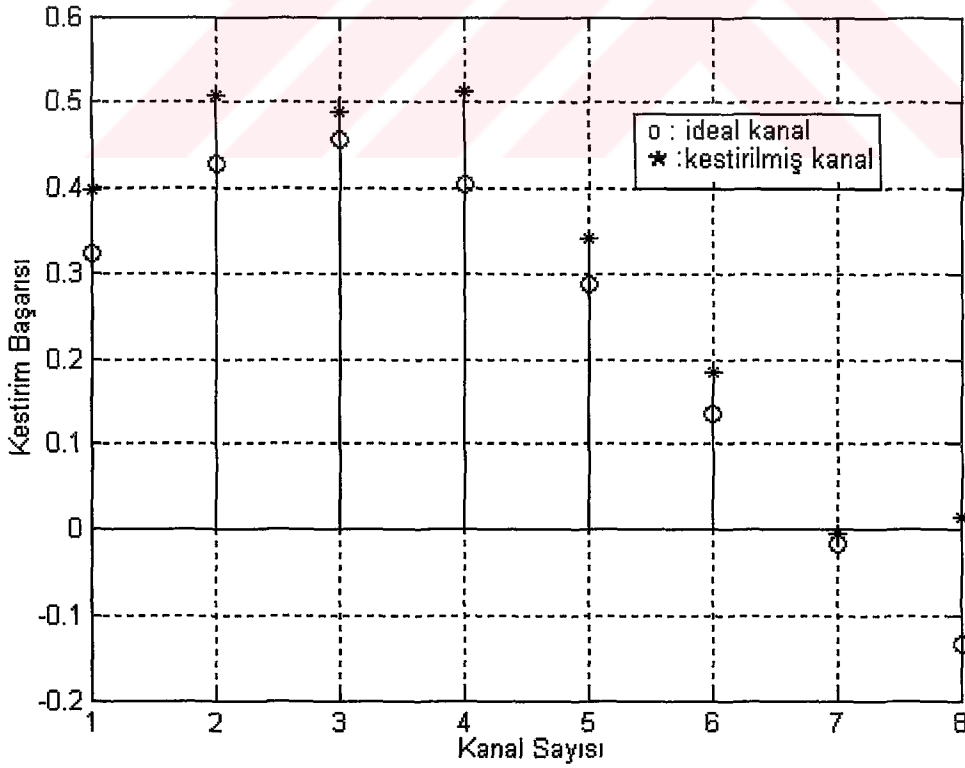
COST207			
2. ANTEN			
PATH NUMBER	TU	BU	HT
1	0.2506 - 0.1776i	0.8618 - 0.6644i	-0.2453 - 0.1413i
2	0.2096 - 0.3127i	0.7762 - 0.8927i	-0.3950 - 0.4595i
3	0.1451 - 0.2298i	0.3329 - 1.0500i	-0.5242 - 0.8422i
4	0.0190 + 0.0061i	-0.2922 - 1.0303i	-0.6263 - 1.1147i
5	-0.1572 + 0.1926i	-0.8058 - 0.8180i	-0.6753 - 1.1233i
6	-0.3249 + 0.1169i	-0.9543 - 0.4933i	-0.6361 - 0.8199i
7	-0.4058 - 0.2953i	-0.6664 - 0.1878i	-0.4903 - 0.2970i
8	-0.3412 - 0.9009i	-0.0989 - 0.0162i	-0.2605 + 0.2499i

Çizelge 8.2 Simülasyonlarda kullanılan GA parametreleri, açıklamaları ve değerleri

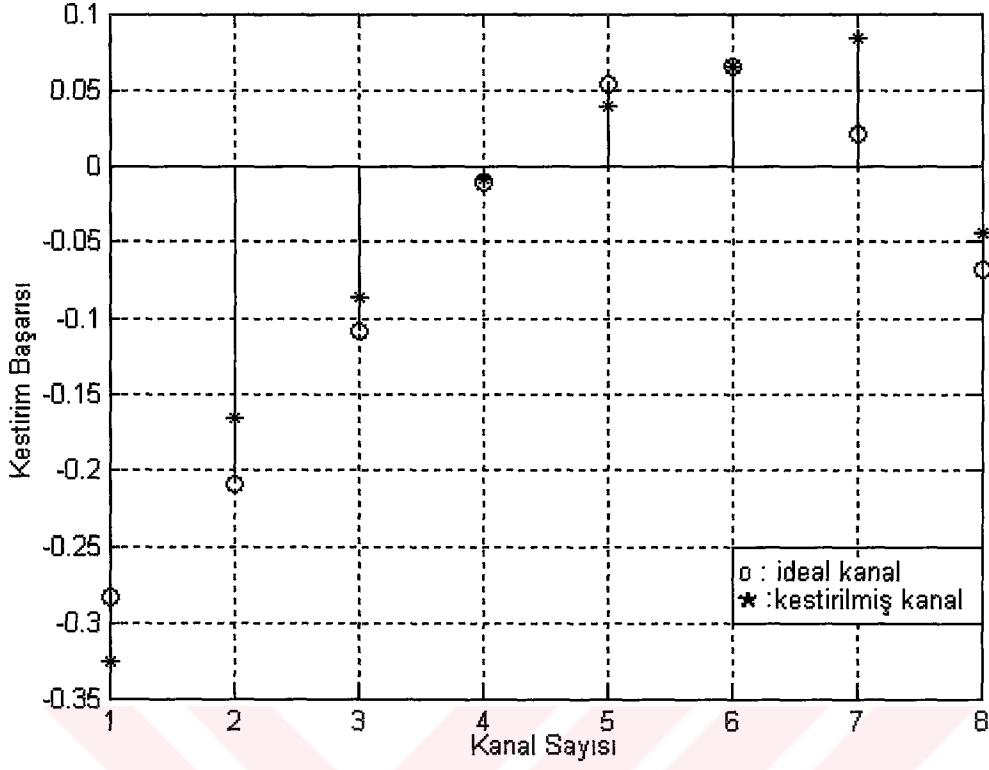
PARAMETRELER	PARAMETRE AÇIKLAMALARI	PARAMETRE DEĞERLERİ
NIND	Alt toplum başına düşen birey sayısı	100
MAXGEN	Maksimum nesil sayısı	50
GGAP	Nesil aralığı (Generation gap)	0.9
NVAR	Bir nesilde oluşturulan birey sayısı	16
PRECI	Bireylerin ikili (binary) düzende gösterimi	20



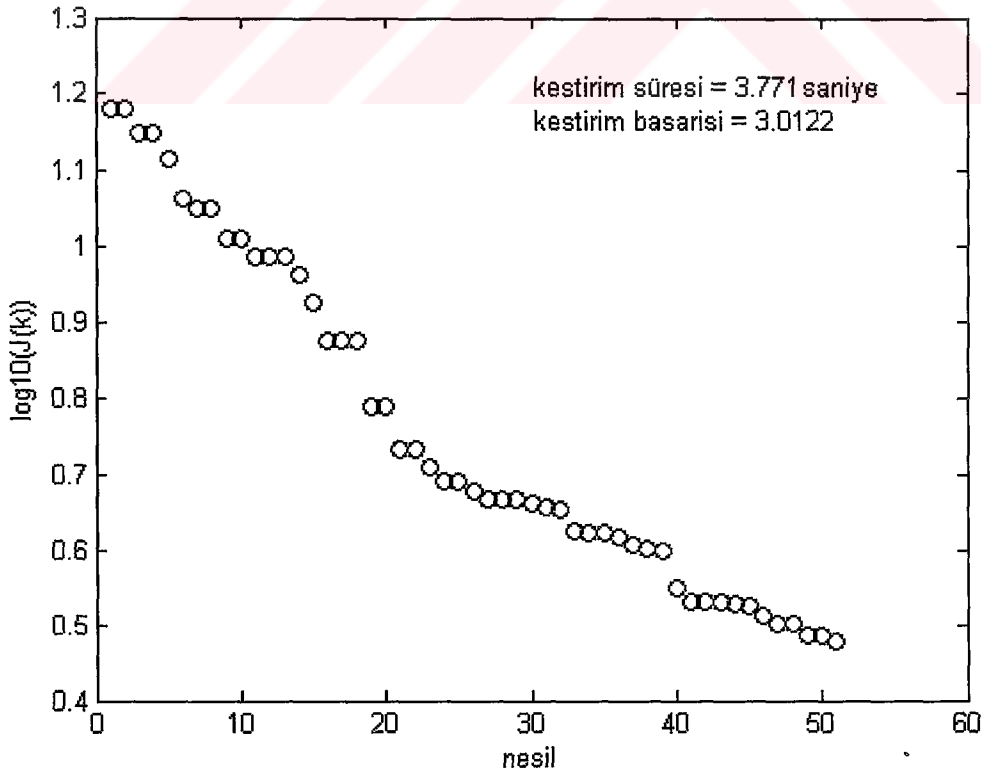
Şekil 8.10 COST207 TU modelinin 8 kanalında yapılan kestirimin maliyet fonksiyonu



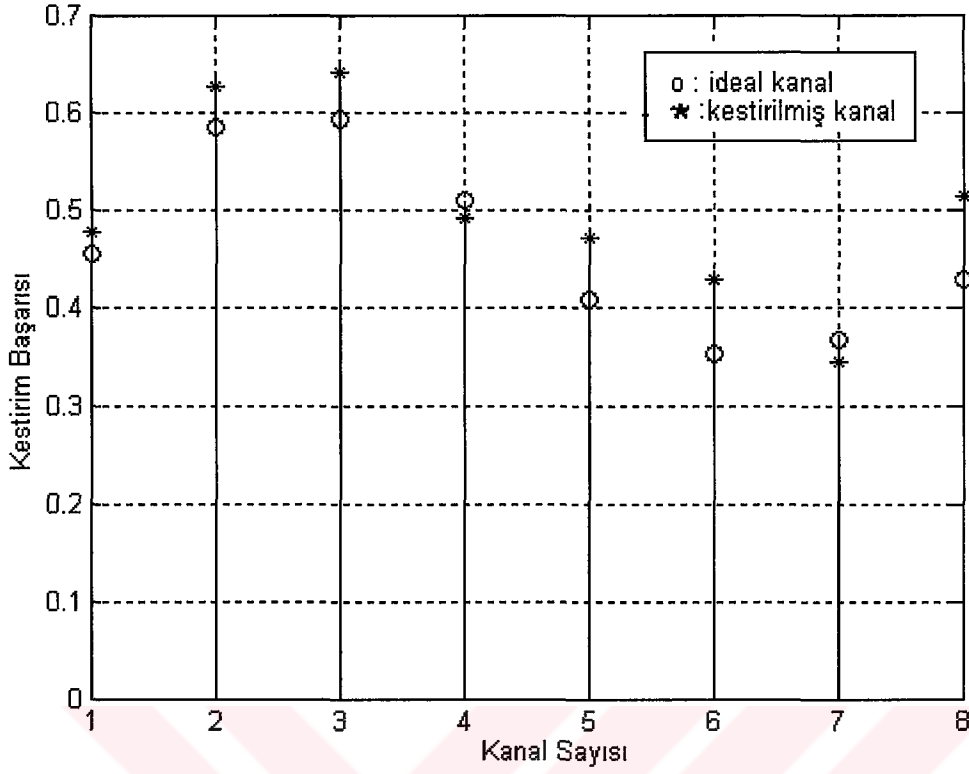
Şekil 8.11 8 kanalın reel katsayılarının kestirimi (COST207 TU)



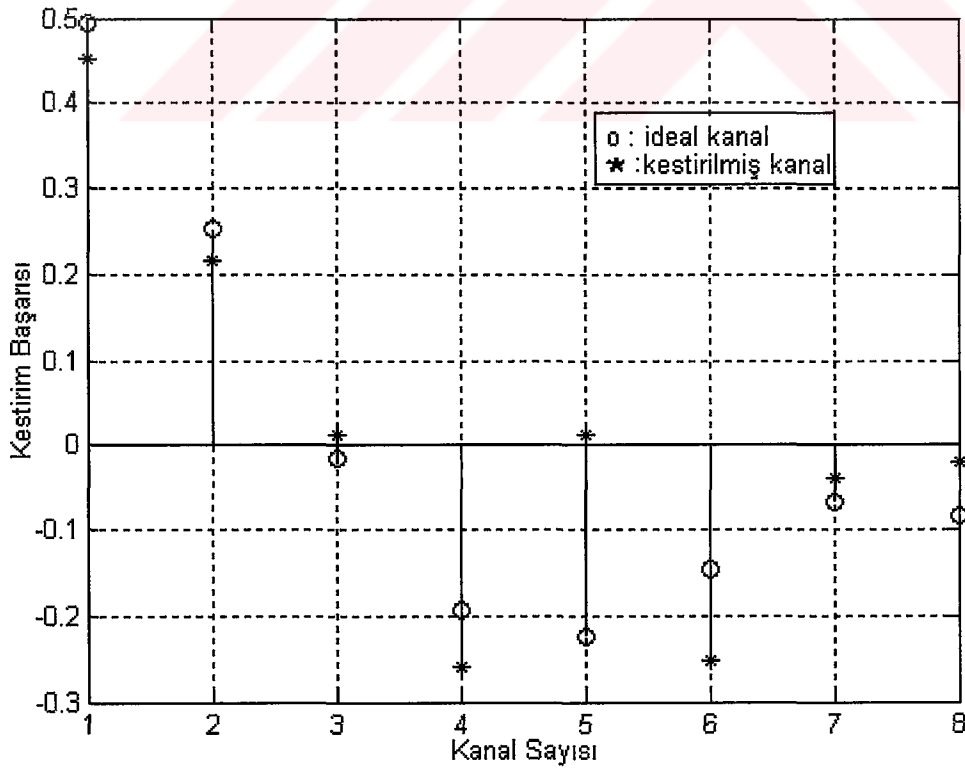
Şekil 8.12 8 kanallı sanal katsayılarının kestirimi (COST207 TU)



Şekil 8.13 COST207 BU kanal modelinin 8 kanallı yapıldan kestirimin maliyet fonksiyonu



Şekil 8.14 8 kanallın reel katsayılarının kestirimi (COST207 BU)



Şekil 8.15 8 kanallın sanal katsayılarının kestirimi (COST207 BU)

8.4 Birleştirici (Combiner) Yapısı

Kanal kestirimi yapıldıktan ve veri dizileri, WSSUS çok yollu kanallardan geçirildikten sonra çıkış bilgileri alıcının birleştirici bloğunda toplanmıştır. Şekil 8.4’de görüldüğü gibi birleştirici çıkışındaki semboller, TD-TTCM kod çözücüsüne girmektedir. Birleştirici bloğunda semboller, y_1 ve y_2 çıkış vektörlerinden iteratif olarak elde edilmektedir. 16 sembol (s_1 ve s_2), iki antenden gönderildikten sonra 16 WSSUS (h^{11} ve h^{21}) ve AWGN kanallardan geçirilir. Bir periyot boyunca verici antenlerden 16 sembol gönderilmektedir. Her iki kanal ve anten için, sinyal vektörü ile kanal katsayıları vektörünün konvolüsyonu alınıp birleştirici bloğunda birleştirildikten sonra 32 bilinmeyenli ($\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{x}_{16}, \tilde{y}_{16}$) 32 denklem elde edilir. Kestirim algoritması Ek 1’de gösterilmiştir. 32 denklemin matris formunda yazdığımız zaman ;

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} = [\tilde{a}]^{-1} * \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad \text{burada } \tilde{a} = \begin{bmatrix} h_1 & -z_1 & h_9 & -z_9 \\ z_1 & h_1 & z_9 & h_9 \\ h_9 & -z_9 & h_1 & -z_1 \\ z_9 & h_9 & z_1 & h_1 \end{bmatrix} \quad (8.12)$$

A, B, C, D harfleri birleştirici çıkışında elde edilen kompleks sayıların gerçek (real) ve sanal (imaginary) katsayılarıdır. Denklem (8.10)’da, her iki verici antenden gönderilen ilk semboller elde edilmektedir. Kestirilen $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_9, \tilde{y}_9$ sembolleri, (8.11)’de yerine konulduğunda ;

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} = [\tilde{a}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} E \\ F \\ G \\ H \end{bmatrix} - [\tilde{b}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{burada } \tilde{b} = \begin{bmatrix} h_2 & -z_2 & h_{10} & -z_{10} \\ z_2 & h_2 & z_{10} & h_{10} \\ h_{10} & -z_{10} & h_2 & -z_2 \\ z_{10} & h_{10} & z_2 & h_2 \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

$\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{x}_{10}, \tilde{y}_{10}$ sembolleri elde edilir. Bu yapıdaki iteratif çözümü diğer denklemlere de uyguladığımızda;

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} = [\tilde{a}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \\ L \end{bmatrix} - [\tilde{b}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{c}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{burada } \tilde{c} = \begin{bmatrix} h_3 & -z_3 & h_{11} & -z_{11} \\ z_3 & h_3 & z_{11} & h_{11} \\ h_{11} & -z_{11} & h_3 & -z_3 \\ z_{11} & h_{11} & z_3 & h_3 \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} M \\ N \\ O \\ P \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

burada $\tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} h_4 & -z_4 & h_{12} & -z_{12} \\ z_4 & h_4 & z_{12} & h_{12} \\ h_{12} & -z_{12} & h_4 & -z_4 \\ z_{12} & h_{12} & z_4 & h_4 \end{bmatrix}$

(8.15)

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{C} \\ \bar{D} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

burada $\tilde{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} h_5 & -z_5 & h_{13} & -z_{13} \\ z_5 & h_5 & z_{13} & h_{13} \\ h_{13} & -z_{13} & h_5 & -z_5 \\ z_{13} & h_{13} & z_5 & h_5 \end{bmatrix}$

(8.16)

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{F} \\ \bar{G} \\ \bar{H} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

burada $\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} h_6 & -z_6 & h_{14} & -z_{14} \\ z_6 & h_6 & z_{14} & h_{14} \\ h_{14} & -z_{14} & h_6 & -z_6 \\ z_{14} & h_{14} & z_6 & h_6 \end{bmatrix}$

(8.17)

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_7 \\ \tilde{y}_7 \\ \tilde{x}_{15} \\ \tilde{y}_{15} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{J} \\ \bar{K} \\ \bar{L} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - \right.$$

$$\left. [\tilde{\mathbf{g}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \text{ burada } \tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} h_7 & -z_7 & h_{15} & -z_{15} \\ z_7 & h_7 & z_{15} & h_{15} \\ h_{15} & -z_{15} & h_7 & -z_7 \\ z_{15} & h_{15} & z_7 & h_7 \end{bmatrix}$$
(8.18)

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_8 \\ \tilde{y}_8 \\ \tilde{x}_{16} \\ \tilde{y}_{16} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{M} \\ \bar{N} \\ \bar{O} \\ \bar{P} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_7 \\ \tilde{y}_7 \\ \tilde{x}_{15} \\ \tilde{y}_{15} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - \right.$$

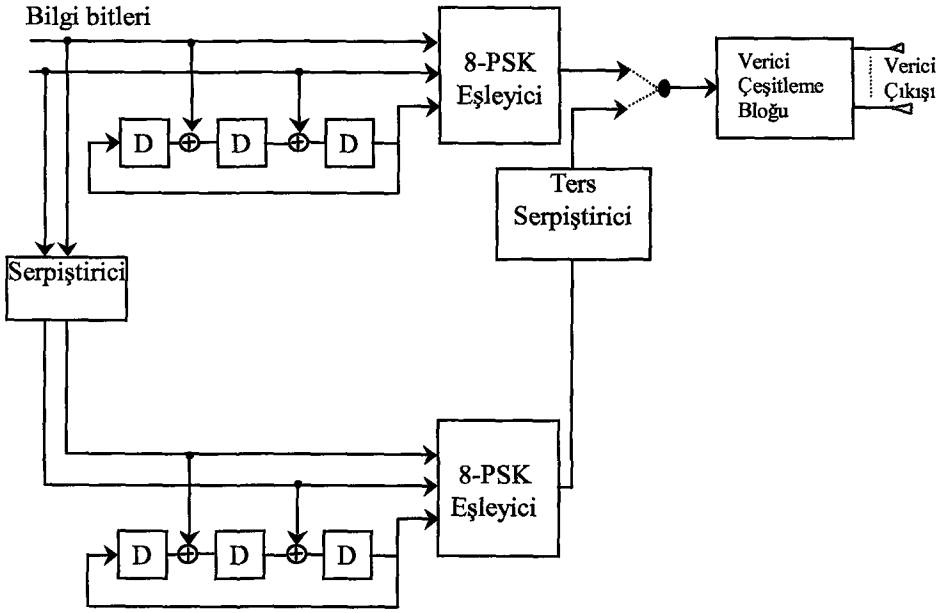
$$\left. [\tilde{\mathbf{g}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{h}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \text{ burada } \tilde{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} h_8 & -z_8 & h_{16} & -z_{16} \\ z_8 & h_8 & z_{16} & h_{16} \\ h_{16} & -z_{16} & h_8 & -z_8 \\ z_{16} & h_{16} & z_8 & h_8 \end{bmatrix} \quad (8.19)$$

Sonuç olarak, birleştiricinin çıkışında $\tilde{\mathbf{s}}_1 = [\tilde{x}_1 + j\tilde{y}_1 \quad \tilde{x}_2 + j\tilde{y}_2 \dots \tilde{x}_8 + j\tilde{y}_8]$ ve $\tilde{\mathbf{s}}_2 = [\tilde{x}_9 + j\tilde{y}_9 \quad \tilde{x}_{10} + j\tilde{y}_{10} \dots \tilde{x}_{16} + j\tilde{y}_{16}]$ kestirilmiş sembol vektörleri elde edilmiştir. Çoklu-anten yapısında, kanal katsayıları $(\mathbf{h}^{11} \dots \mathbf{h}^{1n_T}, \mathbf{h}^{21} \dots \mathbf{h}^{2n_T}, \mathbf{h}^{n_r 1} \dots \mathbf{h}^{n_r n_T})$ iyi kestirilmiş ise sembol vektörlerinin $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{\mathbf{s}}_1 \quad \tilde{\mathbf{s}}_2 \dots \tilde{\mathbf{s}}_{n_T}]$ daha doğru olarak kestirildiği gözlemlenmiştir.

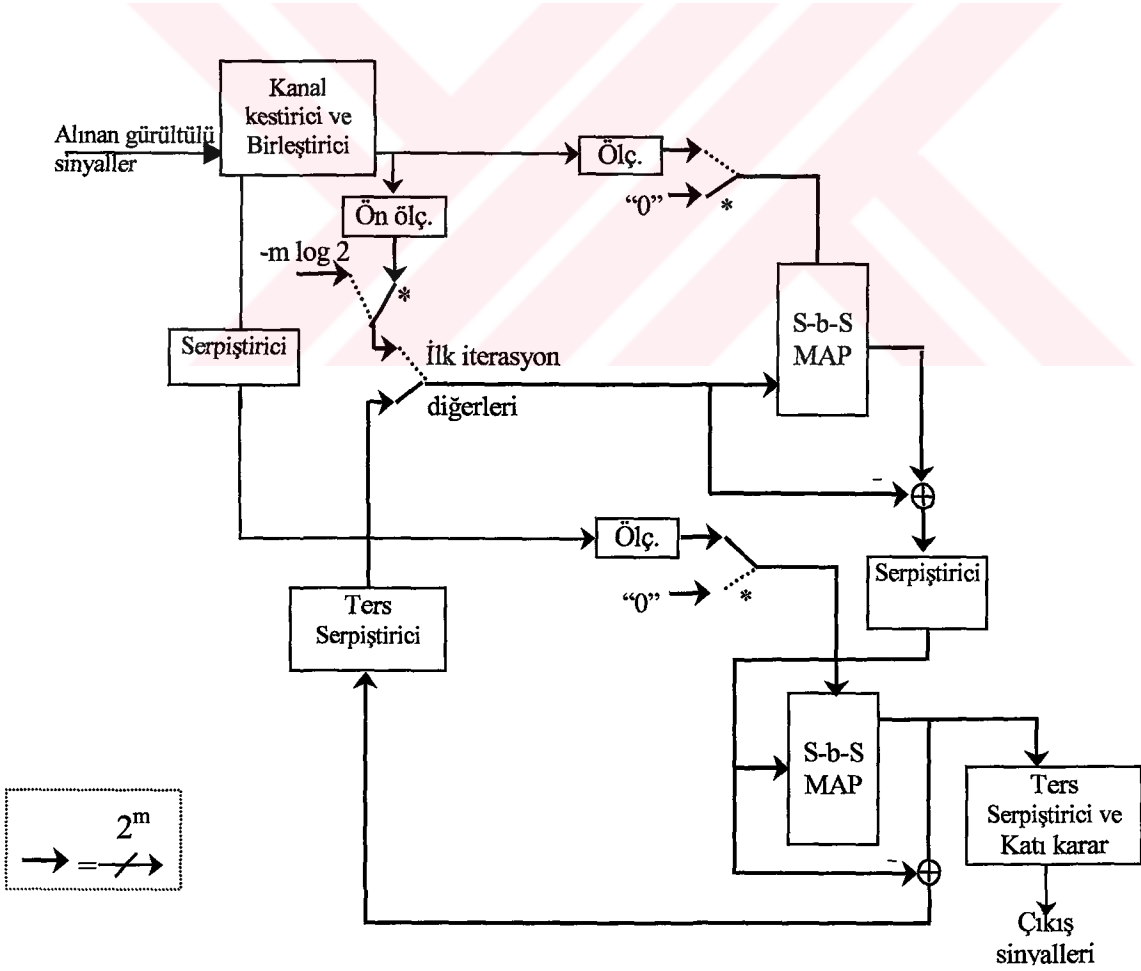
8.5 Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) Yapısı

Bu bölümde Verici Çeşitleme (TD) tekniği, Turbo kafes kodlamalı modülasyon (TTCM) yapısı ile birleştirilmiş ve TD-TTCM adında yeni bir yapı ortaya konulmuştur. Verici Çeşitleme (TD) tekniği ile, mobil haberleşme kanallarının band genişliği arttırılmadan, verici antenlerin çeşitlenmesi ile yüksek performans sağlanmaktadır. TTCM yapısı, ikili (binary) Turbo yapısına benzemesine rağmen, TTCM; Turbo kodlamanın, çok boyutlu kodlama tipi olan TCM'e uygulanmış şeklidir.

İkili Turbo kodlarda, öz yinmeli katlamalı kodlayıcılar birbirine paralel olarak bağlanmalarına karşılık, TTCM yapısında, TCM kodlayıcıları birbirine paralel olarak bağlanmıştır (Robertson, 1998). TCM kodlayıcıları arasında serpiştirici ve delikleyici blokları vardır. Rastgele serpiştirici yapıları, hata başarımını daha çok arttırmaktadır (Alamouti, 1998). Ungerboeck kodlama ve çok boyutlu TCM kodların yapıları Turbo kodlama tekniğini kullanma açısından birbirlerine benzerler (Blackert ve Wilson, 1996; Robertson ve Worzt, 1998). TD-TTCM kodlayıcı yapısı Şekil 8.16'da ve 8-PSK modülasyon tipi için tasarlanmış TD-TTCM kod çözücü yapısı Şekil 8.17'de verilmiştir.



Şekil 8.16 8-PSK modülasyonlu TD-TTCM kodlayıcı yapısı

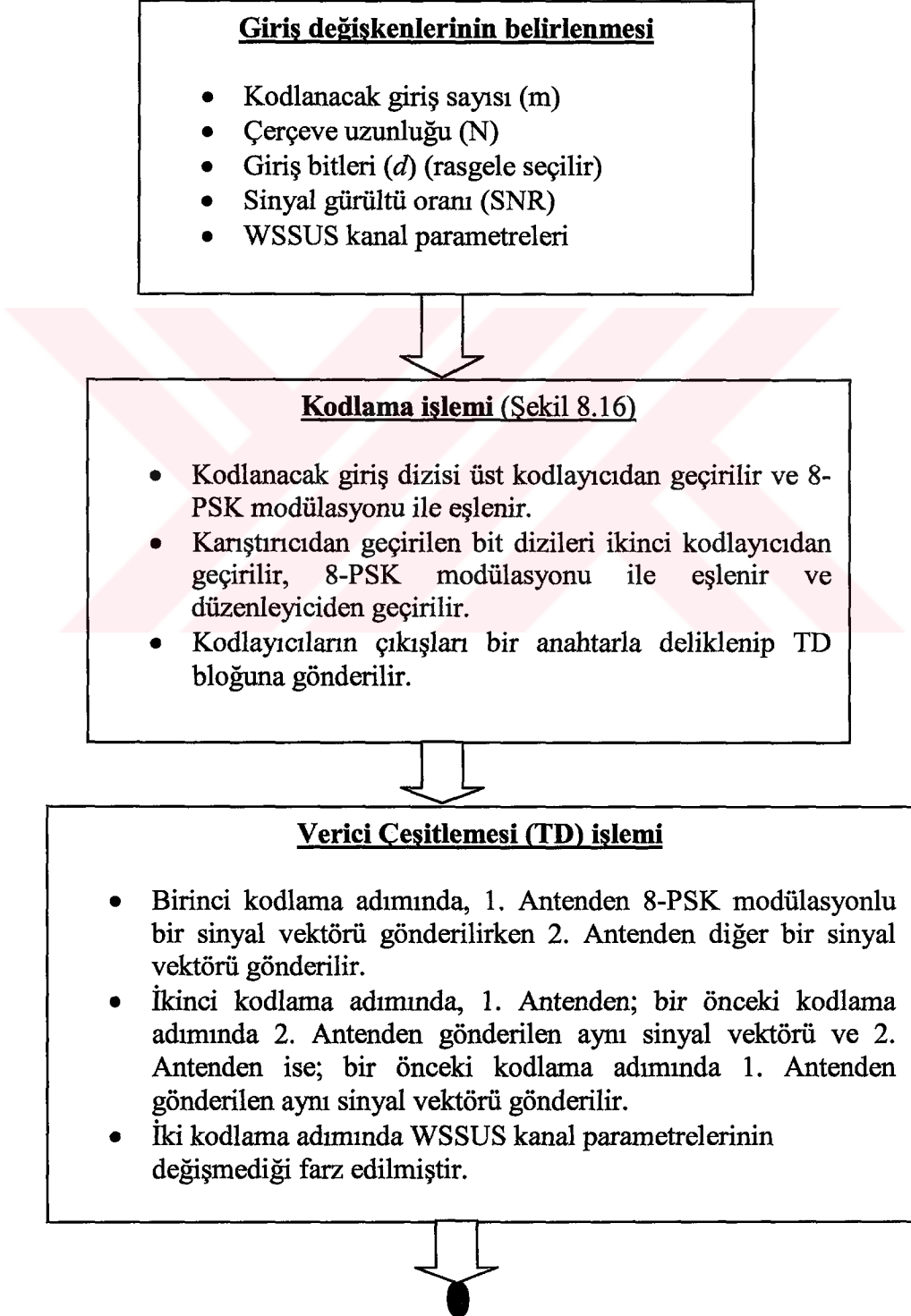


Şekil 8.17 TD-TTCM kod çözücü yapısı

8.6 Simülasyon Sonuçları

Bu bölümde, TD_TTCM yapısının, WSSUS tabanlı COST207 istatistiksel kanal modelleri üzerindeki performansı incelenmiştir. Simülasyonlarımızda, TU, BU ve HT'nin 8 kanalı kullanılmıştır. Çerçeve uzunluğu $N=1024$ olarak alınmıştır. Simülasyonda kullanılan kanal kestirimli TD_TTCM tekniğinin akış diyagramı Çizelge 8.3'de verilmiştir.

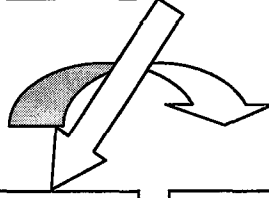
Çizelge 8.3 Kanal kestirimli TD-TTCM akış şeması





WSSUS çok yollu kanal

- Gönderilen sinyal vektörü ile WSSUS kanalının (COST207), kanal katsayıları vektörünün konvolüsyonu alınır.
- Ortaya çıkan yeni vektöre SNR değerine göre gürültü eklenir

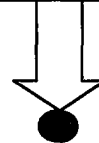


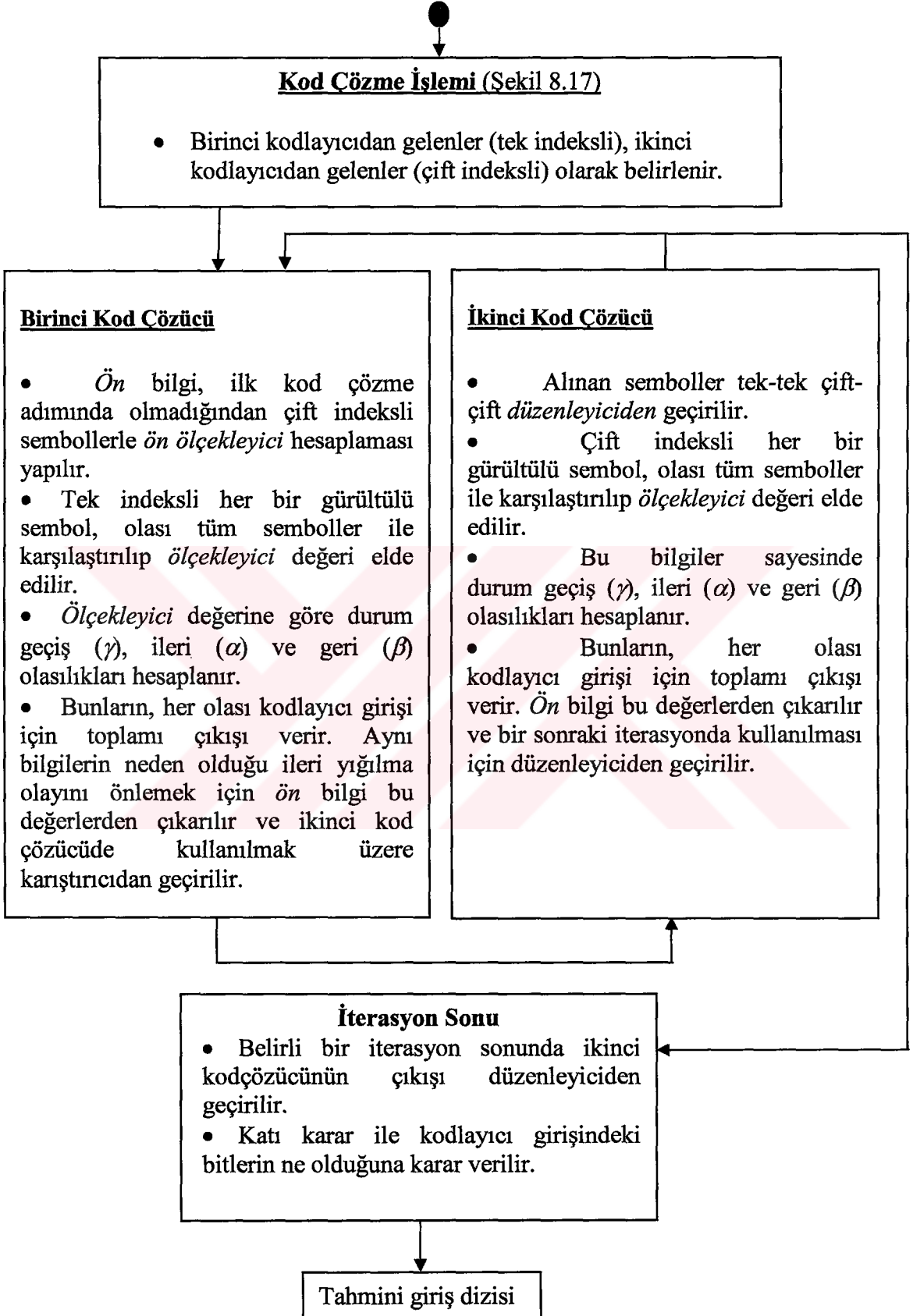
Kanal Kestirimi (Genetik Algoritma)

- İki antenden gönderilen 8 PSK modülasyonlu pilot vektör sinyalleri WSSUS çok yollu kanallardan geçtikten sonra TD-TTCM alıcı kısmına gelir.
- TD-TTCM alıcı kısmının GA bloğunda, WSSUS (COST207) kanal modelinin tipine kanallar kestirilir. Her iki antenin kullandığı 8 kompleks kanalın (toplam 16) reel ve sanal katsayıları GA ile kestirilmiştir.
- GA'nın lineer olamayan sistemlerde global çözüme gidebilme özelliğinden dolayı, kanal kestirimi optimum sürede gerçekleştirilmiştir.

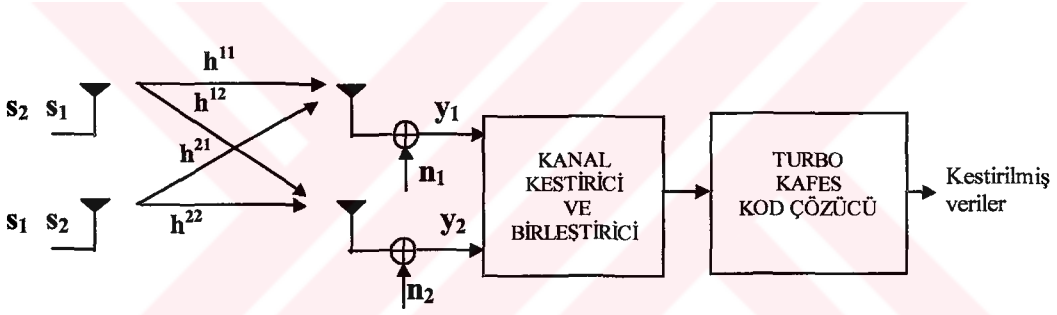
Birleştirici (Combiner)

- GA tarafında kanal kestirimi gerçekleştirildikten sonra 2 antenden gönderilen 8 PSK modülasyonlu veri sinyal vektörleri, WSSUS çok yollu kanallardan geçtikten sonra TD-TTCM alıcı kısmında yer alan birleştirici kısmına gelir.
- Vericiden gelen sembol vektörlerinin, kanal parametreleri vektörleri ile konvolüsyonu alınıp birleştirildiği yer, birleştirici (combiner) bloğudur.
- Birleştiricide, antenlerden gelen semboller iteratif olarak kestirilir.
- İlk önce antenlerden gelen ilk semboller, daha sonra ikinci semboller, daha sonra üçüncü semboller ve bu kestirim sırayla devam eder, ta ki antenlerden gönderilen en son sinyaller kestirilinceye kadar.





Şekil 8.16’da görünen kodlayıcı yapısında, 2 tane veri girişi vardır. Her verinin çerçeve uzunluğu 1024 bit olarak ayarlanmıştır. Parite bitleri üretebilmek için her iki kodlayıcı 3 hafızalı olarak oluşturulmuştur. 8PSK eşleştiriciler kullanılmış ve verici çeşitleme bloğu delikleyiciler (puncturer)’den sonra yerleştirilmiştir. Kanal kestirimi için, Genetik Algoritma (GA) uygulanmıştır. Her çerçeve uzunluğu için $N=1024$, 16 sembol, kanal kestirimi için pilot sembol olarak kullanılmış ve 1008 sembol ise veri sembolleri olarak kabul edilmiştir. Simülasyonlarda, 2 çoklu-anten konfigürasyonu kullanılmıştır. Bunlardan birisi, Şekil 8.4’deki 2 Verici-1 Alıcı ($2T_x-1R_x$) , diğeri ise Şekil 8.18’deki 2 Verici-2 Alıcı ($2T_x-2R_x$) anten konfigürasyonudur. Sinyaller, verici antenlerden alıcı antenlere çok yollu sönümleme koşullarından etkilenerek ulaşırlar. Alıcıya gelen gürültülü sinyaller, demodulator bloğundan geçtikten sonra Genetik-tabanlı kanal kestirici ve birleştirici blokları tarafından işlenir. İşlem görmüş gürültülü sinyaller, Şekil 8.17’de gösterilen TD-TTCM kod çözücünde kestirilmektedir.



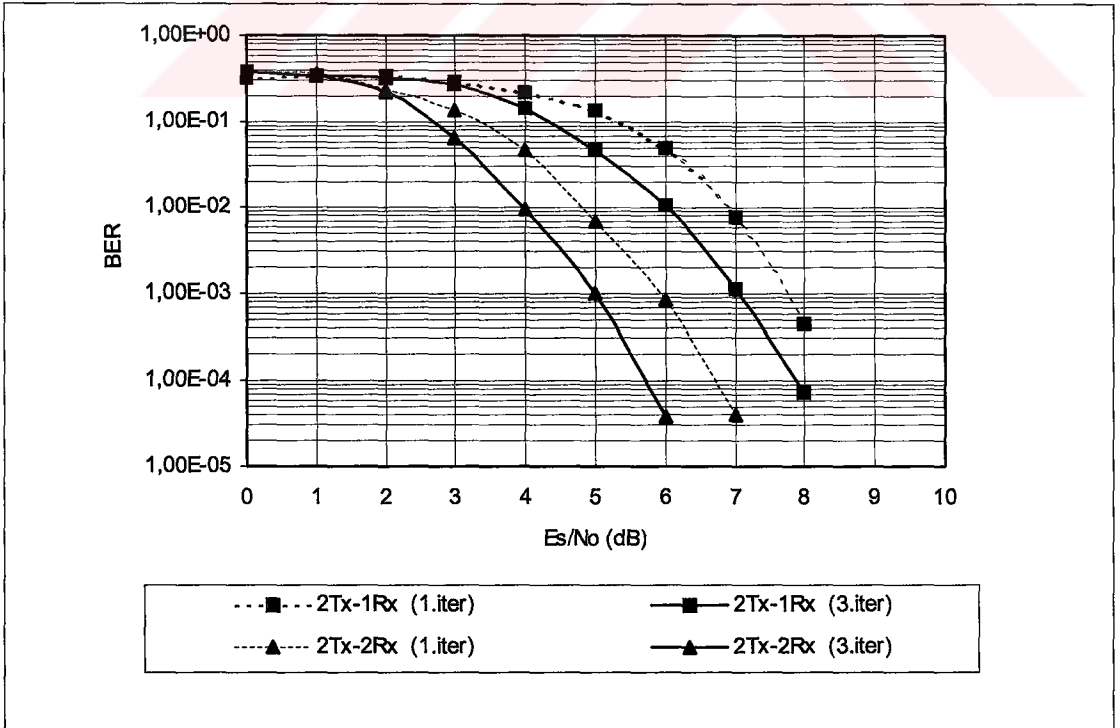
Şekil 8.18 $2T_x-2R_x$ anten konfigürasyonu için TD-TTCM blok şeması

TD-TTCM tekniği ile kodlanmış ve 8PSK modülasyon formatında olan sinyaller, AWGN ve COST207 (TU, BU ve HT) kanalları üzerinden alıcıya gönderilmiştir. Simülasyon eğrileri, $N=1024$ için değişik SNR değerleri için elde edilmiştir. Her SNR değerinde, iterasyon değeri arttıkça performansın iyileştiği görülmüştür.

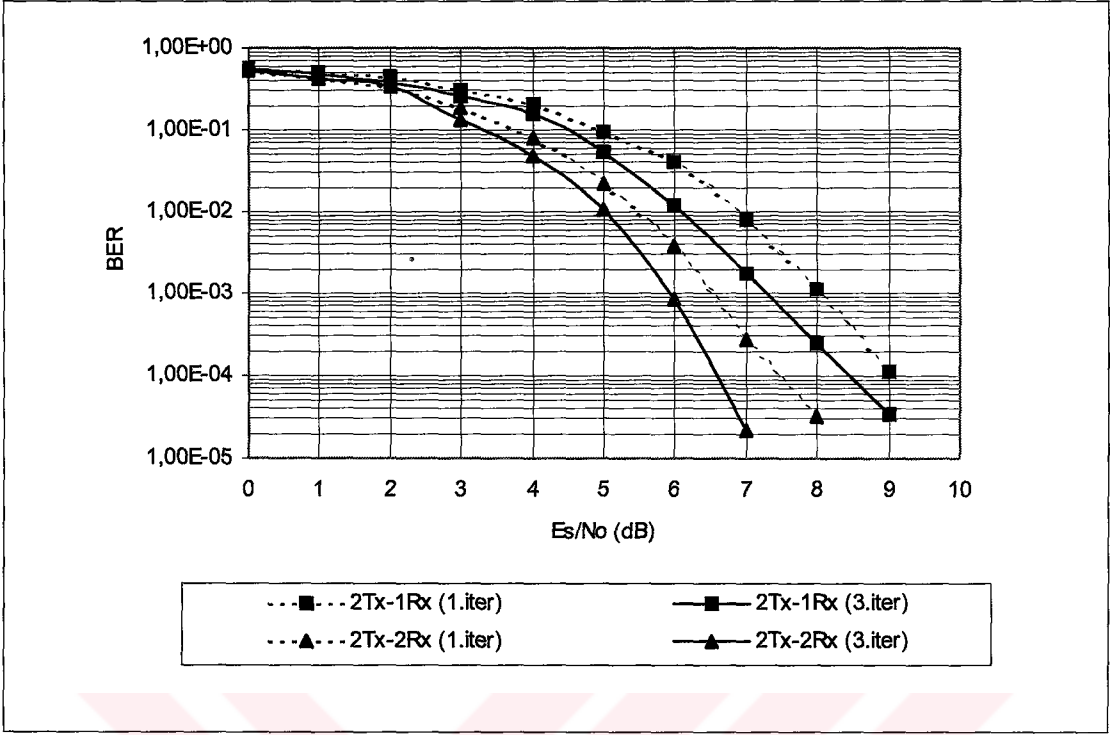
Şekil 8.19-8.21’de $2T_x-1R_x$ ve $2T_x-2R_x$ anten yapılarının performansı karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçlarında, en iyi performans TU kanalı için, $2T_x-2R_x$ anten yapısında gözlenmiş, Bit Hata Oranı (BER) 6 dB’de 10^{-5} değerine yaklaşmıştır (Şekil 8.19). $2T_x-2R_x$ anten yapısı için, Şekil 8.20’de, BU için BER, 7 dB’de 10^{-5} değerine ve Şekil 8.21’de ise HT için BER, 10 dB’de 10^{-5} değerine ulaşmıştır. Şekil 8.19-8.21’de görüldüğü gibi, bütün SNR değerlerinde, $2T_x-2R_x$ anten yapısının performansı, $2T_x-1R_x$ anten yapısının performansına göre daha yüksektir.

COST 207 HT kanal tipinde, $2T_x-2R_x$ anten yapısının performansı, 3. iterasyonda 9.5 dB'de 10^{-4} BER'e ulaşırken, aynı iterasyonda $2T_x-1R_x$ anten yapısı, 12 dB'de aynı BER değerine ancak ulaşabilmektedir. Böylece kodlama kazancı 2.5 dB olmaktadır (Şekil 8.21). COST 207 TU ve BU kanal tiplerinde ise, Şekil 8.19 ve Şekil 8.20'de görüldüğü gibi, BER, 10^{-4} değerlerinde iken kodlama kazancının 2dB'in üzerine çıktığı gözlenmiştir. TD-TTCM yapısının performansı, HT kanal tipinde, TU ve BU kanal tipine nazaran daha düşük çıkmaktadır. Bunun sebebi de çoklu kanalların sönmüleme etkilerindendir.

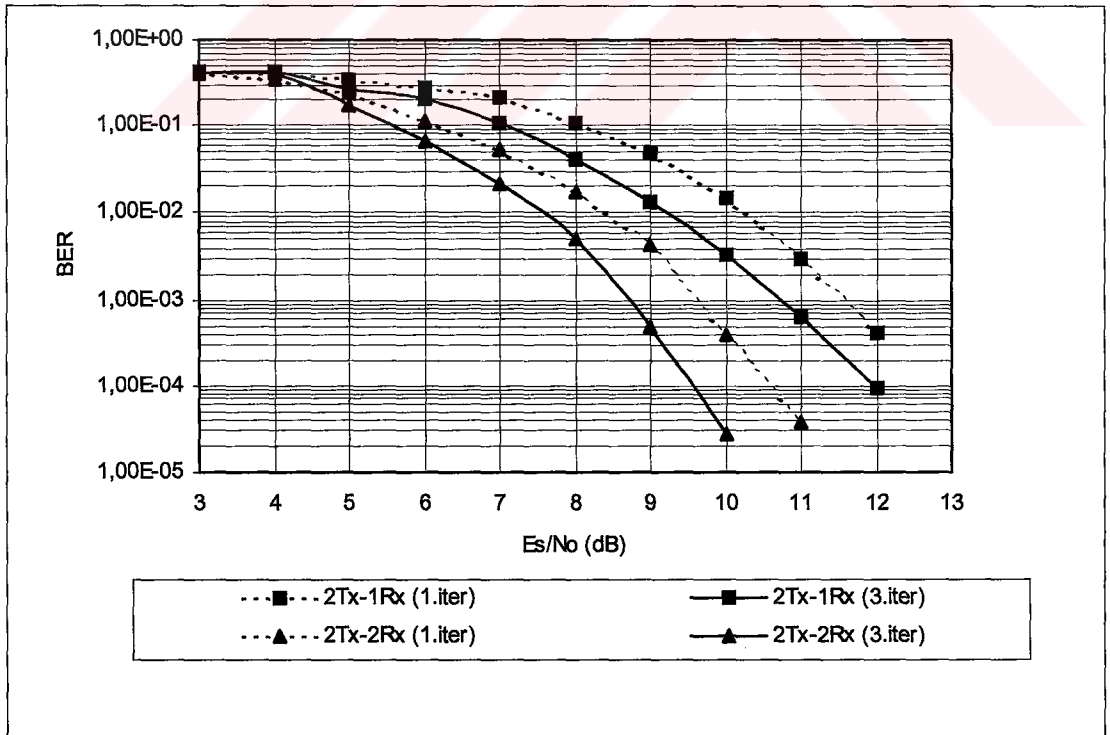
Özellikle çoklu anten yapılarında kanal parametrelerini doğru kestirmek hata başarımını arttırmak için kaçınılmaz bir yoldur. Bu yüzden çalışmamızda, kanal kestirimi için tasarladığımız Genetik Algoritma (GA), TD-TTCM ile birlikte çoklu-anten yapısında kullanılmıştır. Simülasyonlarda GA'nın kanal kestiriminde çok güçlü bir algoritma olduğunu görülmüştür. . GA kullanılmamış olduğu durumda, sinyaller arası girişim (ISI) ve gürültü BER performansında etkili olacak ve bütün kanal modellerinde performans düşecektir. İteratif çözüm metodu ile çalışan birleştiriciden çıkan sembol vektörleri, TD-TTCM kod çözücüyeye gönderilmiştir. Simülasyon sonuçlarında, $2T_x-2R_x$ anten yapısında, $2T_x-1R_x$ anten yapısına göre 2.5 dB'e varan ek bir kazanç gözlemlenmiştir.



Şekil 8.19 TD-TTCM yapısının COST207 TU kanal tipindeki performansı



Şekil 8.20 TD-TTCM yapısının COST207 BU kanal tipindeki performans



Şekil 8.21 TD-TTCM yapısının COST207 HT kanal tipindeki performansı

9. SONUÇ VE ÖNERİLER

9.1 Sonuç

Bu tezde öncelikle mobil haberleşme sistemlerinde kullanılan zamanla değişen çok yollu kanal modelleri incelenmiş ve simülasyonlarda WSSUS kanal modelinin özel tiplerinden olan COST207 TU, BU ve HT kanal modelleri kullanılmıştır.

Turbo Kodlama ve Turbo Kodlamalı Modülasyon teknikleri açıklanmış ve bu tekniklerin WSSUS kanallardaki performansı incelenmiştir. WSSUS çok yollu kanallarda meydana gelen saçılma, kırılma ve yansılardan dolayı semboller arası girişim (ISI) ve sönmüleme olayı, kodlanmış sinyallerin alıcıya aşırı bozulmuş olarak iletilmesine neden olmaktadır. Bu bozulmuş sinyallerin alıcıda kestirimi çok zor olacağından kanal dengelenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Kanal dengelenmesi açık (non-blind) ve kör (blind) olarak gerçekleştirilmiştir. Kör dengelemede kanal katsayılarının tamamen bilinmediği farz edilmiştir. Açık dengelemede ise LMS ve RLS algoritması, kör dengeleme için ise EVA (Eigen Vector Algorithm) algoritması kullanılmıştır. Yüksek SNR değerlerinde EVA'nın Turbo kodlama ile birlikte (EVA_TURBO) olan performansının RLS'in Turbo kodlama ile birlikte (RLS_TURBO) olan performansına yaklaştığı görülmüştür. Aynı zamanda LMS_TURBO, yüksek SNR değerlerinde EVA_TURBO'ya nazaran daha kötü sonuç vermiştir.

Tezin özgün bir bölümünü, çoklu seviye Turbo kodlama (ML-TC) tekniğinin önerilmesi ve bu tekniğin WSSUS çok yollu kanallara uygulanması teşkil etmektedir. 2L-TC yapısı tasarlanmış ve bunun performansı COST207 TU, BU ve HT kanal modellerinin 17 kanalında incelenmiştir. Aynı kanal modellerinde 4PSK 2L-TC ile 8PSK TTCM tekniği karşılaştırılmış ve 4PSK 2L-TC tekniği diğer tekniğe nazaran, 5.5 dB daha iyi kodlama kazancı sağlamıştır. 4PSK 2L-TC ile 8PSK TTCM teknikleri uygulanırken WSSUS çok yollu kanallar dengelenmiş ve dengeleme algoritmaları olarak LMS, RLS ve EVA kullanılmıştır.

Tezin özgün bölümlerinden birisi de; GA ile kestirilmiş WSSUS MIMO kanallara ilk defa TD-TTCM tekniğinin uygulanmasıdır. Bu tezde, Verici Çeşitlemeli-Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TD-TTCM) ismi ile tanımlanan yeni bir Turbo kodlama tekniği önerilmiştir. TD-TTCM yapısının performansı, WSSUS MIMO kanallar üzerinde incelenmiştir. Kablosuz haberleşme sistemlerinde, anten çeşitleme tekniği, band-sınırlı kanallarda performansından dolayı oldukça caziptir. Sembol vektörleri, önerilen verici çeşitleme (TD) tekniği ile TD-TTCM kodlayıcıdan gönderilmiştir. Özellikle çoklu anten yapılarında kanal parametrelerini doğru kestirmek hata başarımını arttırmak için kaçınılmaz bir yoldur. Bu yüzden

çalışmamızda, kanal kestirimi için tasarladığımız Genetik Algoritma (GA), TD-TTCM ile birlikte çoklu-anten yapısında kullanılmıştır. Simülasyonlarda GA'nın kanal kestiriminde çok güçlü bir algoritma olduğunu görülmüştür. GA kullanılmamış olduğu durumda, sinyaller arası girişim (ISI) ve gürültü, BER performansında etkili olmuş ve bütün kanal modellerinde performans çok düşmüştür. WSSUS MIMO kanalların parametrelerinin hiç bilinmediği kabul edildiğinden kanal kestirimi için kanallara pilot semboller gönderilmiştir. Bu pilot semboller ile WSSUS MIMO kanallar, GA ile kestirilmiş ve kanal kestirildikten sonra veri sembolleri kanallardan alıcı kısmına gönderilmiştir. Veri sembollerinin çerçeve uzunluğu süresince kanal parametrelerinin değişmediği düşünülmüş ve yeni bir veri çerçeve uzunluğuna geçildiğinde kanal parametrelerinin tamamen değiştiği farz edilmiştir. TD-TTCM alıcı kısmında, vericiden gelen sembol vektörlerinin, kanal parametreleri vektörleri ile konvolüsyonunun alınıp birleştirildiği yer, birleştirici (combiner) bloğudur. Birleştiricide, antenlerden gelen semboller iteratif olarak kestirilir. Kestirim işlemi, antenlerden gelen ilk semboller ile başlar, sıra ile en son semboller kestirilinceye kadar devam eder. Bu kestirim algoritması Ek 1'de gösterilmiştir. Birleştiriciden çıkan kestirilmiş sinyaller, TD-TTCM yapısının kod çözücüsüne gönderilir. Kod çözücü kısmında, sembol-sembol kestirim yapan MAP algoritmali kod çözücüler kullanılmıştır. Kod çözücünden yüksek olasılıklı yumuşak (soft) çıkışlar elde edilmiş ve katı karar bloğundan geçirilerek, vericiden gönderilen sinyaller elde edilmeye çalışılmıştır.

TD-TTCM yapısı, 2 Verici-1 Alıcı ($2T_x-1R_x$) ve 2 Verici-2 Alıcı ($2T_x-2R_x$) anten konfigürasyonlarında incelenmiştir. Simülasyonlardan elde edilen performans eğrileri incelendiğinde $2T_x-2R_x$ anten konfigürasyonu, $2T_x-1R_x$ anten konfigürasyonuna göre 2.5 dB daha fazla kazanç sağlamıştır. Bu uygulama literatürde ilk defa olup, WSSUS MIMO kanallara uygulanmış ve yüksek hata başarımı elde edilmiştir.

9.2 Öneriler

Şimdiye kadar yapılan çalışmalarda, TC ve TTCM'in çeşitli kanallardaki başarımları literatürde ayrıntılı olarak vardır. Özellikle sönümlmeli kanallardan Rician, Rayleigh ve Nakagami kanallarda uygulamalar çok yapılmıştır. WSSUS kanallara uygulaması ise literatürde yenidir.

Bundan sonraki çalışmalarda, Turbo Kafes Kodlamalı - Sürekli Faz Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (Turbo Trellis Coded - Continuous Phase Frequency Shift Keying, TTC-CPFSK) isimli yeni bir kod çözme yöntemi (Onur, 2004), WSSUS kanallara uygulanabilir. TTCM çok etkin bir kodlama yöntemi olmasına karşın, PSK ve QAM gibi sadece iki boyutlu işaretler oluşturabilir. Bu işaretlerin kanal verimliliği, sürekli fazlı olan CPFSK'lı işaretlere

nazaran daha düşüktür. Ayrıca CPFSK çok boyutlu olduğu için simgeler arası uzaklık da fazladır bu da hata başarımında oldukça etkilidir. Gelecek çalışmalarda, hata başarımlarını arttırmak için sürekli faz modülasyonunun, TD-TTCM ve ML-TC teknikleri ile WSSUS çok yollu kanallara uygulanması gerçekleştirilebilir. Özellikle çok antenli sistemlere uygulanması sonucunda, çok iyi sonuçlar elde edilmesi beklenmektedir.



KAYNAKLAR

- Alamouti, S., (1998), "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communication", IEEE Journal of Selected Areas in Communication, 16 (8).
- Alamouti, S., (1998), "Space-Time Block Coding: A Simple Transmitter Diversity Technique for Wireless Communications", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 16, pp. 1451-1458, October 1998.
- Arıcan, S., (2003), "Sayısal Haberleşme Sistemlerinde Turbo Kodlama Tekniği", Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.
- Bahl, L. R., Cocke, J., Jeinek, F., Raviv, J., (1974), "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 20, pp. 284-287.
- Barbulescu, S. A. ve Pietrobon S., (1994), "Interleaver Design for Turbo Codes. Electronics Letters, Vol. 30, pp. 2107-2108.
- Baro, S., Bauch, G., Hansmann, A., (2000), "Improved Codes for Space-Time Trellis Coded Modulation", IEEE Commun. Lett., Vol. 4, No. 1, January 2000.
- Bello, P. A., (1963), "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels", IEEE Transactions on Communication Systems, pp. 360-393, Vol. CS-11, Dec. 1963.
- Berrou, C., Glavieux, A., Thitimasjshima, P., (1993), "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Cencoding: Turbo-Codes (1)", In Proc. IEEE Int. Conf. On Communications, Geneva, Switzerland, pp. 1064-1070.
- Blackert, W. ve Wilson, S., (1996), "Turbo Trellis Coded Modulation", Conference Information Signals and System CISS.
- Boss, D., Jelonnek, B. ve Kammeyer, K., (1998), "Eigenvector Algorithm for Blind MA System Identification", Elsevier Signal Processing, 66(1):1-26.
- Calderbank, A. R., (1989), "Multilevel Codes and Multistage Decoding", IEEE Trans. Commun., Vol. 37, pp. 222-229.
- Chen, Z., Vucetic, B., Yuan, J., Lo, K. L., (2002), "Space-Time Trellis Codes for 4-PSK with Three and Four Transmit Antennas in quasi-Static Fading Channels", IEEE Commun. Lett., Vol. 6, pp 67-69, Feb. 2002.
- Chen, Z., Vucetic, B., Yuan, J., Lo, K. L., (2002), "Space-Time Trellis Codes for 8-PSK with Three and Four Transmit Antennas in quasi-Static Fading Channels", Electron. Lett., Vol. 38, pp. 462-464, May. 2002.
- Chen, Z., Vucetic, B., Yuan, J., Lo, K. L., (2002), "Space-Time Trellis Codes with Two, Three and Four Transmit Antennas in quasi-Static Flat Fading Channels", Proc. of IEEE ICC'02, New York, pp. 1589-1595, May. 2002.
- Chen, Z., Yuan, J., Vucetic, B., (2001), "Improved Space-Time Trellis Coded Modulation Scheme on Slow Fading Channels", Electron. Lett., Vol. 37, pp. 440-441, Mar. 2001.
- COST207, (1986), "Proposal on Channel Transfer Functions to Be Used in GSM Tests Late 1986", TD(86)51-REV 3 (WG1), September 1986.

COST207, (1989), Digital Land Mobile Radio communications, Office for Official Publications of the European Communities, Abschlussbericht, Luxemburg.

Divsalar, D. ve Simon, M. K., (1987), "Trellis Coded Modulation for 4800-9600 bits/s Transmission over a Fading Mobile Satellite Channel", IEEE J. Selected Areas Commun., Vol. SAC-5, No.2, Sayfa 162-175.

Divsalar, D.ve Simon, M. K., (1988), "Multiple Trellis Coded Modulation", IEEE Trans. Inf. Theory, Vol.IT-36, No.4, Sayfa 410-419.

Du, J.ve Vucetic, B., (1993), "Trellis Coded 16-QAM for Fading Channels", ETT, Vol.4, No.3, Sayfa 101-107.

Du, J., Vucetic, B., Ahang, L., (1995), "Construction of New MPSK Trellis Codes for Fading Channels", IEEE Trans. Commun., Vol.43, No.2/3/4, Sayfa 776-784, February/March/April 1995.

Erfanian, J. A. ve Pasupathy, S., (1989), "Low-Complexity Parallel-Structure Symbol-by-Symbol Detection for ISI Channels", IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, Sayfa 350-353, Haziran 1-2 1989.

Erfanian, J. A., Pasupathy, S., Gulak, G., (1994), "Reduced Complexity Symbol Detectors with Parallel Structures for ISI Channels. IEEE Transaction Communications, Vol. 42, pp. 1661-1671.

Fazel, K. ve Papke, L., (1995), "Combined Multilevel Turbo-Code with 8psk Modulation", in Proc. IEEE GLOBECOM, pp. 649-53.

Firmanto, W., Vucetic, B., Yuan, J., (2001), "Space-Time TCM with Improved Performance on Fast Fading Channels", IEEE Commun. Lett., Vol. 5, pp. 154-156, Apr. 2001.

Forney, G. D., (1966), Concatenated Codes. MIT. Press, Cambridge, Massachusetts, USA.

Forney, G. D., (1973), "The Viterbi Algorithm" Proc. IEEE, Vol.61, Sayfa 268-278, Mart 1973.

Foschini, G. J.ve Gans, W. J., (1998), "On Limits of Wireless Communication in a Fading Environment When Using Multiple Antennas", Wireless Personal Communication, Vol. 6, pp. 314-335, March 1998.

Gizolme, O., Thollon, F., (1998), "Shape Optimization of Synchronous Machine Rotor", International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol 9, Issue 3.

Goldberg, D. E., (1989), Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, MA.

Gordon, L. S., (2001), Principles of Mobile Communication, 2.Edition, Kluwer Academic Publishers, USA.

Göse, E., Büyükkatak, K., Osman, O., Uçan, O. N., Pastacı, H., (2003) "Performance of Turbo Decoding for Time-Varying Multipath Channels", Proceedings of International Conference on Recent Advanges in Space Technologies(RAST), November 20-22,2003, Istanbul, Turkey.

Göse, E., Büyükkatak, K., Uçan, O. N., Pastacı, H., (2004a), "Blind and Non-Blind Equalization of Turbo Coded Signals for Time-Varying Multi path Channels", Electrical, Electronics and Computer Engineering International Symposium and Exhibition (NUU-CEE), March 11-13, 2004, Nicosia, TRNC.

- Göse, E., Büyükkatak, K., Uçan, O. N., Kargın, S., (2004b), "Genetik Algoritma İle Kestirilmiş Zamanla Değişen Kanallarda Turbo Kafes Kodlamalı Modülasyon (TTCM)", Havacılıkta İleri Teknolojiler ve Uygulamaları Sempozyumu (HİTEK), 9-10 Aralık 2004, İstanbul.
- Göse, E., Pastacı, H., Uçan, O. N., Büyükkatak, K., Osman, O., (2004c), "Performance of Transmit Diversity-Turbo Trellis Coded Modulation (TD-TTCM) over Genetically Estimated WSSUS MIMO Channels", *Frequenz*, vol.58, pp.249-255, Nov.-Dec., 2004.
- Hagenauer, J. ve Höher, P., (1989), "A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and its Applications", In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. (GLOBECOM'89)*, pp. 1680-1686.
- Hamming, R. W., (1950), "Error Detecting and Correcting Codes", *Bell Sys. Tech. J.*, Vol. 29, Sayfa 147-160.
- Haykin, S., (1994), *Communication Systems*, 3rd Ed. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Hoeher, P., (1992), "A Statistical Discrete-Time Model for the WSSUS Multipath Channel", *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, VT-41(4):461-468.
- Holland, J., (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Imai, H. ve Hirakawa, S., (1977), "A New Multilevel Coding Method Using Error-Correcting Codes", *IEEE Trans. On Inform. Theory*, Vol.IT-23, pp.371-377.
- Jelonnek, B. ve Kammeyer, K.D., (1994), "A Closed-Form Solution to Blind Equalization", *Elsevier Signal Processing*, 36(3):251-259, April. Special Issue on Higher order Statistics.
- Koch, W. ve Baier, A., (1990), "Optimum and Sub-Optimum Detection of Coded Data Disturbed by Time-Varying Inter-Symbol Interference. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. (GLOBECOM'90)*, pp. 1679-1684.
- Konuralp, M. S., Işık, A. H., Taçgın, E., (1998), "Salınan Kol-Kızak Mekanizmaların Kinematik Sentezini Genetik Algoritma Tekniğini Kullanarak Gerçekleştiren Bir Prototip Yazılım", 8. Uluslararası Makina Tasarım ve İmalat Kongresi.
- Leonardo, E. J., Zhang, L., Vucetic, B. S., (1996), "Multidimensional M-PSK Trellis Codes for Fading Channels", *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol.IT-42, No.4, Sayfa 1093-1108.
- Li, Y., Vucetic, B., Sato, Y., (1995), "Optimum Soft-Output Detection for Channels with Intersymbol Interference", *IEEE Trans. Inf. Theory*, No.41, Sayfa 704-713.
- Mansfield, R. A., (1990), *Genetic Algorithms*, University of Wales College of Cardiff.
- Odabaşıoğlu, N., (2002), "Sürekli Faz Modülasyonlu Kaynak/Kanal Kodlamalı Sistemlerin Sönümlenmeli Ortamlarda Hata Başarımı", İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi,.
- Osman, O., (2004), "Turbo Kodlama Tekniklerinin Başarımı", İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi,.
- Osman, O., Ucan, O. N., (2005) "Blind Equalization of Turbo Trellis Coded Partial Response Continuous Phase Modulation Signaling over Narrow-Band Rician Fading Channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.4, no.2, pp.397-403, March 2005.

- Osman, O., Ucan, O. N., Odabaşıoğlu, N., (2005) "Performance of multi-level Turbo codes with group partitioning over satellite channels" to be appeared in IEE Proceedings Communications.
- Parsons, J. D., (1992), "The Mobile Radio Propagation Channel, New York, NY: Wiley.
- Pietrobon, S. S., (1990), "Trellis coded Multidimensional Phase Modulation", IEEE Trans. Inf. Theory, Vol.IT-36, No.4, Sayfa 63-69, Ocak 1990.
- Pottie, G.J. ve Taylor, D. P., (1989), "Multilevel Codes Based on Partitioning", IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.35, pp.87-98.
- Proakis, J. G., (2001), "Digital Communications, 4nd Edition, McGraw-Hill, New York.
- Robertson, P., Villebrun, E., Höher, P., (1995), "A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain. In IEEE Int. Conf. on Communications (ICC'95), pp. 1009-1013.
- Robertson, P., Hoeher, P., Villebrun, E., (1997), "Optimum and Sub-Optimum a Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding", European Trans. On Telecommunications, No.8, Sayfa 119-125.
- Robertson, P. ve Worz, T., (1998), "Bandwidth-Efficient Turbo Trellis-Coded Modulation Using Punctured Component Codes", IEEE JSAC, Vol.16, No.2, Sayfa 206-218.
- Robertson, P.ve Worzt, T., (1998), "Bandwidth-Efficient Turbo Trellis -Coded Modulation Using Punctured Component Codes", IEEE J. SAC, Vol. 16, February.
- Sayegh, S. I., (1996), "A Class of Optimum Block Codes in Signal Space", IEEE Trans. Comm., Vol. COM-34, pp.1093-1095.
- Schlegel, C. ve Costello, D. J. Jr., (1989), "Bandwidth Efficient Coding for Fading Channels: Code Construction and Performance Analysis", IEEE J. Selected Areas Commun., Vol.SAC-7, No.9, Sayfa 1356-1368.
- Shalvi, O. ve Weinstein, E., (1990), "New Criteria for Blind Deconvolution of Nonminim Phase Systems (Channels)", IEEE Trans. on Information Theory, IT-36(2):312{321.
- Shalvi, O.and Weinstein, E., (1993), "Super-Exponential Methods for Blind Deconvolution"
- Shannon, C. E., (1948), "A Mathematical Theory of Communication", Bell Sys. Tech. J., Vol.27, Sayfa 379-423 ve 623-656.
- Steele, R., Hanzo, L., (1999), Mobile Radio Communications: Second and Third Generation Cellular and WATM Systems, 2nd Ed. New York: Wiley.
- Tarokh, V., Seshadri, N., Calderbank, A., (1998), "Ace-time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction", IEEE Transaction on Information Theory, 44:744-765.
- Tarokh, V., Jafarkhani, H., Calderbank, A., (1999), "Space-Time Codes from Ortogonal Design", IEEE Transaction on Information Theory, Haziran 1999.
- Tarokh, V., Seshadri, N., Calderbank, A., "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction", IEEE Transaction on Information Theory, No.44, Sayfa 744-765, Mart 1998.

- Telatar, I. E., (1995), "Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels", Tech. Rep. AT&T Bell Laboratories.
- Telatar, I. E., (1999), "Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels", Eur. Trans. Telecom. (ETT), Vol. 10, No. 6, pp. 585–596.
- Uçan, O. N., (1994), "Kafes Kodlamalı-Dik Kısmi Yanıtlı Sistemlerin (QPR-TCM) Hata Başarım Analizi", İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.
- Uçan, O. N., (1996), "Jitter and Error Performance of Trellis Coded Systems over Rician Fading Channels with Imperfect Phase Reference", Electronic Letter., Vol. 32, pp. 1164-1166.
- Uçan, O. N., Osman, O., Gümüş, A., (2000), "Performance of Turbo Coded Signals over Partial Response Fading Channels with Imperfect Phase Reference", in Proc. IEEE 43.Midwest Symposium on Circuits and Systems, MWSCS'2000, 04000-026, Michigan.
- Uçan, O. N., Osman, O., (2001), "Turbo Trellis Coded Modulation (TTCM) with Imperfect Phase Reference", Istanbul University Journal of Electrical and Electronics, Vol:1, No.1, Sayfa 1-5.
- Uçan, O. N., Osman, O., Paker, S., (2002), "Turbo Coded Signals over Wireless Local Loop Environment", Int. Journal of Electronics and Commun. (AEU), Vol.56, No.3, pp: 163-168.
- Uçan, O. N., Büyükkatak, K., Göse, E., Osman, O., Odabaşıoğlu, N., (2005), "Performance of Multilevel-Turbo Codes with Blind/Non-Blind Equalization over WSSUS Multipath Channels", to be appeared in International Journal of Communication Systems.
- Ungerboeck, G., (1982), "Channel Coding With Multi-Level/Phase Signals", IEEE Trans. IT-28, Sayfa 56-67, 1982.
- Ungerboeck, G., (1987), "Trellis Coded Modulation with Redundant Signal Set Part I", IEEE Commun. Mag., Sayfa 5-11.
- Ungerboeck, G., (1987), "Trellis Coded Modulation with Redundant Signal Set Part II," IEEE Commun. Mag., Sayfa 15-21.
- Valenti, M. C., (1998), "Iterative Detection and deCoding for Wireless Communications. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, USA.
- Valenti, M. C., (1998), "Turbo Codes and Iterative Processing. Mobile and Portable Radio Research Group", Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, USA.
- Wei, L. F., (1984) "Rotationary Invariant Convolutional Channel Coding with Expanded Signal Space- Part 1:180°", IEEE J. Selected Areas Commun., Vol.SAC-2, No.5, Sayfa 659-671, 1984.
- Wei, L. F., (1984) "Rotationary Invariant Convolutional Channel Coding with Expanded Signal Space- Part 2: Nonlinear Codes", IEEE J. Selected Areas Commun., Vol.SAC-2, No.5, Sayfa 672-685.
- Wilson, S. G., (1984), "Rate $\frac{3}{4}$ Convolutional Coding of 16-PSK: Code Design and Performance Study," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-32, Sayfa 1308-1315, 1984.
- Wittneben, A., (1991), "Base Station Modulation Diversity for Digital SIMUL-CAST", in Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. (VTC), pp. 505–511.

Wu, J. M. ve Su, S. L., (1991), "Combination of Block Coded Modulation and Trellis Coded Modulation", IEE Proceedings-I, Vol.138, No. 5, pp.381-386.

Yamaguchi, K. ve Imai, H., (1987), "Highly Reliable Multilevel Channel Coding System Using Binary Convolutional Codes", Electron. Lett., Vol.23, No.18, pp.939-941.

Yan, Q., Blum, R., (2000), "Optimum Space-Time Convolutional Codes", Proc. CISS, Princeton, NJ.

Yan, Q. ve Blum, R., (2002), "Improved Space-Time Convolutional Codes for Quasi-Static Slow Fading Channels", IEEE Trans. Wireless Commun., Vol. 1, pp. 563-571, Oct. 2002.

Yılmaz, A., (2004), "Uzay Zaman Haberleşmesinde Hata Başarımı", Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi.

Zadeh, L. A., (1950), "Frequency Analysis of Variable Networks", Institute Radio Engineers, Vol. 38, pp.291-299.

INTERNET KAYNAKLARI

[1] <http://www.stanford.edu/class/ee373a/lmsrlscomparison.doc>

[2] <http://www.man.ac.uk/hpctec/courses/biocomputing>

[3] <http://osiris.sunderland.ac.uk/cbowww/AI>

[4] <http://lancet.mit.edu/galib-2.4/overview.html>

EKLER

Ek 1 TD-TTCM Yapısının Birleştirici (Combiner) Bloğunda, Verici Antenlerden Gelen Sinyallerin İteratif Olarak Çözölmesi



Ek 1 TD-TTCM Yapısının Birleştirici (Combiner) Bloğunda, Verici Antenlerden Gelen Sinyallerin İteratif Olarak Çözülmesi

2 Verici-1 Alıcı ($2 T_x - 1 R_x$) anten yapısı düşünüldüğünde, T_{x_1} anteninden gönderilen sinyal

$$\mathbf{s}_1 = [x_1 + jy_1 \quad x_2 + jy_2 \dots x_8 + jy_8] \quad (\text{Ek 1.1})$$

T_{x_2} anteninden gönderilen sinyal ise

$$\mathbf{s}_2 = [x_9 + jy_9 \quad x_{10} + jy_{10} \dots x_{16} + jy_{16}] \quad (\text{Ek 1.2})$$

olsun. T_{x_1} anteni ile alıcı anten (R_x) arasındaki kanal parametreleri

$$\mathbf{h}^{11} = [h_1 + jz_1 \quad h_2 + jz_2 \dots h_8 + jz_8] \quad (\text{Ek 1.3})$$

T_{x_2} anteni ile alıcı anten (R_x) arasındaki kanal parametreleri de

$$\mathbf{h}^{21} = [h_9 + jz_9 \quad h_{10} + jz_{10} \dots h_{16} + jz_{16}] \quad (\text{Ek 1.4})$$

olarak tanımlansın. Birinci kodlama adımında ve k anında alıcının birleştirici bloğunda elde edilen sinyal vektörü

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}(k) = \mathbf{h}^{11} * \mathbf{s}_1 + \mathbf{h}^{21} * \mathbf{s}_2 \quad (\text{Ek 1.5})$$

İkinci kodlama adımında ve $k+T$ anında alıcının birleştirici bloğunda elde edilen sinyal vektörü ise

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}(k+T) = \mathbf{h}^{11} * \mathbf{s}_2 + \mathbf{h}^{21} * \mathbf{s}_1 \quad (\text{Ek 1.6})$$

olsun. İkinci kodlama adımında, T_{x_1} anteninden $\mathbf{s}_2$ sinyali ve T_{x_2} anteninden ise $\mathbf{s}_1$ sembol vektörü gönderilmiştir. Her iki kodlama adımında WSSUS kanal parametrelerinin değişmediği farz edilmiştir.

$$\mathbf{h}^{11}(k) = \mathbf{h}^{11}(k+T) = [h_1 + jz_1 \dots h_8 + jz_8]$$

$$\mathbf{h}^{21}(k) = \mathbf{h}^{21}(k+T) = [h_9 + jz_9 \dots h_{16} + jz_{16}] \quad (\text{Ek 1.7})$$

16 sembol ($\mathbf{s}_1$ ve $\mathbf{s}_2$), iki antenden gönderildikten sonra, 16 WSSUS ($\mathbf{h}^{11}$ ve $\mathbf{h}^{21}$) kanallardan geçirilir. Bir periyot boyunca vericiden 16 sembol gönderilmektedir. Antenlerden gelen sinyal vektörü ile kanal katsayıları vektörünün konvolüsyonu alınıp birleştirici bloğunda birleştirildikten sonra 32 bilinmeyenli ($\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{x}_{16}, \tilde{y}_{16}$) 32 denklem elde edilir. Bu denklemlerin çözümü iteratif olarak şu şekildedir:

$$\tilde{x}_1 h_1 - \tilde{y}_1 z_1 + \tilde{x}_9 h_9 - \tilde{y}_9 z_9 = A \quad (\text{Ek 1.8})$$

$$\tilde{x}_1 z_1 + \tilde{y}_1 h_1 + \tilde{x}_9 z_9 + \tilde{y}_9 h_9 = B \quad (\text{Ek 1.9})$$

$$\tilde{x}_9 h_1 - \tilde{y}_9 z_1 + \tilde{x}_1 h_9 - \tilde{y}_1 z_9 = C \quad (\text{Ek 1.10})$$

$$\tilde{x}_9 z_1 + \tilde{y}_9 h_1 + \tilde{x}_1 z_9 + \tilde{y}_1 h_9 = D \quad (\text{Ek 1.11})$$

$$\tilde{x}_2 h_1 - \tilde{y}_2 z_1 + \tilde{x}_{10} h_9 - \tilde{y}_{10} z_9 + \tilde{x}_1 h_2 - \tilde{y}_1 z_2 + \tilde{x}_9 h_{10} - \tilde{y}_9 z_{10} = E \quad (\text{Ek 1.12})$$

$$\tilde{x}_2 z_1 + \tilde{y}_2 h_1 + \tilde{x}_{10} z_9 + \tilde{y}_{10} h_9 + \tilde{x}_9 z_{10} + \tilde{y}_9 h_{10} + \tilde{x}_1 z_2 + \tilde{y}_1 h_2 = F \quad (\text{Ek 1.13})$$

$$\tilde{x}_2 h_9 - \tilde{y}_2 z_9 + \tilde{x}_{10} h_1 - \tilde{y}_{10} z_1 + \tilde{x}_1 h_{10} - \tilde{y}_1 z_{10} + \tilde{x}_9 h_2 - \tilde{y}_9 z_2 = G \quad (\text{Ek 1.14})$$

$$\tilde{x}_2 z_9 + \tilde{y}_2 h_9 + \tilde{x}_{10} z_1 + \tilde{y}_{10} h_1 + \tilde{x}_1 z_{10} + \tilde{y}_1 h_{10} + \tilde{x}_9 z_2 + \tilde{y}_9 h_2 = H \quad (\text{Ek 1.15})$$

$$\tilde{x}_3 h_1 - \tilde{y}_3 z_1 + \tilde{x}_{11} h_9 - \tilde{y}_{11} z_9 + \tilde{x}_2 h_2 - \tilde{y}_2 z_2 + \tilde{x}_{10} h_{10} - \tilde{y}_{10} z_{10} + \tilde{x}_1 h_3 - \tilde{y}_1 z_3 + \tilde{x}_9 h_{11} - \tilde{y}_9 z_{11} = I \quad (\text{Ek 1.16})$$

$$\tilde{x}_3 z_1 + \tilde{y}_3 h_1 + \tilde{x}_{11} z_9 + \tilde{y}_{11} h_9 + \tilde{x}_2 z_2 + \tilde{y}_2 h_2 + \tilde{x}_{10} z_{10} + \tilde{y}_{10} h_{10} + \tilde{x}_1 z_3 + \tilde{y}_1 h_3 + \tilde{x}_9 z_{11} + \tilde{y}_9 h_{11} = J \quad (\text{Ek 1.17})$$

$$\tilde{x}_3 h_9 - \tilde{y}_3 z_9 + \tilde{x}_{11} h_1 - \tilde{y}_{11} z_1 + \tilde{x}_2 h_{10} - \tilde{y}_2 z_{10} + \tilde{x}_{10} h_2 - \tilde{y}_{10} z_2 + \tilde{x}_1 h_{11} - \tilde{y}_1 z_{11} + \tilde{x}_9 h_3 - \tilde{y}_9 z_3 = K \quad (\text{Ek 1.18})$$

$$\tilde{x}_3 z_9 + \tilde{y}_3 h_9 + \tilde{x}_{11} z_1 + \tilde{y}_{11} h_1 + \tilde{x}_2 z_{10} + \tilde{y}_2 h_{10} + \tilde{x}_{10} z_2 + \tilde{y}_{10} h_2 + \tilde{x}_1 z_{11} + \tilde{y}_1 h_{11} + \tilde{x}_9 z_3 + \tilde{y}_9 h_3 = L \quad (\text{Ek 1.19})$$

$$\begin{aligned} &\tilde{x}_4 h_1 - \tilde{y}_4 z_1 + \tilde{x}_{12} h_9 - \tilde{y}_{12} z_9 + \tilde{x}_3 h_2 - \tilde{y}_3 z_2 + \tilde{x}_{11} h_{10} - \tilde{y}_{11} z_{10} + \tilde{x}_2 h_3 - \tilde{y}_2 z_3 + \tilde{x}_{10} h_{11} - \tilde{y}_{10} z_{11} + \\ &\tilde{x}_1 h_4 - \tilde{y}_1 z_4 + \tilde{x}_9 h_{12} - \tilde{y}_9 z_{12} = M \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.20})$$

$$\begin{aligned} &\tilde{x}_4 z_1 + \tilde{y}_4 h_1 + \tilde{x}_{12} z_9 + \tilde{y}_{12} h_9 + \tilde{x}_3 z_2 + \tilde{y}_3 h_2 + \tilde{x}_{11} z_{10} + \tilde{y}_{11} h_{10} + \tilde{x}_2 z_3 + \tilde{y}_2 h_3 + \tilde{x}_{10} z_{11} + \tilde{y}_{10} h_{11} + \\ &\tilde{x}_1 z_4 + \tilde{y}_1 h_4 + \tilde{x}_9 z_{12} + \tilde{y}_9 h_{12} = N \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.21})$$

$$\tilde{x}_4 h_9 - \tilde{y}_4 z_9 + \tilde{x}_{12} h_1 - \tilde{y}_{12} z_1 + \tilde{x}_3 h_{10} - \tilde{y}_3 z_{10} + \tilde{x}_{11} h_2 - \tilde{y}_{11} z_2 + \tilde{x}_2 h_{11} - \tilde{y}_2 z_{11} + \tilde{x}_{10} h_3 - \tilde{y}_{10} z_3 + \tilde{x}_1 h_{12} - \tilde{y}_1 z_{12} + \tilde{x}_9 h_4 - \tilde{y}_9 z_4 = O \quad (\text{Ek 1.22})$$

$$\tilde{x}_4 z_9 + \tilde{y}_4 h_9 + \tilde{x}_{12} z_1 + \tilde{y}_{12} h_1 + \tilde{x}_3 z_{10} + \tilde{y}_3 h_{10} + \tilde{x}_{11} z_2 + \tilde{y}_{11} h_2 + \tilde{x}_2 z_{11} + \tilde{y}_2 h_{11} + \tilde{x}_{10} z_3 + \tilde{y}_{10} h_3 + \tilde{x}_1 z_{12} + \tilde{y}_1 h_{12} + \tilde{x}_9 z_4 + \tilde{y}_9 h_4 = P \quad (\text{Ek 1.23})$$

$$\tilde{x}_5 h_1 - \tilde{y}_5 z_1 + \tilde{x}_{13} h_9 - \tilde{y}_{13} z_9 + \tilde{x}_4 h_2 - \tilde{y}_4 z_2 + \tilde{x}_{12} h_{10} - \tilde{y}_{12} z_{10} + \tilde{x}_3 h_3 - \tilde{y}_3 z_3 + \tilde{x}_{11} h_{11} - \tilde{y}_{11} z_{11} + \tilde{x}_2 h_4 - \tilde{y}_2 z_4 + \tilde{x}_{10} h_{12} - \tilde{y}_{10} z_{12} + \tilde{x}_1 h_5 - \tilde{y}_1 z_5 + \tilde{x}_9 h_{13} - \tilde{y}_9 z_{13} = \bar{A} \quad (\text{Ek 1.24})$$

$$\tilde{x}_5 z_1 + \tilde{y}_5 h_1 + \tilde{x}_{13} z_9 + \tilde{y}_{13} h_9 + \tilde{x}_4 z_2 + \tilde{y}_4 h_2 + \tilde{x}_{12} z_{10} + \tilde{y}_{12} h_{10} + \tilde{x}_3 z_3 + \tilde{y}_3 h_3 + \tilde{x}_{11} z_{11} + \tilde{y}_{11} h_{11} + \tilde{x}_2 z_4 + \tilde{y}_2 h_4 + \tilde{x}_{10} z_{12} + \tilde{y}_{10} h_{12} + \tilde{x}_1 z_5 + \tilde{y}_1 h_5 + \tilde{x}_9 z_{13} + \tilde{y}_9 h_{13} = \bar{B} \quad (\text{Ek 1.25})$$

$$\tilde{x}_5 h_9 - \tilde{y}_5 z_9 + \tilde{x}_{13} h_1 - \tilde{y}_{13} z_1 + \tilde{x}_4 h_{10} - \tilde{y}_4 z_{10} + \tilde{x}_{12} h_2 - \tilde{y}_{12} z_2 + \tilde{x}_3 h_{11} - \tilde{y}_3 z_{11} + \tilde{x}_{11} h_3 - \tilde{y}_{11} z_3 + \tilde{x}_2 h_{12} - \tilde{y}_2 z_{12} + \tilde{x}_{10} h_4 - \tilde{y}_{10} z_4 + \tilde{x}_1 h_{13} - \tilde{y}_1 z_{13} + \tilde{x}_9 h_5 - \tilde{y}_9 z_5 = \bar{C} \quad (\text{Ek 1.26})$$

$$\tilde{x}_5 z_9 + \tilde{y}_5 h_9 + \tilde{x}_{13} z_1 + \tilde{y}_{13} h_1 + \tilde{x}_4 z_{10} + \tilde{y}_4 h_{10} + \tilde{x}_{12} z_2 + \tilde{y}_{12} h_2 + \tilde{x}_3 z_{11} + \tilde{y}_3 h_{11} + \tilde{x}_{11} z_3 + \tilde{y}_{11} h_3 + \tilde{x}_2 z_{12} + \tilde{y}_2 h_{12} + \tilde{x}_{10} z_4 + \tilde{y}_{10} h_4 + \tilde{x}_1 z_{13} + \tilde{y}_1 h_{13} + \tilde{x}_9 z_5 + \tilde{y}_9 h_5 = \bar{D} \quad (\text{Ek 1.27})$$

$$\tilde{x}_6 h_1 - \tilde{y}_6 z_1 + \tilde{x}_{14} h_9 - \tilde{y}_{14} z_9 + \tilde{x}_5 h_2 - \tilde{y}_5 z_2 + \tilde{x}_{13} h_{10} - \tilde{y}_{13} z_{10} + \tilde{x}_4 h_3 - \tilde{y}_4 z_3 + \tilde{x}_{12} h_{11} - \tilde{y}_{12} z_{11} + \tilde{x}_3 h_4 - \tilde{y}_3 z_4 + \tilde{x}_{11} h_{12} - \tilde{y}_{11} z_{12} + \tilde{x}_2 h_5 - \tilde{y}_2 z_5 + \tilde{x}_{10} h_{13} - \tilde{y}_{10} z_{13} + \tilde{x}_1 h_6 - \tilde{y}_1 z_6 + \tilde{x}_9 h_{14} - \tilde{y}_9 z_{14} = \bar{E} \quad (\text{Ek 1.28})$$

$$\tilde{x}_6 z_1 + \tilde{y}_6 h_1 + \tilde{x}_{14} z_9 + \tilde{y}_{14} h_9 + \tilde{x}_5 z_2 + \tilde{y}_5 h_2 + \tilde{x}_{13} z_{10} + \tilde{y}_{13} h_{10} + \tilde{x}_4 z_3 + \tilde{y}_4 h_3 + \tilde{x}_{12} z_{11} + \tilde{y}_{12} h_{11} + \tilde{x}_3 z_4 + \tilde{y}_3 h_4 + \tilde{x}_{11} z_{12} + \tilde{y}_{11} h_{12} + \tilde{x}_2 z_5 + \tilde{y}_2 h_5 + \tilde{x}_{10} z_{13} + \tilde{y}_{10} h_{13} + \tilde{x}_1 z_6 + \tilde{y}_1 h_6 + \tilde{x}_9 z_{14} + \tilde{y}_9 h_{14} = \bar{F} \quad (\text{Ek 1.29})$$

$$\tilde{x}_6 h_9 - \tilde{y}_6 z_9 + \tilde{x}_{14} h_1 - \tilde{y}_{14} z_1 + \tilde{x}_5 h_{10} - \tilde{y}_5 z_{10} + \tilde{x}_{13} h_2 - \tilde{y}_{13} z_2 + \tilde{x}_4 h_{11} - \tilde{y}_4 z_{11} + \tilde{x}_{12} h_3 - \tilde{y}_{12} z_3 + \tilde{x}_3 h_{12} - \tilde{y}_3 z_{12} + \tilde{x}_{11} h_4 - \tilde{y}_{11} z_4 + \tilde{x}_2 h_{13} - \tilde{y}_2 z_{13} + \tilde{x}_{10} h_5 - \tilde{y}_{10} z_5 + \tilde{x}_1 h_{14} - \tilde{y}_1 z_{14} + \tilde{x}_9 h_6 - \tilde{y}_9 z_6 = \bar{G} \quad (\text{Ek 1.30})$$

$$\tilde{x}_6 z_9 + \tilde{y}_6 h_9 + \tilde{x}_{14} z_1 + \tilde{y}_{14} h_1 + \tilde{x}_5 z_{10} + \tilde{y}_5 h_{10} + \tilde{x}_{13} z_2 + \tilde{y}_{13} h_2 + \tilde{x}_4 z_{11} + \tilde{y}_4 h_{11} + \tilde{x}_{12} z_3 + \tilde{y}_{12} h_3 + \tilde{x}_3 z_{12} + \tilde{y}_3 h_{12} + \tilde{x}_{11} z_4 + \tilde{y}_{11} h_4 + \tilde{x}_2 z_{13} + \tilde{y}_2 h_{13} + \tilde{x}_{10} z_5 + \tilde{y}_{10} h_5 + \tilde{x}_1 z_{14} + \tilde{y}_1 h_{14} + \tilde{x}_9 z_6 + \tilde{y}_9 h_6 = \bar{H} \quad (\text{Ek 1.31})$$

$$\tilde{x}_7 h_1 - \tilde{y}_7 z_1 + \tilde{x}_{15} h_9 - \tilde{y}_{15} z_9 + \tilde{x}_6 h_2 - \tilde{y}_6 z_2 + \tilde{x}_{14} h_{10} - \tilde{y}_{14} z_{10} + \tilde{x}_5 h_3 - \tilde{y}_5 z_3 + \tilde{x}_{13} h_{11} - \tilde{y}_{13} z_{11} + \tilde{x}_4 h_4 - \tilde{y}_4 z_4 + \tilde{x}_{12} h_{12} - \tilde{y}_{12} z_{12} + \tilde{x}_3 h_5 - \tilde{y}_3 z_5 + \tilde{x}_{11} h_{13} - \tilde{y}_{11} z_{13} + \tilde{x}_2 h_6 - \tilde{y}_2 z_6 + \tilde{x}_{10} h_{14} - \tilde{y}_{10} z_{14} + \tilde{x}_1 h_7 - \tilde{y}_1 z_7 + \tilde{x}_9 h_{15} - \tilde{y}_9 z_{15} = \bar{I} \quad (\text{Ek 1.32})$$

$$\tilde{x}_7 h_9 - \tilde{y}_7 z_9 + \tilde{x}_{15} h_1 - \tilde{y}_{15} z_1 + \tilde{x}_6 h_{10} - \tilde{y}_6 z_{10} + \tilde{x}_{14} h_2 - \tilde{y}_{14} z_2 + \tilde{x}_5 h_{11} - \tilde{y}_5 z_{11} + \tilde{x}_{13} h_3 - \tilde{y}_{13} z_3 + \tilde{x}_4 h_{12} - \tilde{y}_4 z_{12} + \tilde{x}_{12} h_4 - \tilde{y}_{12} z_4 + \tilde{x}_3 h_{13} - \tilde{y}_3 z_{13} + \tilde{x}_{11} h_5 - \tilde{y}_{11} z_5 + \tilde{x}_2 h_{14} - \tilde{y}_2 z_{14} + \tilde{x}_{10} h_6 - \tilde{y}_{10} z_6 + \tilde{x}_1 h_{15} - \tilde{y}_1 z_{15} + \tilde{x}_9 h_7 - \tilde{y}_9 z_7 = \bar{K} \quad (\text{Ek 1.33})$$

$$\tilde{x}_7 z_9 + \tilde{y}_7 h_9 + \tilde{x}_{15} z_1 + \tilde{y}_{15} h_1 + \tilde{x}_6 z_{10} + \tilde{y}_6 h_{10} + \tilde{x}_{14} z_2 + \tilde{y}_{14} h_2 + \tilde{x}_5 z_{11} + \tilde{y}_5 h_{11} + \tilde{x}_{13} z_3 + \tilde{y}_{13} h_3 + \tilde{x}_4 z_{12} + \tilde{y}_4 h_{12} + \tilde{x}_{12} z_4 + \tilde{y}_{12} h_4 + \tilde{x}_3 z_{13} + \tilde{y}_3 h_{13} + \tilde{x}_{11} z_5 + \tilde{y}_{11} h_5 + \tilde{x}_2 z_{14} + \tilde{y}_2 h_{14} + \tilde{x}_{10} z_6 + \tilde{y}_{10} h_6 + \tilde{x}_1 z_{15} + \tilde{y}_1 h_{15} + \tilde{x}_9 z_7 + \tilde{y}_9 h_7 = \bar{L} \quad (\text{Ek 1.34})$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_8 h_1 - \tilde{y}_8 z_1 + \tilde{x}_{16} h_9 - \tilde{y}_{16} z_9 + \tilde{x}_7 h_2 - \tilde{y}_7 z_2 + \tilde{x}_{15} h_{10} - \tilde{y}_{15} z_{10} + \tilde{x}_6 h_3 - \tilde{y}_6 z_3 + \tilde{x}_{14} h_{11} - \tilde{y}_{14} z_{11} + \\ & \tilde{x}_5 h_4 - \tilde{y}_5 z_4 + \tilde{x}_{13} h_{12} - \tilde{y}_{13} z_{12} + \tilde{x}_4 h_5 - \tilde{y}_4 z_5 + \tilde{x}_{12} h_{13} - \tilde{y}_{12} z_{13} + \tilde{x}_3 h_6 - \tilde{y}_3 z_6 + \tilde{x}_{11} h_{14} - \tilde{y}_{11} z_{14} + \\ & \tilde{x}_2 h_7 - \tilde{y}_2 z_7 + \tilde{x}_{10} h_{15} - \tilde{y}_{10} z_{15} + \tilde{x}_1 h_8 - \tilde{y}_1 z_8 + \tilde{x}_9 h_{16} - \tilde{y}_9 z_{16} = \bar{M} \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.35})$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_8 z_1 + \tilde{y}_8 h_1 + \tilde{x}_{16} z_9 + \tilde{y}_{16} h_9 + \tilde{x}_7 z_2 + \tilde{y}_7 h_2 + \tilde{x}_{15} z_{10} + \tilde{y}_{15} h_{10} + \tilde{x}_6 z_3 + \tilde{y}_6 h_3 + \tilde{x}_{14} z_{11} + \tilde{y}_{14} h_{11} + \\ & \tilde{x}_5 z_4 + \tilde{y}_5 h_4 + \tilde{x}_{13} z_{12} + \tilde{y}_{13} h_{12} + \tilde{x}_4 z_5 + \tilde{y}_4 h_5 + \tilde{x}_{12} z_{13} + \tilde{y}_{12} h_{13} + \tilde{x}_3 z_6 + \tilde{y}_3 h_6 + \tilde{x}_{11} z_{14} + \tilde{y}_{11} h_{14} + \\ & \tilde{x}_2 z_7 + \tilde{y}_2 h_7 + \tilde{x}_{10} z_{15} + \tilde{y}_{10} h_{15} + \tilde{x}_1 z_8 + \tilde{y}_1 h_8 + \tilde{x}_9 z_{16} + \tilde{y}_9 h_{16} = \bar{N} \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.36})$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_8 h_9 - \tilde{y}_8 z_9 + \tilde{x}_{16} h_1 - \tilde{y}_{16} z_1 + \tilde{x}_7 h_{10} - \tilde{y}_7 z_{10} + \tilde{x}_{15} h_2 - \tilde{y}_{15} z_2 + \tilde{x}_6 h_{11} - \tilde{y}_6 z_{11} + \tilde{x}_{14} h_3 - \tilde{y}_{14} z_3 + \\ & \tilde{x}_5 h_{12} - \tilde{y}_5 z_{12} + \tilde{x}_{13} h_4 - \tilde{y}_{13} z_4 + \tilde{x}_4 h_{13} - \tilde{y}_4 z_{13} + \tilde{x}_{12} h_5 - \tilde{y}_{12} z_5 + \tilde{x}_3 h_{14} - \tilde{y}_3 z_{14} + \tilde{x}_{11} h_6 - \tilde{y}_{11} z_6 + \\ & \tilde{x}_2 h_{15} - \tilde{y}_2 z_{15} + \tilde{x}_{10} h_7 - \tilde{y}_{10} z_7 + \tilde{x}_1 h_{16} - \tilde{y}_1 z_{16} + \tilde{x}_9 h_8 - \tilde{y}_9 z_8 = \bar{O} \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.37})$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_8 z_9 + \tilde{y}_8 h_9 + \tilde{x}_{16} z_1 + \tilde{y}_{16} h_1 + \tilde{x}_7 z_{10} + \tilde{y}_7 h_{10} + \tilde{x}_{15} z_2 + \tilde{y}_{15} h_2 + \tilde{x}_6 z_{11} + \tilde{y}_6 h_{11} + \tilde{x}_{14} z_3 + \tilde{y}_{14} h_3 + \\ & \tilde{x}_5 z_{12} + \tilde{y}_5 h_{12} + \tilde{x}_{13} z_4 + \tilde{y}_{13} h_4 + \tilde{x}_4 z_{13} + \tilde{y}_4 h_{13} + \tilde{x}_{12} z_5 + \tilde{y}_{12} h_5 + \tilde{x}_3 z_{14} + \tilde{y}_3 h_{14} + \tilde{x}_{11} z_6 + \tilde{y}_{11} h_6 + \\ & \tilde{x}_2 z_{15} + \tilde{y}_2 h_{15} + \tilde{x}_{10} z_7 + \tilde{y}_{10} h_7 + \tilde{x}_1 z_{16} + \tilde{y}_1 h_{16} + \tilde{x}_9 z_8 + \tilde{y}_9 h_8 = \bar{P} \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.38})$$

$$\tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} h_1 & -z_1 & h_9 & -z_9 \\ z_1 & h_1 & z_9 & h_9 \\ h_9 & -z_9 & h_1 & -z_1 \\ z_9 & h_9 & z_1 & h_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{Ek 1.39})$$

$$\tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} h_2 & -z_2 & h_{10} & -z_{10} \\ z_2 & h_2 & z_{10} & h_{10} \\ h_{10} & -z_{10} & h_2 & -z_2 \\ z_{10} & h_{10} & z_2 & h_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} E \\ F \\ G \\ H \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Ek 1.40})$$

$$\tilde{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} h_3 & -z_3 & h_{11} & -z_{11} \\ z_3 & h_3 & z_{11} & h_{11} \\ h_{11} & -z_{11} & h_3 & -z_3 \\ z_{11} & h_{11} & z_3 & h_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \\ L \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Ek 1.41})$$

$$\tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} h_4 & -z_4 & h_{12} & -z_{12} \\ z_4 & h_4 & z_{12} & h_{12} \\ h_{12} & -z_{12} & h_4 & -z_4 \\ z_{12} & h_{12} & z_4 & h_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} M \\ N \\ O \\ P \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Ek 1.42})$$

$$\tilde{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} h_5 & -z_5 & h_{13} & -z_{13} \\ z_5 & h_5 & z_{13} & h_{13} \\ h_{13} & -z_{13} & h_5 & -z_5 \\ z_{13} & h_{13} & z_5 & h_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{C} \\ \bar{D} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Ek 1.43})$$

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} h_6 & -z_6 & h_{14} & -z_{14} \\ z_6 & h_6 & z_{14} & h_{14} \\ h_{14} & -z_{14} & h_6 & -z_6 \\ z_{14} & h_{14} & z_6 & h_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{F} \\ \bar{G} \\ \bar{H} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

(Ek 1.44)

$$\mathbf{g} \approx \begin{bmatrix} h_7 & -z_7 & h_{15} & -z_{15} \\ z_7 & h_7 & z_{15} & h_{15} \\ h_{15} & -z_{15} & h_7 & -z_7 \\ z_{15} & h_{15} & z_7 & h_7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_7 \\ \tilde{y}_7 \\ \tilde{x}_{15} \\ \tilde{y}_{15} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{J} \\ \bar{K} \\ \bar{L} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}} \\ \tilde{\mathbf{h}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

(Ek 1.45)

$$\tilde{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} h_8 & -z_8 & h_{16} & -z_{16} \\ z_8 & h_8 & z_{16} & h_{16} \\ h_{16} & -z_{16} & h_8 & -z_8 \\ z_{16} & h_{16} & z_8 & h_8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_8 \\ \tilde{y}_8 \\ \tilde{x}_{16} \\ \tilde{y}_{16} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{a}}]^{-1} * \left\{ \begin{bmatrix} \bar{M} \\ \bar{N} \\ \bar{O} \\ \bar{P} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{b}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_7 \\ \tilde{y}_7 \\ \tilde{x}_{15} \\ \tilde{y}_{15} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{c}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_6 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{x}_{14} \\ \tilde{y}_{14} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{d}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_5 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{x}_{13} \\ \tilde{y}_{13} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{e}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_4 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{x}_{12} \\ \tilde{y}_{12} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{f}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{x}_{11} \\ \tilde{y}_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}} \\ \tilde{\mathbf{h}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{x}_{10} \\ \tilde{y}_{10} \end{bmatrix} - [\tilde{\mathbf{h}}] * \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{x}_9 \\ \tilde{y}_9 \end{bmatrix} \right\}$$

(Ek 1.46)

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 26.07.1970

Doğum yeri Ankara

Lise 1984-1988 Maltepe Askeri Lisesi Güzelyalı-İzmir

Lisans 1988-1992 Hava Harp Okulu
Elektronik Mühendisliği BölümüYüksek Lisans 1997-2001 Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Müh.(Savunma Teknolojisi),
Kontrol ve Bilgisayar ProgramıDoktora 2001-2005 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik Müh. Anabilim Dalı,
Kontrol ve Otomasyon Programı**Çalıştığı kurum(lar)**1992-1993 2.Ana Jet Üs Komutanlığı Çiğli-İzmir
Uçuş Okulu-Pilotaj Eğitimi1993-1994 Hava Teknik Okullar Komutanlığı Gaziemir-İzmir
Füze-Uçaksavar Sınıf Okulu1994-1998 Uçaksavar Er Eğitim Merkez Komutanlığı Şile
Uçaksavar Takım Komutanı1998-Devam ediyor Hava Harp Okulu Dekanlığı
Elektronik Mühendisliği Öğretim Elemanı