

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**GAZ TÜRBİN KANATÇIKLARINDAKİ KISMI DÜZENSİZLİĞİN
CEVAP YÜZEYİ YÖNTEMİYLE
İSTATİSTİKSEL ANALİZİ**

ABDUS SAMET KIZILASLAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE KONTROL PROGRAMI**

**DANIŞMAN
PROF. DR. RAHİMİ GÜÇLÜ**

İSTANBUL, 2019

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**GAZ TÜRBİN KANATÇIKLARINDAKİ KISMİ DÜZENSİZLİĞİN
CEVAP YÜZEYİ YÖNTEMİYLE
İSTATİSTİKSEL ANALİZİ**

Abdus Samet KIZILASLAN tarafından hazırlanan tez çalışması 05.07.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Recep BURKAN
İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa

Dr. Öğr. Üyesi Meral BAYRAKTAR
Yıldız Teknik Üniversitesi

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanmasında ve yüksek lisans programım boyunca desteğini, vaktini ve değerli görüşlerini ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Sayın. Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye teşekkürlerimi sunarım.

Tüm hayatım boyunca sevgi ve emeklerini benden esirgemeyen, destekleriyle her zaman yanımda olan ve yüreklendiren çok değerli; babam Osman KIZILASLAN, annem Meral KIZILASLAN, kardeşlerim Dr. Dt. Sema KIZILASLAN ve Yunus Emre KIZILASLAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz, 2019

Abdus Samet KIZILASLAN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	viii
KISALTMA LİSTESİ.....	x
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÇİZELGE LİSTESİ	xiv
ÖZET	xiv
ABSTRACT.....	xvii
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti	2
1.1.1 Düzensizliğin Modellenmesi	4
1.2 Tezin Amacı	11
1.3 Hipotez	12
BÖLÜM 2	
GAZ TÜRBİNİ ve TİTREŞİMİ	13
2.1 Çalışma Prensibi	13
2.2 Gaz Türbin Motorları Komponentleri	14
2.2.1 Kompresör.....	16
2.2.2 Türbin	19
2.2.3 Disk Kanatçık Sistemleri	21
2.2.4 Bütünleşik Kanatçıklı Rotorlar.....	21
2.2.4.1 Avantaj ve Dezavantajı	23
2.2.4.2 Üretimi	24
2.3 Disk Kanatçık Sistemlerin Titreşimleri	25
2.3.1 Disk Titreşimi.....	26
2.3.2 Kanatçık Titreşimi.....	27
2.3.2.1 Kanatçık Titreşim Mod Çeşitleri	29
2.3.3 Disk – Kanatçık Sistemi Titreşimleri	30
2.3.4 Bükümlü Kanatçıklar	32
2.4 Yorulma Hasarı.....	33
2.4.1 Hasar Çeşitleri	35

2.5	Disk Kanatçık Sistemlerinin Hasarlanmaları	38
2.5.1	Erozyon	38
2.5.2	Korozyon	39
2.5.3	Kirlenme.....	39
BÖLÜM 3		
	DİSK KANATÇIK SİSTEM DÜZENSİZLİĞİ.....	41
3.1	Genel Bilgi	41
3.2	Düzensizliğin Kaynakları ve Etkileri.....	42
3.2.1	Üretim Prosesi.....	43
3.2.2	Operasyonel Aşınma ve Yıpranma	43
3.3	Düzensizlik Mekanizması	44
3.3.1	Doğal Frekans Bölünmesi.....	44
3.3.1.1	Tek Sinüs Dalgası	45
3.3.1.2	İkiz Tepe Noktaları.....	45
3.3.2	Titreşim Modu Bozulması veya Lokalleşmesi	46
3.4	Genlik / Büyütme Faktörü.....	49
3.4.1	Genlik Faktörünün Üst Limiti	50
3.4.2	Genlik Faktörünü Etkiyen Unsurlar	51
3.4.2.1	Frekans Sapması Etkisi	51
3.4.2.2	Kanatçıklar Arası Etkileşim ve Modal Yoğunluk Etkisi.....	53
3.4.2.3	Düzensizlik Şiddetinin Etkisi	56
3.5	Kasıtlı Düzensizlik.....	57
BÖLÜM 4		
	CEVAP YÜZEY YÖNTEMİ VE İSTATİSTİK	58
4.1	Temel Olasılıksal Yaklaşım	58
4.2	Rastgele Değişkenler Tanımı / Dağılımlar	59
4.2.1	Normal Dağılım	61
4.2.2	Logaritmik Dağılım	61
4.2.3	Weibull Dağılımı.....	62
4.2.4	Uniform Dağılım.....	63
4.3	Olasılık Hesaplamaları.....	64
4.3.1	Ortalama Değer.....	64
4.3.2	Standart Sapma.....	65
4.3.3	Varyasyon Katsayısı.....	65
4.4	Olasılıksal Metodlar	66
4.4.1	Monte Carlo Simülasyonu.....	66
4.4.2	Cevap Yüzeyi Yöntemi.....	67
4.4.2.1	Box-Behnken Tasarımı	68
4.4.2.2	Yüzey Merkezli Tasarım Uzayı.....	69
4.4.3	Genetik Kümelenme Yöntemi.....	78
4.4.4	Örnekleme Yöntemi.....	79

BÖLÜM 5

DÜZENSİZLİK HESAPLAMA TEORİLERİ	81
5.1 Maksimum Genlik Faktörü (Whitehead Metodu)	81
5.1.1 Teori	81
5.1.2 Düzenli Kanatçıklar	84
5.1.3 Çalışma Denklemi.....	85
5.1.4 Maksimum Olası Genlik	85
5.2 Bileşen Mod Sentezi.....	87
5.3 Düzenli Sistemlerin Hareket Denklemi	87
5.4 Düzensiz Sistemlerin Hareket Denklemi	87
5.5 Modal Koordinat Dönüşümü	88
5.6 Düzensizlik Analizleri için Craig-Bampton İndirgeme Yöntemi ve Parametreler	89
5.6.1 Düzensizlik Parametreleri	91

BÖLÜM 6

MODELLEME ve ANALİZ	93
6.1 Sonlu Elemanlar Temel Bilgileri	94
6.1.1 Sonlu Elemanlar Aşamaları	94
6.2 Dinamik Analiz	94
6.2.1 Titreşim	95
6.2.2 Modal Analiz	96
6.2.2.1 Analitik Formülasyon	96
6.2.3 Harmonik Analiz	100
6.2.3.1 Mod Süperpozisyon Yöntemi	102
6.3 Akademik Rotor Modeli	106
6.3.1 Döngüsel Simetri	109
6.3.2 Çözüm Ağı	110
6.3.3 Sınır Koşulları	112
6.3.4 Yükleme Koşulları ve Sönümlenme	112
6.3.5 Malzeme Özellikleri	113
6.4 Düzenli Durum Analizleri	114
6.4.1 Düzenli Durum Modal Analizleri	114
6.4.2 Düzenli Durum Zorlanmış Titreşim Harmonik Analizleri	116

BÖLÜM 7

DÜZENSİZ DURUM İSTATİSTİKSEL ANALİZİ	121
7.1 Düzensizlik Dağılımı	121
7.2 Düzensizlik Analizleri Model Kurulumu ve Adımlar	122
7.3 Tam Düzensizlik ve Kısmi Düzensizlik Kıyaslama Analizleri	123
7.4 Parametrik Kısmi Düzensiz Analizleri	129
7.4.1 10 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları	130
7.4.2 12 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları	132
7.4.3 16 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları	133
7.4.4 20 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları	135

7.5	Kanatçık sayısı ve Yapısal Sönüm Oranına Bağlı Genel Sonuçlar	136
7.6	Minitab Yazılımı ile 22 Kanatçıklı Sistemin Tahmini	139
BÖLÜM 8		
SONUÇ VE ÖNERİLER		142
KAYNAKLAR		145
ÖZGEÇMİŞ		152

SİMGE LİSTESİ

A_{wh}	Whitehead Maksimum Genlik Faktörü
N	Kanatçık Sayısı
P_f	Olasılık Değeri
GF	Genlik Faktörü
F	Frekans
μ	Ortalama Değer
σ	Standart Sapma
∞	Sonsuz
N_f	Hata Sayısı
P_f	Hata Olasılığı
m	Kanatçık Kütlesi
w	Açısal Frekans
γ_s	Kanatçığa Ait Düzensiz Miktarı
I'	Eksenel Matris
U	Şekil Değiştirme Değeri
$[K^s]$	Disk kanatçık sisteminin Rijitlik Matrisi
$[M^s]$	Disk kanatçık sisteminin Kütle Matrisi
$\{u^s\}$	Disk kanatçık sisteminin Yer Değiştirme Vektörü
$\{F^s\}$	Disk kanatçık sisteminin Kuvvet Vektörü
Ω	Kuvvet Frekansı
$[K_0^s]$	Nominal Rijitlik Matrisi
$[K_\delta^s]$	Rijitlik Değişim Matrisi
δ_n^k	Disk kanatçık sisteminin Düzensizlik şiddeti
$[\Lambda^s]$	Doğal Frekanslarının Karesinin Köşegen Matrisi
$[I]$	Birim Matris
N	Sektör Sayısı
$\{q\}$	Genelleştirilmiş Craig Bampton Koordinatları
$[T]$	Dönüşüm Matrisi
$[\Psi^B]$	Statik Mod Şekilleri
$[\hat{K}_0]$	İndirgenmiş kanatçık matrisi
$[\Lambda^B]$	Craig-Bampton İndirgeme Yöntemindeki Doğal Frekanslarının Karesi
$[\Phi^B]$	Craig-Bampton İndirgeme Yöntemindeki Mod Şekilleri
E_0	Düzenli Durum Elastiklik Modülü
E_n	Düzensiz durum Elastiklik Modülü

δf_i^n	Düzensiz bir kanatçıktaki frekans değeri
ω_i^n	Kanatçık Numarası N Olan Kanatçığın Nominal Frekansı
$\bar{\omega}_i^n$	Kanatçık Numarası N Olan Kanatçığın Düzensiz Frekansı
N_f	Kanatçık Frekanslarının Sayısı
λr	Özdeğer
U	Özvektör
$[M]$	Yapının kütle matrisi
$[C]$	Yapının sönüm matrisi
$[K]$	Yapının rijitlik matrisi
$\{\ddot{u}\}$	İvme Vektörü
$\{\dot{u}\}$	Hız Vektörü
$\{u\}$	Yer değiştirme Vektörü
$\{F\}$	Yük Vektörü
$f(x)$	Dağılım Fonksiyonları
$[-\alpha, +\alpha]$	Aşırı Fiziksel Alt Ve Üst Sınırlar
Ω	Açısal Hız
ξ	Sönüm Oranı

KISALTMA LİSTESİ

APDL	ANSYS Parametrik Tasarım Dili
CDF	Birikimli Olasılık Dağılımı Fonksiyonu
CMM	Component Mod Düzensizliği
CMS	Component Mod Sentezi
DOE	Tasarım Uzayı
DOF	Serbestlik Derecesi
ECM	Elektrokimyasal İşleme
GF	Genlik Faktörü
HCF	Yüksek Çevrimli Yorulma
HPC	Yüksek Basıncılı Kompresör
HPT	Yüksek Basıncılı Türbin
Hz	Hertz
IBR	Bütünleşik Disk Kanatçık
LCF	Düşük Çevrimli Yorulma
LPC	Düşük Basıncılı Kompresör
LPT	Düşük Basıncılı Türbin
MCS	Monte Carlo Simülasyonu
PDF	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
ROM	Reduce Order Model
USUM	Toplam Şekil Değişimi Değeri
WH	Whitehead Yöntemi

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Gaz Türbini Kesiti [1]	1
Şekil 1.2 Genlik Faktörü – Düzensizlik Şiddeti İlişkisi [12]	6
Şekil 1.3 Düzensizlik Şiddetine Bağlı Maksimum Genlik Faktörü [14]	8
Şekil 2.1 Gaz Türbini [1]	13
Şekil 2.2 Rolls-Royce Trent 7000 Gaz Türbini Kesiti [18]	15
Şekil 2.3 Gaz Türbin Çevrimi ve Akış [1]	16
Şekil 2.4 Radyal Kompresör ve Basınç – Hız Diyagramı [1]	17
Şekil 2.5 Eksenel Kompresör Örneği [1]	18
Şekil 2.6 Eksenel Kompresör ve Basınç – Hız Diyagramı [1]	18
Şekil 2.7 Eksenel Kompresör Kanatçık ve Diskleri [1]	19
Şekil 2.8 Eksenel Kompresör ve Türbin Operasyonu [23]	20
Şekil 2.9 GE Havacılık Firmasına ait GENX Motor Kesiti [24]	20
Şekil 2.10 3D CNC Frezeleme ile Üretilen Kompresör Blisk Örneği [26]	22
Şekil 2.11 Kırılmaç Kuyruğu (dovetail)	22
Şekil 2.12 Standart, Blisk ve Blisk Teknolojisi [27]	23
Şekil 2.13 Blisk Üretim Aşamaları [30]	25
Şekil 2.14 Düğüm Çap ve Düğüm Daireleri [31]	27
Şekil 2.15 Kanatçık Titreşim Modları [36]	28
Şekil 2.16 Kanatçık Temel Modları	29
Şekil 2.17 Kanatçık Mod Şekilleri [37]	30
Şekil 2.18 Kanatçık Titreşim Davranışları [38]	31
Şekil 2.19 Disk, Kanatçık ve Disk-Kanatçık Frekans Değişimi [31]	32
Şekil 2.20 Yorulma Hasarlanma Şematik Gösterimi [43]	34
Şekil 2.21 LCF ve HCF Rejimi	35
Şekil 2.22 Kanatçık Hasar Kök Neden Oranları [45]	36
Şekil 2.23 Hasarların Hata Türlerine Göre Temsili Dağılımı [46]	37
Şekil 2.24 HCF Problemlerinin Bileşenlere Göre Temsili Dağılımı [46]	37
Şekil 2.25 Kanatçık Erozyon Örneği	38
Şekil 2.26 Kanatçık Korozyon Örneği [51]	39
Şekil 3.1 Disk Kanatçık Sistemi [38]	41
Şekil 3.2 Martı Çarpması Sonucu Boeing 747 Motoruna Ait Fan Kanatlarında Hasar Örneği [54]	43
Şekil 3.3 Cos ve Sin Mod Çiftleri	44
Şekil 3.4 Düzensizlik Şiddetine Bağlı Doğal Frekans Ayrışması	45
Şekil 3.5 Çift Mod Rezonans Cevabı [57]	46

Şekil 3.6	(A) Düzenli ve (B) Düzensiz Durum Rotor Modları, Her Bir Kanatçığın Göreceli Yer Değiştirmesi [60].	47
Şekil 3.7	Düzenli Duruma ait Kanatçıklı Yapı Şekil Değiştirme Örneği [17].	48
Şekil 3.8	Düzensiz Duruma ait Kanatçıklı Yapı Şekil Değiştirme Örneği [17]	48
Şekil 3.9	Düzenli ve Düzensiz Durum Karşılaştırılması	49
Şekil 3.10	Düzenli ve Düzensiz Durum Genlikler Oranı [2]	50
Şekil 3.11	Düzenli ve Düzensiz Durum Genlikler Oranı	52
Şekil 3.12	Frekans Sapma Bölgeleri [10]	52
Şekil 3.13	Düşük ve Yüksek Modal Yoğunluk	53
Şekil 3.14	Gaz Türbini Kanatçık Mekanik Bağlantı Titreşim Aktarım Çeşitleri [38].	54
Şekil 3.15	Disk üzerinden Kanatçıklar arası enerji transfer durumu (a) Akış kaynaklı, (b) Mekanik sistem üzerinden [38].	55
Şekil 3.16	Doğal Frekans – Düğüm Çap ve Bağlantı (Coupling) – Düğüm Çap ilişkisi	55
Şekil 3.17	Düzensizlik Şiddetini Genlik Faktörü İlişkisi ve Yüksek ve Düşük Hassasiyeti	56
Şekil 3.18	Düzensizlik Şiddetini Genlik Faktörü İlişkisi [12]	57
Şekil 4.1	İstatistiksel Analiz	59
Şekil 4.2	Birikimli Olasılık Faktörü Örneği	60
Şekil 4.3	Normal (Gauss) Dağılımı	61
Şekil 4.4	Logaritmik Dağılımı [67].	62
Şekil 4.5	Weibull Dağılımı	63
Şekil 4.6	Uniform Dağılımı	64
Şekil 4.7	Box – Behnken Tasarım Örneği (n=3)	69
Şekil 4.8	Karma Tasarım Uzaı Yapısı Box – Behnken Tasarım Örneği (n=3) [77].	70
Şekil 4.9	Normal Dağılım ve Stokastik (Rassal) Dağılım [78]	71
Şekil 4.10	Üç Karma Tasarım Uzaı Karşılaştırılması [68]	72
Şekil 4.11	Sınır Merkezli Karma Tasarım Uzaı “CCC” [80]	73
Şekil 4.12	Gömülü/Yerleşik Karma Tasarım Uzaı “CCI” [80]	74
Şekil 4.13	Yüzey Merkezli Karma Tasarım Uzaı “CCF” [80]	75
Şekil 4.14	Parametreye Bağlı Gerçekleştirilmesi Gereken Analiz Sayıları	77
Şekil 4.15	İstatistiksel Analiz Akış Şeması	79
Şekil 4.16	Latin Hypercube Örnekleme Örneği	80
Şekil 5.1	WH Maksimum Genlik Faktörü	86
Şekil 6.1	İki Serbestlik Dereceli Parçalı Kütle Sistemi [85]	93
Şekil 6.2	Yayılmış Kütleli Katı Cisim, Diferansiyel Hacim Üzerinde Şekil Değiştirme ve Hız Bileşenleri	97
Şekil 6.3	Süperpozisyon Örneği	102
Şekil 6.4	16 Kanatçıklı Tam ve Sektör Rotor Modeli	106
Şekil 6.5	Bükümlü (Twisted) Kanatçıklı Model	107
Şekil 6.6	Döngüsel Simetri [80]	109
Şekil 6.7	NASA Rotor 67 Tam ve Sektör Modeli	110
Şekil 6.8	Solid 186 eleman tipi [80]	111
Şekil 6.9	16 Kanatçıklı Yapının Çözüm Ağı	111
Şekil 6.10	Harmonik İndeks Grafiği	115
Şekil 6.11	Mod 2 – Disk Baskın Modu: 494.068 Hz	116
Şekil 6.12	Mod 3 – Kanatçık Baskın Modu: 504.389 Hz	116
Şekil 6.13	Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %1 Sönüm Oranı	117

Şekil 6.14 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %2 Sönüm Oranı.....	118
Şekil 6.15 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %3 Sönüm Oranı.....	118
Şekil 6.16 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %4 Sönüm Oranı.....	119
Şekil 6.17 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %5 Sönüm Oranı.....	119
Şekil 6.18 Kanatçıkların Sönüm Oranına Bağlı Toplam Şekil Değişimi	120
Şekil 7.1 Düzensiz Dağılımı	122
Şekil 7.2 Design Explorer Örnek Modeli.....	123
Şekil 7.3 Düzensizlik Analiz Akış Şeması [80]	123
Şekil 7.4 Kısmi ve Tam Düzensizlik Analiz Akış Şeması.....	124
Şekil 7.5 Tam ve Kısmi Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri	126
Şekil 7.6 3 ve 12 Kanatçıklı Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri.....	126
Şekil 7.7 %99 Güvenilirlik Yüzde Farkları	127
Şekil 7.8 Kısmi ve Tam Düzensizlik %99 Olasılık Yoğunluğu Dağılımı.....	128
Şekil 7.9 Kısmi ve Tam Düzensizlik %99 Birikimli Olasılık Dağılımı.....	129
Şekil 7.10 Kısmi Düzensizlik Analizlerin Akış Şeması.....	130
Şekil 7.11 10 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü	131
Şekil 7.12 10 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	131
Şekil 7.13 12 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü	132
Şekil 7.14 12 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	133
Şekil 7.15 16 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü	134
Şekil 7.16 16 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	134
Şekil 7.17 20 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü	135
Şekil 7.18 20 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	136
Şekil 7.19 Genlik Faktörü- Kanatçık Sayısı Değişimi.....	137
Şekil 7.20 Sönüm Oranı - Kanatçık Sayısı Değişimi	138
Şekil 7.21 Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi.....	138
Şekil 7.22 Kanatçık, Maks. Genlik Faktörü ve Sönüm Oranı İlişkisi.....	139
Şekil 7.23 22 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	140
Şekil 7.24 22 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi	141

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 4.1 Dağılım Tipleri ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonları [67]	64
Çizelge 4.2 Cevap Yüzey Tasarım Faktoriyel Değerleri	72
Çizelge 4.3 Cevap Yüzey Tasarım Faktoriyel Değerleri [78]	76
Çizelge 4.4 Parametre ve Analiz Sayıları [78]	76
Çizelge 6.1 ANSYS Farklı Kanatçık Sayılarındaki Rotor Modelleri	108
Çizelge 6.2 Malzeme Fiziksel Özellikleri	112
Çizelge 6.3 Sönümleme Değerleri	113
Çizelge 6.4 Analizlerde Kullanılacak Sönüm Oranları	113
Çizelge 6.5 Malzeme Fiziksel Özellikleri [99]	114
Çizelge 6.6 Düzenli Durum Analizleri	114
Çizelge 6.7 16 Kanatçıklı Yapının Toplam Şekil Değişimi Değerleri	117
Çizelge 6.8 Toplam Şekil Değişimi Değerleri	120
Çizelge 7.1 Tam ve Kısmi Düzensiz Sistemin %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri ..	125
Çizelge 7.2 %99 Güvenilirlik Seviyeleri Maks – Min Genlik Faktörleri	125
Çizelge 7.3 Kısmi Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri Yüzde Farkı	127
Çizelge 7.4 10 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri	130
Çizelge 7.5 12 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri	132
Çizelge 7.6 16 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri	133
Çizelge 7.7 20 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri	135
Çizelge 7.8 Whitehead ve Hesaplanan Değerler	137
Çizelge 7.9 22 Kanatçık için Minitab Tahmin Analizi	139
Çizelge 7.10 22 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri	140
Çizelge 7.11 22 Kanatçık Minitab ANSYS Kıyaslaması	141

GAZ TÜRBİN KANATÇIKLARINDAKİ KISMI DÜZENSİZLİĞİN CEVAP YÜZEYİ YÖNTEMİYLE İSTATİSTİKSEL ANALİZİ

Abdus Samet KIZILASLAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Gaz türbinli motorlar 1940'lı yıllardan itibaren bu yana savunma sanayii, havacılık ve güç sistemlerinde enerji ihtiyacı için kullanılan ve kritik yapıya sahip olan yüksek teknoloji ürünleridir. Gaz türbinlerinin önemli parçası olan disk-kanatçık sistemleri, her kanatçık aynı olacak şekilde tasarlanmıştır. Kanatçıklarda meydana gelen birbiri arasındaki küçük farklılıklar düzen kaybı oluşturabilmektedir. Düzensizlik olarak adlandırılan bu durum; üretim toleransı hataları, malzeme özelliklerindeki değişim, korozyon, yıpranma, yabancı parça hasarı (FOD) ve aşınma gibi fiziksel etkiler düzensizlik olarak tanımlanmıştır. Düzensizliğin yüksek devirlerde dönen bu parçalarda dinamik etkiler vasıtasıyla enerjinin birkaç kanatçığa yoğunlaşması olarak adlandırılan bu durum ve kanatçıklardaki düzensizlik oluşturan küçük farklılıkların yüksek devirlerde yüksek çevrimli dayanım (HCF) ömrünü azaltarak hasar oluşmasına ve prosesin durmasına neden olan kritik bir durumdur. Yüksek çevrimli dayanım ömrünü korumak için tasarıma kararlı yaklaşımla güvenlik katsayıları uygulanarak iyileştirmeler yapılabilmekte bu da sistemlerin ağırlaşmasına ve rekabetçi piyasada birim maliyetin artmasına neden olmaktadır.

Havacılıkta kullanılan gaz türbin motorlarında tahmin edilemeyen bir olguya neden olan kanatçıklarda oluşan düzensizlik sorunu olarak bilinen ve düzensiz disk kanatçık sistemlerinin istatistiksel olarak azaltılmış temel yaklaşım araştırması sunulmaktadır.

Disk kanatçık sistemlerinde düzensizlik ile oluşan döngüsel simetri kaybı, dinamik davranışta çarpıcı değişikliklere neden olabilir. Serbest titreşim için, mod şekilleri büyük ölçüde değişebilir ve mod lokalizasyonu olgusu olabilir. Zorlanmış titreşim cevabı için, bir

kanatçıının genliğinin, kesin periyodik yapıya dayanan değerden minimum üç kat daha yüksek olduğu literatürde mevcuttur. Gaz türbinlerinin bu elemanlarının çalışma esnasında devre dışı kalması uçaklarda uçuş güvenliğinin riske girmesine, yüksek maliyetli arızalara ve hatta can güvenliği tehlikelerine sebep olabilir.

Düzensiz durum istatistiksel analizlerinde tam düzensizlik ve kısmi düzensizlik yaklaşımlarının uygulanabilirliği, akademik parametrik bükümlü kanatçıktan oluşan rotor modeli üzerinden 10, 12, 16, 20 ve 22 kanatçıklı yapı üzerinden sönüm oranı %1 ile %5 arasındaki durumları incelenmiştir. İstatistiksel analiz çerçevesinde düzensizlikler olasılıksal olarak standart sapma belirlenerek normal dağılım olarak tanımlanmış, her standart sapma için tasarım uzayı (DOE) kurulmuştur. Tasarım uzayı hesaplamaları ANSYS APDL’de yapılmıştır. Komponent mod sentezi (CMS) yönteminin kanatçıklar için uyarlanabilir hali olan Component Mode Mistuning (CMM) ve Craig-Bampton indirgeme yöntemi ile düzensizlikler tanımlanmıştır. Parametrik kanatçıklı ve sönüm oranlı modele modal analiz ve mod süperpozisyon ile tekrarlı harmonik analiz yapılmıştır. Tekrarlı analizlerin toplamı 40.000 adettir. Bu analizlerden cevap yüzeyi metodu ile birikimli olasılık dağılımı (CDF) ile %99 güvenilirlik seviyeleri ANSYS Design Explorer’da hesaplanmıştır. Elde edilen değerler ile kanatçık sayısı, düzensizlik genlik faktörü ve sönüm oranı arasındaki ilişki gösterilmiştir. Hesaplanan sonuçlar ile kanatçık sayısına bağlı olan teorik üst limit olan Whitehead yöntemi ile kıyaslanmıştır.

Tasarımda yer alan disk kanatçık sistemine ait kanatçık sayısı artmasına bağlı olarak genlik faktörleri büyümesi ve dolayısı ile yüksek çevrimli yorulma hasar riskinin artması, sönüm oranının artmasına bağlı olarak genlik faktörünün azalma gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada disk kanatçık sistemlerinin titreşimleri, hasarlanmaları, sistem düzensizlik mekanizmaları, düzensizliklerin oluşması, cevap yüzey metodolojisi, düzensizlik hesaplama teorileri, modelleme ile düzenli durum analizleri ve düzensiz durum istatistiksel analizleri sonuçları, ANSYS APDL, ANSYS Design Explorer ve Minitab hesaplama araçları kullanılarak kanatçık sayısına ve sönüm oranına göre davranışı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gaz Türbinleri, Kanatçık, Titreşim, İstatistik, Cevap Yüzey Metodu

**STATISTICAL ANALYSIS OF PARTIAL MISTUNING APPROACH OF GAS
TURBINE ENGINE BLADED DISK BY USING RESPONSE SURFACE METHOD**

Abdus Samet KIZILASLAN

Department of Mechanical Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Gas turbine engines have been used for the defense industry, aviation and power systems since the 1940s. Bladed disk systems are an important part of gas turbines, which designed to be the same as each blade. Small differences can cause loss of order. This is called mistuning; physical tolerances such as manufacturing tolerance errors, changes in material properties, corrosion, wear, foreign object damage (FOD) and tear are defined as irregularities. This situation, which is called as the concentration of energy on several blades through dynamic effects in these rotating parts at high revolutions, is a critical situation which causes the loss of the high cycle fatigue (HCF) life at high speeds and damage to the process and stop the process. In order to maintain a high cycle fatigue life cycle, improvements can be made to the design by applying a stable approach to safety factors, resulting in an aggravation of systems and an increase in unit costs in the competitive market.

Aviation gas turbine engines, a statistically reduced basic approach survey of mistuned bladed disk systems, known as the problem of irregularities in the blades causing an unpredictable phenomenon, is presented.

Loss of cyclic symmetry due to mistuning in bladed disk systems can cause dramatic changes in dynamic behavior. For free vibration, mode shapes can vary greatly and may be a phenomenon of mod localization. For the forced vibration response, it is found in the literature that the amplitude of a blade is at least three times higher than the value based on the precise periodic structure. The failure of these elements of the gas turbines

during operation may cause the risks of flight safety at airplanes, costly failures and even the danger of life safety.

In the mistuning case statistical analysis, the applicability of the total mistuning and partial mistuning analysis approaches, the damping ratio of the 10, 12, 16, 20 and 22 bladed structure on the rotor model consisting of the academic parametric twisted bladed disk was investigated between 1% and 5%. Within the framework of statistical analysis, the mistunings were defined as the standard deviation with the normal distribution. The design of experiment (DOE) was established for each standard deviation. Design of experiment analysis were calculated on ANSYS APDL which mistuning applied with Craig-Bampton reduction method and Component Mode Mistuning (CMM). CMM method which is special of component mode synthesis (CMS), is applicable for blades. Restart modal analysis and harmonic analysis with mod superposition were analyzed with parametric blade number and damping ratio model. The total of number of restart analyzes is 40,000. From these analyzes, 99% reliability levels with cumulative distribution function (CDF) were calculated with ANSYS Design Explorer. The obtained values and the relation between the number of blades, mistuned amplitude factor and damping ratio were shown. The calculated results were compared with the Whitehead method which is the theoretical upper limit depending on the number of blades.

Due to the increase in the number of blades in the rotor system in the design, the amplitude factors were increased and the risk of high cycle fatigue damage increased. The amplitude factor decreased due to the increase in the damping rate.

In this study, bladed disk system; vibrations, damages, system mistuning mechanisms, mistuning occurring, response surface methodology, mistuning calculation theories, tuned case analysis with modeling and results of mistuned case statistical analysis, using ANSYS APDL, ANSYS Design Explorer and Minitab calculation tools, the behavior according to the number of blades and the damping ratio is examined.

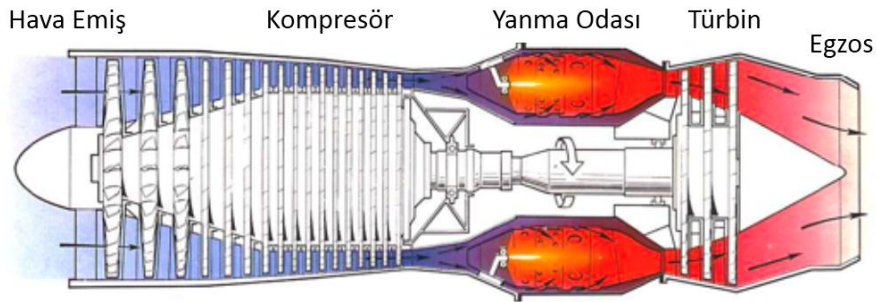
Keywords: Gas Turbines, Blades, Vibration, Statistics, Response Surface Method

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Havacılık ve enerji sektörlerinde kullanılmakta olan, turbo makinelerden gaz türbinleri son yarım yüzyılda ağır sanayii, savunma sanayii, havacılık, enerji, endüstriyel uygulamalar gibi kritik sektörlerde yaygın olarak enerji ihtiyacı için kullanılmaktadır. Verimleri diğer enerji kaynaklarına göre daha yüksek ve uzun süre kullanıma, az yakıt sarfiyatına, güvenilir, taşınabilir ve performansı yüksek olmasından dolayı tercih edilen ve yüksek teknoloji barındıran makine elemanlarıdır.

Gaz türbinleri şekilde görüldüğü üzere teknolojisi gereği maksimum enerjiyi akışkan vasıtasıyla faydalı olan mekanik enerjiye dönüştürmektedir. Gaz türbini içine aldığı havayı sırasıyla kompresörde sıkıştırıp sonra yanma odasında yakıtın yanması ile yüksek enerji açığa çıkar. Sıkışmış gazın etkisiyle, yanma odasından sonra türbine ulaşan gazlar genişler ve hızları artar. Yüksek hızları ve dolayısı ile momentumları türbin kanatçıklarını döndürerek dönme momentini meydana çıkararak, şaft elemanı vasıtasıyla kullanım alanına göre Brayton termal çevirimi ile elde edilen iş faydalı yere aktarılmış olur. Şekil 1.1’de gaz türbini kesiti verilmiştir [1].



Şekil 1.1 Gaz Türbini Kesiti [1]

Gaz türbinlerinde temel elemanlarından bir tanesi ise disk ve kanatçıklardır, rotor yani dönen parçaların fan veya pervanede iş yapmasını, kompresörde akışkanı sıkıştırmak ve türbin bölgesinde ise sıkışan akışkandan iş çekmesine yarayan kanatçık elemanları motorda performansa, verime ve en önemlisi güvenliği etkileyen önemli bir fonksiyona sahiptir. Havacılıkta önemli kısım olan türbinlerin, disk ve kanatçıkları tasarım sonrası üretim ve hizmetine başlaması ile beraber yüksek oranda titreşim problemlerine maruz kalan dinamik sistemlerdir. Gaz türbinlerinin bu elemanlarının çalışma esnasında devre dışı kalması uçaklarda uçuş güvenliğinin riske girmesi, yüksek maliyetli arızalar ve hatta can güvenliği tehlikelerine sebep olabilir [1].

Disk kanatçık sistemlerinden, çalışma esnasında belli nedenlerle kanatçıklarda meydana gelen düzensizliğin yüksek devirlerde dönen bu parçalarda dinamik etkiler vasıtasıyla mod lokalizasyonu birkaç kanatçığa yoğunlaşması olarak adlandırılır. Kanatçıklardaki aşınma ve yıpranma gibi küçük farklılıkların yüksek devirlerde yüksek çevrimli dayanım (HCF) ömrünü azaltarak hasarlanmasına ve prosesin durmasına neden olan kritik bir durumdur. Yüksek çevrimli dayanım ömrünü korumak için tasarıma deterministik yaklaşımla güvenlik katsayıları uygulanarak iyileştirmeler yapılabilir bu da sistemlerin ağırlaşmasına ve rekabetçi piyasada birim maliyetin artmasına neden olmaktadır. Bu sebeple bu tür düzensiz durumlar ile karşılaşılması kaçınılmazken bu çalışmada istatistiksel olarak bu durum incelenmektedir. %99 olasılıksal mertebede ANSYS uygulaması ile ticari uygulamalarda kullanım kolaylığı ve hızlı olması sebebiyle cevap yüzeyi yöntemi ile düzensiz durum kanatçık genlikleri yapısal sönümlemeye bağlı olarak incelenecektir.

1.1 Literatür Özeti

Bu çalışmada gaz türbinlerinde yer alan disk kanatçık sistemlerinin birbiri üzerinde oluşan farklılıkların etkisinin titreşim cevabının değişimindeki büyük ölçüde etkisini incelenmektedir. Kanatçıklar arasındaki değişkenlerin değişimi literatürde düzensizlik veya 'Mistuning' olarak adlandırılmaktadır. Herhangi bir değişimin söz konusu olmadığı duruma düzenli durum ve bozulmaya maruz kalmış duruma ise düzensiz durum denilmektedir. Bu durumlar kıyaslandığında ise titreşim tepki seviyeleri yüksek oranda artmakta ve literatürde yer aldığı gibi son yarım yüzyıldır araştırmacılar bu konu

hakkında farklı yollardan hesaplama konularında düzensizliğin yapısal dinamikleri hakkında kapsamlı bilgiler sunmuşlardır ve düzensizliğin etkisi yorulma ömrünü kısaltması ve yüksek titreşim cevabı seviyelerinde beklenmedik ve belirsiz arızalara yol açmakta ve maliyeti yıllık 400 Milyon USD ve uçak motoru bakım maliyetlerinin de yüzde 30'unu teşkil etmektedir [2].

Döner kanatçıkların operasyonel durumundan kaynaklı radyal tasarlanmış olmasından dolayı, döner kanatlı diskler, zorlanmış uyarılmaya maruz kalır çünkü hava ya da gaz basıncının dağılımı, halka etrafında eşit değildir.

Disk kanatçık düzeneğinin mod şekilleri, sadece kanatçığın mod biçimine göre ailelere göre gruplandırılmıştır ve N kanatlı bir disk için her ailede N modları vardır ve her mod şekli halka etrafında sinüs biçimli olarak değişmektedir. İkili modların varlığından dolayı ayarlı bir kanatçıklı diskteki bir mod ailesinde N'den daha az doğal frekans vardır: aynı radyal şekil desenine sahip, ancak çevresel olarak 90 derecelik bir faz kayması ile birbirinden ayrılan iki bağımsız mod aynı doğal frekansı değerini paylaşır ve buna mod çifti denmektedir.

Düzenli durumdaki disk kanatçık sistemleri dönmenin etkisiyle uyarılır ve bu uyarılmaya maruz kaldığında her ailede sadece o düğüm çaplarında olan mod çifti uyarılır. Disk kanatçık sistemindeki düzensizliğin varlığıyla, çift doğal frekanslar artık tekrarlanmamakta ve mod ayrılması olarak bilinen doğal, ancak yakın, doğal frekanslar olarak ortaya çıkmaktadır. Mod ayrılmasına ek olarak, mod şekilleri artık mod distorsiyonu nedeniyle düzensiz olan disk kanatçık sistemleri artık sinüzoidal değildir. Sonuç olarak, bir ailedeki tüm modlar herhangi bir motor uyarma düzeni (E.O.) altında bir dereceye kadar tahrik olur [3].

Kanatçıklarda düzensizliğin olmasının zorlanmış titreşime etkisi büyüktür ve cevabını değiştirmede çok etkili olduğu için yüksek çevrimli yorulma analizlerinde yapının ömrünü etkileyen ve dikkat edilmesi gereken en önemli faktörlerden biridir. Literatürde yapılan incelemelerde gaz türbinlerinde yer alan disk kanatçık sistemlerinde oluşan hataların büyük ölçüde yüksek çevrimli yorulma kaynaklı olduğu ortaya konulmuştur [4].

1.1.1 Düzensizliğin Modellenmesi

Literatürde kanatçıklardaki düzensizliği tanımlamak ve etkisini belirlemek için genlik faktörü ve standart sapma yaygın olarak kullanılmaktadır.

Standart sapma değeri, düzensizlik durumunu belirtir ve düzenli olan durumuna göre bir kanatçığın düzensizlik şiddetini yüzdesel olarak ifade eder. Genlik faktörü (Amplification Factor AF), düzensizliğe maruz kalmış kanatçık geometrisinin zorlanmış titreşim analizleri sonucunda oluşturduğu belirli bir sektördeki maksimum şekil değişimi değerinin, o sektörde tasarım durumunda ve düzenli halinde oluşan şekil değişimi değerine oranı olarak tanımlanmaktadır.

Düzensizlik parametreleri pratikte rastgele değişkenler olduğu için, genlik faktörü de rastgeledir. Literatürde yapılan çalışmalar gösteriyor ki kanatçık düzensizliği problemi iki gruba ayrılmış ve maksimum genlik faktörü değeri üzerinden çalışmalar yapılmıştır.

Birinci araştırma çalışması grubu, herhangi bir disk kanatçık sistem tasarımında mümkün olan maksimum amplifikasyon faktörünü araştırmıştır, çünkü aşırı amplifikasyon faktörleri, yüksek çevrimli yorulma ömrünün ne kadar kısa olabileceğini göstermektedir. 1966'da Whitehead, aeroelastik prensipleri kullanarak Whitehead faktörü olarak adlandırılan amplifikasyon faktörü için bir üst sınır elde etmiştir [5], [6].

Aynı etkenin 2004 yılında Lim vd. yapısal dinamik ilkelerini kullanarak üst sınır olduğunu kanıtlamışlardır [7].

Disk kanatçık sistemlerindeki kanatçık sayısına bağlı olan Whitehead faktörü (Denklemler 1.1)'de verilmiştir, ileri ki bölümlerde nasıl çıkarıldığı açıklanacaktır.

$$A_{WH} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N}) \quad (1.1)$$

A_{max} , maksimum genlik faktörünü temsil ederken; N , disk kanatçık sistemindeki kanatçık sayısını temsil etmektedir.

Diğer tasarım parametrelerini dahil etme sınırını iyileştirmek için çaba harcanmıştır, ancak Whitehead faktörü en pratik versiyon olmaya devam etmektedir. Teorik bir yaklaşımın yanı sıra, amplifikasyon faktörü işlevi optimize edilerek maksimum amplifikasyon faktörü bulunmuştur [8].

Rivas-Guerra ve Mignolet çalışmasında 24 kanatçıklı disk kanatçık sistemini incelemişler ve çalışma sonuçları Whitehead maksimum genlik faktörü üst limitinden sadece yüzde 8 farkla sonuç elde etmiştir [8].

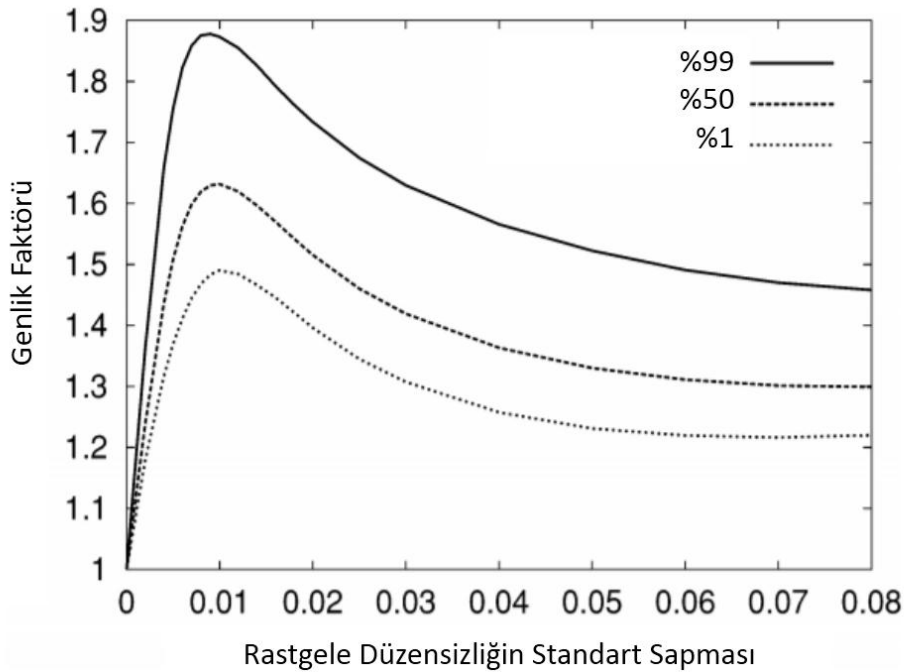
Ek olarak literatürde Whitehead'e en fazla yaklaşan bir başka çalışma ise Petrov & Ewins, [9] disk kanatçık düzensizliğini gerçekçi geometriyle optimize etmek için bir yöntem bildirmişlerdir. Rapor edilen bu örnek 92 kanatlı bir türbin diskidir. Bu disk için gözlenen genlik büyütme 5.0 ölçülmüşken, bu disk için Whitehead sonucu 5.30 hesaplanmıştır. Herhangi bir kanatçıktaki maksimum düzensizlik sapması yüzde 5 olarak hesaplanmıştır [10].

İkinci grupta ise, tüm yüksek amplifikasyon faktörlerinin olasılıkları stokastik bir analizle elde edilmiştir, Monte Carlo simülasyonu en popüler yöntemdir. Genellikle yüzbinlerce serbestlik derecesine sahip olan disklerin sonlu eleman modellerinde Monte Carlo simülasyonları yapmak için, Temel Düzensizlik Modeli (fundamentals mistuning model FMM) gibi azaltılmış düzen modelleri (reduce order model ROM), disk kanatçık özelliklerini ifade etmek için geliştirilmiştir [11].

Araştırmacılar çalışmalarında düzensizliğin sonucu oluşacak olan zorlanmış titreşim cevabı ve bu düzensizlikten ortaya çıkan genlik faktörlerinin bulunmasında rastlantısal veya stokastik olarak düzensizliğin oluşması ve bunlarında imalat sürecindeki toleranslar, malzeme iç yapısı ve özellikleri, motorun yıpranması kaynaklı olarak meydana gelecek bozulma öngörülleri; aşınma gibi durumlarda oluşan düzensizlik etkilerinin meydana gelmesini öngöreceğ şekilde içeren yöntemlerle ilerlenmek istenmiştir. Fakat Monte Carlo yöntemi, tüm çalışmalarda uygulanabilir olmayıp, örnekleme sayısı fazlalığı nedeniyle, araştırmacılar tarafından deneysel model boyutunda doğrulanmışlardır. Bilgisayar hesaplamaları, süre, yatırım maliyeti gibi konular göz önüne alındığında, Monte Carlo yöntemi motor üreticisi veya disk kanatçık sağlayan firmalar tarafından efektif bulunmamakta ve ticari boyutta uygulanabilirliği mümkün görünmemektedir.

Literatürde Monte Carlo yöntemi kullanılarak, düzensizliklerin genlik faktörüne olan etkileri incelenmiş ve standart sapma değerlerine bağlı genlik faktörleri elde edilmiştir.

Düzensizliğin belli bir noktasında artışın genlik faktörlerinin açıkça düştüğü bilinen bir durumdur [12].



Şekil 1.2 Genlik Faktörü – Düzensizlik Şiddeti İlişkisi [12]

Şekil 1.2’ de kanatçıklardaki düzensizliğin genlik faktörleri ile düzensizliklerin tanımı olan standart sapma değeri için oluşturulmuş dağılım görülmektedir.

Monte Carlo simülasyonları (MCS), düzensiz disk kanatçık sistemlerinin stokastik analizinde ve sistemin problemin türlerine ve boyutlarına bağlı olan sağlamlıkları için yaygın olarak kullanılan hesaplama türüdür. Monte Carlo simülasyonlarının kullanımındaki zahmeti, sınırlı örneklerle yüksek amplifikasyon faktörlerinin küçük olasılıklarını tahmin etmenin uygun olmamasıdır. MCS kullanılarak, $1/N$ 'den küçük hata olasılıkları N örnekleriyle değerlendirilemez (Denklem 1.2). Bu nedenle, on binlerce örnekleme, küçük bir olasılık tahmini için güvenilir bir sonuç verir. (örnek; $p_f < 10^{-4}$). Büyük ölçekli yapılar için, ilişkili hesaplama maliyetleri ve gideri, bazen hiç de kabul edilemeyecek şekilde önemli ölçüde artar. Sonuç olarak, geleneksel en muhtemel noktaya dayalı yöntemler de dahil olmak üzere düzensiz disk kanatçık stokastik analizi için literatürde alternatif simülasyon teknikleri göz önünde bulundurulmuş ve değerlendirilmiştir [13].

$$\frac{1}{N}, \quad N = Pf, \quad \frac{1}{Pf} \quad (1.2)$$

Literatürde karşımıza çıkan olgu geleneksel MCS, stokastik analiz için basit ve sağlam bir yaklaşım sağlamasıdır, ancak küçük hata olasılığının tahmini için ilgili hesaplama maliyeti dikkate değerdir. J. Yuan ve ark., çalışmalarında hızlandırılmış MSC yönteminin bu nedenle, düzensizlik problemlerinde istatistikleri tahmin etmede genel bir yaklaşım olmadığını belirtmektedir ve bu nedenle küçük olasılıkların güvenilir sınırlar içinde tahmini için on binlerce örnek alınmasına ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir [13].

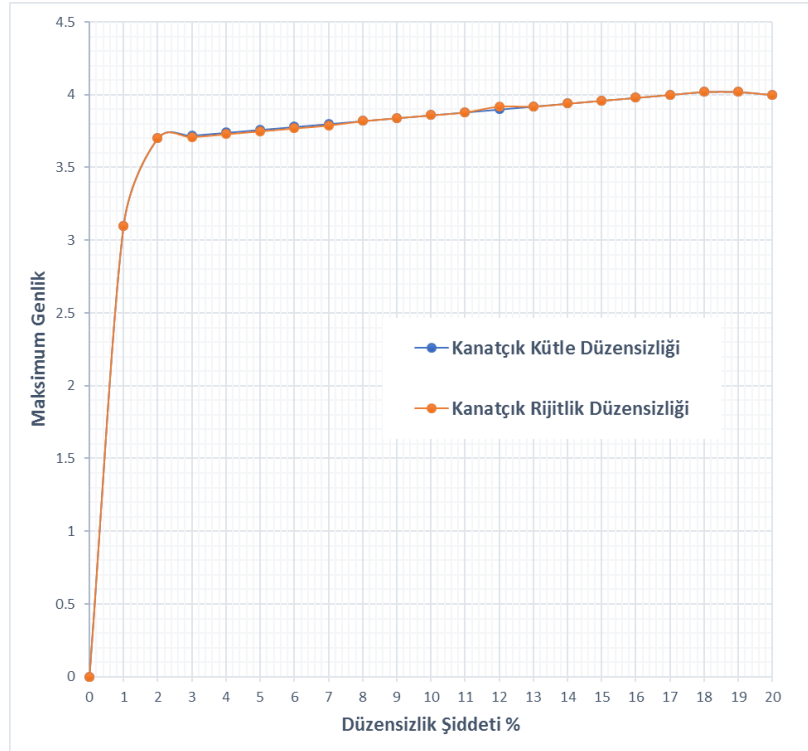
Kenyon ve ark., düzensizliğe maruz kalmış disk kanatçık sistemindeki frekans sapmasının etkilerini incelemiş ve disk kanatçık sistemlerindeki frekans sapması, kanatçıklar arası faz açısı veya düğüm çapı ile ortaya çıkan kanatçıklı disklerde frekans ve genellikle kanatçık ağırlıklı ve disk ağırlıklı mod aileleri arasındaki etkileşimi içerdiğini ortaya koymuşlardır [10].

Genlik büyütme için ifadeler, iki sayısal örnek kullanılarak doğrulanır. İlk örnek, sektör başına üç serbestlik derecesine sahip ayrık parametrik uçlu disk modelinden oluşmaktadır. Bu model kullanılarak Monte Carlo simülasyonları gerçekleştirilmiş, her sayısal zorlanmış cevap simülasyonundan genlik büyütme faktörü, aynı düzensiz disk kanatçık sistemi için öngörülen genlik büyütme faktörü ile kıyaslanmıştır.

Monte Carlo simülasyonlarından elde edilen sonuç, ilk olarak, frekans sapmasının disk kanatçık sistemin oldukça yüksek genlik büyütme olasılığına yol açmıştır ve Monte Carlo yönteminin önerilen Whitehead maksimum genliğini yüzde 7 kadar yakın olduğunu görülmüştür [10].

Disk kanatçık sistemlerinin duyarlılığının değerlendirilmesi çok önemlidir, çünkü kanatçıklar aşınma nedeniyle zamanla değişebilir ve küçük düzensizlik (Small Mistuning) adını alan bu durum değerlendirilmesi için düzensizlik ayarlamasını hem sertlik ve hem de kütle üzerinde incelenmesine literatürde yer almaktadır ve Şekil 1.3’de gösterilmiştir. Düzensizlik şiddetlerinde hesaplanan maksimum genlik faktörleri kütle ve rijitlik etkilerinin düzensizliğe dahil ederek sonuçlarını incelenmiştir. Buradan bir sonuç daha çıkmıştır ki, düzensizliğin az miktarda artması yüksek oranda maksimum genlik tepkisine yol açtığı ve düzensizlik artmasıyla bu değerin zamanla oturduğu görülmüştür. Bu, disk

kanatçık sisteminin, düzenli durumdan düzensiz duruma geçişin oldukça hassas olduğu anlamına gelir. İlginçtir ki, her iki durumda da dikkate alınan öteleme seviyesi daha da yükseldikçe ve her iki durumda da dikkate alınan öteleme kuvvetinin üst sınırında bir maksimum değere ulaştığında, maksimum genlik faktörünün arttığı açıktır [14].



Şekil 1.3 Düzensizlik Şiddetine Bağlı Maksimum Genlik Faktörü [14]

Bu simülasyon sonuçları, yapmış olduğu teorik analizler ile oldukça tutarlı olduğu görülmüştür. Geliştirilen yaygın bir davranış, düzensizlik cevabının düşük düzensizlik kuvvetinde zirve yaptığı ve varyasyon arttıkça düştüğünü göstermiştir. Bu fenomen, daha önce de belirtildiği gibi literatürde yer alan önceki birkaç disk kanatçık çalışmasında gözlenmiştir [14].

Literatür araştırmalarında kanatçık düzensizliğini $[M]$ kütle matrisi kullanılarak yapılabildiği gibi Liao ve Ark. yapmış oldukları bu çalışmada şekilde de görüldüğü gibi disk kanatçık sistemlerindeki düzensizliğin $[M]$ kütle matrisi ve $[K]$ rijitlik matrisi kullanarak modellenmesinde genlik faktörlerinde kıyaslamasını yapmış örtüşen değerler olduğunu görmüşlerdir [14].

Literatürde Monte Carlo örneklemesini doğrudan sonlu elemanlar analizleri kullanarak yapmak, çözüm süresi açısından büyük problemler yarattığı görülmüş ve bu sebeple

araştırmacılar sonlu elemanlar modelleri oluşturmak ve bu modeller üzerinde çözümler almak yerine sayısal denklemler geliştirmeye çalışmışlardır. Sonlu eleman analiz modellerini kullanarak sayısal denklemlerden elde edilen sonuçları da doğrulamışlardır. Daha sonra, sonlu eleman teorisine sayısal hesaplama yöntemleri dahil ederek sınırlı indirgenmiş sonlu eleman modelleri oluşturmak mümkün olmuştur. Literatürde Sinha ve ark. sonlu eleman analizlerinin hesaplama sürelerini kısaltmak amacıyla indirgenmiş sonlu elemanlar modeli tercih edilmiştir. Oluşturulan indirgenmiş modellerde döngüsel simetrik modelin her bir sektöründeki kütle ve/veya rijitlik matrisleri, tanımlanmış olan düzensizlik değerleri kadar değiştirilmiştir ve kullanılabildiğini göstermiştir [15].

Literatürde küçük düzensizlik, sadece disk kanatçık sisteminin yalnızca kanatçıktaki doğal frekans sapmaları olarak tanımlanır ve Reduce Order Method (ROM)'daki düzensizliği temsil etmek için kullanılır. Bu çalışmada düzensizliğin uyarlamasının uygulanması için sunulan yeni yöntem olarak; doğal frekanslardan ve mod şekillerinden elde edilebilecek modal koordinatlardan faydalanmaktadır. Modal düzensizlik değerlerinin doğrudan kullanımı, özellikle girdi olarak birçok düzensizlik davranışı veya standart sapma olarak düzensizlik olarak gereklidir ve Monte Carlo simülasyonlarında etkilidir. Yeni yöntem, düzensiz bir kanatçığın bileşen modlarının modal koordinatlarında düzensizliği olarak kullanılmasına Component Mod Mistuning (CMM) yöntemi olarak adlandırılır [16].

ANSYS programında disk kanatçık düzensizliklerini kanatçıklarda sonlu elemanlar metodu kullanarak analiz edebilmek için, literatürde de yer alan Lim ve Ark. geliştirdiği CMS komponent mod sentezi yönteminin kanatçıklar özelinde olan CMM (Component Mode Mistuning) yöntemi kullanılmaktadır. Bu metodolojide kanatçıklardaki düzensizliğin tanımı malzemenin elastiklik modülünün meydana gelebilecek düzensizlik değeri kadar değiştirilmesi ile sonlu elemanlar analizlerine yansıtılmaktadır. Elastiklik modülünün değiştirilmesi yapının $[K]$ rijitlik matrisine doğrudan etki yapmakta ve doğal frekansları ve zorlanmış titreşim cevabını da doğrudan etkilemektedir. Genlik faktörü hesabı için düzensiz durum genliklerini bize vermektedir [16].

Sonlu elema analiz modelleri doğrudan kullanılarak Monte Carlo çözümü için örneklemelerinin gerçekleştirilmesi ile hesaplama süreleri bakımından zaman aldığından dolayı sıkıntı teşkil etmektedir. Bundan dolayı araştırmacılar sonlu elemanlar analiz

modelleri oluşturup analizlerine bu modeller üzerinden cözümler almak yerine, sayısal denklemler geliştirmeyi tercih etmişlerdir. Ayrıca sayısal denklemlerden elde edilen sonuçları yine sonlu elemanlar analiz modellemeleri ile doğrulamışlardır. Sonradan gelişen sayısal hesaplama yöntemlerinin sonlu elemanlar modellerinin teorisine dahil etmek maksadıyla indirgenmiş sonlu elemanlar modelleri oluşturmuşlardır [16].

Literatürde yer alan düzensizlik analizlerini için uygulanabilecek yöntemler şu şekilde özetlenebilir.

Deterministik Analizler: Standart sonlu elemanlar yöntemleri ve çeşitli indirgenmiş modeller (CMS Metodu) kullanılarak düzensizlik analizleri gerçekleştirilir.

- Deterministik analiz yaklaşımında kanatçıklardaki düzensizlik şiddetlerinin bilinmesi gerekmektedir.
- Bilinen düzensizlik şiddetleri için zorlanmış titreşim cevabı ve genlik faktörü elde edilebilir.
- Genlik faktörü maksimum değerinde olmayabilir.

İstatistiksel Analizler: Düzensizlik şiddetlerinin belirsiz olduğu veya tasarımıda oluşabilecek maksimum genlik faktörünün elde edilmek istendiği durumda Monte Carlo Simölasyonları vs. kullanılarak cözödürölecek analizler ile zorlanmış titreşim cevabı istatistikleri elde edilebilir

Optimizasyon Yaklaşımı: Düzensizlik şiddetinin minimum ve maksimum değerlerinin bilindiği durumlarda oluşabilecek maksimum genlik faktörünü ve zorlanmış titreşim cevabını elde etmek için uygulanabilir. Duyarlılık katsayılarına ve cevap yüzey tekniklerine dayanan bir yöntemdir.

Kısmi Düzensizlik Modeli

Literatürde, Rivas-Guerra ve Mignolet kısmi düzensizlik yaklaşımından bahsetmişler ve uygulamalarda optimizasyon yaklaşımlarında analiz sayısını azaltmak amacıyla kısmi düzensizlik analizleri kullanılabildiğini söylemişlerdir. Avantajı tüm kanatçıkların düzensizlik durumunu optimizasyonu yerine burada yerel durumu göz önüne alarak full optimizasyona göre harcanan süre ve maliyetin düşeceği ve yerel düzensizliğin

yakınsaması durumuna kadar hesaplama yapılması gerektiğini vurgulamışlardır. Bu yöntemde sırasıyla [8];

- Birbirlerine komşu 3 kanatçık seçilir ve maksimum genlik faktörü optimizasyon yaklaşımları ile hesaplanır.
- Maksimum genlik faktörü yakınsayana kadar kanatçık sayısı arttırılır ve analizler tekrarlanır.
- Literatür çalışmalarında düşük rijitlikli kanatçıklar için 3-7 kanatçık ile belli bir düzensizliğe karşı maksimum genlik faktörüne ulaşılmıştır.

Yukarıdaki belirtilen yöntemler sayesinde düzensizlik hesaplamaları yapılabilmektedir [8].

Literatürde yapılan bu çalışmalara katkı sağlanacak ve ilave olarak kanatçık sayısının değişkenliğine ve yapısal sonum oranına bağlı olarak incelenecek olup, düzensizlik uygulama metodu yanı sıra kısmi düzensizlik metodu ile bunun uygulanabilirliği ileriki bölümlerde anlatılacaktır.

Bu çalışmada akademik rotor modeli üzerinde eksenel kompresör disk kanatçık sisteminin düzensizlik davranışı incelenecektir. Düzensizliğin etkisini yansıtmak için her farklı kanatçık sayısına standart sapma ile yüzdesel bozucu etki uygulanacak ve belli bir bozulma aralığı taranmış olacaktır. Bunu yaparken belli bir sönüm oranı dahil edilecek ve kanatçık sayısı ve sönüm oranı arasındaki ilişkisinin düzensizliği ne ölçüde etkilediğini ANSYS Design Explorer kullanarak Craig-Bampton indirgeme metodu ile düzensizliklerin analizi yapılacaktır. Yüzey merkezli tasarım uzayı oluşturulup tasarım uzayı (DOE) yapılacak ve sonuçta elde edilen cevap yüzeylerini Latin Hypercube ile örnekleyip literatürde yer aldığı gibi genlik faktörünün %99 olasılık için sonuçlar çıkartılacaktır.

1.2 Tezin Amacı

Gaz türbinlerinde yer alana disk kanatçık sisteminde çalışma koşullarında meydana gelebilecek kanatçık düzensizliğinin sönüm oranına ve yapıda bulunan kanatçık sayısına olan etkisinin istatistiksel analizinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3 Hipotez

Disk kanatçık sistemlerinin tasarım sürecinde ele alınması ve yüksek çevrimli yorulma hesabı yapılırken düzensizliğin kabul kriterlerine dahil edilmesi gibi nihai hedefe kadar olan aşamalarda ticari yazılım sayesinde yalın ve uygulanabilir olmasının göz önünde olması için ortaya koyan bu çalışma sayesinde havacılık gaz türbini tasarım süreci için faydalı bir çalışma ve katkı sağlanması amaçlanmıştır.

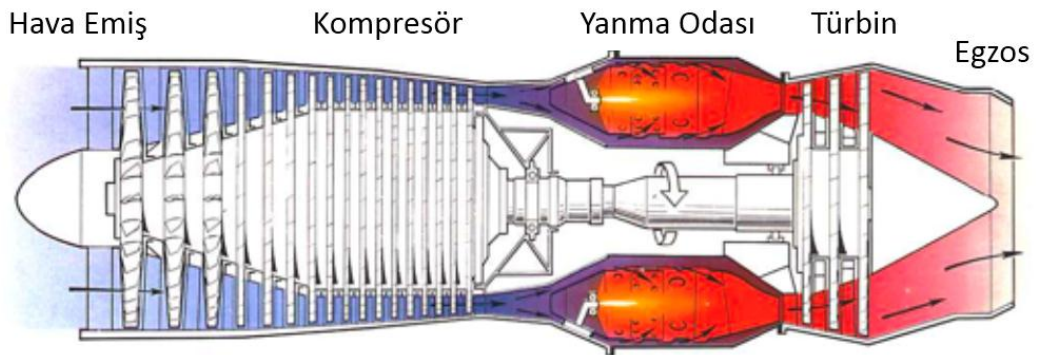
Giriş bölümünde disk kanatçık yapılarındaki düzensizliklere ait literatür araştırılması yapılmış ve çalışmaya uygun araştırmaların özeti verilmiştir ve tezin amacı belirtilmiştir.

GAZ TÜRBİNİ ve TİTREŞİMİ

Çalışmanın bu bölümünde, gaz türbininin komponentleri, titreşimleri, yorulma hasarı ve disk kanatçık sistemlerinin hasarlanmaları anlatılacaktır.

2.1 Çalışma Prensibi

Türbin motorunun 1940'lı yıllardaki kuruluşundan bu yana elde ettiği başarılar onu en tanınmış ve çok yönlü güç sistemlerinden biri haline getirdi. Ticari ve askeri havacılık platformları için itme üretmekten, elektrik jeneratörleri için tork üretmeye, karmaşık çözümler gerektiren çok sayıda karmaşık mühendislik problemi üzerinde büyük bir başarı temsil eder. Bu problemler, her biri geniş miktarda araştırmayı içine alan birçok farklı teknik disiplini kapsar. Bu çalışma, bu tür araştırma çalışmalarına, türbin motoru bileşenlerinin tasarımına yapısal dinamikler açısından yardımcı olacak ve kanıtlayacak fiziksel olayları modellemek ve daha iyi anlamak için kullanacaktır [17].



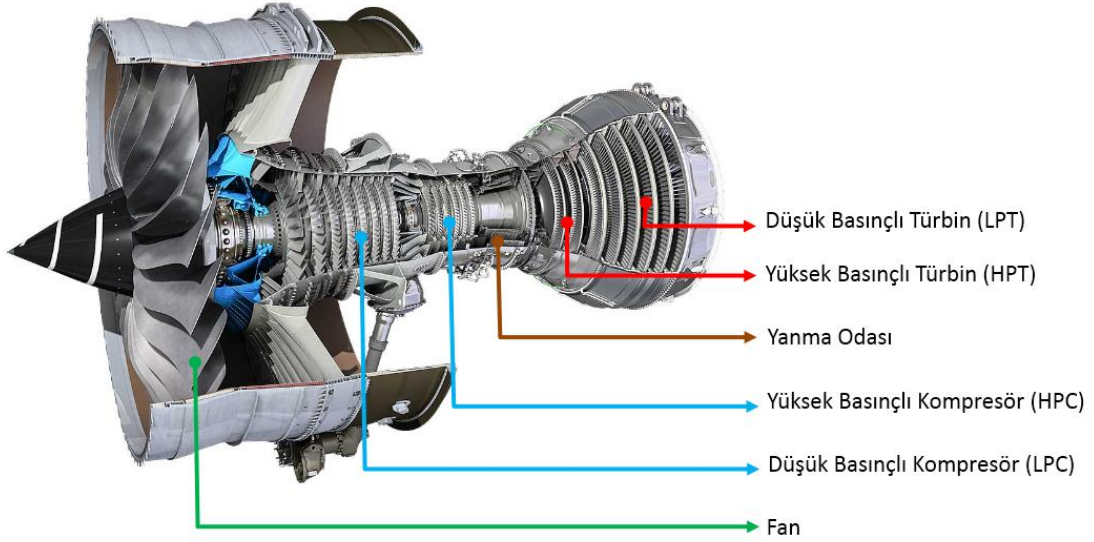
Şekil 2.1 Gaz Türbini [1]

Türbin motoru temel olarak üç bileşenden oluşur: bir kompresör, yanıcı ve türbin. Bu ana modülleri (Şekil 2.1), türbin motorunun enine kesitsel bir görünümü gösterilmektedir. İşlem ilk önce dönen bileşenlerin mekanik enerjiyi bir hava akımına dönüştürdüğü kompresör ile başlar. Hava akımı motora girer ve akışın sabit ve döner bileşenlerinin ardışık aşamaları ile sıkıştırıldığı, azalan bir aralıktan geçer. Sabit bileşenlere stator denir ve hava akışını dağıtır. Döner bileşenlere, her biri bir diske bağlı hava folyolarından oluşan rotorlar denir. Kanatçıklar ya ayrı imal edilir ya da disk/kanatçık yapısı tek bir metalden imal edilir ve diskin dış çapına kadar imal edilir. Bu tasarım entegre kanatçıklı rotorlar (IBR) veya Kanatçıklı Disk (Bladed Disk- Blisk) olarak adlandırılır. Burada yapılan araştırma ayrıca IBR veya Bladed Disk'e bileşenlerine odaklanmaktadır.

Hava sıkıştırıldıktan sonra, yakıt eklenir ve yakıcıda hava yakılır. Tahrik sisteminin bu aşamasında, hava akımındaki yakıt ve oksijen arasındaki ekzotermik kimyasal reaksiyon ile akış akımının termal enerjisi artar. Akıştaki enerjide daha sonra meydana gelen artış, türbin bölümünden çıkarılır. Türbin temel olarak, toplanan enerjinin kompresöre güç verdiği kompresörün tersine işlemidir. Kalan akış enerjisi miktarı, hava taşıtı uygulamaları için itme gücü üretmek üzere bırakılır veya daha fazla türbin genişlemesiyle tork elde edilir.

2.2 Gaz Türbin Motorları Komponentleri

Bir gaz türbininin mekanik parçaları, iki döner komponent sistemi olarak; kompresörü ve türbini içerir. Yanma odasından ve bir egzoz sisteminden oluşur. Daha genel olarak, bir gaz türbini bu bileşenlerden oluşur; fan, kompresör, yanma, türbin ve nozöldür ve Şekil 2.2'de detaylı kesit gösterilmiştir.



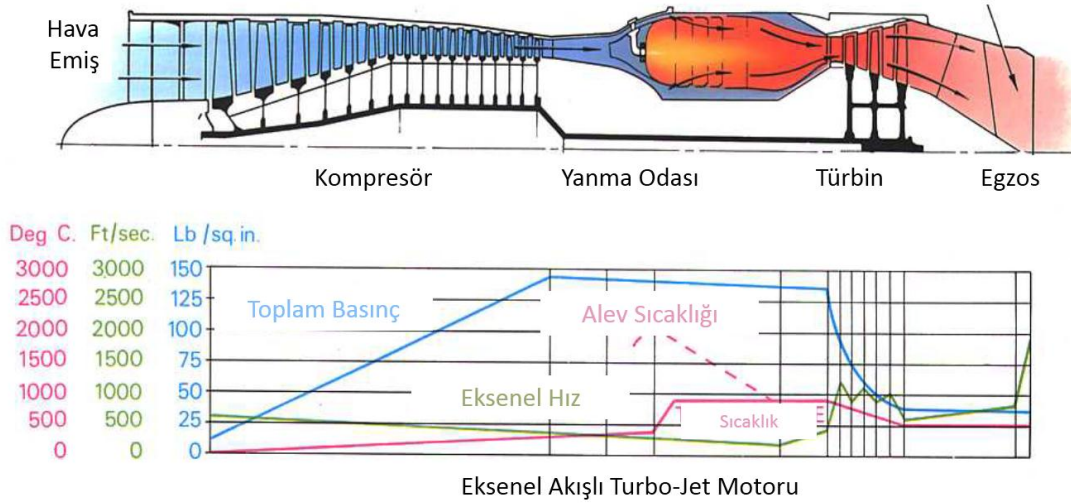
Şekil 2.2 Rolls-Royce Trent 7000 Gaz Türbini Kesiti [18]

Fanın görevi, havayı motora çekmektir ve hava miktarı, dönen fanın boyutuna bağlıdır. Fanın hızı yükseldiğinde, iki parçaya ayrılır, bir parça motorun ortasına yönlendirilir, diğer parça ise kanalın içinden geçerek motorun ortasından kaçar.

Kompresör, havayı sıcaklığı artıran yakıtla karıştıran motor çekirdeğinin bir parçasıdır, sürekli olarak, hava potansiyeli enerjisi yükselir, ardından yanma odasına sıkışmış hava iletilir.

Yanma odası, havanın ve yakıtın karıştığı ve tutuştuğu, ardından yanan havanın ve yakıtın neden olduğu sıcak genleşen gazlardır. Yanıcı, bu sistemin başka bir parçası olarak türbinden geçtiğinde türbin kanatlarının dönmesine neden olan yüksek bir sıcaklık ve yüksek enerji akışı varsa, karışım gazı ve yakıt işlemi ile sonuçlanır. Akış, bir fan ve kompresör sürücüsü olarak işlev görür. Türbin, yanma odasına yapılan gaz ve türbin kanatlarını döndürdüğü zaman, gaz enerjisini mekanik işe dönüştürerek kompresörü çalıştırır.

Yanmış gaz türbine geçtiğinde, nozul hareket etmeye başlar. Bu bileşenin görevi, daha soğuk hava motor çekirdeğini atlayarak bir kuvvet oluşturduğundan motoru harekete geçirmektir. Tüm işlem, soğuk ve sıcak havanın kombinasyonu ile üretilen (Şekil 2.3) ileri bir gücün oluşmasına neden olur [19].

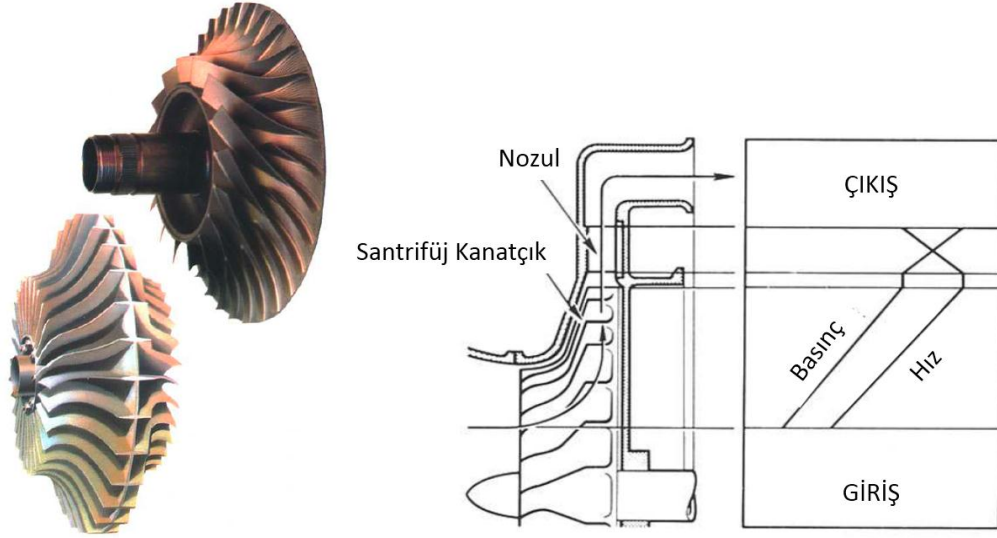


Şekil 2.3 Gaz Türbin Çevrimi ve Akış [1]

2.2.1 Kompresör

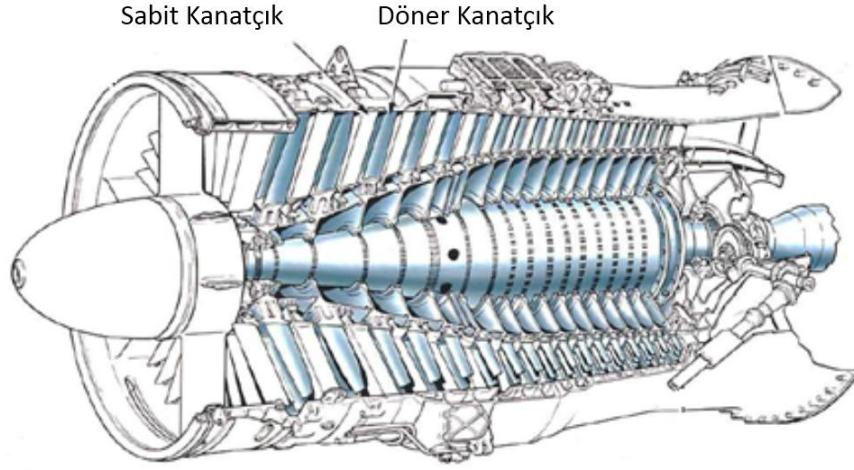
Turbo makinelerde akışkan sıkıştırma amacı ile yer alan havanın içinden genişlemeden önce sıkıştırılması gerekmektedir, bu işlemin gaz türbinlerinde gerçekleştiren bölüme verilen addır. Kompresörler ikiye ayrılmaktadır. Biri merkezkaç akış ile santrifüj kompresör veya radyal kompresör diğer ise eksenel akıştan dolayı adını alan eksenel kompresördür. Her iki tip de türbin tarafından tahrik edilir ve genellikle doğrudan türbin miline bağlanır [1].

Santrifüj kompresörü havayı hızlandırmak için bir pervane ve gerekli basınç artışını üretmek için bir difüzör kullanan ve motorda genellikle tek veya iki kademedan oluşan sistemlerdir. Şekil 2.4’de kesiti alınmış santrifüj kompresör gösterilmiştir.



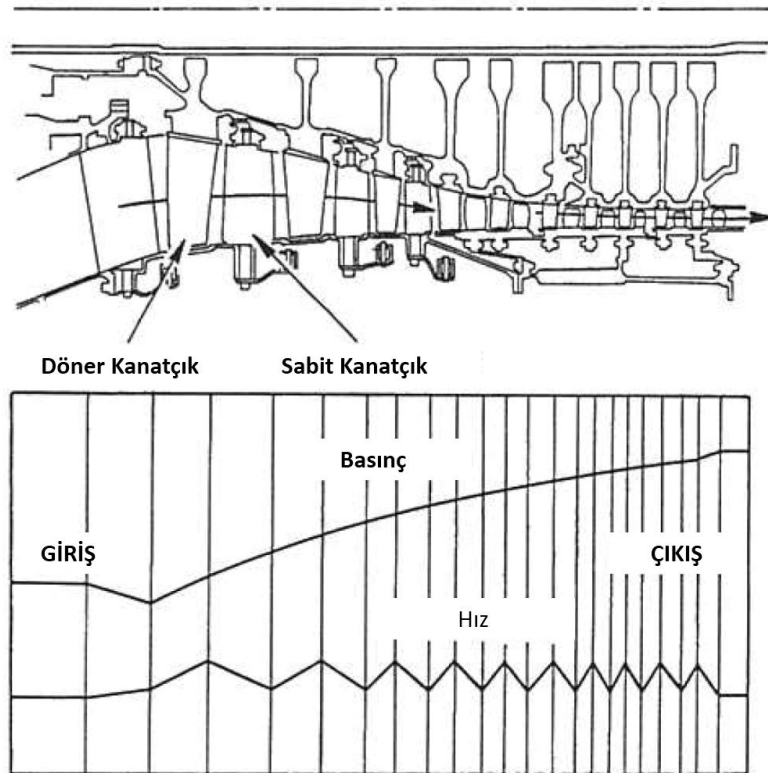
Şekil 2.4 Radyal Kompresör ve Basınç – Hız Diyagramı [1]

Eksenel akış kompresörü havayı istenen basınca kadar hızlandırmak ve dağıtmak için dönen kanatlar ve sabit kanatların kullanıldığı çok kademedan oluşan sistemlerdir. Çalışma prensibinde ise akışkan, kompresörün dönme eksenine paralel hareket eder. Rotor kanatları akışkana sürekli olarak tork uyguladığı için akışkanın enerji seviyesi kompresör boyunca artmaktadır. Sabit kanatlar akışın çizgisel hız bileşenini basınca çevirerek akışkanı yavaşlatır. Santrifüj kompresörlere kıyasla eksenel kompresörler daha yüksek debi, basınç oranı ve verime ulaşmaktadır. Bu duruma ulaşabilmek için birden fazla kademeye sahip olması gerekmektedir ki bu da eksenel kademeli kompresörleri karmaşık ve pahalı yapmaktadır. Şekil 2.5 ve Şekil 2.7’de eksenel kompresör örneği gösterilmiştir.

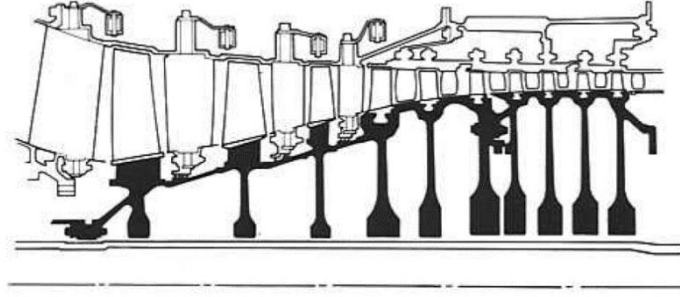


Şekil 2.5 Eksenel Kompresör Örneği [1]

Akışkan başlangıç olarak dönen kanatlarında ivmelendirilir ve sonra sabit kanatların arasında yavaşlatılır bu durum akışkanın dönen kanatlarında sahip olduğu kinetik enerjinin statik basınca dönüşmesine sebep olmaktadır. Akışkanın bu değişimi, Şekil 2.6'da verilmiştir [20].



Şekil 2.6 Eksenel Kompresör ve Basınç – Hız Diyagramı [1]



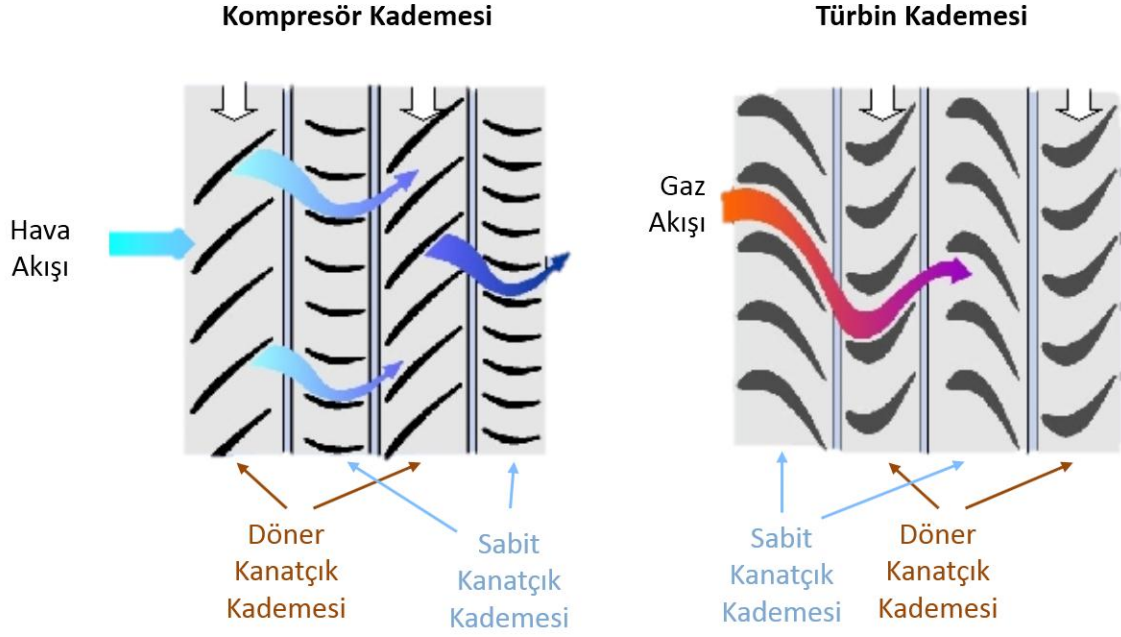
Şekil 2.7 Eksenel Kompresör Kanatçık ve Diskleri [1]

2.2.2 Türbin

Türbin, kompresörün ve aksesuarların enerji ihtiyacını sürmek için güç sağlama ve sadece tahrik için yalnızca bir jet kullanmayan motorlarda, bir pervane veya rotor için shaft gücü sağlama görevine sahiptir. Bunu, yanma sisteminden salınan sıcak gazlardan enerji çekerek ve daha düşük bir basınç ve sıcaklığa genişleterek yapar. Bu süreçte yüksek gerilimler söz konusudur ve verimli çalışma için, türbin kanadı uçları saniyede 1.500 feet'in üzerindeki hızlarda dönebilir, türbinin maruz kaldığı sürekli gaz akışı 850 ve 1.700°C arasında bir giriş sıcaklığına sahip olabilir. Ve türbin bölümlerinde saniyede 2.500 feet'in üzerinde bir hıza ulaşabilir [21].

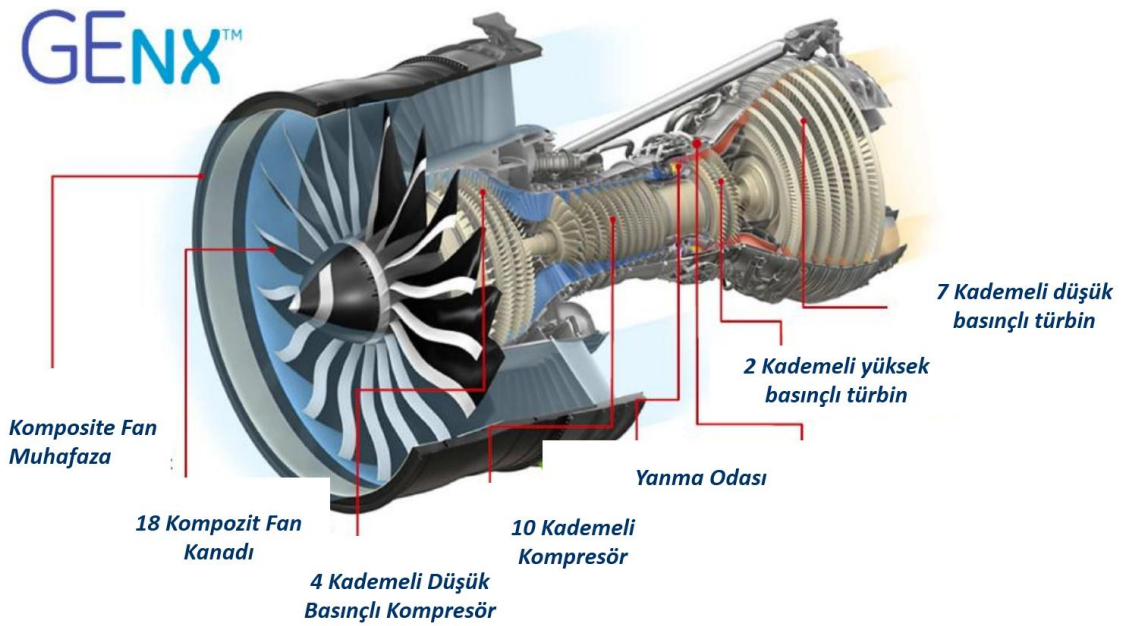
Gerekli olan tahrik torkunu elde edebilmek için türbin, bir sıra sabit nozül kılavuz kanadının ve bir sıra hareketli kanatçıkların kullanıldığı birkaç aşamadan oluşabilir. Şekil 2.8'de kademeler görülmektedir. Aşama sayısı, gaz akışından istenen güç, üretilmesi gereken dönüş hızı ve izin verilen türbin çapı arasındaki ilişkiye bağlıdır [22].

Şaftların sayısı ve dolayısıyla türbinler motor tipine göre değişir; yüksek sıkıştırma oranlı motorlarda genellikle iki shaft bulunur, bunlar yüksek ve düşük basınçlı kompresörleri çalıştırır. Şekil 2.8'de eksenel kompresör ve türbin kanatçıklarının akış örneği gösterilmektedir.



Şekil 2.8 Eksenel Kompresör ve Türbin Operasyonu [23]

General Electric Havacılık firmasına ait GENX modelinin kesit görüntüsü, Şekil 2.9’da verilmiştir. Sırasıyla fan, 4 kademe düşük basınçlı kompresör (LPC), 10 kademedan oluşan yüksek basınçlı kompresör (HPC), 2 kademeli yüksek basınçlı türbin (HPT) ve 7 kademedan oluşan düşük basınçlı türbin (LPT) görülmektedir.



Şekil 2.9 GE Havacılık Firmasına ait GENX Motor Kesiti [24]

2.2.3 Disk Kanatçık Sistemleri

Nominal tasarım parametrelerine dayanan disk kanatçık sistemler, dönme açısından periyodik bir yapıdır. Bu uygulama, her disk-kanatçık sektörünün, komşu sektörünün tam bir kopyası olmasını zorunlu kılar ve sonuç olarak, tüm disk-kanatçık rotoru, tek bir temel disk kanatçık parçası tarafından modellenebilir. Bu döngüsel simetri varsayımının önemi, özellikle Sonlu Eleman Analizinde kullanılmaktadır. Çünkü, modelin boyutu ve dolayısıyla hesaplama gereksinimleri, önemli ölçüde azalacaktır. Sonuç olarak, çözüm süresi büyük ölçüde azalır ve tasarım alanı çok daha fazla araştırılabilir.

Döngüsel simetri varsayımının bozulmasına neden olan bireysel olarak kanatçıkların geometrik ve malzeme özelliklerinde küçük farklılıklar vardır. Bunun sonuçları iki yönlüdür. İlk olarak, model boyutu ve dolayısıyla çözüm süresi büyük ölçüde artar, çünkü tüm rotorun bir FEA uygulamasında çözülmesi gerekir. İkincisi, rotorun dinamik özellikleri nominal durumdan değişir ve bireysel kanatçıklar, ayarlanmış bir analizde tahmin edilenden daha büyük zorunlu tepki seviyeleri ile karşılaşabilir.

2.2.4 Bütünleşik Kanatçıklı Rotorlar

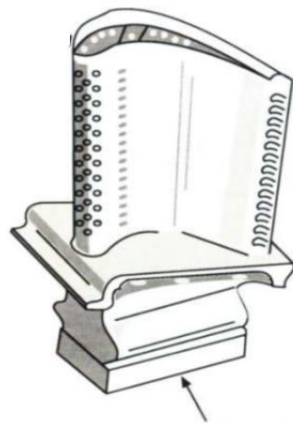
Bütünleşik kanatlı rotorlar (IBR), kanatçıklı diskler veya blisk olarak da bilinir, bir jet motorunun bir fan veya kompresör kademesinin dönme kısmını oluşturan tek parça birimlerdir. IBR'ler, kanatçıkları yerinde tutan ve motordaki diğer kompresör/fan rotorlarına ve şafta tutturulmuş bir rotora eklenmiş birkaç kanattan oluşur. Bir IBR tek parça olarak imal edilebilir veya kanatçıklar imalat sırasında rotora kaynaklanabilir. Günümüzde, azaltılmış ağırlık için oyuk (hollow) olan fan kanatları rotora kaynaklanmaktadır. IBR'ler yeni geliştirilen fan ve kompresörlerde hızla sıradanlaşan bir teknoloji haline gelmiştir. [25].

Sermatech Lehr firması tarafından 1980'li yılların ortasında (günümüzde GKN Aerospace) ilk olarak kullanıma başlanmıştır. 1985 yılında ilk olarak T700 helikopter motorlarında kompresör kısmına uygulanmıştır. Sonra gelişen teknoloji ile kompresörün yanı sıra fan kanatçıklarında da kullanılmaktadır. Şekil 2.10'da kompresör blisk örneği gösterilmiştir [26].



Şekil 2.10 3D CNC Frezeleme ile Üretilen Kompresör Blisk Örneği [26]

IBR'ler motorun parça sayısını, ağırlığını ve aerodinamik kayıplarını azaltır ve her rotor kanatçığının, Şekil 2.11'deki gibi geleneksel "kırangıç kuyruğu" bağlantı köklerini ortadan kaldırır. Bu kırangıç kuyruğu bağlantısının ortadan kaldırılması sırayla, kanatçıkların ve rotorların bağlandığı noktada çatlak başlatma ve ardından çatlak yayılma problemini ortadan kaldırır.



Kırangıç Kuyruk
Kanatçık Kökü

Şekil 2.11 Kırangıç Kuyruğu (dovetail)

Modern fan kanatlarının düşük boy oranları yabancı cisim hasarına (FOD) ve “kuş çarpmasına” karşı daha fazla tolerans sağlamalıdır. Ancak, IBR kanatçıkları hasar görürse, tamirleri daha zor olabilir çünkü kanatlar uçuş hattında değiştirilmemektedir (havaalanları, uçak gemileri, hava üsleri ve diğer çalışma yerleri). “on wing blending” (bir fan kanatçığının hasarlı ön kenarını doldurmak, tolere edilebilir sınırlar dahilinde, motoru uçaktan çıkarmadan), bazı küçük ebatlar için kabul edilebilir bir onarım tekniği olabilir, ancak daha ciddi hasar muhtemelen motorun çıkarılmalıdır ve tüm IBR'lerin değiştirilmesi veya kaynak yapılması gereken kanatçıkların değiştirilmesi gerekir.

IBR diskindeki kanatçıklar oldukça düzgün bir şekilde üretildiğinden, hepsinin çok benzer harmonik frekansları vardır ve bu nedenle, geleneksel kanatçıkların kırlangıç bağlantı mekanizmaları tarafından sağlanan titreşim sönümleme avantajına sahip değildir. Bu nedenle, IBR'lerin fan veya kompresörde felaketli "ayar çatalı benzeri" harmonik titreşimlerin oluşmamasını sağlamak için çok dikkatli bir şekilde tasarlanmalı ve test edilmelidir. Şekil 2.12’de bütünleşik disk kanatçık sistemlerinin teknolojisinin gelişmesi görülmektedir. Blisk’lerde %30’a varan ağırlık kazancı mevcuttur [27].



Şekil 2.12 Standart, Blisk ve Bling Teknolojisi [27]

2.2.4.1 Avantaj ve Dezavantajı

Disk ve kanatçığı ayrı üretmek yerine yeni teknoloji ürünü olan Bliskler her ikisini birleştiren tek elemanlardır ve vida, cıvata, somun gibi ilave makine elemanları ihtiyacını da ortadan kaldırırlar, böylece kompresördeki bileşenlerin sayısını azaltırken aynı zamanda sürtünmeyi azaltır ve motordaki hava sıkıştırma verimini artırır. Geleneksel türbin kanatlarında bulunan kırlangıç kuyruğu bağlantısının kaldırılması, çatlak başlangıcı

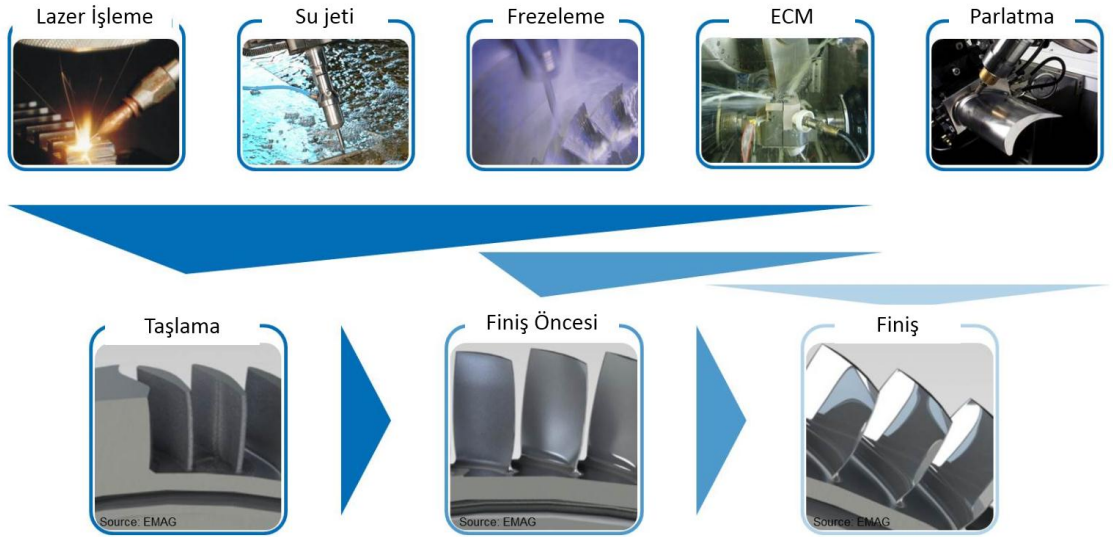
ve çatlak ilerlemesi gibi bir kaynağı ortadan kaldırır. % 8'e varan verimlilik iyileştirmeleri mümkündür [28].

Blisklerin ufak boyutlardaki hasarlar dışında bir hasar görmesi durumunda, motorun tamamen sökülmesi gerekebilir ve böylece yeni kanatçık ilavesi durumunda kaynaklama gibi proseslerden geçirilmesi gerekmektedir. Bu nitelikte bakım uçuş hattında yapılamaz ve sıklıkla özel bir tesiste gerçekleştirilmelidir. IBR kanatçıkları, tipik bir türbin kanatçığının kırlangıç kuyruğu bağlantısının doğal sönümlenmesi artık mevcut olmadığından, son derece yüksek bir standarda dinamik dengelemenin yanı sıra titiz harmonik titreşim testlerinden geçmelidir [25], [29].

2.2.4.2 Üretimi

Şekil 2.13'de üretim aşamaları gözükmektedir. Uçak motorlarının üreticileri, yenilikçi motor konseptlerini gerçekleştirmek için yeni teknolojiler kullanarak hava taşımacılığında kaynak verimliliğini artırmada büyük etkiye sahiptir. Bu çerçevede yeni malzemelerin kullanımı, işleme işlemlerinin sürekli geliştirilmesini gerektirir. Üretim süreçlerinin sürdürülebilir maliyet verimliliğini sağlamak için, ilgili teknolojilerin uygulama potansiyelinin sürekli izlenmesi ve verimlilik ve üretim maliyeti açısından kıyaslanması gerekmektedir. Nikel bazlı süper alaşımlardan olan bliskler üretim aşamaları farklı yollardan oluşmaktadır.

Üretim teknikleri arasında karşılaştırma yapmak için literatürde yer alan, Şekil 2.13'de görüldüğü gibi katı bir bloktan yapılan geleneksel frezelemenin yanı sıra teknolojiye uygun ve yenilikçi alternatifler: elektrokimyasal işleme ECM, su jeti ile işleme ve tel bazlı lazer metal biriktirme, tabakalı yapı için bir üretim süreci bulunmaktadır. Bununla birlikte, bu işlemlerin her birinde, yüzeyler, örneğin otomatik parlatma veya hassas elektrokimyasal işleme PECM ile yeniden işlenmelidir [30].



Şekil 2.13 Blisk Üretim Aşamaları [30]

2.3 Disk Kanatçık Sistemlerin Titreşimleri

Kanatçık ve disk titreşimi, gaz türbinlerinin mekanik bütünlüğünü sağlamada etkili bir faktördür. Tek bir kanatçığın arızası, motorun geri dönülmez bir arızasına neden olabilir. Motor sertifikasyon yetkilileri, seçilen çalışma koşulları altında her rotor aşamasında deneysel titreşim kaynaklı gerilmelerin ölçülmesi gerekir. Deneysel onaylamaya rağmen, tasarım felsefesi titreşim problemlerinden kaçınmak içindir. Analizler, kanatçık titreşim modlarını ve karşılık gelen frekansları belirlemek için karmaşık sayısal hesaplamalar ve simülasyonlar kullanır. İki titreşim problemi vardır, Rezonans titreşimi ve çarpıntı. Bir başka ciddi dinamik problem ise fan kanatlarında, yani kuş çarpmasına karşı kanatçık tepkisinde ortaya çıkmaktadır [22].

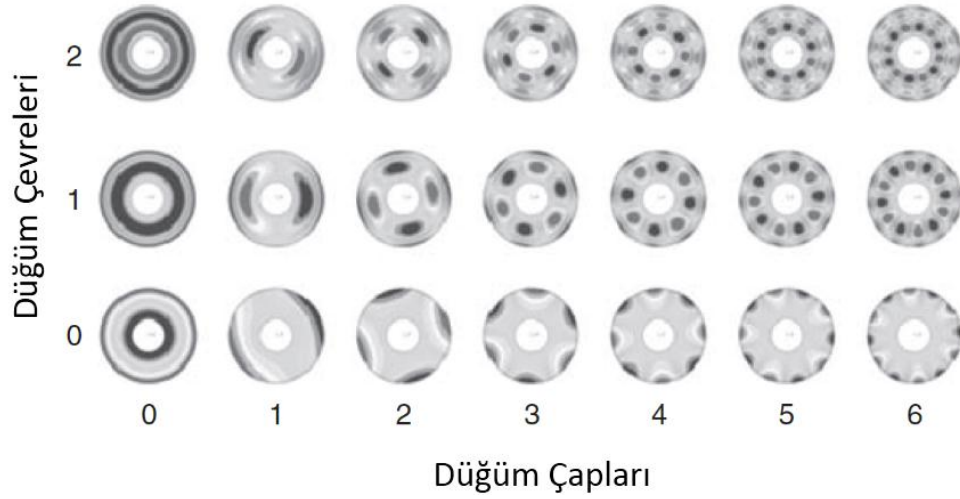
Titreşim yapı için ciddi sonuçlar doğurabilir, çünkü yapısal elemanların yetersizlik hataları ve kritik parçaların arızalanması gibi kusurlara neden olabilir ve genellikle istenmeyen sesler çıkarır. Genel olarak, yüksek hızlı hareket eden herhangi bir bileşen, parçaların içinde oluşan gerilmelere ve muhtemelen kırılmaya neden olabilecek titreşime eğilimlidir. Enerji üretimi için buhar türbinleri ve uçak ve denizcilik için gaz türbinleri dahil olmak üzere turbo makineler, yüksek hızlı dönen makinelerdir ve bu nedenle ciddi titreşim sorunlarına maruz kalmaktadır. Ayrıca, modern gaz türbinlerinin mevcut tasarım özellikleri, özellikle yüksek güvenilirliği korurken, hafif ve yüksek güç özellikleri gerektirmektedir. Bu gibi durumlarda, turbo makinelerin titreşiminin çok ayrıntılı bir

şekilde incelenmesi gerekir, çünkü turbo makinelerin çoğu başarısızlığı, titreşimin neden olduğu yorgunluğun bir sonucudur. Teknolojilerin son yıllardaki hızlı gelişmeleri nedeniyle, türbin makinelerinin gücü ve verimliliği önemli ölçüde artırılmıştır, bu nedenle yapısal bileşenlerin daha yüksek güç talepleri ve daha uzun ömür gereksinimleri için uygun hale getirilmesi gerekmektedir. Bir jet motorunun tasarımı için, eksenel rotor çok karmaşık bir makinedir. Makinenin bu kısmı genellikle yüksek dönme hızları, yüksek basınç gerilmeleri yaşar ve bazı parçalar yüksek sıcaklık altında olur. Bir turbo makinenin çekirdeğinin yapısı, kompresör ve türbin aşamalarının bölümlerine ayrılmış birçok rotor tekerleğinden oluşur [22].

Turbo makinaların prensiplerinden, döner kanatçıklara çarpan, stator veya kılavuzlu kanatçıklar olarak bilinen sabit kanatçıkların yönlendirdiği çalışma akışkanı titreşim oluşturabilir. Bu döner kanatçıkların titreşimleri çoğu zaman tasarımcılar için iki farklı problem yaratır. İlk faktör, titreşimden kaynaklanan dönen parçalara neden olan yüksek gerilmedir. Bu faktör, servis parçalarının istenen yorulma ömrünü kısaltır. İkincisi, tasarımcılar, rotorların titreşimi, motorun aerodinamik performansını korurken stator kanatçıklarıyla temas etmemesini gerekmektedir. Spesifik olarak, turbo makinesinin kanatçık titreşim çalışmaları üç bölüme ayrılabilir: disk titreşimi, kanatçık titreşimi ve kanatlı disk titreşimi.

2.3.1 Disk Titreşimi

Literatürde yer alan; Campbell, 1924 gibi erken bir zamanda, buhar türbini diskleri üzerindeki titreşim problemleri üzerine kapsamlı bir çalışma yayınlamıştır. Yazısında, büyük ve ince buhar türbini tekerlekleri incelemiştir. Açıklamaya çalıştığı başarısızlıklar temelde titreşim kaynaklı yorgunluk kusurları ve buhar türbini disklerinin deliklerinin etrafındaki lokalize yüksek gerilmelerin neden olduğu yırtılmalardır. Campbell, titreşimlerdeki sapmaların tahmin edilmesinin daha zor olması nedeniyle titreşimlerin sorununun daha önemli olduğunu belirtmiştir. O sırada, Campbell basitçe çalışması için disk titreşim teorisini uygulamıştır, ancak yapının disklerde kanatçıkları vardı. Bir diskin titreşim özelliklerinde üç özelliği olabilir. İlk olarak, disk, Şekil 2.14’de gösterildiği gibi, diskin çevresi etrafında dalga benzeri bir yanal sapma ile oluşturulan mod şeklinde titreşebilir [31].



Şekil 2.14 Düğüm Çap ve Düğüm Daireleri [31]

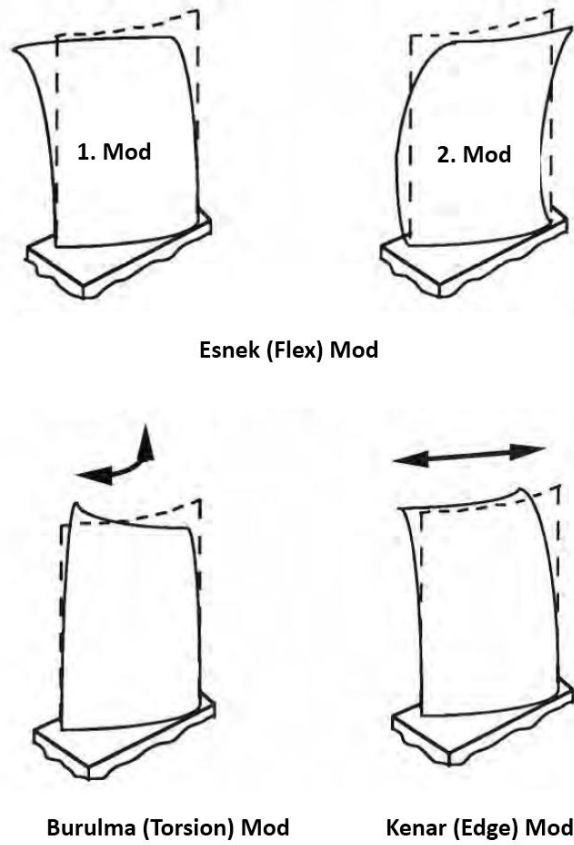
Bu titreşim tipi “çapsal mod” olarak tanımlanır çünkü dalganın genliğinin sıfır olduğu çok sayıda düğüm çapı çizgisi vardır. Uygulamada, Campbell tarafından en yaygın kullanılan disk titreşimi türüdür. İkincisi, durağan düğümler ayrıca, disk üzerinde “düğüm halkaları” olarak bilinen dairesel halkalar şeklini de alabilir. Bu titreşim modları ailesi, şekilde gösterildiği gibi, "eksenel simetrik modlar" veya "daireysel modlar" olarak bilinir. Son olarak hem dairesel hem de çapsal modların birleşimi olan hibrit modlar Campbell, Tobias ve Arnold tarafından da incelenmiştir. Bununla birlikte, bir rotor tekerleği, bir diske monte edilmiş bir kanatçık setinden yapılmıştır. Tek başına disk titreşim incelemesi yeterli değildir, çünkü bir kanatçıklı disk düzeneğinin titreşim arızası kanatçıklarda yaşanması muhtemeldir [32].

2.3.2 Kanatçık Titreşimi

Geleneksel olarak, bir kanatçık sıklıkla, ucu sabit uç olarak köküyle bir ankastre kirişi olarak kabul edilir ve geçmişte pek çok kiriş dinamiği çalışması yapılmıştır. Bununla birlikte, çok aşamalı bir turbo makine kompresörü veya türbini, yüzlerce kanatçık içerir ve çoğu, birbirinden farklı dinamik özellikler gösterir. Sadece bir kanatçığın arızası, motorun diğer parçalarında ciddi hasara yol açabilir ve pratikte aşırı titreşim nedeniyle türbin kanatlarının arızalanmasından kaynaklanan birkaç felaket örneği vardır. Ayrıca, titreşimli kanatçıklar ve akış alanları arasındaki etkileşim ayrıca aerodinamik kararsızlığı da sebep olur. Bu, kendinden tahrikli bir titreşim şekli olan çarpıntılara yol açar. Kanatçık

arpıntısı araştırması günümüzde hala önemli bir faaliyettir. Bu nedenle, kanatçık titreşiminin yanı sıra disk titreşiminin de incelenmesi aynı derecede önemlidir.

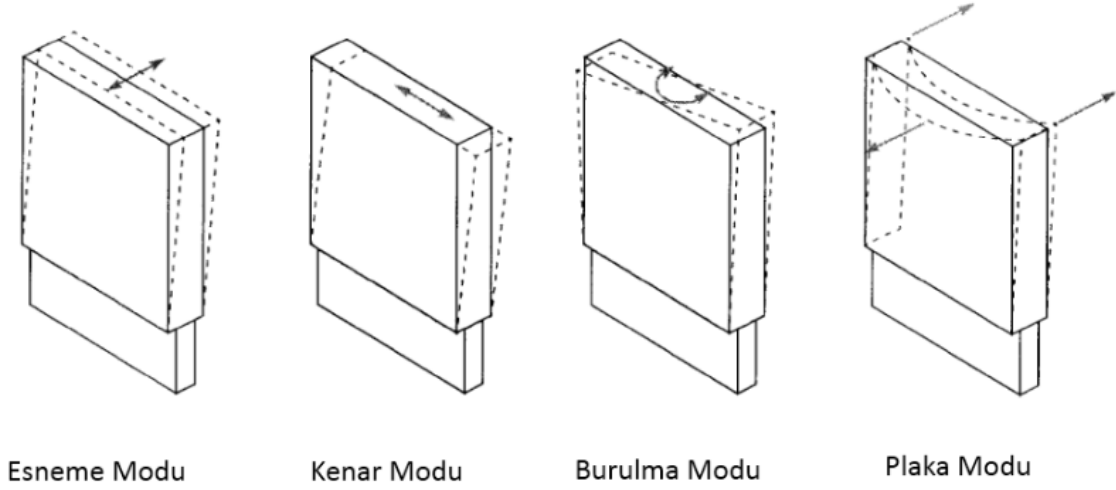
Bir kanatçığın titreşmesi için kilit faktör, motor içinde sıkışın enerji aktaran akışkan tarafından kanatçığın üzerine etkiyen uyarmadır. 1955'te Trumpler ve Owens [34], bir kanatçığın doğal frekansını; aynı zamanda, kökünde sönüm miktarına da bağlı olan titreşimli bir kanatçığın rezonans tepe genliğinin, tahrik edici kuvvetin veya katlarının herhangi birinin yakınına ya da herhangi birine eşit olduğu zaman meydana geleceğini ileri sürmüştür. şimdiye kadar, bu çalışmalar ya buhar ya da gaz türbini kanatları için yapılmıştır. 1960'ta Armstrong ve Stevenson [35], eğimli veya kanatlı mod, burulma modları ve kenar modları gibi şekil 2.15'de gösterildiği gibi, gaz türbinlerinin kanatlı titreşimleri üzerinde bulunabilecek farklı modlarla ilgili daha detaylı çalışmalar literatürde yer almaktadır [33], [34], [36].



şekil 2.15 Kanatçık Titreşim Modları [36]

2.3.2.1 Kanatçık Titreşim Mod Çeşitleri

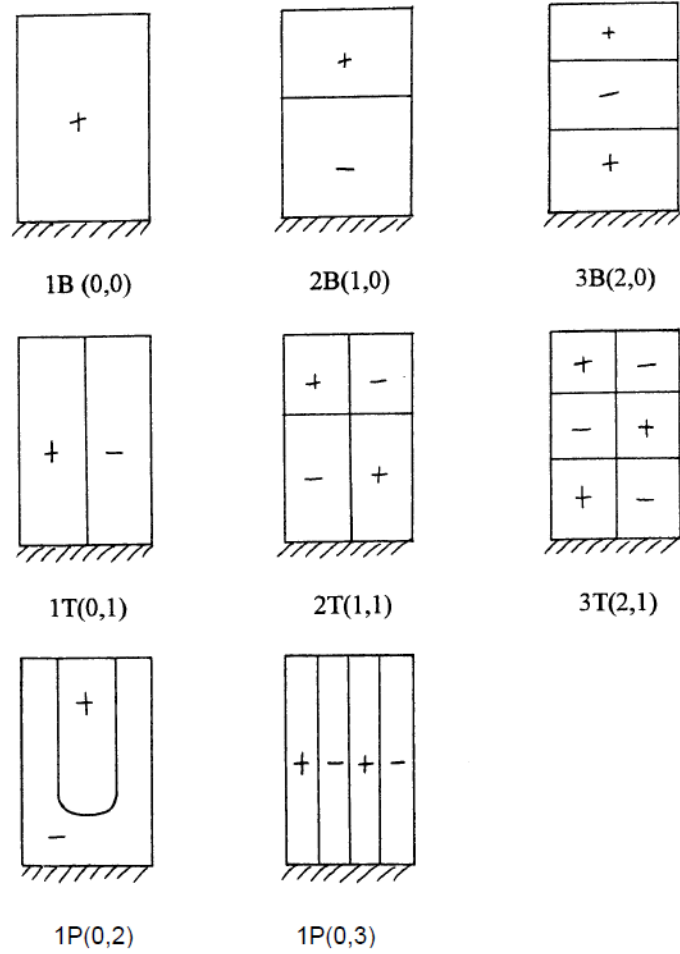
Tek bir ankastre veya kenetlenmiş kanatçığın mod şekilleri, belirli karakteristik kanatçığın hareketlerine göre sınıflandırılabilir. Şekilde köküne kenetlenmiş basit bir plaka geometrisi için birinci sıra modlarının (1F, 1E, 1T ve 1P) Şekil 2.16'da sınıflandırmasını göstermektedir [36].



Şekil 2.16 Kanatçık Temel Modları

Esnek mod (F), kenar modu (E), burulma modu (B) ve plaka (P) modları olarak adlandırılır ve Şekil 2.16'da gösterilmiştir. Basit plaka modelleri için, sırasıyla kanatçık açıklığına enine olan düğüm çizgilerin sayısı (sıfır yer değiştirmeyi oluşturan çizgiler) ve kanatçık açıklığına uzunlamasına uzanan düğüm çizgilerinin sayısı açısından da sınıflandırma yapılabilir.

Şekil 2.17, (q, r) ile sınıflandırma tanımlanabilmektedir. Örneğin, birinci, ikinci ve üçüncü bükme modları kanatçık açıklığına enlemesine olan 0-, 1- ve 2 düğüm çizgilere sahiptir ve kanatçık açıklığına uzunlamasına düğüm çizgileri yoktur ve (0,0) ile temsil edilmektedir, (0,1) ve (0,2) şekilde gösterildiği gibi. Bu tür bir sınıflandırmanın, turbo makinede gerçek kanatçık geometrileri için daha karmaşık olduğuna dikkat edilmelidir, karşılık gelen mod şekilleri karmaşıktır ve genellikle yukarıda belirtilen temel modların kombinasyonları olarak ortaya çıkar [36].



Şekil 2.17 Kanatçık Mod Şekilleri [37]

- Eğilme – Esneme Modu (Bending - Flex Mod)
- Bükülme Modu (Torsional Mod)
- Plaka Modu (Plate Mod)

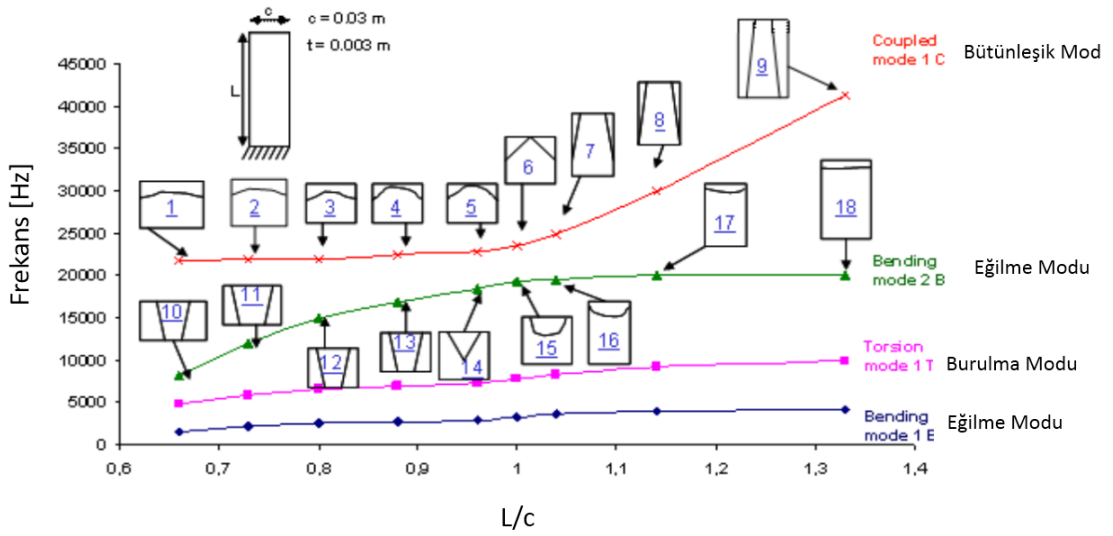
2.3.3 Disk – Kanatçık Sistemi Titreşimleri

Modern turbo makineler genellikle kanatçıklar diske kırlangıç kuyruğu tipli bağlantı, çam ağacı şekilli bağlantı veya pim eklemi tipli bağlantı şekli ile bağlantıları mevcut olup ya da kanatçıklı disk olarak yekpare üretilmesinden kaynaklı doğrudan kanatçık diske bağlı olma durumu mevcuttur. Bu nedenle kanatçık titreşimi bir dereceye kadar diske bağlanan kökün esnekliğine bağlıdır. Tüm kanatçıklar diske esnek bir kökle mekanik olarak bağlandığından, kanatçıklar ve disk arasındaki sonuç etkileşimi, özellikle de disk

esnekliği etkisinden dolayı, kanatçıkların gerçekte dinamik davranışını, kanatçıklı bir disk düzeneğini önemli ölçüde etkileyebileceği bireysel kanatçıkların veya sadece dönen bir disk yerine tam bir sistem olarak titreşime eğilimindedir.

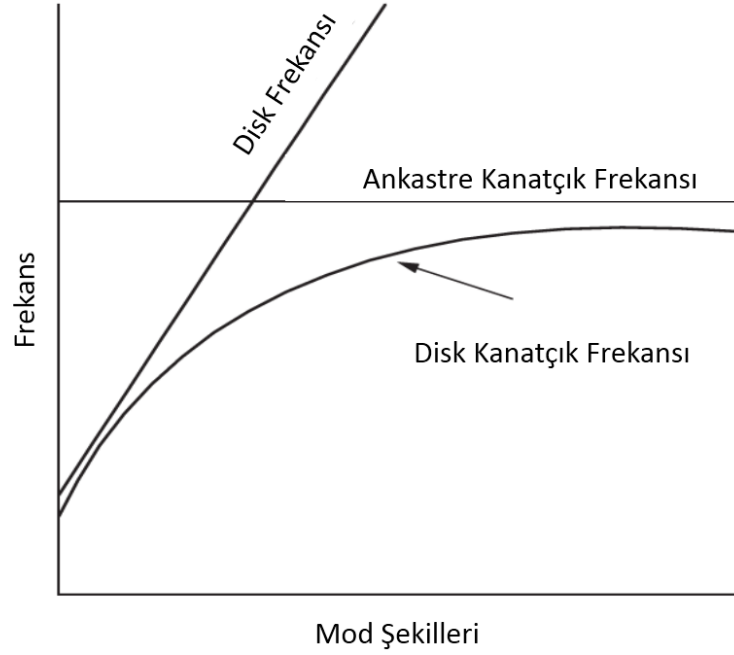
Ek olarak, kanatçık muhafazası, kanatçıklar arasındaki etkileşimlere yol açabilir. Teorik modeli pratik duruma yaklaştırmak için kanatlı disk düzeneğinin bir bütün olarak incelenmesi ve incelenmesi gerekir. Disk kanatçık sistemi ortak bir diske tutturulmuş olan veya aynı olmayan bir kanatçık setidir [36].

Döngüsel simetrik kanatlı disk düzeneği, iyi tanımlanmış bazı titreşim modları gösterir. Bu modlar, tipik olarak düğüm çap olarak adlandırılan eşit aralıklı çaptaki düğüm çizgilerin sayısı ile karakterize edilebilir. Oluşabilecek maksimum düğüm çap sayısı, eğer N eşitse $N/2$, N ise tek $(N-1)/2$ 'dir; burada N , disk üzerindeki kanatçıkların sayısıdır. Kolaylık olması için N 'in eşit olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca, kanatçıklı disk modları, düğüm çemberleri olarak adlandırılan çevresel düğüm çizgilerinin sayısı ile de karakterize edilebilir.



Şekil 2.18 Kanatçık Titreşim Davranışları [38]

Şekil 2.18'de görüldüğü üzere; disk rijit ise (örn. fan düzeneği), titreşim modlarına kanatçık modları hâkim olacaktır. Disk esnek ise (örneğin türbin disk), disk ve kanatçık özellikleri bir arada bulunacaktır. Düşük düğüm çaplarında, disk baskın çıkacaktır. Yüksek düğüm çaplarında, çıkıntılı olan kanatçık modları baskın olacaktır [39]. Disk, kanatçık ve disk-kanatçık frekans değişimleri, Şekil 2.19'da verilmiştir.



Şekil 2.19 Disk, Kanatçık ve Disk-Kanatçık Frekans Değişimi [31]

2.3.4 Bükümlü Kanatçıklar

Kanatçık tasarımı fizik ve aerodinamik teorilere dayanmaktadır. Disk kanatçık sisteminde yüksek devirde çalışmasından dolayı santrifüj etkilere maruz kalmaktadır. Bükümlü kanatçık ve büküm açısı maksimum kanatçığın uç kısmında ve akış davranışını da hesaba katarak tasarlanmakta ve kanatçığın doğal frekanslarını ötelemektedir.

Kanatçık bağlı olduğu disk ile beraber döndüğü için kanat açıklığı boyunca hız sabit olmayacaktır. Spesifik olarak kanatçık kökünden kanatçığın ucuna kadar açısal hız yükselecektir. Kanatçığın kökü ile ucu arasındaki göreceli hız farkları nedeniyle, kanatçığın ucu köküne göre dayanım, çevresel hız ve de aerodinamik ve yapının dayanımı gereği kökten uca doğru büküm verilerek tasarlanmaktadır.

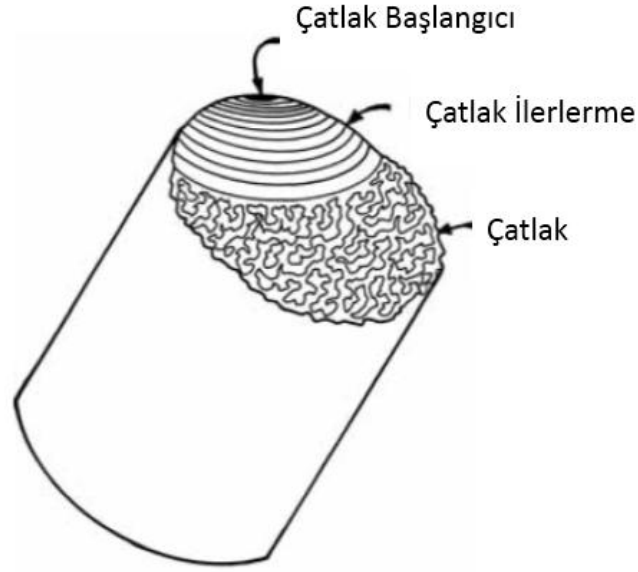
Bükümlü kanatçıklar kesit alanının ve kanatçıkların büküm açısının doğal frekanslar üzerinde etkisi bulunmaktadır. Kanatçıkların disk üzerindeki gerilme dağılımları ve maksimum gerilmenin kanatçık uzunluğu boyunca; sabit veya döner kanatçıklı sistemler üzerinde düzenli ve düzensiz durum için araştırılmıştır. Kademeli açı, değişken kesit alanı ve büküm açısı, kanatçık gerilmesinin disk etrafındaki dağılımını önemli ölçüde

etkilemediği görülmüştür. Bu parametre sadece sistemin gerilme seviyesini ve doğal frekansların değerlerini etkilemektedir [40], [41]. Çalışmada incelenecek olan akademik rotor modelinde literatüre bu etkiyi de dahil etmek için kanatçığa büküm verilmiştir.

2.4 Yorulma Hasarı

Yorulma hasarı, normalde bir malzemenin akma dayanımının altında olan döngüsel gerilmelerin etkisi altında gerçekleşen bir işlemdir. Yorulma yükleri altındaki arızalar üç aşamada gerçekleşebilir: çatlak başlangıcı, çatlak yayılımı ve son yıkıcı hasar durumu [42].

Mühendislik tasarımının önemli bir özelliği, bir malzemenin yorulma arızası oluşmadan önce dayanabileceği yük çevrimlerinin sayısını hesaplayarak ölçülen yorgunluk ömrüdür. Yorulma ömrü iki rejime ayrılabilir: Düşük Çevrim Yorulma (LCF) rejimi, döngü sayısı 10^5 'in altında olduğunda meydana gelir, kısa ömürlere neden olan önemli miktarda plastik şekil değişimi ile karakterize edilir [1]. Bu rejimde, malzeme tanecikleri, ilk çatlağın başlangıcının erken gerçekleştiği ve kalan ömrünün çoğunun çatlak yayılma aşamasında olduğu homojen bir şekilde plastik olarak deforme olur. Şekil 2.20'de çelik bir şafttaki yorulma kırılma yüzeyi, başlangıç bölgesini (yüzeyde), yorulma çatlağının yayılımını (şeritler haline) ve çatlak uzunluğu, uygulanan gerilmede kritik bir değeri aştığında ciddi hasarlanma (catastrophic rupture) yüzeyini gösterir [43].

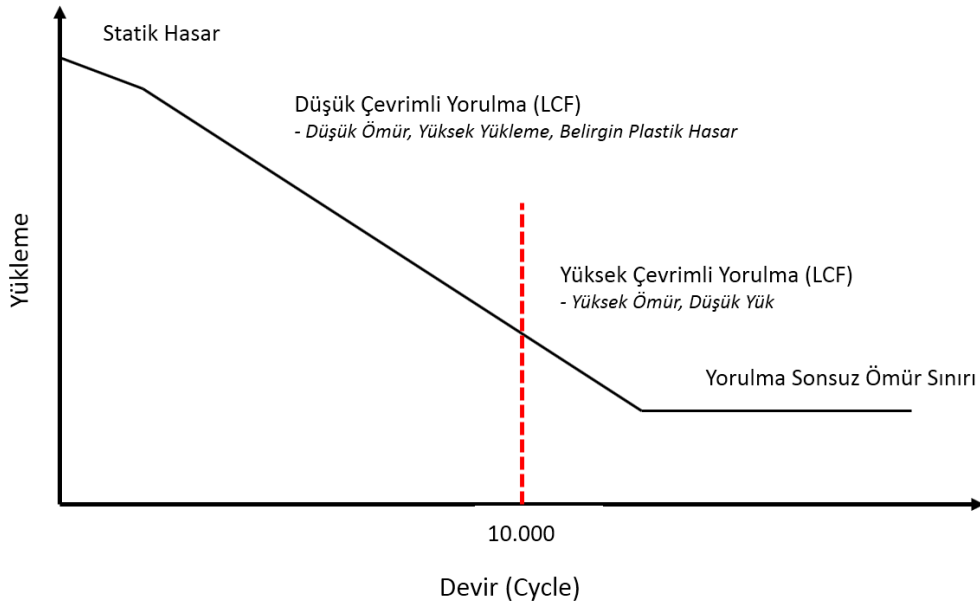


Şekil 2.20 Yorulma Hasarlanma Şematik Gösterimi [43]

Çalışma sürecinde, bazı parçalar mekanik olarak normal dışı durum sergilerler ve kanatçık yorulması olur. Bu yorulmanın nedenlerini araştırmak için mekanik ve metalürjik analizler incelenmelidir. Özellikle hasarlanmaların belirlenmesinde çok etkili olan metalürjik analizler; ilk kusurlar veya ısıtma işlemi, işleme işaretleri, kötü yüzey kalitesi veya malzeme hataları için. Bazı durumlarda, davranış tipi mekanizma daha yararlı olabilir ve hasar mekanizmasının daha açık olmasını sağlar. Yorulma hasarı, yapısal bir eleman üzerindeki tekrarlanan döngüsel yük ile ilişkilidir. Yapısal bir parçanın yorulma ömrü, genel olarak, gerilme döngülerinin büyüklüğü tarafından belirlenen, hayatta kalabilecek yük döngüleri sayısıdır. Gerilmenin büyüklüğü ile yorulma ömrü arasındaki doğru ilişki, yapı elemanının malzeme özelliklerine bağlıdır. Kısacası, yüksek gerilmeler daha kısa bir yorulma ömrüne neden olur. Çalışma sırasında türbin kanadı üzerinde gerilmeler mevcutsa ve türbin kanadı malzemesinin malzeme özellikleri biliniyorsa, türbin kanadının yorulma ömrünün bir tahmini yapılabilir.

Yüksek Çevrim Yorulma (HCF), döngü sayısı 10^5 döngüden yüksek olduğunda meydana gelir ve tane düzeyinde yüksek oranda heterojen bir şekilde meydana gelen elastik gerilmelerde karakterize edilir. HCF, zayıf yönelimli birkaç tanede meydana gelen kaymaya bağlanır [43].

İlk çatlağın başlatılması, yorulma ömrünün büyük bir kısmını alırken, çatlamanın ilerlemesi hızlı bir şekilde gerçekleşir. HCF'de çatlak başlatma işlemini etkileyen faktörleri anlamak çok önemlidir. Günümüzde, çoğu bileşenin HCF testine tabi tutulması, bir dizi için temel tasarım kriterlerinden birini oluşturmaktadır. Havacılık ve diğer sektörlerdeki uygulamalar, Şekil 2.21, HCF ve LCF rejimlerini göstermektedir.



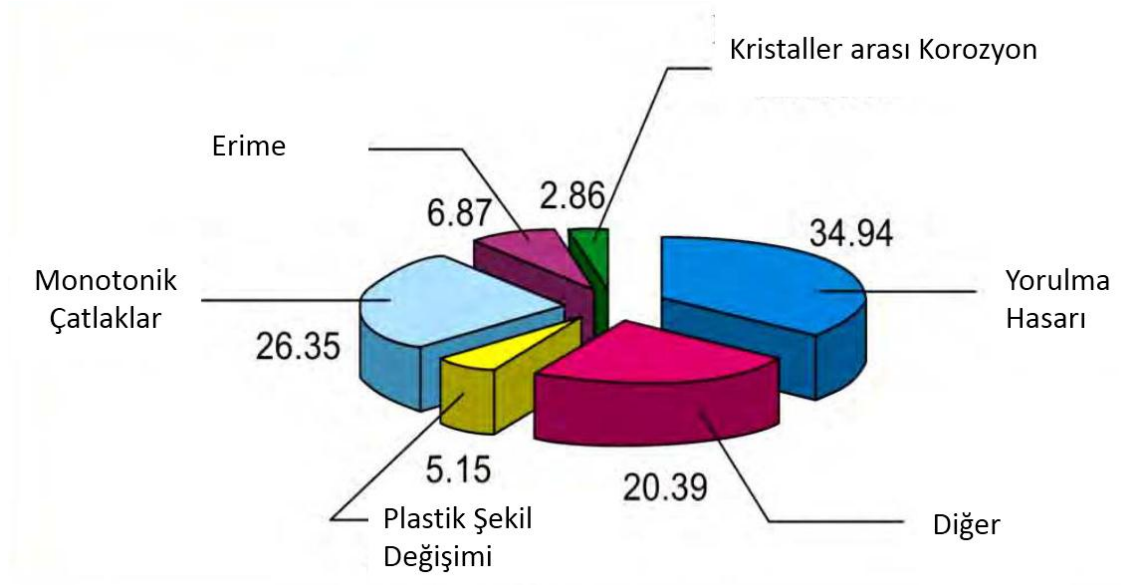
Şekil 2.21 LCF ve HCF Rejimi

2.4.1 Hasar Çeşitleri

Gaz türbinlerinde hasarlanma mekanizmalarının kritik bölgesinden bir tanesi de kanatçıklardaki hasarlanmadır. Literatürde yer alan çalışmalarda kanatçık hasarları alttaki gibi sıralanabilir. Gaz türbini işlemi, gaz türbinlerinin yapısal bileşenlerinde, özellikle de kanatlarda çeşitli arızalarla ilişkilidir. Kanatçıkların durumu, tüm türbinin ve monte edildiği ana motorun alt montajının güvenilirliği ve ömrü için çok önemlidir. Bu nedenle, kanatçıkların hem imalat sırasında hem de montaj aşamasında, tolerans ve spesifikasyondan herhangi bir sapma tespit edildiğinde ve giderildiğinde, titiz kontrollere tabi tutulması gerekmektedir [44].

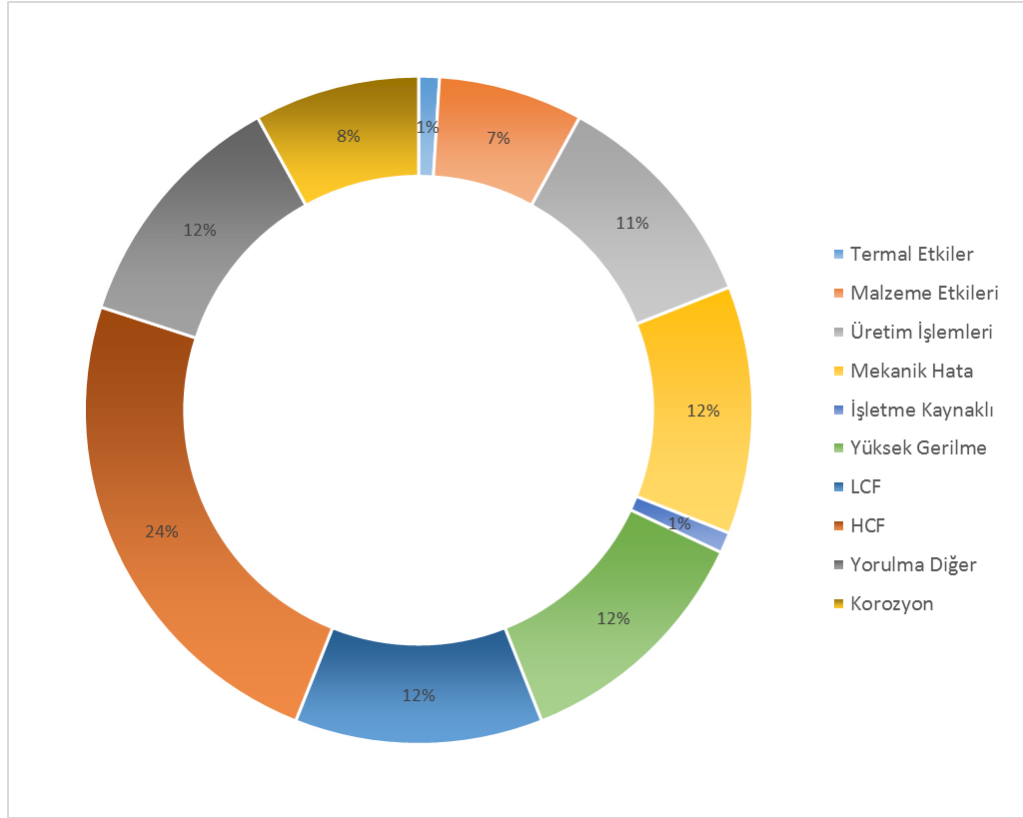
Kanatçık hasarlanmalarının yüzde dağılımları, Şekil 2.22'de görülmektedir ve ~%35 yorulma kaynaklı kanatçık hasarı ve dolayısı ile yapısal bütünlüğün bozulması ve hasarlanma söz konusudur.

- Sürünme
- Aşırı ısınma ve erime
- Termal ve termomekanik kaynaklı düşük ve yüksek çevrimli yorulma
- Korozyon ve yorulma çatlağı
- Kimyasal ve kristaller arası korozyon
- Erozyon
- Diğer faktörler

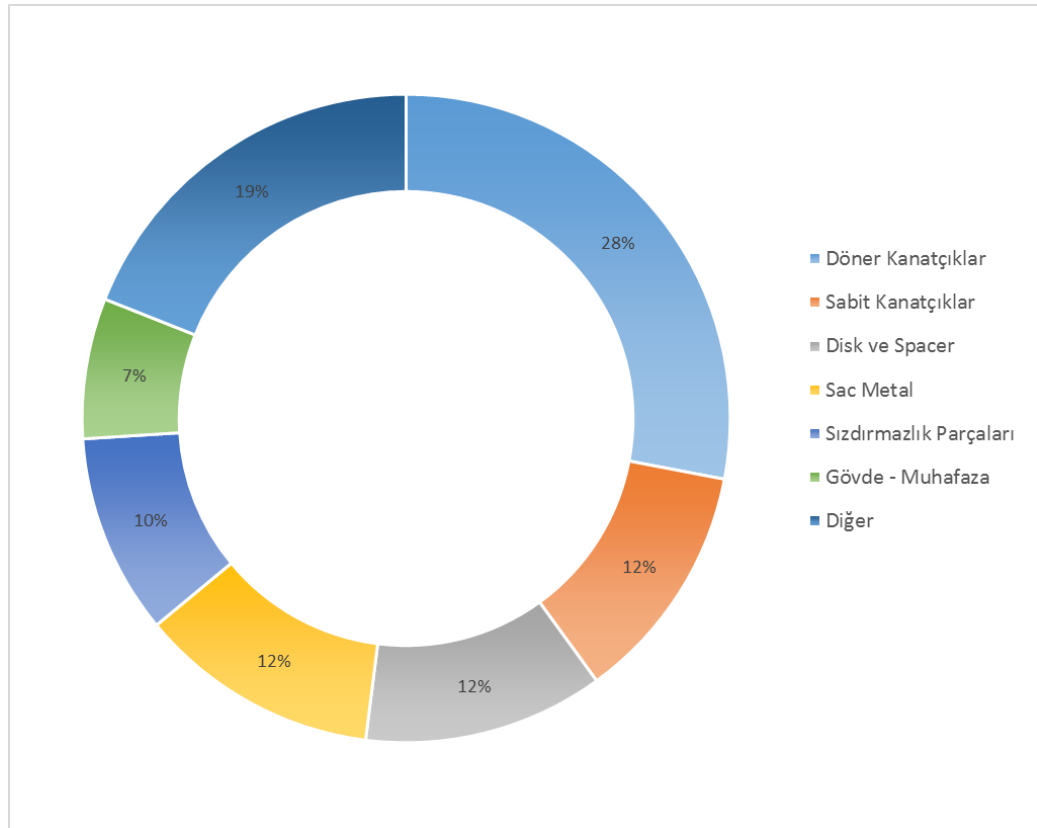


Şekil 2.22 Kanatçık Hasar Kök Neden Oranları [45]

Literatürde yer alan Cowles'in çalışmasına göre; [46] Türbin ve kompresör kanatçıkları çalışma esnasında yorulma ile karşı karşıyadır ve döngüsel gerilmelere ve ön yüklemekten kaynaklı gerilmelere maruz kalır. Kanatçıklar zorlanmış dinamik yükler altında yüksek çevrimli yorulmaya maruz kalır ve hasarlanma literatür ve araştırmalarda da görülüşü üzere bir gaz türbininde hasar yorulma kaynaklıdır, yorulma hasarları da yüksek çevrimli yorulmadan ileri gelmektedir. Hasarların hata türlerine göre grafiğı, Şekil 2.23 ve Şekil 2.24'de verilmiştir.



Şekil 2.23 Hasarların Hata Türlerine Göre Temsili Dağılımı [46]



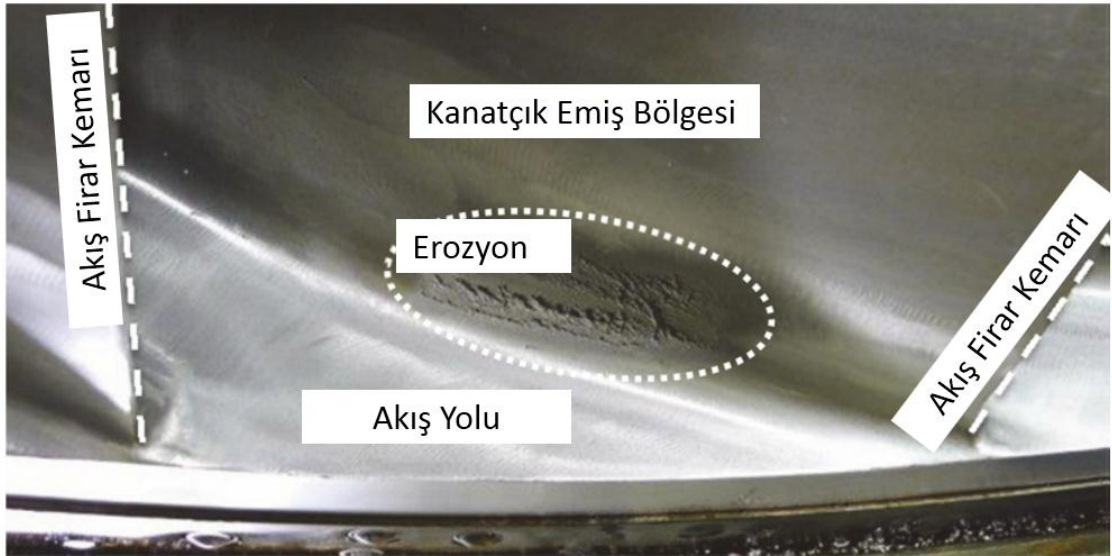
Şekil 2.24 HCF Problemlerinin Bileşenlere Göre Temsili Dağılımı [46]

2.5 Disk Kanatçık Sistemlerinin Hasarlanmaları

Disk kanatçık sistemlerinde meydana gelen hasar mekanizmalarını üç başlık altında inceleyebiliriz.

2.5.1 Erozyon

Erozyon, kompresör kanatçıklarında, kompresör kum ve mineral tozları gibi sert, aşındırıcı parçacıklar tarafından yutulduğunda ortaya çıkar [47]. Bu parçacıklar kompresör kanatçıkları üzerinde etkili olduklarından az miktarda metali keserler. Erozyon oranı, kompresörde yutulan parçacıkların kinetik enerjisine, birim zamana çarpan parçacıkların sayısına, çarpma açısına ve hem parçacıkların hem de aşınan malzemenin mekanik özelliklerine bağlıdır [48]. Tecrübe, erozyonun partikül büyüklüğü 20 μm 'nin üzerinde olduğunda ortaya çıktığını göstermektedir. Parçacık büyüklüğü 30 μm 'den büyük olduğunda erozyonun ağırlığın bir işlevi olduğu ve büyüklüğün olmadığı bir fonksiyon olduğu da anlaşılmıştır. Erozyon türbinin yaşam süresi üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Erozyon sadece aerodinamik performansı düşürmekle kalmaz, aynı zamanda kompresör kanatçığının kesit alanındaki azalma, lokal gerilmelerin artmasından dolayı ciddi türbin hasarlarına yol açabilir (Şekil 2.25) [49], [50].



Şekil 2.25 Kanatçık Erozyon Örneği

2.5.2 Korozyon

Genelde ortalama hava tozları kompresör kanatçıklarının aşınmasına neden olmaz. Bununla birlikte, deniz tuzu gibi nem ve aerosoller, kompresörün paslanmasına neden olabilir. Korozyonun başlatılmasında en önemli parametre, kanatçık yüzeyindeki su filminin varlığıdır [49]. Korozyon oranını kontrol eden faktörler, bağıl nem ve havadaki aerosollerin içerdiği miktardır. Deniz kıyıların yakınında çalışan gaz türbinleri genellikle havadaki yüksek tuz konsantrasyonları nedeniyle diğer gaz türbinlerinden daha fazla korozyona maruz kalırlar [47], [49].

Bu gaz türbini kompresör kanatçıkları üzerindeki sülfidasyon aşınması, verimlilik kaybına ve nihai kanatçık arızasına neden olabilir. Şekil 2.26’de Korozyona uğramış disk kanatçık sistemi gözükmemektedir [51].



Şekil 2.26 Kanatçık Korozyon Örneği [51]

2.5.3 Kirlenme

Kompresör kanatçıklarının kirlenmesi (fouling) tipik olarak iki nedenden biri nedeniyle ortaya çıkar. Birincisi katı parçacık maddesi birikmesidir. Diğer ise türbin kanatlarında biriktirildiğinde yapışkan bir madde oluşturan karbon dumanları ve/veya hidrokarbon dumanlarıdır. Kompresör kanatçıklarının tıkanması, çoğunlukla en büyük yüzey alanına sahip olan, yani çapı 2 μm 'nin altında olan parçacıklardan kaynaklanır. Bu kirlenmenin meydana gelme oranını ölçmek zordur, çünkü yalnızca yutulan malzemelerin türlerine ve miktarlarına değil, aynı zamanda yapışmasına neden olan maddelerin kendine özgü özelliklerine de bağlıdır.

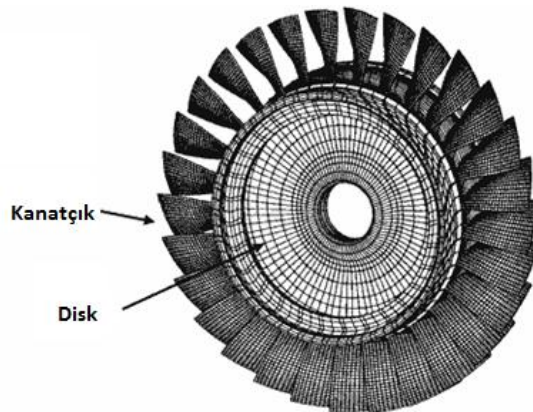
Dünyanın kutup bölgelerinde koşullar altında gaz türbinlerinin çalışması normal veya tropikal koşullar altında işlemiden çok farklı görünebilir. Kar ve havadaki buz kristalleri, kutup bölgesindeki temel kirletici maddelerdir. Kar ve buz kristalleri, bir alımda hızlı bir şekilde toplanır ve alımın tıkanmasına neden olur. Kutup ortamdaki partikül büyüklüğü 0,01 μm ila 10 μm arasında değişmektedir [47], [49], [52].

DİSK KANATÇIK SİSTEM DÜZENSİZLİĞİ

Bu bölümde düzensizlik, mekanizması, genlik faktörü konuları ele alınacaktır.

3.1 Genel Bilgi

Nominal tasarım parametrelerine dayanan disk kanatçık sistemler, Şekil 3.1’de görüleceği üzere dönme eksenini etrafında açısal olarak periyodik bir yapıdır. Kanatçıklar simetrik olarak üretilmektedirler, fakat imalat toleransları, motorun çalışmak koşullarına bağlı olarak meydana gelen aşınmalardan dolayı düzenli olarak kabul edilen disk kanatçık sistemine ait kanatçıklar küçük ve büyük olarak iki ayrı şekilde düzensiz olma yönelimi göstermektedirler. Literatürde düzensizlik “mistuning” olarak yer almaktadır. Kanatçıklar döngüsel simetri varsayımının bozulmasına neden olan ve kanatçıkların geometrik ve malzeme özelliklerinde oluşan küçük farklılıklar yapıda zorlanmış titreşim cevabına olumsuz yönde tepki vermektedir.



Şekil 3.1 Disk Kanatçık Sistemi [38]

Disk kanatçık sistemlerindeki düzensizlik dönme periyodikliğini bozan kanat profili özelliklerinin bozulmasından dolayı cevap amplifikasyonları olarak adlandırılır. Bu sapmalar, imalat sapmalarından (sapmalar belirlenmiş toleranslar dahilinde olsa bile), eşitsizlik veya tek tip olmayan bileşen durumundan kaynaklanabilir; Geometrik bozulmalar bu nedenle kaçınılmaz ve rastgeledir [53].

Düzensizlikler konusu, literatürde yer aldığı gibi son yarım yüzyıldır araştırmacıların bu konu hakkında farklı yollardan hesaplama konularında düzensizliğin yapısal dinamikleri hakkında kapsamlı bilgiler sunmuşlardır. Düzensizlik disk kanatçık sisteminde kabul edilebilir (değişken) gerilme seviyesini aşma riskini (veya olasılığını) artırır. Bazı kanatçıklardaki gerilme seviyeleri düzenli duruma göre yüzde yüz daha yüksek olabilir. Düzensizlik gerilme seviyeleri, düzensizliğin düzeni, çalışma koşulları vb. ile önemli ölçüde değişir. Bu nedenle gerilme seviyelerinin tahmin edilmesi zordur [38]. Bu sebeple düzensizliğin etkisi yüksek çevrim yorulma (HCF) ile kanatçık hasarı veya kırılması riskini artırdığı ve bu nedenle ciddi bir güvenlik ve güvenilirlik problem olduğu söz konusudur.

Yüksek çevrimli yorulmayı önlemek için, günümüzün turbo makinelerinde kullanılan yüksek performanslı disk kanatçık sistemlerin, aeroelastik stabilite ve rezonans tepki seviyeleri açısından standartlara uyması gerekir. Bu iki alanı da önemli ölçüde etkileyebilecek yapısal bir özellik, mekanik düzensizliklerdir.

Özetlemek gerekirse; kanatçıkların zorlanmış titreşim cevabının etkisi olan disk kanatçık sisteminde yüksek çevrimli yorulma (HCF) ömrünü etkileyen durum olarak düzensizlik dikkat edilmesi ve ihmal edilmemesi gereken en önemli faktörlerden biridir.

3.2 Düzensizliğin Kaynakları ve Etkileri

Tüm kanatçıklı diskler, üretim süreçleri ve operasyonel aşınma ve yıpranma nedeniyle doğal olarak bozulur. Küçük miktarlarda yanlış kullanımın bile titreşim davranışı üzerinde önemli bir etkisi olabilir.

3.2.1 Üretim Prosesi

Gerçekçi kanatçık üretim uygulamaları (örneğin döküm ve işleme), belirli bir diske monte edilmiş kanatçıkların toleranslar dolayısı ile geometri ve malzeme özellikleri bakımından birbirinden biraz farklı olmasına neden olacaktır.

Herhangi bir tasarım çizimi, örneğin; nominal boyutlar $\pm$ üretim toleransı söz konusudur. Verilen toleranslar içindeki sapmalar steady-state bir aerodinamik bakış açısından kabul edilebilir, ancak yine de titreşim özelliklerinde önemli farklılıklara yol açmaktadır.

3.2.2 Operasyonel Aşınma ve Yıpranma

Düzensizlik aynı zamanda erozyon ve korozyon veya bir kuş vuruşu “Bird Strike” gibi bir motorun çalışması sırasında aşınma ve yıpranmadan da kaynaklanabilir. Kuş çarpması, bir jet motoruna emilen bir kuş anlamına gelir. Motorlar belirli bir darbeye dayanacak şekilde tasarlanmıştır, ancak kanatçık hasarı meydana gelir. Kanatçık hasarının derecesi, kanatçık geometrisindeki küçük değişikliklerden anlık kanatçığın (ve/veya) motor arızasına kadar herhangi bir şey olabilir. Şekil 3.2’de FAA’de yer alan martı çarpması sonucu bir Boeing 747 Motoruna ait fan kanatlarının hasarlanması.



Şekil 3.2 Martı Çarpması Sonucu Boeing 747 Motoruna Ait Fan Kanatlarında Hasar Örneği [54]

Düzensizlik nedeniyle, bazı kanatçıklar ayarlanan duruma göre her zaman daha yüksek tepki seviyelerine sahiptir. Diğer kanatçıkların daha düşük tepki yaşadığı gerçeği çok az

fayda sağlar çünkü en çok gerilen düzensizleşen kanatçıktır, bu da aşamanın dayanıklılığını sınırlayıcı durumdur.

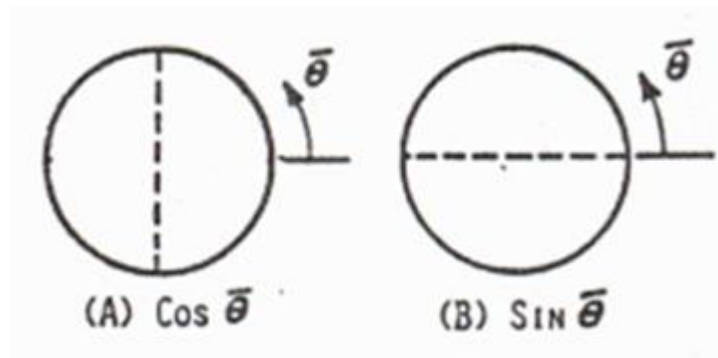
3.3 Düzensizlik Mekanizması

Disk kanatçık sistemlerindeki esas amaç gerilme seviyeleri üzerinden yorulma problemlerini gidermek üzeredir. Literatür çalışmaları genellikle dinamik etkilerin sonucu olarak cevap genlikleri üzerine olmuştur. Genlikler gerilme üzerine etkisi bilinen bir gerçek olup, doğrudan yorulmaya etkisi bulunmaktadır. Yüksek genlikler yüksek gerilmeler verir ve bunun tersi de geçerlidir. Ayrıca, düzensizliğin zorlanmış tepki seviyeleri üzerindeki etkisi genellikle genlik büyütme olarak ölçülür.

3.3.1 Doğal Frekans Bölünmesi

Bir dizi nümerik araştırma sayesinde disk kanatçık sisteminde meydana gelen kanatçık düzensizliği aynı düğüm çapta farklı modlara ve farklı frekanslara bölünmesiyle sonuçlandığını göstermiştir. Bölünmüş doğal frekanslar yakındır, ancak ilgili modlar artık tek bir sinüzoidal dalga halinde birleşemez [33], [55].

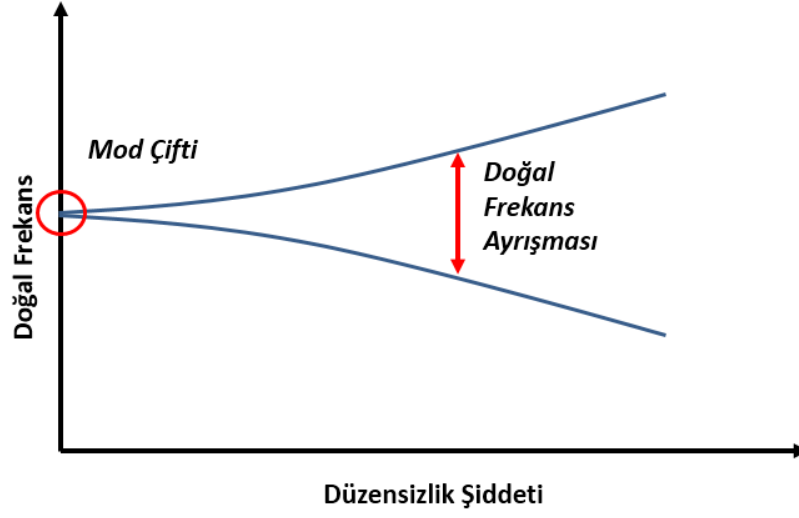
Düzenli disk kanatçık sistemlerinde çevresel olması dolayısı ile aynı doğal frekans değerinde aynı düğüm çapına ait aynı frekansta titreşim mod çiftleri bulunur. Bu tür mod çiftini oluşturan modlar böylece aynı olup, ancak birbirlerine göre 90 derece faz farklı ve bu nedenle Şekil 3.3’de gösterildiği gibi sinus ve cosinus modları bulunmaktadır.



Şekil 3.3 Cos ve Sin Mod Çiftleri

Düzensiz disk kanatçık sistemlerinde tipik olarak düğüm çap modu çiftlerinin farklı frekanslarda iki ayrı moda bölünmesiyle sonuçlanır. Bölünmüş frekanslar yakın olsa bile, iki mod artık tek bir sinüzoidal dalga halinde birleşemediği gibi ayrı ayrı zorlanmış

titreşim cevabı oluştururlar. Şekil 3.4’de düzensizlik şiddetine bağlı doğal frekans ayrışması gözükmemektedir.



Şekil 3.4 Düzensizlik Şiddetine Bağlı Doğal Frekans Ayrışması

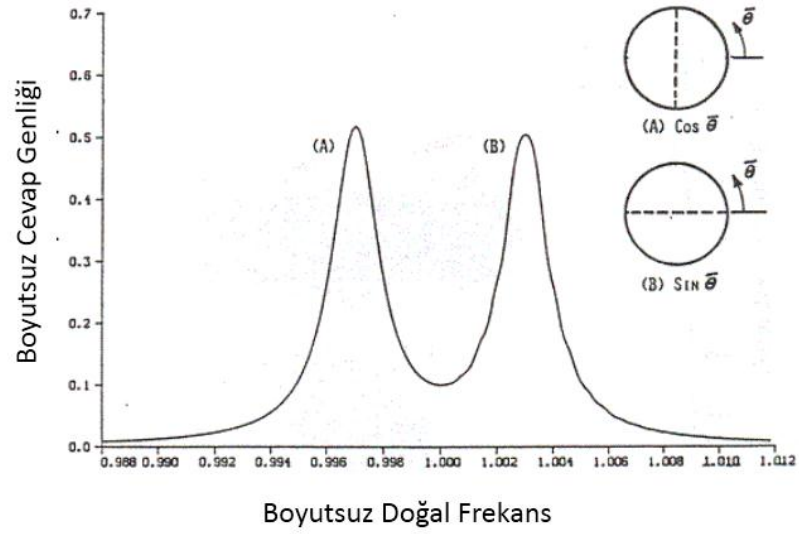
Doğal frekans ayrışmasının sonucu olarak; zorlanmış titreşim cevabında tek ve çift tepe noktasının görülmesi mümkündür [56].

3.3.1.1 Tek Sinüs Dalgası

Tek bir sinüzoidal dalga, tek bir harmonik dalgayı gösterir (disk çevresi etrafında). Düzenli durumda, düğüm çap modları çiftleri, tek bir sinüzoidal dalgada birleşebilir (herhangi bir çevresel yönelimde) çünkü ilgili modların doğal frekansları aynıdır. Bununla birlikte, bir mod çiftini oluşturan iki modun doğal frekansları aynı olmadığında, modlar tek bir sinüzoidal dalga halinde birleşemez.

3.3.1.2 İkiz Tepe Noktaları

Frekans bölünmesi, ikiz kuvvetlerin tepelere ulaşmasına yol açar. Tepeler, aşağıdaki şekilde olduğu gibi iyi bir şekilde ayrılırsa, ikiz modlar her rezonans tepe noktasında ayrı tepki verir. İki yanıt tepesinin, Şekil 3.5’de örnekte olduğu gibi aynı olmadığı unutulmamalıdır.

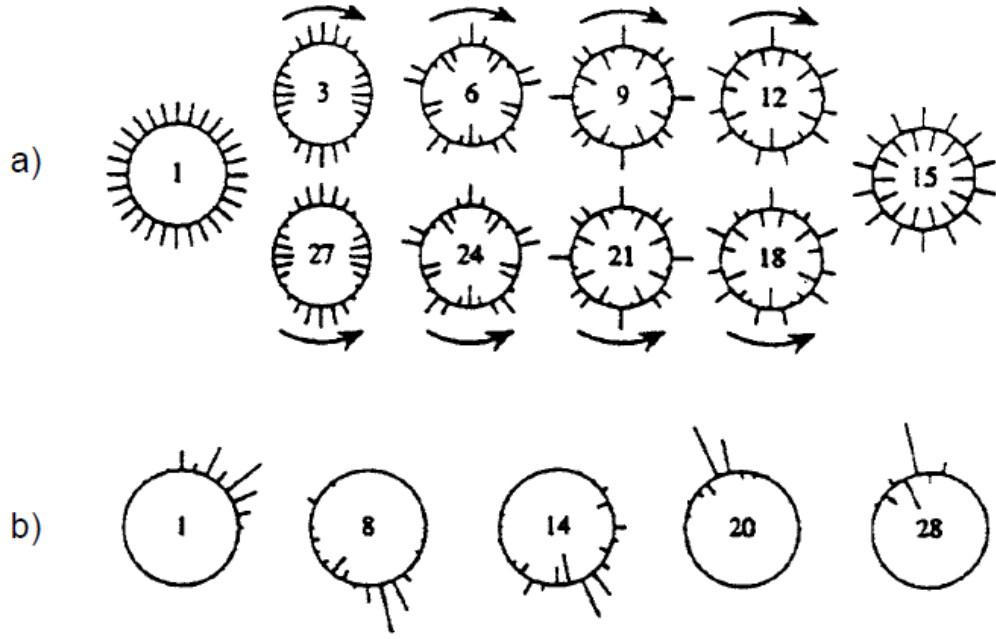


Şekil 3.5 Çift Mod Rezonans Cevabı [57]

MacBain ve Ark. [57] sayısal ve deneysel çalışmalarında, frekans bölünmesinin genlik büyütme seviyelerinde %20'ye yakın artış olacağını çalışmasında belirtmiş ve bu sonucu Ewins tarafından yürütülen sayısal çalışma ile uyumlu bulmuştur [58].

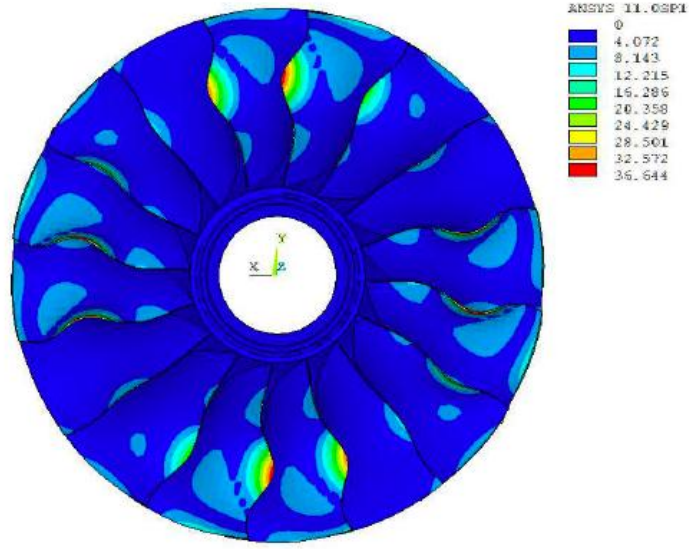
3.3.2 Titreşim Modu Bozulması veya Lokalleşmesi

Düzensizlik tanımı yapılırken dış etkenlerden kaynaklı konulardan bahsedilmiştir; çevre ve çalışma koşulları etkisiyle düzensizliğe sebep olması yapıda titreşim enerjisinin düzensiz olan kanatçığa yoğunlaşması veya lokalleşmesi anlamına gelmektedir. Buna genellikle mod lokalizasyonu denir. Literatürde Kenyon tarafından [10] düzensiz durum genliklerini artıran en önemli mekanizma olduğu belirtilmiştir [53]. Şekil 3.6'da düzenli ve düzensiz duruma ait mod lokalleşmesi görülmektedir [59].

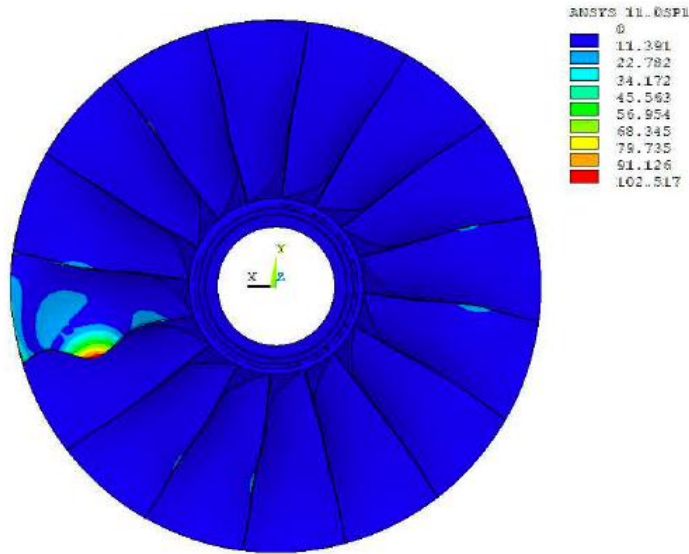


Şekil 3.6 (A) Düzenli ve (B) Düzensiz Durum Rotor Modları, Her Bir Kanatçığın Göreceli Yer Değiştirmesi [60].

Mod lokalizasyonu fenomeni, Şekil 3.7 ve Şekil 3.8 düzenli durum cevabı ile gösterilmiş ve karşılaştırılmıştır; burada kırmızı, büyük yer değiştirmeyi gösterir ve mavi, minimum yer değiştirmeyi gösterir. Kanatçık şekillerinin, Şekildeki düzenli durum cevabı rotor etrafında simetrik olduğuna, enerji ise şekildeki düzensiz durum için tek bir kanatçığa lokalize edildiğini gösterir [61].



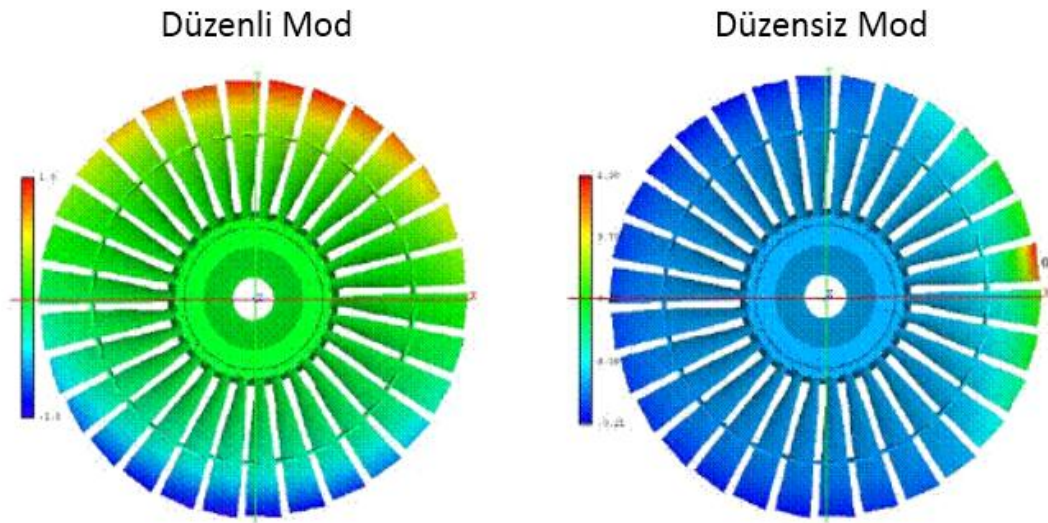
Şekil 3.7 Düzenli Duruma ait Kanatçıklı Yapı Şekil Değiştirme Örneği [17]



Şekil 3.8 Düzensiz Duruma ait Kanatçıklı Yapı Şekil Değiştirme Örneği [17]

Düzensizlik, sistem frekans ayrışması ve çift mod tarafından tahrik edilir. Döngüsel olarak simetrik bir disk-kanatçık sistemin tek bir frekans tarafından uyarılan tekrarlanan modlara sahip olması durumunda, simetri kaybı, iki yakın aralıklı frekansta bir mod oluşmasına neden olacaktır. Yüksek bir modal yoğunluğu varsa, çoklu frekanslarda bir mod oluşabilir. Ek olarak, zayıf iç bağlantı, belirli bir modla ilişkili enerjinin belirli bir

bölgede lokalize olduğu mod lokalizasyonuna yol açar [53]. Şekil 3.9’da düzenli ve düzensiz durum şekil değişimleri gösterilmiştir [53].



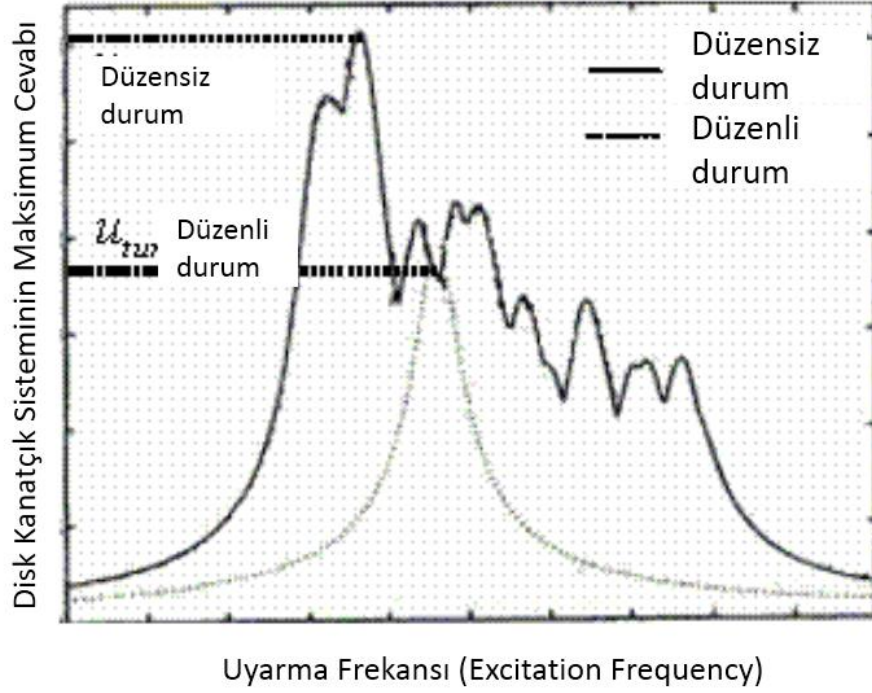
Şekil 3.9 Düzenli ve Düzensiz Durum Karşılaştırılması

3.4 Genlik / Büyütme Faktörü

Genlik faktörü veya büyütme faktörü olarak adlandırılan “Amplification Factor” (AF), disk kanatçık sistemlerdeki düzensizlik araştırmacıları tarafından kullanılmakta ve düzensizlik etkisinin maksimum titreşim tepki seviyesinde düzenli duruma göre olan oranı olup şiddeti ölçmek için ifade edilen değerdir. Denklem (3.1)’deki gibi tanımlanır.

$$GF = \frac{U_{Düzensiz}}{U_{Düzenli}} \quad (3.1)$$

Literatürde Whitehead tarafından tanımlanan maksimum genlik faktörü tanımı kanatçıklardaki düzensizlik durumunda sistemde meydana gelebilecek en yüksek genlik faktörü olarak tanımlanmaktadır. Şekil 3.10’da düzenli ve düzensiz durum gözükmektedir. Maksimum genlik faktörünü, disk üzerinde yer alan kanatçık sayısına, yapısal sönüm oranına ve tasarıma bağlı olarak değişmektedir [2].



Şekil 3.10 Düzenli ve Düzensiz Durum Genlikler Oranı [2]

Literatürde yer alan çalışma olan Chan'e göre maksimum genlik faktörü üç oranı açıklamak için kullanılmaktadır. Öncelikle meydana gelebilecek teorik en yüksek genlik faktörüne ait üst sınır olarak kullanılmıştır, ikinci olarak gerçekleştirilen birçok örnekleme içerisinde elde edilen ve birikimli dağılım fonksiyonundaki (PDF) olasılık yoğunluğu %99 olan oranı ve son olarak ise optimizasyon analizlerinden elde edilen maksimum değeri açıklamak için kullanılmaktadır [2].

Kanatçıklardaki düzensizliklerin rastlantısal olarak meydana gelmesinden dolayı genlik faktörleri de olasılık yoğunluğuna sahip rastlantısal bir değişken olmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada maksimum genlik faktörü (AF veya GF) ikinci olarak tanımlanan değer olan birikimli dağılım fonksiyonundaki (PDF) olasılık yoğunluğu %99 olan değer olarak alınacaktır.

3.4.1 Genlik Faktörünün Üst Limiti

Bazı araştırmacılar, sınırsız miktarda muhtemel düzensizlik durumu ile uğraşmamak için (i) analitik bir üst sınır bulmaya çalışmış ve (ii) düzensiz kanatçıklı disklerdeki yüksek amplifikasyon faktörlerinin nedenleri hakkında bilgi edinmeye çalışmıştır.

Bu konuda en çok bilinen araştırma sonucu, 1966'da böyle bir ifadeyi ilk alanın isminden sonra ismini alan "Whitehead Factor" olarak adlandırılır. Whitehead, kanatçıklar arasındaki aeroelastik bağlantıyı göz önüne alarak faktörü ortaya çıkardığında, Yapısal dinamik prensipleri kullanılarak sektör başına tek bir DOF sisteminde ayarlanan amplifikasyon faktörünün üst sınırı olabilir [2].

Pratikte Whitehead Faktörü maksimum genlik faktörü için güvenli bölgenin üst sınırını temsil etmektedir. Denklem (3.2)'deki gibi ifade edilir. N disk kanatçık sistemindeki kanatçık sayısını ifade etmektedir.

$$A_{WH} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N}) \quad (3.2)$$

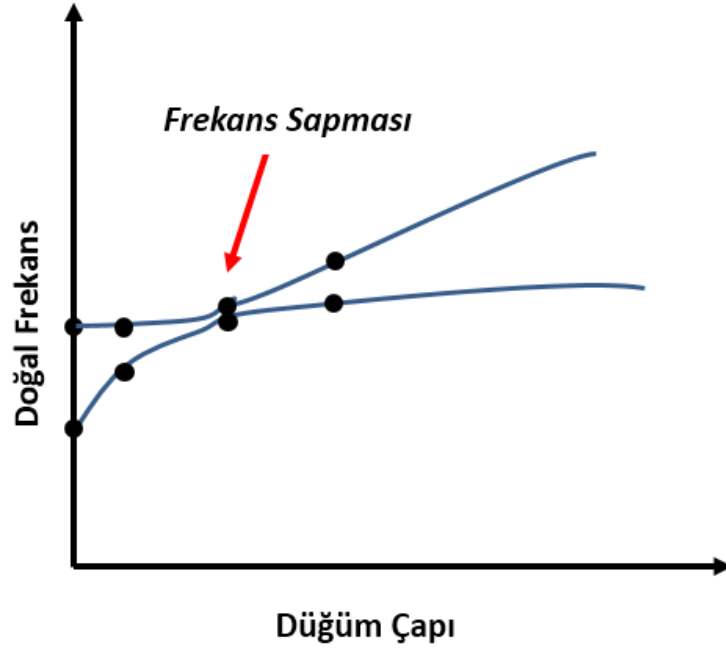
Bu nedenle bu çalışmada istatistiksel olarak hesaplanan maksimum genlik faktörü yukarıda tanımlanan değer olan Whitehead formülü ile kıyaslanacaktır. White faktörü formülü detayları ilerleyen bölümlerde anlatılacaktır.

3.4.2 Genlik Faktörünü Etkiyen Unsurlar

Düzensizlik sebebiyle genlik faktörünü etkileyen unsurlar üç başlık altında incelenebilir.

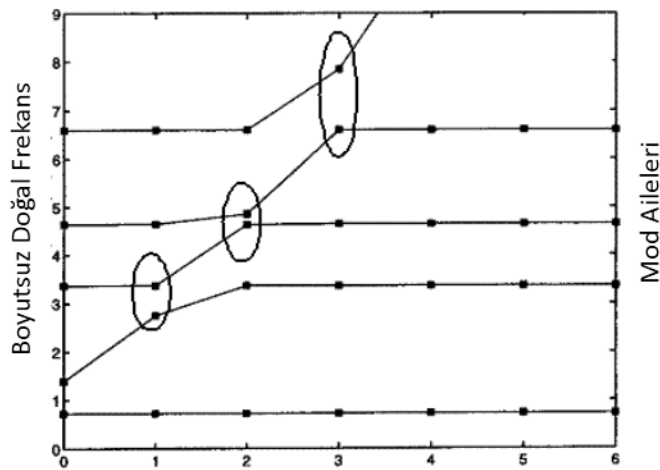
3.4.2.1 Frekans Sapması Etkisi

Frekans sapması literatürde "Frequency Veering" olarak tanımlanır ve düğüm çapa bağlı iki farklı mod ailesi yaklaştığında ve birbirinden uzaklaştığında, frekans ve düğüm çap grafiğine göre frekans sapmaları gözlemlenir. Frekans dağılımında, aynı sayıda düğüm çapına sahip iki farklı mod, doğal mod frekanslarına sahiptir ve bu, iki mod ailesi arasında Şekil 3.11'de görüldüğü bölgede güçlü bir etkileşim sağlar ve genlik faktörlerini artırmaktadır [62].



Şekil 3.11 Düzenli ve Düzensiz Durum Genlikler Oranı

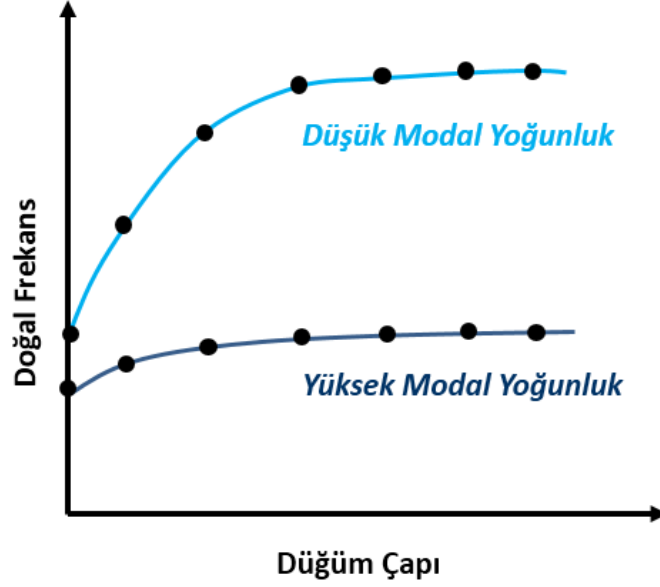
Ayrıca, Kenyon ve ark. [63], frekans saptırmalarının, sistemi tahrik eden genelleştirilmiş kuvvetler bağlamında mod şekilleri üzerindeki etkilerini göz önüne aldılar ve zorlanmış cevap artışının bir ölçüsü olarak amplifikasyon faktörünü kullanarak düzensizlik analizleri ile ilgili bazı önemli etkiler tespit etmişlerdir. Disk kanatçık sistemleri için meydana gelebilecek maksimum genlik faktörünün doğrudan frekans sapması olduğu kritik frekansta incelenmesi gerektiğini ortaya koymuşlardır (Şekil 3.12) [62].



Şekil 3.12 Frekans Sapma Bölgeleri [10]

3.4.2.2 Kanatçıklar Arası Etkileşim ve Modal Yoğunluk Etkisi

Disk kanatçık sisteminde düzensizlikleri belirlemek için kullanılan modal yoğunluk literatürde kullanılan kanatçıktan kanatçığa bağlantının (blade-to-blade coupling) durumuna göre değişmektedir.



Şekil 3.13 Düşük ve Yüksek Modal Yoğunluk

Wei ve Pierre ayrıca, yüksek modal yoğunluğa sahip kanatçılı disklerin, mod aralığı için geniş aralıklı modlara göre daha duyarlı oldukları sonucuna varmışlardır [64].

Mod lokalizasyonu, modal yoğunluğunun artmasıyla artar, çünkü yakın mesafeli modlar, yüksek derecede düzensiz titreşim modları oluşturmak için etkileşime girer. Modal yoğunluğun yüksek olduğu durumlarda modlar bozulacaktır ve böylelikle genlikler ve dolayısı ile genlik faktörü de artacaktır [59].

Disk kanatçık sisteminin her mod ailesinin frekansı genellikle izole kümeler halinde gruplanır. Her aile grubu farklı sayıda düğüm çapa sahip frekans modu barındırmaktadır. Bu durum, Şekil 3.13’de gösterilmiştir.

Her bir mod ailesi artan düğüm çapı durumuna ne kadar yakınsa yoğun veya yüksek modal yoğunluğa sahip olduğu söylenir. Rijitliği yüksek bir diske monte edilmiş kanatçıklar tipik olarak yüksek mod yoğunluğuna ve esnek bir diske monte edilmiş olması da düşük modal yoğunluğuna sebep olur.

Mod lokalizasyonu, modal yoğunluğunun artmasıyla artar, çünkü yakın mesafeli modlar, yüksek derecede bozuk düzensiz titreşim modları oluşturmak için etkileşime girer. Çok düşük mod yoğunluğu ve göreceli olarak düşük bir düşük bir düzensizlik seviyesi için genlik büyütme düşük olacaktır.

İlave olarak, yüksek mod yoğunluğu mutlaka yüksek genlik büyütme meydana getirmez. Bunun nedeni, yüksek mod yoğunluğunun tipik olarak, enerji artışını sınırlayan düşük kanatçıklar arası iletimden kaynaklanmasıdır [65].

Kanatçıklar arası bağlantı (Blade-to-blade coupling) mekanik ve aerodinamik olmak üzere ikiye ayrılabilir. Şekil 3.14’de görüldüğü gibi yapı ve hava üzerinden etkileşim bulunmaktadır. Mekanik bağlantı, titreşim enerjisinin yapının herhangi bir kısmı boyunca transferini gösterir. Şekilde gaz türbini motorlarında mekanik bağlantı titreşim iletim çeşitleri verilmiştir.

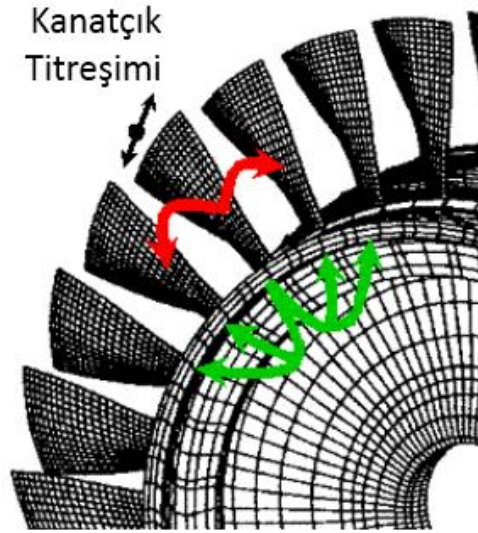


Şekil 3.14 Gaz Türbini Kanatçık Mekanik Bağlantı Titreşim Aktarım Çeşitleri [38]

Belirli bir kanatçıktaki titreşim enerjisi ayrıca, tipik olarak aerodinamik bağlanma olarak adlandırılan, çevresindeki akış alanındaki basınç dalgaları vasıtasıyla diğer kanatçıklara da aktarılabilir. Şekil 3.15’de kanatçıklar arası yapı üzerinden enerji transferi gösterilmiştir.

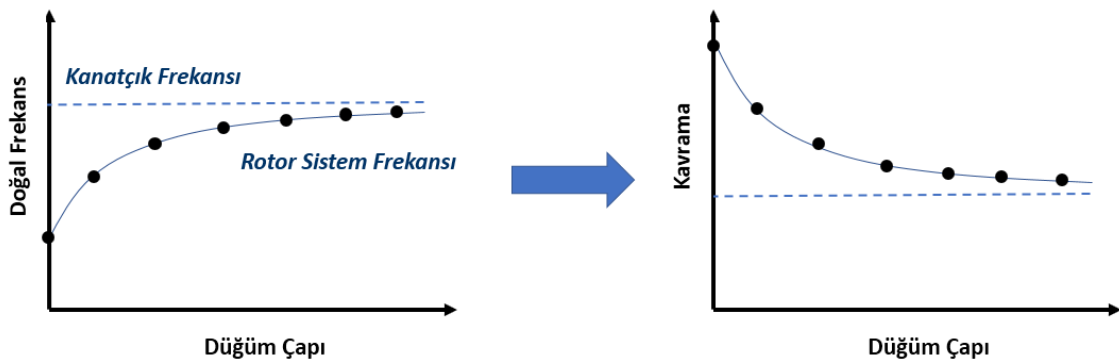
Kanatçıklar arası bağlantı oranı sadece klempili kanatçığin frekansının ($f_{kanatçık}$) disk kanatçık sisteminin frekansına (f_{sistem}) oranına göre alttaki denklemde olduğu gibi belirlenmektedir.

$$Kavrama(n) = \frac{f_{kanatçık}}{f_{sistem}} \quad (3.3)$$



Şekil 3.15 Disk üzerinden Kanatçıklar arası enerji transfer durumu (a) Akış kaynaklı, (b) Mekanik sistem üzerinden [38]

Disk kanatçık sisteminin frekansı ve dolayısıyla aynı zamanda bağlantı seviyesi, (n) düğüm çapların sayısına göre değişir. Tipik bir bağlantı Şekil 3.16'daki gibi gösterilmektedir [65].

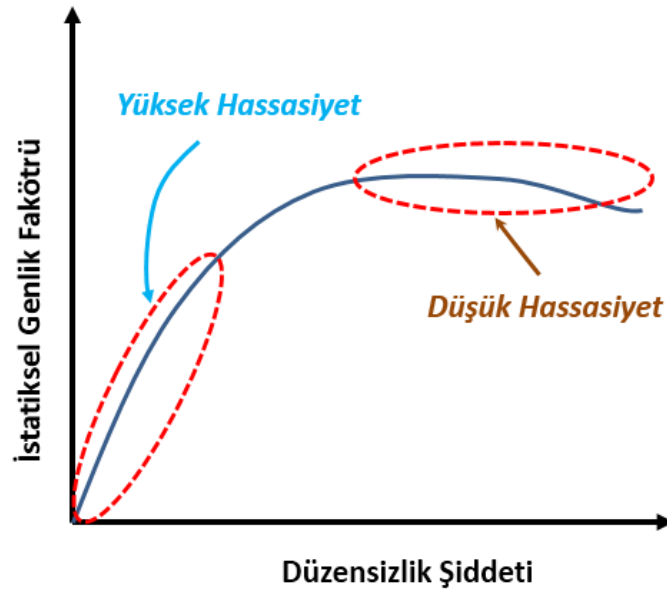


Şekil 3.16 Doğal Frekans – Düğüm Çap ve Bağlantı (Coupling) – Düğüm Çap ilişkisi

3.4.2.3 Düzensizlik Şiddetinin Etkisi

İstatistiksel genlik büyütme seviyelerinin düzensizlik kuvvetine bağımlılığı, çoğunlukla düzensizlik hassasiyetinin bir ölçüsü olarak kullanılır. Düzensizliğin şiddeti, nominal duruma veya düzenli duruma göre yüzde değişim veya standard sapma bozulma olarak tanımlanabilir.

Düzensizlik şiddeti düzenli duruma yakın olması ve düşük şiddetli durumlarda genlik faktörüne etkisi yüksektir. Aksine durumda ise genlik faktörüne etkisi düşüktür. Bu ilişki istatistiksel düzensizlik analiz hesaplamalarında düzensizlik şiddeti ve bu düzensizlik durumlarında meydana çıkabilecek sistemin maksimum genlik faktörü değerini elde edilmesinde fayda sağlayacaktır. Şekil 3.17’de düzensizlik şiddetine bağlı istatistiksel genlik faktörünün değişimi gösterilmiştir.

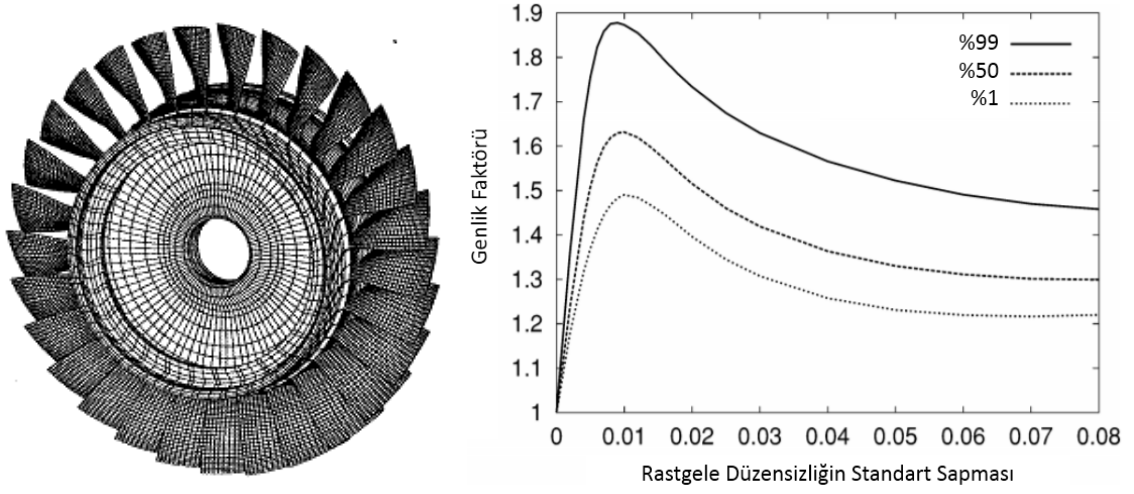


Şekil 3.17 Düzensizlik Şiddetini Genlik Faktörü İlişkisi ve Yüksek ve Düşük Hassasiyeti

Üretim süreçleri genellikle düzenli durumundaki disk kanatçık sisteminde oldukça küçük düzensizlikleri hedefler ve bu da çoğunlukla şekilde gözüktüğü gibi yüksek hassasiyete yakındır.

Daha yüksek düzensizlik kuvvetlerinde; Belli bir değerden daha büyük olan düzensizlik şiddeti için (genellikle oldukça küçük, ~%1-2), genlik büyütme faktörleri küçük değişikliklere duyarlıdır. Bu, sistemin daha öngörülebilir olduğu anlamına gelir [58].

Motor şaftının dönme hızı uyarımına maruz bırakılmış 29 kanatlı bir endüstriyel kompresör için düzensizlik cevabın genlik faktörüyle ilişkisi, Şekil 3.18’de gösterilmiştir.



Şekil 3.18 Düzensizlik Şiddetini Genlik Faktörü İlişkisi [12]

3.5 Kasıtlı Düzensizlik

Genlik faktörünü azaltmak ve kontrol altında tutmak için düzenli bir sistemde kasıtlı düzensizlik meydana getirerek stokastik etkiler ile bunu daha avantajlı duruma getirme literatürde Ewins tarafından çalışmalar, kasıtlı olarak yanlış ayarlanmış (veya sökülmüş) kanatçıklı diskin, ek rastgele düzensizlik ayarlamalara göre sağlam olduğunu göstermiştir [58].

CEVAP YÜZEY YÖNTEMİ VE İSTATİSTİK

Günümüzde tasarımdan meydana gelen hataların bilinmesi hem üretici hem de müşteriler tarafından önemli hale gelmektedir. Tasarımcılar ve yöneticiler risklerin hesaplanabilirliği, risk taşıyan parametrelerin tanımlanması, diğer tasarım sınırlarından kaynaklanan risklerin en aza indirilmesi konuları ile ilgilenmektedirler. Uzun yıllardan beri mekanik ürünlerin güvenilirliğini ve kalitesini ölçmek için kullanılan yöntem ve araçlar, akademi ile birlikte endüstriden de sürekli artan ilgi görmüştür.

Rekabetçi piyasa gereği; maliyet azaltma, ağırlık azaltma, performans, pazara hızlı ürün sürebilme, ürün geliştirme ve optimize sonuçlar ortaya koyabilmek için özellikle havacılık sektöründe platform ve motorlarının yapısının istatistiksel yöntemlerle analizi tüm bu ihtiyaçları karşılayacak bir araçtır. Bu bölümde istatistiksel yöntemlere genel bakış, terimler, düzensizlik analizleri için dağılım, standart sapma, cevap yüzey yöntemi, örnekleme yöntemi ve yapısal analiz yaklaşımı anlatılacaktır.

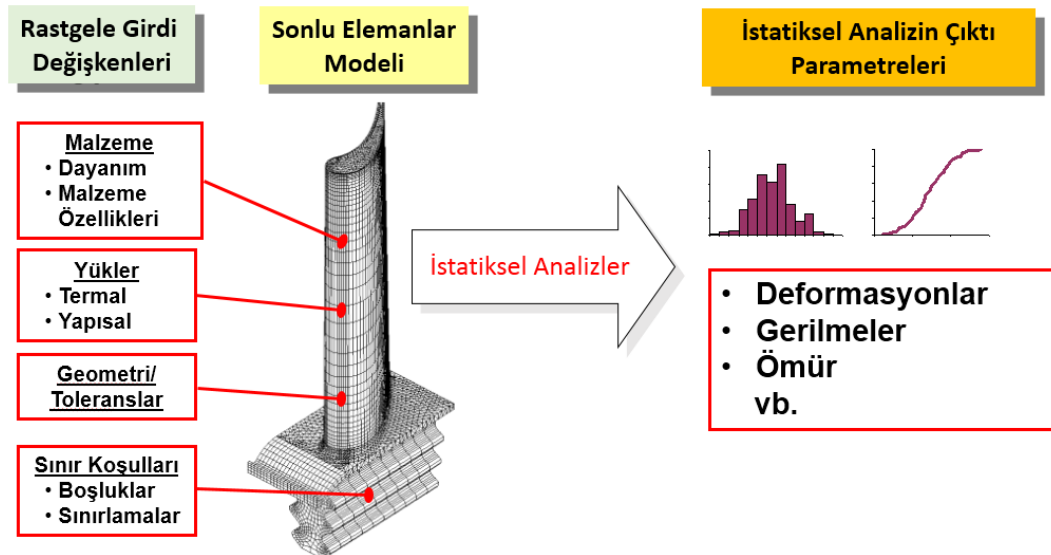
4.1 Temel Olasılıksal Yaklaşım

Mühendislik alanında iki temel hesaplama yaklaşımı mevcuttur; deterministik ve olasılıksal yaklaşım. Deterministik yaklaşım; tasarımlarda güvenlik katsayısı ile çalışmakta, en kötü durum (worst case scenario) değerlendirilerek, marjın ele alınarak çalışılmaktadır. Deterministik bir analiz, bir ürünün davranışını etkileyen girdi değişkenleri ile ürün davranışını karakterize eden sonuç parametreleri arasındaki ilişkiyi temsil eden dönüşüm işlevidir. Basit durumlarda, sonuç parametreleri analitik bir fonksiyon olarak ifade edilebilir. Elde edilecek sonuçlar girdiler gibi tek bir değer

olacaktır. Girdilerin birbirleri arasındaki hassasiyeti de bu noktada kaybolmuş olacaktır [66].

Temel olasılıksal yaklaşım, yapısal analiz yöntemleri için gerekli olan girdileri değişkenlerin istatistiksel girdi olarak tanımlanması ve sonucunda tahmin edilen veya beklenen çıktının yapısal bir analiz için ele alınırsa gerilme veya dayanımın istatistiksel olarak meydana gelme olasılığının değerlendirilmesidir.

Deterministik yaklaşımda değerlendirmeye girilen her girdi belirli bir değere sahiptir ve kesin bir değer olarak ele alınır, çıktısı ise girdi gibi sabit değerdir, fakat gerçek hayatta hem girdiler hem de çıktılar bir dağılım halindedir. Buna örnek olarak Şekil 4.1’de kolaylıkla anlaşılacağı gibi bir kanatçık dayanım analizi için, olasılıksal yaklaşım mantığı anlatılmak istenmiştir.



Şekil 4.1 İstatistiksel Analiz

4.2 Rastgele Değişkenler Tanımı / Dağılımlar

Sistemimize girdi sağlayacak rastgele değişkenlerin ne ölçüde bir dağılım sergileyeceğini ifade etmek için kullanılır.

DeneySEL verileri analitik veya sayısal modellerde kullanmak, verilerin dikkatlice analiz edilmesini gerektirir. Bir olasılıksal analiz kullanarak bu verileri nasıl kategorize edebileceğini ve analiz edebileceğini açıklar. Eğer rastgele tanımlanana bir değişken a ve b gibi belli belli bir aralıkta tanımladığında, değişkenin a’dan b’ye olası değerleri sınırsız

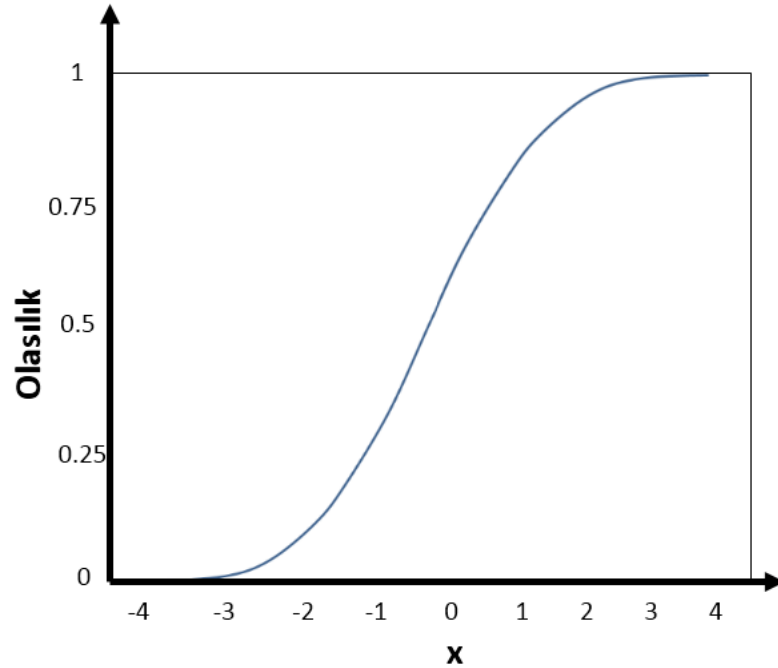
sayıda olabilir. Bu nedenle değişkenin bu aralıktaki x gibi bir net değere eşit olması ihtimali ise sıfırdır ve fiziksel anlamı bulunmamaktadır. Fiziksel olarak anlamlandırabilmek için, tanımlanan değişkenin x 'ten Δx kadar aralık düşmesi olasılığıdır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF), x 'e bağlı olarak bu olasılık dağılımını göstermektedir. Dağılımlar olarak örneklendirilebilir [67].

Alt başlıklarda tanımlanan dağılımlar olasılık yoğunluk fonksiyonunun (PDF), eksi sonsuzdan bir x sonlu değerine kadar olan integralidir ve argümanın rastgele seçilen bir değerinin, CDF'nin o x argümanın için olan değerinden az olması durumunun olasılığını temsil etmektedir. Kısacası birikimli dağılım fonksiyonu (CDF), $F(x)$ değişkenin x değerinden küçük veya ona eşit bir değer alma olasılığıdır.

$$F(x) = \text{prob}[X \leq x] = \alpha \quad (4.1)$$

CDF grafiği şekilde normal dağılım için gösterilmiştir. Sürekli dağılımlar için yukarıdaki fonksiyon matematiksel olarak, denklem (4.2)'de ve şekil 4.2'de ifade edilir.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(\mu) d\mu \quad (4.2)$$



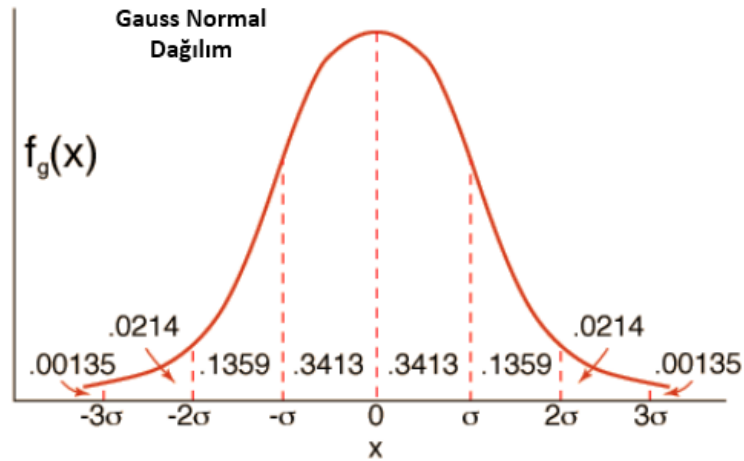
şekil 4.2 Birikimli Olasılık Faktörü Örneği

4.2.1 Normal Dağılım

Normal veya Gauss dağılımı olarak en yaygın ve kullanılan sürekli olasılık dağılım modelidir. İki parametrelili bir dağılımdır, ortalama değeri (μ) ve standart sapma (σ) ile tanımlanır. Normal dağılım ortalama ekseninden ayna simetridir. Standart sapma değeri arttıkça çan eğrisinde X değişkenine göre genişleme olmaktadır (Şekil 4.3).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad x \in R, -\infty < x < +\infty \quad (4.3)$$

Normal rastgele değişkenlere çok çeşitli problemlerde rastlanılır. Merkezi limit teoreminden bilinmektedir ki, çok sayıda özdeş, bağımsız rastgele değişkenlerin toplamı, yaklaşık olarak normaldir. Analizlerde disk kanatçık düzensizliğini tanımlarken, ortalama $\mu=0$ olacak şekilde standart sapma değişkeni kullanılarak hesaplamalar tekrarlı olarak çözülecektir.



Şekil 4.3 Normal (Gauss) Dağılımı

4.2.2 Logaritmik Dağılım

Rastgele değişkenin doğal logaritması ($\ln$) normal olarak dağıtılması ile rastgele değişkenler logaritmik olarak dağıtılmıştır. $T=0$ 'dan başlar ve konumu sıfıra ayarlıdır. Şekil 4.4'de görüldüğü gibi sağa doğru yatar, bu yatmanın ölçüsü verilen ortalama değeri artmasıyla artar.

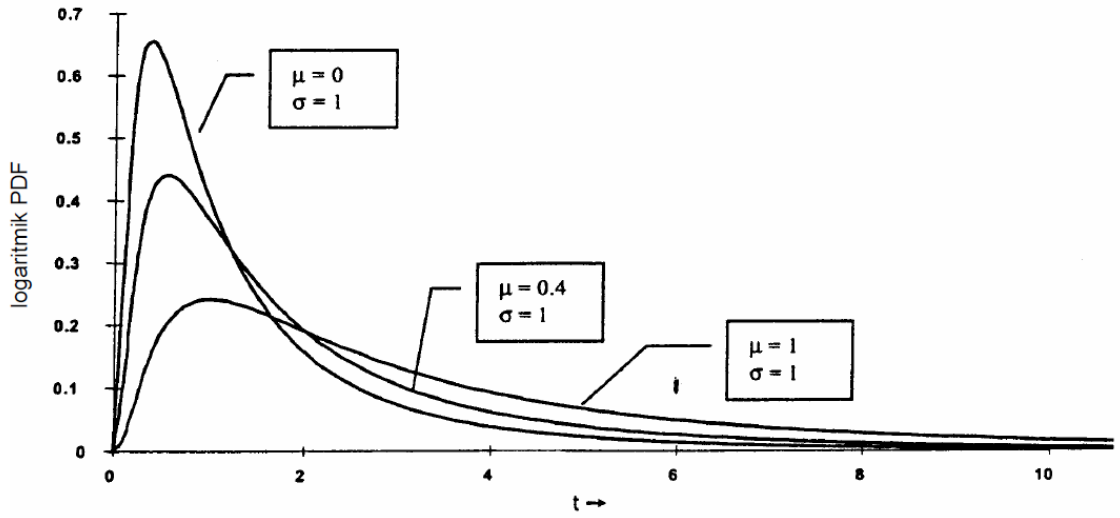
Logaritmik dağılımın ortalama ve standart sapması, logaritmik olmayan birimler cinsinden ifadesi şu şekildedir;

$$ortalama = e^{\mu+0,5\sigma^2} \quad (4.4)$$

$$standart sapma = \sqrt{[(e^{\mu+0,5\sigma^2})(e^{\sigma^2} - 1)]} \quad (4.5)$$

Logaritmik dağılım fonksiyonu ise denklem (4.6)'da verilmiştir.

$$f(t; \mu, \sigma, t_0) = \frac{1}{\sigma(t - t_0)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4.6)$$



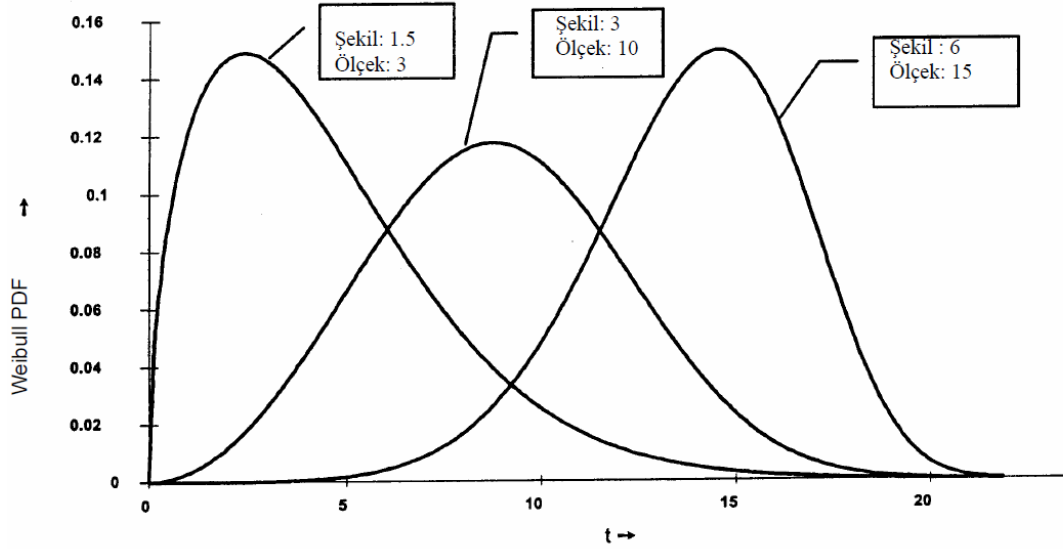
Şekil 4.4 Logaritmik Dağılımı [67]

4.2.3 Weibull Dağılımı

Weibull dağılımı şekil parametresine bağlı olarak grafiği farklı şekiller alan oldukça esnek bir dağılımdır [68]. Weibull dağılımı yaygın olarak havacılık malzemesinde karbon lifler ve seramikler gibi malzemelerde kırılabilirliği çok iyi temsil etmektedir [67]. Weibull dağılımı derece θ , şekil β ve konum t_0 parametresi ile gösterilmektedir. Weibull dağılım fonksiyonu ise denklem (4.7)'de verilmiştir.

$$f(t; \theta, \beta, t_0) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t - t_0}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta}\right)^\beta} \quad (4.7)$$

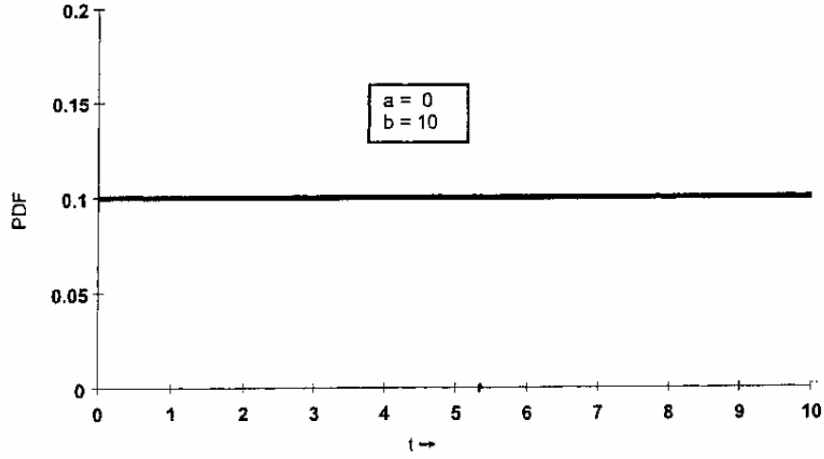
Şekil 4.5 de gözüktüğü üzere; β şekil değeri Weibull dağılımının yönünü belirlemektedir. $\beta=3$ olması durumunda ise Weibull normal dağılıma dönmüş olur. $\beta>3$ olması durumunda tepe sağa yatık, $\beta<3$ olması durumunda tepe sola yatık durumdadır.



Şekil 4.5 Weibull Dağılımı

4.2.4 Uniform Dağılım

İki nokta arasında sınırlı aralıkta belli bir değer veya aralığa hiçbir ağırlık verilmediğinde kullanılır. Sabit dağılım veya sabit değer olarak tanımlanır. Tanımlanan uç noktalar arasında eşit meydana gelme ihtimali mevcut olup, Şekil 4.6'da belirtilmiştir.



Şekil 4.6 Uniform Dağılımı

Dağılımların limitleri tasarımların fiziksel durumları ile ilişkilidir. Çizelge 4.1’de dağılım tiplerine karşılık gelen olasılık yoğunluk fonksiyonları verilmiştir [67].

Çizelge 4.1 Dağılım Tipleri ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonları [67]

Dağılım Tipi	Parametreler	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (PDF)
Normal	Ortalama: μ , Std.Sapma: σ	$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \} \quad -\infty < t < \infty$
Logaritmik	Ortalama: μ , Std.Sapma: σ Konum: t_0	$f(t; \mu, \sigma, t_0) = \frac{1}{\sigma(t-t_0)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \} \quad t > t_0$ $=0 \quad \} \quad t \leq t_0$
Weibull	Derece: θ , Şekil: β Konum: t_0	$f(t; \theta, \beta, t_0) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t-t_0}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta}\right)^\beta} \quad \} \quad t > t_0$ $=0 \quad \} \quad t \leq t_0$
Beta	Şekil Parametreleri: v, w	$f(t; v, w) = \frac{t^{v-1} (1-t)^{w-1}}{B(v, w)} \quad \} \quad 0 \leq t \leq 1$ $=0 \quad \} \quad t < 0, t > 1$
Uniform	Uç Noktalar: a, b	$f(t; a, b) = \frac{1}{b-a} \quad \} \quad a \leq t \leq b$ $=0 \quad \} \quad t < a, t > b$

4.3 Olasılık Hesaplamaları

4.3.1 Ortalama Değer

Bir veri grubunda bulunan sayıların aritmetik ortalamasını veren değerdir.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (4.8)$$

4.3.2 Standart Sapma

Bir veri grubunda bulunan sayılan birbirine olan yakınlığını ve uyumunu ölçen yöntemle standart sapma denir. Veri grubundaki sayıların aritmetik ortalamaya göre nasıl bir yayılım gösterdiğini anlamamızı sağlar [68].

X değişkenine ait N adet veri barındıran kümenin standart sapma değeri olan Dağılımdaki tüm verilerin aritmetik ortalamaya ile olan farklarının karelerinin ortalamasının karekökü olan denklem aşağıdaki gibidir.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad (4.9)$$

Normal dağılımı ele alacak olursak, standart sapmanın artması çan eğrisinin yayılmasını artıracaktır.

Düzensizlik analizlerinde çalışmada $\mu=0$ olarak ele alınacak olup, düzensiz standart sapma değerleri 0.01'den başlamak üzere 0.01 adımla 0.1'e kadar on ayrı standart sapma değeri hesaplamaya katılacaktır.

4.3.3 Varyasyon Katsayısı

Bir veri kümesinin varyasyon katsayısı değeri; standart sapma değerinin aritmetik ortalamalarına olan oranıdır. Aşağıdaki denklem ile hesaplanmaktadır [69].

$$COV = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i} \quad (4.10)$$

Kısacası formül alttaki gibi ifade edilebilir.

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (4.11)$$

4.4 Olasılıksal Metotlar

Olasılıksal metotlar; Monte Carlo Simülasyonları ve Cevap Yüzey Metodu olarak iki başlık altında yer almaktadır. ANSYS yazılımı veya diğer yardımcı paket programlar kullanarak hesaplanabilmektedir.

4.4.1 Monte Carlo Simülasyonu

Monte Carlo Simülasyon metodu genel amacı rastgele değişkenlerin simülasyonları ile matematik problemlerini çözme yöntemidir. Rastgele değişkenlerin el hesabı ile simülasyonu, yorucu bir işlem olduğundan, evrensel bir sayısal teknik olarak Monte Carlo yönteminin kullanımı, bilgisayarların kullanımı ile kolay hale gelmiştir.

Monte Carlo Simülasyonu yöntemi, sadece performans fonksiyonlarının değerlerini kullanarak sistemin hata olasılığını hesaplamak için kullanılır. Doğruluk, hata olasılığını belirlemek için yapılan simülasyon sayısına bağlıdır. Açıkçası bu hesaplama açısından pahalı bir işlemdir, çünkü her simülasyon için sonlu bir eleman analizi yapılması gerekir [70].

Her rastgele değişken için bir rastgele sayı kümesi üretilir. Rastgele değişken değerlerini elde etmek için, ilgili rastgele değişkenlerin CDF'si ile birleştirilen rastgele sayı değerleri kullanılır. Her rastgele değişken için işlem tekrarlanır ve hata olasılığı P_f olarak hesaplanır, burada N_f hata sayısı ve N toplam simülasyon sayısıdır [71].

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (4.12)$$

Monte-Carlo simülasyon analizinin sonuçlarının yorumlanması istatistiksel yöntemlere dayanmaktadır. Bilinmeyen bir performans fonksiyonuna karşılık gelen $g(X)$ hasar olasılığını değerlendirmek için Monte Carlo simülasyon metodu, aşağıdaki aşamalardan oluşmaktadır [67].

- 1) Deterministik yapısal analizde (örneğin sonlu elemanlar yöntemiyle) bulunan rastgele değişkenlerin önceden tanımlanan PDF'leri verilir, her bir değişkenin tek bir değeri türetilir.
- 2) Deterministik analiz uygulanır ve eğer hasar tahmin edildiyse kaydedilir.

3) 1 ve 2 nolu aşamalar N kez tekrarlanır.

4) N_f hasar olasılığı olmak üzere, P_f ile hasar olasılığı tahmin edilir.

Monte-Carlo simülasyon yöntemlerinde sadece iki ana kusur bulunmaktadır. Örnek sayısı sonsuz olamaz, ancak sınırlı olmalıdır. Numune sayısının sınırlanmasından kaynaklanan hata kolayca ölçülebilir. Ang ve Tang 'da açıklandığı gibi, bir Monte Carlo simülasyonunun istatistiksel sonuçlarından güven aralıkları kolayca elde edilebilir [72].

Monte-Carlo simülasyon metodu, belirleyici veya olasılıksal modelde herhangi bir basitleştirme veya varsayım yapmaz. Aslında yaptığı tek varsayım, sonuçların sınırlı sayısının, sonuç parametrelerinin rastgeleliğini ölçmek için temsili olduğudur. Artan örnek sayısı ile birlikte Monte-Carlo simülasyon yöntemi gerçek ve doğru olasılıksal sonuca yaklaşır. Bu nedenle Monte-Carlo simülasyonu, diğer olasılıksal yöntemlerin doğruluğunu doğrulamak için bir ölçüt olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Diğer bir avantaj, gerekli simülasyon sayısının giriş değişken sayısının bir fonksiyonu olmamasıdır.

Monte-Carlo simülasyon yönteminin dezavantajı, hesaplama maliyetidir. Genel bir kural olarak, düşük başarısızlık olasılıklarını ele almak için $N_{sim} = 1000 / P_f$ simülasyon döngüleri gerekir; burada P_f hedeflenen hata olasılığıdır.

Disk kanatçık sistemlerinde literatürde görülüşü üzere hata olasılığı 10^4 mertebesine ulaşmaktadır ve bu da hedeflenen hata olasılığını yüksek tutar, gerekli örnekleme sayıları fazlalığı Monte Carlo simülasyon yönteminin gerçek tasarımlar ve tasarım aşamasında olan gaz türbini motorlarda analizlerin uzun sürmesi, zaman alması, yatırım maliyeti vs. gibi konuları göz önüne aldığımızda Monte-Carlo simülasyon yöntemini gerçek mühendislik problemleri için pratik çözüm olmadığı görülmektedir [13].

4.4.2 Cevap Yüzeyi Yöntemi

Cevap Yüzeyi Metodu ilk olarak 1950'li yıllarda Box ve Wilson tarafından geliştirilmiş ve tanımlanmıştır. Cevap yüzey metodolojisi (RSM), Box ve Draper "model oluşturma için matematiksel ve istatistiksel tekniklerden oluşan bir çözüm metot grubudur. Deneysel tasarımın (DoE) tasarlanması ile amaç, birkaç bağımsız değişkenden (giriş değişkenleri) etkilenen bir yanıtı (çıkış değişkeni) optimize etmek" olarak tanımlamıştır [73], [74]. Bir

deney serisi, çıktı yanıtındaki değişikliklerin nedenlerini belirlemek için girdi değişkenlerinde değişikliklerin yapıldığı, işlemler adı verilen bir dizi testtir.

Myres ve Montgomery ise cevap yüzey metodunu “proseslerin geliştirilmesi ve optimizasyonu için gerekli bir takım istatistiksel ve matematiksel tekniklerin bir arada kullanıldığı bir yöntem” olarak tanımlamıştır [75].

Cevap yüzeyi metodolojisi deneysel tasarımı (Design of Experiment, DoE) temel olarak iki gruba ayrılabilir:

1. Box - Behnken Tasarımı
2. Merkezi Kompozit Tasarım (CCD)

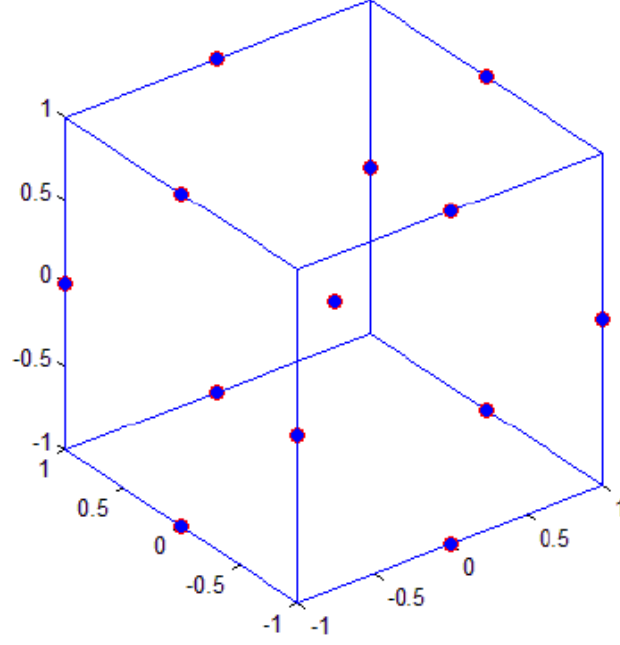
4.4.2.1 Box-Behnken Tasarımı

Box-Behnken tasarımı, gömülü faktoring veya kesirli faktoring tasarımı içermediğinden bağımsız bir ikinci dereceden tasarımıdır. Bu tasarımda işlem kombinasyonları, işlem alanının kenarlarının orta noktalarında ve merkezdedir.

Box-Behnken tasarımında, karşılayabileceği minimum faktör sayısı (sürekli veya sayısal faktörler) 3'tür ve 3 faktör seviyesine sahiptir:

- Üç seviye içerir (-1, 0, +1)
 - 1) Üst seviye
 - 2) Alt düzey
 - 3) Merkez noktası
- Poligonun köşeleri olan ve merkezden eşit uzaklıkta olan noktaları vardır.
- Aşırı ve uzak noktaları önler (örneğin, [+1, +1, +1])
- Beşten az faktör için en küçük klasik cevap yüzey tasarımıdır.
- Tek tip bloklara sahiptir: her bir faktörün her seviyesi her blokta eşit sayıda ve merkez noktaları bloklar arasında eşit olarak bölünmüştür.

Sürekli faktör sayısı 3 ve Şekil 4.7'de tasarım noktalarını göstermektedir. 12 adet her bir faktör çifti ve 3 merkez noktası için düşük ve yüksek olası kombinasyonlarını incelemek için toplamda 15 adet analiz olmaktadır.

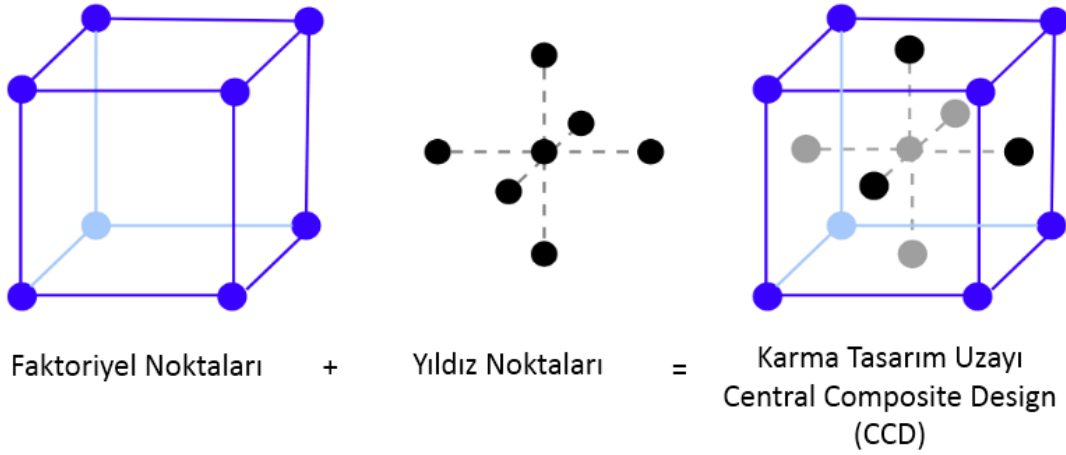


Şekil 4.7 Box – Behnken Tasarım Örneği (n=3)

Disk kanatçık düzensizlikleri çalışması kapsamında faktör sayısı 3'ten fazla olacağı için yüzey merkezli tasarım uzayı üzerinden ilerlenecektir.

4.4.2.2 Yüzey Merkezli Tasarım Uzayı

Yüzey merkezli tasarım uzayı veya literatürde “Central Composite Design” (CCD) olarak yer almaktadır. Yüzey merkezli tasarım uzayı, 3 seviye faktöründen ayrı olarak eksenel veya yıldız noktasına sahip bir tepki yüzey tasarımıdır. Genellikle (α) olarak belirtilen eksen veya yıldız noktası, seviye sayısını 5 seviyeye yükseltir ve böylece deneysel tasarım esnekliği sağlar. Box - Behnken'e göre avantajları, deney tasarımcısının, tepki üzerindeki faktörlerin etkisinin ne olduğunu bilmesine izin vermesidir. Bununla birlikte, Yüzey merkezli tasarım uzayı'da, karşılayabileceği minimum faktör sayısı ikidir. (Sayısal veya sürekli faktörler) [76].



Şekil 4.8 Karma Tasarım Uzayı Yapısı Box – Behnken Tasarım Örneği (n=3) [77]

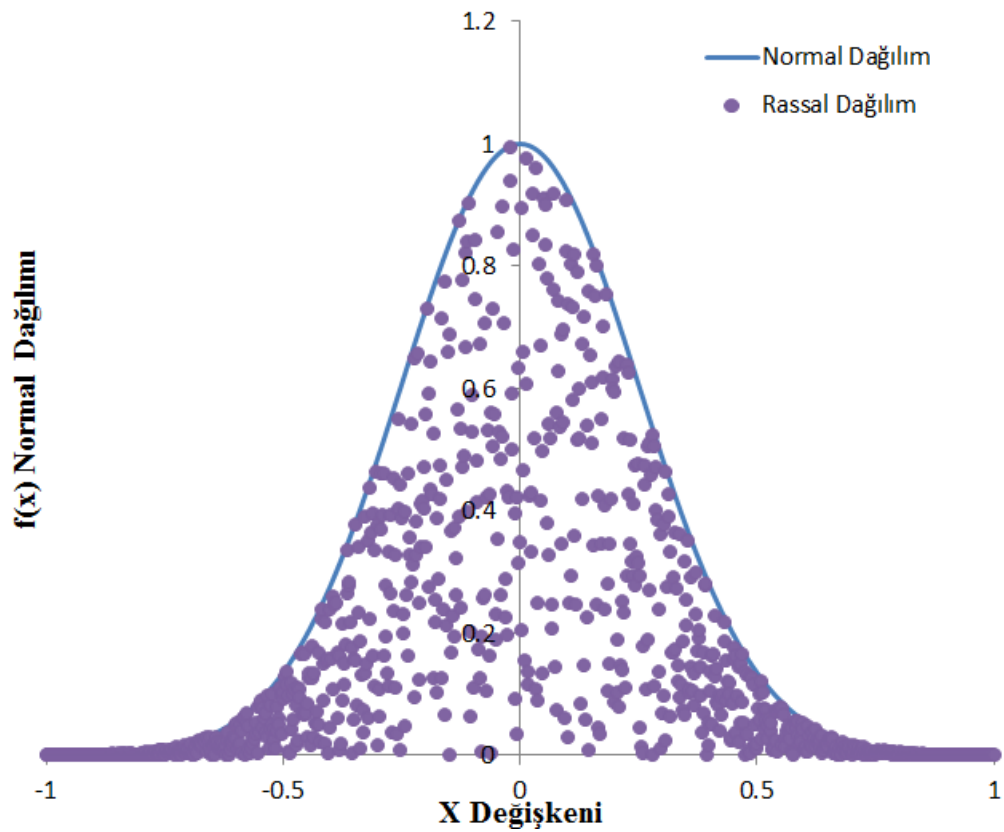
Tasarım uzayı; istatistikte Box-Wilson tasarım uzayı olarak bilinmektedir. Karma tasarım uzayı, cevap yüzeylerinin oluşturulmasında yaygın olarak kullanılan ve ikinci dereceden cevap modellerini oluşturmak için kullanılabilen tasarım uzayı oluşturma modelidir. [78] Metod eğriliğin tahmin edilmesini sağlayan bir grup “yıldız noktası” ile güçlendirilmiş merkez noktalarına sahip gömülü bir faktöriyel veya kesirli faktöriyel tasarımı içerir. Tasarım alanının merkezinden faktöriyel noktaya olan uzaklık her faktör için ± 1 birim ise, tasarım alanının merkezinden bir yıldız noktasına olan mesafe $|\alpha| > 1$ α 'nın kesin değeri, tasarım için istenen belirli özelliklere ve ilgili faktörlerin sayısına bağlıdır. Karma tasarım uzayında, tasarım uzayı $[-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha]$ olmak üzere beş adet seviye ile belirlenmektedir. $[-1, +1]$ değerleri ilgilenilen faktör alanının fiziksel alt ve üst sınırlarını tanımlarken, $[-\alpha, +\alpha]$ değerleri tüm faktörler için yeni üst fiziksel alt ve üst sınırları oluşturmaktadır [68].

Karma tasarım uzayında α 'nın değeri seçilecek olan karma tasarım uzayı modeline göre değişmektedir. Literatürde bulunan kullanılan üç adet karma tasarım uzayı bulunmaktadır; sınırlandırılmış, gömülü ve yüzey merkezli olmak üzere üç adet karma tasarım uzayı mevcuttur [79].

Disk kanatçık düzensizliği çalışmasında, normal dağılım ve standart sapma girdileri kullanarak, X değişkeninin alabileceği sayısal değerler ve bu değerlerin dağılımından nasıl faydalanılacağını belirlemek için kullanılmaktadır. Normal dağılım belirlenecek ve fonksiyonun içerisinde kalmak koşulu ile sonsuz adet örnekleme mümkün

olabilmektedir. Şekil 4.9’da, ortalama $\mu=0$ ve standart sapması 0.3 olan $[-1,1]$ arasında bulunan normal dağılım fonksiyonu yer almaktadır. Burada stokastik olarak 1000 adet örnekleme gösterilmiştir.

Disk kanatçık sistemi için kullanılacak olan sonlu elemanlar analizinde X değişkeni için normal dağılımın kullanılması ve dağılımının barındırdığı sonsuz adet stokastik veya rassal olan noktaların seçilmesi mümkün değildir. Bu sebeple seçilmesi örnekleme yapılması gerekmektedir, bunun için tasarım uzayı oluşturulmalıdır. Oluşturulacak olan tasarım uzayında N adet seçilen örnekleme noktası analizi doğrudan etkileyecektir bu sebeple seçilecek olan N adet örnekleme tüm sonuçları yansıtmaması gerekmektedir. Bunlara ilaveten sistemde bulunan kanatçık sayısı kadar düzensizliğe maruz kalacağından, kanatçık sayısı miktarınca N adet örneklemin parametre sayısı o miktarda artacaktır.



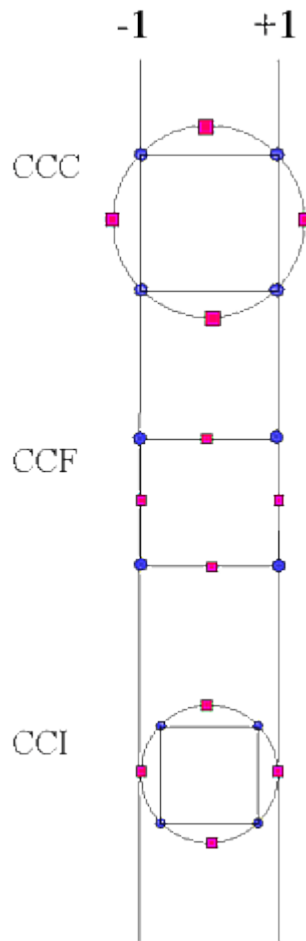
Şekil 4.9 Normal Dağılım ve Stokastik (Rassal) Dağılım [78]

Cevap yüzey tasarım faktoriyel değerleri özeti Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Cevap Yüzey Tasarım Faktöriyel Değerleri

Cevap Yüzey Tasarımları	Faktöriyel Değeri, f
BB	$[-1, 0, 1]$
CCC	$[-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha]$
CCI	$[-1, -1/\alpha, 0, +1/\alpha, +1]$
CCF	$[-1, 0, 1]$

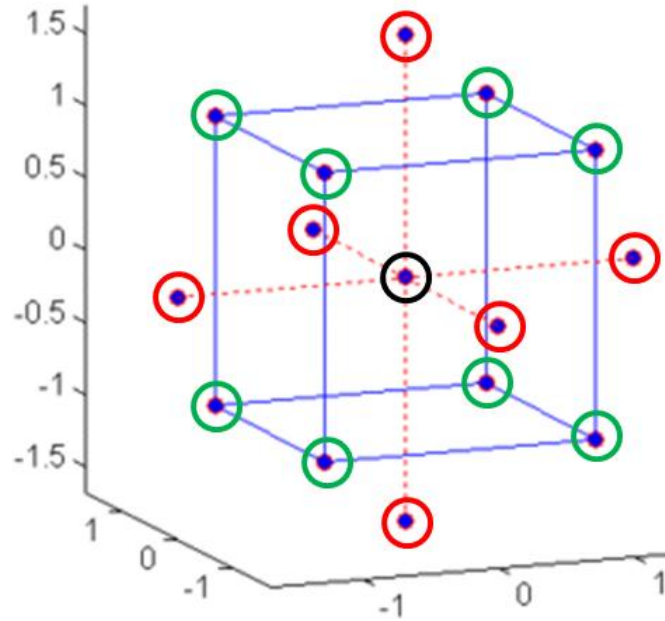
3 tip CCD tasarımı için yıldız noktalarının yerleştirildiği yerin Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



Şekil 4.10 Üç Karma Tasarım Uzağı Karşılaştırılması [68]

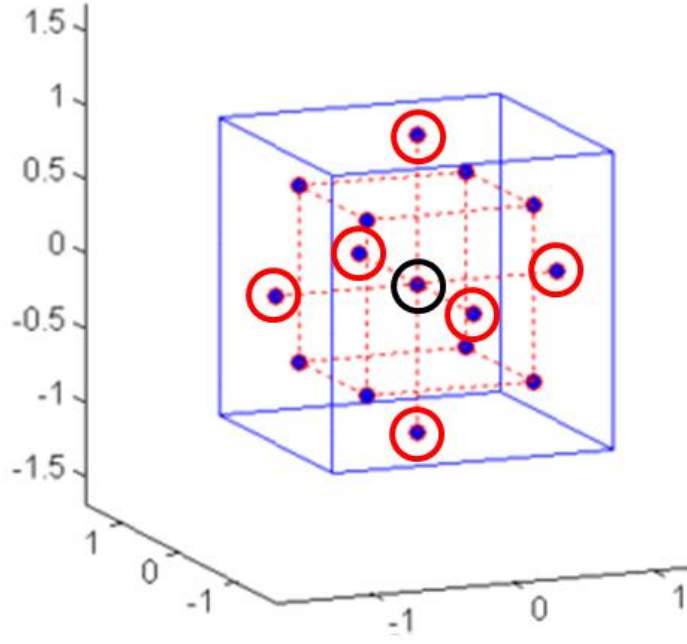
Karma tasarım uzayında, tasarım uzayı Sınır Merkezli Karma Tasarım Uzağı (CCC - Circumscribed Central Composite Designs) $[-\alpha, -1, 0, +1, +\alpha]$ olmak üzere 5 adet seviye ile belirlenmektedir. $[-1, +1]$ değerleri ilgilenilen faktör alanının fiziksel alt ve üst sınırlarını tanımlarken, $[-\alpha, +\alpha]$ değerleri tüm faktörler için yeni üst fiziksel alt ve üst sınırları

oluşturmaktadır. Sınırlandırılmış karma tasarım uzayında $\alpha > 1$ olma durumunu yansıtır. [68], Şekil 4.11’de görüldüğü üzere; siyah nokta 3 değişkenli bir sistemde merkez noktasını temsil ederken, kırmızı noktalar aşırı fiziksel alt ve üst noktaları, yeşil noktalar ise gerçek fiziksel alt ve üst noktaları göstermektedir.



Şekil 4.11 Sınır Merkezli Karma Tasarım Uzayı “CCC” [80]

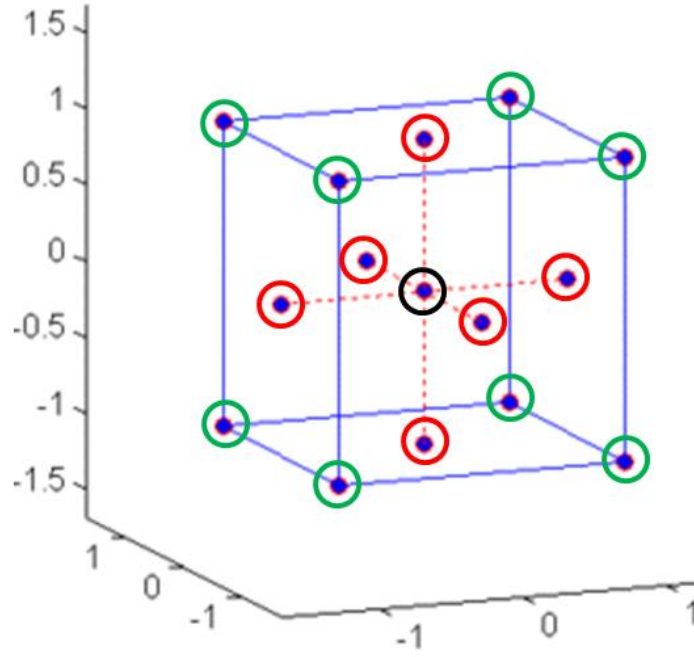
Tasarım uzayında tanımlanan 5 faktörden, α ’nın değerine göre ve $\alpha < 1$ durumu ise $[-1, +1]$ gömülü veya yerleşik karma tasarım uzayı (CCI - Inscribed Central Composite Designs) olarak adlandırılır.



Şekil 4.12 Gömülü/Yerleşik Karma Tasarım Uzayı “CCI” [80]

Gömülü karma tasarım uzayı aslında azaltılmış bir sınır merkezli karma tasarım uzayının azaltılmış halidir ve α 'ya bölümünden elde edilir. Gömülü karma tasarım uzayında aşırı fiziksel alt ve üst sınır noktaları gerçek sınırlardan daha küçüktür. Gömülü karma tasarım uzayını matematiksel ifadesi karma tasarım uzayı $[-1, -1/\alpha, 0, +1/\alpha, +1]$ noktaları için oluşturulacaktır (Şekil 4.12).

Yüzey merkezli karma tasarım uzayı literatüre Box – Wilson tarafından dahil edilen karama tasarım uzayının üçüncü özelleşmiş ve en gelişmiş halidir. Karma tasarım uzayında belirtilen $\alpha = \pm 1$ olması durumudur, böylelikle fiziksel alt üst sınır ile yeni aşırı fiziksel alt üst sınır aynı düzlemde örtüşmektedir. Şekil 4.13'de gözüktüğü gibi 3 değişkenli bir tasarım uzayı gözükmemektedir.



Şekil 4.13 Yüzey Merkezli Karma Tasarım Uzayı “CCF” [80]

Düzensizlik analizlerinde düzensizlik şiddeti için kullanılacak olan standart sapma için oluşturulan yüzey merkezli karma tasarım uzayı normal dağılım fonksiyonu içerisinde kalacak ve aynı zamanda standart sapma değeri için oluşturulacak normal dağılım fonksiyonundaki minimum ve maksimum noktaları da içerecektir. Düzensizlik için sağlanacak normal dağılımı fonksiyonunu tümünü içermesi sebebiyle ve yapılacak analizlerde kanatçık sayısı kadar X değişkeni olacağı için her bir parametrenin etkilerini incelemek ve normal dağılımı düzgün yakalayabilmek için yüzey merkezli karma tasarım uzayının istatistiksel düzensizlik analizlerinde kullanılması uygundur. Ayrıca gömülü karma tasarım uzayı gerçek alt ve üst sınır değerlerinin alfa oranı kadar ölçekli şekilde azaltılması ve sınır merkezli karma tasarım uzayının alfa kadar dışarıda olması belirsizlikleri artıracak ve olasılık dahilinin dışında kalacağından, bu yöntemlerle yapılacak analizlerde yapılacak olan analizlerde min-max durumu kapsamayacağı için tasarım uzayında gömülü ve sınır merkezli karma tasarım uzayı yerine, yüzey merkezli tasarım uzayı uygun görülmüştür [78].

Yüzey merkezli karma tasarım uzayında N parametrelili bir tasarım için oluşturulması gereken tasarım uzayı sayısı Çizelge 4.3’de ve gerçekleştirilmesi gereken deneysel tasarım analiz sayısının parametreye bağlı tablosu, Çizelge 4.4’deki gibi verilmiştir.

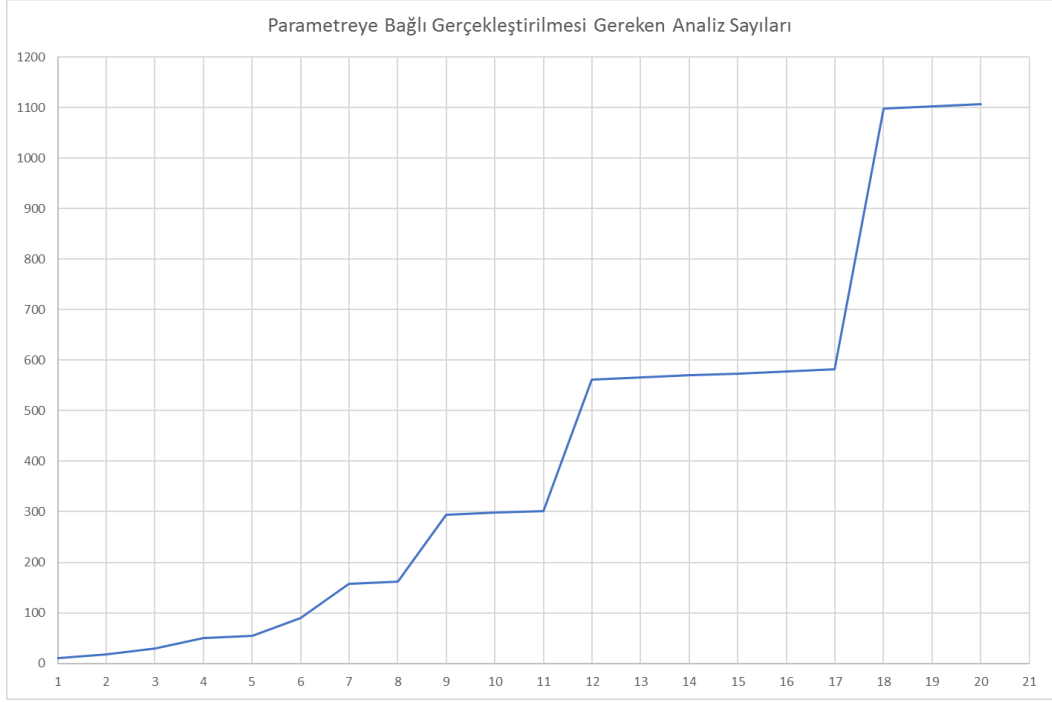
Çizelge 4.3 Cevap Yüzey Tasarım Faktoriyel Değerleri [78]

Adet	Açıklama
1	Merkez Noktası
$2xN$	$-\alpha$ ve $+\alpha$ konumlarında bulunan eksen sayısı
2^{N-f}	-1 ve $+1$ konumlarında bulunan diyagonal sayısı

Çizelge 4.4 Parametre ve Analiz Sayıları [78]

Parametre Sayısı, N	Faktöriyel Değeri, f	Merkez Noktası Sayısı	Eksen Sayısı	Köşegen Sayısı	Analiz Sayısı
1	0	1	2	2	5
2	0	1	4	4	9
3	0	1	6	8	15
4	0	1	8	16	25
5	1	1	10	16	27
6	1	1	12	32	45
7	1	1	14	64	79
8	2	1	16	64	81
9	2	1	18	128	147
10	3	1	20	128	149
11	4	1	22	128	151
12	4	1	24	256	281
13	5	1	26	256	283
14	6	1	28	256	285
15	7	1	30	256	287
16	8	1	32	256	289
17	9	1	34	256	291
18	9	1	36	512	549
19	10	1	38	512	551
20	11	1	40	512	553

Yüzey merkezli karma tasarım uzayında giriş parametrelerinin sayısına göre yapılması gereken analiz sayıları, Şekil 4.14' de verilmiştir.



Şekil 4.14 Parametreye Bağlı Gerçekleştirilmesi Gereken Analiz Sayıları

ANSYS Design Explorer modülünde; giriş değişkenlerinin alt ve üst seviyeleri, ters birikimli dağılım fonksiyonu kullanan olasılıklar tarafından belirlenir. Örneğin, varsayılan olarak alt seviye birikimli dağılım işlevindeki %0,1 olasılığa, üst seviye ise % 99.9 olasılığa karşılık gelir. Deneysel tasarım uzayı alt ve üst seviyesi için olasılıkları kullanmak, girdi değişkenlerinin dağıtım türünden bağımsız olarak, alanın her zaman aynı olasılık içeriğini içermesini sağlar.

Box – Behnken tasarımının, giriş değişkenleri sayısında sınırlı olduğu ve Yüzey merkezli tasarım uzayı daha esnektir, çünkü tasarımlar giriş değişkenli durumlar için mevcuttur. Ek olarak, Craney tarafından yapılan bir araştırma bu iki tasarımın istatistiksel özelliklerini karşılaştırmış ve Merkezi Kompozit Tasarım'ı daha iyi bir seçenek olarak tanımlamıştır [81].

Cevap yüzey yöntemlerini avantajı performanslarıdır. Cevap yüzeyi, gerçek girdi-çıkı ilişkisinin yeterli bir temsili ise, tepki yüzeyinin değerlendirilmesi sonlu elemanlar çözümünden çok daha hızlıdır. Monte-Carlo yöntemleri gibi, tepki yüzeyi yöntemleri de gerçek girdi-çıkı ilişkisini temsil eden fizikten bağımsızdır.

Monte-Carlo simülasyon yöntemleri dışındaki tüm olasılıksal yöntemler, deterministik veya olasılıklı modele ilişkin olarak bir takım varsayımlara dayanmaktadır. Bu nedenle,

cevap yüzeyi yöntemlerinin bir başka avantajı, temel alındığı varsayımların geçerli olup olmadığını doğrulamak için doğal olarak önlemler almalarıdır [66].

ANSYS’de Tasarım uzayı ön tanımlı yöntemdir, en çok 20 girdi parametresine kadar izin verilmektedir. Yüzey merkezli karma tasarım uzayı, tasarım uzayı doğrultusunda yüksek kesinlikte cevap tahmini sağlar, bu da optimizasyonda sunulan tahmini adayın doğruluğunu artıran durumdur. Ayrıca bu yöntem döndürülebilir özelliğe sahiptir. Döndürülebilirlik, farklı tasarım noktalarındaki tahmin hatalarının her tasarım noktası için aynı olması yani tahmindeki değişimlerin merkezden uzaklığına bağlı olması anlamına gelir.

Özetle, bir deneysel tasarım (DoE) yapılandırılmış, bir prosesi etkileyen faktörler ile bu prosesin çıktısı arasındaki ilişkiyi belirlemek için kullanılan yöntemdir. Bir parametrenin değerini veya parametre grubunu kontrol eden faktörleri değerlendirmek için kontrollü testler yapılmasına ve analiz edilmesine dayanır.

Bu tez çalışmasında, disk kanatçık sistemleri analizlerinde, cevap yüzey metodu ve yüzey merkezli karma tasarım uzayı kullanılmış ve bu bölümde açıklamalar sunulmuştur.

4.4.3 Genetik Kümelenme Yöntemi

Genetik kümelenme yöntemi ANSYS Design Explorer’da da kullanılan cevap yüzey meta model çeşitlerinden biridir, bu yöntemler ile cevap yüzeyleri modelleri oluşturulmakta ve giriş ve çıkış parametreleri arasındaki ilişki belirlenebilmektedir. Literatürde yer alan genetik kümelenme ile cevap yüzeyi oluşturma, tam ikinci dereceden polinom, kriging ve parametrik olmayan regresyon gibi diğer cevap yüzeyi oluşturma yöntemleri arasında her çıkış parametresine uygun cevap yüzeyi seçmek için geliştirilmiş yöntemdir [78].

Genetik kümeleme yöntemi ile en iyi cevap yüzeyini belirlemek amacıyla paralelde farklı cevap yüzeyi çözdürmekte ve bu oluşturulan cevap yüzeyleri arasında uygunluk fonksiyonu kullanarak tasarım noktalarında oluşturulan yüzeyin doğruluğunu ve kararlılığını ve hangi cevap yüzeyinin en iyi yaklaşımı sağladığını belirleyen bir genetik algoritma yöntemidir [78], [82].

Çalışmada, en etkili yanıt yüzeyini elde etme şansını artırmak için Design Explorer, farklı tür ve ayarlarda bir meta model popülasyonu oluşturur. Bu popülasyon, Design Explorer

tarafından yürütülen ilk genetik algoritma popülasyonuna karşılık gelir. Bir sonraki popülasyonlar, önceki popülasyonun çaprazlanması ve değişimi ile elde edilir [80].

4.4.4 Örneklem Yöntemi

Genetik kümeleme ile elde edilen giriş ve çıkış parametreleri aralarındaki ilişkiyi sunan cevap yüzeylerinin örneklenmesi ile ilave giriş parametresinin cevabını sunmak için örneklenmesi gerekmektedir. Örneklem yöntemleri; Monte Carlo örnekleme ve Latin Hypercube örnekleme olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Çalışmada, PDF ve CDF elde edilmeden bir önceki aşama olan örneklem yöntemi aşaması ve Şekil 4.15’de kademeleri gözükmemektedir.



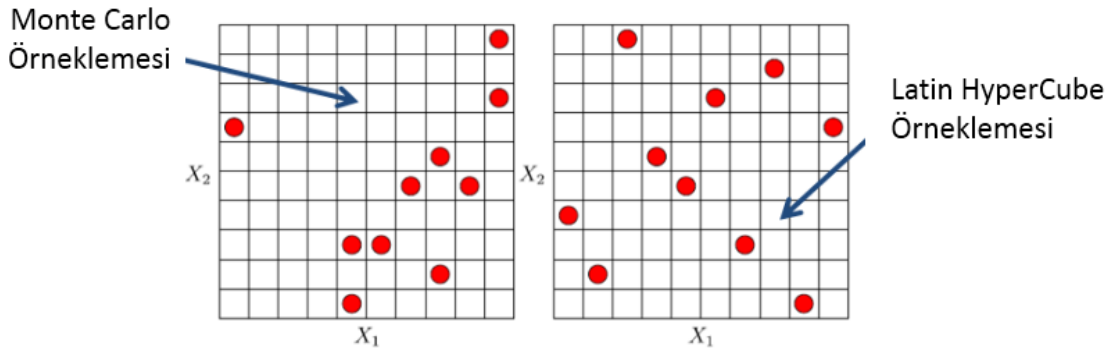
Şekil 4.15 İstatistiksel Analiz Akış Şeması

Monte Carlo örnekleme yöntemi istatistiksel geleneksel örnekleme yöntemidir, doğrudan örnekleme (direct sampling) olarak literatürde yer almaktadır [66].

Latin Hypercube örnekleme yöntemi, Bir tasarım uzay (DOE) çalışmasında, girdi parametrelerinin sayısı arttıkça tasarım noktalarının miktarı önemli ölçüde artar, bu da analiz sürecinin verimliliğini azaltabilir. Gereksiz örnekleme noktalarını azaltmak için önemsiz girdi parametrelerini DOE örneklemesinden çıkarılmasıdır ve olasılıksal değişken azaltma yöntemi ile elde edilen gelişmiş Monte Carlo örnekleme yöntemlerinden biridir [71], [80].

ANSYS’de etkili bir örnekleme yöntemi olan Latin Hypercube örnekleme $m \times n$ mertebesinde bir matristir; burada m , incelenecek seviye sayısı (örnekleme noktaları) ve n , tasarım değişkenlerinin sayısıdır. 1, 2,... m seviyelerini içeren matrisin n sütunlarının her biri bir Latin Hypercube oluşturmak üzere rastgele dizilir. Tasarım alanının tüm bölümlerinin temsil edilmesini sağlayarak rastgele örnekleme noktaları oluşturur [83].

Latin Hypercube örnekleme yönteminde cevap yüzeyi üzerinden belirlenecek olan örnekleme noktaları, Monte Carlo örneklemesinden farklı olarak bölgesel yoğunlaşmaya müsaade etmez ve X ’in her bir bileşeninin aralıklarının bölümleri kullanılarak belirli bir şekilde oluşturulur. Sadece X ’in bileşenlerinin bağımsız olduğu durumu göz önüne alarak örneklenmesi durumudur diğer bir deyişle herhangi bir giriş parametreleri bileşimi için tek bir çıkış parametresi olacak şekilde, Şekil 4.16’deki gibi dağıtılır [80], [78], [84].



Şekil 4.16 Latin Hypercube Örnekleme Örneği

Varyant azaltma ve gelişmiş Monte Carlo örnekleme olduğu için çalışmada yer alan analizlerde Latin Hypercube örnekleme yöntemi ele alınmıştır.

DÜZENSİZLİK HESAPLAMA TEORİLERİ

Bu bölümde maksimum genlik faktörü olan Whitehead metodu ve Component Mode Mistuning (CMM) metodu ile ANSYS programında kanatçıklar ile düzensizlik analizi yapmaya imkan veren sonlu elemanlar indirgeme teorisi hesaplama denklemleri anlatılacaktır.

5.1 Maksimum Genlik Faktörü (Whitehead Metodu)

Whitehead tarafından kompresör veya türbin kanatlarının titreşim genliğinin, titreşimlerin kanatçıklardaki etkisinin düzensizlik nedeniyle arttırılabileceği maksimum faktörü ortaya çıkaran bir değerlendirme vermiştir. Bu değerlendirme de, diskte yer alana kanatçıklar arasında hem aerodinamik hem de mekanik bağlantı olduğu ve enerji aktarımı olduğu varsayılmıştır [6].

Tüm kanatçıklar eş-sönüm oranına sahipse maksimum genlik faktörü, diske ait kanatçık sayısına N 'e bağlı olarak, denklem (5.1) de verilmiştir [6].

$$A_{WH} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{N}) \quad (5.1)$$

5.1.1 Teori

Eksenel simetrik bir diskte bir N kanatçıklı sistem ele alındığında, tek bir kanatçığın doğal frekanslarının iyi bir şekilde ayrıldığı, böylece kanatçık başına sadece tek bir serbestlik derecesi ile ilgili olduğu varsayılmaktadır. O zaman tüm kanatçıkların kütlesi m . Kanatçık s için şekil değiştirmesi olarak verilirse; $x_s e^{i\omega t}$, burada ω uyarma ve ortaya çıkan titreşimin açısal frekansıdır. Kütlenin bağlı olduğu yayın rijitliği ise $k(1 + \gamma_s)$, burada s

kanatçığının kanatçık düzensizliği γ_s olarak verilmiştir. Bir kanatçığa ait referans açılal frekans w_0 olarak $w_0^2 = k/m$ tanımlanmıştır. Kanatçıklar arasındaki bağlantılı bir Disk kanatçık sistemindeki; x_u kuvvete maruz kalmış kanatçığın yer değıştirmesi olan u ve kanatçık yer değıştirmesi $kk_{su}x_ue^{iwt}$. Burada k , k_{su} 'yu boyutsuzlaştırmak için bulunmaktadır. Mekanik bağlantılı durumda çift taraflı teori uygulandığında; $k_{su} = k_{us}$ olmakta ve bu durum aerodinamik bağlantıda geçerli değildir. Eksenel simetriden dolayı $k_{su}(s - u)$ fonksiyonu olduğundan k_{s-u} olarak yazılabilir.

Dönme ile kanatçıkların uyarılması ve kanatçık s üzerindeki tahrik kuvveti; kf_se^{iwt} ve k burada da dahil edilmiştir ve böylece f_s kanatçık yer değıştirmesi ile aynı boyutlara sahip olur. R düğüm çaplı, yalnızca bir hareketli dalga modunda (traveling wave mode) uyarma olduğunda durum dikkate alınır. Hareketli dalga modu; tüm kanatçıkların aynı modda ve frekansta salındığı kanatçık sırasının salınımını ifade eder [38]. Böylece;

$$f_s = g_R e^{2\pi i R s / N} \quad (5.2)$$

Faz referansını düzeltmek için, g_R gerçek ve pozitif olarak alınır.

Tüm kanatçıkları aynı sönüme sahip olduğu farz edilmekte ve kanatçık ile yer arası histerik sönümlleme ile sönüm oranı sabiti $k\delta/\pi$ olacaktır. Eğer sönümlleme aerodinamik ise; bu, tüm hareketli dalga modlarının eşit şekilde sönümlendiğini varsayılmaktadır.

Asıl ilgilenilen husus; düzensizlik etkilerinin küçük olduğu için, bu etkilerin modele nasıl dahil edildiğinin ayrıntıları azdır ve bu seçim cebirsel basitlik temelinde yapılmıştır. Küçük sönümlleme, kanatçıklar arası bağlantının olmaması ve düzensizlik durumunda δ , serbest kanatçık titreşiminin logaritmik azalmasıdır.

Hareket denklemi, hareket dalga modu ile ifade edilir ve r modundaki karmaşık genlik y_r ise, o zaman s kanatçığına ait genlik ifadesi şu şekilde verilir:

$$X_s = \sum_{r=0}^{N-1} y_r e^{2\pi i r s / N} \quad (5.3)$$

Yukarıda belirtilen her iki denklemi matris formunda tekrar yazacak olunursa;

$$F = EG \quad (5.4)$$

$$X = EY \quad (5.5)$$

Komplex matrisler ise;

X kolonu, x_s elemanları

Y Kolonu, y_r elemanları

F Kolonu, f_s elemanları

G kolonu, R satırında bir sıfır olmayan gerçek eleman g_R

E'nin tersi ise;

$$E^{-1} = \left(\frac{1}{N}\right)E^{*'} \quad (5.6)$$

Burada * transpoz matrisi ve ' ise karmaşık bir konjugatı belirtir.

Bir s kanatçığının hareket denklemi ise;

$$-mw^2x_s = -k(1 + \gamma_s)x_s + kk_{su}x_u - i\left(\frac{k\delta}{\pi}\right)x_s + kf_s \quad (5.7)$$

Tahrik frekansının referans frekanstan sapmasının bir ölçüsü olarak,

$$p = w^2/w_0^2 - 1 \quad (5.8)$$

Denklem (5.8) yazılırsa, bu da matris formunda şu şekilde yazılabilir.

$$(\Gamma + i\delta/\pi I - pI - K)X = F \quad (5.9)$$

Denklemdaki matrisler ise;

Γ ; γ_s 'in gerçek elemanlarının diagonal matrisi

I ; birim matris

K ; k_{su} elemanlarının karesi

T'nin köşegen elemanlarına gerçek bir sabit eklediğinde ve K'nın köşegen elemanlarına gerçek bir sabit eklendiğinde , burada ima edilen çifte fazlalık söz konusudur. Her ikisi de p değerini değiştirmeye yeter.

Denklem (5.4) ve (5.5)'i denklem (5.9)'a yerleştirip hareketli dalga modunu temel denklemlerini tekrar yazılırsa;

$$(E^{-1}\Gamma E + i\delta/\pi I - pI - E^{-1}KE)Y = G \quad (5.10)$$

Böylece;

$$C = E^{-1}KE = \left(\frac{1}{N}\right)E^{*'}KE \quad (5.11)$$

Hareketli dalga modunda kanatçıklar arası bağlantı etkisi olan C yazılabilir. C'nin elemanları ise;

$$c_{rv} = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{s=0}^{N-1} k_{s-u} e^{2\pi i(rs-uv)/N} \quad (5.12)$$

$w = s - u$ olarak değiştirildiğinde.

$$c_{rv} = \frac{1}{N} \sum_{w=0}^{N-1} k_w e^{2\pi irw/N} \sum_{u=0}^{N-1} e^{2\pi iu(r-v)/N} \quad (5.13)$$

$r = v$ olduğudurumda ikinci toplam işlemi sıfır olacaktır ve N olduğunda;

$$c_{rv} = 0, \quad r \neq v, \quad c_{rr} = \sum_{w=0}^{N-1} k_w e^{2\pi irw/N} \quad (5.14)$$

Bu nedenle matris C diagonaldir. Elemanlar k_w katsayılarının Fourier dönüşümüdür.

5.1.2 Düzenli Kanatçıklar

Eğer $\gamma_s = 0$ ise tüm s kanatçıklarında ve $\Gamma = 0$ olduğunda denklem (5.10) tekrar yazılırsa;

$$\left(\frac{i\delta}{\pi I} - pI - C\right)Y = G \quad (5.15)$$

Böylece,

$$y_r = 0 \quad r \neq R \quad (5.16)$$

Ve

$$y_R = g_R / \left(\frac{i\delta}{\pi} - p - c_{rr}\right) \quad (5.17)$$

Rezonans, $p - c_{rr} = 0$ olduğunda meydana gelir. R modunda ideal karmaşık genlik ise;

$$y_{id} = \frac{\pi g_R}{i\delta} \text{ ve } |y_{id}| = \frac{\pi g_R}{\delta} \quad (5.18)$$

Denklem (5.18) her bir kanatçıktaki genliktir.

5.1.3 Çalışma Denklemi

Denklem (5.10)'un $Y^{*'}$ ile çarpılması ile imajiner kısmını verir;

$$\frac{\delta}{\pi} Y^{*'} Y = -Im(y_R) g_R = \frac{\delta}{\pi} \sum_{r=0}^{N-1} |y_r|^2 \quad (5.19)$$

Burada Im imajiner kısmı temsil etmektedir.

Bu denklem gösteriyor ki, Damperlerde dağıtılan iş, tahrik ederek uyarma tarafından yapılan işe eşittir. Şu şekilde yazabiliriz.

$$\frac{\delta}{\pi} \sum_{r=0}^{N-1} \frac{|y_r|^2}{|y_{id}|^2} = -\frac{Im(y_R)}{|y_{id}|} \quad (5.20)$$

5.1.4 Maksimum Olası Genlik

Bu bölüm literatürde yer alan Whitehead'in 1966 yılındaki çalışmasıyla aynıdır, ancak Tüm hareketli dalga modlarında aynı sönüme sahip olma durumunu göstermek için basitleştirilmiştir. Denklemi şu şekilde yazabiliriz;

$$z_r = \frac{|y_r|}{|y_{id}|} \quad (5.21)$$

Denklem (5.20)'deki ifadeye denklem (5.21)'e yerleştirildiğinde,

$$\frac{\delta}{\pi} \sum_{r=0}^{N-1} z_r^2 \leq Z_R \quad (5.22)$$

Genel olarak kayıpsız olarak seçilebilecek tek bir kanatçık bulunduğunu ve tüm hareketli dalga modlarının fazda olduğunu varsayalım. Bu, mümkün olan en büyük genliği verir. Şöyle yazılabilir;

$$\frac{x_{max}}{|y_{id}|} = \sum_{r=0}^{N-1} z_r \quad (5.23)$$

Denklem (5.23)'ün sol tarafını eşitlik olarak yazılan koşul denklem (5.22)'ye göre optimize edilmiştir, çünkü belirli bir z_r değerleri kümesi için sisteme yapılan çalışma miktarı y_r 'nin saf imajiner ve negatif olacak şekilde ayarlanmasıyla maksimize edilmelidir. Böylece şu şekilde denklem (5.24) yazılır.

$$z_R = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \right) \quad (5.24)$$

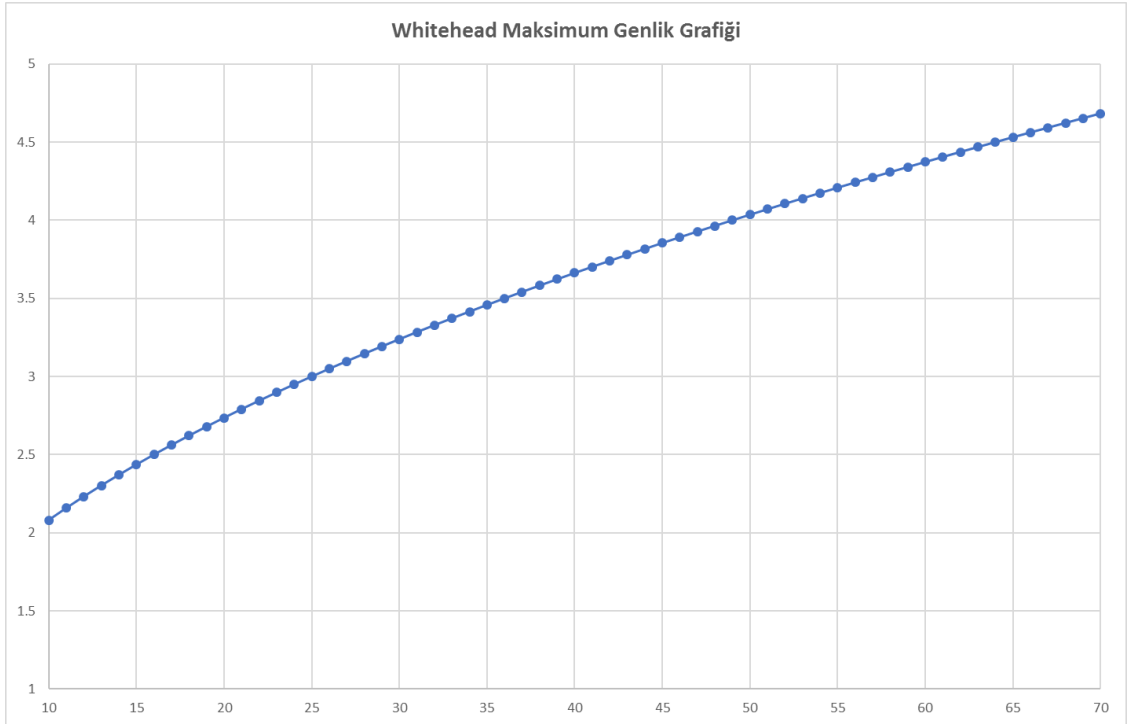
Ve

$$z_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \right) \quad r \neq R \quad (5.25)$$

Denklem (5.23)'den mümkün olan maksimum genlik faktörü ise, Whitehead denklemi;

$$A_{WH} = \frac{x_{max}}{|y_{id}|} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \right) \quad (5.26)$$

Şekilde kanatçık sayısına bağlı maksimum genlik faktörleri gözükmemektedir. 10 ile 70 kanatçıklı diske ait denklem (5.26)'e göre, Şekil 5.1'deki gibi grafik çizdirilmiştir.



Şekil 5.1 WH Maksimum Genlik Faktörü

5.2 Bileşen Mod Sentezi

Dinamik uyarılmaya maruz kalan büyük, karmaşık yapı sistemleri, tam model zorlamalı cevap çözümlerini analitik olarak belirlemek için genellikle hesaplama açısından pahalıdır. Sonlu elemanlar modelinin (FEM) çözüm ağı yoğunluğunu basitçe azaltmak her zaman serbestlik derecelerinin (DOF) azaltılması için uygun bir seçenek değildir, çünkü bu çözüm yakınsamasını olumsuz yönde etkiler.

Model indirgemeye bir alternatif olarak, bileşen veya komponent mod sentezi (CMS) gibi bir tür altyapı bağlama yöntemi kullanılabilir. Bileşen modları terimi, bir altyapı veya bileşen içindeki düğüm yer değiştirmelerini tarif eden temel vektörler olan Ritz Vektörleri veya varsayılan modları; örneğin, özvektörler, sadece bir bileşen modu kategorisi olan bileşen normal modlarıdır [17].

Bileşen mod sentezi (CMS) yaklaşımında üç temel adım gerçekleştirilir: bir sistem FEM'in bileşenlere bölünmesi, bileşen modlarının tanımı ve hesaplanması ve sistemin indirgenmiş modelini (Reduce Order Model) oluşturmak için bileşen modlarının bağlanması.

5.3 Düzenli Sistemlerin Hareket Denklemi

Eksenel veya radyal kanatçıklı diskler şekilde görüldüğü gibi döngüsel simetrik sektörel modeldir ve zorlanmış tepki analizlerinde harmonik metot ile elde edilen hareket denklemi (5.25) verilmiştir.

$$([K^s] - \Omega^2[M^s])\{u^s\} = \{F^s\} \quad (5.27)$$

Burada $[K^s]$, kanatçıklı diskin rijitlik matrisini, $[M^s]$, kanatçıklı diskin kütle matrisini, $\{F^s\}$ yükleme koşulunun vektörünü, $\{u^s\}$, yer değiştirme vektörünü ve Ω , yükleme frekansını belirtmektedir.

5.4 Düzensiz Sistemlerin Hareket Denklemi

Bileşen mod düzensizliği (CMM-Component Mode Mistuning) yönteminde kanatçıklardaki düzensizlikleri literatürde Lim, Bladh ve Castanier [16] tarafından yapılan çalışmada elastiklik modülü düzensizliği olarak incelemiş ve analizlerine yansıtılmıştır.

Elastik modülü değişimi, düzensizlik olarak yapıda rijitlik değeri üzerinde etkili olacaktır. Rijitlik matrisi değişimi denklem (5.28)'da verilmiştir.

$$[K^s] = [K_0^s] + [K_\delta^s] \quad (5.28)$$

Rijitlik matrisi değişim denkleminde yer alan o değeri nominal koşulu ve δ değeri de nominal değere göre olan sapmayı göstermektedir.

Disk kanatçık sisteminde düzensizlik sadece kanatçıklarda olduğu düşünüldüğünde düzensizlik değerini orantısal olarak denklemdeki gibi yazılabilir.

$$[K_\delta^s] = Bdiag[\delta_n^k[K_0]] \quad (5.29)$$

Denklemde yer alan $[K_0]$ değeri düzenli durumdaki nominal rijitlik değeri olup δ_n^k değeri n numaralı kanatçığın düzensizlik şiddetidir. Ön gerilmeli analizlerde $[K_0]$ değeri herhangi bir ön gerilme etkisini de içermektedir. Ön gerilmenin bulunmadığı durumlarda denklem (5.29) deki düzensizlik şiddeti değeri, elastiklik modülündeki sapma değeri olarak da kabul edilebilir. Bdiag[.] blok köşegen (diagonal) matrisi temsil etmektedir.

Düzenli durum denklemlerine düzensiz durum denklemini, rijitlik matrisi değişim denklemini ve düzensizlik orantısal denklemini de dahil edilecek olursa, düzensiz sistemlerin zorlanmış tepki analizlerinde kullanılan hareket denklemi elde edilmiş olur [80].

$$([K_0^s] + Bdiag[\delta_n^k[K_0]] - \Omega^2[M^s])\{u^s\} = \{F^s\} \quad (5.30)$$

5.5 Modal Koordinat Dönüşümü

Modal koordinatlara ait düzenli sistemlerin zorlanmış tepki denklemi, denklem (5.31) de verilmiştir [78], [80].

$$[(\Lambda^s) + \Gamma_a^T[\Phi^s]^T[K_\delta^s]\Gamma_a[\Phi^s]) - \Omega^2[I]]\{\alpha^s\} = \Gamma_a^T[\Phi^s]^T\{F^s\} \quad (5.31)$$

Denklem (5.31) de yer alan $[\Lambda^s]$ değeri sistemin doğal frekanslarının karesinin köşegen matrisi ve $[I]$ birim matristir. Denklem (5.29)'deki Γ değeri, öz vektörlerden yalnızca kanatçıkların serbestlik derecelerinin kullanıldığını belirtmektedir.

Denklem (5.29), denklem (5.31) da yerine yazılıp düzenlendiğinde toplam sektör sayısı N için denklem (5.32) elde edilir [78], [80].

$$\left[\left([A^s] + \sum_{n=1}^N \{ \Gamma_a [\Phi_n^s]^T \delta_n^k [K_0] \Gamma_a [\Phi_n^s] \} \right) - \Omega^2 [I] \right] \{ \alpha^s \} = \Gamma_a [\Phi^s]^T \{ F^s \} \quad (5.32)$$

5.6 Düzensizlik Analizleri için Craig-Bampton İndirgeme Yöntemi ve Parametreler

Denklem (5.32) deki kanatçık matrisi $[K_0]$, sabit ara yüzü Craig-Bampton dönüşümünü uygulanarak yaklaşık olarak tahmin edilebilir. Craig-Bampton (C-B) dönüşümü denklem (5.32) de verilmiştir [78], [80].

$$\{u^B\} = [T]\{q\} \quad (5.33)$$

Denklem (5.33) de yer alan $\{q\}$ değeri genelleştirilmiş Craig-Bampton koordinatlarını, $[T]$ değeri de dönüşüm matrisini olarak tanımlamaktadır.

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & [I] \\ [\Phi^B] & [\Psi^B] \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Denklem (5.34) deki $[\Phi^B]$ değeri, disk kanatçık sisteminin ara yüzünün sabitlendiğini varsayılarak türetilen kanatçık modlarının kümesi, $[\Psi^B]$ değeri de statik mod şekilleridir.

$$[\Psi^B] = [K_{ii}]^{-1} [K_{ib}] \quad (5.35)$$

Denklem (5.35)'de yer alan i ve b indisleri, kanatçığın iç ve sınır (ara yüz) serbestlik derecelerindeki paylaşımı göstermektedir.

Craig-Bampton dönüşümü kanatçığın rijitliğine uygulanacak olursa;

$$[\hat{K}_0] = [T]^T [K_0] [T] \quad (5.36)$$

Denklem (5.36) de yer alan indirgenmiş kanatçık matrisi $[\hat{K}_0]$, indirgenmemiş kanatçık matrisi $[K_0]$ a göre oldukça küçüktür. Sonlu elemanlar modelleri matrisler üzerinden çözüm gerçekleştirdiği için indirgenmiş matrisin kullanılması analiz çözüm sürelerini büyük bir ölçüde kısaltmaktadır. Craig-Bampton koordinatları $\{q\}$ modal koordinat dönüşüm denklemlerine de yansıtılabilir.

$$\Gamma_a [\Phi_n^s] = [T] [q_n] \quad (5.37)$$

Denklem (5.33) deki kanatçık rijitlik değeri Craig-Bampton indirgeme yöntemi kullanılarak yazılabilir.

$${}^T_a[\Phi_n^s]^T \delta_n^k [K_0] {}^T_a[\Phi_n^s] = [q_n]^T \delta_n^k [\hat{K}_0] [q_n] \quad (5.38)$$

Component Mode Mistuning (CMM) düzensizlik yaklaşımı bize azaltılmış hareket denklemleri içinde döngüsel büyüklüklerin kullanılmasına izin verir.

Craig – Bampton koordinatları ya da modal katılım faktörleri (modal participation factors) n. Sektörün Silindirik koordinatlarda aşağıdaki denklem (5.39)'daki gibi ifade edilebilir.

$$[q_n] = (\{F_n\} \otimes [I]) \tilde{B} diag([\tilde{q}_h]) \quad (5.39)$$

Denklem (5.39) de yer alan $\{F_n\}$ değeri $[F]$ değerinin n inci satırıdır.

Denklem (5.38) ve (5.39) denklem (5.32) de yerine yazılacak ve denklem (5.32) yeniden düzenlendiğinde;

$$\left[\left([A^s] + \sum \delta_n^k \tilde{B} diag([\tilde{q}_h]^T (\{F_n\}^T \otimes [I]) [\hat{K}_0] (\{F_n\} \otimes [I]) \tilde{B} diag([\tilde{q}_h])) \right. \right. \\ \left. \left. - \Omega^2 [I] \right) \right] \{f^s\} = \{f^s\} \quad (5.40)$$

Denklem (5.40) de yer alan $\{f^s\}$ değeri modal yük vektörüdür.

$$\{f^s\} = \tilde{B} diag([\tilde{q}_h]^T ([F]^T \otimes [I]) \{F^s\} \quad (5.41)$$

Denklem (5.32) silindirik koordinatlarda tekrar yazıldığında;

$${}^T_a[\tilde{\Phi}_h] = [T][\tilde{q}_h] \quad (5.42)$$

Denklem (5.39) daki $[\tilde{q}_h]$ değeri parçalarına ayrılacak olursa;

$$[\tilde{q}_h] = \begin{bmatrix} [\tilde{q}_{\phi,h}] \\ [\tilde{q}_{\psi,h}] \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Denklem (5.35) yardımı ile tekrar yazıldığında;

$$[\tilde{q}_{\psi,h}] = {}^T_a[\tilde{\Phi}_{b,h}] \quad (5.44)$$

Denklem (5.44) deki ${}^T_a[\tilde{\Phi}_{b,h}]$ değeri kanatçık ara yüzündeki sistem modlarıdır. Denklem (5.42) aşağıda verilen denklem (5.45) ile çarpılacak ve modların ortogonalitesi kullanılacak olursa:

$$\begin{bmatrix} [\Phi^B] \\ 0 \end{bmatrix}^T [K_0] \quad (5.45)$$

$$[\tilde{q}_{\phi,h}] = [\Lambda^B]^{-1} \begin{bmatrix} [\Phi^B] \\ 0 \end{bmatrix}^T [K_0] {}^T_a[\tilde{\Phi}_h] \quad (5.46)$$

Denklem (5.46)'da yer alan $[\Lambda^B]$ ve $[\Phi^B]$ değerleri sırasıyla Craig-Bampton indirgeme yöntemindeki doğal frekanslarının karesi ve mod şekilleridir [78], [80].

5.6.1 Düzensizlik Parametreleri

Lim ve Ark. düzensizlik analizlerinde kullanılan düzensizlik şiddeti δ_n^k her bir kanatçığın elastiklik modülündeki sapma olarak tanımlanmaktadır. Düzensiz bir kanatçıktaki yeni elastiklik modülü değeri denklem (5.47) yardımı ile hesaplanmaktadır [6].

$$E_n = (1 + \delta_n^k) E_0 \quad (5.47)$$

Denklem (5.47)'de yer alan E_0 değeri düzenli durumdaki elastiklik modülünün değerini temsil etmektedir.

Elastiklik modülündeki değişim dolaylı olarak yapının rijitliğini de değiştireceği için kanatçıkların doğal frekansları da değişmektedir. Kanatçıklardaki her bir doğal frekansı bağımsız olarak değiştirmek için frekansa bağlı düzensizlik parametresinin kullanılması gerekmektedir.

$$\delta f_i^n = \left(\frac{\bar{\omega}_i^n}{\omega_i^n} \right)^2 - 1 \quad (5.48)$$

Denklem 5.38 de yer alan ω_i^n değeri n numaralı düzenli kanatçığın i inci nominal frekansı iken, $\bar{\omega}_i^n$ değeri de n numaralı düzensiz kanatçığın i inci frekansıdır.

Craig-Bampton indirgeme yöntemindeki rijitlik değeri denklem (5.34) deki dönüşüm uygulandıktan sonra aşağıdaki şekli almaktadır.

$$[\hat{K}_0] = \begin{bmatrix} [K_{mm}] & 0 \\ 0 & [\Lambda^B] \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

Düzensiz bir kanatçıktaki ortalama frekans değeri ise denklem (5.50) de verilmiştir.

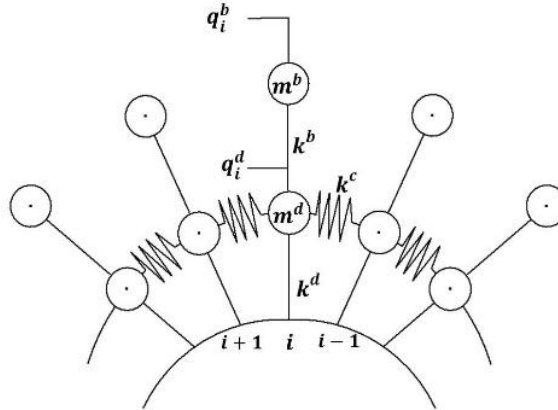
$$\delta \bar{f}^n = \sum (\delta f_i^n) / N_f \quad (5.50)$$

Denklem (5.50)'de yer alan N_f değeri kanatçık frekanslarının sayısı olup, sonuç olarak rijitlik değerinin değiştirilmesiyle gerçekleştirilen düzensizliği denklem (5.51) ile kanatçıklarda düzensizlikleri tanımlamaya imkân veren Ansys'de kullanılacak olan hesaplama denklemi tanımlanmaktadır [16], [78], [80].

$$\delta_n^k [\hat{K}_0] = \begin{bmatrix} \delta \bar{f}^n & \dots & 0 \\ \vdots & \delta \bar{f}_1^n [\Lambda_1^B] & \vdots \\ 0 & \dots & \delta f_{N_f}^n [\Lambda_{N_f}^B] \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

MODELLEME ve ANALİZ

Disk kanatçık sistemleri, ayırık parametre modelleri veya detaylı sonlu eleman modelleri ile modellenebilen döngüsel simetrik sistemlerdir. Parçalı parametre modelleri (Şekil 6.1), gerçek disk kanatçık sistemlerinin temel titreşim özelliklerini gösteren teorik modellerdir. Bu modeller, sistem parametrelerinin belirlenmesi için ayrıntılı modelleme çalışmaları gerektirir ve bu nedenle kullanımları sınırlıdır. Tasarım optimizasyonunda doğrudan kullanım için sonlu elemanlar modelleri (FEM), milyon serbestlik dereceleri (DOF) içerir. Sonlu eleman modellerinin tüm sistem matrislerini kullanmak yerine, tasarım optimizasyonu için sistemlerin azaltılmış düzen modelleri (ROM) kullanılmaktadır.



Şekil 6.1 İki Serbestlik Dereceli Parçalı Kütle Sistemi [85]

Bu çalışmada, akademik parametrik modeller bahsedilecek ve sonlu elemanlar model için döngüsel simetrik model olacak olan sonlu eleman modeli, düzenli ve düzensiz durum analiz adımları ve detaylıca anlatılacaktır.

6.1 Sonlu Elemanlar Temel Bilgileri

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözüm şeklidir. Mühendislik ve matematiksel fizik problemlerini çözmek için kullanılan sayısal bir yöntemdir. Mühendislik ve matematiksel fiziğin ilgilendiği tipik problemlerde olan yapısal tasarım, ısı transferleri, akışkan sistemler, kütle taşınımı, gibi sonlu elemanlar yöntemi ile çözülebilen problemlerdir [86].

6.1.1 Sonlu Elemanlar Aşamaları

Sonlu elemanlar yöntemi yazılımının yürütülmesi genellikle üç aşamaya ayrılabilir;

Pre-Processing - Ön İşleme aşaması; eleman tiplerinin tanımlanması, sistemin iç içe geçirilmesi, her bir elemana malzeme özellikleri atanması ve sınır koşullarının ve yüklerin ayarlanmasını içerir. Sorunun ardındaki fiziksel prensiplerin anlaşılması, modelleme tekniğinin kendisinden daima daha önemlidir. Sınır koşulları yanlışsa veya eleman tipi doğru seçilmemişse, sonuçlar hatalı olabilir.

Processing - İşleme aşaması; Önceden işlenmiş model bir çözücüye yüklenir ve daha sonra çözücü sertlik matrisini birleştirir ve tüm Serbestlik Derecelerini (DOF) hesaplar. Bu işlem, öğelerin sayısına ve bilgisayarın hesaplama yeteneğine bağlı olarak birkaç saniye ile birkaç gün sürebilir.

Post-Processing - İşlem Sonrası aşama; hesaplanan verilerin görselleştirilmesine izin verir. Hesaplanan DOF'lara dayanarak, kullanıcının tercihi göre farklı grafikler çizilebilir. Örneğin, hesaplanan DOF'lar yer değiştirmeler şeklinde olmasına rağmen, biri gerilme veya gerginlik dağılımını seçebilir. Sonuçların görselleştirilmesi yapı değişiklikleri için çok doğrudan bir fikir sağlar.

6.2 Dinamik Analiz

Sistemde yükler aniden ve/veya zamana bağlı olarak şiddeti değişken şekilde etkiyorsa bu sistemler dinamik sistem olarak adlandırılır.

Dinamik yüklemeye maruz kalmış sistemler kütle ve ivmenin etkisi açığa çıkar ve dinamik sistemlerin analizinde dinamik denge ve zaman boyutuna bağlı yerdeğiştirmeler göz önüne alınmalıdır. Bu sistemlerin analizine dinamik analiz denilmektedir.

Esasen sistemlerin tamamı dinamik sistemler olup statik sistem kabülü yükün kademe uygulanması ve yükün yavaş hareket etmesi şartlarına bağı olarak sistem hakkında elverişli tasarım ve boyutlandırma için fikir veren bir yaklaşımdır.

Dinamik yüklemekten kaynaklanan titreşimler birçok makine, yapı ve dinamik sistem için uygun değıldir. Bu titreşimler sadece yarattıkları istenmeyen hareketlerden dolayı değıl, aynı zamanda performans ve enerji kaybının yanı sıra yorulmaya neden olan dinamik gerilme ve aşınma nedeniyle kontrol altında tutulmalıdır. Bunun için sistemlerin dinamik yüklere etkisini inceleyen yapısal titreşim analizi yapılmalıdır.

Ele alınan yapı veya sistemin doğal frekansı ve maruz kaldığı cevabını bulmak için mutlaka analizi edilmeli ve rezonans durumunu ortaya çıkacağı doğal frekansları açığa çıkarılmalıdır. Rezonans durumu ise yüksek genlikler, yüksek dinamik gerilmeler v eses gürültü gibi sonuçlar açığa çıkar, tasarımda rezonans ve bölgesinden kaçınılmalı ve çalışma şartları buna göre dizayn edilmelidir. Bu sebeple yapısal sistemin daimik analizine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada gaz türbinine ait disk kanatçık sisteminin yapısal dinamik analizi yapılmıştır. Dinamik analiz çerçevesinden modal analiz ve campbell diyagramı çıkarılacaktır.

6.2.1 Titreşim

Bir katı cisim elastik olarak denge halinden uzaklaştırılarak serbest bırakılırsa, yeniden denge haline dönünceye kadar bir titreşim hareketi yapar. Cisim içinde hapsedilmiş olan şekil değıştirme enerjisi nedeniyle meydana gelen ve periyodik olarak cereyan eden bu hareket serbest titreşim olarak adlandırılır. Birim zamanda meydana gelen salınım hareketi de frekans olarak, salınım sırasında cismin yaptığı en büyük şekil değıştirme hareketi de genlik olarak adlandırılır. Gerçek hayatta sönümleme etkisi gösteren bir çok nedenle salınım zamanla yavaşlar ve cisim denge halinde tekrar durur.

Modal analizde, yapının doğal frekansları ve mod şekilleri elde edilir. Bunlar, yapının serbest titreşim özelliğini belirleyen elementlerdir. Bu özellik sadece sistemin fiziksel özelliklerine bağlıdır. Serbest titreşim modları ve doğal frekanslar, yapının zorlayıcı kuvvetler altındaki tepkisini belirlemeye yardımcı olur. Sistemdeki rezonans bölgelerini ve giriş frekanslarını belirlemek için doğal frekansları bilmek önemlidir.

6.2.2 Modal Analiz

Modal analizin amacı, bir yapının doğal frekanslarını, sönümleme faktörlerini ve titreşim modu şekillerini belirlemektir. Bu analizden elde edilen sonuçlar temel dinamik davranışı karakterize eder ve yapının dinamik yüklemeye nasıl tepki verdiğinin bir göstergesidir.

Titreşimler günlük hayatta her yerde karşımıza çıkmaktadır. Genellikle gürültü rahatsızlıkları gibi istenmeyen etkilere sahip olabilirler veya bir yapı tahribatına bile neden olabilirler. Son otuz yıl, yapısal dinamik davranışın daha iyi anlaşılmasına büyük bir ilgi göstermiş ve modal parametrelerin, yani doğal frekansların, sönüm oranlarının ve mod biçimlerinin tanımlanmasının, yapısal dinamiklerin önemli bir endişesi haline geldiği görülmüştür. Teknik literatürde modal analiz olarak adlandırılır [87], [88], [89] ve iki önemli varsaymaya dayanır: yapının doğrusallığı ve zaman değişmezliği. Modal parametrelerin bilgisi yapısal modifikasyon [89], yapısal bütünlük ve güvenilirliğin değerlendirilmesi [90], yapısal sağlık izleme ve model güncelleme gibi çeşitli amaçlara hizmet edebilir.

Modal analizinin amacı, bir yapının doğal frekanslarını, sönümleme faktörlerini ve titreşim modu şekillerini belirlemektir. Bu analizden elde edilen sonuçlar temel dinamik davranışı karakterize eder ve yapının dinamik yüklemeye nasıl tepki verdiğinin bir göstergesidir [91].

6.2.2.1 Analitik Formülasyon

Herhangi bir yapıda kinetik enerji ile potansiyel enerji arasındaki fark Langrange olarak isimlendirilir,

$$L = T - \Pi \quad (6.1)$$

olarak gösterilir. Rastgele alınmış bir t_1 - t_2 zaman aralığında cismin hareket durumu

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L dt \quad (6.2)$$

fonksiyoneli minimum veya maksimum değerini alır. Bu durum Hamilton prensibi olarak adlandırılır. Eğer L genel değişkenler ($q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, dq_1/dt, dq_2/dt, \dots, dq_n/dt$) cinsinden ifade edilebilirse, hareket denklemleri

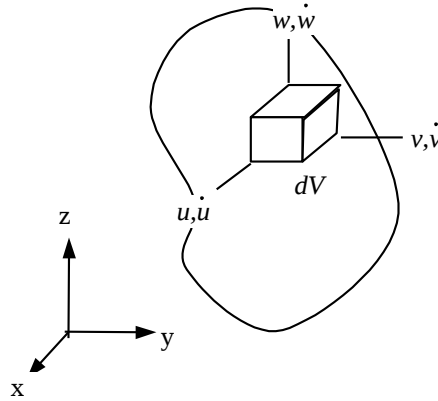
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_i} = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (6.3)$$

şeklinde yazılabilir.

Prensibi Şekil 6.2'de verilen yayılmış kütleli katı cisim ele alalım. Potansiyel enerji için daha önce gerekli ifadeler elde edilmiştir. Cisim için kinetik enerji ifadesi,

$$T = 1/2 \int_V \{\dot{u}\}^T \{\dot{u}\} \rho dv \quad (6.4)$$

Denklem (6.4) şeklinde yazılabilir. Burada ρ yoğunluk $\{u\}$ ise u —, v —, w — bileşenlerine sahip x noktasının hız vektörüdür.



Şekil 6.2 Yayılmış Kütleli Katı Cisim, Diferansiyel Hacim Üzerinde Şekil Değiştirme ve Hız Bileşenleri

$$\{\dot{u}\} = [\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}]^T \quad (6.5)$$

Sonlu eleman modelinde cisim belirli sayıda elemanlara bölünerek yer değiştirmeler düğüm yer değişimleri cinsinden ve şekil fonksiyonları yardımıyla,

$$\{u\} = [N]\{q\} \quad (6.6)$$

şeklinde gösterildiğinden, dinamik analizde düğüm yer değişimleri vektörü zamana bağlı olarak değiştiğinden hız vektörü benzer şekilde,

$$\{\dot{u}\} = [N]\{\dot{q}\} \quad (6.7)$$

olarak yazılabilir. Bunu kinetik enerji eşitliğinde yerine koyarak eleman bazında yazarsak,

$$T_e = 1/2\{\dot{q}\}^T \left[\int_e \rho [N]^T [N] dV \right] \{\dot{q}\} \quad (6.8)$$

olur. Parantez içindeki ifade eleman kütle matrisini verir.

$$[m]_e = \int_e \rho [N]^T [N] dV \quad (6.9)$$

Burada elde edilen matris yayılmış kütle matrisi olarak adlandırılır. Seçilen şekil fonksiyonlarına bağlı olarak elde edilir. Daha sonra bahsedileceği üzere kütlelerin düğümlerde toplanmış olarak kabul edildiği yığılmış kütle matrisi de vardır. Kütle matrisi daha önce gösterilen yöntemlerle toplanarak sistemin kütle matrisi elde edilir. Böylece,

$$T = \sum_e T_e = \sum_e 1/2\{\dot{q}\}^T [m]_e \{\dot{q}\} = 1/2\{\dot{Q}\}^T [M] \{\dot{Q}\} \quad (6.10)$$

elde edilir. Potansiyel enerji ifadesi daha önceden,

$$\Pi = 1/2\{Q\}^T [K] \{Q\} - \{Q\}^T \{F\} \quad (6.11)$$

olarak elde edildiğinden, L eşitliği,

$$L = 1/2\{\dot{Q}\}^T [M] \{\dot{Q}\} - 1/2\{Q\}^T [K] \{Q\} + \{Q\}^T \{F\} \quad (6.12)$$

olarak elde edilir. Buradan hareket denklemi

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{F\} \quad (6.13)$$

olarak bulunur. Serbest titreşim durumunda yük yoktur. Bu nedenle hareket denklemi

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [K]\{Q\} = 0 \quad (6.14)$$

olarak indirgenebilir. Kararlı durumda denge halinden başlanarak yer değişimi ifadesini,

$$\{Q\} = \{U\}\sin\omega t \quad (6.15)$$

ile hesaplayabiliriz. Burada $\{U\}$, düğümlerin titreşim genliği, ω (rad/s) ise dairesel salınım frekansıdır. Böylece,

$$[K]\{U\} = \omega^2 [M]\{U\} \quad (6.16)$$

elde edilir. Genel özdeğer problemi formülasyonu da,

$$[K]\{U\} = \lambda [M]\{U\} \quad (6.17)$$

şeklinde dir. Burada $\{U\}$ titreşim modunu temsil eden özvektör λ de buna karşılık gelen özdeğerdir. Burada elde edilen eşitlikler sonlu elemanlarla modellemenin diğer temel yöntemlerinden olan Galerkin yaklaşımı ve virtüel işler prensipleri ile de elde edilebileceği gibi D'alambert prensibinin uygulanmasıyla da aynı sonuca ulaşılır.

Bu denklemden yapıya ait özdeğer denklemi (6.18) olarak elde edilir.

$$\det[K - \omega^2 M] = 0 \quad (6.18)$$

Denklemin çözümünden serbestlik derecesi kadar sönümsüz doğal frekans elde edilir [92].

Bu bir özdeğer problemidir ve çözümü için λ_r özdeğerlerini ve $\{U\}$ özvektörlerini verir.

Buradan $\lambda_r = \omega_r^2$ ile ω_r doğal frekansları ve $\{U\}$ mod şekilleri bulunabilir.

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (6.19)$$

Determinantın içini sıfır yapan değer incelendiğinde ve $\omega = 2\pi f$ yerine konulduğunda alttaki doğal frekans denklemi elde edilir.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (6.20)$$

6.2.3 Harmonik Analiz

Herhangi bir dış kuvvetin sistemi titreştirmek üzere etki etmesi halinde oluşan titreşimlere zorlanmış titreşimler denir. Bu tür titreşimleri oluşturan kuvvete zorlayıcı kuvvet denir. Mekanik sistemlerde, titreşim doğrudan çok çeşitli zorlayıcı kuvvetler vardır. Bu kuvvetler, ayrı ayrı titreşim oluşturdıkları gibi birkaçı beraber de sisteme etki edebilirler [93].

Herhangi bir sistemin titreşim analizi yapılırken sisteme etki eden bütün kuvvetleri dikkate almak gerekir. Genelde titreşim oluşturan zorlayıcı kuvvetleri üç ayrı grupta sınıflandırılması mümkündür [93].

1. Zorlayıcı dış kuvvetler
2. Dengelenmemiş kütlelerin oluşturduğu kuvvetler
3. Yapıdan sisteme gelen kuvvetler

Yapının belirli bir frekansta sabit durumlu bir sinüzoidal (harmonik) yükleme altındaki tepkisini belirlemek için harmonik bir analiz kullanılır. Dinamik sistemler genellikle zorlayıcı veya uyarıcı olarak adlandırılan dış etkilere maruzdurlar. Bu zorlayıcı etkiler zamanın fonksiyonudur.

Modelin dinamik karakteristiklerini anlamak için harmonik analizden önce daima serbest titreşim analizi, modal analiz yapılmalıdır.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (6.21)$$

$[M]$ = Yapının kütle matrisi

$[C]$ = Yapının sönüm matrisi

$[K]$ = Yapının rijitlik matrisi

$\{\ddot{u}\}$ = ivme vektörü

$\{\dot{u}\}$ = hız vektörü

$\{u\}$ = yerdeğiştirme vektörü

$\{F^a\}$ = uygulanan yük vektörü

Yukarıda belirtildiği gibi, yapıdaki tüm noktalar aynı bilinen frekansta hareket eder, ancak zorunlu olarak fazda değildir. Ayrıca, sönümlenmenin varlığının faz kaymalarına neden olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, yer değiştirmeler şöyle tanımlanabilir:

$$\{u\} = \{u_{max} e^{i\phi}\} e^{i\Omega t} \quad (6.22)$$

Burada u_{max} maksimum yer değiştime, i imajiner sayı, $\Omega = 2\pi f$ çevresel frekans, ϕ faz kayması yerdeğiştirmesi.

Her serbestlik derecesinde u_{max} ve ϕ farklı olabilir. Karmaşık gösterimin kullanılması, sorunun kompakt ve etkili bir şekilde tanımlanmasına ve çözümüne olanak sağlar. Denklem tekrar yazıldığında;

$$\{u\} = \{u_{max}(\cos \phi + i \sin \phi)\} e^{i\Omega t} \quad (6.23)$$

Veya

$$\{u\} = (\{u_1\} + i\{u_2\}) e^{i\Omega t} \quad (6.24)$$

Burada yer alan $\{u_1\} = \{u_{max} \cos \phi\}$ ve $\{u_2\} = \{u_{max} \sin \phi\}$ reel ve imajiner yerdeğiştirme vektörüdür.

Kuvvet vektörü yer değiştirmeye benzer şekilde belirtilebilir:

$$\{F\} = \{F_{max} e^{i\psi}\} e^{i\Omega t} \quad (6.25)$$

$$\{F\} = \{F_{max}(\cos \psi + i \sin \psi)\} e^{i\Omega t} \quad (6.26)$$

$$\{F\} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t} \quad (6.27)$$

Burada yer alan F_{max} kuvvet genliği, ψ kuvvet faz kayması ve $\{F_1\}$ ve $\{F_2\}$ reel ve imajiner kuvvet vektörlerini göstermektedir.

Denklemleri birleştirdiğimizde harmonik titreşim hareket denklemi;

$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])(\{u_1\} + i\{u_2\}) e^{i\Omega t} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t} \quad (6.28)$$

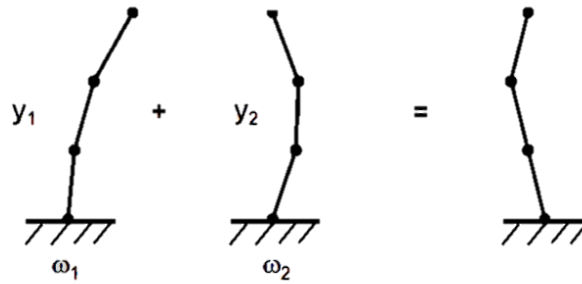
Denklemin her iki tarafında yer alan $e^{i\Omega t}$ ile sadeleştirilirse; nihai alttaki halini alır,

$$-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K]\{\{u_1\} + i\{u_2\}\} = \{\{F_1\} + i\{F_2\}\} \quad (6.29)$$

6.2.3.1 Mod Süperpozisyon Yöntemi

Mod birleştirme “Mode Superposition” olarak da adlandırılan harmonik analiz türüdür. Modal süperpozisyon, çözüm elde etmek için güçlü ve tercih edilen bir yaklaşımdır. Hem serbest titreşim hem de zorlanmış titreşim problemleri için geçerlidir. Serbest titreşim modunu kullanmak için hareket denklemlerini ayırmak için şekiller oluşturur. Kalıcı koordinatlar için çözüm, her bir denklemi bağımsız olarak çözerek elde edilebilir. Modsal koordinatların süperpoze edilerek üst üste gelmesi, orijinal denklemlerin çözümünü verir [94].

En pratik problemler için tüm mod şekillerini kullanmak gerekmez. Sadece ilk birkaç mod şekli ile süperpozisyon yoluyla iyi yaklaşık çözümler elde edilebilir. Şekil 6.3’de mod süperpozisyonuna örnek gösterilmiştir.



Şekil 6.3 Süperpozisyon Örneği

Diğer bir ifade ile; lineer doğrusal yapıların dinamik tepki analizleri yapılırken, mod süperpozisyon hesaplama süresini azaltmak için güçlü bir tekniktir. Bu metodu kullanarak, bir yapının dinamik cevabına az sayıdaki öz modlarının bir üst üste bindirilmesiyle yaklaşılabılır [95].

Mod süperpozisyonu, yüklemenin frekans içeriği sınırlı olduğunda en kullanışlıdır. Frekans bölgesinde analizler yaparken özellikle yararlıdır, çünkü yükleme frekansları bilinmektedir. Dalga yayılım problemleri, bu teknik için uygun değildir, çünkü çok yüksek frekansları içerirler.

Hareket denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir [80].

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (6.30)$$

F, zamana göre değişen yük vektörüdür;

$$\{F\} = \{F_{nd}\} + s\{F^s\} \quad (6.31)$$

Burada yer alan $\{F_{nd}\}$ zamana bağılı düğüm kuvvetler, s yük vektör ölçek faktörü ve $\{F^s\}$ ise modal analizden elde edilen yük vektörüdür [96].

Modal kordinat y_i ve $\{\phi_i\}$ i. Mod şekli (özdeğeri) ve n kullanılacak mod sayısını belirtir ve denklem ise;

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i \quad (6.32)$$

Denklemden $\{u\}$ yerleştirilirse;

$$[M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \dot{y}_i + [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i = \{F\} \quad (6.33)$$

Denklemin her iki tarafı $\{\phi_j\}^T$ mod şeklinin transpoz'u ile çarpılırsa denklemin nihai hali alltaki gibidir.

$$\begin{aligned} & \{\phi_j\}^T [M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \ddot{y}_i + \{\phi_j\}^T [C] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \dot{y}_i \\ & + \{\phi_j\}^T [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i = \{\phi_j\}^T \{F\} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Doğal mod şekillerinin ortogonal durumu dikkate alındığında;

$$\begin{aligned} & \{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \\ & \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \\ & \{\phi_j\}^T [C] \{\phi_i\} = 0 \quad i \neq j \end{aligned} \quad (6.35)$$

Mod süperpoze yönteminde Lanczos ve diğer çıkarım yöntemlerini kullanır ve sadece Rayleigh veya sabit sönüm oranı kullanmaya izin verir, öyle ki;

Denklemin (6.35)'de $i=j$ yapıldığında;

$$\begin{aligned} & \{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} \ddot{y}_j + \{\phi_j\}^T [C] \{\phi_j\} \dot{y}_j \\ & + \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\} y_j = \{\phi_j\}^T \{F\} \end{aligned} \quad (6.36)$$

Katsayılar; $\ddot{y}_j$, $\dot{y}_j$ ve y_j türetilirse;

Katsayılar $\ddot{y}_j$;

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} = 1 \quad (6.37)$$

Katsayılar $\dot{y}_j$;

Sönümleme terimi, modal koordinatın tek bir DOF sistemi genel hareket denklemi olarak ele alınmasına dayanmaktadır.

$$\{\phi_j\}^T [C] \{\phi_j\} = C_j \phi_j^2 \quad (6.38)$$

Ve

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} = M_j \phi_j^2 = 1 \quad (6.39)$$

Tek serbestlik dereceli yay kütle sistemi ele alındığında alttaki eşitlik elde edilir.

$$\phi_j = \frac{1}{\sqrt{M_j}} \quad (6.40)$$

Literatürde yer alan; Tse ve ark. kitabında yer aldığı üzere [97] alttaki eşitlik yazılabilmektedir.

$$C_j = 2\xi_j \sqrt{K_j M_j} \quad (6.41)$$

Burada yer alan ξ_j ; j modu için kritik sönüm oranıdır ve ω_j ise bu moda ait doğal frekansı vermektedir.

$$\omega_j = \sqrt{K_j / M_j} \quad (6.42)$$

Çıkarılan denklemleri birleştirildiğinde alttaki eşitlik elde edilir.

$$\{\phi_j\}^T [C] \{\phi_j\} = C_j \phi_j^2 = 2\xi_j \sqrt{K_j M_j} \left(\frac{1}{\sqrt{M_j}} \right)^2 = 2\xi_j \omega_j \quad (6.43)$$

Katsayılar y_j ;

Doğal frekans determinant sıfır olduğu durumun denklemi olan eşitlik ele alındığında;

$$(-\omega_j^2[M] + [K])\{\phi_i\} = 0 \quad (6.44)$$

Burada eşitliği sağlandığında;

$$\omega_j^2[M] = [K])\{\phi_i\} \quad (6.45)$$

Elde edilen denklemin her iki tarafı $\{\phi_j\}^T$ ile çarpılığında elde edilen eşitlik;

$$\{\phi_j\}^T [K]\{\phi_j\} = \omega_j^2 [M]\{\phi_j\}^T \{\phi_j\} \quad (6.46)$$

Ve elde edilmiş olan $\{\phi_j\}^T [M]\{\phi_j\} = 1$ eşitliğinden denklemde yerine konulduğunda;

$$\{\phi_j\}^T [K]\{\phi_j\} = \omega_j^2 \overbrace{[M]\{\phi_j\}^T \{\phi_j\}}^1 \quad (6.47)$$

$$\{\phi_j\}^T [K]\{\phi_j\} = \omega_j^2$$

hareket denklem (6.48), matrislerin eşitlikleri yerleştirildiğinde modal koordinatların hareket denklemi olan (6.49) elde edilir.

$$\begin{aligned} \{\phi_j\}^T [M]\{\phi_j\}\ddot{y}_j + \{\phi_j\}^T [C]\{\phi_j\}\dot{y}_j \\ + \{\phi_j\}^T [K]\{\phi_j\}y_j = \{\phi_j\}^T \{F\} \end{aligned} \quad (6.48)$$

$$\ddot{y}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = f_j \quad (6.49)$$

j herhangi bir modu temsil ettiğinden, elde edilen eşitlikteki n bilimeyen Y 'nin ayrık sistemin denklemini temsil eder.

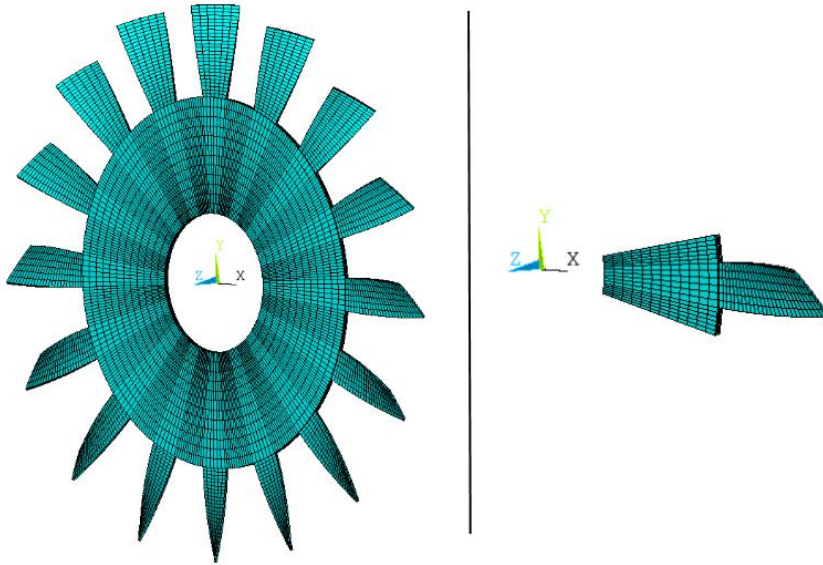
Ayrık sistemlerin avantajları, özdeğerlerin hesaplaması maliyetli ve zaman alan sistemlerin bu sayede modal koordinatlarda uygun ve kısa süreli bir şekilde analiz edilebildiğidir.

Burada yer alan y_j tekrar $\{u\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\}y_i$ denklemi ile yer değişimlerinin $\{u\}$ hesaplanabilir olmasıdır [80], [97].

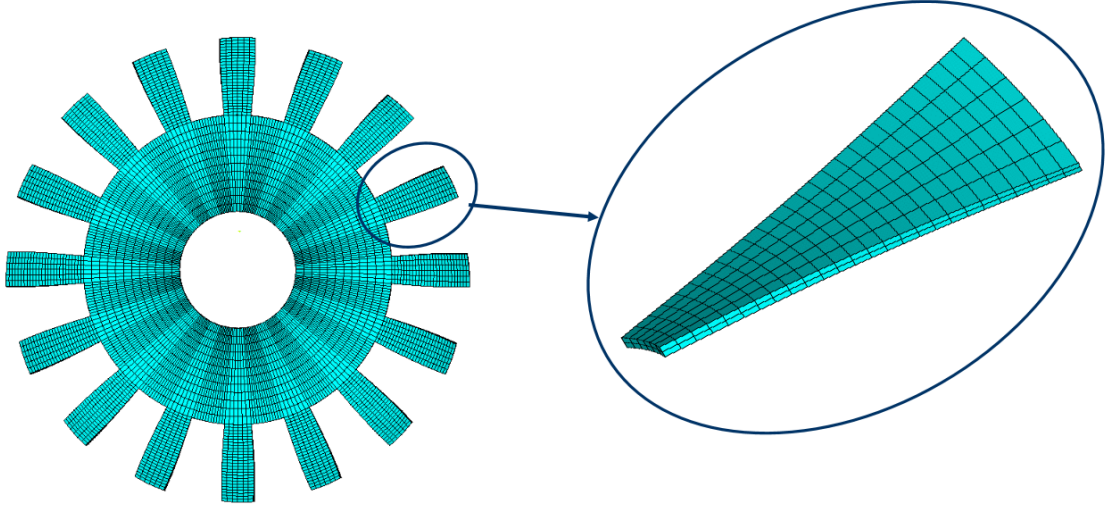
6.3 Akademik Rotor Modeli

Önceki bölümlerde anlatıldığı üzere disk kanatçık sistemlerinde meydana gelebilecek düzensizlik koşulları için indirgeme yaklaşımları ile istatistiksel çalışmalarda yer alacak literatürde de mevcutta bulunan ve sonlu eleman analizinde kullanılmak üzere parametrik akademik disk ve kanatçık olan rotor sonlu eleman modelidir. Çalışma kapsamında oluşturulan 10, 12, 16, 20 ve 22 kanatçıklı akademik rotor modeli üzerinde çalışılacaktır ve incelenen düzenli ve düzensiz durum sonuçları ve istatistiksel düzensiz durum sonuçları verilecektir [15].

Şekil 6.4’de 16 kanatçıklı 360 derece full model ve 22,5 derece sektör açısı olan 16 kanatçıklı yapıya ait sektör model gösterilmiştir. Disk ölçüleri; dış çap, 400 mm ve iç çap 180 mm, kanatçıkla beraber dış çap ise 580 mm ve kalınlığı 10 mm’den oluşmaktadır. Disk ve kanatçık sisteminin dönme eksen Z olacak şekilde yerleştirilmiştir. Kanatçığa ait burulma açısı tayin edilmiş olup (Şekil 6.5), bu değerler; istatistiksel analizde kullanılacak olan parametrik kanatçık sayılı ve parametrik sönüm oranı olan çalışmada uygulanmıştır.



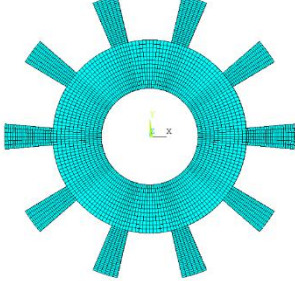
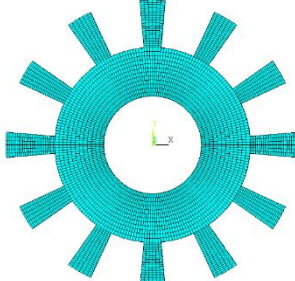
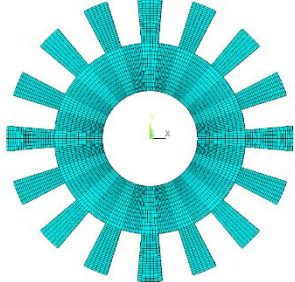
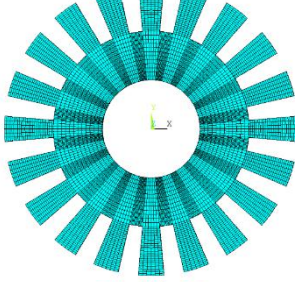
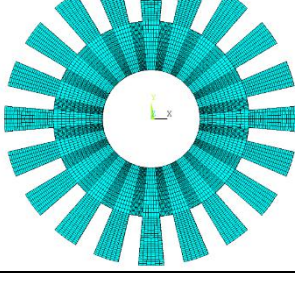
Şekil 6.4 16 Kanatçıklı Tam ve Sektör Rotor Modeli



Şekil 6.5 Bükümlü (Twisted) Kanatçıklı Model

Çizelge 6.1’de 10, 12, 16, 20 ve 22 kanatçıklı analiz modeline ait çözüm ağı gösterilmiştir.

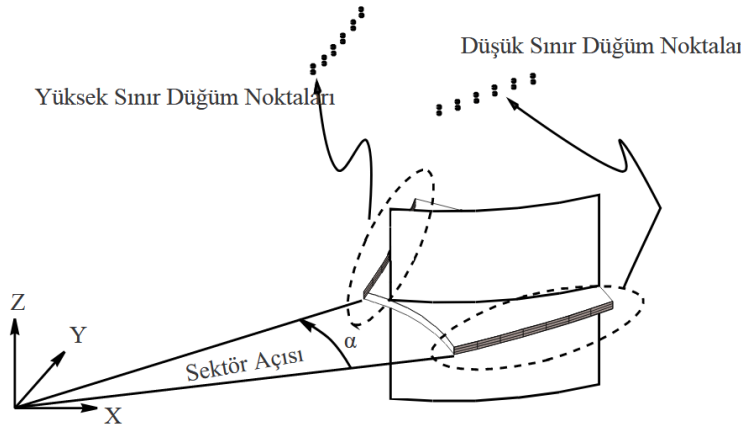
Çizelge 6.1 ANSYS Farklı Kanatçık Sayılarındaki Rotor Modelleri

ANSYS Modeli	Rotor Modeli Kanatçık Sayısı
	10
	12
	16
	20
	22

6.3.1 Döngüsel Simetri

Gaz türbin komponentleri çevresel veya döngüsel periyodik yapılardır ve diskler, kanatçıklar, disk-kanatçıklı yapılar (blisk) ve halkalı kanatçıklar (bladed-rings veya bling) dönme eksenini etrafında tekrarlı yapılar oldukları için alt sistem olarak temsil edilebilirler. Sonlu elemanlar modellemesi yaparken bunu method döngüsel simetri “cyclic symmetry” olarak adlandırılır. Döngüsel olan tekrarlı bölgeye ise sektör adı verilmektedir. Düzensiz kanatçıklı disklerin tüm disklerin modellenmesi hesaplama açısından pahalı ve zaman gerektiren bir durumdur [59].

Döngüsel simetri, aynı sektörlerin dönem eksenini etrafında dairesel bir düzende tutturulduğu durumdur. Her bir sektörün yerel koordinat sisteminde, tüm sektörlerin sertliği ve kütle matrisinin aynı olduğu varsayılmaktadır. Serbestlik derecelerinin azaltılması sektör düzeyinde gerçekleşmektedir. Sektör arayüzlerinin uyumluluğu, tüm yapının azaltılmış bir denklem grubunu oluşturur. Analizlerde tam yapının çözümü, döngüsel simetrik alt yapıların çözümüne indirgenebilir [80]. Şekil 6.6’da sektörün sınırları olan yüksek ve düşük sınır düğüm noktaları gösterilmiştir.

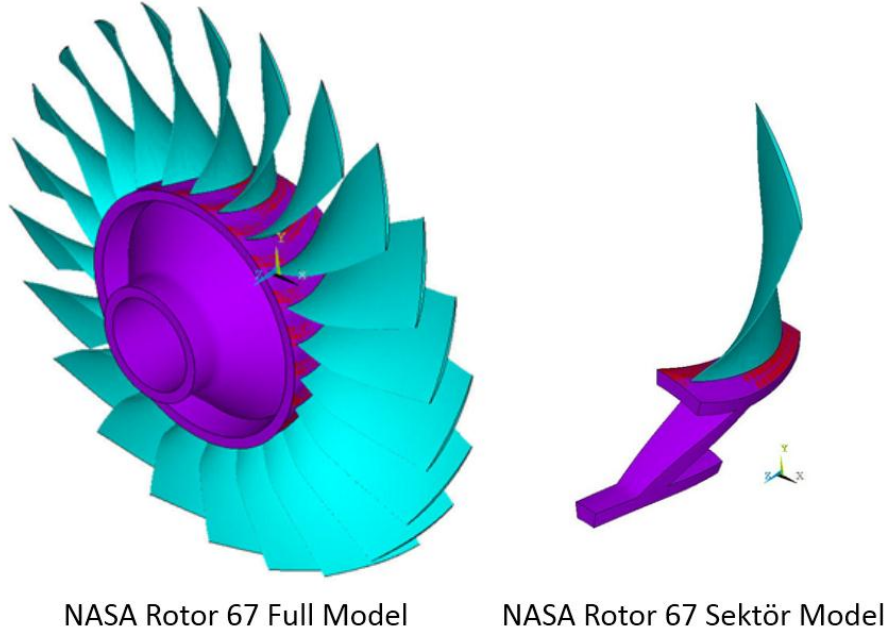


Şekil 6.6 Döngüsel Simetri [80]

ANSYS modal döngüsel simetri kabiliyetini kullanarak, tek bir sektörün modelini kullanarak kullanıcı tarafından öngörülen harmonik indeks aralığı için tüm yapının doğal frekanslarını ve mod şekillerini elde etmek mümkündür [80].

Literatürde yer alan NASA tarafından geliştirilen Rotor 67; tüm verileri açık bir şekilde paylaşılan düşük en boy oranına sahip ve iki kademeli bir fan motoruna ait ilk kademesi disk kanatçık sistemi olan test rotorudur. Literatürde NASA Rotor 67 doğrulanmış olan döngüsel simetrik modellemenin ANSYS’de şekilde gözüken modeller ile ispatlanmış ve tam model ile kıyaslanması yapılmış ve düzensizlik hesaplarında kullanıma uygun görülmüştür [78], [80].

Şekil 6.7’de NASA Rotor 67 modeli için ANSYS’de kullanılan 360 derecelik full model ile 360/22 derecelik olan sektör model görülmektedir. Bu çalışmada döngüsel simetrik üzerinden ilerleme sağlanmıştır.

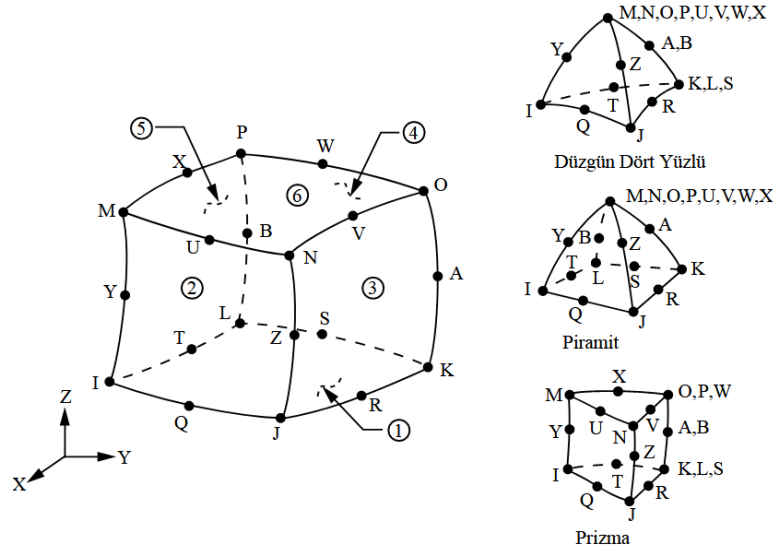


Şekil 6.7 NASA Rotor 67 Tam ve Sektör Modeli

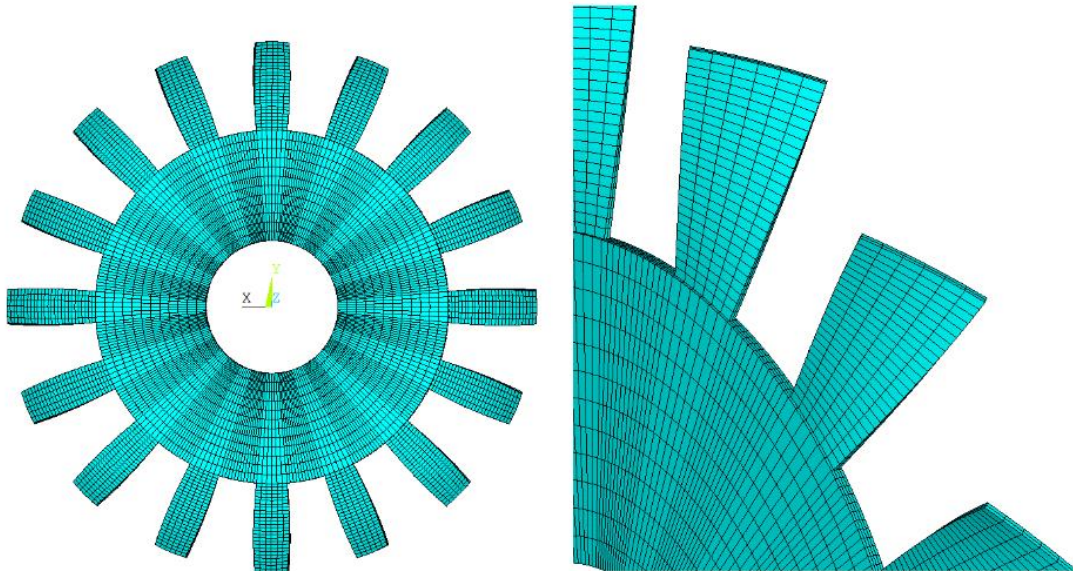
6.3.2 Çözüm Ağı

Disk kanatçık rotor modeli için ANSYS’de kullanılan sektör modeli, parametrik kanatçık sayısı göz önüne alınarak oluşturulmuş ve bu sonlu elemanlar modelindeki literatürdeki hassasiyet analizleri göz önüne alındığında kanatçık sayısının değişmesinin rijitliğin değişimi üzerinde etkisinin ihmal edilebilirliğine göre ve en-boy oranına bağlı kalınarak boyutlar belirlenmiştir. Modellemede 3D eleman olan Solid186 eleman tipi kullanılmıştır. Solid186, ikinci dereceden yer değiştirme davranışı sergileyen daha yüksek dereceli bir 3 boyutlu 20 düğümlü katı elemandır. Öge, düğüm başına üç serbestlik

derecesine sahip 20 düğüm tarafından tanımlanır: x, y ve z yönlerindeki çeviriler. Eleman plastisiteyi, hiperelastisiteyi, sürünmeyi, gerilme sertleşmesini, büyük sapma ve büyük gerilme yeteneklerini destekler. Katı elemana ait geometrisi, nod lokasyonları ve koordinat sistem Şekil 6.8’de gösterilmiştir. 16 Kanatçık için uygulanmış çözüm ağı ise, Şekil 6.9’daki gibi gösterilmiştir.



Şekil 6.8 Solid 186 eleman tipi [80]



Şekil 6.9 16 Kanatçıklı Yapının Çözüm Ağı

Disk ve kanatçık arasında temas algoritması tanımlanmış ve ANSYS CONTA174 eleman ile sağlanmıştır. CONTA174; 3-D hedef yüzeyleri ve bu eleman tarafından tanımlanan deforme olabilen bir yüzey arasında teması ve kaymayı temsil etmek için kullanılır. Eleman, 3-D yapısal ve birleşik alan temas analizlerine uygulanabilir. Hem çift tabanlı temas hem de genel temas için kullanılabilir.

Çift taraflı temas durumunda, hedef yüzey, 3-D hedef eleman tipi, TARGE170 ile tanımlanır. Genel temas durumunda, hedef yüzey CONTA174 elemanları (deforme olabilen yüzeyler için) veya TARGE170 elemanları ile tanımlanabilir [80].

6.3.3 Sınır Koşulları

Rotor modeli çalışmasında yer alan farklı kanatçık sayılarındaki sektör modelinde rotorun bağlı olduğu şaft modellenmemiş olup etkisini yansıtmak ve sonlu eleman analiz çözüm aşamasında rotor grubuna odaklanılmıştır. Bu sebeple temasta bulunan ara yüzündeki düğüm noktalarına sınır koşulu tanımlanmıştır. Uygulanan sınır koşulları silindirik koordinat sisteminde olup, Çizelge 6.2’de verilmiştir.

Çizelge 6.2 Malzeme Fiziksel Özellikleri

Silindirik Koordinat Sınır	Değer
Radyal	0
Teğetsel	0
Eksenel	0

6.3.4 Yükleme Koşulları ve Sönümleme

Rotor sisteminde yer alan motorun çalışma esnasında uygulanan yükler ele alınıp uygulanmıştır. Statik analizlerde kullanılan ve ön yükleme sağlayan, sistemin motorun dönmesinin etkisi ile oluşan kütlenin savrulma kaynaklı merkezkaç kuvveti bulunmaktadır. 10.000 d/d’ya tekabül eden 1047,19 rad/s açısal hız uygulanmıştır.

Kanatçığın en uç tepe düğüm noktalarına akış kaynaklı basınç merkez noktasına göre eğilme momenti oluşturulması için 2 N yükleme yapılmıştır. İstatiksel hesaplamalarda yer değiştirmeler genlik faktörü hesaplaması için orantılanacağı için yüklemenin büyüklüğü önemsizdir.

Düzenli ve düzensiz durumda istatistiksel analizlerde genlik faktörü hesaplanacağı için sıcaklık etkisi sabit tutulmuştur.

Kanatçık titreşmesi ve rezonans anındaki gerilme değerleri, doğrudan uyarma kuvvetinin genliği ve sistemdeki sönümlenme miktarı ile doğrudan ilişkilidir. Disk kanatçık sistemlerinde sönüm kaynağı ve buna bağlı yaklaşık sönüm oranı değerleri aşağıdaki gibidir (Çizelge 6.3) [98].

Çizelge 6.3 Sönümlenme Değerleri

Sönüm Oranı	Değer
Malzeme (histerisis) Sönümü	%0.05
Aerodinamik Sönüm	%0.1 - %1
Yapısal Sönüm	%2 - %3

Çalışmada, malzeme sönümü ve aerodinamik sönüm ihmal edilmiştir. Yapısal sönüm oranı %1 ile %5 arasında değerlendirilen kanatçıklara istatistiksel olarak analiz edilmiştir (Çizelge 6.4).

Çizelge 6.4 Analizlerde Kullanılacak Sönüm Oranları

Yapısal Sönüm Oranı [%]
1
2
3
4
5

6.3.5 Malzeme Özellikleri

Çalışmada yer alan analizde kullanılmak üzere ve gaz türbinlerinde yüksek sıcaklık altında yüksek dayanım, sürünme ve korozyon direnci yüksek olması ile birlikte üretilebilme kolaylığı ve yaygın kullanımı sebebiyle tedariki açısından tercih edilen, nikel bazlı süper alaşım malzemeleri gaz türbini üreticileri tarafından tercih edilmektedir. Inconel 718 literatürde yer alan verilere bakıldığında çizelgedeki veriler uygulanmış ve Special Metals'den veriler sağlanmıştır.

Kimyasal kompozisyonu %50-55 Nikel, %17-21 Krom, %4.75-5.5 Niobyum ve %3 Molibdenyum vd. elementlerinden oluşmaktadır ve sıcaklığa bağlı fiziksel özellikleri, Çizelge 6.5 de gösterilmiştir [99].

Çizelge 6.5 Malzeme Fiziksel Özellikleri [99]

Fiziksel Özellikler	Değer
Elastiklik Modülü	205 GPa
Yoğunluk	8200 kg/m ³
Poisson Oranı	0.3

6.4 Düzenli Durum Analizleri

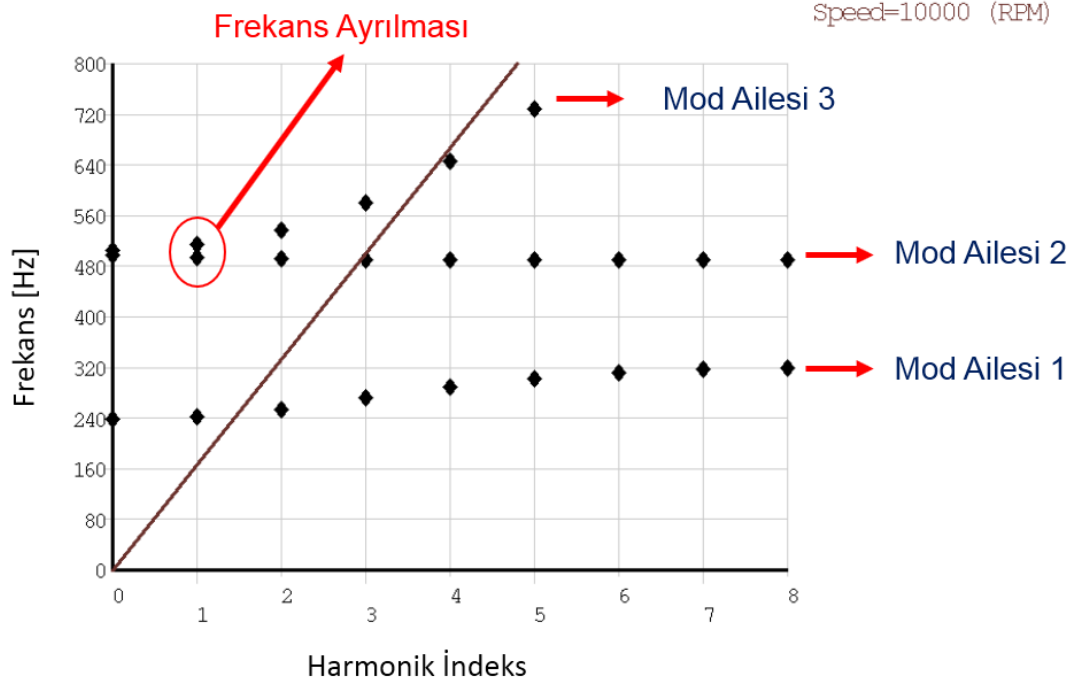
Çalışmada yer alan analizlerde önce düzenli durum analiz edilecek ardından düzensizlikler normal dağılım olarak istatistiksel olarak incelenecektir. Burada yer alan düzenli durum analizlerinde, düzensiz durum analizi için istatistiksel değerlendirme için düzensizin düzenliye olan oranını belirlemek için düzenli durum sonuçları incelenecektir. Analiz adımları, Çizelge 6.6’da listelenmiştir.

Çizelge 6.6 Düzenli Durum Analizleri

#	Analizler
1	Ön gerilme durumu için Nonlinear Statik Analizin Çözdürülmesi
2	Linear Perturbation Modal Analizlerin gerçekleştirilmesi
3	Modal Analizin Restart Edilmesi ve yük vektörlerinin çıkartılması
4	Döngüsel Harmonik Analizlerin Çözdürülmesi

6.4.1 Düzenli Durum Modal Analizleri

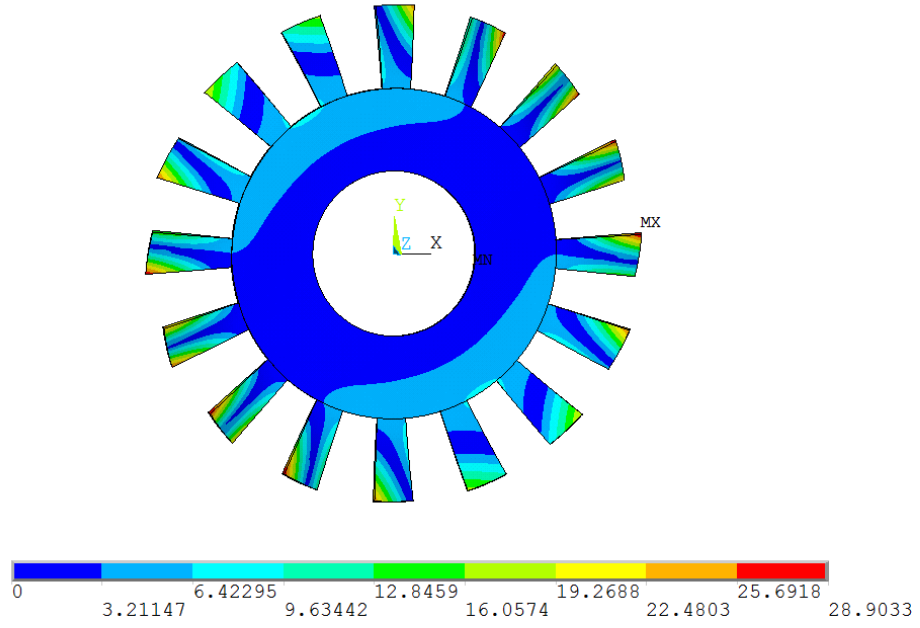
16 kanatçıklı yapı için düzenli durum modal analizi ile yapıya ait doğal analiz titreşimleri ve harmonik indeks sonuçları incelenmiş, frekans ayrışması gözlemlenmiştir (Şekil 6.10).



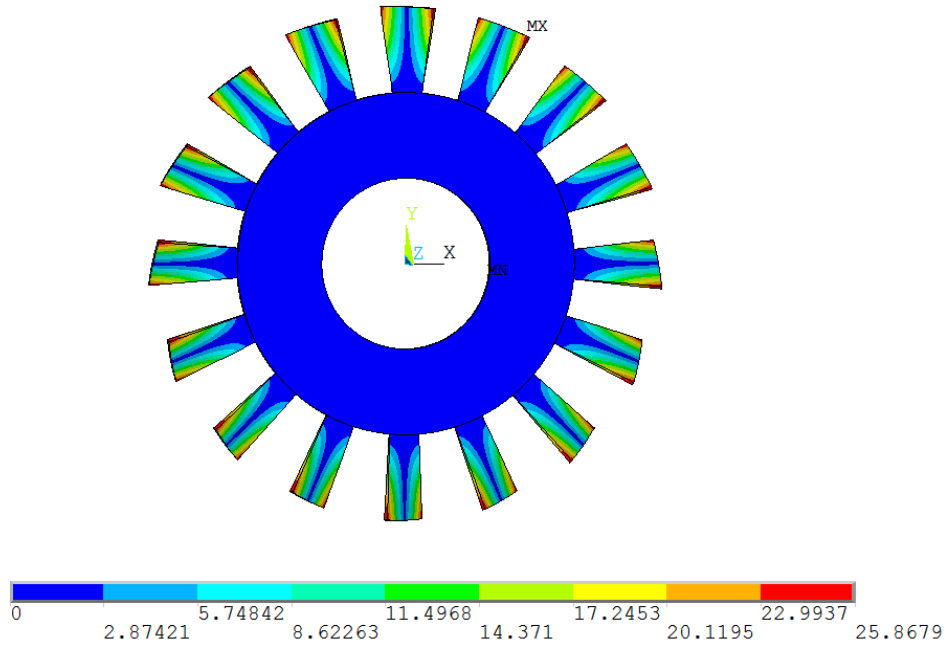
Şekil 6.10 Harmonik İndeks Grafiği

16 kanatçıklı yapıda kanatçık sayısının yarısı kadar 8 adet harmonik indeks oluşmuştur ve oluşan şekildeki diyagrama bakıldığında mod aileleri belirgin olarak gözükmemektedir. Mod ailesi 2 diske ait mod olduğu ve modal yoğunluğu yüksek olup mod ailesi ise düşüktür ve kanatçıklarda belirlenmiştir. Frekans ayrışmasının oluşması normal bir durum olup, ayrışmanın olduğu nokta düzensizlik olduğu koşulda genlik faktörlerinin elde edileceği nokta olacaktır. Ayrıca istatistiksel düzensizlik analizinde genlik faktörü bu noktada incelenecektir. Şekil 6.11’de mod 2 (494.068 Hz) ve Şekil 6.12’de mod 3 (504.389 Hz) de ailesine ait baskın mod şekilleri verilmiştir.

16 kanatçık yanı sıra; 10, 12, 20 ve 22 kanatçıklı yapı için de tekrarlanmış belirgin nokta ve harmonik indeks 1’de saptanmıştır.



Şekil 6.11 Mod 2 – Disk Baskın Modu: 494.068 Hz



Şekil 6.12 Mod 3 – Kanatçık Baskın Modu: 504.389 Hz

6.4.2 Düzenli Durum Zorlanmış Titreşim Harmonik Analizleri

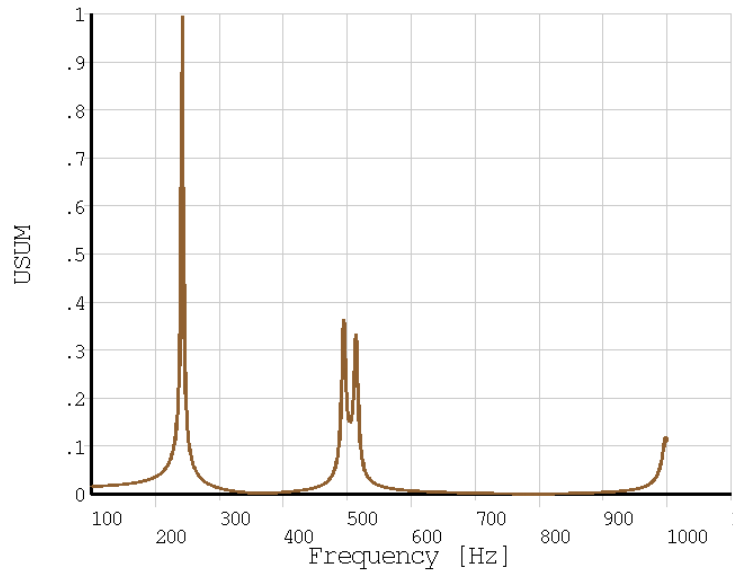
Çalışmada yer alan 10, 12, 16, 20 ve 22 kanatçıklı sistem için düzenli durum zorlanmış titreşim analiz sonuçlarını incelenmiştir.

Harmonik analiz sonucunda modal analizde incelenen frekans ayrışması ve %1 - %5 sönüm oranı arasında 0.01 adımda taranarak dahil edilmiş ve frekans – toplam yerdeğiştirme grafiği çıkarılmıştır. İki veya üç tepe noktası 0 ile 1000 Hz arasında her frekans değeri taranmıştır. Elde edilen sonuçlar tepe noktası 1 ve tepe noktası 2 olarak kanatçık sayısına ve sönüm oranına bağlı çizdirilmiştir.

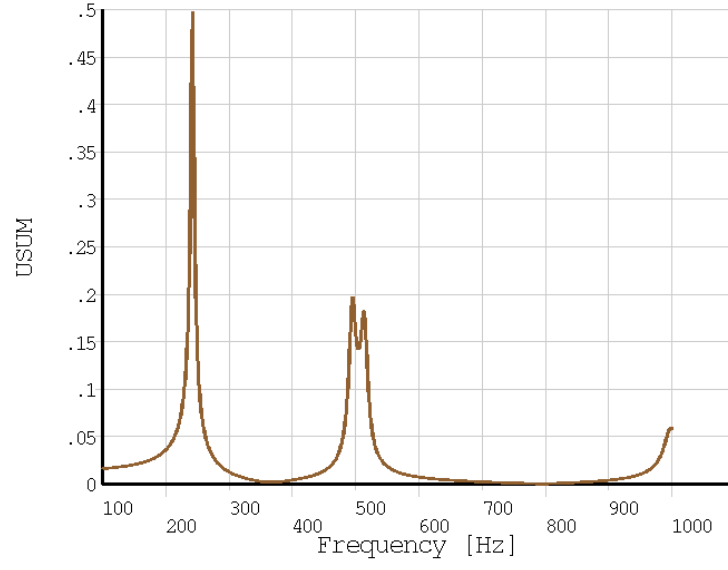
16 Kanatçığa ait frekansa bağlı toplam şekil değişimi dağılımı incelenen sönüm oranlarına göre, Çizelge 6.7’de özetlenmiş ve sönüm oranına bağlı toplam şekil değişimi (USUM) grafikleri Şekil 6.13, Şekil 6.14, Şekil 6.15, Şekil 6.16 ve Şekil 6.17’de gösterilmiştir.

Çizelge 6.7 16 Kanatçıklı Yapının Toplam Şekil Değişimi Değerleri

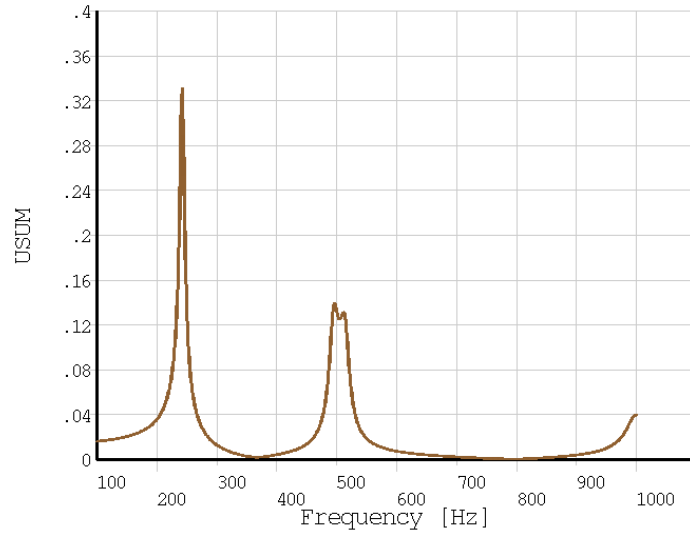
Sönüm Oranı %	Tepe Noktası 1 [mm]	Tepe Noktası 2 [mm]
1	0.99407	0.36478
2	0.49721	0.19663
3	0.33163	0.1391
4	0.24892	0.10965
5	0.19933	0.09118



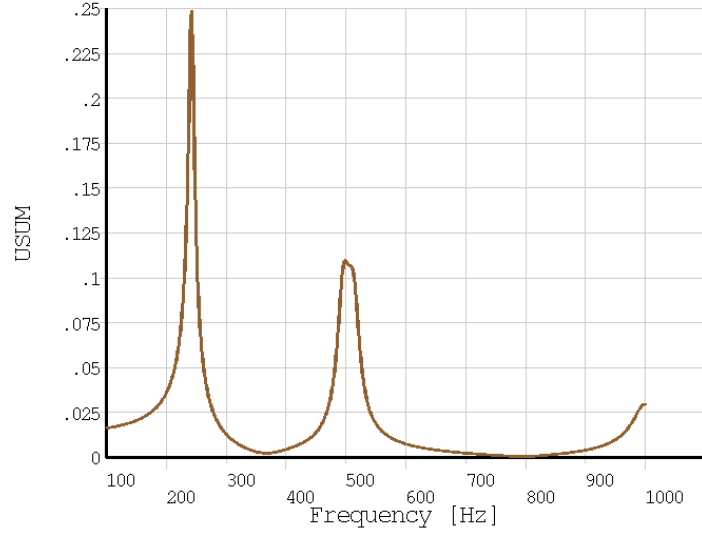
Şekil 6.13 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %1 Sönüm Oranı



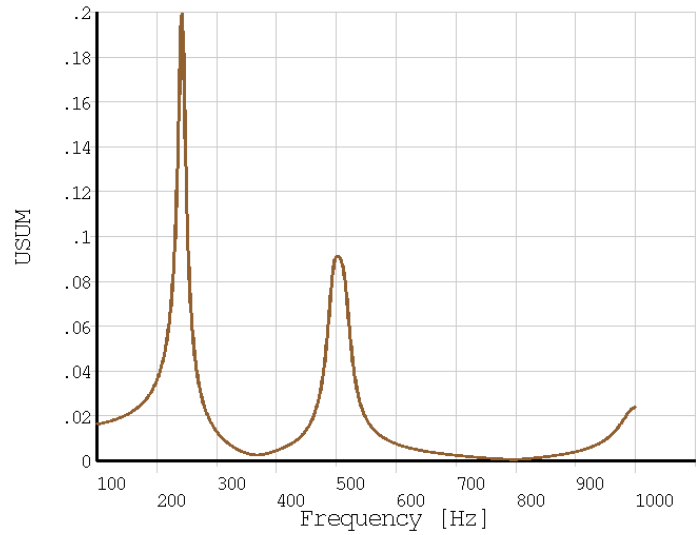
Şekil 6.14 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %2 Sönüm Oranı



Şekil 6.15 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %3 Sönüm Oranı



Şekil 6.16 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %4 Sönüm Oranı



Şekil 6.17 Frekansa Bağlı Toplam Şekil Değişimi Dağılımı, %5 Sönüm Oranı

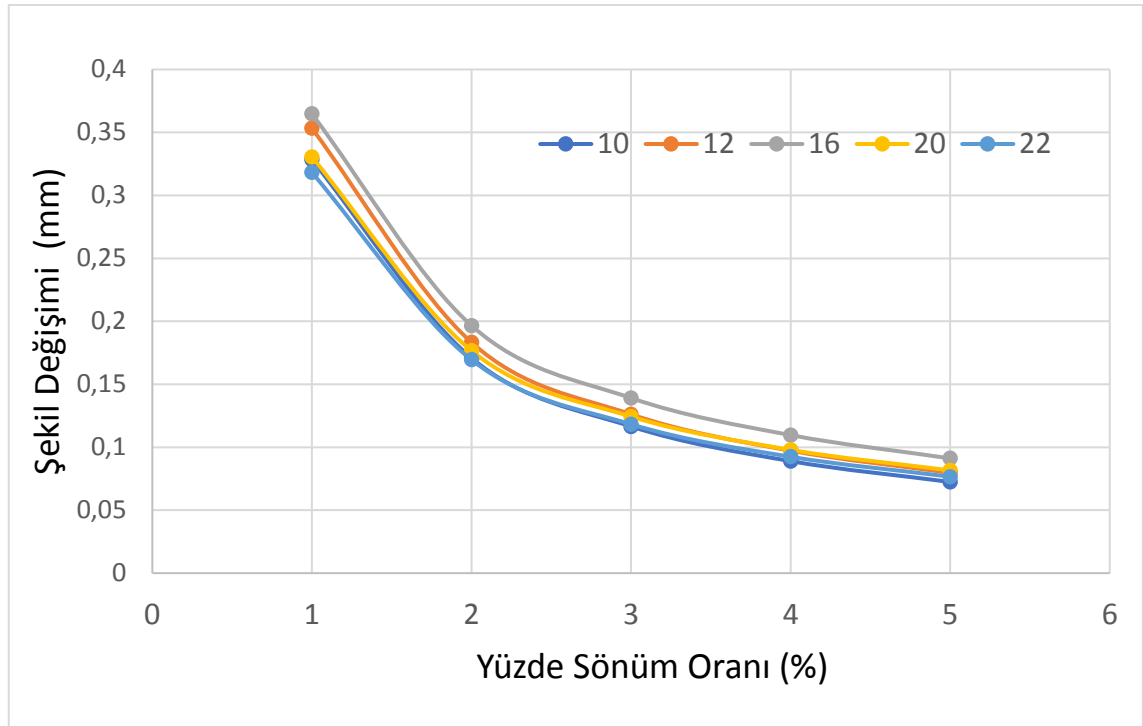
Düzensizlik halinde literatürde yer alan akademik 12 kanatçıklı rotor tam düzensizlik analizlerinde görüldüğü üzere istatistiksel analizde zorlanmış harmonik analiz sonucunda elde edilen tepe noktaları incelenmiş ve frekans ayrışmasında meydana geldiği 2. tepe noktası dikkate alınması gerektiği sonucuna varılmıştır [78].

Düzensizlik durumunda incelenecek olan istatistiksel analizde üzerinden genlik faktörü hesaplanacak olan 2. tepe noktasının parametrik olan modelde diğer kanatçıklardaki sönüm oranına bağlı sonucu Çizelge 6.8’de özetlenmiş ve sistem düzenli durumda

olduğu için yapıda bulunan her kanatçığa ait şekil değişimi değerleri aynıdır (Şekil 6.18). Sönüm oranının artması ile genliklerin düştüğü gözükmemektedir.

Çizelge 6.8 Toplam Şekil Değişimi Değerleri

Sönüm Oranı %	Kanatçık Sayısı				
	10	12	16	20	22
1	0.32842	0.35328	0.36478	0.33055	0.3182
2	0.17084	0.18327	0.19663	0.17663	0.16946
3	0.11652	0.12615	0.1391	0.12438	0.11828
4	0.088976	0.097242	0.10965	0.097927	0.092419
5	0.072427	0.079679	0.09118	0.081608	0.076632



Şekil 6.18 Kanatçıkların Sönüm Oranına Bağlı Toplam Şekil Değişimi

DÜZENSİZ DURUM İSTATİSTİKSEL ANALİZİ

Burada, Bölüm 6'da yer alan disk kanatçık sisteminin düzenli olmasının düzensizlik etkilerine maruz kalması durumunda bu sistemin nasıl tepki vereceği incelenmiştir. Kanatçık sayısı, sönüm oranının parametrik olması koşulu ile arasında ilişkilerin düzensizlik analizleri yapılmıştır. Düzensizlik analizlerini yaparken tam düzensizliğin kısmi düzensizliğe indirgenmesi durumu ele alınıp kısmi düzensizlik ile incelenecektir.

Çalışmada düzensizlik analizlerde malzeme, sınır koşulu, çözüm ağı ve yükleme Bölüm 6'da yer alan düzenli durum analizleri ile aynı olacaktır. Denklem (7.1)'de gösterildiği gibi kanatçık düzensizliği δ_n^k ile elastik modulünün sapması olarak normal dağılım olarak tanımlanmıştır.

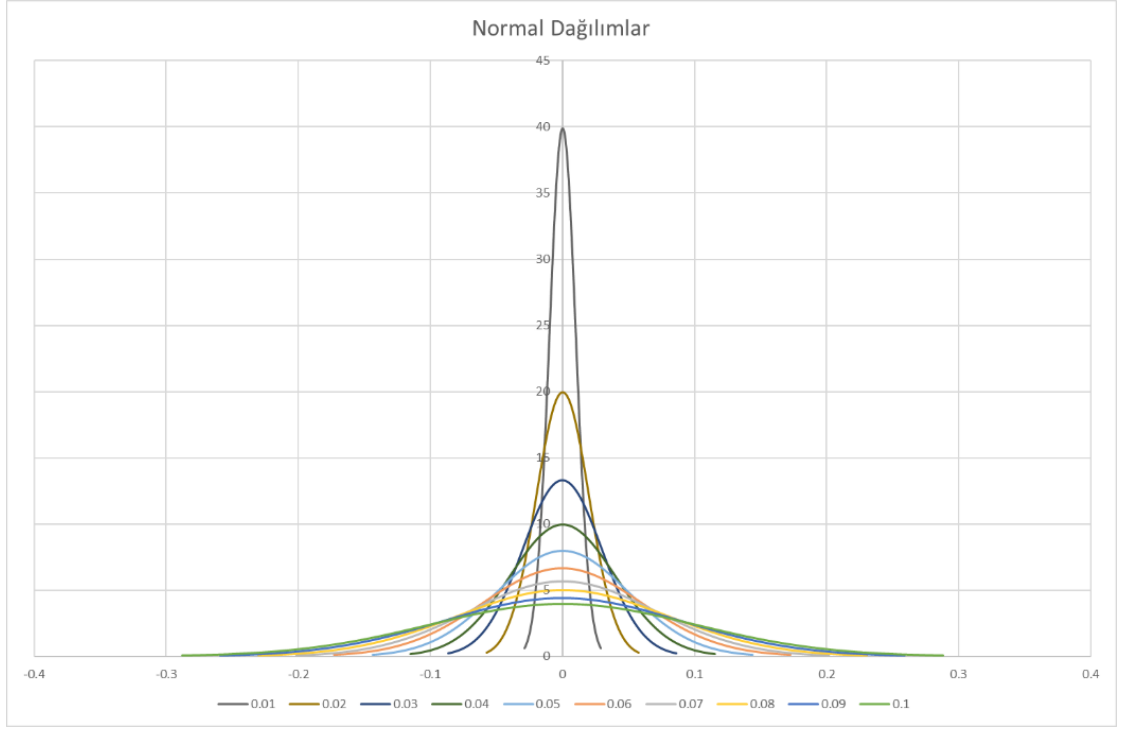
$$E_n = (1 + \delta_n^k)E_0 \quad (7.1)$$

7.1 Düzensizlik Dağılımı

Düzensizliğin tanımlanması, rijitlik bozulması olarak olarak önceki bölümde anlatılmıştır. Düzensizliğin istatistiksel olarak tanımlanması ise bir dağılım ile mümkün olup bunun bir dağılım olarak belirlenmiş ve her bir kanatçık için standart sapma değerleri 0.01, 0.02, 0.03... 0.09, 0.1 olarak analiz edilmiştir. Her bir standart sapma değeri için normal dağılım fonksiyonu ve bu dağılım fonksiyonlarının olasılık yoğunlukları (PDF), Şekil 7.1'deki gibidir.

Standart sapma değeri minimum 0.01 ve maksimum 0.1, düzensizlik olarak hesaplandığında ve ortalama değeri 0 olduğu için, normal dağılımın %99 olasılığı yani

sigma 2.326 olarak hesaplanmaktadır. Düzensizlik std. sapma 0.01 için %2.87 iken, std. sapma 0.1 için ise %28.7'ye tekabül etmektedir.

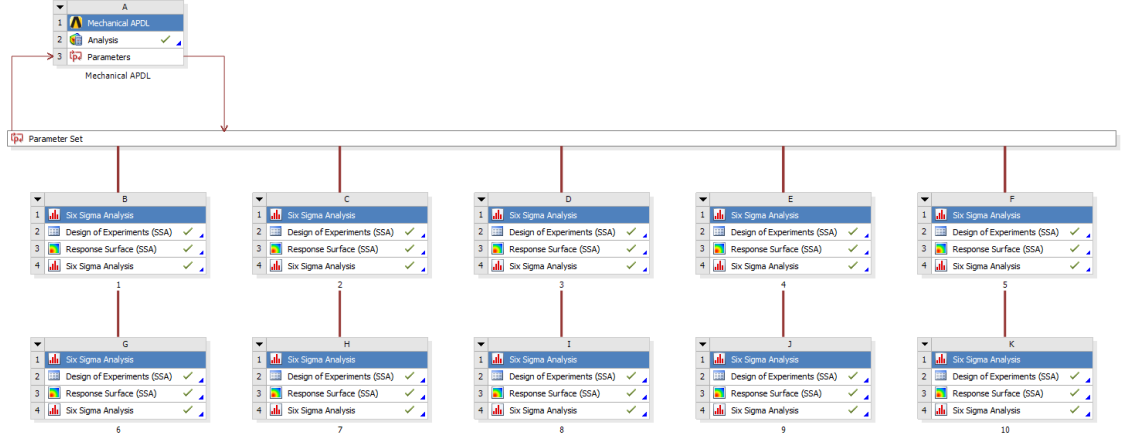


Şekil 7.1 Düzensiz Dağılımı

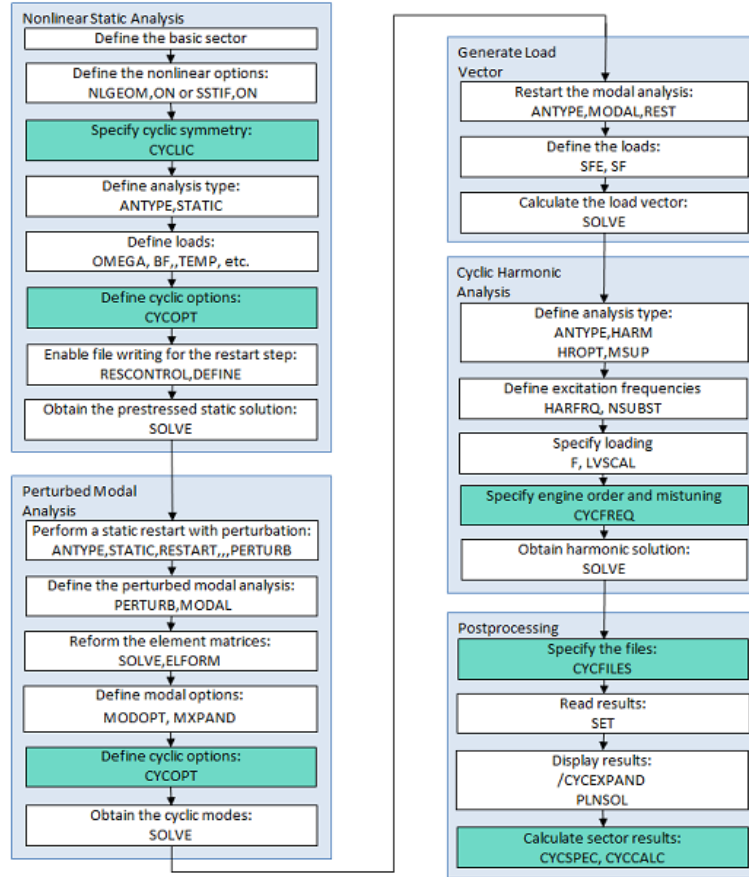
7.2 Düzensizlik Analizleri Model Kurulumu ve Adımlar

ANSYS Design Explorer'da tanımlanan parametrik analiz dosyası ve her bir standart sapmaya karşılık gelen kutucuklar, Şekil 7.2'de gösterilmiştir. Her bir kanatçık ve sönüm oranına göre ayrı ayrı model kurulacaktır. Toplamda analizler için 15 ayrı model kurulmuş ve sonuç alınmıştır.

Ansys programında CMS yöntemi kullanılarak ve rijitlik parametrelerini değiştirerek ön gerilmeli düzensizlik modellemesi yapılabilmektedir. Tasarım uzayda hesaplanan ve her bir düzensizlik şiddetine tekabül eden ve tasarım uzayında belirlenen analiz sayısı analiz koşmuştur. Her bir analizin izlediği analiz akış şeması, Şekil 7.3'deki gibidir.



Şekil 7.2 Design Explorer Örnek Modeli

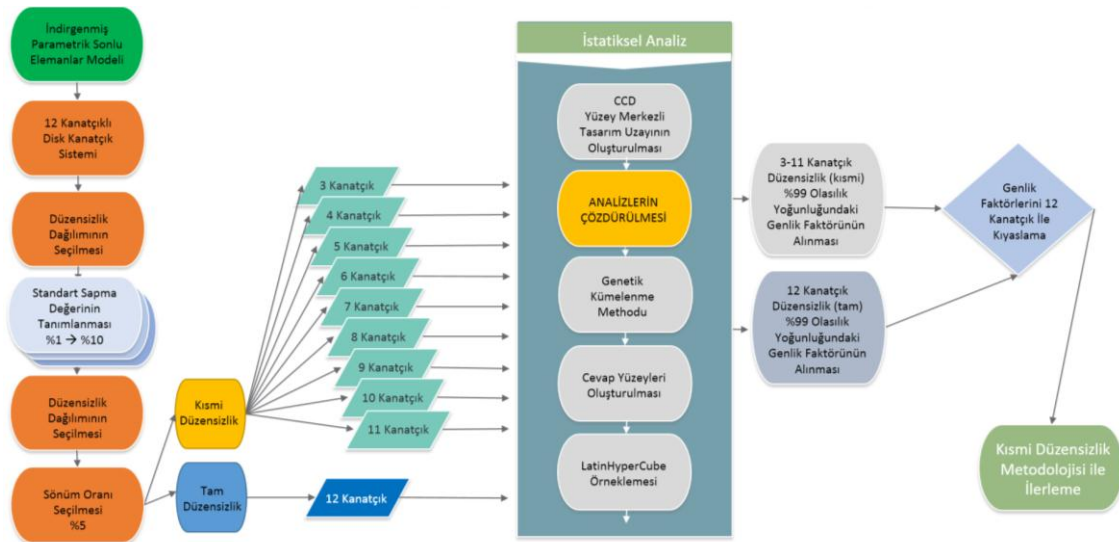


Şekil 7.3 Düzensizlik Analiz Akış Şeması [80]

7.3 Tam Düzensizlik ve Kısmi Düzensizlik Kıyaslama Analizleri

12 Kanatçıklı rotor sistemi ele alındığında, Çizelge 6.1 kısmi düzensizlik başlığında anlatıldığı üzere, düzensizliğin tanımlanması 3 kanatçıktan başlayıp artırarak 11 kanatçığa kadar istatistiksel olarak analiz yapılmıştır ve bunun sonucu 12 kanatçıklı tam

düzensizlik değeri ile Guerra ve Mignolet'in [8] yöntemi olan kısmi düzensizlik ile kıyaslanmıştır. Bu kıyaslama yapılırken sistemin yapısal sönüm oranı %5 tayin edilmiştir. Şekil 7.4'de gösterildiği üzere, standart sapma tanımlanması ve normal dağılım olarak tanımlanması, Component Mod Düzensizlik analizi 3 - 11 kanatçık arası ve 12 kanatçıklı düzensizlik tanımı ile istatistiksel analiz Şekil 7.4'de gösterildiği gibi önce yüzey merkezli tasarım uzayı oluşturulması, bu tasarım uzayı düzensizlik sayısına bağlı olarak analiz sayısını vermektedir. Çözülmüş analiz sonucunun genetik kümelendirme metodu ve 1000 örnekleme ile cevap yüzeyi oluşturulacaktır. %99 olasılıktaki düzensiz durumun oluşturduğu maksimum genlik değerinin düzenli durumdaki aynı koşullardaki oranı olan genlik faktörü hesaplanmıştır.



Şekil 7.4 Kısmi ve Tam Düzensizlik Analiz Akış Şeması

Her bir kanatçık için hesaplanan genlik faktörlerinin düzensiz kanatçık sayısına ve düzensizlik şiddeti olan standart sapmaya bağlı durumu, Çizelge 7.1 de verilmiştir.

Çizelge 7.1 Tam ve Kısmi Düzensiz Sistemin %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

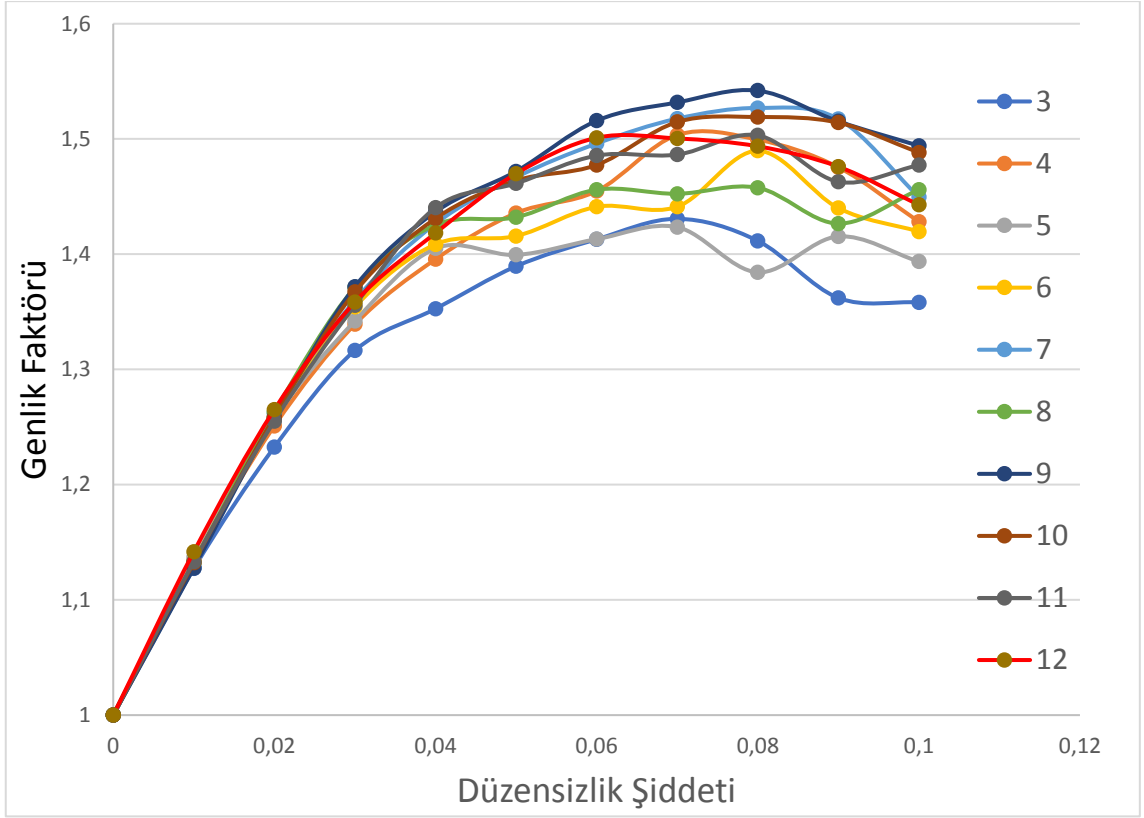
12 Kanatçık $\xi=0.05$		Düzensizlik Standart Sapma										
		0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
Düzensiz Kanatçık Sayısı	3	1	1.1272	1.2326	1.3165	1.3526	1.3895	1.4129	1.4307	1.4116	1.3621	1.3582
	4	1	1.133826	1.250963	1.339167	1.395605	1.435727	1.454762	1.50344	1.499428	1.475441	1.428193
	5	1	1.137089	1.257403	1.342147	1.40501	1.399402	1.413027	1.423477	1.384277	1.41539	1.393618
	6	1	1.1331	1.257924	1.354284	1.40856	1.415756	1.44114	1.441182	1.489756	1.440049	1.419649
	7	1	1.128806	1.261967	1.359976	1.42645	1.466721	1.496017	1.517625	1.52691	1.517374	1.449561
	8	1	1.132111	1.262985	1.371239	1.425463	1.432073	1.455997	1.452408	1.457667	1.426606	1.455921
	9	1	1.127675	1.258422	1.371863	1.436737	1.471863	1.515838	1.531698	1.541956	1.515317	1.494091
	10	1	1.132398	1.258366	1.367346	1.430953	1.463822	1.477412	1.514722	1.51905	1.514165	1.488204
	11	1	1.133201	1.255192	1.355715	1.440352	1.461412	1.485537	1.486406	1.503119	1.462908	1.477308
	12	1	1.141808	1.265159	1.358421	1.418307	1.469899	1.501028	1.500455	1.493646	1.475995	1.442795

Çizelge 7.1’de görüldüğü üzere maksimum genlik faktörleri 0.06 ile 0.09 arasında yığıldığı görülmüştür ve literatürde yer aldığı gibi ve Şekil 3.18’de yer alan düzensizlik şiddetinin genlik faktörü ile olan ilişkisi olan genlik şiddetinin kritik genlik şiddet noktasından sonra artmayıp azalması durumu çalışmada da gözlemlenmiştir. Çizelge 7.2’de %99 güvenilirlik seviyeleri maks – min genlik faktörleri düzensiz kanatçık sayısına bağlı olarak gösterilmiştir.

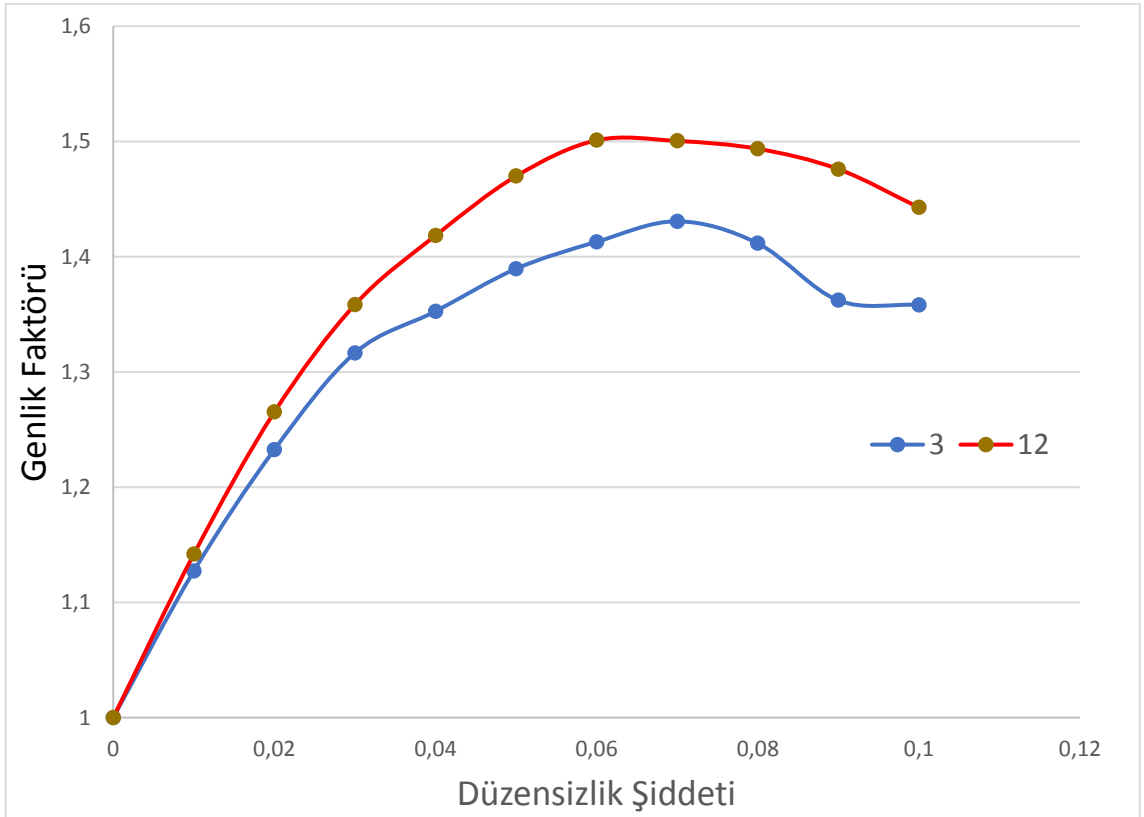
Çizelge 7.2 %99 Güvenilirlik Seviyeleri Maks – Min Genlik Faktörleri

12 Kanatçık $\xi=0.05$		Düzensizlik Standart Sapma	
		Maks.	Min
Düzensiz Kanatçık Sayısı	3	1.4307	1.1272
	4	1.50344	1.133826
	5	1.423477	1.137089
	6	1.489756	1.1331
	7	1.52691	1.128806
	8	1.457667	1.132111
	9	1.541956	1.127675
	10	1.51905	1.132398
	11	1.503119	1.133201
	12	1.501028	1.141808

Şekil 7.5’de analizlerin %99 olasılıkla güvenilirlik seviyeleri verilmiştir. Tüm kanatçık sayılarına ait %99 güvenilirlik seviyeleri belirlenmiştir. 3 kanatçıklı durum ile 12 kanatçıklı yani tam düzensizlik durumu düzensizlik şiddetine bağlı maksimum genlik faktörleri kıyaslandığında 1.4307 ile 1.501028 hesaplanmış ve %4.69 kadar genlik farkı görülmüştür (Çizelge 7.2). Düzensizlik şiddetine bağlı ise Şekil 7.6’da gösterilmiştir.



Şekil 7.5 Tam ve Kısmi Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri



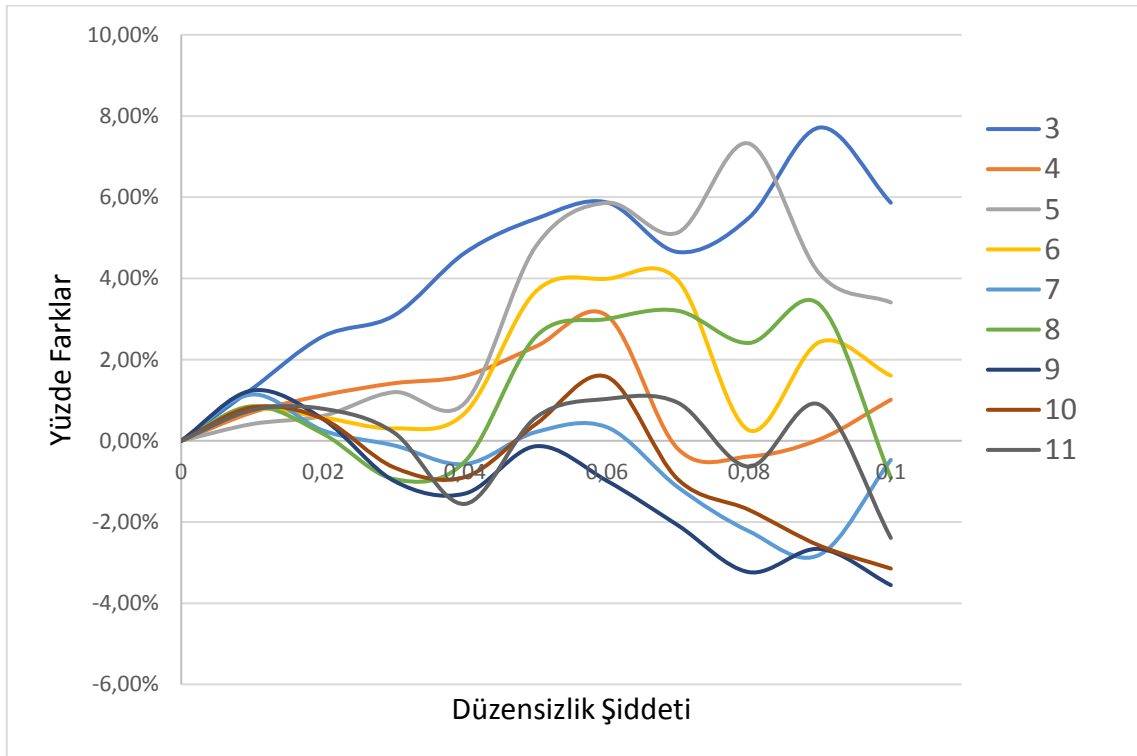
Şekil 7.6 3 ve 12 Kanatçıklı Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri

Çizelge 7.3’de tüm kanatçık sayısındaki kısmi analizlerin tam düzensiz analizi ile yüzde farkları verilmiştir.

Çizelge 7.3 Kısmi Düzensiz Sistemin %99 Güvenilirlik Seviyeleri Yüzde Farkı

		Düzensizlik Standart Sapma										
		0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
Düzensiz Kanatçık Sayısı	3	0.00%	1.28%	2.57%	3.09%	4.63%	5.47%	5.87%	4.65%	5.49%	7.72%	5.86%
	4	0.00%	0.70%	1.12%	1.42%	1.60%	2.32%	3.08%	-0.20%	-0.39%	0.04%	1.01%
	5	0.00%	0.41%	0.61%	1.20%	0.94%	4.80%	5.86%	5.13%	7.32%	4.11%	3.41%
	6	0.00%	0.76%	0.57%	0.30%	0.69%	3.68%	3.99%	3.95%	0.26%	2.44%	1.60%
	7	0.00%	1.14%	0.25%	-0.11%	-0.57%	0.22%	0.33%	-1.14%	-2.23%	-2.80%	-0.47%
	8	0.00%	0.85%	0.17%	-0.94%	-0.50%	2.57%	3.00%	3.20%	2.41%	3.35%	-0.91%
	9	0.00%	1.24%	0.53%	-0.99%	-1.30%	-0.13%	-0.99%	-2.08%	-3.23%	-2.66%	-3.56%
	10	0.00%	0.82%	0.54%	-0.66%	-0.89%	0.41%	1.57%	-0.95%	-1.70%	-2.59%	-3.15%
	11	0.00%	0.75%	0.79%	0.20%	-1.55%	0.58%	1.03%	0.94%	-0.63%	0.89%	-2.39%

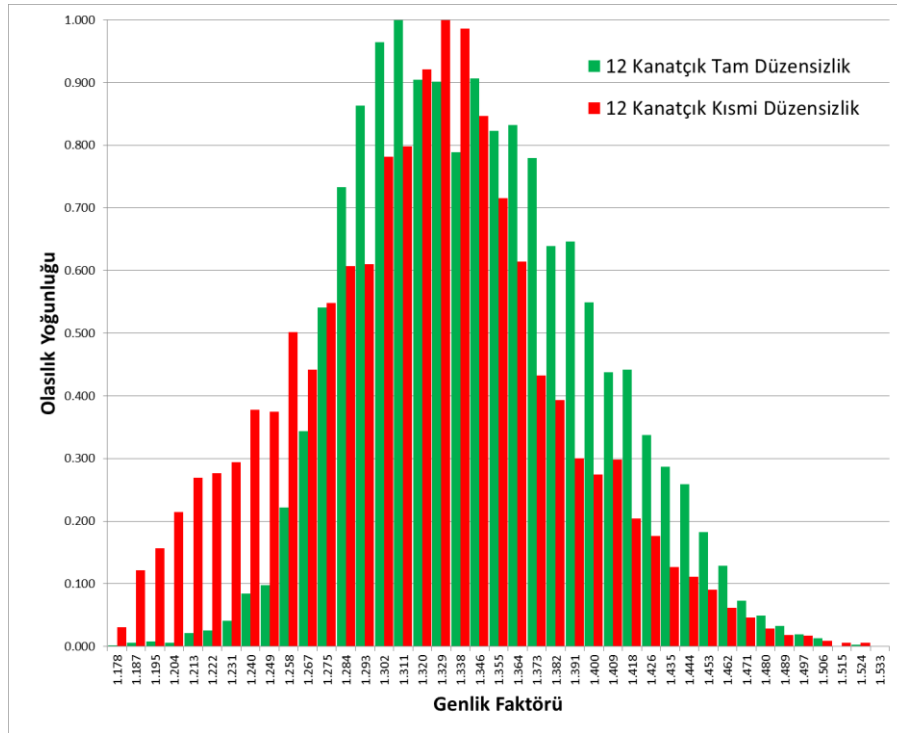
Şekil 7.7 görüldüğü gibi kısmi düzensizlik analizlerinin tam düzensizliğe göre yüzde farkları verilmiştir. Her bir standart sapma değeri için %99 genlik faktörü hesaplaması yapılmış ve tam ve kısmi düzensizlik kıyaslaması için toplamda 14380 kısmi ve 5620 tam düzensizlik durumu için olmak üzere kıyaslama için yüzey merkezli tasarım uzayında toplam 20.000 analiz yapılmıştır. Yüzde farkları düzensizlik şiddeti arttıkça sabit bir düzensizlik şiddeti için %7.72 ve maksimumları kıyaslamasında %4.69 olarak hesaplanmıştır.



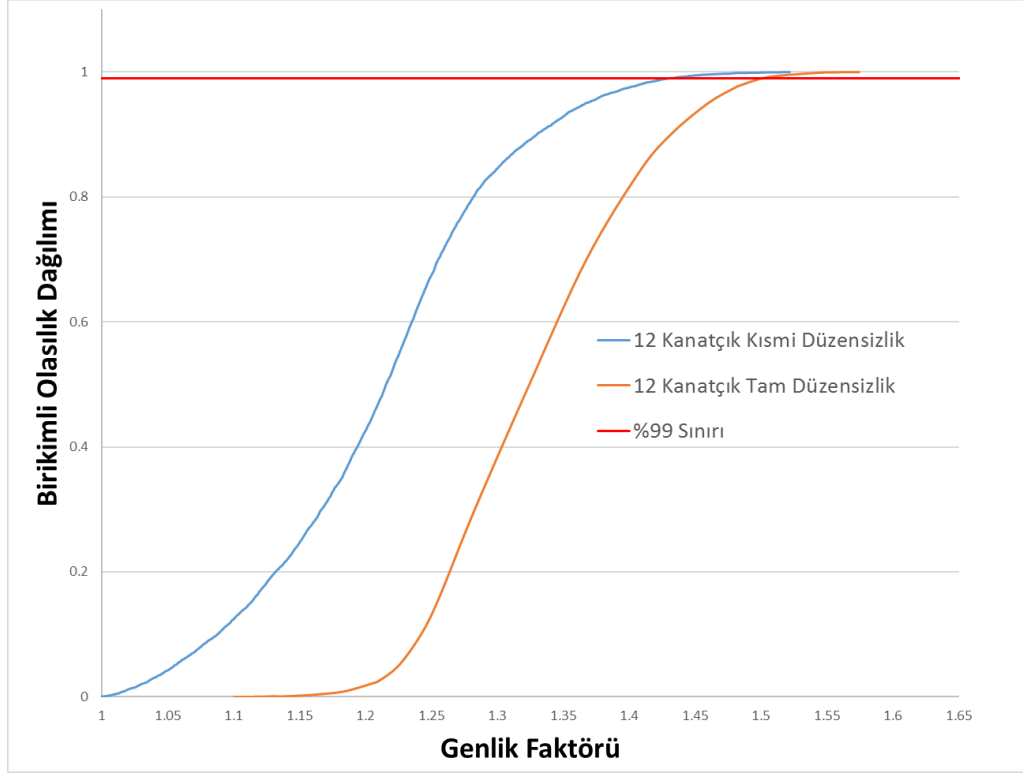
Şekil 7.7 %99 Güvenilirlik Yüzde Farkları

Şekil 7.8 ve Şekil 7.9 de 3 kanatçıklı kısmi ve 12 kanatçıklı tam düzensizlik analizlerinin tanımlanan tüm düzensizlik şiddeti doğrultusundaki oluşan maksimum durumun tüm güvenilirlik seviyesindeki olasılık yoğunluk dağılımı (PDF) ve birikimli olasılık dağılımı (CDF) verilmiştir. %99 güvenilirlik bölgesinde yakında değerler elde edilmişti, olasılık yoğunluğu ağır basan ve şekildeki tepe noktalarının da genlik faktörlerinin yakın olduğu gösterilmiştir.

Çalışmada istatistiksel analizlerde kanatçık sayısının ve sönüm oranının parametrik seçilecek ve istatistiksel düzensizlik analizleri kısmi düzensiz analiz olarak devam edecektir.



Şekil 7.8 Kısmi ve Tam Düzensizlik %99 Olasılık Yoğunluğu Dağılımı



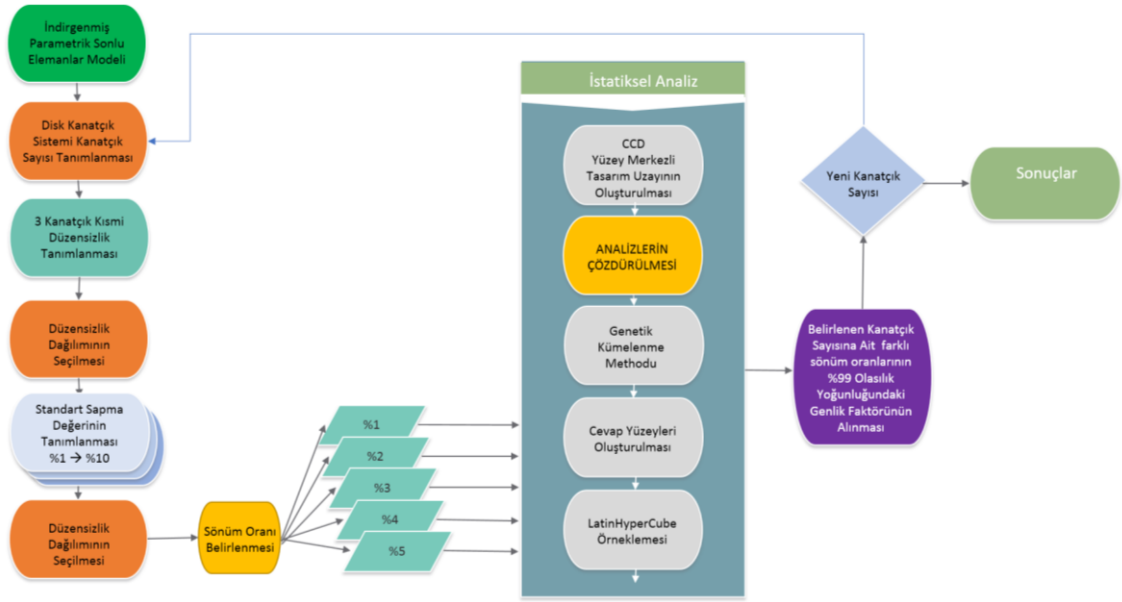
Şekil 7.9 Kısmi ve Tam Düzensizlik %99 Birikimli Olasılık Dağılımı

7.4 Parametrik Kısmi Düzensiz Analizleri

Çalışmanın bu bölümünde tam ve kısmi düzensizlik analizlerin kıyaslanmasıyla beraber oluşturulan akademik rotor disk kanatçık modelinde kanatçık sayısının düzensizlik analizleri yapılmıştır ve sönüm oranına bağlı olarak sisteme verilen istatistiksel düzensizlik analizi, Şekil 7.10 gibi analiz edilmiştir.

Bu kapsamda; 10, 12, 16 ve 20 kanatçıklı yapı (Çizelge 6.1), malzeme, sınır koşulları ve çözüm ağı değerleri düzenli durum analizlerinde uygulanan değer ile aynıdır. Sönüm oranı değeri olarak 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05 olacak şekilde 5 farklı değer ile ve düzensizlik değeri standart sapma 0.01'den 0.1'e kadar 10 adımda istatistiksel olarak, Şekil 7.10 adımları ile sonuçlar elde edilmiştir.

10, 12, 16, 20 ve 22 Kanatçıklı Yapının Kısmi Düzensizlik Analizleri



Şekil 7.10 Kısmi Düzensizlik Analizlerin Akış Şeması

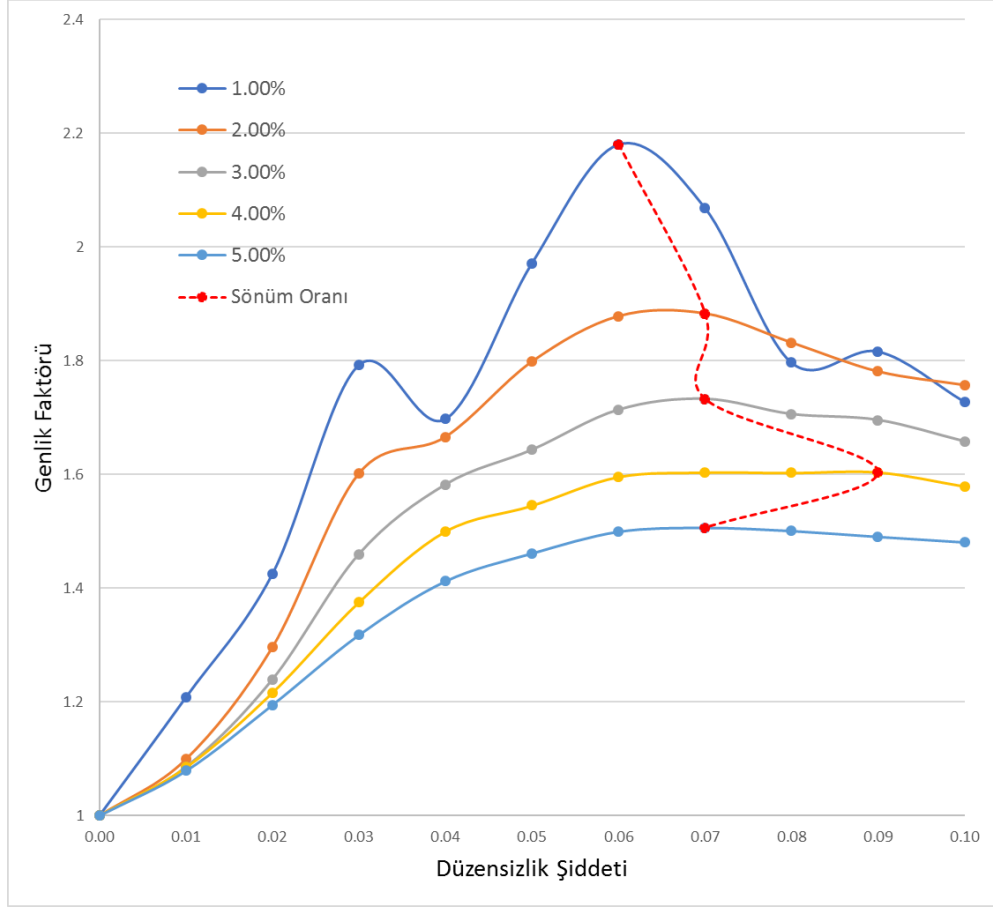
7.4.1 10 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları

Disk kanatçık sistemi 10 kanatçık olarak ele alındığında, istatistiksel düzensizlik analizi için %1 - %5 arasında 5 adet sönüm oranı ve uygulanacak düzensizlik 0.01 ile 0.1 arasında 10 adımda standart sapma tanımlanmış ve düzensizlik analizleri kısmi düzensizlik metodu olarak hesaplanmıştır. Toplamda 10 kanatçıklı yapı için 1500 analiz yapılmıştır.

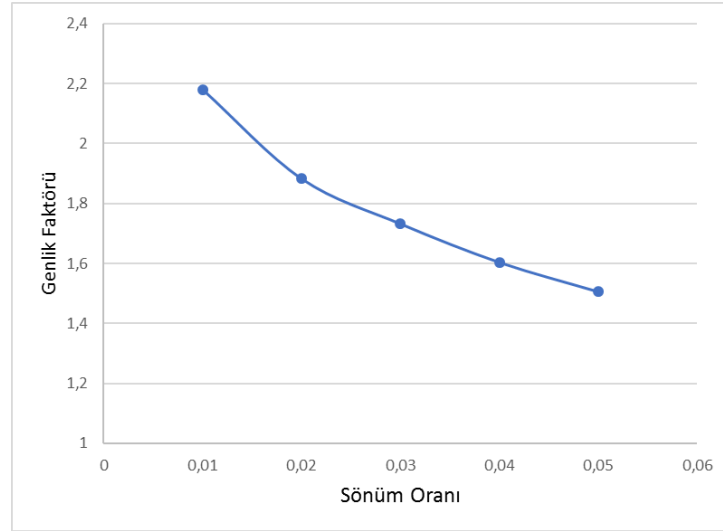
Çizelge 7.4 10 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

10 Kanatçıklı Sistem - %99 Güvenilirlik Seviyeleri												
Standart Sapma		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
Sönüm Oranı	1.00%	1	1.2083	1.4252	1.7930	1.6980	1.9718	2.1808	2.0694	1.7972	1.8167	1.7282
	2.00%	1	1.0993	1.2962	1.6017	1.6661	1.7985	1.8783	1.8832	1.8321	1.7812	1.7573
	3.00%	1	1.0858	1.2396	1.4598	1.5821	1.6431	1.7135	1.7326	1.7060	1.6956	1.6581
	4.00%	1	1.0847	1.2160	1.3752	1.4998	1.5453	1.5958	1.6036	1.6029	1.6040	1.5793
	5.00%	1	1.0785	1.1945	1.3174	1.4120	1.4608	1.4991	1.5060	1.5004	1.4902	1.4805

Çizelge 7.4'de ve Şekil 7.11'de sönüm oranına ve standart sapmaya göre %99 istatistiksel güvenilirlik seviyeleri verilmiştir. Maksimum genlikler tüm sönüm oranlarında standart sapma 0.06 ve 0.07 arasında yoğunlaştığı gözükmemektedir. İstatistiksel grafiklerde tepe noktayı yakaladıktan sonra düşme görülmekte ve maksimum seçilen düzensizlik şiddeti olan 0.1 uygun seçildiğini göstermektedir.



Şekil 7.11 10 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü



Şekil 7.12 10 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

Maksimum genlik faktörlerinin sönüm oranlarına göre oranı ise Şekil 7.12 da verilmiştir. Sönüm oranı arttıkça genliklerin azaldığı gözükmemektedir.

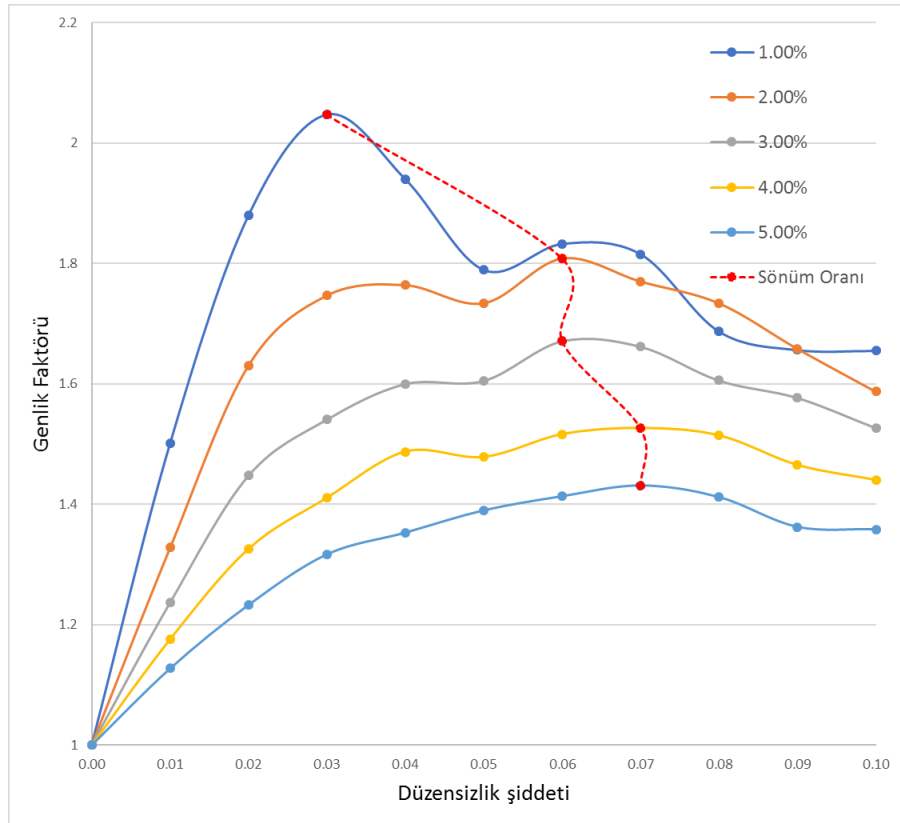
7.4.2 12 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları

Disk kanatçık sistemi 12 kanatçık olarak ele alındığında, istatistiksel düzensizlik analizi için %1 - %5 arasında 5 adet sönüm oranı ve uygulanacak düzensizlik 0.01 ile 0.1 arasında 10 adımda standart sapma tanımlanmış ve düzensizlik analizleri kısmi düzensizlik metodu olarak hesaplanmıştır. Toplamda 12 kanatçıklı yapı için 1500 analiz yapılmıştır.

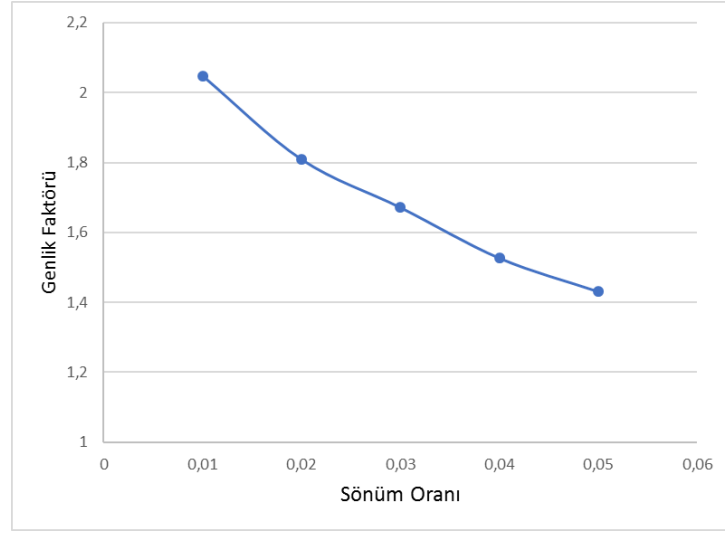
Çizelge 7.5 12 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

12 Kanatçıklı Sistem - %99 Güvenilirlik Seviyeleri												
Standart Sapma		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
Sönüm Oranı	1.00%	1	1.5013	1.8801	2.0477	1.9402	1.7894	1.8327	1.8156	1.6870	1.6563	1.6550
	2.00%	1	1.3278	1.6309	1.7471	1.7643	1.7343	1.8087	1.7703	1.7342	1.6584	1.5871
	3.00%	1	1.2369	1.4478	1.5410	1.6001	1.6053	1.6711	1.6620	1.6057	1.5769	1.5267
	4.00%	1	1.1758	1.3260	1.4107	1.4873	1.4785	1.5163	1.5265	1.5143	1.4652	1.4404
	5.00%	1	1.1272	1.2326	1.3165	1.3526	1.3895	1.4129	1.4307	1.4116	1.3621	1.3582

Çizelge 7.5 ve Şekil 7.13’de sönüm oranına ve standart sapmaya göre %99 istatistiksel güvenilirlik seviyeleri verilmiştir. Maksimum genlikler tüm sönüm oranlarında standart sapma 0.06 ve 0.08 arasında yoğunlaştığı gözükmemektedir. İstatiksel grafiklerde tepe noktayı yakaladıktan sonra düşme görülmekte ve maksimum seçilen düzensizlik şiddeti olan 0.1 uygun seçildiğini göstermektedir.



Şekil 7.13 12 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü



Şekil 7.14 12 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

Maksimum genlik faktörlerinin sönüm oranlarına göre oranı ise Şekil 7.14 de verilmiştir. Sönüm oranı arttıkça genliklerin azaldığı gözükmemektedir.

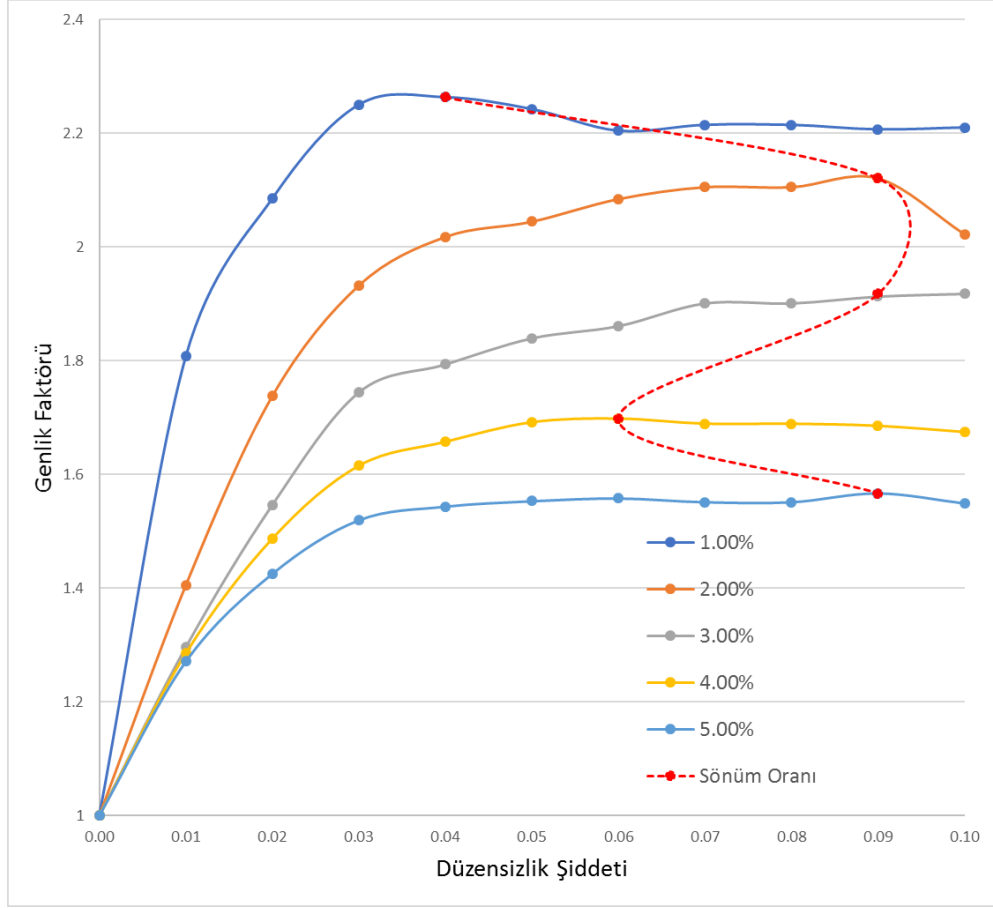
7.4.3 16 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları

Disk kanatçık sistemi 16 kanatçık olarak ele alındığında, istatistiksel düzensizlik analizi için %1 - %5 arasında 5 adet sönüm oranı ve uygulanacak düzensizlik 0.01 ile 0.1 arasında 10 adımda standart sapma tanımlanmış ve düzensizlik analizleri kısmi düzensizlik metodu olarak hesaplanmıştır. Toplamda 16 kanatçıklı yapı için 1500 analiz yapılmıştır.

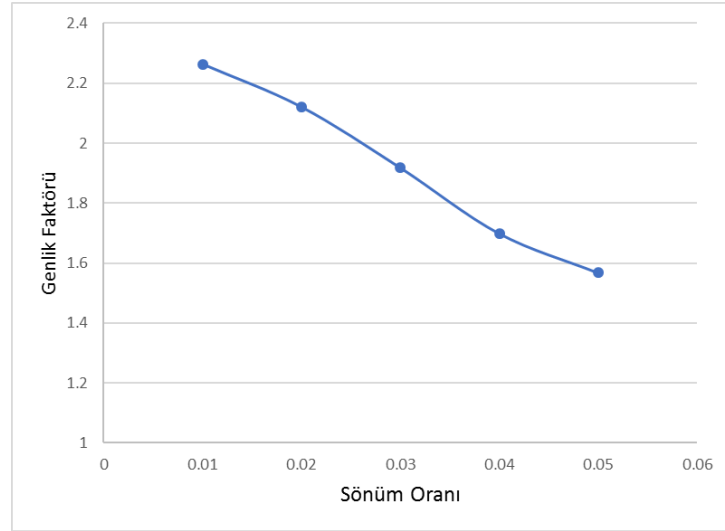
Çizelge 7.6 16 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

16 Kanatçıklı Sistem - %99 Güvenilirlik Seviyeleri												
Standart Sapma		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
Sönüm Oranı	1.00%	1	1.8078	2.0857	2.2507	2.2638	2.2430	2.2049	2.2152	2.2152	2.2072	2.2107
	2.00%	1	1.4054	1.7381	1.9325	2.0179	2.0448	2.0845	2.1054	2.1054	2.1210	2.0227
	3.00%	1	1.2966	1.5468	1.7447	1.7938	1.8398	1.8613	1.9011	1.9011	1.9132	1.9179
	4.00%	1	1.2856	1.4873	1.6154	1.6574	1.6919	1.6983	1.6892	1.6892	1.6855	1.6747
	5.00%	1	1.2710	1.4254	1.5196	1.5436	1.5531	1.5580	1.5514	1.5514	1.5669	1.5493

Çizelge 7.6 ve Şekil 7.15'de sönüm oranına ve standart sapmaya göre %99 istatistiksel güvenilirlik seviyeleri verilmiştir. Maksimum genlikler tüm sönüm oranlarında standart sapma 0.06 ve 0.09 arasında yoğunlaştığı gözükmemektedir. İstatistiksel grafiklerde tepe noktayı yakaladıktan sonra düşme görülmekte ve maksimum seçilen düzensizlik şiddeti olan 0.1 uygun seçildiğini göstermektedir.



Şekil 7.15 16 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü



Şekil 7.16 16 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

Maksimum genlik faktörlerinin sönüm oranlarına göre oranı ise Şekil 7.16'da verilmiştir. Sönüm oranı arttıkça genliklerin azaldığı gözükmemektedir.

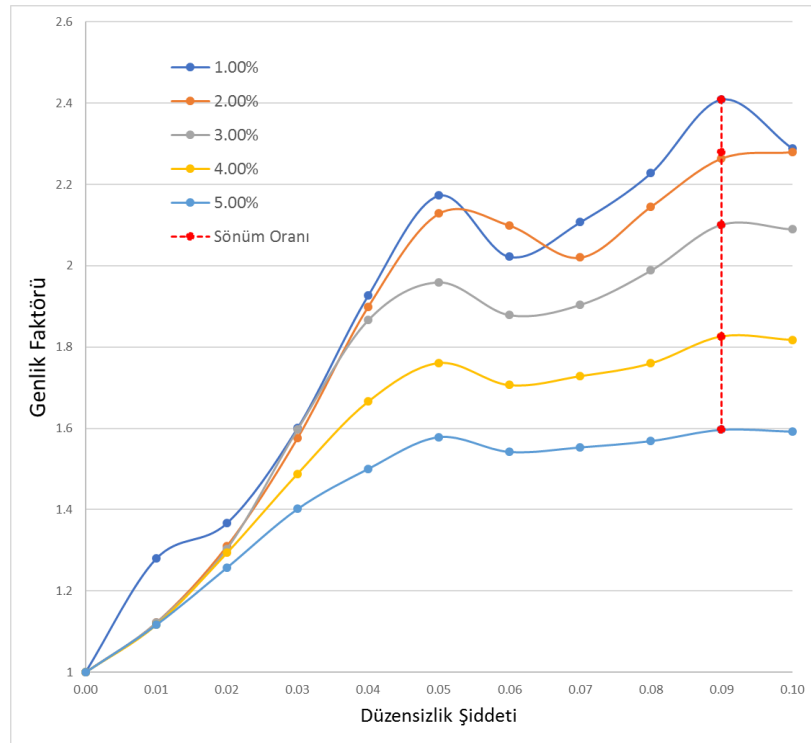
7.4.4 20 Kanatçıklı Yapının Analiz Sonuçları

Disk kanatçık sistemi 20 kanatçık olarak ele alındığında, istatistiksel düzensizlik analizi için %1 - %5 arasında 5 adet sönüm oranı ve uygulanacak düzensizlik 0.01 ile 0.1 arasında 10 adımda standart sapma tanımlanmış ve düzensizlik analizleri kısmi düzensizlik metodu olarak hesaplanmıştır. Toplamda 20 kanatçıklı yapı için 1500 analiz yapılmıştır.

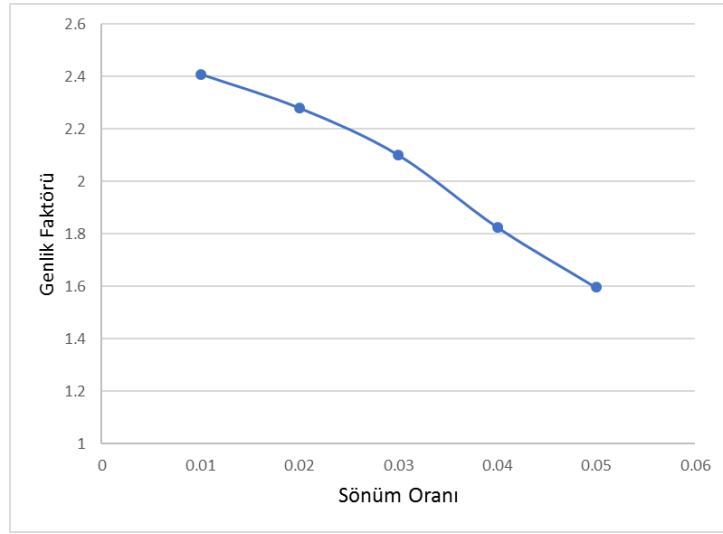
Çizelge 7.7 20 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

20 Kanatçıklı Sistem - %99 Güvenilirlik Seviyeleri												
Standart Sapma		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
Sönüm Oranı	1.00%	1	1.2795	1.3668	1.6007	1.9266	2.1729	2.0225	2.1073	2.2279	2.4095	2.2897
	2.00%	1	1.1218	1.3103	1.5760	1.8993	2.1285	2.0996	2.0206	2.1453	2.2645	2.2804
	3.00%	1	1.1216	1.3039	1.5971	1.8663	1.9598	1.8792	1.9042	1.9885	2.1015	2.0900
	4.00%	1	1.1165	1.2935	1.4883	1.6661	1.7611	1.7066	1.7289	1.7602	1.8266	1.8181
	5.00%	1	1.1165	1.2573	1.4016	1.5005	1.5787	1.5424	1.5536	1.5691	1.5967	1.5922

Çizelge 7.7 ve Şekil 7.17’de sönüm oranına ve standart sapmaya göre %99 istatistiksel güvenilirlik seviyeleri verilmiştir. Maksimum genlikler tüm sönüm oranlarında standart sapma 0.08 ve 0.09 arasında yoğunlaştığı gözükmemektedir. İstatistiksel grafiklerde tepe noktayı yakaladıktan sonra düşme görülmekte ve maksimum seçilen düzensizlik şiddeti olan 0.1 uygun seçildiğini göstermektedir.



Şekil 7.17 20 Kanatçıklı Düzensizlik Şiddeti – Genlik Faktörü



Şekil 7.18 20 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

Maksimum genlik faktörlerinin sönüm oranlarına göre oranı ise Şekil 7.18’de verilmiştir. Sönüm oranı arttıkça genliklerin azaldığı gözükmemektedir.

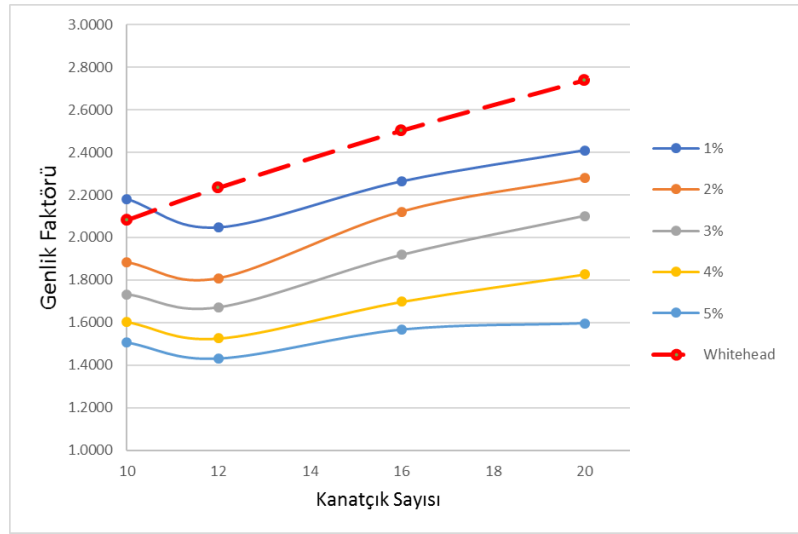
7.5 Kanatçık sayısı ve Yapısal Sönüm Oranına Bağlı Genel Sonuçlar

Bölüm 7.4’de incelenen kanatçık sayısına ve disk kanatçık sisteminin yapısal sönüm oranına bağlı kısmi düzensizlik analizleri gerçekleştirilmiştir. 10, 12, 16 ve 20 kanatçıklı yapı için düzensiz durumun büyütme faktörü olan genlik faktörleri elde edilmiştir. Bölüm 6.4.1’de incelenen düzenli durum için genlik faktörü incelemesinde düzensizliğin meydana gelebileceği ve frekans ayrışmasının da görüldüğü frekans değeri olan ikinci tepe noktasından elde edilmiştir.

Genel sonuçlar ve Whitehead yöntemi ile kanatçık sayısına bağlı maksimum genlik faktörü değeri Çizelge 7.8’de verilmiştir. Hesaplanan Whitehead değeri kanatçığın düzensizlik altında olabileceği maksimum genliği belirtmektedir ve Şekil 7.19’da görüldüğü üzere sadece 10 kanatçıklı yapı için sadece %1 sönüm oranında %99 güvenilirlik seviyesinde %4.9 değerinde Whitehead değerini geçtiği görülmüş ve diğer değerlerin Whitehead yöntemi ile hesaplanan limitin altında kaldığı görülmüştür.

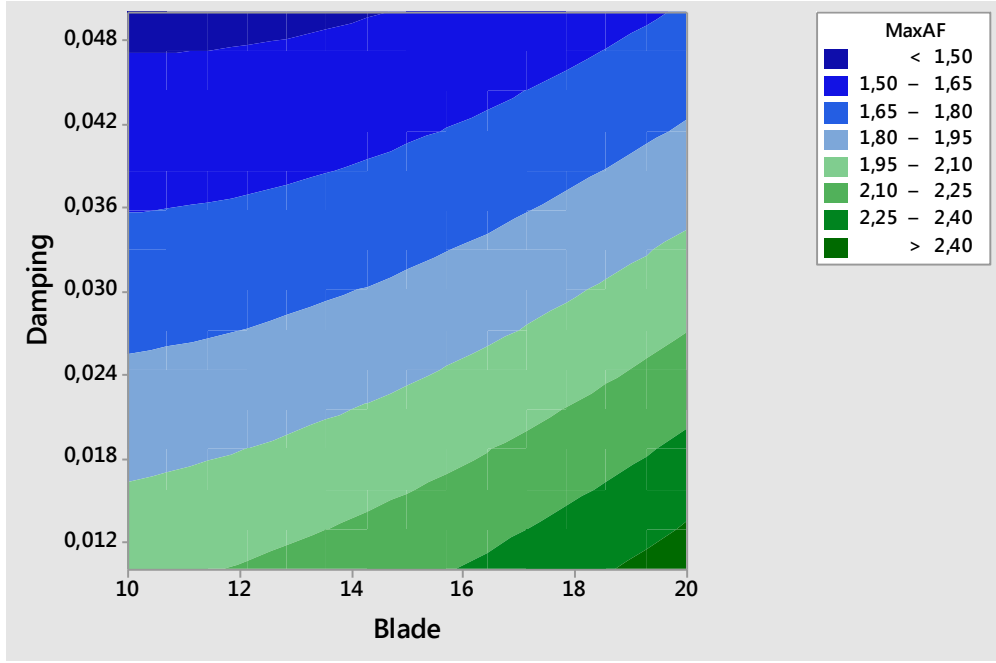
Çizelge 7.8 Whitehead ve Hesaplanan Değerler

%99 Güvenilirlik Seviyeleri		Kanatçık Sayısı			
		10	12	16	20
Whitehead		2.0811388	2.2320508	2.5	2.736068
Sönüm Oranı	1%	2.1808	2.0477	2.2638	2.4095
	2%	1.8832	1.8087	2.1210	2.2804
	3%	1.7326	1.6711	1.9179	2.1015
	4%	1.6040	1.5265	1.6983	1.8266
	5%	1.5060	1.4307	1.5669	1.5967

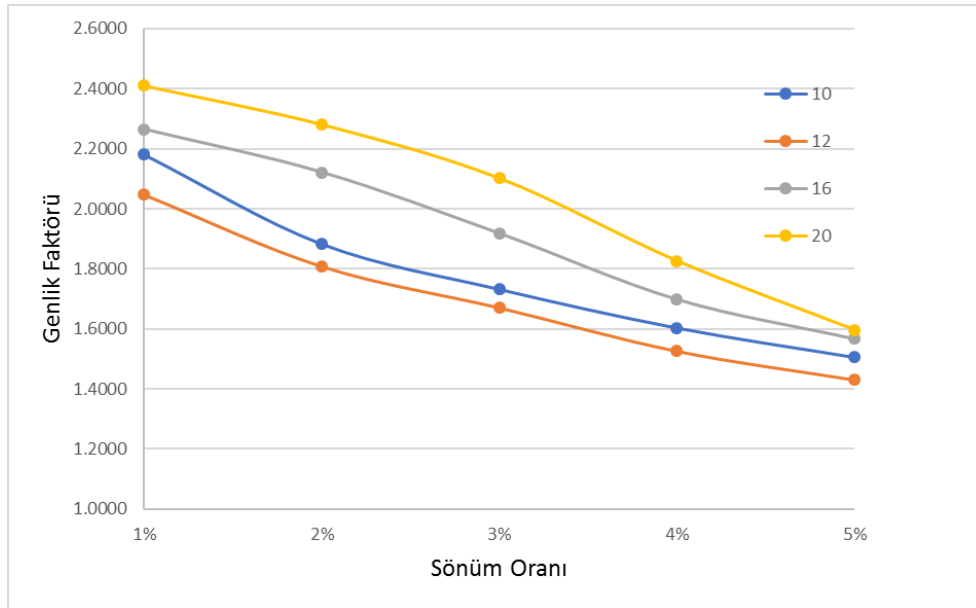


Şekil 7.19 Genlik Faktörü- Kanatçık Sayısı Değişimi

Minitab 17 yazılımı kullanılarak elde edilen veriler ile Şekil 7.20 çizdirilmiş ve ağırlıklandırılan bu grafikte doğrusal bir davranış gözlemlenmiştir. Kanatçık sayısına bağlı artış sağlanırken aynı sönüm oranında %99 güvenilirlik seviyesinde genliklerin arttığı görülmüştür. Sönüm oranı arttıkça genlik faktörü de tüm kanatçıklarda azalmaktadır (Şekil 7.21).

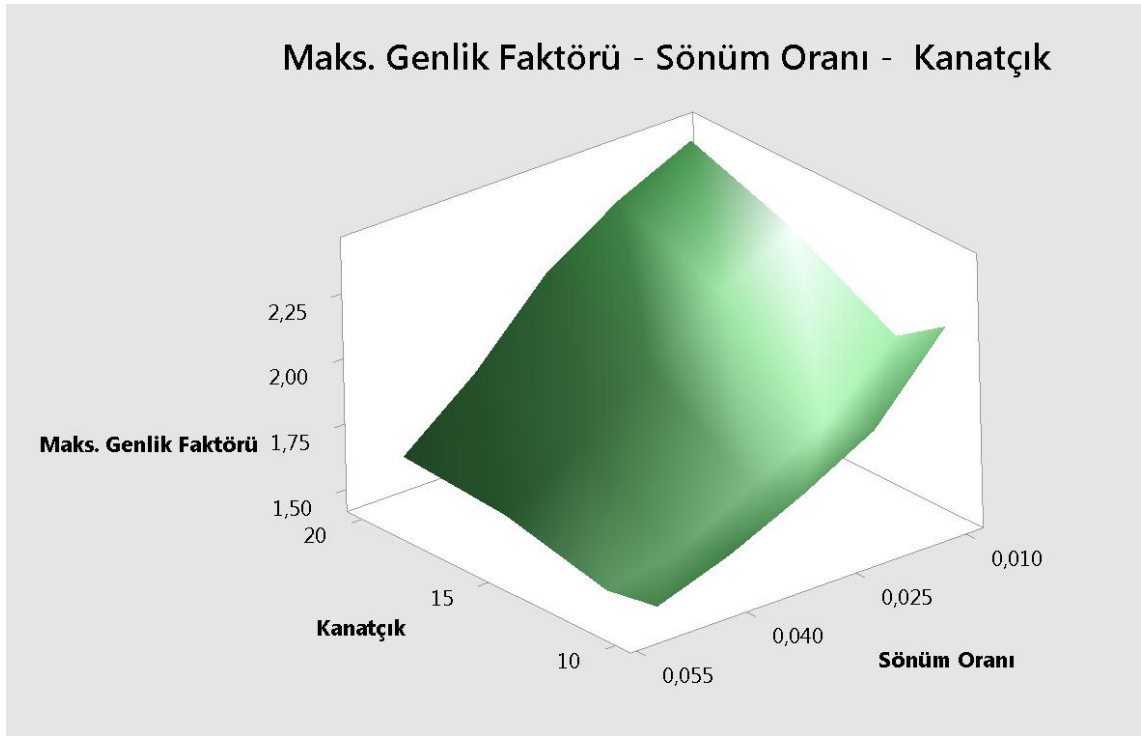


Şekil 7.20 Sönüm Oranı - Kanatçık Sayısı Değişimi



Şekil 7.21 Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

10, 12, 16 ve 20 kanatçıklı düzensiz durum disk kanatçık sistemlerini istatistiksel analizinden %99 güvenilirlik seviyesinde elde edilen maksimum genliklerin kanatçık ve sönüm oranına göre Minitab yazılımında üç boyutlu grafik oluşturulmuştur. Elde edilen verilerle uzaklık yöntemi ile ağırlıklandırılarak, Şekil 7.22’de gösterilmiştir.



Şekil 7.22 Kanatçık, Maks. Genlik Faktörü ve Sönüm Oranı İlişkisi

7.6 Minitab Yazılımı ile 22 Kanatçıklı Sistemin Tahmini

Disk kanatçık sistemine ait %99 güvenilirlik seviyesinde 0.01 ile 0.1 arasında gerçekleşen standart sapma analizlerinde elde edilen ve Bölüm 7.5’de paylaşılan veriler ışığında Minitab 17 ile cevap yüzeyi yöntemi ile 22 kanatçıklı yapı için genlik faktörü değer tahmin analizi yapılmıştır. Minitab’ın verdiği değerler Çizelge 7.9’da gösterilmiştir.

Çizelge 7.9 22 Kanatçık için Minitab Tahmin Analizi

22 Kanatçık için Tahmin Analizi - Minitab	
Sönüm oranı	Cevap Yüzeyi Tahmini[Minitab]
1.00%	2.6184
2.00%	2.3783
3.00%	2.1551
4.00%	1.9486
5.00%	1.7591

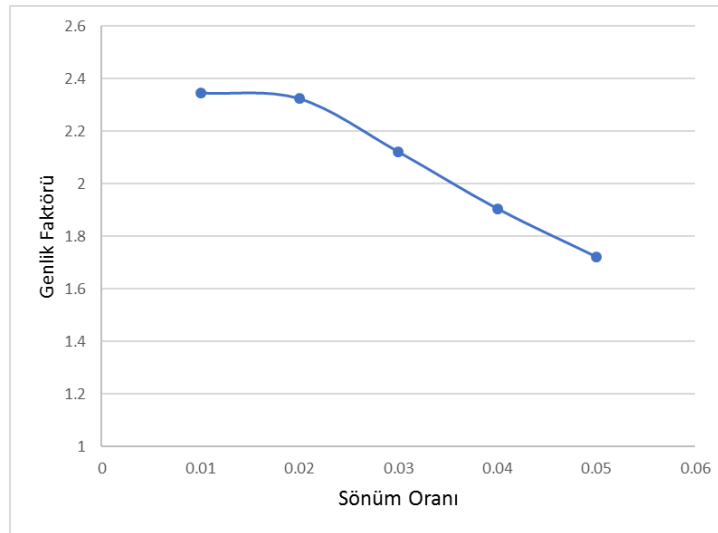
Elde edilen veriler ile kıyaslanması için 22 kanatçıklı sistem ile ANSYS Design Explorer’da istatistiksel düzensizlik analizi yapılmıştır. ANSYS modelinde sınır şartları, malzeme özellikleri ve istatistiksel analiz tekrarları için ise gereken dağılım, yöntem ve

örneklemeler 10, 12, 16 ve 20 kanatçıklı analizler ile aynı tutulmuştur. Kanatçık modeli tasarım uzayı ve kısmi düzensizlik gereği 1500 kez tekrarlı (restart) analizi yapmıştır. Sonuçları ise sönüm oranının, standart sapmaya göre %99 güvenilirlik seviyesinde genlik faktörleri verilmiştir (Çizelge 7.10).

Çizelge 7.10 22 Kanatçıklı %99 İstatistiksel Güvenilirlik Seviyeleri

22 Kanatçıklı Sistem - %99 Güvenilirlik Seviyeleri												
Standart Sapma	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	
Sönüm Oranı	1.00%	1	1.1586	1.2573	1.4456	1.7863	2.1973	2.3306	2.3466	2.2328	2.3345	2.3040
	2.00%	1	1.0807	1.1975	1.4176	1.8224	2.0906	2.3246	2.2059	2.1493	2.2367	2.2818
	3.00%	1	1.0824	1.1969	1.4311	1.8041	2.0918	2.0855	2.0642	2.0454	2.1225	2.1000
	4.00%	1	1.0882	1.2254	1.4294	1.6235	1.8033	1.8872	1.8990	1.8782	1.9062	1.8631
	5.00%	1	1.0886	1.2149	1.3867	1.5280	1.6524	1.7091	1.7229	1.6963	1.7107	1.6505

Maksimum genlikler tüm sönüm oranlarında standart sapma 0.06 ve 0.09 arasında yoğunlaştığı gözükmemektedir ve sönüm oranına göre maksimum değer değişimine bakıldığında 22 kanatçık içinde azalma beklendiği gibi mevcuttur (Şekil 7.23).

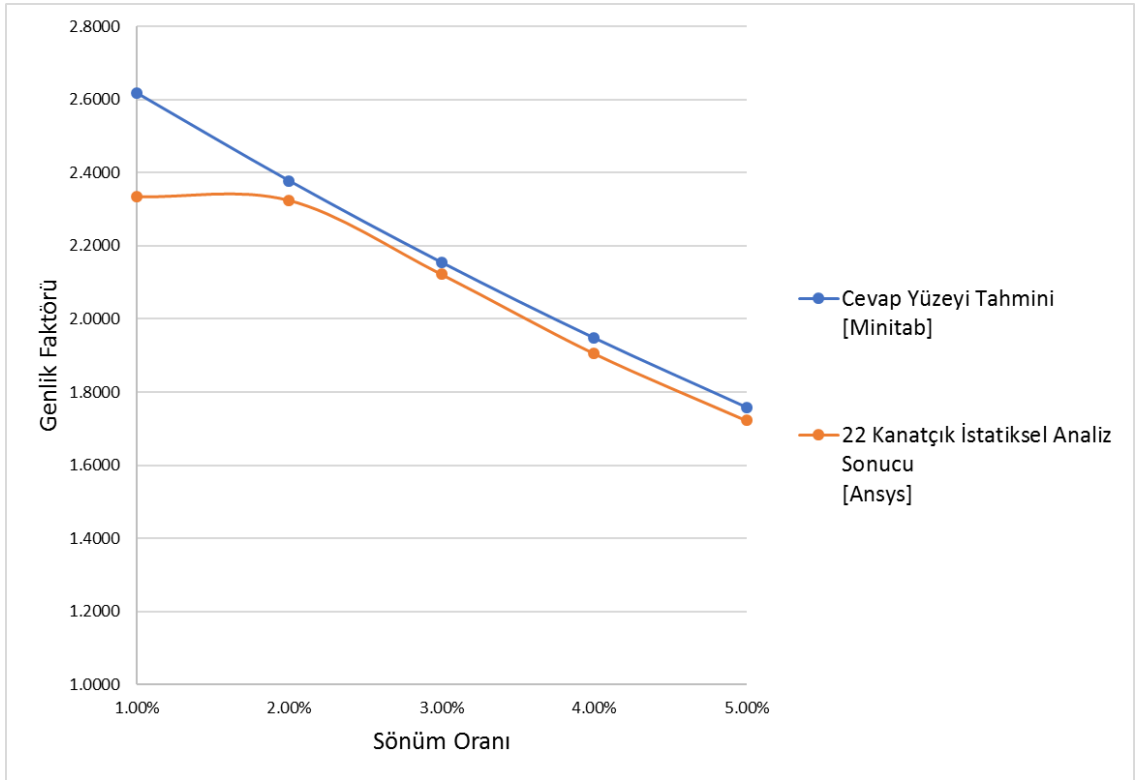


Şekil 7.23 22 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

Minitab ile elde edilen tahmin ile ANSYS ile yapılan istatistiksel analizin kıyaslanması ve yüzde farkı Çizelge 7.11 de verilmiştir. %1 sistem sönüm oranında %12 kadar tahmin değeri istatistiksel hesabın dışında kalmıştır. Tahmin edilen %99 güvenilirlik seviyesinde 2.6184 genlik faktörü, Whitehead Yöntemi ile hesaplandığında maksimum 22 kanatçığın ulaşabileceği genlik değeri 2.8452 elde edilmiştir ve tahmin edilen bu değer üst limit olan Whitehead değerinin altındadır. Çizelge 7.11'deki diğer elde edilen veriler %2 mertebesinde ve ihmal edilebilir büyüklüktedir. Genlik kıyaslaması grafik halinde de verilmiştir (Şekil 7.24).

Çizelge 7.11 22 Kanatçık Minitab ANSYS Kıyaslaması

Sönüm oranı	Cevap Yüzeyi Tahmini [Minitab]	22 Kanatçık İstatiksel Analiz Sonucu [Ansys]	Yüzde Fark
1.00%	2.6184	2.3345	12.16%
2.00%	2.3783	2.3246	2.31%
3.00%	2.1551	2.1225	1.53%
4.00%	1.9486	1.9062	2.22%
5.00%	1.7591	1.7229	2.10%



Şekil 7.24 22 Kanatçıklı Yapı Genlik Faktörü – Sönüm Oranı Değişimi

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, gaz türbinlerinin disk kanatçık sistemlerinde yer alan kanatçık düzensizliği ele alınmıştır. Günümüzde ayırık parametrik modelleri ile son derece kompakt ve doğru modellerle gerçeğin benzetimi olan çeşitli sonlu elemanlar bazlı indirgenmiş modelleme yaklaşımları mevcuttur. Çalışmada, akademik parametrik rotor modeli üzerinden ilerlenmiştir.

Kanatçık düzensizliğinin etkilerini incelemek için nümerik teoriler ve istatistiksel olarak başta Monte Carlo simülasyonu gibi istatistiksel çözüm olanağı mevcuttur. Monte Carlo yönteminde örnekleme yapılırken seçilen düzensizlik şiddeti raslantısal olarak alınıp, minimum 10^4 örnekleme ile olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) ve birikimli olasılık dağılımı (CDF) ile %99 güvenilirlik durum hesaplanabilmektedir. Monte Carlo düzensiz sistemlerin zorlanmış cevabının istatistiğini ve sınırlarını karakterize etmek için en iyi seçenek olsa da olasılıksal durumunda her bir standart sapma için bunu tekrarlamak günümüzde sonlu elemanlar yöntemi ve bilgisayar teknolojisi çok gelişmiş olmasına rağmen, hesaplama süresi, yatırım maliyeti ve harcanan zaman göz önüne alındığında, havacılık ve ticari alanda uygulanabilirliği bulunmamaktadır. Öte yandan, bugüne kadar geliştirilen titreşim modelleme ve analiz araçlarının çeşitliliği, türbin motor rotorlarının güvenilirliği ve sağlamlığını değerlendirmek ve iyileştirmek için yeni yöntemler keşfetme fırsatı sunmaktadır.

Bu bilgiler doğrultusunda, bu çalışmada yer alan ve literatürde Lim ve Ark. geliştirdiği yöntem ile bileşen mod sentezi (CMS) metodunun kanatçıklar için uyarlanabilir hali olan Component Mode Mistuning (CMM) ve Craig – Bampton indirgeme metodu ile düzensiz durum hesapları yapma ve istatistiksel olarak %99 güvenilirlik hesabı için cevap yüzey

optimizasyonu olan yüzey merkezli merkezi karma uzay teorisi (CCD) akademik parametrik rotor modelinde beraber uygulanmıştır.

Nominal tasarım durumu olarak adlandırılan düzenli durum için, değerlendirilecek tüm kanatçıklar ve sönüm oranlarını dahil ederek, modal analiz, mod süperpozisyonlu harmonik analiz yapılmış, zorlanmış titreşim etkisi kanatçıklarda gözlemlenmiştir. Doğal frekans analizinde harmoniklerinde karşılaşılan mod ailelerinin ayrışması gözlemlenmiş ve düzensizlik ile karşılaşılması durumunda yüksek genliklerin ve yüksek çevrimli yorulma hasar riskini artıran nokta üzerinde düzensiz durum çalışılmıştır.

Literatürde yer alan 3 - 7 kanatçık bozulması tamamının bozulma durumunu göz önüne alınacağını göstermektedir. Düzensizlik genlik faktörü hesaplamasında, disk kanatçık sisteminin kısmi düzensizlik yaklaşımı mevcut olduğu görülmüş ve 12 kanatçıklı modelde, düzensizliği 3 kanatçıktan komşu kanatçıkları artırarak 12 kanatçığa kadar tekrarlandığında çizilen genlik faktörü standart sapması grafiğinde yüzde 3 oranında fark olduğu görülmüş ve literatür kabulü yapılarak düzensizlikler kısmi düzensizlik yolundan ilerlenmiştir.

Akademik parametrik bükümlü kanatçıktan oluşan rotor modeli üzerinden 10, 12, 16, 20 ve 22 kanatçıklı yapı üzerinden sönüm oranı %1 ile %5 arasındaki durumları incelenmiştir. İstatiksel analiz çerçevesinde düzensizlikler olasılıksal olarak standart sapma belirlenerek normal dağılım olarak tanımlanmış, her standart sapma için tasarım uzayı (DOE) kurulmuştur. Tasarım uzayı hesaplamaları ANSYS APDL'de yapılmış ve çalışma kapsamında 40.000 tekrarlı analiz koşulmuştur. Bu analizlerden cevap yüzeyi metodu ile birikimli olasılık dağılımı (CDF) ile %99 güvenilirlik seviyeleri ANSYS Design Explorer'da hesaplanmıştır. Elde edilen değerler ile kanatçık sayısı, düzensizlik genlik faktörü ve sönüm oranı arasındaki ilişki gösterilmiştir. Hesaplanan sonuçlar ile kanatçık sayısına bağlı olan teorik üst limit olan Whitehead yöntemi ile kıyaslanmıştır.

Tasarımda yer alan disk kanatçık sistemine ait kanatçık sayısı artmasına bağlı olarak genlik faktörleri büyümesi ve dolayısı ile yüksek çevrimli yorulma hasar riski artması beklenmektedir. Ayrıca, sönüm oranının artmasına bağlı olarak genlik faktörünün düştüğü de gözlemlenmiştir.

Çalışmanın doğrulanması için Minitab yazılımı ile istatistiksel analizlerden elde edilen veriler ile 22 kanatçıklı model için sönüm oranına bağlı genlik tahminleri yapılmış ve tahminlerin kontrolü için 22 kanatçıktan oluşan model oluşturulmuş, önceki analizler gibi istatistiksel olarak tasarım uzayı ve tekrarlı analizler ve cevap yüzeyi oluşturulmuş ve elde edilen %99 güvenilirlik seviyesi için genlik faktörleri kıyaslanmıştır. Kanatçık sayısının artmasına bağlı olarak genliklerin arttığı görülmüş ve Whitehead maksimum genlik limitini aşmamıştır. Bu da düzensizlik analizleri için izlenen metodun uygulanabilir olduğunu göstermiştir.

Çalışmada, disk kanatçık sistemlerinin titreşimleri, hasarlanmaları, sistem düzensizlik mekanizmaları, düzensizlikleri oluşması durumu, cevap yüzey metodolojisi, düzensizlik hesaplama teorileri, modelleme ile düzenli durum analizleri ve düzensiz durum istatistiksel analizleri sonuçları, ANSYS APDL, ANSYS Design Explorer ve Minitab hesaplama araçları kullanarak kanatçık sayısına ve sönüm oranına göre davranışı paylaşılmıştır.

Bu çalışma kapsamında disk kanatçık sistemlerinde meydana gelebilecek düzensizlik durumları için kanatçık sayısının ve sönüm oranının etkisi incelenmiş ve Whitehead yöntemi ile doğrulama yapılmıştır. Monte Carlo Yöntemi gibi maliyetli bir değerlendirme yerine, bu tezde cevap yüzey yöntemiyle istatistiksel analizler incelenmiştir. Yapılacak ilave çalışmalar ile kademeli disk kanatçık yapısının genlik faktörlerini ne şekilde etkilediği incelenebilir. Ayrıca kasıtlı düzensizlik tanımlanarak karşılaştırılması yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Rolls-Royce, (1996). The Jet Engine, Rolls-Royce plc., Derby.
- [2] Chan, Y. J., (2009). Variability of Blade Vibration in Mistuned Bladed Discs, Doktora Tezi, Imperial College London, London.
- [3] Chan, Y. J. ve Ewins, D.J., (2011). "The Application Of Robust Design Strategies On Managing The Uncertainty and Variability Issues of The Blade Mistuning Vibration Problem", IUTAM Symposium on the Vibration Analysis of Structures With Uncertainties, 27:443-456.
- [4] Zhang, M., Liu, Y., Wang, W., Wang, P. ve Li, J. (2016). "The Fatigue Of Impellers and Blades, Engineering Failure Analysis", 62:208-231.
- [5] Whitehead, D.S., (1966). "Effect of mistuning on vibration of turbomachine blades induced by wakes", Journal of Mechanical Engineering Science, 8(1):15–21.
- [6] Whitehead, D.S., (1998). "The maximum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning", Journal of Engineering for Gas turbines and Power, 120:115–119.
- [7] Lim, S.H., Castanier, M.P. ve Pierre, C., (2004). "Predicting mistuned blade amplitude bounds and stress increases from energy formulations", 9th National Turbine Engine HCF Conference.
- [8] Rivas-Guerra, A.J. ve Mignolet, M.P., (2003). "Maximum amplification of blade response due to mistuning: localization and mode shape aspects of the worst disks", ASME, Journal of Turbomachinery, 125(3):442–454.
- [9] Petrov, E. P. ve Ewins, D. J., (2003). "Analysis of the worst mistuning patterns in bladed disk assemblies", Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, 125(4):623-631.
- [10] Kenyon, J.A., Griffin, J. H. ve Feiner, D.M., (2003). "Maximum Bladed Disk Forced Response From Distortion of a Structural Mode", Journal of Turbo Machinery, 125:352-363.
- [11] Feiner, D.M. ve Griffin, J.H., (2004). "Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model — part I: Theory", ASME, Journal of Turbomachinery 126:150–158.

- [12] Castanier, M.P. ve Pierre, C., (2006). "Modeling and Analysis of Mistuned Bladed Disk Vibration Status and Emerging Directions", *Journal of Propulsion and Power*, 22:384-396.
- [13] Yuan, J., Allegri, G., Scarpa, F., Rajasekaran, R. ve Patsias, S. (2015). "Probabilistic Dynamics of Mistuned Bladed Disc Systems Using Subset Simulation", *Journal of Sound and Vibration*, 350:185-198.
- [14] Liao, H. ve Wang, J., (2010). "Mistuning Forced Response Characteristics Analysis of Mistuned Bladed Disks", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 132
- [15] Sinha, A., (2017). *Vibration of Nearly Periodic Structures and Mistuned Bladed Rotors*, First Press, Cambridge University Press, United Kingdom of England
- [16] Lim, S.H., Bladh, R., Castanier, M.P. ve Pierre, C., (2003). "A Compact, Generalized Component Mode Mistuning Representation for Modeling Bladed Disk Vibration", *AIAA Journal*, 45:2285-2298.
- [17] Beck, J. (2010). *Stochastic Mistuning Simulation of Integrally Bladed Rotors using Nominal and Non-Nominal Component Mode Synthesis Methods*, Yüksek Lisans Tezi, Wright State University, Fairborn, USA.
- [18] Rolls-Royce Trent 700, https://en.wikipedia.org/wiki/Rolls-Royce_Trent_7000, 24 Aralık 2018.
- [19] Cengel, Y.A. ve Boles, M.A., (2002). *Thermodynamics: An Engineering Approach*, Fourth Edition, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- [20] Flack R.D. (2000). *Fundamentals of Jet Propulsion with Applications*, First Edition, Cambridge University Press.
- [21] Boyce, M., (2012). *Gas Turbine Engineering Handbook*, Fourth Edition, Butterworth-Heinemann, USA.
- [22] Saravanamuttoo, H.I.H., (2017). *Gas Turbine Theory*, Seventh Edition, Pearson, United Kingdom
- [23] Rolls-Royce, Axial Compresor and Turbine Operation, <https://www.phase-trans.msm.cam.ac.uk/mphil/Trent1/sld011.htm>, 15 Şubat 2019
- [24] GE Havacılık Firmasına ait GENX Motor Kesiti, <https://diazpez.com/boeing-suspende-los-vuelos-de-su-flota-de-737max-por-problemas-de-motor>, 01 Mart 2019
- [25] Younossi, O., (2002). *Military Jet Engine Acquisition: Technology Basics and Cost-Estimating*, USAF, USA.
- [26] Blisk, <https://en.wikipedia.org/wiki/Blisk>, 24 Mart 2019.
- [27] Ruffles, P.C., (2003). "Aero Engines of the Future", *The Aeronautical Journal*, 107:307-321
- [28] Flight Global, GE TEchX fan Blisk is all the buzz, www.flightglobal.com/news/articles/nbaa-ge-techx-fan-blisk-is-all-the-buzz-348755, 02 Nisan 2019.

- [29] Aviation Week, *Metallics Make Comeback With Manufacturing Advances*, <http://aviationweek.com/awin/metallics-make-comeback-manufacturing-advances>, 5 Nisan 2019.
- [30] Fraunhofer, *Blisk Manufacturing- Significant cost saving potential in Blisk manufacturing*, www.fraunhofer.de/en/press/research-news/2016/May/significant-cost-saving-potential-in-blisk-manufacturing.html, 19 Nisan 2019.
- [31] Singh, M. ve Lucas, G. (2011). *Blade Design and Analysis for Steam Turbines*, First Edition, McGraw Hill, USA.
- [32] Tobias, S.A. ve N Arnold, R. (1957). "The Influence of Dynamical Imperfection on the Vibration of Rotating Disks", *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers*, 171: 669-690.
- [33] Trumpler, W.E. ve Owens, H.M.,(1955). "Turbine-blade vibration and strength", *ASME*, 77:337-341.
- [34] Armstrong, E. ve Stevenson, R. (1960). "Some Practical Aspects of Compressor Blade Vibration", *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 64:117-130.
- [35] Rao, J.S., (1991). *Turbomachine Blade Vibrations*, First Edition, New Age Publications, New Delhi, India.
- [36] Yiu, H., (1995). *Forced Vibratiton Characteristics of Mistuned Bladed Disc Assemblies*, Ph.D. Thesis, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London.
- [37] Jacquet-Richardet, G., (1997). *Bladed assemblies vibration*, Laboratoire de Mécanique des Structures, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, France.
- [38] *Bladed-Disk Vibrations*, KTH Sweden Comp Eduacation, <http://www.energy.kth.se/compedu/webcompedu/webhelp>, 14 Şubat 2019.
- [39] Imregun, M., *Basics of Blade and Disk Vibration*, von Karman Ins. <http://www.energy.kth.se/compedu/webcompedu/WebHelp/media/slides/S5B3C4.pdf>, 13 Şubat 2019
- [40] Rzadkowski, R. (1994). "The General Model of Free Vibrations of Mistuned Bladed Discs, Part II: Numerical Results", *Journal of Sound and Vibration*, 173(3):395–413
- [41] Nikolic, M. (2006). *New Insights into the Blade Mistuning Problem*, Ph.D. Thesis, Imperial College London, London.
- [42] Schijve, J., (2003). "Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art," *Int. J. Fatigue*, 25(8):679–702.
- [43] Meyers, M.A. ve Chawla, K.K., (2009). *Mechanical Behavior of Materials*, Second Edition, Cambridge Press, London.
- [44] Benini, E., (2011). *Advances in Gas Turbine Technology*, First Edition, IntechOpen, Padua.

- [45] Blachnio, J. ve Pawlak, W. (2011). Damageability of Gas Turbine Blades - Evaluation of Exhaust Gas Temperature in Front of the Turbine Using a Non-Linear Observer, www.intechopen.com/books/advances-in-gas-turbine-technology/damageability-of-gas-turbine-blades-evaluation-of-exhaust-gas-temperature-in-front-of-the-turbine-us, 06 Mayıs 2019
- [46] Cowles, B. A. (1996). "High Cycle Fatigue in Aircraft Gas Turbines—an Industry Perspective", *International Journal of Fracture*, 80(2):147-163.
- [47] Hsu, L.L. (1988), "Total Corrosion Control for Industrial Gas Turbines: Airborne Contaminants and Their Impact on Air/Fuel/Water Management", *ASME*, 11.
- [48] Hill, D.G.T.. (1973). "Gas Turbine Intake Systems in Unusual Environments", *ASME*, 10.1115/73-GT-38.
- [49] Majed, S. (2006). Anti-Icing in Gas Turbines, Master Thesis, Lund University, Lund.
- [50] Escaler, X., Ekanger, J. V., Francke, H. H., Kjeldsen, M., ve Nielsen, T. K. (2014). "Detection of Draft Tube Surge and Erosive Blade Cavitation in a Full-Scale Francis Turbine", *Journal of Fluids Engineering*, 137(1):1-9.
- [51] Cleaning Gas Turbine Compressor Blades, www.blackwells-inc.com/specialized-industrial-cleaning/corrosion-gas-turbine-compressor-blades, 05 Mart 2019.
- [52] GE Power, Gas Turbine Inlet Air Treatment, www.ge.com/content/dam/gepower-pgdp/global/en_US/documents/technical/ger/ger-3419a-gas-turbine-inlet-air-treatment.pdf, 01 Mayıs 2019
- [53] Pierre, C., (1988). "Mode localization and eigenvalue loci veering phenomena in disordered structures," *Journal of Sound and Vibration*, 126(3):485–502.
- [54] Federal Aviation Administration(FAA), Engine Nacelle - KLM 747, https://www.faa.gov/airports/airport_safety/wildlife/gallery, 20 Mart 2019
- [55] Ewins, D. J., (1973). "Vibration characteristics of bladed-disk assemblies", *Journal of Mechanical Engineering*, 12(5):165-186.
- [56] Sun, W., Wang, S., Xia, Y., ve Zhang, P. (2016). "Natural frequency splitting and principal instability of rotating cyclic ring structures", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 232(1):66–78.
- [57] MacBain, J.C. ve Whaley, P.W., (1984). "Maximum Resonant Response of Mistuned Bladed Disks", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 106:218-223.
- [58] Ewins, D. J., (1969). "The Effects of Detuning Upon the Forced Vibrations of Bladed Disks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 9, No. 1, 1969, pp. 65-79.
- [59] Myhre, M. (2003). Numerical Investigation of the Sensitivity of Forced Response Characteristics of Bladed Disks to Mistuning, Master Thesis, KTH Royal Institute of Technology, Sweden.

- [60] Myhre, M., Moyroud, F. ve Fransson, T.H., (2003). "Numerical Investigation of the Sensitivity of Forced Response Characteristics of Bladed Disks to Mistuning", Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2003, 2003-GT-38007.
- [61] Judge, J., Pierre, C., ve Mehmed, O. (2001). "Experimental Investigation of Mode Localization and Forced Response Amplitude Magnification for a Mistuned Bladed Disk", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 123(4), 940.
- [62] Kenyon, J.A., Griffin, J. H. ve Kim, N.E., (2003). "Frequency Veering Effects On Mistuned Bladed Disk Forced Response", 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Joint Propulsion Conferences.
- [63] Kenyon, J.A., Griffin, J. H. ve Kim, N.E., (2005). "Sensitivity of Tuned Bladed Disk Response to Frequency Veering", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-transactions of The Asme, 127(4).
- [64] Wei, S.T. ve Pierre, C., (1990). "Statistical analysis of the forced response of mistuned cyclic assemblies", AIAA Journal, Vol. 28, No. 5.
- [65] Ottarsson, G., ve Pierre, C., (1995). "On the effects of interblade coupling on the statistics of maximum forced response amplitudes in mistuned bladed disks", 36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference.
- [66] Reh, S., Beley, J.-D., Mukherjee, S. ve Khor, E.H. (2006). "Probabilistic finite element analysis using ANSYS", Structural Safety, 28:17–43.
- [67] Yalçın, B., (2005). Olasılıksal Metodlarlar Yapısal ve Çatlak İlerlemesi Analizleri, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [68] NIST, Engineering Statistics Handbook, www.itl.nist.gov/div898/handbook/apr/section1/apr162.htm, 31 Mart 2019.
- [69] Thacker, B., (2008). Why do Probabilistic Finite Element Analysis?, NAFEMS, England.
- [70] Deivanayagam, A. (2012). Probabilistic Finite Element Analysis & Design Optimization for Structural Designs, Master Thesis, Arizona State University, Arizona, USA.
- [71] Gentle, J.E., (2005). Random Number Generation and Monte Carlo Methods, Second Edition, Springer, Virginia, USA.
- [72] Ang A.H.S. ve Tang W.H., (1975). Probabilistic concepts in engineering planning and design. Basic principles, vol. I., Wiley, New York.
- [73] Dean A., Voss D. ve Draguljić D. (2017). Response Surface Methodology. In: Design and Analysis of Experiments, Springer Texts in Statistics, Springer, Cham.
- [74] Box, G.E.P. ve Draper, N.R., (1987). Empirical Model Building and Response Surfaces, John Wiley and Sons, New York, USA.

- [75] Myers, R.H. ve Montgomery, D.C., (1995). Response Surface Methodology, Process and Product Optimization Using Designed Experiments, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, NY.
- [76] Olawoye, B., (2016). A Comprehensive Handout On Central Composite Design (CCD), www.researchgate.net/publication/308608329, 26 Mart 2019
- [77] Sanchez, S. M. (2008). "Better than a petaflop: The power of efficient experimental design", 2008 Winter Simulation Conference.
- [78] Ağdacı, O. (2018). Disk Kanatçık Sistemlerindeki Düzensizlik Davranışının Ansys Programı İle İstatistiksel Olarak İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- [79] Kutner, M., Nachtsheim C.J., Neter, J. ve Li, W., (2005). Applied Linear Statistical Models, Fifth Edition, McGrawHill, New York, USA.
- [80] Ansys Program v17.2 Help Documents, (2017)
- [81] Craney, T.A., (2002). Response surface methodology developments for probabilistic engineering design, Masters thesis, University of Maryland, Maryland.
- [82] Acar, E. (2010). "Various approaches for constructing an ensemble of meta models using local measures", Structural and Multidisciplinary Optimization, 42:879-896.
- [83] Samad, A., (2012). Turbomachinery Design and Optimization: A systematic approach for turbomachinery blade design, flow analysis and performance optimization, First Edition, LAP Lambert Academic Publishing, Germany.
- [84] McKay, M.D., Beckman, R.J. ve Conover, W.J., (1979). "A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code", Technometrics, 21:239-245.
- [85] Hou, J. (2005). "Cracking-Induced Mistuning in Bladed Disks", AIAA Journal, 44:11-13.
- [86] NASTRAN Help Manual, (2009)
- [87] Ewins D.J., (2000). Modal Testing: Theory, Practice and Application, Second Edition, Research Studies Press, Baldock.
- [88] Heylen, W., Lammens, S. ve Sas, P., (1997). Modal Analysis Theory and Testing, KUL Press, Leuven.
- [89] Maia, N.M.M. ve Silva, J.M.M., (1997). Theoretical and Experimental Modal Analysis, Taunton: Research Studies Press.
- [90] Melchers, R.E., (1999). Structural Reliability Analysis and Prediction, Second Edition, John Wiley & Sons.
- [91] He, J. ve Fu, Z., (2001). Modal Analysis, First Edition, Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [92] Petyt, M., (1990). Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge University.

- [93] Tahralı, N., Kaya, F., Yüksek, İ. ve Güçlü, R., (1999). Makina Dinamiği, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, İstanbul.
- [94] Shaoping Xiao, Iowa Üniversitesi, Makine Mühendisliği, Titreşimin Temelleri Ders Notları, <http://user.engineering.uiowa.edu/~sxiao/class/058-153/lecture-6.pdf>, 25 Mart 2019.
- [95] Comsol User Manual, (2016)
- [96] Bathe, K.J., (1996). Finite Element Procedures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- [97] Tse, S., Morse, I.E. ve Hinkle, R.T., (1963). Mechanical Vibrations, Allyn and Bacon, Boston.
- [98] NASA, Overview of NASA GRC Research on Damping of Jet Engine Blades, <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20120016705>, 4 Mart 2019.
- [99] Special Metals, Inco718, www.specialmetals.com/assets/smc/documents/inconel_alloy_718.pdf, 11 Aralık 2018

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : A. Samet KIZILASLAN
Doğum Tarihi ve Yeri : 1989 – İzmit
Yabancı Dili : İngilizce, Almanca
E-posta : kizilaslan@outlook.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Lisans	Makine Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	2013
Lisans	Makine Mühendisliği	Darmstadt Teknik Üniversitesi	2012
Lise	Fen Bilimleri	Yarımca Anadolu Lisesi	2007

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2017 - Halen	TEI - TUSAŞ Engine Industries, Inc.	Kıdemli Yapısal Analiz Mühendisi
2016 - 2017	GE Aviation - TEI	Yapısal Analiz Mühendisi
2013 - 2016	Ford Otosan	Yapısal Analiz Mühendisi
2012 - 2013	Daimler - Mercedes Benz	Mühendis (PEP)

YAYINLARI

Bildiri

1. Kızılaslan, A.S. ve Güçlü R., (2019). “Gaz Türbin Kanatçıklarının Düzensizlik Etkilerinin İstatistiksel Olarak İncelenmesi ve Cevap Yüzey Optimizasyonu”, 4th International Scientific Research Congress, 14-17 Şubat, Yalova.