

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KRİPTO PARALARDA RİSK ÖLÇÜMÜ VE PORTFÖY
OPTİMİZASYONU

Baykar SİLAHLI

DOKTORA TEZİ
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Endüstri Mühendisliği Programı

Danışman
Doç. Dr. Nezir AYDIN

Şubat, 2020

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KRİPTO PARALARDA RİSK ÖLÇÜMÜ VE PORTFÖY
OPTİMİZASYONU**

Baykar SİLAHLI tarafından hazırlanan tez çalışması 14.02.2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Endüstri Mühendisliği Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Nezir AYDIN

Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Nezir AYDIN, Danışman

Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Alev TAŞKIN GÜMÜŞ, Üye

Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Atilla ÇİFTER, Üye

Altınbaş Üniversitesi

Prof. Dr. Nihan ÇETİN DEMİREL, Üye

Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Berk AYVAZ, Üye

İstanbul Ticaret Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Nezir AYDIN sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Kripto Paralarda Risk Ölçümü ve Portföy Optimizasyonu başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Baykar SİLAHLI

İmza

Anneme

TEŞEKKÜR

Bu çalışmayı yaparken her aşamada bana rehberlik eden ve yol gösteren tez danışmanım Doç. Dr. Nezir AYDIN'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca, bu çalışmada kullanmış olduğum risk hesaplama yöntemlerine dairengin bilgisiyle yolumu aydınlatan Doç. Dr. Atilla ÇİFTER'e sonsuz teşekkür ederim. Tez komitemde yer alan tüm hocalarıma, öneri ve destekleri için teşekkür ederim.

Bu çalışmanın uygulama aşamasının gerçekleştirilmesinde önemli bir rol oynayan, R programlama diliyle ilgili desteğini benden esirgemeyen, tezin yazım aşamasında önerileriyle bana yardımcı olan Dr. Öğr. Üyesi Kemal Dinçer DİNGEÇ'e şükranlarımı sunarım.

Son olarak, öğrenim hayatım boyunca, maddi ve manevi olarak beni destekleyen aileme ve doktora tezimi bitirebilmek için beni teşvik eden, Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ASARKAYA başta olmak üzere tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Baykar SİLAHLI

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vii
KISALTMA LİSTESİ	viii
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT	xv
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	9
1.3 Hipotez	9
1.4 Tezin İçeriği	10
2 RİSK KAVRAMI VE RİSKE MARUZ DEĞERİN HESAPLANMASI	12
2.1 Risk Kavramı	12
2.1.1 Risk ve Rassallık	12
2.1.2 Finansal Risk Kavramı	13
2.1.3 Riskin Ölçümü ve Yönetimi	14
2.2 Riske Maruz Değer	15
2.3 Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri	16
2.3.1 Tek Değişkenli Modeller	16
2.3.2 Çok Değişkenli Modeller	21
2.4 Riske Maruz Değerlerin Geriye Dönük Testleri	26
2.4.1 Gözlemlenen-Beklenen Aşım Oranının Hesaplanması	26
2.4.2 Koşulsuz Kapsama Testi	27
2.4.3 Koşullu Kapsama Testi	27
2.4.4 Dinamik Kantil Testi	28
3 PORTFÖY OPTİMİZASYONU	29
3.1 Klasik Portföy Optimizasyonu Modeli	29
3.1.1 Problemin Matematiksel Modeli	30
4 YENİ BİR RİSKE MARUZ DEĞER TAHMİN YÖNTEMİ	34
4.1 İki Taraflı Weibull Dağılımıyla Portföy Riske Maruz Değerinin Ölçülmesi ..	34
5 KRİPTO PARALARDA PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE PORTFÖYÜN RİSKE MARUZ DEĞERİNİN HESAPLANMASI	39

5.1	Uygulamada Kullanılan Veri Seti.....	39
5.2	Kripto Paralarda Portföy Optimizasyonu	46
5.2.1	Son 30 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy ..	47
5.2.2	Son 90 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy ..	48
5.2.3	Son 180 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy	50
5.2.4	Son 270 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy	52
5.2.5	Son 365 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy	54
5.2.6	Olası Beş Portföy İçinden Optimum Portföyün Belirlenmesi.....	56
5.3	Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması	61
5.3.1	Tek Değişkenli Modellerle Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması	62
5.3.2	Çok Değişkenli Modellerle Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması	73
5.3.3	Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-GARCH-Weibull Yöntemiyle Hesaplanması	79
5.4	VaR Modellerine Geriye Dönük Testlerin Uygulanması.....	80
6	SONUÇ VE ÖNERİLER	84
A	HS-GARCH-NORMAL MODELLERİNİN PARAMETRELERİ	86
B	HS-GARCH-T MODELLERİNİN PARAMETRELERİ	92
C	OPTİMUM PORTFÖYDEKİ KRİPTO PARALARIN DCC GRAFİKLERİ	99
D	DCC-MGARCH-NORMAL MODELİNİN PARAMETRELERİ	103
E	DCC-MGARCH-T MODELİNİN PARAMETRELERİ	105
	KAYNAKÇA	107
	TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	112

SİMGE LİSTESİ

$(1 - \alpha)$	Güven Düzeyi
α	Azalma Katsayısı
$\hat{\beta}_{LS}$	Regresyon Katsayısı Tahminlerinin Vektörü
$\text{Cov}(R_i, R_j)$	i ve j Varlıkları Arasındaki Kovaryans
$\Sigma \in \Re^{m \times m}$	Varyans-Kovaryans Matrisi
$E(R)$	Portföyün Beklenen Getirisi
$\mathcal{F}$	Gerçekleşebilecek Bütün Olayların Kümesi
$\mathcal{F}_t$	Portföyün t Anına Kadarki Geçmişi (Filtration)
$\Gamma(\cdot)$	Gamma Fonksiyonu
K	Modelde Tahmin Edilecek Olan Parametre Sayısı
l	Kayıp Eşik Değeri
L	Gözlemlenen Kayıp Oranı
LR_{CC}	Conditional Coverage Likelihood Ratio
LR_{UC}	Unconditional Coverage Likelihood Ratio
$\mu_{p,t}$	Portföy Getirisinin Ortalaması
n	Gözlem Sayısı
Ω	Bir Deneyin Gerçekleştirilmesi
p^*	Nominal (Gerçekleşmesi Beklenen) Aşım Olasılığı
$R_{i,t}$	i Varlığının t Zaman Dilimindeki Getirisi
$\hat{\sigma}_{ij}^2$	Son n Gözleme Dayanarak Hesaplanan Örneklem Kovaryansı
$\sigma_{p,t}^2$	Portföy Getirisinin Varyansı
$\hat{\sigma}_{t+1}^2$	$t+1$ Periyodundaki Tahmini Portföy Varyansı
$t_v(\cdot)$	v Serbestlik Derecesine Sahip t Dağılımı Birikimli Dağılım Fonksiyonu
$w_{i,t}$	i Varlığının t Zaman Dilimindeki Ağırlığı
$\text{Var}(R)$	Portföy Getirisinin Varyansı
x	Gerçekleşen Aşım Sayısı
X	Portföy Değerindeki Değişiklik
X_i	i Yatırımının Değerindeki Değişim
X_t	Portföyün t Günündeki Logaritmik Getirisi
$(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$	Artık Terimler Serisi

KISALTMA LİSTESİ

A.B.D.	Amerika Birleşik Devletleri
ACF	Autocorrelation Function
AE	Actual Over Expected Exceedance Ratio
AIC	AKAIKE Information Criterion
ANN	Artificial Neural Networks
AR-CGARCH	Autoregressive Component GARCH
ARDL	Autoregressive Distrubed Lag Bound
BEKK	Baba, Engle, Kraft ve Kroner
Brexit	British Exit
BTC	Bitcoin
CCC	Constant Conditional Correlation
cdf	Cumulative Distribution Function
DASH	Dash Coin
DCC	Dynamic Conditional Correlation
DCC-MGARCH-Normal	Dinamik Koşullu Korelasyonlu, Normal Dağılımlı Çoklu GARCH Yöntemi
DCC-MGARCH-t	Dinamik Koşullu Korelasyonlu, t Dağılımlı Çoklu GARCH Yöntemi
DQ	Dynamic Quantile
ETH	Etherium
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
HS	Historical Simulation
HS-Ampirik	Ampirik Tarihsel Simülasyon Yöntemi
HS-EWMA	Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalamalı Tarihsel Simülasyon Yöntemi
HS-GARCH-Normal	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyanslı Normal Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi
HS-GARCH-t	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyanslı t Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi
HS-Normal	Normal Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi
HS-t	t Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

iid	Independent and Identically Distributed
LRD	Long Range Dependence
LTC	Litecoin
MGARCH	Multiple GARCH
MLE	Maximum Likelihood Estimation
MSGARCH	Markov-Switching GARCH
pdf	Probability Density Function
S&P	Standard & Poor's
STD	Standart Sapma
STW	Standardized Two-Sided Weibull
SWN	Strict White Noise
TPI	Trade Policy Index
TSX	Toronto Stock Exchange
VC	Variance-Covariance
VC-Normal	Normal Dağılımlı Varyans-Kovaryans Yöntemi
VC-t	t Dağılımlı Varyans-Kovaryans Yöntemi
WPS	Wavelet-Power-Spectrum
WTC	Wavelet Coherency
XRP	Ripple
XWT	Cross-Wavelet
VaR	Value-at-Risk
VARMA	Vector Autoregressive Moving Average

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Riske maruz değerin görsel açıklaması.....	16
Şekil 4.1 STW ($\lambda_1 = 0,2$; $k_1 = 1,0$; $k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu	36
Şekil 4.2 STW ($\lambda_1 = 0,9$; $k_1 = 1,0$; $k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu	36
Şekil 4.3 STW ($\lambda_1 = 0,5$; $k_1 = 1,0$; $k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu	37
Şekil 5.1 Dört ana kripto para biriminin günlük getiri grafikleri.....	41
Şekil 5.2 Dört ana kripto para biriminin histogramları	42
Şekil 5.3 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin serpmeye diyagramları.....	43
Şekil 5.4 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin otokorelasyon katsayıları.....	44
Şekil 5.5 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin karelerinin otokorelasyon katsayıları	45
Şekil 5.6 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin mutlak değerlerinin otokorelasyon katsayıları	45
Şekil 5.7 30 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları.....	47
Şekil 5.8 30 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği.....	48
Şekil 5.9 90 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları.....	49
Şekil 5.10 90 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği	50
Şekil 5.11 180 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları	51
Şekil 5.12 180 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği	52
Şekil 5.13 270 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları	53
Şekil 5.14 270 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği	54
Şekil 5.15 365 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları	55
Şekil 5.16 365 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği	56
Şekil 5.17 Optimum portföyün günlük getiri, histogram, Q-Q ve otokorelasyon grafikleri	58
Şekil 5.18 Optimum portföyün HS-Ampirik yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	63

Şekil 5.19 Optimum portföyün HS-Normal yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	64
Şekil 5.20 Optimum portföyün HS-t yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği....	65
Şekil 5.21 Optimum portföyün HS-EWMA yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	66
Şekil 5.22 Logaritmik optimum portföy getirilerinin histogramı.....	67
Şekil 5.23 Optimum portföyün HS-GARCH-Normal yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	70
Şekil 5.24 Optimum portföyün HS-GARCH-t yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	73
Şekil 5.25 Optimum portföyün VC-Normal yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	75
Şekil 5.26 Optimum portföyün VC-t yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği....	76
Şekil 5.27 Optimum portföyün DCC-MGARCH-Normal yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	77
Şekil 5.28 Optimum portföyün DCC-MGARCH-t yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	78
Şekil 5.29 Optimum portföy getirilerinin histogramı ve üç farklı dağılımın karşılaştırılması	79
Şekil 5.30 Optimum portföyün HS-GARCH-Weibull yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği.....	80
Şekil 5.31 Uygulanan modellerden elde edilen %5'lik VaR değerlerinin karşılaştırılması	82
Şekil C.1 BTC-LTC arasındaki DCC grafiği	99
Şekil C.2 BTC-XRP arasındaki DCC grafiği	100
Şekil C.3 BTC-DASH arasındaki DCC grafiği.....	100
Şekil C.4 LTC-XRP arasındaki DCC grafiği	101
Şekil C.5 LTC-DASH arasındaki DCC grafiği.....	101
Şekil C.6 XRP-DASH arasındaki DCC grafiği.....	102

TABLO LİSTESİ

Tablo 5.1 01.04.2014 tarihinde dört ana kripto paranın piyasadaki yüzdelik payları	40
Tablo 5.2 Dört ana kripto paranın günlük getirileriyle ilgili tanımlayıcı istatistikler	41
Tablo 5.3 Dört ana kripto paranın günlük getirilerinin korelasyon katsayıları.....	43
Tablo 5.4 Beş farklı portföyün performans verileri	57
Tablo 5.5 Günlük optimum portföyün getirilerinin tanımlayıcı istatistikleri, tanı ve dinamik korelasyon testlerinin sonuçları.....	61
Tablo 5.6 GARCH modellerinin AIC değerleri.....	68
Tablo 5.7 GARCH (1,2) modelinin parametreleri	69
Tablo 5.8 t dağılımlı GARCH modellerinin AIC değerleri	71
Tablo 5.9 t dağılımlı GARCH (1,1) modelinin parametreleri	72
Tablo 5.10 VaR yöntemlerinin geriye dönük test sonuçları	81
Tablo A.1 GARCH (1,1) modelinin parametreleri.....	86
Tablo A.2 GARCH (1,3) modelinin parametreleri.....	87
Tablo A.3 GARCH (2,1) modelinin parametreleri.....	87
Tablo A.4 GARCH (2,2) modelinin parametreleri.....	88
Tablo A.5 GARCH (2,3) modelinin parametreleri.....	89
Tablo A.6 GARCH (3,1) modelinin parametreleri.....	89
Tablo A.7 GARCH (3,2) modelinin parametreleri.....	90
Tablo A.8 GARCH (3,3) modelinin parametreleri.....	91
Tablo B.1 t dağılımlı GARCH (1,2) modelinin parametreleri.....	92
Tablo B.2 t dağılımlı GARCH (1,3) modelinin parametreleri.....	93
Tablo B.3 t dağılımlı GARCH (2,1) modelinin parametreleri.....	93
Tablo B.4 t dağılımlı GARCH (2,2) modelinin parametreleri.....	94
Tablo B.5 t dağılımlı GARCH (2,3) modelinin parametreleri.....	95
Tablo B.6 t dağılımlı GARCH (3,1) modelinin parametreleri.....	96
Tablo B.7 t dağılımlı GARCH (3,2) modelinin parametreleri.....	97
Tablo B.8 t dağılımlı GARCH (3,3) modelinin parametreleri.....	98

Kripto Paralarda Risk Ölçümü ve Portföy Optimizasyonu

Baykar SİLAHLI

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Nezir AYDIN

2008 yılında yaşanan global ekonomik kriz, dünya genelinde yeni bir finansal ürün arayışını ortaya çıkarmış, bunun sonucunda Bitcoin olarak adlandırılan, herhangi bir merkeze bağlı olmayan ilk dijital para birimi geliştirilmiştir. Bu yeni para birimine olan ilgi zamanla artmış ve bu durum farklı algoritmalarla geliştirilebilen 3000'den fazla kripto paranın ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bitcoin ve diğer kripto para birimlerinden oluşturulmuş olan portföylerin riske maruz değerlerini hesaplamak için literatürdeki standart modellerin kullanılması iyi sonuçlar vermemektedir. Çünkü, normal dağılım ve t dağılımı gibi standart dağılımlar, kripto paralarda ortaya çıkan, yüksek volatilité, volatilité kümelenmesi, şişkin kuyruklu ve çarpık dağılımlar gibi özelliklerin modellenmesinde uygun değildir. Dolayısıyla, piyasada meydana gelebilecek ani değişimleri daha iyi modelleyebilmek için, Chen ve Gerlach (2013) tarafından öne sürülmüş olan iki taraflı Weibull dağılımını, GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (Oto regresif Koşullu Değişen Varyans) yöntemiyle kombine eden yeni bir portföy riske maruz değer hesaplama yöntemi (HS-GARCH-Weibull) geliştirilmiştir. Yeni önerilen yöntem, tarihsel simülasyon (Historical Simulation) (HS) yoluyla Chen ve Gerlach'ın

(2013) tek değişkenli modelinin genişletilerek portföylere uygulanmasını içermektedir. Çalışmanın amacı, HS-GARCH-Weibull yönteminin kripto para portföylerinde diğer tek ve çok değişkenli modellere göre daha iyi bir risk tahmin performansına sahip olduğunu, geriye dönük testleri kullanarak göstermektir. Bu amaçla gerçekleştirilmiş olan uygulamada, Bitcoin, Litecoin, Ripple ve Dash kripto para birimlerinden oluşturulmuş olan bir optimum (minimum varyanslı) portföy ele alınmıştır. Kripto paraların dinamik yapısından dolayı günlük olarak değişen optimal ağırlıklarının bulunması için Markowitz'in (1952) optimal portföy teorisinden yararlanılmıştır. Ampirik bulgular, HS-GARCH-Weibull yönteminin dört geriye dönük test kriterinden üçüne göre en iyi performansı gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: İki taraflı Weibull dağılımı, portföy riske maruz değeri, volatilité, kripto para piyasaları

Risk Measurement and Portfolio Optimization in Cryptocurrencies

Baykar SİLAHLI

Department of Industrial Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Nezir AYDIN

The global economic crisis in 2008 led to the search for a new financial product around the world, which resulted in the development of the first non-centralized digital currency called Bitcoin. Interest in this new currency has increased over time, resulting in more than 3000 cryptocurrencies that can be developed with different algorithms. The use of standard models in the literature to calculate the Value-at-Risk of portfolios formed from cryptocurrencies does not yield good results. Because, standard distributions such as normal distribution and t distribution are not suitable for the modeling of features such as high volatility, volatility clustering, heavy-tailed and skewed distributions that occur in cryptocurrencies. Therefore, in order to model the sudden changes in the market, a new portfolio Value-at-Risk calculation method was developed. The new method that combines the two-sided Weibull distribution of Chen and Gerlach (2013) with the GARCH method, is called HS-GARCH-Weibull method. The new proposed method involves expanding the univariate model of Chen and Gerlach (2013) through historical simulation (HS) and applying it to portfolios. The aim of this study is to show that the HS-GARCH-Weibull method has better risk estimation performance in cryptocurrency portfolios than

other univariate and multivariate models by using backtesting methods. To apply the proposed technique, an optimum portfolio consisting of Bitcoin, Litecoin, Ripple and Dash was considered. Markowitz's (1952) optimal portfolio theory was used to find optimal weights that change daily due to the dynamic nature of cryptocurrencies. The HS-GARCH-Weibull method performs best in three out of four backtesting criteria.

Keywords: Two-sided Weibull distribution, portfolio Value-at-Risk, volatility, cryptocurrency markets

1.1 Literatür Özeti

2008 yılında yaşanan global ekonomik krizin, Lehman Brothers gibi büyük ölçekli firmaların batmasına sebep olmasıyla, dünya genelinde yeni bir finansal ürün arayışı ortaya çıkmıştır. Bunun sonucunda, Nakamoto (2008) tarafından yayınlanan makalede yeni bir elektronik para birimi sistemi ortaya çıkarılmıştır. Bitcoin olarak adlandırılan bu ilk kripto para birimi, herhangi bir merkeze bağlı olmadığından ve takas işlemlerinde kolaylıkla kullanılabildiğinden, kısa sürede dünya genelinde çok fazla dikkat çekmiş ve yeni çağın para birimi olmuştur. Blockchain olarak isimlendirilen tamamen dijital olarak şifrelenen bir sisteme sahip olan bu yeni dijital para biriminin fiyatı ve ticaret hacmi son yıllarda çok ciddi oranda artış göstermiş; bu durum farklı algoritmalarla birden fazla bilgisayar üzerinde üretilen başka kripto paraların da ortaya çıkmasına sebebiyet vermiştir. <https://coinmarketcap.com> internet adresinde, dünya genelinde farklı kripto para borsalarında işlem gören 3000'den fazla kripto parayla ilgili veriler bulunmaktadır.

Kripto para birimleri düşük işlem maliyetlerinden dolayı alternatif küresel para birimleri olarak oluşturulmuştur; ancak yaygın olarak spekülasyon varlıkları olarak kabul edilmektedirler. Bouoiyour ve Selmi (2015), Bitcoin'in güvenli bir ürün olup olmadığını belirleyebilmek için yapmış oldukları çalışmada, ARDL Sınır Testi (Autoregressive Distributed Lag Bound Test) yöntemini kullanarak Bitcoin fiyatına etki edecek faktörleri belirlemeye çalışmışlardır. Sonuç olarak, Bitcoin'in yüksek belirsizlikteki spekülasyon fiyat hareketlerine sahip olmasından dolayı, güvenli bir sığınak olmadığını öne sürmüşlerdir. Aşağıdaki paragrafla birlikte, Bitcoin ve diğer kripto para birimleriyle ilgili son yıllarda gerçekleştirilmiş olan bazı bilimsel çalışmalar özetlenmiştir.

Balcılar vd. (2017), Bitcoin getirilerinin günlük işlem hacmiyle ve volatilitesiyle olan ilişkisini belirleyebilmek için parametrik olmayan bir nedensellik ilişkisi

aramışlardır. 19 Aralık 2011 – 25 Nisan 2016 arasındaki veriler kullanılarak gerçekleştirilen bu çalışmada, ayı ve boğa piyasalarında işlem hacmine bakılarak Bitcoin getirisinin tahmin edilebileceği sonucuna varılmıştır. Ancak, herhangi bir koşullu dağılım altında, Bitcoin'in işlem hacmine bakılarak günlük getirilerinin volatilitésinin tahmin edilemediğini iddia etmişlerdir.

Brauneis ve Mestel (2018), en yüksek piyasa değerine sahip on çeşit kripto para birimini seçmişlerdir. Bu para birimlerinin verimliliğini ölçmek için çeşitli istatistiksel testler yapmışlar ve seçilen her bir kripto para biriminin likiditesini ölçmüşlerdir. Likiditede artan bir eğilim bulunması durumunda, kripto para birimlerinin fiyatlarının tahmin edilmesinin zorlaşacağı ve verimliliklerinin düşeceği sonucuna varmışlardır.

Charfeddine ve Maouchi (2019), dört farklı kripto para biriminin (Bitcoin, Litecoin, Ripple ve Ethereum) getiri ve volatilité serilerinde uzun menzilli bir bağımlılık davranışı (Long Range Dependence) (LRD) olup olmadığını sorgulamışlardır. Çalışmanın sonucunda, Bitcoin, Litecoin ve Ripple kripto paralarının getiri ve volatilité serilerinde LRD davranışı olduğu belirlenmiştir. Ethereum'da ise sadece volatilité serilerinde LRD davranışı olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, Ethereum dışındaki incelenen diğer üç kripto paranın verimsizliğini doğrulamaktadır.

Gozgor vd. (2019), Temmuz 2010 – Ağustos 2018 tarihleri arasında, Bitcoin'in getirileriyle A.B.D.'deki TPI (Trade Policy Index) endeksi arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. WPS (Wavelet-Power-Spectrum), WTC (Wavelet Coherency) ve XWT (Cross-Wavelet) tekniklerini kullanarak, ilgili değişkenler arasında pozitif bir korelasyon olduğunu belirlemişlerdir. Ancak, 2010-11 ve 2017-18 dönemlerinde TPI endeksi ve Bitcoin getirileri arasında negatif bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Bu dönemlerde, ticaret politikasındaki belirsizlikler, Bitcoin getirilerini negatif yönde etkilemiştir.

Literatürde, Bitcoin'in riskten korunma (hedge) amaçlı kullanılabileceğini öne süren çalışmalar da mevcuttur. Dyhrberg (2016a), daha çok altın fiyatının tahmin edilmesinde kullanılan asimetrik GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (Otoregresif Koşullu Değişen Varyans) metodolojisini kullanarak Bitcoin'in riskten korunma amaçlı bir ürün olup olmadığını test etmiştir.

Çalışmanın sonunda, Bitcoin'in, Financial Times Menkul Kıymetler Borsası Endeksi'ndeki hisse senetlerine karşı bir riskten korunma ürünü olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır. Ayrıca, Bitcoin'in kısa vadede A.B.D. dolarına karşı da bir riskten korunma ürünü olarak kullanılabileceği öne sürülmüştür. Sonuç olarak, bu çalışmaya göre Bitcoin, altınla aynı riskten korunma yeteneklerine sahiptir ve piyasaya özgü risklerden korunmak için piyasa analistleri tarafından bir riskten korunma ürünü olarak kabul edilebilir.

Dyhrberg (2016b), yapmış olduğu bir diğer çalışmada, GARCH modellerini kullanarak Bitcoin'in finansal varlık yeteneklerini araştırmıştır. Uygulanan ilk modelde Bitcoin, altın ve A.B.D. dolarıyla birkaç açıdan benzerlik göstermiş, bu durum Bitcoin'in bir riskten korunma aracı olarak kullanılabileceğini belirlemiştir. Daha sonra uygulanan asimetrik GARCH modelinin sonucunda, Bitcoin'in risk yönetiminde faydalı olabileceği ve olumsuz şokların beklentisiyle riskten kaçan yapıdaki yatırımcılar için ideal olabileceği gösterilmiştir. Genel olarak, Bitcoin'in finansal piyasalarda portföy yönetiminde, altın ve A.B.D. doları arasında bir yerde olduğu sonucuna varılmıştır. Öte yandan, Baur vd. (2018), yapmış oldukları çalışmada, Dyhrberg (2016b) tarafından gerçekleştirilmiş olan çalışmadaki aynı verileri ve ekonomik modelleri kullanarak, daha farklı ve güvenilir sonuçlara ulaşmışlardır. Farklı istatistiksel metotların kullanılmasıyla gerçekleştirilen bu yeni çalışmada hem orijinal hem de genişletilmiş örneklem için yapılan uygulamalar sonucunda, Bitcoin'in altın ve A.B.D. dolarına göre belirgin şekilde farklı olan getiri, volatilité ve korelasyon karakteristiklerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Bouri vd. (2017a), Bitcoin'in dünyadaki büyük hisse senedi endeksleri, tahviller, petrol, altın ve genel emtia endeksleri ve A.B.D. doları endeksine karşı riskten korunmak için güvenli bir liman olarak kabul edilip edilemeyeceğini incelemek için DCC-GARCH (Dynamic Conditional Correlation-GARCH) (Dinamik Koşullu Korelasyon-GARCH) yöntemini kullanmışlardır. Temmuz 2011'den, Aralık 2015'e kadar geçen süredeki günlük ve haftalık verileri kullanarak gerçekleştirmiş oldukları çalışmanın sonucunda, Bitcoin'in riskten kaçmak için uygun olmadığını ancak sadece portföyü çeşitlendirmek için kullanılabileceğini belirlemişlerdir.

Bununla birlikte, Bitcoin sadece Asya hisse senetlerindeki haftalık aşırı aşağı yönlü hareketlere karşı güçlü bir güvenli liman olarak hareket edebilmektedir.

Bouri vd. (2017b), Bitcoin'in küresel belirsizlik risklerinden korunabilmek için kullanılıp kullanılamayacağını belirleyebilmek için, gelişmiş ve gelişmekte olan 14 farklı hisse senedi piyasasının bileşenlerini kullanmışlardır. Yapılan çalışmada, Bitcoin getirilerinin dağılımının şişkin kuyruklu olduğu belirlenmiş, bundan dolayı kantil regresyon yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, Bitcoin'in yüksek miktarlardaki kısa süreli belirsizliklere karşı olumlu tepkiler vermesinden dolayı, belirsizliklere karşı koruyucu bir ürün olduğu belirlenmiştir.

Katsiampa (2017), Bitcoin'in fiyat verilerine en uygun olan GARCH modelinin araştırılmasına yönelik bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonucunda, koşullu varyansın hem kısa hem de uzun dönemli bileşenlerini içeren AR-CGARCH (Autoregressive Component GARCH) modelinin en iyi model olduğunu belirlemiştir.

Caporale ve Zekokh (2019), dört popüler kripto para biriminin (Bitcoin, Ethereum, Ripple ve Litecoin) volatilitelerini modellemek için en uygun GARCH modelinin ne olduğunu araştırmışlardır. Bahsi geçen kripto para birimlerinin riske maruz değerlerini (Value-at-Risk) (VaR) tahmin edebilmek için her bir kripto paranın logaritmik getirilerinin kullanıldığı 1000'den fazla GARCH modeli ayrı ayrı denenmiştir. Daha sonra, en uygun modelin bulunabilmesi için geriye dönük testler uygulanmıştır. Sonuçlar, standart GARCH modellerinin kullanılmasının hatalı VaR tahminleri verdiğini ve bu nedenle etkisiz risk yönetimi ve portföy optimizasyonu ile neticelendiğini göstermiştir. Bu yüzden, bu tür ürünlerin VaR tahminlerinin yapılabilmesi için, asimetrikleri ve ani rejim değişikliklerini dikkate alabilecek modellerin geliştirilebilmesi, yatırımcılar ve düzenleyiciler için büyük fayda sağlayacaktır.

Klein vd. (2018), bir yatırım varlığı olarak oluşturulan ve hatta "yeni altın" olarak isimlendirilen Bitcoin gibi kripto para birimlerinin altından farklı yapıda bir ürün olduğunu göstermişlerdir. Öncelikle, altın ve diğer ürünlerle Bitcoin arasındaki koşullu varyansları hesaplamışlar ve bu ürünlerin farklı yapılarda olduklarını belirlemişlerdir. Daha sonra, zamana bağlı olarak değişen koşullu korelasyonları tahmin edebilmek için, Baba vd. (1990) tarafından geliştirilmiş olan BEKK-GARCH

(Baba, Engle, Kraft ve Kroner) modelini kullanmışlardır. Sonuçlar, altının piyasadaki sıkıntılı dönemlerde önemli performanslar gösterdiğini ortaya çıkarmıştır. Aynı şekilde, Bitcoin'in de aşağı yönlü piyasalarda artış gösterdiği sonucuna varılmıştır. Ayrıca, Bitcoin bir portföy bileşeni olarak analiz edildiğinde, riskten istikrarlı bir şekilde korunan bir yapıda olduğuna dair herhangi bir sonuca varılamamıştır. Dolayısıyla, Bitcoin ve altının temelde farklı özelliklere sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Bitcoin'in altına göre ayırt edici tek özelliği, daha yüksek varyansa sahip olmasıdır.

Kristjanpoller ve Minutolo (2018), en büyük piyasa değerine sahip kripto para birimi olan Bitcoin'in fiyatındaki volatilitiyi öngörebilmek için Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Networks) (ANN) ve GARCH modellerinin bileşiminden oluşan yeni bir hibrit model önemişlerdir.

Ardia vd. (2019a), Bitcoin'in logaritmik getirilerine uygulanan GARCH volatilité dinamiklerindeki rejim değışikliklerinin varlığını test etmek için Markov-Switching GARCH (MSGARCH) modellerini kullanmışlardır. Ayrıca, geleneksel GARCH yöntemleriyle MSGARCH yöntemlerini, günlük VaR tahminlerine göre karşılaştırmışlardır. Model parametrelerini belirlemek ve VaR değerlerini tahmin etmek için Bayes yaklaşımının kullanıldığı bu çalışmada, MSGARCH modellerinin VaR değerini tahmin ederken, standart GARCH modellerine göre daha iyi performans gösterdikleri sonucuna varılmıştır.

Beneki vd. (2019), Bitcoin ve Ethereum arasında volatilité yayılımı (volatility spillover) ve riskten korunma yeteneklerinin mevcut olup olmadığı hipotezini test edebilmek için BEKK-GARCH metodolojisini kullanmışlardır. Sonuçlar, zamana bağı korelasyonlarda önemli değışiklikler olduğunu ve Ethereum getirilerindeki pozitif volatilité şoklarının, Bitcoin'in volatilitesine gecikmeli olarak etki ettiğini ortaya çıkarmıştır.

Bitcoin'in finansal risk üzerindeki etkilerini inceleyen bir diğér çalışma, Kajtazi ve Moro (2019) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, açığa satış imkânı tanınmayan, A.B.D., Avrupa ve Çin piyasalarındaki hisse senetlerinden oluşturulmuş olan optimal portföylere Bitcoin'in eklenmesi sonucu oluşan etkileri ölçebilmek için ortalama – koşullu riske maruz değér (Mean-Conditional Value-at-Risk) yaklaşımı

kullanılmıştır. Her bir portföyde Bitcoin'in bulunması ve bulunmaması durumundaki farklı senaryolar incelenerek, geriye dönük testlerin yardımıyla portföylerin performansları ölçülmüştür. Sonuçlar, optimal portföylere Bitcoin'in eklenmesiyle portföy getirisinin arttığını ancak volatilitede de artış sağlandığını göstermiştir. Dolayısıyla Bitcoin, her ne kadar spekülatif özelliklere sahip olsa da portföy çeşitlendirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır.

Akhtaruzzaman vd. (2019), küresel sektörlerden ve tahvil piyasalarından oluşturulmuş olan portföylerin Bitcoin eklenerek çeşitlendirilmesi sonucunda oluşan etkileri görebilmek için VARMA (Vector Autoregressive Moving Average) DCC-GARCH modelini kullanmışlardır. Yapılan bu çalışma, Bitcoin'le küresel sektör portföyleri ve tahviller arasındaki dinamik koşullu korelasyonun düşük olduğunu ortaya çıkarmıştır. Çalışmanın sonucunda, hizmet sektöründen oluşan hisselerin açığa satılarak Bitcoin'in eklenmesi sonucu oluşturulan portföy, en az riske sahip olan portföy olarak belirlenmiştir. Modelin A.B.D. endüstri portföyleri ve kripto para endeksine uygulanmasıyla ortaya çıkan sonuçlar, Bitcoin ve global endüstriyel portföylere uygulanmasıyla elde edilen sonuçlara göre daha sağlamdır.

Shahzad vd. (2019), ekstrem piyasa koşullarında, Bitcoin'in borsa yatırımları için güvenli bir emtia olup olmadığını incelemişler ve bu sonuçları altın ve genel emtia endeksiyle kıyaslamışlardır. Kıyaslamayı yapmak için iki zaman serisi arasındaki kantillerin birbirleriyle bağımlı olup olmadığını test etmişlerdir. Örneklem olarak, 19 Temmuz 2010 – 22 Şubat 2018 tarihleri arasındaki A.B.D., Çin ve diğer gelişen ve gelişmekte olan ülkelerdeki borsa endeksi verileriyle, Bitcoin, altın ve genel emtia endeksi verilerini kullanmışlardır. Çalışmanın sonucunda, Bitcoin, altın ve diğer emtiaların zamana bağlı olarak rollerinin değiştiğini, dolayısıyla çok güvenli yatırımlar olarak kabul edilemeyeceklerini belirlemişlerdir.

Stensås vd. (2019), Bitcoin'in gelişmekte olan ve gelişmiş piyasalardaki yatırımcılar için bir riskten korunma aracı olarak kullanılıp kullanılamayacağını incelemişlerdir. DCC-GARCH yöntemini kullandıkları bu çalışmada, yedi gelişmiş ülke endeksi, altı gelişmekte olan ülke endeksi, beş bölgesel endeks ve 10 adet emtia serisi verilerini kullanmışlardır. Sonuçlar, Bitcoin'in, Brezilya, Rusya, Hindistan ve Güney Kore gibi gelişmekte olan ülkelerin yatırımcılarına göre riskten koruyucu özelliklere sahip

olduğunu, ancak gelişmiş ülke ve emtia endekslerinde ise sadece portföyü çeşitlendirici özelliği olduğunu göstermiştir. Ancak, 2015 yılındaki Çin piyasalarındaki balon, 2016 yılındaki A.B.D. seçimleri ve Brexit referandumu gibi spesifik olayların yaşandığı dönemlerde, Bitcoin tüm yatırımcılar için güvenli bir liman özelliği görmüştür.

Symitsi ve Chalvatzis (2019), iyi şekilde çeşitlendirilmiş farklı portföy çeşitleri için, Bitcoin'in performansını dört farklı stratejiyle tahmin etmişlerdir. İncelenen portföylere Bitcoin'in eklenmesiyle, portföy çeşitliliğinin istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde arttığı gözlemlenmiştir. Bitcoin'le diğer portföy varlıkları arasında düşük korelasyon olmasından dolayı, portföy riskleri azalmıştır.

Urquhart ve Zhang (2019), Bitcoin'in dünya para birimlerine karşı güvenli bir liman olarak hareket edip edemeyeceğini incelemişlerdir. Bitcoin'in fiyat hareketi oldukça oynak bir yapıya sahip olduğundan, bu çalışmada saatlik frekansta bir değerlendirme yapılmıştır. Kullanılan DCC modelinin sonucunda, Bitcoin'in İsviçre frangı, avro ve İngiliz sterlinindeki gün içi fiyat hareketlerine karşı bir riskten korunma aracı olabileceği, ancak Avustralya doları, Kanada doları ve Japon yenine karşı böyle bir özelliğinin bulunmadığı belirlenmiştir.

Kimi çalışmalarda, kripto para birimlerinin volatilité dinamiğini araştırmak için çok değişkenli GARCH (MGARCH) (Multiple GARCH) tipi modeller kullanılmıştır. Bouri vd. (2018), Bitcoin ve dört farklı konvansiyonel yatırım aracı (hisse senetleri, emtialar, para birimleri ve tahviller) getiri ve volatilité yayılımlarını ayı ve boğa piyasalarında incelemişlerdir. 19 Temmuz 2010 – 31 Ekim 2017 tarihleri arasındaki günlük getiri verileri kullanılarak gerçekleştirilmiş olan bu çalışmada, CCC (Constant Conditional Correlation) (Sabit Koşullu Korelasyon) ve DCC-MGARCH yöntemleri kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, Bitcoin getirilerinin diğer konvansiyonel yatırım araçlarının (özellikle emtia piyasaları) getirileriyle yakından ilişkili olduğuna dair önemli kanıtlar elde edilmiştir.

Chan vd. (2019) de, Bitcoin'in Euro STOXX, Nikkei, Shanghai A-Share, S&P 500 ve TSX (Toronto Stock Exchange) endekslerine karşı riski korumaya alıp alamayacağını farklı veri frekansları üzerinden araştırmak için, CCC-MGARCH yöntemini kullanmışlardır. Ekim 2010 – Ekim 2017 arasındaki günlük, haftalık ve aylık getiri

verilerini kullanarak CCC-MGARCH modellerini uyguladıkları bu çalışmada, aylık veriler için Bitcoin'in etkili bir riskten korunma aracı olduğunu belirlemişlerdir; ancak günlük ve haftalık veriler için Bitcoin'in, etkin bir riskten korunma aracı olarak kullanılabileceğine dair herhangi bir bulguya rastlanmamıştır.

Bir diğer çok değişkenli çalışmada, Katsiampa (2019), iki farklı kripto para birimi olan Bitcoin ve Ethereum'dan oluşan bir portföyün volatilitelerini ölçebilmek için, Baba vd. (1990) tarafından geliştirilmiş olan diyagonal BEKK modelini kullanmıştır. Bu çalışmaya göre Bitcoin ve Ethereum arasında koşullu volatiliteler ve zamanla değişen bir korelasyon olduğu ve çoklu t dağılımının normal dağılıma göre daha iyi sonuçlar verdiği belirlenmiştir. Ayrıca, Ethereum'un Bitcoin'e göre daha az riske sahip olduğu, ancak optimal portföy ağırlıklarında Bitcoin'in Ethereum'a göre daha fazla oranda bulunmasının gerektiği sonucuna varılmıştır.

Katsiampa vd. (2019), Engle ve Kroner (1995) tarafından geliştirilmiş olan BEKK-MGARCH yöntemini kullanarak Bitcoin, Ethereum ve Litecoin'den oluşan portföyün volatiliteler dinamiklerini incelemişlerdir. Sonuç olarak, Bitcoin ve diğer iki kripto para birimi arasında iki yönlü bir volatiliteler yayılımı olduğunu tespit etmişler ve portföy risk analizi için zamanla değişen koşullu korelasyonun kullanılmasının gerektiğini önermişlerdir.

Canh vd. (2019), gerçekleştirmiş oldukları çalışmada, çok değişkenli DCC-MGARCH modelini (Engle, 2002) kullanarak, en büyük yedi kripto para birimi (Bitcoin, Litecoin, Ripple, Stellar, Monero, Dash ve Bytecoin) için volatiliteler dinamiklerini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, inceledikleri yedi kripto para birimi arasında çok yüksek korelasyon ve volatiliteler yayılımları olduğunu bulmuşlardır. Buna bağlı olarak, yüksek pozitif korelasyonun portföy çeşitlendirme faydalarını sınırladığını belirtmişlerdir.

Guesmi vd. (2019), Bitcoin'in finansal piyasalardaki portföy yatırımları için risk azaltmadaki rolünü incelemişlerdir. Bitcoin ve finansal göstergeler arasındaki çapraz etkileri inceleyebilmek için farklı çok değişkenli MGARCH yöntemlerini kullanarak piyasadaki potansiyel asimetric hareketleri dikkate almışlardır. Ayrıca, Bitcoin'in altın, petrol ve hisse senedi piyasalarına karşı riskten korunmak için ne kadar etkin olduğunu incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, altın, petrol ve

gelişmekte olan hisse senetlerinden oluşan bir portföye Bitcoin'in eklenmesi durumunda portföy varyansının düştüğünü ve buna bağlı olarak Bitcoin'in küresel portföyler için portföy riskini azaltabileceğini bulmuşlardır.

1.2 Tezin Amacı

Bitcoin ve diğer kripto para birimleriyle ilgili literatürde karşılaşılan çalışmalarda, kripto para birimleri ve diğer farklı finansal ürünlerden oluşturulmuş olan portföylerin finansal risklerini ölçebilmek için standart modeller kullanılmıştır. Ancak, bu standart yöntemler, Bitcoin ve diğer kripto paralarda karşılaşılan, yüksek volatilité, volatilité kümelenmesi, şişkin kuyruklu ve çarpık dağılımlara sahip olunması gibi özelliklere uygun olmamaktadır. Bu yüzden bu çalışmada, kripto paralardan oluşturulmuş bir portföyün riske maruz değerini tahmin edebilmek için, normal dağılım ve t dağılımı gibi standart bir olasılık dağılımı değil de, piyasada karşılaşılabilecek ani değişimleri daha iyi modelleyebilecek, Chen ve Gerlach (2013) tarafından geliştirilmiş olan iki taraflı Weibull dağılımı kullanılmıştır. Tezin amacı, iki taraflı Weibull dağılımı kullanılan GARCH yönteminin, kripto para portföylerinde diğer standart yöntemlere göre daha etkin bir risk tahmini yaptığını, geriye dönük testleri kullanarak göstermektir. Yeni önerilen yöntem, tarihsel simülasyon yoluyla, Chen ve Gerlach'ın (2013) tek değişkenli modelinin genişletilerek portföylere uygulanmasını sağlamaktadır. Bu yüzden, geliştirilen yeni yöntem HS-GARCH-Weibull olarak adlandırılmaktadır. Yeni yöntemin, daha iyi bir risk tahmin modeli olduğunu gösterebilmek için, dört temel kripto para (Bitcoin, Litecoin, Ripple ve Dash) biriminden oluşan bir portföy ele alınmıştır. Örnek olarak kullanılan portföyün ağırlıkları kripto paraların dinamik yapısına uygun olarak, günlük olarak değişim göstermektedir. Günlük değişen optimal ağırlıkların bulunması için Markowitz'in (1952) optimal portföy teorisinden yararlanılmıştır.

1.3 Hipotez

Bu çalışmada doğruluğu incelenmek istenen hipotez, yeni geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull yönteminin, diğer tek ve çok değişkenli portföy riske maruz değer yöntemlerine göre, kripto para portföylerinin risk tahminlerinde daha iyi performansa sahip olduğudur. Hipotezin doğruluğunu araştırmak için, olası kripto

para portföyleri içinden, minimum varyansa sahip olan portföy varyasyonu seçilmiştir.

1.4 Tezin İçeriği

Bu çalışmada, dört ana kripto paranın (Bitcoin, Litecoin, Ripple ve Dash) seçilmesiyle oluşturulmuş olan optimum portföyün riske maruz değerini ölçebilmek için iki taraflı Weibull dağılımını temel alan HS-GARCH-Weibull yöntemi kullanılmıştır. İlgili portföyün riske maruz değeri, literatürde kullanılan diğer farklı on adet yöntemle de hesaplanmıştır. Uygulanan yöntemlerin öngörü performanslarını karşılaştırabilmek için, gözlemlenen-beklenen aşım oranı (Actual Over Expected Exceedance Ratio) (AE), Kupiec'in (1995) koşulsuz kapsama testi, Christoffersen'in (1998) koşullu kapsama testi ve Engle ve Manganelli'nin (2004) dinamik kantil testi (Dynamic Quantile) (DQ) testi kullanılmıştır. Ampirik bulgular, yeni yöntemin diğer karşılaştırmalı yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Çalışmanın ilk bölümünde, tezin konusuyla ilgili olan literatür çalışmaları özetlenmiş; tezin amacı, hipotezi ve içeriği belirtilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde, risk ve risk ölçümü kavramları tanımlanmış, riske maruz değer hesaplama yöntemleri matematiksel olarak ifade edilmiş ve farklı yöntemlerin performanslarını kıyaslayabilmek için kullanılan geriye dönük testler detaylı olarak açıklanmıştır. Üçüncü bölümde, optimum portföy seçimi için kullanılan klasik portföy optimizasyon modeli detaylı bir şekilde incelenmiştir. Dördüncü bölüm, portföy riske maruz değerini ölçebilmek için yeni geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull yönteminde kullanılan eşitliklerin açıklamalarını içermektedir. Beşinci bölüm, bu çalışmada açıklanmış olan portföy optimizasyonu ve riske maruz değerlerin hesaplanması yöntemlerinin bir uygulaması niteliğindedir. Uygulamayı gerçekleştirmek için, dört ana kripto paranın beş yıllık bir süreç içindeki fiyat hareketleri veri olarak kullanılmıştır. Geliştirilmiş olan yeni yöntemin performansını, diğer tek ve çok değişkenli modellerin performanslarıyla karşılaştırabilmek için, farklı geriye dönük testler uygulanmıştır. Bu bölümde gerçekleştirilmiş olan uygulama ve analizler, R programlama dili (R Core Team, 2019) yardımıyla yapılmıştır. Uygulama bölümündeki bazı detaylı sonuçları içeren

tablo ve şekiller Ek A, B, C, D ve E’de verilmiştir. Çalışmanın son bölümü olan 6. Bölüm’de, uygulama bölümündeki ampirik sonuçlar yorumlanmış ve bu konuyla ilgili gelecekte yapılabilecek olası çalışmalar belirtilmiştir.

RİSK KAVRAMI VE RİSKE MARUZ DEĞERİN HESAPLANMASI

Bu bölümde, risk ve risk kavramı ile ilgili temel tanımlar verilmiştir. Daha sonra risk ölçümü kavramı ele alınmış ve riske maruz değer kavramı tanımlanmıştır. Gerekli tanımların verilmesinden sonra, literatürde kullanılan tek değişkenli ve çok değişkenli portföy riske maruz değerini hesaplama yöntemleriyle ilgili detaylı açıklamalar verilmiştir. Son olarak, portföyün riske maruz değerini hesaplamada kullanılan farklı yöntemlerin performanslarını kıyaslayabilmek için kullanılan geriye dönük testler detaylı olarak açıklanmıştır.

2.1 Risk Kavramı

Risk, herhangi bir kayıp, hasar veya tehlike olmasıyla ilgili belirsizlikler içeren etken veya olay olarak tanımlanmaktadır (Linsmeier ve Pearson, 1996). Özellikle büyük finansal kurumların almış oldukları yanlış finansal kararlar, büyük ölçekli kayıplara sebebiyet verebileceğinden, finansal risk yönetimi kavramı hayati bir önem taşımaktadır. Finansal risk kavramı, herhangi bir olay veya kuruluşun hedeflerine ulaşma yeteneğini olumsuz yönde etkileyebilecek eylem ve stratejiler olarak tanımlanmaktadır (McNeil vd., 2005).

2.1.1 Risk ve Rassallık

Risk kavramı, belirsizlik kavramıyla oldukça ilişkilidir. Bir olayda belirsizlik olması, rassallığı da beraberinde getirmektedir. Bundan dolayı, risk ve rassallık kavramları beraber anılmaktadır. Rassallık kavramının net bir tanımı yapılamamıştır, ancak bu kavram birçok istatistikçi tarafından matematiksel olarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Bu tanımları yapanların başında Rus matematikçi Kolmogorov gelmektedir. Kolmogorov'un yapmış olduğu matematiksel tanım ve teori tartışmalı birçok yönler içerse de oldukça büyük bir önem arz etmektedir (McNeil vd., 2005).

Kolmogorov'un dilinde bir olasılık modeli, $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ olarak tanımlanmaktadır. Burada Ω , bir deneyin gerçekleştirilmesini temsil etmektedir. Bir A olayının gerçekleşme olasılığı $P(A)$ ile gösterilmektedir ($A \in \mathcal{F}$). $\mathcal{F}$, gerçekleşebilecek bütün olayların kümesini, P ise olasılığın ölçüğünü ifade etmektedir.

Belirli bir şirketin hisse senetlerini elinde bulunduran bir yatırımcı, sigorta poliçesi satan bir sigorta şirketi, almış olduğu krediyi sabit oranlı olarak geri ödeyen bir bireyin değişken oranlı geri ödemeye geçmesi gibi spesifik örnekleri ele alalım. Bütün bu örneklerin ortak özelliği, hepsinde yatırımcının elinde bulundurduğu varlıkların değerini gelecekte net olarak kestirememesidir. Dolayısıyla rassallık, mevcut ürünlerin değerlendirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır.

X , herhangi bir periyottaki risk değeri olsun. Bu değer, $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ olasılık uzayının bir fonksiyonu olup, rassal değişken olarak adlandırılmaktadır. X riskli pozisyonunun olasılık dağılım fonksiyonu (birikimli dağılım fonksiyonu), $F_X(x) = P(X \leq x)$ şeklinde gösterilmektedir. Bu ifade, gözlemlenen periyodun sonunda, X risk değerinin verilmiş olan x değerinden daha küçük veya eşit olması olasılığını tanımlamaktadır. $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_d)$ birden fazla riskli pozisyonun rassal vektörünü, X_t ise herhangi bir t periyodundaki riskli değeri ifade etmektedir (McNeil vd., 2005).

2.1.2 Finansal Risk Kavramı

Finans ve bankacılıkta en bilinen risk türü piyasa riskidir. Piyasa riski; hisse senedi, bono ve emtia fiyatlarına ve faiz oranlarındaki değişimlere bağlı olarak finansal bir pozisyonun değerinin değişme riskidir. Bir diğer önemli risk türü olan kredi riski ise borç verilmiş olan kişinin taahhüt edilen geri ödemeyle ilgili yükümlülüklerini gerçekleştirilmeme olasılığı olarak tanımlanmaktadır. Son zamanlarda dikkat çeken operasyonel risk kavramı ise, gerektiği gibi olmayan içsel süreçler, insan veya sistemler ya da dış etkenlerden dolayı meydana gelebilecek zarara uğrama tehlikesini ifade etmektedir (McNeil vd., 2005).

Bahsi geçen üç risk kategorisinin sınırları her zaman net olmamaktadır ancak finansal bir kurumun karşılaşılabileceği tüm olası risklerin kapsamlı bir listesini oluşturabilirler. Ayrıca, likidite riski ve model riski gibi, neredeyse tüm kategorilerde ortaya çıkabilecek risk nosyonları da vardır. Model riski, hatalı risk

ölçüm modelinin kullanılmasıyla ilişkili olan risktir. Likidite riski ise, bir yatırımın veya ürünün, iyi pazarlanamaması gibi bir sebeple, istenildiği zaman satılamaması veya hızlı bir şekilde değerinin altında nakde çevrilmesi sonucu oluşan risktir.

Finans sektöründe karşılaşılan üç önemli risk türüne, satılan sigorta poliçelerine özgü risk de eklenebilir. Burada rol oynayan risk türlerine, doğal felaketler, demografik yapıdaki değişiklikler ve müşteri davranışlarının değişimi gibi faktörler örnek olarak verilebilir (McNeil vd., 2005).

Bu çalışmada ele alınan problem, spesifik kripto paralardan oluşturulacak olan portföylerin piyasa riskinin ölçülmesi olacaktır.

2.1.3 Riskin Ölçümü ve Yönetimi

Bir takım matematiksel tekniklerin yardımıyla hesaplanabilen risk ölçümü, risk yönetim sürecinin önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Risk ölçümü ve yönetimi kavramları aşağıda açıklanmıştır.

2.1.3.1 Riskin Ölçümü

Elimizde d adet temel yatırımdan oluşan bir portföy tuttuğumuzu varsayalım. Portföydeki ürünlerin ağırlıkları sırasıyla $w_1, \dots, w_d$ olsun. Bu durumda, herhangi bir periyotta, portföy değerindeki değişiklik (X), eşitlik (2.1)'deki gibi hesaplanabilir.

$$X = \sum_{i=1}^d w_i X_i \quad (2.1)$$

Burada X_i , i . yatırımın değerindeki değişimi ifade etmektedir. Bahsi geçen portföyün riskinin ölçümü, $F_X(x) = P(X \leq x)$ şeklinde gösterilen olasılık dağılım fonksiyonunun ve bu fonksiyonun beklenen değeri, varyansı veya %95 yüzdelik değeri gibi bazı tanımlayıcı istatistiklerinin belirlenmesine dayanmaktadır. Portföy riskinin tahmin edilebilmesi için, tarihsel gözlemlere dayalı bir takım spesifik istatistiksel modeller kullanılmaktadır (McNeil vd., 2005). Karmaşık çözüm yöntemlerini içeren bu modellerin yardımıyla riske maruz değerin nasıl hesaplanacağı, Bölüm 2.2'de açıklanmıştır.

2.1.3.2 Risk Yönetimi

Kloman (1990), risk yönetimini şu şekilde tanımlamıştır: Birçok analist, siyasetçi ve akademisyene göre çevresel ve nükleer riskler ve teknoloji kaynaklı makro riskler insan varlığını tehdit etmektedir. Finans sektörü çalışanları ise, döviz riski, faiz oranları, piyasa riski ve kredi riski gibi kavramlarla ilgilenirler. Sigortacılar için risk yönetimi, sigortalanabilir risklerin iyi belirlenmesi ve sigorta maliyetlerinin azaltılmasıyla ilgilidir. Sağlık sektöründeki yöneticiler için risk yönetimi, “kalite güvencesi” anlamına gelmektedir. Güvenlik uzmanları ise kazaların ve yaralanmaların azaltılmasıyla ilgilenirler. Özet olarak risk yönetimi, gelecekteki kötü sonuçlara sebebiyet veren olayların gerçekleşme olasılığıyla yaşama disiplini (Kloman, 1990).

Finansal olarak riski yönetmek, kar akışını koruyacak finansal yönetim modelleriyle mümkündür. Bunun için, yatırım yapılan fonlardan yeterli bir getiri elde etmek ve finansal krizlerde dahi sürdürülebilir bir yönetim modelini benimsemek gerekmektedir. Özellikle kriz dönemlerinde volatilitenin yükselmesi sonucu kaynaklanan riskler artacağından, finansal istikrarın sağlanabilmesi için etkin bir risk yönetim stratejisi gerekmektedir (McNeil vd., 2005).

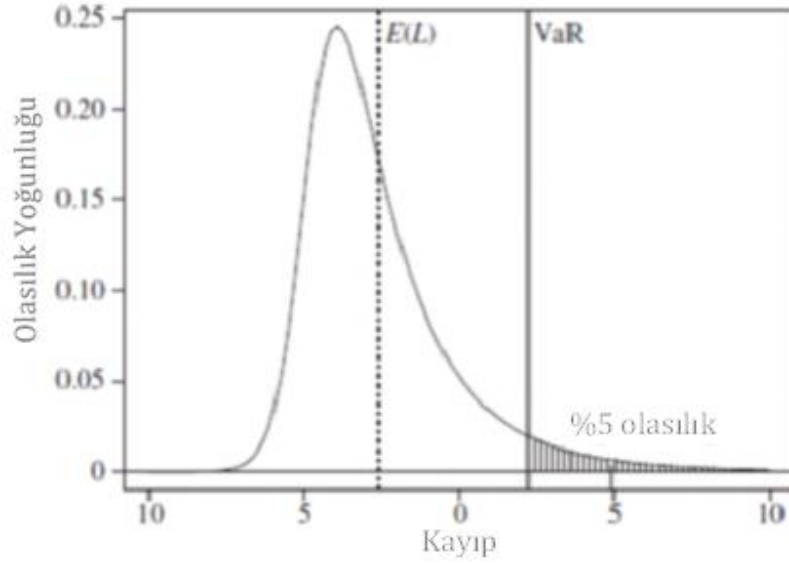
Kripto paralarda yüksek volatiliteden dolayı, piyasa riski oldukça yüksek olmaktadır. Bu yüzden, bu piyasalarda elde edilebilecek kazançtan çok, değer kaybının yaratacağı olası etkilerin öngörülmesine yönelik risk yönetimi stratejilerinin izlenmesi büyük önem arz etmektedir.

2.2 Riske Maruz Değer

Riske maruz değer (Value-at-Risk) (VaR), finansal kuruluşlarda kullanılan en yaygın risk ölçüsüdür. VaR, finansal araçlardan oluşturulmuş bir portföyün belli bir olasılıkta ve zaman dilimindeki maksimum potansiyel değer kaybının bir ölçüsüdür (Longerstaey ve Spencer, 1996). VaR değeri, belirlenen bir $(1 - \alpha) \in (0,1)$ güven düzeyinde, gözlemlenen kayıp oranının (L), kayıp eşik değerinden (I) büyük olma olasılığının, α düzeyinden küçük olması şartını sağlayan eşik değerlerinin en küçüğüdür. Bu ifadenin matematiksel tanımı, (2.2) eşitliğindeki gibidir (McNeil vd., 2005).

$$\text{VaR}_\alpha = \min\{l \in \mathfrak{R}: P(L > l) \leq \alpha\} = \min\{l \in \mathfrak{R}: F_L(l) \geq 1 - \alpha\} \quad (2.2)$$

Burada, $(1 - \alpha)$ için kullanılan değer genellikle %95 veya %99'dur. Kayıp düzeyi için kullanılan süre, genellikle bir gündür. Yani, günlük kayıplar için VaR değerleri hesaplanmaktadır. Eşitlik (2.2)'den anlaşılacağı üzere, VaR değeri aslında olasılık dağılımının kantilidir, yani birikimli dağılım fonksiyonunun tersidir (McNeil vd., 2005). Şekil (2.1)'de, VaR değerinin görsel bir açıklaması verilmiştir.



Şekil 2.1 Riske maruz değer (VaR) görsel açıklaması (McNeil vd., 2005)

VaR değerini hesaplamak için kullanılan birçok yöntem bulunmaktadır. Bundan sonraki bölümde, literatürde kullanılan hesaplama yöntemleri kapsamlı olarak açıklanacaktır.

2.3 Riske Maruz Değer Hesaplama Yöntemleri

Bu bölümde, VaR değerinin hesaplanması için literatürde kullanılan çeşitli modeller ele alınmıştır. İncelenen modeller, temel olarak tek değişkenli ve çok değişkenli modeller olarak sınıflandırılabilir. Bahsi geçen modellerle ilgili açıklamalar için McNeil vd. (2005) esas alınmıştır.

2.3.1 Tek Değişkenli Modeller

Tek değişkenli modellerde, portföyü oluşturan varlık fiyatlarının çok değişkenli zaman serileri, tek değişkenli portföy getiri (veya logaritmik getiri) serisine

dönüştürülmüştür. Tarihsel simülasyon (Historical Simulation) (HS) yöntemine dayanan bu modellerde, her bir varlığın portföydeki ağırlığı kullanılarak portföy değişim oranının geçmiş değerleri simüle edilmiştir. m adet varlığa sahip olan bir portföy için tek değişkenli portföy getiri serisi eşitlik (2.3)'deki gibidir.

$$R_t = \sum_{i=1}^m w_{i,t} R_{i,t} \quad (2.3)$$

Burada,

$w_{i,t}$: i varlığının t . zaman dilimindeki ağırlığını,

$R_{i,t}$: i varlığının t . zaman dilimindeki getirisini,

ifade etmektedir. $R_{i,t}$ değerinin hesaplanması ise eşitlik (2.4)'de verilmiştir.

$$R_{i,t} = (P_{i,t} - P_{i,t-1})/P_{i,t-1} \quad (2.4)$$

Eşitlik (2.4)'de, $P_{i,t}$ i . varlığın t zaman dilimindeki fiyatını göstermektedir. Buradaki ağırlıkların zamana bağlı olduğu kabul edilmektedir. $w_{i,t}$ değerleri $t-1$ zamanına kadar olan geçmiş fiyat verileri kullanılarak hesaplanmaktadır. Aşağıda açıklanmış olan tek değişkenli stokastik modeller, tek değişkenli R_t serilerine uydurularak kullanılmaktadır.

2.3.1.1 Ampirik Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Ampirik tarihsel simülasyon yöntemi (HS-Ampirik), son n adet $R_{t-n+1}, \dots, R_t$ verisinin gözlemine dayanmaktadır. Tarihsel getirilere dair birikimli dağılım fonksiyonunun (cumulative distribution function) (cdf) nasıl hesaplanacağı eşitlik (2.5)'de gösterilmektedir.

$$F_n(y) = \frac{1}{n} \sum_{s=t-n+1}^t \mathbf{1}_{\{R_s \leq y\}} \quad (2.5)$$

Burada, y herhangi sabit bir sayıyı ifade etmektedir. $\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$ ifadesi, 1 veya 0 değerlerini döndüren bir gösterge fonksiyonunu tanımlamaktadır. Yani, bir A olayı doğru ise $\mathbf{1}_{\{A\}} = 1$ değerini almaktadır. Öte yandan, eğer A olayı yanlış ise de $\mathbf{1}_{\{A\}} = 0$

olmaktadır. Sonuç olarak, eşitlik (2.5)'deki fonksiyon, y sabit değerinden küçük olan gözlemlerin oranını vermektedir.

HS-Ampirik yöntemiyle VaR değerinin hesaplanması için eşitlik (2.5)'de verilmiş olan birikimli dağılım fonksiyonunun tersinin alınması gerekmektedir. Bu işlemin yapılmasının sonucunda VaR değeri, (2.6) eşitliğindeki gibi olmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = F_n^{-1}(\alpha) \quad (2.6)$$

2.3.1.2 Normal Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Normal dağılımlı tarihsel simülasyon yönteminde (HS-Normal), portföy getirisinin normal dağılıma uyduğu varsayılmaktadır. Bu durumda, VaR değeri (2.7) eşitliğindeki gibi hesaplanabilir.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \hat{\mu} + \hat{\sigma}\Phi^{-1}(\alpha) \quad (2.7)$$

Burada,

$\hat{\mu}$: Geçmiş n adet getirinin ($R_{t-n+1}, \dots, R_t$) örneklem ortalamasını,

$\hat{\sigma}$: Geçmiş n adet getirinin ($R_{t-n+1}, \dots, R_t$) örneklem standart sapmasını,

$\Phi(\cdot)$: Standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

2.3.1.3 t Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Portföy getirilerinin t dağılımına uyduğunun varsayıldığı durumlarda, t dağılımlı tarihsel simülasyon yöntemi (HS-t) kullanılmaktadır. Bu varsayım altında, portföyün VaR değeri eşitlik (2.8)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \hat{\mu} + \hat{\sigma} t_v^{-1}(\alpha) \quad (2.8)$$

Burada,

$\hat{\mu}$: Geçmiş n adet getirinin ($R_{t-n+1}, \dots, R_t$) örneklem ortalamasını,

$\hat{\sigma}$: Geçmiş n adet getiriden ($R_{t-n+1}, \dots, R_t$) tahmin edilen t dağılımı ölçek parametresini,

$t_v(\cdot)$: v serbestlik derecesine sahip t dağılımının birikimli dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

2.3.1.4 Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalamalı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Üstel ağırlıklı hareketli ortalama (Exponentially Weighted Moving Average) (EWMA) yöntemi, ilk olarak JP Morgan firmasından Longerstaey ve Spencer (1996) tarafından yayınlanmış olan “Risk-Metrics” isimli teknik dokümanda önerilmiştir. EWMA yöntemine göre, portföy varyansının tahmini, (2.9) eşitliğindeki gibi dinamik olarak güncellenmektedir.

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha R_t^2 + (1 - \alpha) \hat{\sigma}_t^2 \quad (2.9)$$

Burada,

$\hat{\sigma}_{t+1}^2$: $t+1$ periyodundaki tahmini portföy varyansını,

R_t^2 : t . periyottaki gözlemlenen portföy getirisini,

α : Azalma katsayısını ifade etmektedir. Bu katsayının standart değeri 0,94 olarak alınmaktadır.

Burada açıklanan EWMA yöntemi, tarihsel simülasyon yoluyla elde edilmiş portföy getirisinin zaman serisi üzerinde çalıştığı için, üstel ağırlıklı hareketli ortalamalı tarihsel simülasyon yöntemi (HS-EWMA) olarak adlandırılmaktadır. Portföy varyansının tahmin edilmesiyle, sıfır ortalamalı normal dağılım varsayımı altında, VaR değeri eşitlik (2.10)’daki gibi hesaplanmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \hat{\sigma}_{t+1} \Phi^{-1}(\alpha) \quad (2.10)$$

2.3.1.5 Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyanslı Normal Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Bu yöntemde, öncelikle otoregresif koşullu değişen varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (GARCH) yöntemiyle portföy varyansı hesaplanmaktadır. GARCH modelindeki denklemler, McNeil vd. (2005) tarafından yazılmış kitaptan alınmıştır. GARCH modelinin açıklanabilmesi için, sıkı beyaz gürültü (Strict White Noise) (SWN) denilen özel bir rassal süreç

tanımlanmalıdır: Eğer bir rassal süreç, μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı bağımsız ve özdeş dağılmış (independent and identically distributed) (iid) rassal değişkenler serisinden oluşuyorsa, SWN süreci olarak adlandırılmakta ve SWN (μ, σ^2) şeklinde gösterilmektedir. Bu yöntemde, Z_t ile gösterilen artık terimler serisinin normal dağılıma uyduğu varsayılmaktadır ($Z_t \sim N(0,1)$). GARCH (p,q) prosesiyle portföy varyansının hesaplanmasında, aşağıda verilmiş olan (2.11) ve (2.12) eşitlikleri kullanılmaktadır.

$$X_t = \sigma_t Z_t \quad (2.11)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.12)$$

Burada,

$X_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$: Portföyün t. gündeki logaritmik getirisini,

P_t : Portföyün t. gündeki (tarihsel simülasyondan elde edilen) değerini,

$(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$: SWN(0, 1) prosesini (artık terimler serisi),

σ_t^2 : Portföyün t. gündeki varyansını,

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, \dots, p$) ve $\beta_j \geq 0$ ($j = 1, \dots, q$): GARCH denkleminin katsayılarını

ifade etmektedir. Burada, p ve q parametreleri 1 olarak alınarak GARCH (1,1) modeli kullanılmakta ve modelin olabirliğini (likelihood) maksimize eden parametreler model parametreleri olarak belirlenmektedir. Eşitlik (2.13)'de, GARCH (1,1) modelinin maksimum olabirlik fonksiyonu verilmiştir.

$$L(\alpha_0, \alpha_1, \beta; \mathbf{X}) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\sigma_t} g\left(\frac{X_t}{\sigma_t}\right) \quad , \quad \sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2} \quad (2.13)$$

Eşitlik (2.13)'de $g(\cdot)$, Z_t 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunu (probability density function) (pdf) belirtmektedir.

Burada açıklanan yöntemde, tarihsel simülasyon (HS) yoluyla elde edilmiş portföy getirilerinin zaman serileri üzerinde çalışılmaktadır. Portföy varyansının hesaplanmasında GARCH yöntemi kullanıldığından ve artık terimler serisinin normal dağılıma uyduğu varsayıldığından, bu yöntem HS-GARCH-Normal olarak adlandırılmaktadır. GARCH (1,1) modelinin olabilirliğini maksimize eden model parametrelerinin bulunmasından sonra modelin ne şekilde varyans tahmini yapacağıyla ilgili matematiksel ifade eşitlik (2.14)'deki gibidir.

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \beta \hat{\sigma}_t^2 \quad (2.14)$$

Son aşama, belirlenmiş olan $\hat{\sigma}_{t+1}^2$ tahmini varyans değerlerinin kullanılmasıyla, portföyün VaR değerinin hesaplanmasıdır. HS-GARCH-Normal yöntemiyle portföyün VaR değeri, eşitlik (2.15)'de gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \exp[\hat{\sigma}_{t+1} \Phi^{-1}(\alpha)] - 1 \quad (2.15)$$

2.3.1.6 Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyanslı t Dağılımlı Tarihsel Simülasyon Yöntemi

Bu yöntem, bir önceki bölümde açıklanmış olan HS-GARCH-Normal yöntemiyle aynıdır. Dolayısıyla, (2.11), (2.12), (2.13) ve (2.14) eşitlikleri bu yöntem için de geçerlidir. Bu yöntemin HS-GARCH-Normal yönteminden tek farkı, Z_t ile gösterilen artık terimler serisinin normal dağılıma değil, t dağılımına uyduğunun varsayılmasıdır. Sonuç olarak, HS-GARCH-t olarak adlandırılabilir olan bu yöntemle portföyün VaR değerinin hesaplanması eşitlik (2.16)'daki gibi olmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \exp[\hat{\sigma}_{t+1} t_v^{-1}(\alpha)] - 1 \quad (2.16)$$

2.3.2 Çok Değişkenli Modeller

Çok değişkenli modellerde, portföyü oluşturan varlık fiyatlarının getiri (veya logaritmik getiri) serileri kullanılmaktadır. Getiri vektörünün uyduğu çoklu dağılım üzerinden portföy getirisinin dağılımı bulunmakta ve bu dağılım yoluyla VaR değeri hesaplanmaktadır. Bu bölümde, getiri vektörünün çoklu normal dağılım ve çoklu t dağılımına uyduğu yöntemler ele alınmış olup, ayrıca getiri vektörünün korelasyon matrisinin zaman içerisinde dinamik olarak değiştiği modeller de açıklanmıştır.

Aşağıdaki bölümlerde, dört farklı çok değişkenli modelle ilgili açıklamalar verilmiştir.

2.3.2.1 Normal Dağılımlı Varyans-Kovaryans Yöntemi

Varyans-Kovaryans (Variance-Covariance) (VC) yönteminde, farklı varlıkların getiri vektörünün çok değişkenli bir olasılık dağılımını izlediği varsayılmaktadır. Ayrıca, getiri vektörünün zaman serisinin çok değişkenli bir artık terimler serisi (SWN) olduğu, yani sonlu kovaryans matrisine sahip olan bağımsız ve özdeş dağılmış (iid) rassal vektörler olduğu kabul edilmektedir (McNeil vd., 2005).

VC yönteminin en klasik versiyonu, varlıkların getirilerinin bağımsız ve özdeş dağılmış çoklu normal vektörler olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu varsayımın matematiksel ifadesi (2.17) eşitliğindeki gibidir.

$$(R_{1,t}, \dots, R_{m,t}) \sim N(\mu, \Sigma) \quad \forall t \quad (2.17)$$

Burada,

$R_{m,t}$: Portföydeki m. varlığın t. gündeki getirisini,

$\mu \in \mathbb{R}^m$: Getiri ortalamaları vektörünü,

$\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times m}$: Varyans-Kovaryans matrisini

ifade etmektedir. Çoklu normal dağılım varsayımı altında, portföydeki her bir varlığın dağılımının yanında, portföy getirisinin dağılımının da normal dağılıma uyduğu söylenebilir. Bu ifade, eşitlik (2.18)'de matematiksel olarak gösterilmiştir.

$$R_t = \sum_{i=1}^m w_{i,t} R_{i,t} \sim N(\mu_{p,t}, \sigma_{p,t}^2) \quad (2.18)$$

Burada $\mu_{p,t}$ portföy getirisinin ortalamasını, $\sigma_{p,t}^2$ ise portföy getirisinin varyansını ifade etmektedir. Bu değerlerin nasıl hesaplanacağı, eşitlik (2.19) ve (2.20)'de sırasıyla verilmiştir.

$$\mu_{p,t} = \sum_{i=1}^m w_{i,t} \mu_i \quad (2.19)$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{i,t} w_{j,t} \sigma_{ij} \quad (2.20)$$

Burada σ_{ij} , varyans-kovaryans matrisinin (Σ) elemanlarını göstermektedir. $t+1$ zamanındaki ortalama ve varyans tahminleri, son n gözleme dayanan örneklem ortalaması, varyansı ve kovaryansı kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalara dair matematiksel ifadeler eşitlik (2.21) ve (2.22)'deki gibidir.

$$\hat{\mu}_{p,t+1} = \sum_{i=1}^m w_{i,t+1} \hat{\mu}_i \quad (2.21)$$

$$\hat{\sigma}_{p,t+1}^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{i,t+1} w_{j,t+1} \hat{\sigma}_{ij} \quad (2.22)$$

Burada $\hat{\mu}_i$ ve $\hat{\sigma}_{ij}^2$, sırasıyla son n gözleme dayanarak hesaplanan örneklem ortalamasını ve kovaryansını ifade etmektedir. Bu ifadelerin nasıl hesaplanacağı, eşitlik (2.23) ve (2.24)'de verilmiştir.

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{n} \sum_{s=t-n+1}^t R_{i,s} \quad (2.23)$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{n-1} \sum_{s=t-n+1}^t (R_{i,s} - \hat{\mu}_i)(R_{j,s} - \hat{\mu}_j) \quad (2.24)$$

Sonuç olarak, VC-Normal yöntemi olarak adlandırılabilen bu yöntemde VaR değeri eşitlik (2.25)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \hat{\mu}_{p,t+1} + \hat{\sigma}_{p,t+1} \Phi^{-1}(\alpha) \quad (2.25)$$

2.3.2.2 t Dağılımlı Varyans-Kovaryans Yöntemi

Bu yöntemde, getiri vektörlerinin bağımsız ve özdeş dağılmış olduğu ve çoklu t dağılımına uyduğu varsayılmaktadır. Bu yüzden, bu yöntem VC-t yöntemi olarak

isimlendirilmektedir. Eşitlik (2.26), getiri vektörlerinin çoklu t dağılımına uyduğunu ifade etmektedir (McNeil vd., 2005).

$$(R_{1,t}, \dots, R_{m,t}) \sim t(v, \mu, \Sigma) \quad \forall t \quad (2.26)$$

Burada,

$v > 0$: Serbestlik derecesini,

$\mu \in \mathbb{R}^m$: Getiri ortalamaları vektörünü,

$\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times m}$: Şekil matrisini (Shape matrix)

ifade etmektedir. t dağılımına uyan vektörlerin varyans-kovaryans matrisi, şekil matrisi ve serbestlik derecesi üzerinden, $\frac{v}{v-2}\Sigma$ eşitliği yardımıyla hesaplanmaktadır. Çoklu normal dağılımda olduğu gibi, çoklu t dağılımlı bu yöntemde de portföy getirisinin dağılımı, portföyü oluşturan her bir ürünün dağılımlarıyla aynı türde olmaktadır. Dolayısıyla, portföy getirisinin dağılımı eşitlik (2.27)'deki gibi olmaktadır.

$$R_t = \sum_{i=1}^m w_{i,t} R_{i,t} \sim t(v, \mu_{p,t}, \sigma_{p,t}^2) \quad \forall t \quad (2.27)$$

$\mu_{p,t}$: t dağılımının konum parametresini (portföy getirilerinin ortalamasını),

$\sigma_{p,t}$: t dağılımının ölçek parametresini

ifade etmektedir. Burada $\mu_{p,t}$ ve $\sigma_{p,t}^2$ değerleri bir önceki yöntemde verilmiş olan (2.19) ve (2.20) eşitliklerinin kullanılmasıyla hesaplanmaktadır.

Son n günlük gözlemlere dayanarak, maksimum olabilirlik tahmini (Maximum Likelihood Estimation) (MLE) yöntemiyle, çoklu t dağılımının v , μ ve Σ parametreleri için $\hat{v}$, $\hat{\mu}$ ve $\hat{\Sigma}$ tahminleri elde edilmektedir. Daha sonra, eşitlik (2.19) ve (2.20) üzerinden $\hat{\mu}_{p,t+1}$ ve $\hat{\sigma}_{p,t+1}$ tahmini değerleri hesaplanmaktadır. Son aşamada ise, portföyün VaR değeri hesaplanmaktadır. Eşitlik (2.28)'de, portföyün VaR değerinin nasıl hesaplanacağı gösterilmektedir.

$$\text{VaR}_{\alpha,t+1} = \hat{\mu}_{p,t+1} + \hat{\sigma}_{p,t+1} t_{\hat{\nu}}^{-1}(\alpha) \quad (2.28)$$

2.3.2.3 Dinamik Koşullu Korelasyonlu, Normal Dağılımlı Çoklu GARCH Yöntemi

Bu yöntem, Bölüm 2.3.1.5'te açıklanmış olan, tek değişkenli GARCH modeliyle, dinamik koşullu korelasyon (Dynamic Conditional Correlation) (DCC) yöntemlerinin, çok değişkenli bir genelleştirmesi olarak tanımlanmaktadır. Yöntem, yapısı gereği çok değişkenli olduğundan ve normal dağılıma uyduğundan, DCC-MGARCH-Normal (Normally Distributed Dynamic Conditionally Correlated Multiple Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) yöntemi olarak isimlendirilmektedir (McNeil vd., 2005).

DCC modeli, Engle (2002) tarafından sunulmuştur. Bu model, Bollerslev'in (1990), CCC (Constant Conditional Correlation) modelinin geliştirilmesi sonucu ortaya konmuştur. DCC modelinde, koşullu korelasyon zamanla dinamik olarak değişmektedir. DCC-MGARCH modelinin en temel versiyonunda, Z_t artık terimlerinin çok değişkenli bir normal dağılımı takip ettiği varsayılmaktadır.

Model tahmini üç aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada, tek değişkenli GARCH (1,1) modelleri yardımıyla, portföyü oluşturan her bir varlığın logaritmik getirilerinin volatilitesi tahmin edilmektedir. İkinci aşamada, GARCH (1,1) modellerinden elde edilen volatiliteden arındırılmış getiri verileri kullanılarak dinamik korelasyon parametreleri tahmin edilmektedir. Son aşamada ise, MGARCH modelinin kullanılmasıyla, diğer model parametreleri tahmin edilmektedir (Daha fazla detay için bkz. McNeil vd. (2005), ss. 174-175).

Gerekli parametreleri tahmin ettikten sonra, DCC-MGARCH yönteminden gelen varyans-kovaryans matrisi verisi eşitlik (2.22)'ye yerleştirilerek portföyün varyansı ($\hat{\sigma}_{p,t+1}^2$) tahmin edilmekte ve daha sonra eşitlik (2.25) yardımıyla portföyün VaR değeri hesaplanmaktadır.

2.3.2.4 Dinamik Koşullu Korelasyonlu, t Dağılımlı Çoklu GARCH Yöntemi

DCC-MGARCH-t olarak adlandırılan bu yöntemde, Bölüm 2.3.2.3'te belirtilmiş olan aynı aşamalar uygulanmaktadır, ancak burada artık terimlerin dağılımları çoklu

normal dağılım yerine çoklu t dağılımına uymaktadır. Bundan dolayı, portföyün VaR değerinin hesaplanmasında eşitlik (2.28)'den faydalanılmaktadır.

2.4 Riske Maruz Değerlerin Geriye Dönük Testleri

Portföyün VaR değeri, farklı yöntemlerle hesaplandıktan sonra, dikkate alınan modellerin doğruluğu değerlendirilmeli ve karşılaştırılmalıdır. Modellerin performansını değerlendirmek için literatürde kullanılan bir takım farklı geriye dönük test (backtesting) yöntemleri önerilmektedir. Bu çalışmada, dört farklı geriye dönük test yöntemi ele alınmıştır. Bunlar, gözlemlenen-beklenen aşım oranının hesaplanması (AE) (Actual Over Expected Exceedance Ratio), Kupiec'in (1995) koşulsuz kapsama testi, Christoffersen'in (1998) koşullu kapsama testi ve Engle ve Manganelli'nin (2004) dinamik kantil (Dynamic Quantile) (DQ) testidir. Aşağıdaki bölümlerde, bu testlerle ilgili açıklamalar detaylı olarak verilmiştir.

2.4.1 Gözlemlenen-Beklenen Aşım Oranının Hesaplanması

Basel Bankacılık Denetleme Komitesi (Basel Committee on Banking Supervision) (1996) tarafından önerilen bu yöntemde, gözlemlenen aşım sayılarıyla beklenen aşım sayıları arasındaki oran dikkate alınmaktadır. Gözlemlenen aşım sayısı, geçmiş n gündeki getirilerin kaç tanesinin model sonucu elde edilen VaR değerlerinden daha düşük olduğunu belirtmektedir. Örnek vermek gerekirse, belirlenmiş olan portföyün günlük gerçekleşen getirisinin % (-8) olması durumunda, model sonucu elde edilen VaR değeri % (-6) ise, bu durum bir aşım olarak nitelendirilmektedir.

Gözlemlenen-beklenen aşım oranı (Actual Over Expected Exceedance Ratio) (AE), eşitlik (2.29)'daki gibi hesaplanmaktadır.

$$AE = x/(np^*) \quad (2.29)$$

Burada,

x: Gerçekleşen aşım sayısını,

n: Gözlem sayısını,

p*: Nominal (gerçekleşmesi beklenen) aşım olasılığını

ifade etmektedir. Analiz edilen model doğruysa, başka bir deyişle, nominal olasılık p^* değeri, gerçek aşım olasılığı p ile aynıysa, gözlemlenen AE değeri bire yakın olmalıdır.

2.4.2 Koşulsuz Kapsama Testi

Kupiec (1995) tarafından geliştirilmiş olan koşulsuz kapsama (Unconditional Coverage) (UC) testinde yokluk hipotezi $H_0: p = p^*$ olarak belirlenmektedir. Burada, test istatistiği olarak olabilirlik oranı (Likelihood Ratio) (LR) kullanılmaktadır. Eşitlik (2.30)'da, LR_{UC} (Unconditional Coverage Likelihood Ratio) değerinin nasıl hesaplanacağı belirtilmektedir.

$$LR_{UC} = -2\ln [(1 - p^*)^{n-x}(p^*)^x] + 2 \ln \left[\left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x \right] \quad (2.30)$$

LR_{UC} oranı, yokluk hipotezi H_0 altında χ_1^2 dağılımına uymaktadır. LR_{UC} değerinin kritik değeri aşması durumunda, yokluk hipotezi reddedilmektedir. Yokluk hipotezinin reddedilmesi, analiz edilen modelin doğru olmadığını göstermektedir.

2.4.3 Koşullu Kapsama Testi

Christoffersen (1998) tarafından geliştirilmiş olan koşullu kapsama (Conditional Coverage) (CC) testinde, VaR modellerinin zamanın her noktasında doğru bir kapsama sahip olup olmadığını gösteren bir LR hipotez testi yöntemi kullanılmaktadır. Bu test, rassallığı ve doğru kapsamayı bir arada test etme imkânı sunmaktadır. LR_{CC} (Conditional Coverage Likelihood Ratio) test istatistiği, eşitlik (2.31)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$LR_{CC} = LR_{UC} - 2 \ln \left[\frac{\left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x}{(1 - \hat{\pi}_{01})^{T_{00}} (\hat{\pi}_{01})^{T_{01}}} \right] \sim \chi_2^2 \quad (2.31)$$

Burada,

$$\hat{\pi}_{01} = T_{01}/(T_{00} + T_{01}),$$

T_{00} : Ne mevcut günde ne de bir önceki günde aşımın olmadığı gün sayısını,

T_{01} : Bir önceki gün aşımın olmaması durumunda, aşımın gerçekleştiği gün sayısını ifade etmektedir.

LR_{CC} değerinin kritik değeri aşması durumunda, yokluk hipotezi reddedilmektedir. Yokluk hipotezinin reddedilmesi, analiz edilen modelin doğru olmadığını göstermektedir.

2.4.4 Dinamik Kantil Testi

Engle ve Manganelli'nin (2004) dinamik kantil (Dynamic Quantile) (DQ) testi, t zamanındaki aşımın, $t-1$ zamanına kadarki tarihsel değerlere bağımlılığını öne çıkarmaktadır. Bu amaçla, mevcut aşımın önceki aşımlara bağımlılığını test etmek için doğrusal bir regresyon modeli kullanılmaktadır. Burada yokluk hipotezi, VaR tahmini için kullanılan modelin doğruluğunu, yani regresyon katsayılarının sıfıra eşit olduğunu göstermektedir. Sonuçta, regresyon katsayısı tahminleri kullanılarak, eşitlik (2.32)'de belirtilmiş olan DQ test istatistiği hesaplanmaktadır.

$$DQ = \frac{\hat{\beta}_{LS}^T X^T X \hat{\beta}_{LS}}{(p^*)(1 - p^*)} \sim \chi_{q+2}^2 \quad (2.32)$$

Burada,

$\hat{\beta}_{LS}$: Regresyon katsayısı tahminlerinin vektörünü,

X : Regresyon bağımsız değişkenleri matrisini,

q : Regresyondaki bağımsız değişkenlerin sayısını

ifade etmektedir. DQ test istatistiği değerinin kritik değeri aşması durumunda, yokluk hipotezi reddedilmektedir. Yokluk hipotezinin reddedilmesi, analiz edilen modelin doğru olmadığını göstermektedir. Daha fazla detay için Engle ve Manganelli'nin (2004) çalışmasındaki Teorem 5'e ve Kuester vd. (2006) tarafından yapılan çalışmadaki eşitlik (32)'ye bakılabilir.

Bu bölümde, optimum portföy seçimi için kullanılan klasik portföy optimizasyon modeli incelenmiştir. Bölüm 3.1’de, bu model hakkında genel bilgiler verilmiştir. Bölüm 3.1.1’de, oluşturulan portföyün riskinin (portföy getirisinin varyansının) minimize edilmesini sağlayabilmek için portföydeki her bir varlığın ağırlıklarının nasıl hesaplanacağına dair matematiksel model gösterilmiştir. Ayrıca Bölüm 3.1.1’de, portföy kavramıyla ilgili bazı önemli terimlerin hesaplanmasına dair eşitlikler de bulunmaktadır.

3.1 Klasik Portföy Optimizasyon Modeli

Portföy seçiminde kullanılan klasik portföy optimizasyonu modeli, portföyü optimal hale getirebilmek için portföyü oluşturan her bir varlığın ağırlıklarını bulmaya dayanmaktadır. Modern portföy teorisi olarak da adlandırılan bu yöntemde, rasyonel bir yatırımcının portföyü optimize etmek için ne şekilde bir çeşitlendirme yapacağı ve riskli bir varlığın nasıl fiyatlandırılması gerektiği incelenmektedir. Bu modelde portföy getirisi, portföyü oluşturan her bir varlığın bireysel getiri gelirlerinin ağırlıklı toplamı olarak kabul edilmektedir. Bir varlığın getirisi rassal bir değişken olduğundan, portföy getirisi de rassal bir değişken olmaktadır.

Markowitz (1952) tarafından geliştirilen klasik model, portföy seçimi kavramına kantitatif bir bakış açısı getirmiştir. Varlık getirilerinin çok değişkenli bir normal dağılım izlediği varsayılmıştır. Dolayısıyla, bir portföyün getirisinin tanımlanabilmesi için beklenen getirisinin ve varyansının bilinmesi yeterlidir. Burada amaç, belli bir beklenen getiri düzeyinde portföy riskini minimize etmek veya verilen bir risk düzeyinde beklenen getiriyi maksimize etmektir (Markowitz, 1952). Bu modelde, portföyün risk ölçütü olarak, portföy getirisinin standart sapması kullanılmıştır. Bu alanda 1950’lerden önce geliştirilen modeller sadece getiriyi esas aldığından, geliştirilen bu yeni model risk kavramını dikkate alarak çığır açmıştır (McNeil vd., 2005).

3.1.1 Problemin Matematiksel Modeli

Bu bölümde, portföyle ilgili genel terimler ve Markowitz'in klasik portföy optimizasyon modeli matematiksel olarak tanımlanmaktadır. Bu modeli tanımlamadan önce, kullanılan bazı terimlerin açığa kavuşturulması gerekmektedir. Bunun için, Luenberger'in (1997) kitabındaki eşitlikler esas alınmıştır.

Portföy veya herhangi bir yatırımın getirisi eşitlik (3.1)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$R = \frac{X_1 - X_0}{X_0} \quad (3.1)$$

Burada,

R: Getiri oranını,

X_0 : Yatırımın ilk değerini,

X_1 : Yatırımın son değerini ifade etmektedir.

Portföy getirisi, portföyü oluşturan varlıkların ağırlıklarına bağlıdır. Buna bağlı olarak, eşitlik (3.2)'de, portföy getirisinin nasıl hesaplandığı görülmektedir.

$$R = \sum_{i=1}^m w_i R_i \quad (3.2)$$

Burada,

m: Portföydeki mevcut varlık sayısını,

R_i : Portföydeki i. varlığın gerçekleşen getiri oranını,

w_i : Portföydeki i. varlığın ağırlığını ifade etmektedir.

w_i değerlerinin toplamı bire eşit olmalıdır. Bu değerler, pozitif veya negatif değerler alabilmektedir. w_i 'nin pozitif olması i. varlığın alım yapıldığını (uzun pozisyon alındığını), negatif olması ise açığa satış işleminin yapıldığını (kısa pozisyon alındığını) anlamına gelmektedir. Açığa satış işlemi, satıcının elinde olmayan varlığı fiyatının düşeceği beklentisiyle satıp, vade sonunda ise piyasadan alarak satın alan kişiye teslim etmesi işlemidir (Luenberger, 1997).

Örneğin, iki varlıktan oluşan bir portföyümüz olsun. Portföy ağırlıklarının eşit olduğu ve her iki varlık için de uzun pozisyon alındığı varsayalım. Birinci varlığın %10 değer kaybettiği, ikinci varlığın ise %20 değer kazandığı bir durumda portföyün getirisi $(0,5 \times (-0,1)) + (0,5 \times 0,2) = 0,05$ (%5) olmaktadır.

Burada önemli olan husus, portföy ağırlıklarının nasıl seçileceğidir. Seçim yapılırken göz önünde bulundurulacak kriterler iki tanedir:

- Portföy getirisinin beklenen değerinin yüksek olması,
- Portföy riskinin düşük olması.

Portföydeki varlıkların getirileri farklı beklenen değer ve varyanslara sahip olan birer rassal değişkendir. Dolayısıyla, portföy getirisi de beklenen değer ve varyansa sahip olan bir rassal değişkendir. Portföy getirisinin beklenen değeri eşitlik (3.3)'deki gibidir.

$$E(R) = \sum_{i=1}^m w_i E(R_i) \quad (3.3)$$

Eşitlik (3.3)'de,

$E(R)$: Portföyün beklenen getirisini,

$E(R_i)$: Portföydeki i . varlığın beklenen getirisini ifade etmektedir.

Markowitz'in modelinde risk ölçütü olarak portföy getirisinin varyansı kullanılmaktadır. Portföy varyansı eşitlik (3.4)'deki gibi hesaplanmaktadır (Luenberger, 1997).

$$\text{Var}(R) = E \left[(R - E(R))^2 \right] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j) \quad (3.4)$$

Burada,

$\text{Var}(R)$: Portföy getirisinin varyansını,

$\text{Cov}(R_i, R_j)$: i ve j varlıkları arasındaki kovaryansı ifade etmektedir.

Markowitz'in klasik optimizasyon modelindeki amaç, bir beklenen getiri kısıtı altında riskin minimize edilmesidir. Bu modelin amaç fonksiyonu (3.5) eşitliğindeki gibi, portföy varyansını minimize etmeye dayanmaktadır. (3.6) ve (3.7) eşitlikleri ise modelin kısıtlarını ifade etmektedir.

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i \mu_i = R^* \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (3.7)$$

Bu modelde,

μ_i : Portföydeki i. varlığın beklenen getirisini (yani, $\mu_i = E(R_i)$),

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryansı ($\sigma_{ij} = \text{Cov}(R_i, R_j)$),

R^* : İstenen beklenen getiriyi ifade etmektedir.

Matematiksel formülasyonu verilmiş olan klasik modelin amaç fonksiyonu, portföydeki varlıkların getirilerinin kovaryans matrisini kullanarak, portföy getirisinin varyansının minimize edilmesine dayanmaktadır. Eşitlik (3.6), portföyün beklenen getirisinin R^* olmasını sağlamaktadır. Eşitlik (3.7) ise, portföyü oluşturan varlıkların ağırlıklarının toplamını bire eşitlemektedir.

(3.6) kısıtının kullanılabilmesi için portföyü oluşturan her bir varlığın beklenen getirilerinin tahmini gerekmektedir. Ancak, yüksek volatiliteye sahip olan piyasalarda bu tahmini doğru bir şekilde yapabilmek mümkün değildir. Bu yüzden, (3.6) kısıtı ihmal edilebilir. Bu kısıtın ihmal edilmesi durumunda, problemin basit bir çözümü bulunmaktadır (Luenberger, 1997).

$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ vektörü, (3.8) eşitliğindeki doğrusal denklem sistemini sağlayan vektör olsun.

$$\sum_{j=1}^m \sigma_{ij} v_j = 1, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.8)$$

Varyansı minimize eden optimal ağırlıklar $\mathbf{v}$ vektörünün normalize edilmesiyle bulunur. Bu normalizasyon, (3.9) eşitliğinde görülmektedir.

$$w_i = \frac{v_i}{\sum_{j=1}^m v_j} \quad (3.9)$$

YENİ BİR RİSKE MARUZ DEĞER TAHMİN YÖNTEMİ

Bu bölümde, portföyün riske maruz değerini hesaplamak için, literatürde daha önce portföy riskini ölçmek için kullanılmamış olan iki taraflı Weibull dağılımı kullanılmıştır. Chen ve Gerlach (2013) tarafından geliştirilmiş olan bu dağılım, tarihsel simülasyon (HS) ve GARCH modelleriyle kombine edilerek portföy riskinin nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir.

4.1 İki Taraflı Weibull Dağılımıyla Portföy Riske Maruz Değerinin Ölçülmesi

Bu bölümde, portföy riskinin ölçülmesi için, HS ve GARCH modellerinin kombinasyonundan oluşan yeni bir yaklaşım sunulmaktadır. GARCH modelindeki artık terimlerinin, Chen ve Gerlach (2013) tarafından geliştirilmiş olan iki taraflı Weibull dağılımını takip ettiği kabul edilmiştir. İki taraflı Weibull dağılımının seçilmesinin nedeni, kripto para birimlerinin aşırı değişken fiyat hareketlerine oldukça uyan bir dağılım olmasından kaynaklanmaktadır. HS yönteminde, portföyü oluşturan varlıkların günlük kapanış fiyatlarının ve ağırlıklarının tarihsel kayıtları dikkate alınarak, portföyün günlük getirilerinin (veya günlük logaritmik getirilerinin) zaman serileri oluşturulmaktadır. Ardından, oluşturulan tek değişkenli zaman serilerinin günlük varyans tahmini için GARCH modelleri kullanılmakta ve bu tahmini varyanslara bağlı olarak günlük riske maruz değerler (Value-at-Risk) (VaR) hesaplanmaktadır.

Mevcut literatürde, (2.11) ve (2.12) eşitliklerinde verilmiş olan Z_t değerlerinin genellikle normal veya student-t rassal değişkenleri olduğu varsayılmaktadır. Ancak, önerilen bu yeni yöntemde, Z_t 'nin dağılımının kaydırılmış standart iki taraflı Weibull dağılımına (Standardized Two-Sided Weibull) (STW) uyduğu varsayılmıştır. Chen ve Gerlach (2013), finansal kuyruk risklerinin tahmin edilebilmesi için STW dağılımını önermişler ve bu dağılımın olasılık yoğunluk

fonksiyonu, birikimli dağılım fonksiyonu (cumulative distribution function) (cdf) ve birikimli dağılım fonksiyonunun tersi olan kantil fonksiyonu (quantile function) için eşitlikler belirlemişlerdir.

STW rassal değişkeni $Y \sim \text{STW}(\lambda_1, k_1, \lambda_2, k_2)$ için olasılık yoğunluk fonksiyonu eşitlik (4.1)'deki gibi hesaplanabilir.

$$f_{\text{STW}}(y) = \begin{cases} b_p \left(\frac{-b_p y}{\lambda_1} \right)^{k_1-1} \exp \left[- \left(\frac{-b_p y}{\lambda_1} \right)^{k_1} \right]; & y < 0, \\ b_p \left(\frac{b_p y}{\lambda_2} \right)^{k_2-1} \exp \left[- \left(\frac{b_p y}{\lambda_2} \right)^{k_2} \right]; & y \geq 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Burada, $k_1, k_2 > 0$ şekil parametrelerini, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ ise ölçek parametrelerini ifade etmektedir. Eşitlik (4.1)'deki b_p terimi sabit bir sayı olup şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$b_p^2 = \frac{\lambda_1^3}{k_1} \Gamma \left(1 + \frac{2}{k_1} \right) + \frac{\lambda_2^3}{k_2} \Gamma \left(1 + \frac{2}{k_2} \right) - \left[-\frac{\lambda_1^2}{k_1} \Gamma \left(1 + \frac{1}{k_1} \right) + \frac{\lambda_2^2}{k_2} \Gamma \left(1 + \frac{1}{k_2} \right) \right]^2 \quad (4.2)$$

Eşitlik (4.2)'deki $\Gamma(\cdot)$ terimi, gamma fonksiyonunu ifade etmektedir. Olasılık yoğunluk fonksiyonun integralinin alınıp bire eşitlenmesi sonucunda eşitlik (4.3) bulunmaktadır.

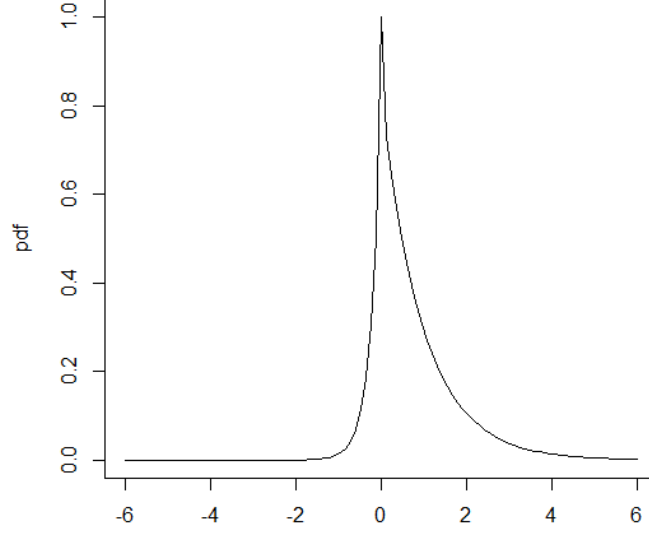
$$\frac{\lambda_1}{k_1} + \frac{\lambda_2}{k_2} = 1 \quad (4.3)$$

Böylece, üç tane serbest parametre bulunduğundan, $Y \sim \text{STW}(\lambda_1, k_1, k_2)$ olarak gösterilebilir. λ_2 parametresi ise bu üç serbest parametreye bağlı olarak eşitlik (4.4)'deki gibi hesaplanabilir.

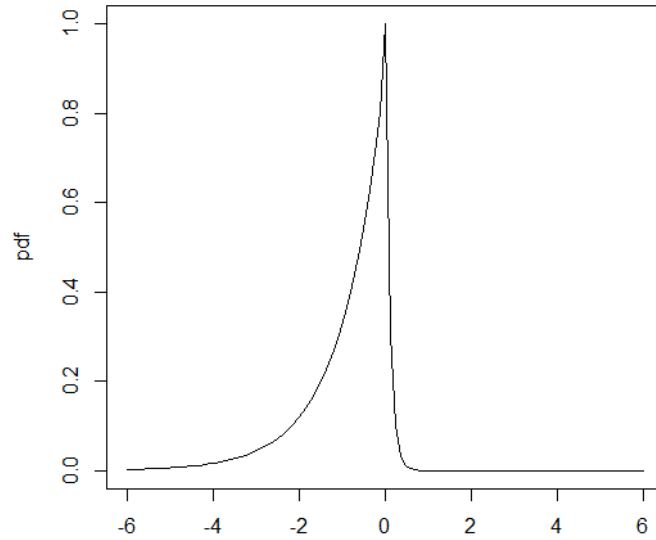
$$\lambda_2 = k_2 \left(1 - \frac{\lambda_1}{k_1} \right) \quad (4.4)$$

STW dağılımı simetrik veya çarpık olabilir. $P(Y < 0) = \frac{\lambda_1}{k_1}$ olduğundan, $\frac{\lambda_1}{k_1} < 0,5$ olması durumunda pozitif çarpıklık; $\frac{\lambda_1}{k_1} > 0,5$ olması durumunda ise negatif

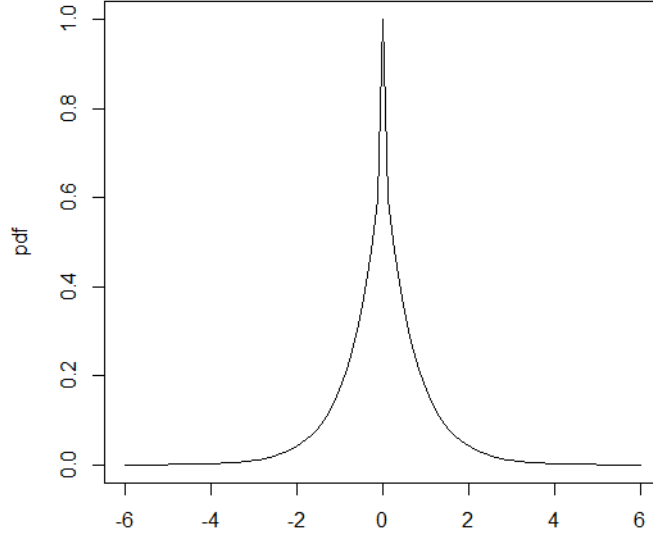
çarpıklık bulunmaktadır. $\frac{\lambda_1}{k_1} = 0,5$ şartının sağlanması durumunda ise, STW dağılımının simetrik olduğu görülmektedir. Pozitif ve negatif çarpıklığa sahip iki farklı STW dağılımının grafiği sırasıyla Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’de görülmektedir. Şekil 4.3’te ise simetrik bir STW dağılımının grafiği verilmiştir.



Şekil 4.1 STW ($\lambda_1 = 0,2; k_1 = 1,0; k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu



Şekil 4.2 STW ($\lambda_1 = 0,9; k_1 = 1,0; k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu



Şekil 4.3 STW ($\lambda_1 = 0,5; k_1 = 1,0; k_2 = 1,0$) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu

STW (λ_1, k_1, k_2) dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu ve bu fonksiyonun tersi olan kantil fonksiyonu, eşitlik (4.5) ve (4.6)'da sırasıyla verilmiştir.

$$F_{STW}(y) = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{k_1} \exp \left[- \left(\frac{-b_p y}{\lambda_1} \right)^{k_1} \right] ; & y < 0 \\ 1 - \frac{\lambda_2}{k_2} \exp \left[- \left(\frac{b_p y}{\lambda_2} \right)^{k_2} \right] ; & y \geq 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$F_{STW}^{-1}(\alpha) = \begin{cases} -\frac{\lambda_1}{b_p} \left[-\ln \left(\frac{k_1}{\lambda_1} \alpha \right) \right]^{\frac{1}{k_1}} ; & 0 \leq \alpha < \frac{\lambda_1}{k_1} \\ \frac{\lambda_2}{b_p} \left[-\ln \left(\frac{k_2}{\lambda_2} (1 - \alpha) \right) \right]^{\frac{1}{k_2}} ; & \frac{\lambda_1}{k_1} \leq \alpha < 1 \end{cases} \quad (4.6)$$

Eşitlik (4.7)'da ise STW dağılımının ortalamasının nasıl hesaplandığıyla ilgili olan denklem görülmektedir.

$$\mu_{STW} = \frac{-\lambda_1^2}{b_p k_1} \Gamma \left(1 + \frac{1}{k_1} \right) + \frac{\lambda_2^2}{b_p k_2} \Gamma \left(1 + \frac{1}{k_2} \right) \quad (4.7)$$

$Z = Y - \mu_{STW}$ olduğundan, Z teriminin dağılımının ortalaması 0 ve varyansı 1 olan bir kaydırılmış STW (λ_1, k_1, k_2) dağılımına uyduğu görülmektedir. Eşitlik (2.11) ve

(2.12)'de belirtilmiş olan GARCH modelinin denklemlerindeki Z_t terimleri $Z = Y - \mu_{STW}$ eşitliğiyle gösterilen Z teriminin iid kopyasıdır ve Y rassal değişkenleri $STW(\lambda_1, k_1, k_2)$ dağılımına uymaktadır ($Y \sim STW(\lambda_1, k_1, k_2)$). (2.13) eşitliğinde verilmiş olan olabilirlik fonksiyonunda ise Z_t değerlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonu $g(z) = f_{STW}(z + \mu_{STW})$ dönüşümü yardımıyla hesaplanabilmektedir.

Tek periyotlu şartlı VaR hesabı şu şekilde yapılmaktadır:

$$\alpha = P(R_{t+1} < VaR_{\alpha,t+1} | \mathcal{F}_t) \quad (4.8)$$

Burada,

$R_{t+1} = e^{X_{t+1}} - 1$: Portföyün $t+1$ anındaki getirisini,

$\mathcal{F}_t$: Portföyün t anına kadarki geçmişini (filtration) göstermektedir.

Sonuç olarak, portföyün VaR değeri şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$VaR_{\alpha,t+1} = \exp(\hat{\sigma}_{t+1} [F_{STW}^{-1}(\alpha) - \mu_{STW}]) - 1 \quad (4.9)$$

Burada $\hat{\sigma}_{t+1}^2$, (4.10) eşitliğinde verilmiş olan GARCH (1,1) modelinin çalıştırılması sonucunda bulunmuş olan varyans tahmininin değeridir.

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \beta \hat{\sigma}_t^2 \quad (4.10)$$

Eşitlik (4.10) yardımıyla her bir periyotta varyans tahmini değerlerinin bulunmasının sonucunda, çıkan bu değerler (4.9) eşitliğinde kullanılmakta ve portföyün VaR değerleri her bir periyot için ayrı ayrı bulunabilmektedir.

KRİPTO PARALARDA PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE PORTFÖYÜN RİSKE MARUZ DEĞERİNİN HESAPLANMASI

Bu bölüm, çalışmanın 2, 3 ve 4. bölümlerinde açıklanmış olan portföy optimizasyonu ve riske maruz değer ölçüm yöntemleriyle ilgili uygulamaları içermektedir. Uygulamayı gerçekleştirmek için, dört ana kripto paranın beş yıllık bir süreç içindeki fiyat hareketleri, veri olarak kullanılmıştır. Bölüm 5.1, kullanılan veri setine dair gerekli açıklamaları ve istatistiksel analizleri içermektedir. Bölüm 5.2, dört ana kripto paradan oluşturulacak olan optimum portföyün günlük olarak hesaplanmasına dair analizleri içermektedir. Optimum portföyün bulunmasından sonra, bu portföyün riske maruz değerinin farklı yöntemlerle ölçülmesi gerekmektedir. Bölüm 5.3, literatürde kullanılan tek değişkenli ve çok değişkenli portföy riske maruz değer hesaplama yöntemlerinin kripto paralardan oluşmuş olan optimum portföye uygulanmasına dair hesaplamaları içermektedir. Bu bölümde aynı zamanda, geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull modelinin optimum kripto para portföyüne uygulanması da bulunmaktadır. Farklı VaR hesaplama yöntemlerinin performanslarını karşılaştırmak için geriye dönük testler kullanılmaktadır. Bölüm 5.4'te, geliştirilmiş olan yeni yöntemin performansını, diğer tek değişkenli ve çok değişkenli modellerin performanslarıyla karşılaştırmak için, farklı geriye dönük testler uygulanmıştır. Bu bölümde gerçekleştirilmiş olan uygulama ve analizler, R programlama dili (R Core Team, 2019) yardımıyla yapılmıştır.

5.1 Uygulamada Kullanılan Veri Seti

Kripto paralarda optimum portföy seçimi ve oluşturulan portföyün riske maruz değerini hesaplamaya yönelik gerçekleştirilen sayısal uygulamada, dört ana kripto para seçilmiştir. Seçilen dört ana kripto paradan oluşturulan çok değişkenli günlük portföylerin riske maruz değerleri çeşitli yöntemlerle hesaplanmış ve uygulanan

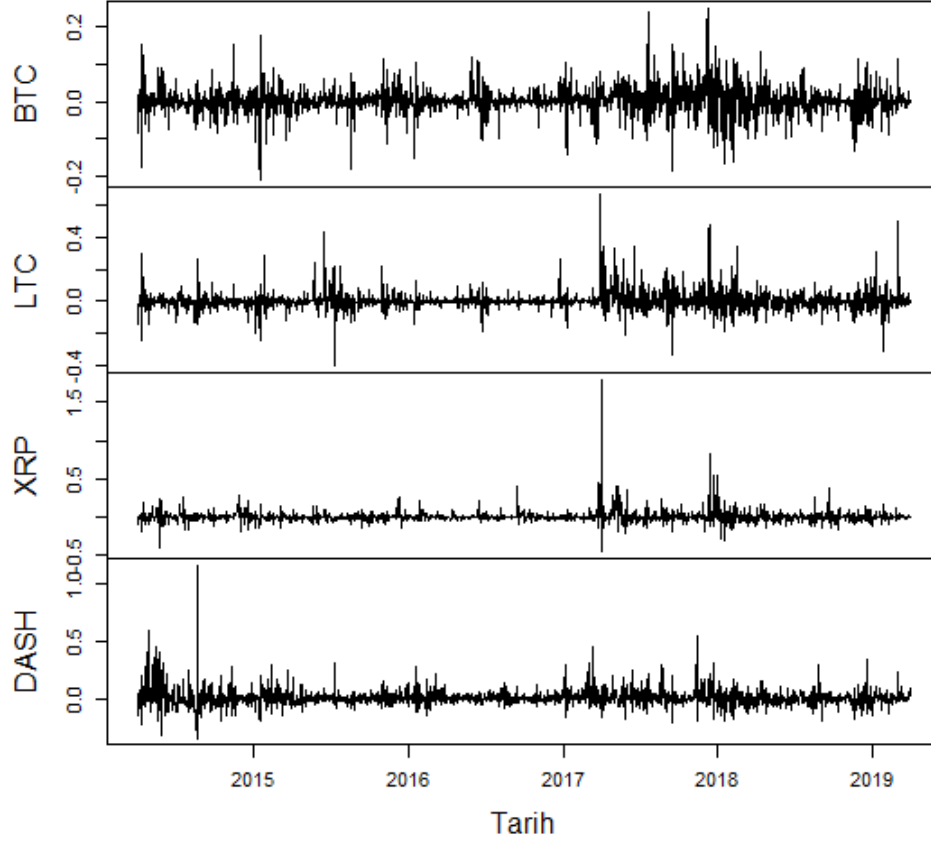
yöntemlerin performanslarını ölçebilmek için geriye dönük testler (backtesting) yapılmıştır. Seçilen dört ana kripto para şunlardır: Bitcoin (BTC), Litecoin (LTC), Ripple (XRP) ve Dash coin (DASH). Platanakis vd. (2018) ve Platanakis ve Urquhart (2019) da yapmış oldukları portföy optimizasyonu ile ilgili çalışmalarda, bu dört kripto parayı seçmişlerdir, çünkü bu dört kripto para en likit dijital para birimleri olarak bilinmektedir. Bunun yanında, mevcut çalışmada ele alınan dört kripto para, uygulamanın gerçekleştirildiği çalışma periyodunun başında, piyasa değeri olarak en yüksek dört dijital para birimidir. Bundan dolayı bu çalışmada, portföy oluşturmak için bahsi geçen dört kripto para seçilmiştir. Liu (2019) da, yapmış olduğu çalışmada, kripto paralarda portföyde çeşitlendirme yapılmasının portföy getirisini önemli ölçüde artırabileceğini göstermiştir.

Çalışmayı gerçekleştirmek için, “coinmarketcap.com” internet sitesindeki fiyat verilerinden yararlanılmıştır. Kripto para piyasalarında alım satım işlemleri 7 gün, 24 saat sürekli olduğundan, bir yıllık periyot olarak 365 gün kullanılmaktadır. Bundan dolayı, uygulama için ele alınan beş yıllık veri seti, 1 Nisan 2014 – 31 Mart 2019 tarihleri arasındaki 1826 günlük periyot için, dört adet kripto paranın günlük kapanış değerlerini (A.B.D. doları cinsinden) içermektedir. Çalışma periyodunun başlangıç tarihi olan 1 Nisan 2014 tarihinin başlangıcında, bahsi geçen dört kripto paranın toplam piyasadaki yüzdelik payları Tablo 5.1’de görülmektedir.

Tablo 5.1 01.04.2014 tarihinde dört ana kripto paranın piyasadaki yüzdelik payları (coinmarketcap.com)

Kripto Para	Piyasa Yüzdesi
Bitcoin (BTC)	%89,34
Litecoin (LTC)	%5,46
Ripple (XRP)	%1,16
Dash coin (DASH)	%0,04

Gerekli analizlerin yapılabilmesi için her bir kripto paranın günlük getirileri hesaplanmıştır. Her bir kripto para için, bahsi geçen getiri grafikleri Şekil 5.1’de gösterilmiştir.

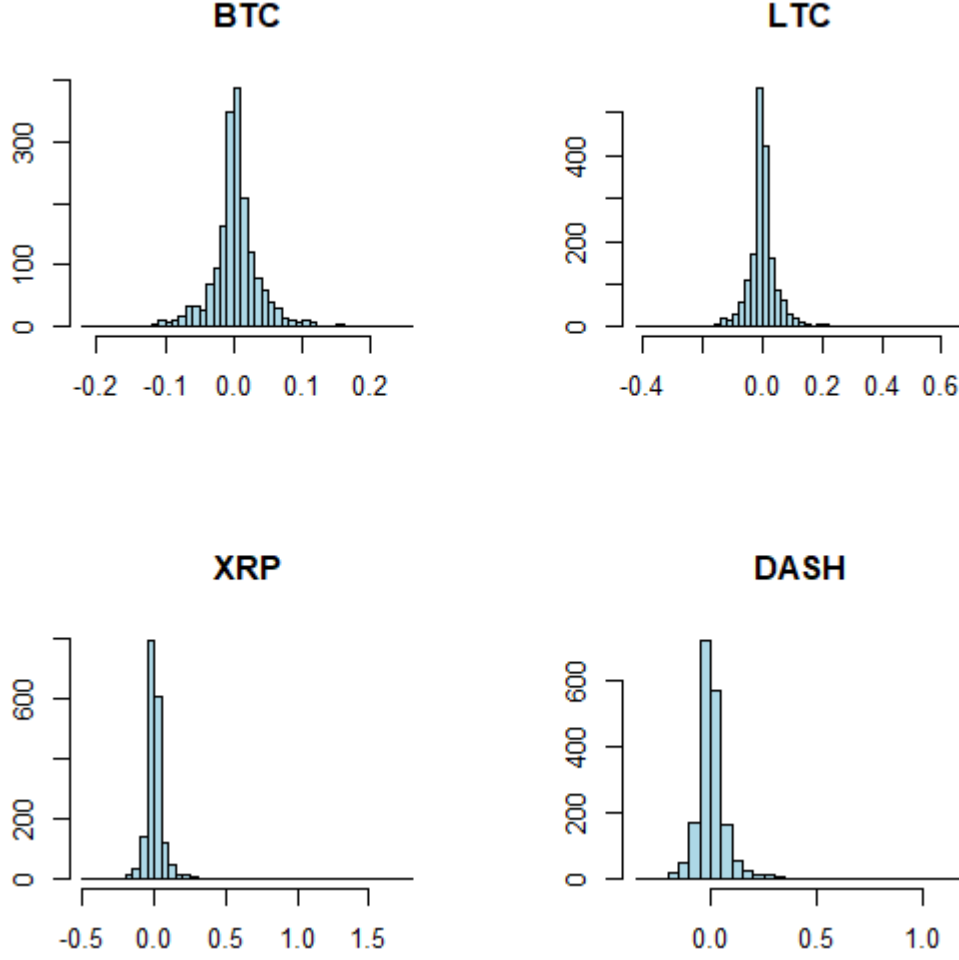


Şekil 5.1 Dört ana kripto para biriminin günlük getiri grafikleri

Portföy seçiminde kullanılan dört ana kripto paranın beş yıllık periyottaki günlük getirileriyle ilgili tanımlayıcı istatistikler Tablo 5.2’de yer almaktadır. Şekil 5.2’de ise bu dört kripto paranın histogramları verilmiştir.

Tablo 5.2 Dört ana kripto paranın günlük getirileriyle ilgili tanımlayıcı istatistikler

Kripto Para	Ortalama	Medyan	Min.	Maks.	STD
BTC	0,0019	0,0017	-0,2115	0,2525	0,0383
LTC	0,0027	0,0000	-0,4019	0,6659	0,0620
XRP	0,0046	-0,0030	-0,4600	1,7937	0,0814
DASH	0,0054	-0,0021	-0,3475	1,1558	0,0768



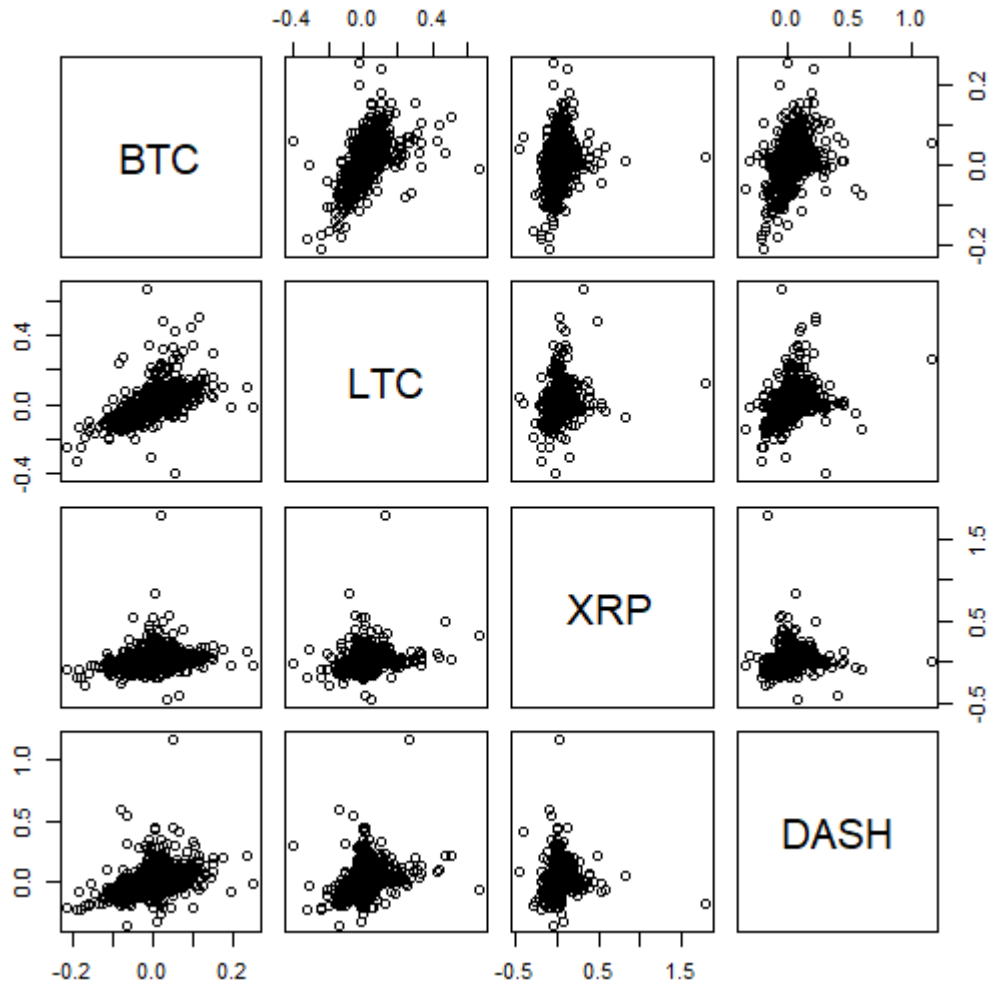
Şekil 5.2 Dört ana kripto para biriminin histogramları

Yukarıda belirtilmiş olan dört ana kripto para ile portföy oluştururken, verilmiş olan tanımlayıcı istatistikler dışında her bir kripto paranın getirilerinin birbirleriyle olan ilişkileri de önem arz etmektedir. Bu yüzden, her bir kripto paranın getirisinin birbirleriyle olan ikili korelasyon katsayıları Tablo 5.3'te verilmiştir. Ayrıca, her bir kripto paranın günlük getirileri arasındaki ikili ilişkileri gösteren serpmeye diyagramları, Şekil 5.3'te görülmektedir.

Tablo 5.3 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin korelasyon katsayıları

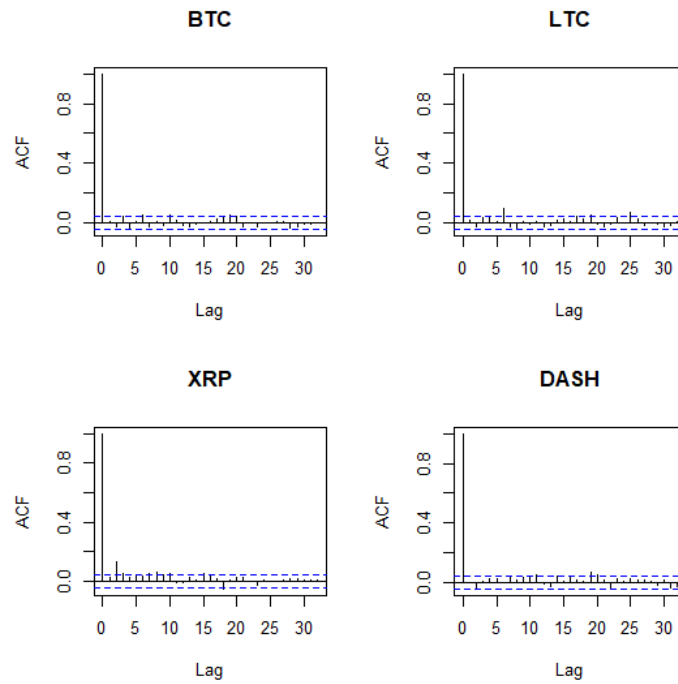
Kripto Para	BTC	LTC	XRP	DASH
BTC	1,0000	0,5788	0,2526	0,3944
LTC	0,5788	1,0000	0,2755	0,3415
XRP	0,2526	0,2755	1,0000	0,1212
DASH	0,3944	0,3415	0,1212	1,0000

Tablo 5.3'te görülebileceği gibi, kripto paraların günlük getirileriyle ilgili en büyük korelasyon katsayısı 0,5788 ile LTC ve BTC arasında olmaktadır. İlgili periyotta günlük getirilerle ilgili en düşük korelasyon ise 0,1212 ile XRP ve DASH arasındadır.

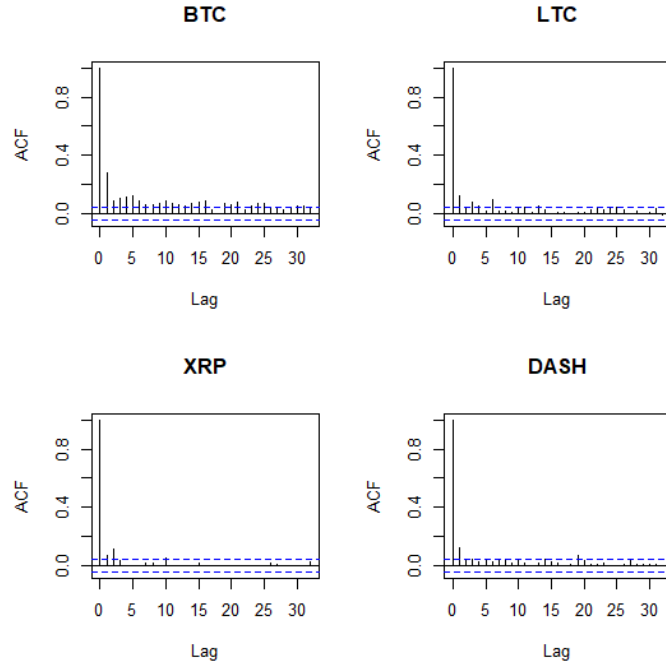


Şekil 5.3 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin serpmeye diyagramları

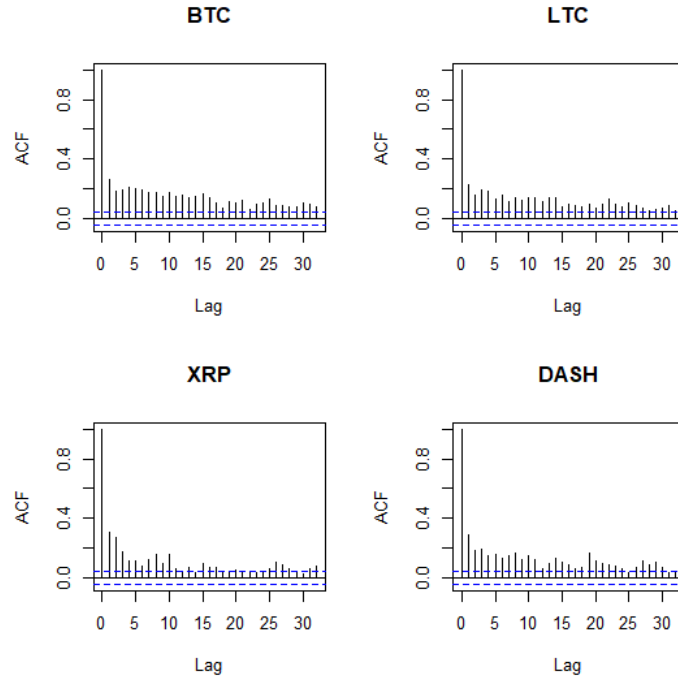
Günlük getiriler arasındaki korelasyon dışında, gözlemlenen getiri değerleri arasındaki ilişkinin zamana bağlı değişimini gösteren otokorelasyon katsayılarının (Autocorrelation Function) (ACF) da incelenmesi gerekmektedir. Çünkü; günlük getiriler, bu getirilerin karesi veya mutlak değerleri arasında yüksek otokorelasyonun olması durumunda, ilgili ürünlerle oluşturulmuş bir portföyün riskinin ölçülmesinde GARCH modeli kullanılabilmektedir. Dört ana kripto para biriminin günlük getirileriyle ilgili otokorelasyon katsayılarının grafikleri Şekil 5.4'te verilmiştir. Şekil 5.5, günlük getirilerin karelerinin korelasyon katsayıları, Şekil 5.6 ise bu getirilerin mutlak değerlerinin korelasyon katsayıları ile ilgilidir. Bahsi geçen şekillerden de görülebileceği gibi, otokorelasyon katsayıları kimi yerlerde belli sınırları aşmıştır. Bu durum, çalışmanın ileriki bölümlerinde, bu dört ana kripto paradan oluşturulan günlük portföylerin riskini hesaplama modellerinden biri olan GARCH yönteminin kullanılmasını destekler niteliktedir.



Şekil 5.4 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin otokorelasyon katsayıları



Şekil 5.5 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin karelerinin otokorelasyon katsayıları



Şekil 5.6 Dört ana kripto para biriminin günlük getirilerinin mutlak değerlerinin otokorelasyon katsayıları

Yukarıda tanımlayıcı istatistikleri belirtilmiş olan dört ana kripto para ile oluşturulacak olan olası portföyler içinde, varyansı en düşük olan portföy optimum

portföy olarak seçilecektir. Bu konu, bir sonraki bölümde detaylı olarak incelenmiştir.

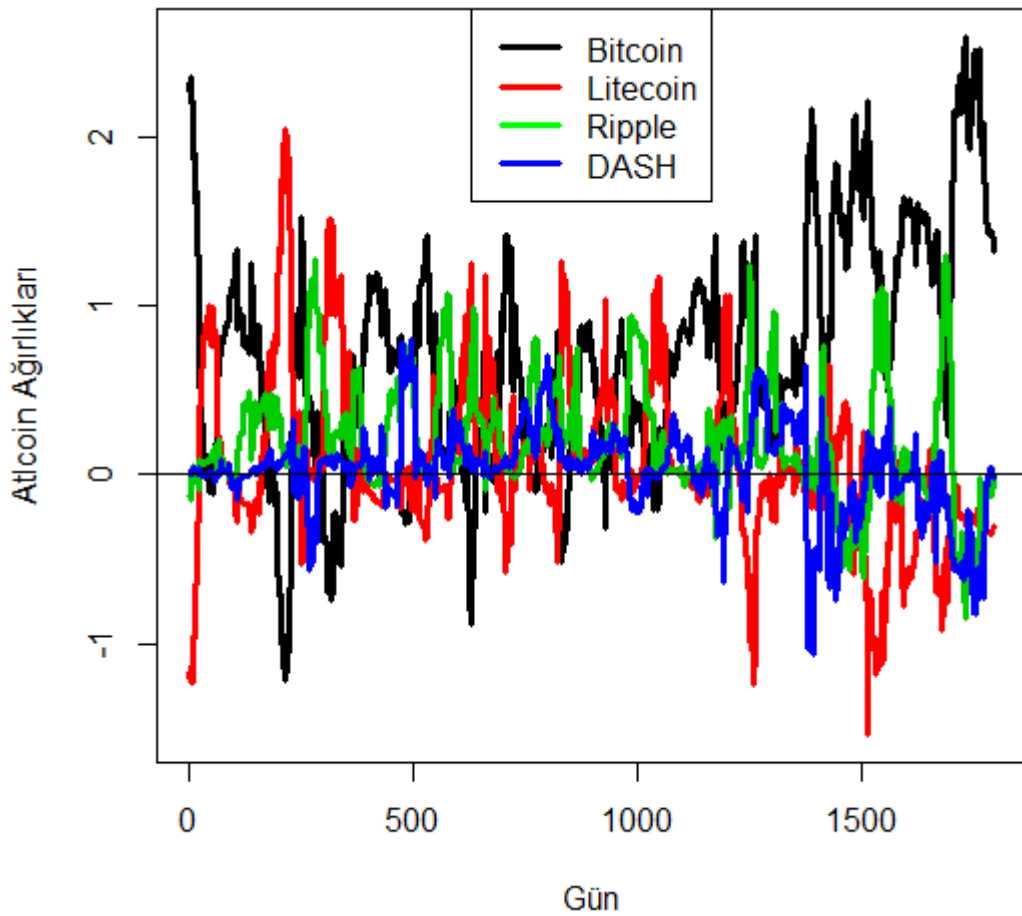
5.2 Kripto Paralarda Portföy Optimizasyonu

Çalışmanın bu bölümünde, BTC, LTC, XRP ve DASH kripto paralarından oluşturulabilecek portföyler içinde optimum değere sahip olan portföy seçeneği bulunmuştur. Optimizasyon kriteri olarak, oluşturulacak olan portföyün günlük getirilerinin varyansının minimum olmasına dikkat edilmiştir. Yani, portföyün günlük getirilerinin varyansını minimize edecek şekilde, her bir kripto paranın portföy içindeki ağırlığı her gün için ayrı ayrı bulunmuştur. Bu optimizasyonu yapmak için, bu çalışmanın 3. Bölüm'ünde detaylı bir şekilde açıklanmış olan Markowitz'in (1952) klasik portföy optimizasyonu modelindeki eşitlikler dikkate alınmıştır. Kripto paralarda fiyat hareketleri yüksek volatilitelere sahip olduğundan, portföyü oluşturan her bir varlığın beklenen getirilerini tahmin etmek mümkün değildir. Bu yüzden, 3. Bölüm'de de açıklandığı gibi, eşitlik (3.6)'da belirtilmiş olan istenen beklenen getiriyle ilgili kısıt dikkate alınmamıştır. Ayrıca, kripto para piyasalarında açığa satış imkânı da olduğundan, portföy ağırlıkları için herhangi bir sınırlandırma yapılmamıştır.

Portföy ağırlıklarını hesaplarken, her bir kripto para için gerçekleşen günlük getiri oranlarının belli bir kısmı veri olarak alınacaktır. İlk n gün için gerçekleşen günlük getirilerin dikkate alındığı varsayıldığında, portföy ağırlıkları ilk olarak $(n+1)$. gün için belirlenecektir. Her bir kripto paranın günlük getirisi, toplamda 1825 günlük bir veri setine sahip olduğundan, portföy ağırlıkları $(1825 - n)$ gün için klasik portföy optimizasyonu yöntemiyle, dinamik olarak ayrı ayrı hesaplanacaktır. Aşağıda, ilk 30, 90, 180, 270 ve 365 günlük kripto para getirilerinin portföy ağırlıklarını oluşturmak için veri olarak kullanılması durumunda, her bir seçenek için portföy ağırlıklarının, portföy getirilerinin ve bu getirilerin standart sapmasının ne olacağıyla ilgili senaryo çalışmaları görülmektedir. Kripto para piyasalarının yüksek volatilitelere sahip olmasından dolayı, beş farklı portföy arasından seçim yapmak için portföy getirilerinin standart sapması dikkate alınmış ve bu portföyler içinden minimum standart sapmaya sahip olan portföy optimum olarak seçilmiştir.

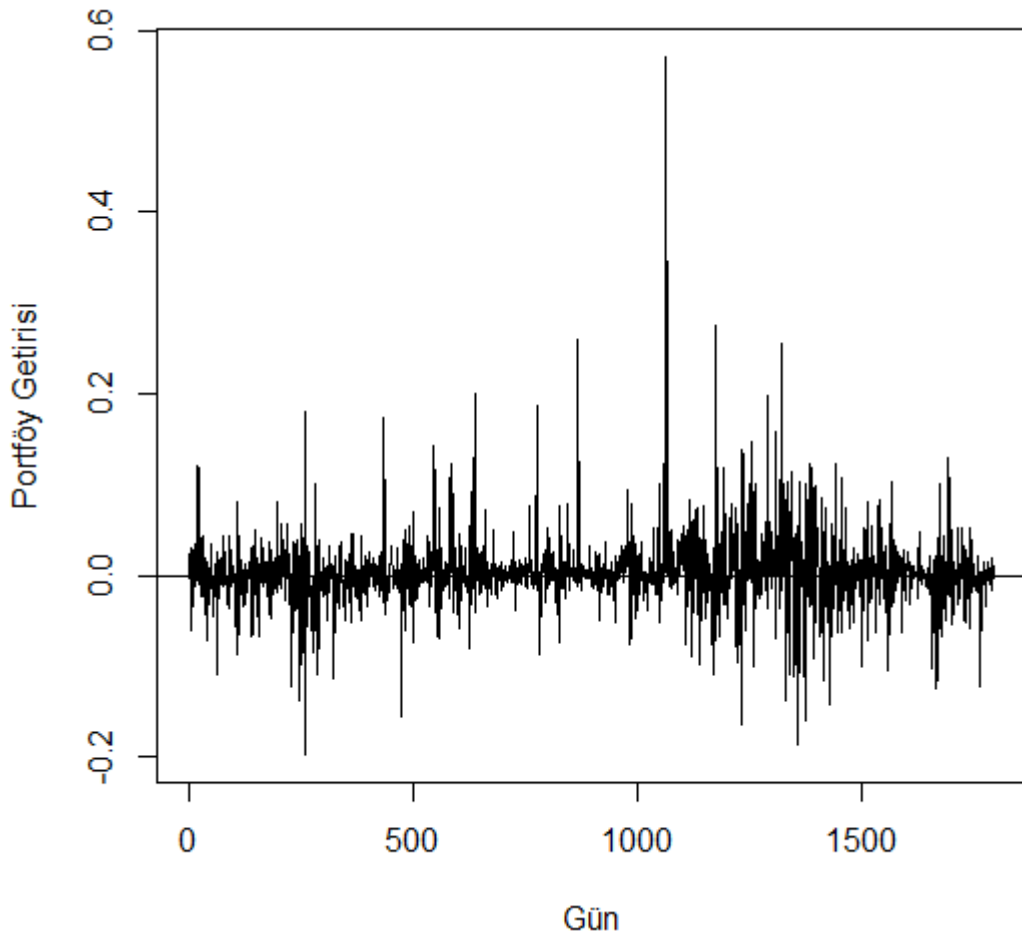
5.2.1 Son 30 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy

Son 30 günlük kripto para getirilerinin dikkate alınmasıyla oluşturulan portföyde, portföyü oluşturan kripto paraların ağırlıkları ilk olarak 31. günde belirlenmiştir. Markowitz'in (1952) klasik portföy optimizasyonu modeli 31. – 1825. günler için ayrı ayrı çalıştırılmış ve toplamda 1795 farklı gün için portföy ağırlıkları dinamik olarak belirlenmiştir. Örnek vermek gerekirse, 100. gün için portföy ağırlıklarını belirlerken, 70. – 99. günlerdeki kripto para getiri verileri dikkate alınmıştır. Böylece, son 30 günlük verilerin kullanılmasıyla, olası portföyler içinde en düşük varyansa sahip olan portföy, 100. gün için optimum portföy olarak belirlenmiştir. Bu işlem 1795 defa tekrar edilerek, portföy getirisinin varyansını minimize eden portföy ağırlıkları her gün için hesaplanmıştır. Şekil 5.7'de, son 30 günlük getirilerin dikkate alınmasıyla oluşturulan optimum portföydeki günlük kripto para ağırlıklarını ayrı ayrı gösteren grafik görülmektedir.



Şekil 5.7 30 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları

Şekil 5.8'deki grafik ise, belirlenen ağırlıklara bağlı olarak oluşturulan portföyün günlük getirilerini göstermektedir.



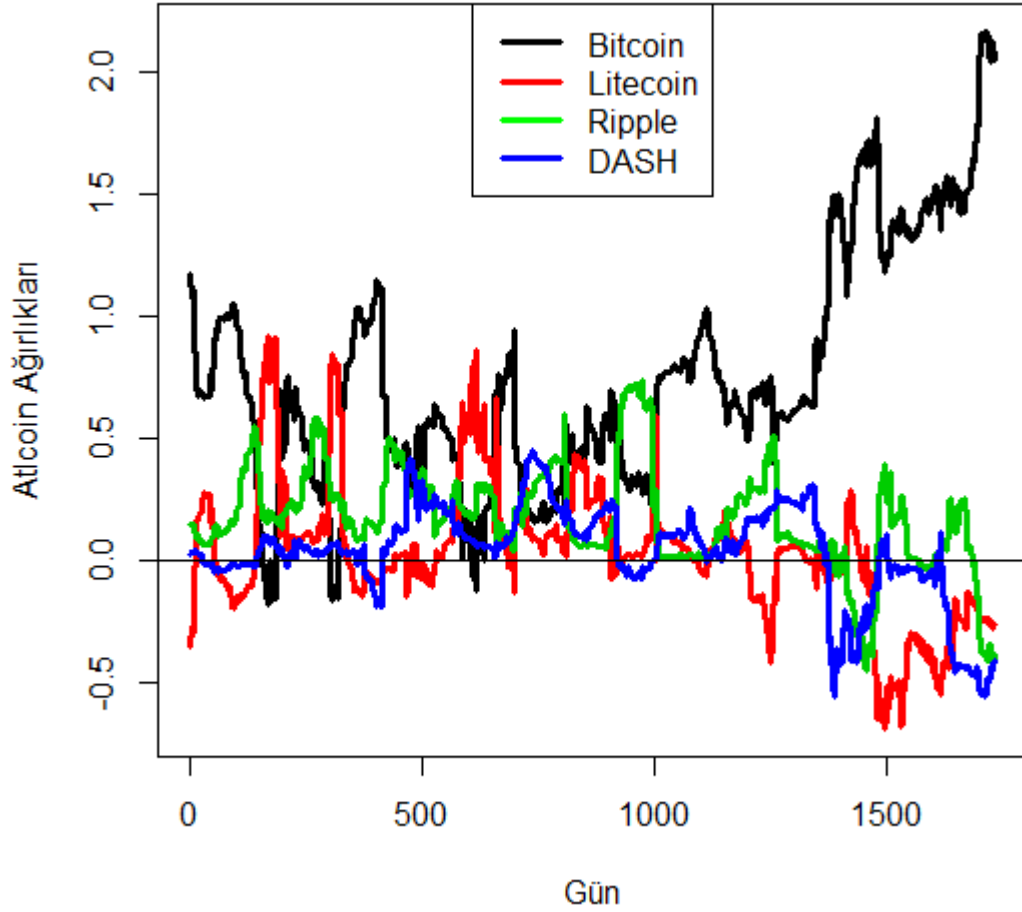
Şekil 5.8 30 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği

Oluşturulan portföyün, toplam 1795 gün için günlük getirilerinin standart sapması 0,0410 olmaktadır. Bu portföyün toplam getirisi ise %2431,94 olarak hesaplanmıştır.

5.2.2 Son 90 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy

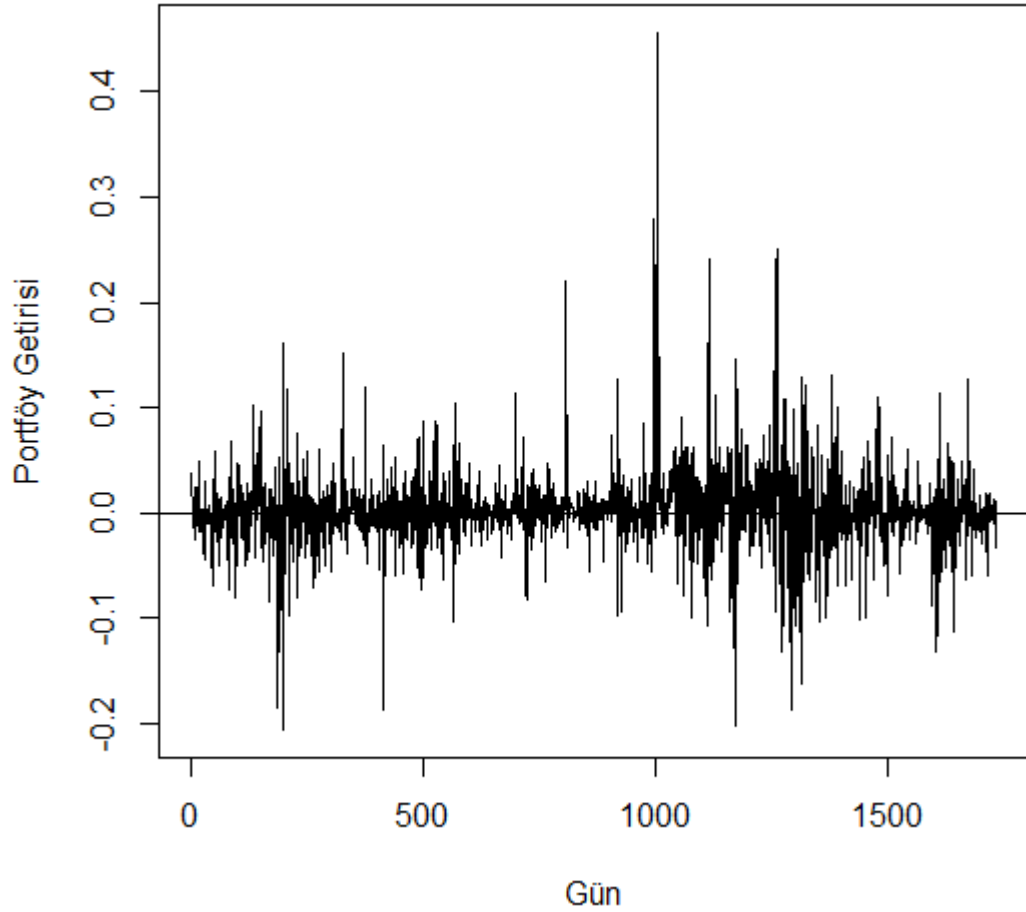
Bu bölümde, bir önceki bölümdeki aynı hesaplamalar yapılmıştır ancak burada tek fark, minimum portföy varyansını verecek olan portföy ağırlıklarını bulurken, son 90 günlük kripto para getiri verilerinin kullanılmasıdır. Dolayısıyla, portföyü oluşturan kripto paraların ağırlıkları ilk olarak 91. günde belirlenmiştir ve klasik portföy optimizasyonu modeli 91. – 1825. günler için ayrı ayrı çalıştırılarak,

toplamda 1735 farklı gün için portföy ağırlıkları dinamik olarak hesaplanmıştır. Şekil 5.9'da, son 90 günlük getirilerin dikkate alınmasıyla oluşturulan optimum portföydeki günlük kripto para ağırlıklarını ayrı ayrı gösteren grafik görülmektedir.



Şekil 5.9 90 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları

Şekil 5.10'da ise, 90 günlük kripto para getirilerinin veri olarak kullanılması durumunda oluşturulan portföyün günlük getirileri verilmiştir.

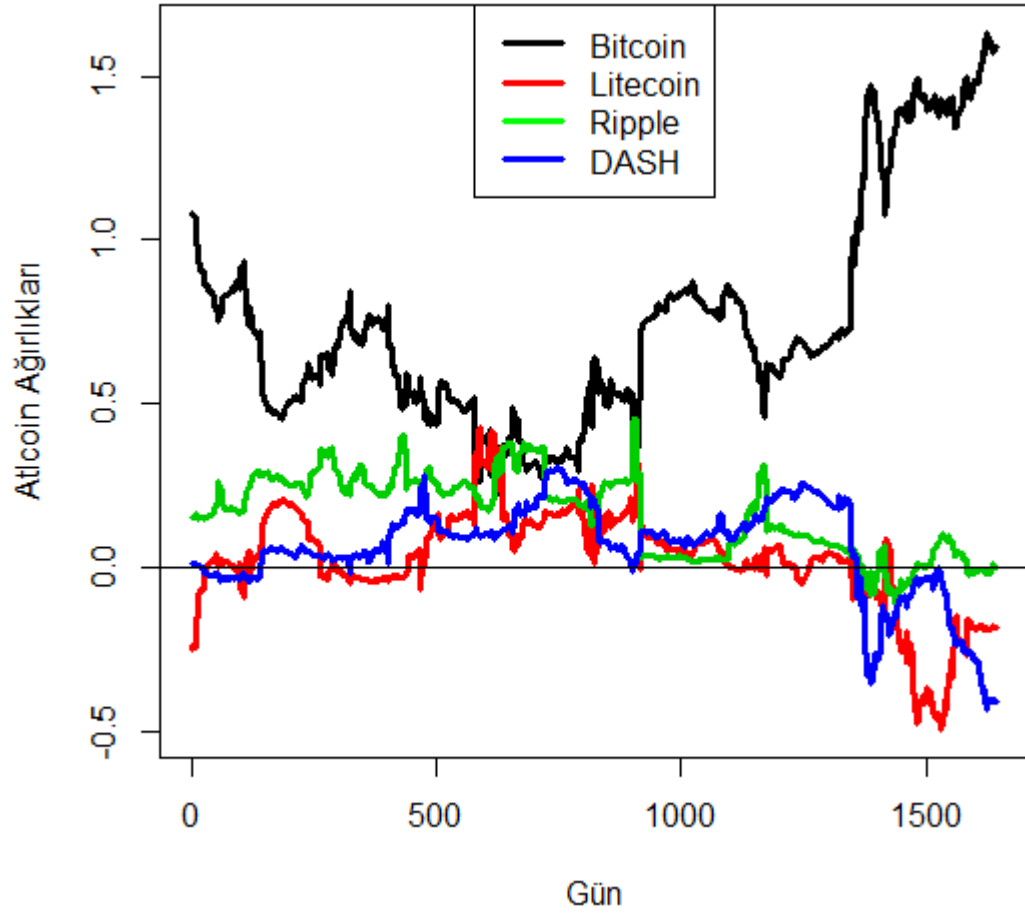


Şekil 5.10 90 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği

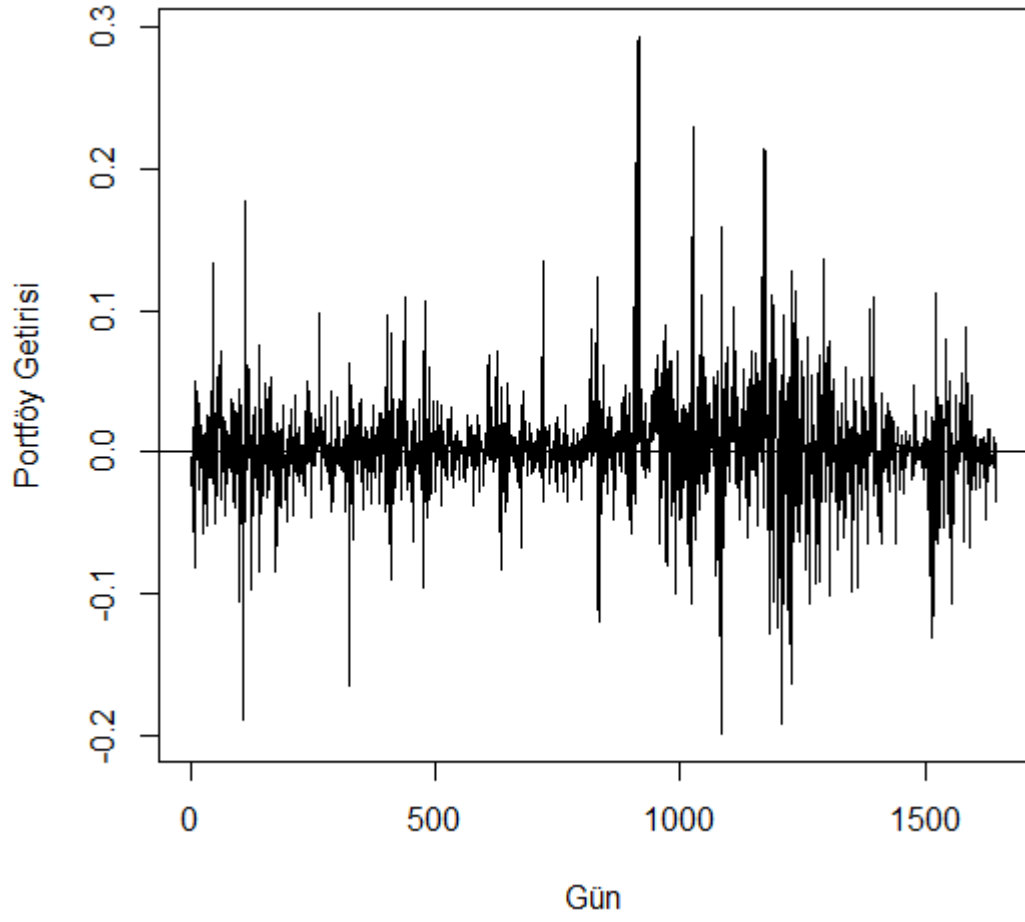
Bu bölümde oluşturulmuş olan portföyün toplam 1735 gün için günlük getirilerinin standart sapması 0,0400 olarak hesaplanmıştır. Portföyün toplam getirisi ise %3645,98'dir.

5.2.3 Son 180 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy

Son 180 günlük kripto para getiri verilerinin kullanılmasıyla hesaplanan bu portföyde, portföy ağırlıkları ilk olarak 181. günde belirlenmiş ve klasik portföy optimizasyonu modeli 181. – 1825. günler için ayrı ayrı çalıştırılarak, toplamda 1645 farklı gün için portföy ağırlıkları dinamik olarak belirlenmiştir. Şekil 5.11'de, bu bölümde belirlenmiş olan portföyün kripto para ağırlıkları günlük olarak gösterilmektedir. Şekil 5.12 ise, ilgili portföyün günlük getirilerini göstermektedir.



Şekil 5.11 180 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları

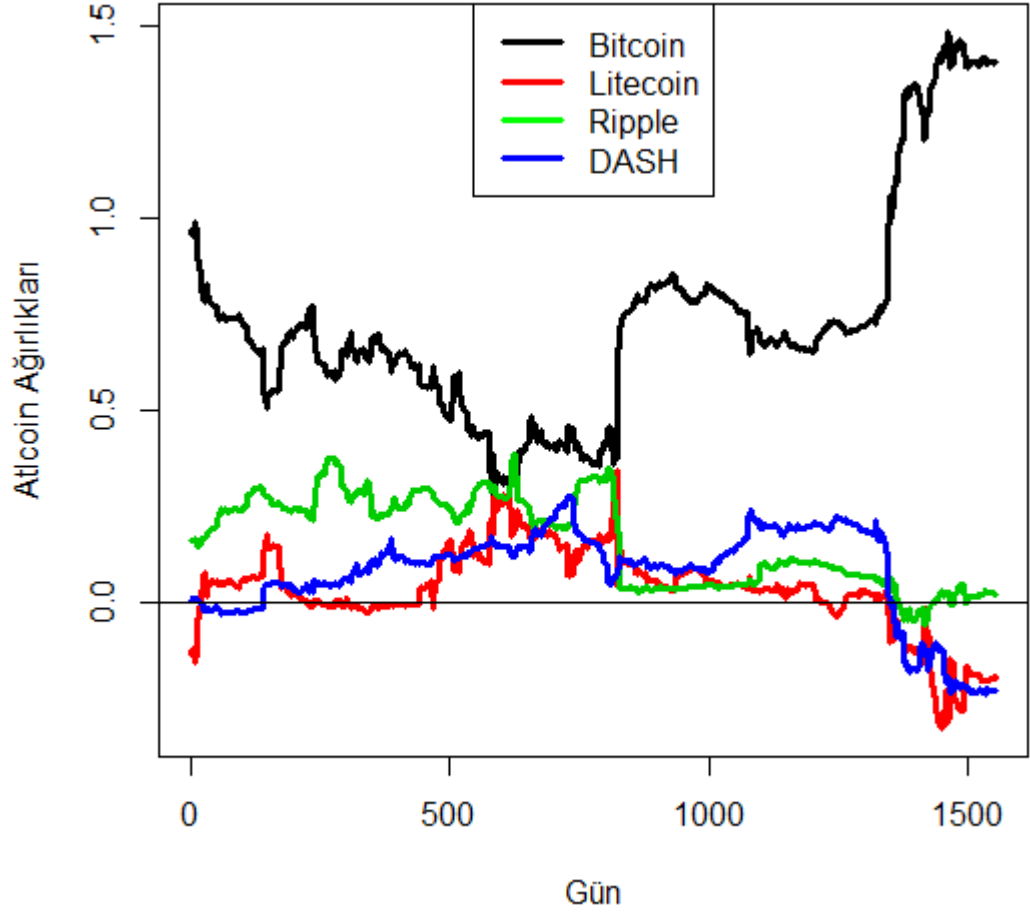


Şekil 5.12 180 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği

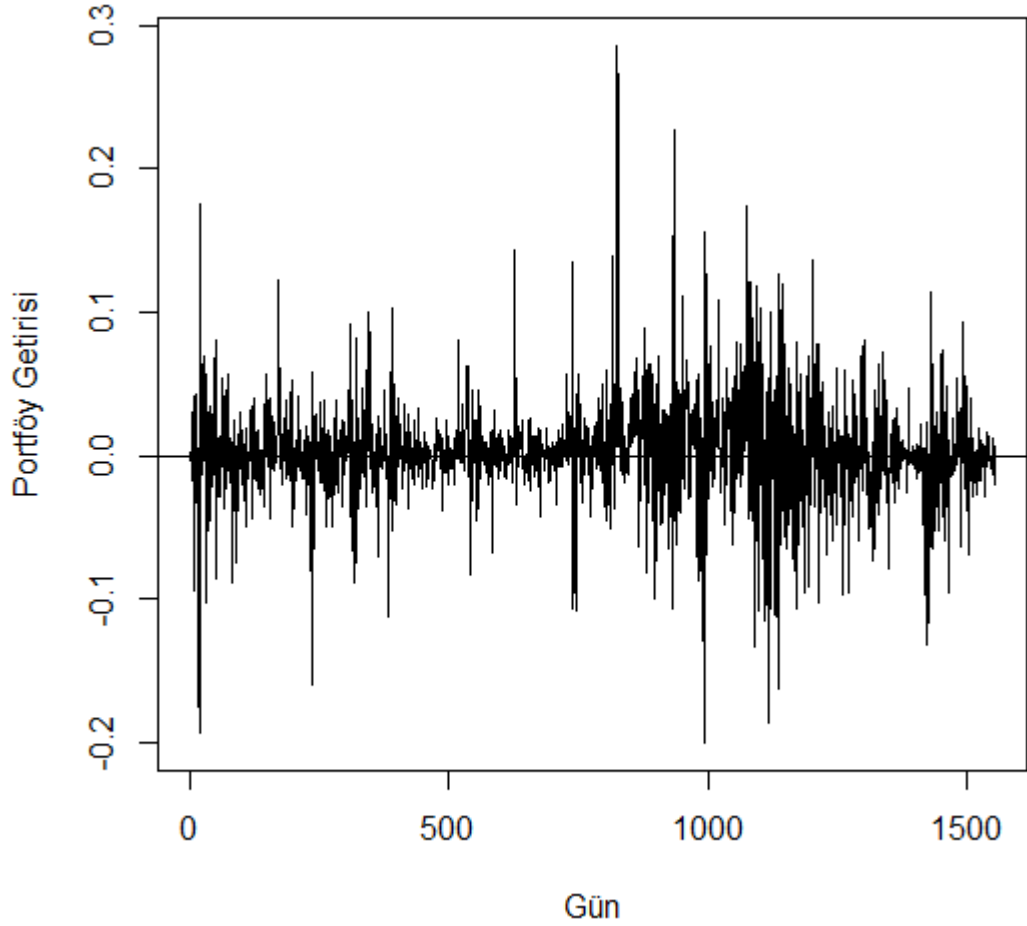
Oluşturulan portföyün toplam 1645 gün için günlük getirilerinin standart sapması 0,0384, portföyün toplam getirisi ise %4727,45 olarak hesaplanmıştır.

5.2.4 Son 270 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy

Son 270 günlük kripto para getiri verilerinin kullanılmasıyla hesaplanan bu portföyde, portföy ağırlıkları ilk olarak 271. günde belirlenmiş ve klasik portföy optimizasyonu modeli 271. – 1825. günler için ayrı ayrı çalıştırılarak, toplamda 1555 farklı gün için portföy ağırlıkları dinamik olarak belirlenmiştir. Şekil 5.13'te, bu bölümde belirlenmiş olan portföyün kripto para ağırlıkları günlük olarak görülmektedir. Şekil 5.14'te ise, ilgili portföyün günlük getirilerini gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 5.13 270 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları

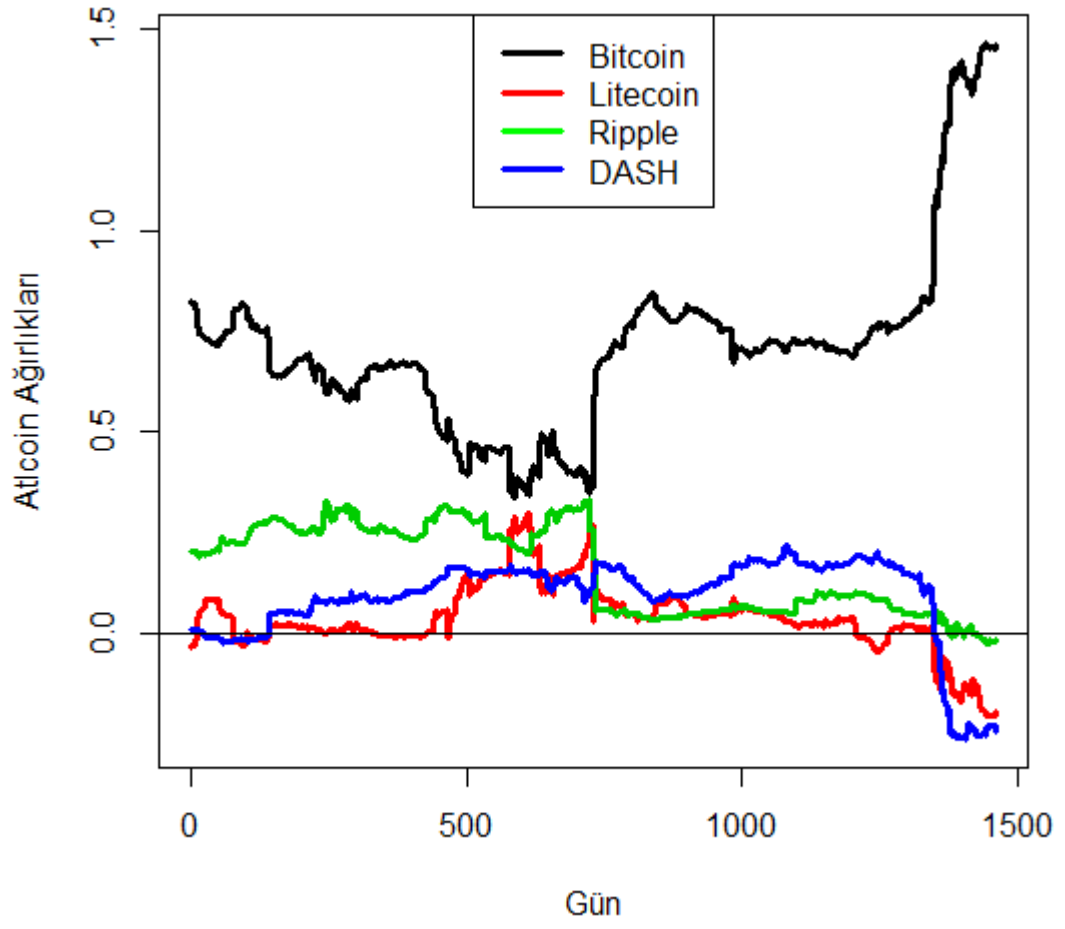


Şekil 5.14 270 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği

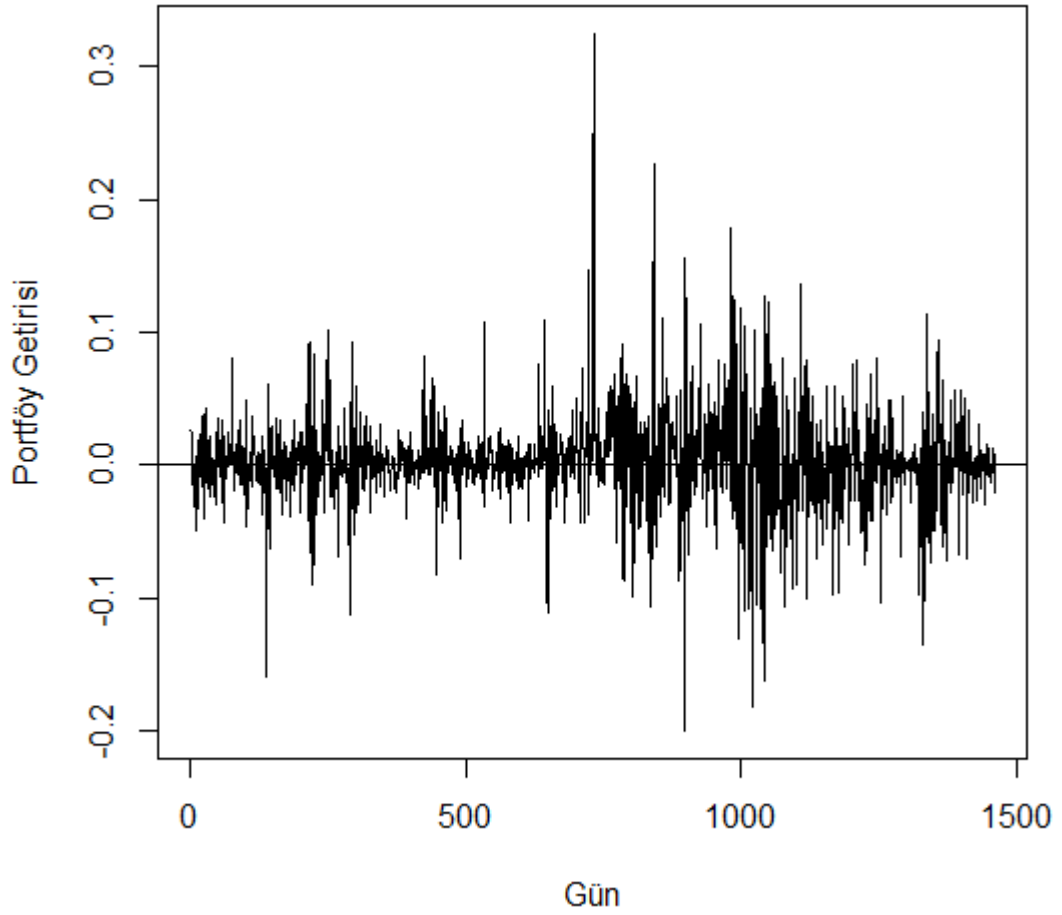
Bu bölümde belirlenmiş olan optimum portföyün toplam 1555 gün için günlük getirilerinin standart sapması 0,0382'dir. İlgili portföyün toplam getirisi ise %2770,81 olarak bulunmuştur.

5.2.5 Son 365 Günlük Getirilerin Dikkate Alınmasıyla Oluşturulan Portföy

Son 365 günlük kripto para getiri verilerinin kullanılmasıyla oluşturulan portföyde, portföy ağırlıkları ilk olarak 366. günde belirlenmiş ve klasik portföy optimizasyonu modeli 366. – 1825. günler için ayrı ayrı çalıştırılarak, toplamda 1460 farklı gün için portföy ağırlıkları dinamik olarak belirlenmiştir. Şekil 5.15'te, bu bölümde belirlenmiş olan portföyün kripto para ağırlıkları günlük olarak görülmektedir. Şekil 5.16'da ise, ilgili portföyün günlük getirilerini gösteren grafik verilmiştir.



Şekil 5.15 365 günlük getirilerle oluşturulan portföyün ağırlıkları



Şekil 5.16 365 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği

Son 365 günlük kripto para getiri verileri dikkate alınarak oluşturulan optimum portföyün toplam 1460 gün için günlük getirilerinin standart sapması 0,0376 olarak hesaplanmıştır. Bu portföyün toplam getirisi ise %4284,33 düzeyindedir.

5.2.6 Olası Beş Portföy İçinden Optimum Portföyün Belirlenmesi

Tablo 5.4'te belirlenmiş olan beş farklı senaryo için hesaplanmış olan optimum portföylerin performans verileri özet olarak verilmiştir. İlgili tabloda, her bir senaryo için, portföy getirilerinin günlük standart sapması, ortalama günlük getirileri ve periyot başlangıcından sonuna kadar geçen süre içindeki toplam portföy getirileri görülmektedir. Ayrıca, dört farklı kripto para için günlük getirilerin standart sapmaları, ortalama günlük getiriler ve beş yıllık periyot için toplam getiriler de aynı tabloda bulunmaktadır.

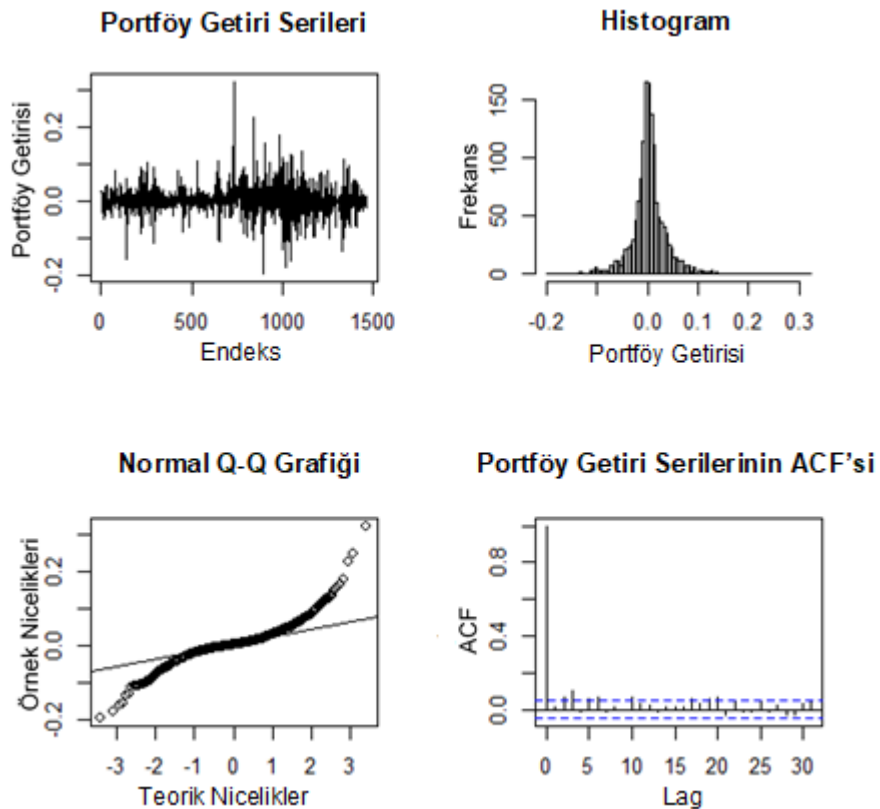
Tablo 5.4 Beş farklı portföyün performans verileri

Portföy	Günlük Standart Sapma (%)	Ortalama Günlük Getiri (%)	Toplam Getiri (%)
n=30	%4,10	%0,26	%2431,94
n=90	%4,00	%0,29	%3645,98
n=180	%3,84	%0,31	%4727,45
n=270	%3,82	%0,29	%2770,81
n=365	%3,76	%0,33	%4284,33
BTC	%3,83	%0,19	%758,19
LTC	%6,20	%0,27	%362,76
XRP	%8,14	%0,46	%3431,22
DASH	%7,68	%0,54	%14838,44

Tablo 5.4'te de görüldüğü gibi kripto paralar tek başlarına dikkate alındığında yüksek volatiliteye sahiptir. Ancak bu dört farklı kripto paranın farklı ağırlıklarla alınmasıyla oluşturulan portföylerde standart sapmada ciddi düşüşler yaşanmıştır. Daha önce de bahsedilmiş olduğu gibi, yüksek volatiliteye sahip piyasalarda getiri yüzdelerinden çok, bu getirilerin standart sapmaları dikkate alınmaktadır. Oluşturulan beş farklı portföy içinden, günlük portföy getirisinin standart sapması en düşük olan portföy, 365 günlük getiri verileriyle oluşturulan portföydür. Bu portföyün günlük standart sapması %3,76, ortalama günlük getirisi %0,33 ve toplam getirisi ise %4284,33'tür. Bu portföyün risk düzeyi, tek başına BTC, LTC, XRP ve DASH kripto paralarının hepsinden düşüktür; ortalama günlük getirisi BTC ve LTC'den yüksek, XRP ve DASH'den düşüktür; getiri düzeyi ise DASH hariç bütün kripto paralardan yüksektir. Uygulanan klasik optimizasyon modeliyle, risk düzeyi azalırken getiri düzeyinin de genel olarak artmış olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, uygulanan yöntemin başarısını göstermektedir.

Sonuç olarak, beş farklı portföy içinden, portföy getirisinin standart sapması en düşük olan 365 günlük getiri verileriyle oluşturulan portföy, optimum portföy olarak seçilmiştir. Bundan sonraki uygulamalarda, bu portföy kullanılacaktır. Dolayısıyla, portföy ağırlıklarını hesaplamak için ilk 365 günlük getiriler dikkate alınmıştır. Portföyün riske maruz değerini hesaplamak için kimi yöntemlerde, ayrı ayrı ürünlerin getirileri değil, portföy getirisi kullanılmaktadır. Bu yüzden, 366. – 730. günlerdeki portföy getirileri de bu tahmin yöntemlerinin başlangıç parametrelerinin bulunması için kullanılmıştır. Böylece, bahsi geçen parametreler kullanılarak, daha sonra gelen 1095 gün için riske maruz değerler farklı yöntemlerle hesaplanmıştır. Son 1095 günlük gerçekleşen portföy getirileri ise, farklı riske maruz değer ölçüm modellerinin performanslarını karşılaştıran geriye dönük testlerin uygulanmasında kullanılmıştır.

Şekil 5.17’de, 365 günlük getiri verileriyle oluşturulan optimum portföyün günlük getiri grafiği, histogramı, Q-Q grafiği ve otokorelasyon (ACF) grafiği görülmektedir.



Şekil 5.17 Optimum portföyün günlük getiri, histogram, Q-Q ve otokorelasyon grafikleri

Şekil 5.17'deki grafiklerden ve histogramdan görülebileceği gibi, optimum portföyün günlük getirilerinin varyansı oldukça yüksektir. Günlük getiri oranı olarak %10'dan fazla ve %(-10)'dan az olan birçok oran gözlemlenmektedir. Bunun dışında, histogram ve Q-Q grafiğinden görülebileceği gibi, portföy getirileri normal dağılıma tam olarak uymamaktadır. Portföy getirilerinin dağılımı yüksek basıklık (excess kurtosis) değerine sahip olduğundan, dağılım normal dağılımdan daha şişkin kuyruklara sahiptir. Öte yandan, otokorelasyon (ACF) grafiğinden de görülebileceği gibi portföy getirileri arasında zamana bağlı bir seri korelasyon bulunmamaktadır.

Yukarıda verilen grafikleri dikkate alarak portföy getirileri hakkında yorum yapmak yeterli değildir. Bu yüzden, bahsedilen ifadelerin doğruluğu uygun istatistiksel yöntemler kullanılarak kontrol edilmelidir. Bundan sonraki bölüm olan Bölüm 5.2.6.1'de, optimum portföyle ilgili tanımlayıcı istatistikler verilmiş ve portföy getirileri için yukarıda bahsi geçen özellikleri test eden tanı testleri (diagnostic tests) ve dinamik korelasyon testi uygulanmıştır. Gerekli uygulamaların gerçekleştirilmesinde, R programlama dilindeki (R Core Team, 2019) bazı paketler kullanılmıştır.

5.2.6.1 Optimum Portföyün Tanımlayıcı İstatistikleri, Tanı ve Dinamik Korelasyon Testleri

Optimum portföyün günlük getirileriyle ilgili riske maruz değerleri hesaplayabilmek için, verilerle ilgili tanımlayıcı istatistiklere ve bir takım istatistiksel testlerin gerçekleştirilmesine ihtiyaç vardır. Tablo 5.5'te, günlük optimum portföy getirilerinin tanımlayıcı istatistikleri verilmiş ve tanı ve dinamik korelasyon testleriyle ilgili sonuçlar gösterilmiştir. Hesaplamalar R programlama dili (R Core Team, 2019) kullanılarak yapılmıştır. Çarpıklık ve basıklık değerlerinin hesaplanması için Wuertz vd. (2018) tarafından geliştirilmiş olan "Rmetrics-Chronological and Calendar Objects" başlıklı "timeDate" paketinden faydalanılmıştır. Dağılımın normal dağılıma uyup uymadığını test eden Jarque-Bera testi (Jarque ve Bera, 1980) için Trapletti ve Hornik (2019) tarafından geliştirilmiş olan "Time Series Analysis and Computational Finance" başlıklı "tseries" paketi kullanılmıştır. Zaman serileri arasında seri korelasyon olup olmadığını test etmek

için, günlük portföy getirilerinin kareleri kullanılarak Box-Pierce testi (Box ve Pierce, 1970) gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, günlük portföy getirilerinin varyansının değişken olup olmadığını test etmek için, ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) testi (Engle, 1982) yapılmıştır. Bu testi gerçekleştirmek için ise, Drachal (2017) tarafından geliştirilmiş olan “Dynamic Model Averaging and Dynamic Model Selection for Continuous Outcomes” başlıklı “fDMA” isimli R paketinden yararlanılmıştır. Son olarak, portföyü oluşturan kripto paraların getirileri arasında dinamik korelasyon olup olmadığını ölçebilmek için Engle ve Sheppard (2001) tarafından geliştirilmiş olan dinamik korelasyon testi uygulanmıştır. Bu uygulama için, Ghalanos (2019a) tarafından kodlanmış olan “Multivariate GARCH Models” başlıklı “rmgarch” paketi kullanılmıştır.

Tablo 5.5’teki çarpıklık değeri sıfırdan büyük olduğu için günlük portföy getirilerinin dağılımı sağa çarpıktır. Ayrıca, sıfırdan büyük olan basıklık değeri de, günlük portföy getirilerinin dağılımının normal dağılımdan daha şişkin kuyruklara sahip olduğunu göstermektedir. Bunun yanında, Jarque-Bera testinin sonucunda elde edilen p değeri de, ele alınan dağılımın normal dağılıma uyduğu hipotezini reddeder niteliktedir. Bu yüzden, bu çalışmanın ileriki bölümlerinde VaR hesabının yapılmasında, normal dağılımın dışında t ve iki taraflı Weibull dağılımları gibi şişkin kuyruklu dağılımların kullanılması önem arz etmektedir.

Ayrıca, günlük portföy getirilerinin kareleri üzerinde uygulanan Box-Pierce testinde çıkan p değerleri, portföy getirilerinin kareleri arasında otokorelasyon olduğu hipotezinin reddedilmesini sağlamaktadır. Bu sonuç, portföy getirilerinin kareleri arasında zamana bağlı olan anlamlı bir seri korelasyon olduğunu, yani volatilitenin devamlılık gösterdiğini belirtmektedir. Bunun dışında, uygulanmış olan ARCH testinin sonucunda çıkan p değerleri, günlük portföy getirilerinin varyansının zamana bağlı olarak değişim gösterdiğini desteklemektedir. Sonuç olarak, getirilerin kareleri arasında otokorelasyon olması ve varyansın değişkenliği, VaR hesabının yapılması aşamasında GARCH modelinin kullanılmasını gerekli kılmaktadır.

Tablo 5.5 Günlük optimum portföyün getirilerinin tanımlayıcı istatistikleri, tanı ve dinamik korelasyon testlerinin sonuçları

Tanımlayıcı İstatistikler ^{1,4}		Box-Pierce Testleri ^{1,2,4}	
Ortalama	0,0033	Q ² [2]	51,807 (0,000)
Standart Sapma	0,0376	Q ² [5]	184,980 (0,000)
Çarpıklık (Skewness)	0,6663	Q ² [10]	225,910 (0,000)
Basıklık (Excess Kurtosis)	8,6871		
Jarque-Bera Testi	4717 (0,000)		
ARCH Testleri ^{1,2,4}		Dinamik Korelasyon Testleri ^{1,2,3,4}	
LM [2]	44,576 (0,000)	E-S [2]	23,773 (0,000)
LM [5]	134,330 (0,000)	E-S [5]	48,491 (0,000)
LM [10]	145,760 (0,000)	E-S [10]	108,535 (0,000)

¹Parantez içindeki değerler p değerlerini göstermektedir.

²Lag uzunlukları köşeli parantezler içinde gösterilmiştir.

³H₀: Sabit korelasyon, H₁: Dinamik korelasyon.

⁴Hesaplamaları gerçekleştirmek için R programlama dili kullanılmıştır (R Core Team, 2019).

Öte yandan, portföyü oluşturan kripto paraların birbirleri arasındaki korelasyonun sabit olup olmadığını ölçebilmek için, dinamik korelasyon testi uygulanmıştır. Bu testin sonucunda bulunmuş olan p değerleri, getiriler arasında sabit korelasyon olduğu hipotezini reddeder niteliktedir. Sonuçta, varyansın değişken oluşu ve korelasyonun zaman içinde değişim göstermesi, optimal portföy ağırlıklarının dinamik olarak güncellenmesinin zorunluluğunu ortaya koymaktadır.

5.3 Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması

Çalışmanın bu bölümü, 2. Bölüm’de açıklanmış olan tek değişkenli ve çok değişkenli riske maruz değer hesaplama yöntemlerinin uygulaması niteliğindedir. Riske maruz değer (VaR) hesaplaması yapmak için altı adet tek değişkenli ve dört adet çok değişkenli model kullanılmıştır. Tüm modellerde, VaR değerleri %5’lik anlamlılık

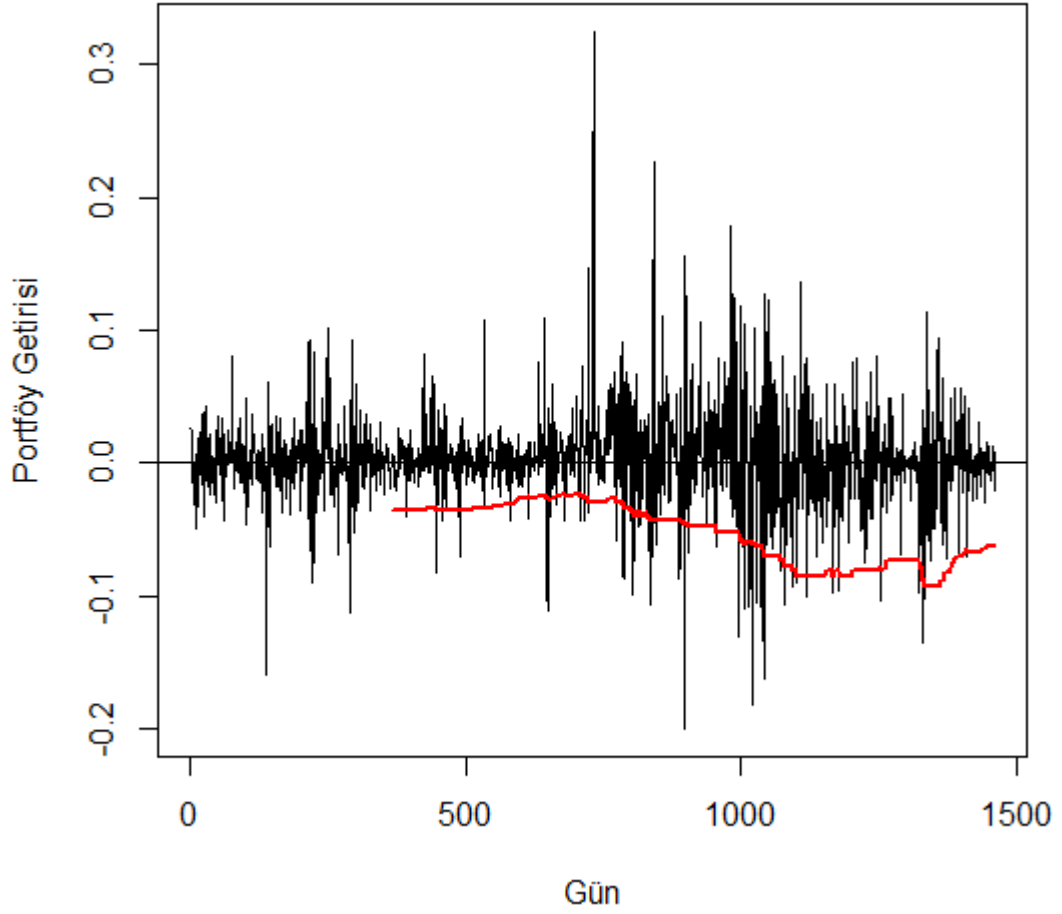
düzeyinde hesaplanmıştır. Bölüm 2.3'te matematiksel ifadeleri verilmiş olan VaR hesaplama yöntemlerinin uygulanması sonucunda bulunan VaR değerleri, daha sonra Bölüm 4'te açıklanmış olan HS-GARCH-Weibull yöntemiyle hesaplanacak olan VaR değerleriyle kıyaslanacaktır.

5.3.1 Tek Değişkenli Modellerle Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması

Tek değişkenli modellerde, daha önce de bahsedildiği gibi, portföy getirisinin VaR değerini hesaplamak için optimum portföyün günlük getirileri dikkate alınmaktadır. Bundan dolayı bu tür modeller tek değişkenli olarak adlandırılmaktadır. Toplamda 1825 günlük veri setinden ilk 365 gün, kalan 1460 gün boyunca olması gereken optimum portföy ağırlıklarını bulmak için kullanılmaktadır. 366.-730. günlerdeki hesaplanan portföy getirileri ise, tek değişkenli VaR tahmin modellerinin başlangıç parametreleri için veri olarak alınmaktadır. Bu yüzden, tek değişkenli modellerdeki günlük VaR hesaplama işlemi toplam 1095 günlük bir zaman periyodu için gerçekleştirilmektedir. Aşağıdaki bölümlerde, optimum olarak belirlenmiş olan portföye, altı farklı tek değişkenli VaR hesaplama yönteminin uygulanması sonucunda elde edilen değerler görülmektedir. Tahmin modelleriyle ilgili matematiksel eşitlikler daha önce Bölüm 2.3.1'de belirtilmiş olduğundan, bahsi geçen eşitlikler tekrar verilmemiş; sadece sonuçlara değinilmiştir. Gerekli hesaplamaların yapılması için R programlama dilinden (R Core Team, 2019) yararlanılmıştır. Hesaplamaları yaparken ek bir pakete ihtiyaç duyulması halinde, hangi paketin kullanılmış olduğu her bir bölüm içinde ayrıca belirtilmiştir.

5.3.1.1 Optimum Portföyün VaR değerinin HS-Ampirik Yöntemiyle Hesaplanması

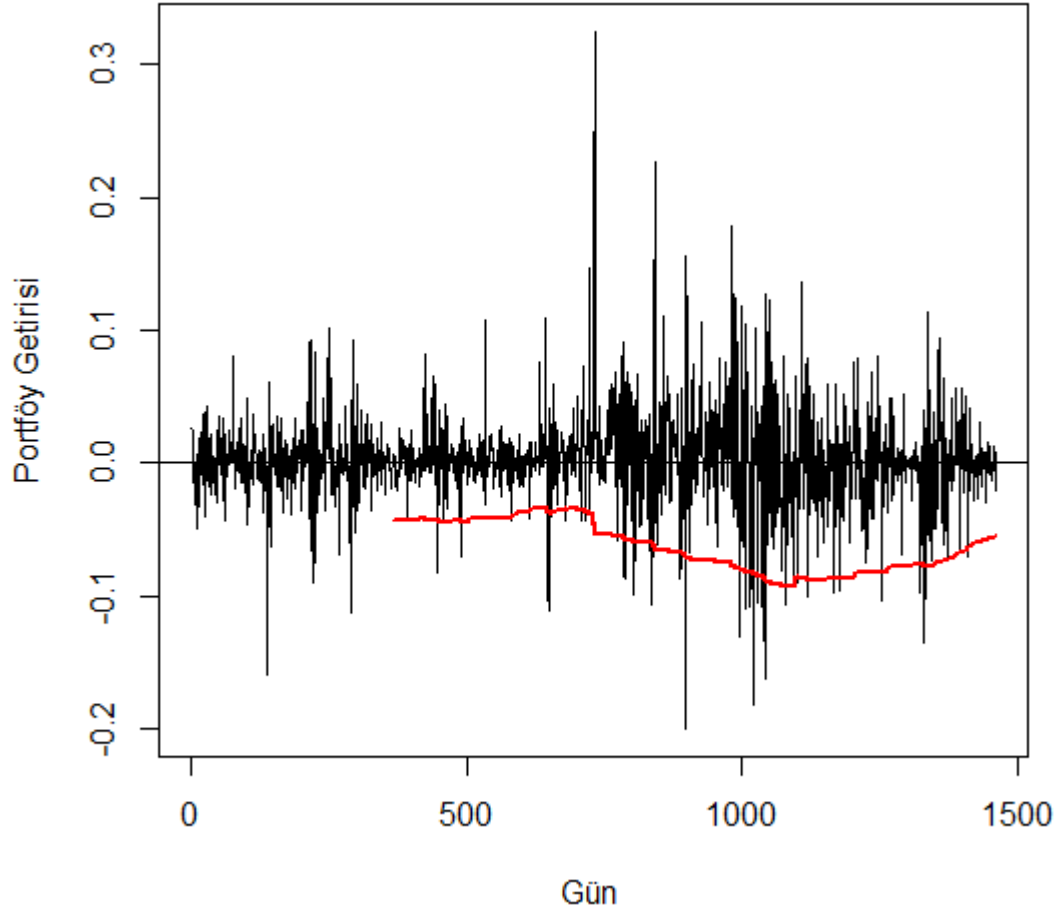
Günlük portföy getirilerinin varyansını minimize edecek şekilde dört farklı kripto paranın her birinin portföydeki ağırlıkları hesaplanmış ve bu portföy optimum portföy olarak seçilmişti. Optimum portföyün VaR değerinin Bölüm 2.3.1.1'deki matematiksel eşitliklerin ışığında R programlama diliyle (R Core Team, 2019) hesaplanması sonucunda Şekil 5.18'de verilmiş olan grafik ortaya çıkmaktadır. Şekil 5.18'deki siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise HS-Ampirik yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin grafiğini belirtmektedir.



Şekil 5.18 Optimum portföyün HS-Ampirik yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği

5.3.1.2 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-Normal Yöntemiyle Hesaplanması

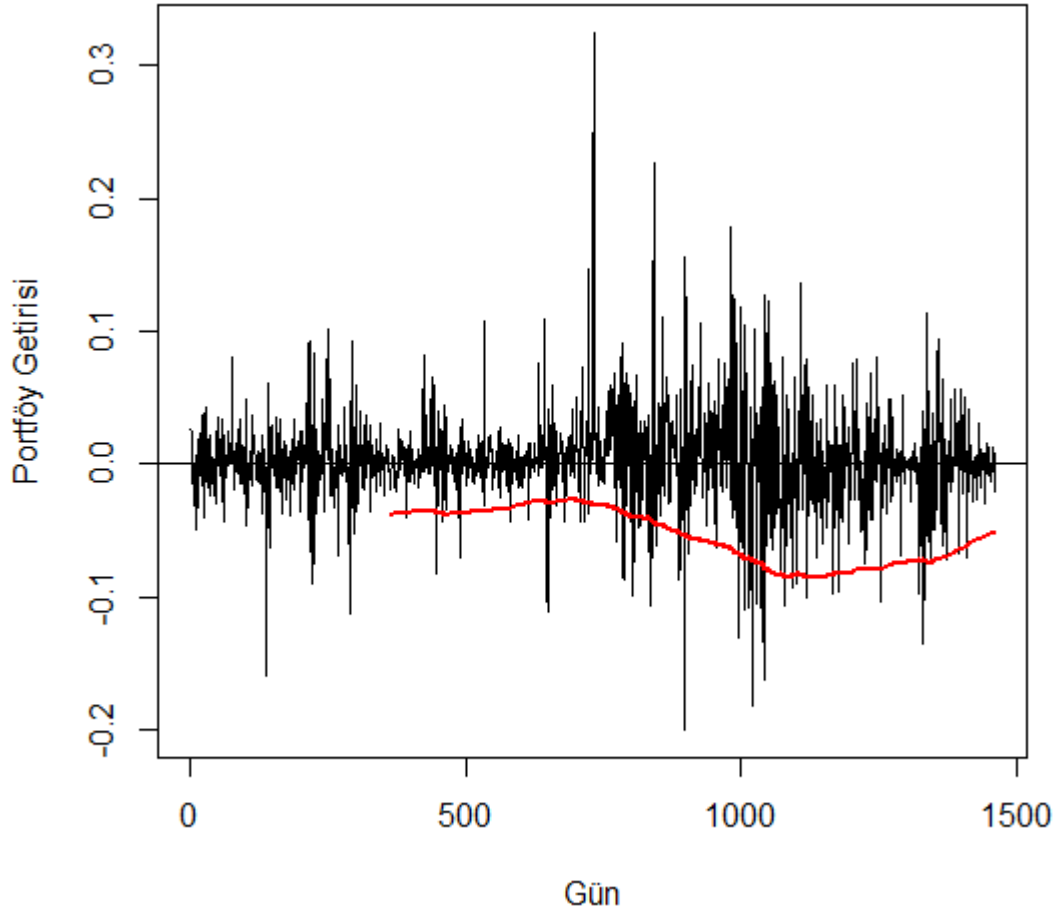
Bu yöntemde, portföy getirilerinin normal dağılıma uyduğu varsayılmaktadır. Bu bölümle ilgili matematiksel eşitlikler Bölüm 2.3.1.2'de verilmişti. Bu eşitlikleri dikkate alarak R programlama diliyle (R Core, Team, 2019) portföyün VaR değerinin hesaplanması sonucunda Şekil 5.19'da verilmiş olan grafik ortaya çıkmaktadır. Buradaki siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise HS-Normal yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin grafiğini ifade etmektedir.



Şekil 5.19 Optimum portföyün HS-Normal yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

5.3.1.3 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-t Yöntemiyle Hesaplanması

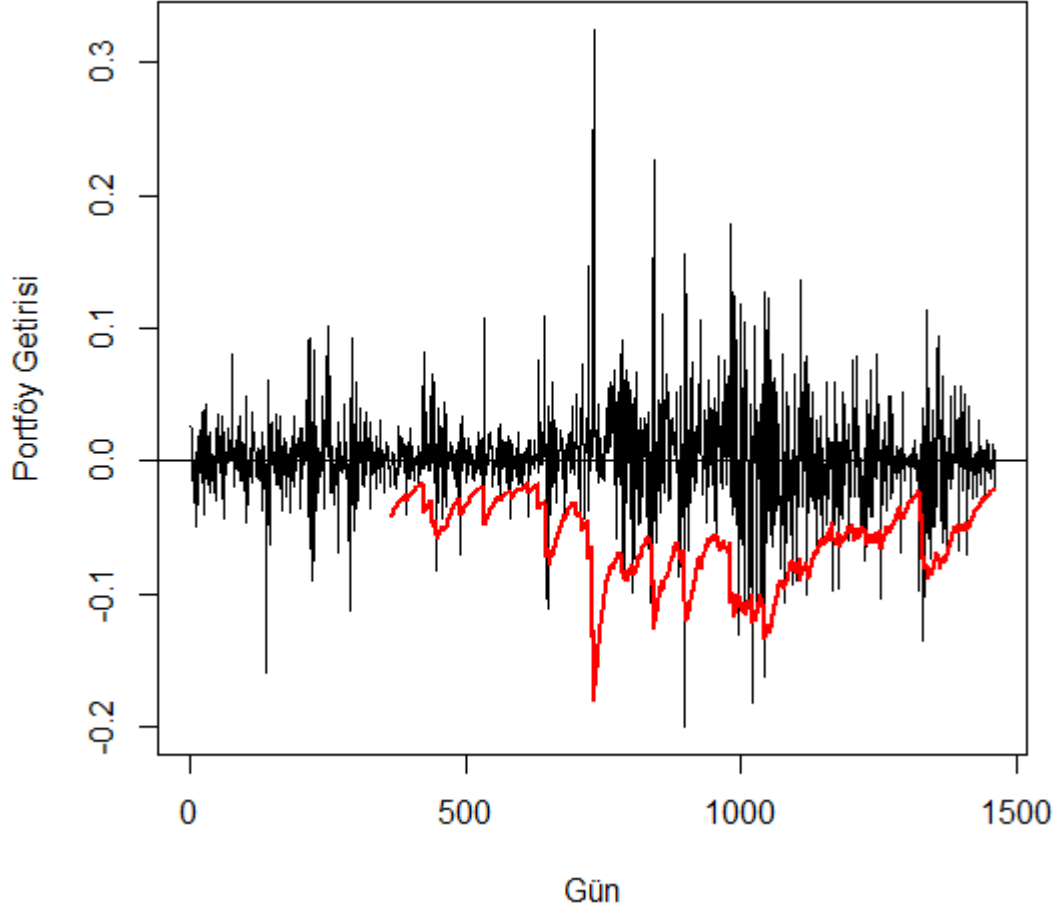
Bu yöntemde, portföy getirilerinin t dağılımına uyduğu varsayılmaktadır. Bölüm 2.3.1.3’te belirtilmiş olan eşitliklerin yardımıyla R programında gerekli hesaplamaların yapılmasının sonucunda HS-t yöntemiyle portföyün VaR değerleri günlük olarak bulunmuştur. Bu yöntemde hesaplama yapabilmek için Osorio ve Galea (2015) tarafından “Statistical inference in multivariate analysis using the t-distribution” başlığıyla geliştirilmiş olan “MVT” isimli R paketinden yararlanılmıştır. Hesaplama sonucu, Şekil 5.20’deki grafikte verilmiştir. Siyah çizgiler, optimum portföyün günlük getirilerinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise HS-t yöntemiyle tahmin edilmiş olan %5 anlamlılık düzeyindeki VaR değerlerinin grafiğini göstermektedir.



Şekil 5.20 Optimum portföyün HS-t yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

5.3.1.4 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-EWMA Yöntemiyle Hesaplanması

Bölüm 2.3.1.4’te belirtilmiş olan eşitliklerin R programlama dilinde (R Core Team, 2019) kodlanmasıyla, HS-EWMA yönteminde portföyün VaR değeri hesaplanmıştır. Bu yöntemle hesaplanan optimum portföyün VaR değerleriyle ilgili grafik Şekil 5.21’de verilmiştir. Şekildeki siyah çizgiler günlük portföy getirilerinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise HS-EWMA yöntemiyle hesaplanmış olan günlük VaR değerlerinin grafiğini göstermektedir.

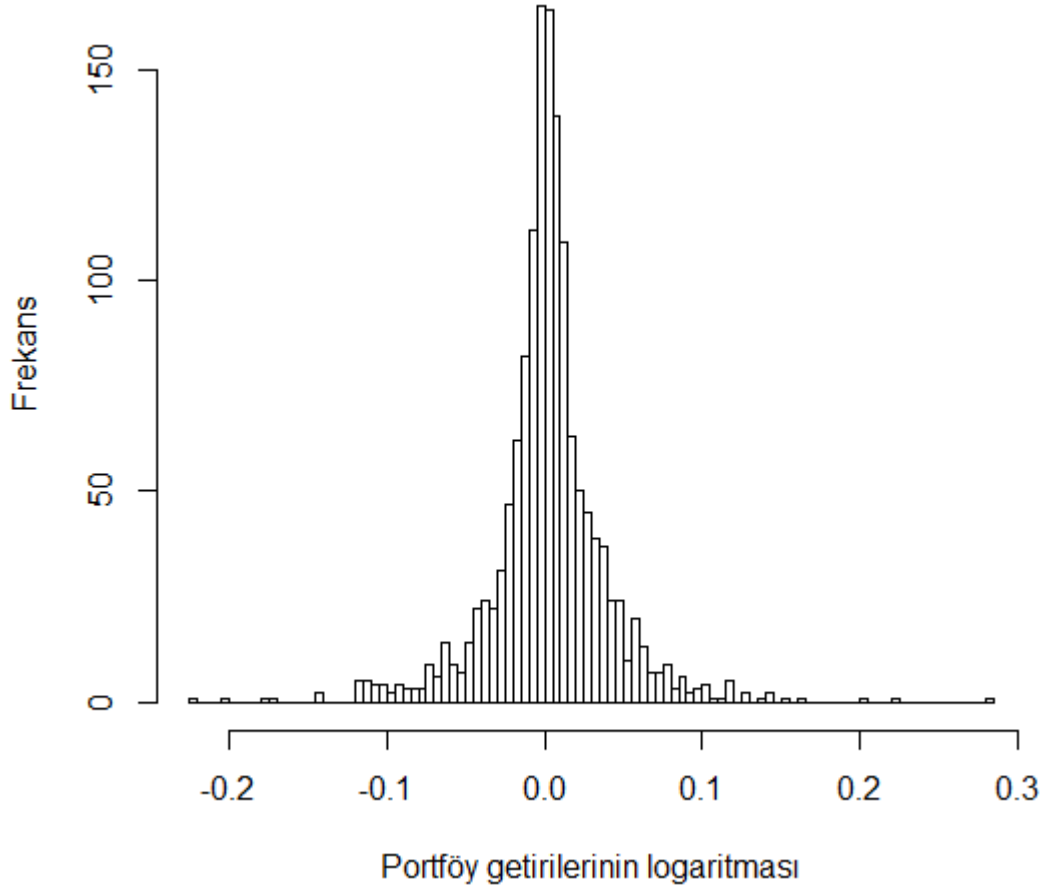


Şekil 5.21 Optimum portföyün HS-EWMA yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

Şekil 5.21’den görülebileceği gibi, HS-EWMA modelinde elde edilmiş olan VaR sonuçları, önceki modellerde elde edilen VaR sonuçlarına göre farklılık göstermektedir. Bu modelde elde edilen VaR sonuçları, önceki modellerdeki sonuçlara göre günlük getirilerdeki ani değişimlere daha duyarlıdır.

5.3.1.5 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-GARCH-Normal Yöntemiyle Hesaplanması

Bu bölümdeki hesaplamalar, Bölüm 2.3.1.5’te verilmiş olan eşitliklerin kullanılmasıyla yapılmıştır. Gerekli hesaplamaları yapabilmek için, Wuertz vd. (2019) tarafından geliştirilmiş olan “fGarch: Rmetrics – Autoregressive Conditional Heteroskedastic Modelling” isimli R paketinden yararlanılmıştır. GARCH modelinin yapısı gereği, modelde portföy getirilerinin logaritması kullanılmıştır. Portföy getirilerinin logaritmasıyla ilgili histogram Şekil 5.22’deki gibidir.



Şekil 5.22 Logaritmik optimum portföy getirilerinin histogramı

Bu yöntemde, eşitlik (2.12)'de verilmiş olan genel GARCH denkleminde p ve q parametreleri birden üçe kadar olacak şekilde dokuz farklı GARCH denklemini denenmiş ve bu denklemler içinden en düşük AIC (AKAIKE Information Criterion) değerine sahip olan denklem seçilerek kullanılmıştır. Finansal piyasalarda, günlük verileri analiz eden GARCH modellerinin performans kriteri olarak AIC tercih edilmektedir (Nelson ve Cao, 1992; Beltratti ve Morana, 1999; Alberg vd., 2008). Daha sonra eşitlik (2.15) kullanılarak VaR değerleri bulunmuştur.

Akaike (1998) tarafından geliştirilen AIC değerinin düşük olması istenmektedir. GARCH modelinin eşitlik (2.13)'te belirtilmiş olan logaritmik olabilirliğinin (log-likelihood) yüksek olması, AIC değerinin düşük olması anlamına gelmektedir. GARCH modelleri içinden AIC değeri en düşük olan model seçilmektedir. AIC değeri, eşitlik (5.1)'deki gibidir.

$$AIC = -2 \times (\log \text{olabilirlik değeri}) + (2 \times K) \quad (5.1)$$

Burada,

K: modelde tahmin edilecek olan parametre sayısını ifade etmektedir.

Model parametreleri hesaplanmış olan dokuz adet GARCH denkleminin AIC değerleri (5.1) eşitliğinin yardımıyla hesaplanabilir. Tablo 5.6, her bir GARCH modelinin log-olabilirlik değerlerini, parametre sayılarını ve bunlara bağlı olarak AIC değerlerini özetler niteliktedir.

Tablo 5.6 GARCH modellerinin AIC değerleri

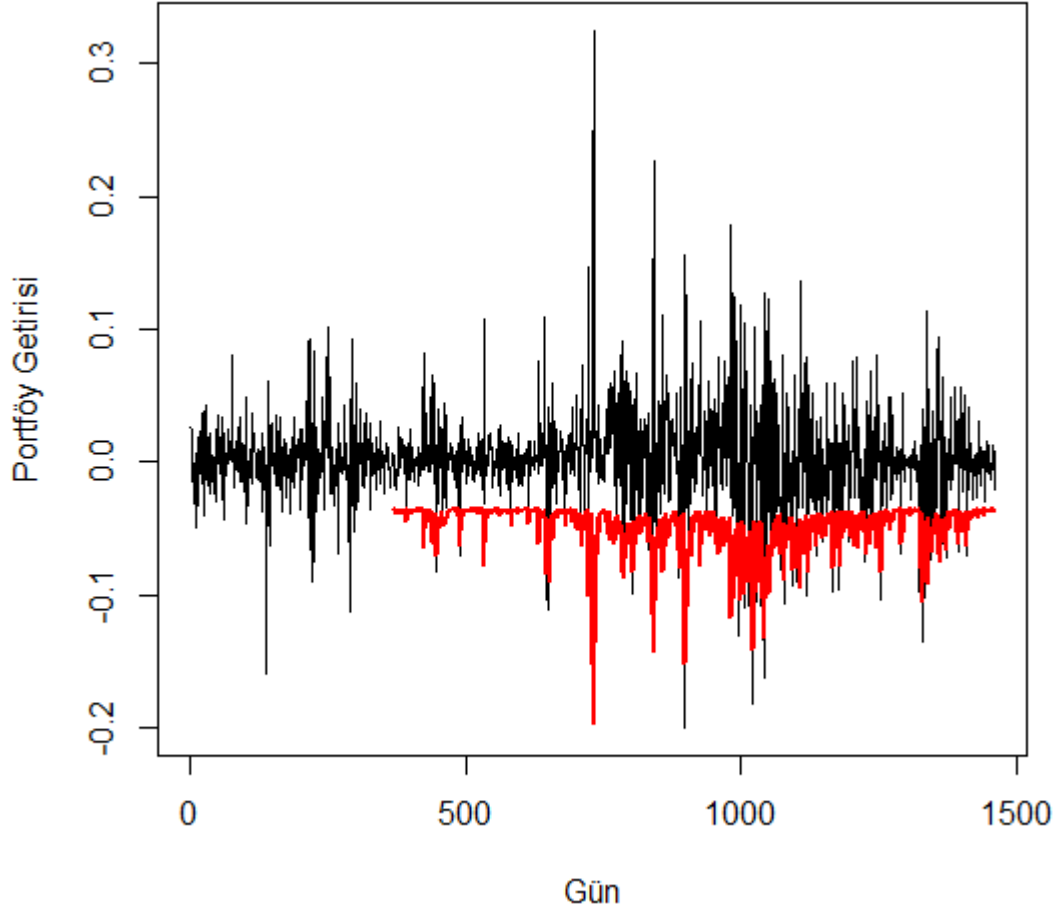
Model	Log-olabilirlik değeri	K (parametre sayısı)	AIC değeri
GARCH (1,1)	820,8221	3	-1635,6442
GARCH (1,2)	822,3821	4	-1636,7642
GARCH (1,3)	822,3786	5	-1634,7572
GARCH (2,1)	820,8185	4	-1633,6370
GARCH (2,2)	822,3821	5	-1634,7642
GARCH (2,3)	822,3786	6	-1632,7572
GARCH (3,1)	821,1422	5	-1632,2844
GARCH (3,2)	823,0003	6	-1634,0006
GARCH (3,3)	823,1603	7	-1632,3206

Tablo 5.6'dan görülebileceği gibi en küçük AIC değerine sahip olan model GARCH (1,2) modelidir. Bu yüzden, optimum olarak belirlenmiş olan portföyle ilgili VaR hesabının yapılmasında GARCH (1,2) modeli kullanılmıştır. Kullanılan GARCH (1,2) modelinin parametreleri Tablo 5.7'de görülmektedir. Tablodaki p değerlerinden anlaşılabileceği gibi, β_1 dışındaki bütün model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır. Tablo 5.6'da ifade edilmiş olan GARCH (1,2) dışındaki diğer sekiz modelle ilgili parametrelerin özet tabloları ise, Ek A'da verilmiştir.

Tablo 5.7 GARCH (1,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00025	0,00007	3,891	0,00010 ***
α_1	0,19040	0,06519	2,921	0,00349 **
β_1	0,02324	0,08702	0,267	0,78940
β_2	0,4295	0,10430	4,117	0,00004 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 822,3821				

Sonuç olarak, HS-GARCH-Normal yöntemiyle portföyün VaR değeri hesaplanırken GARCH(1,2) modeli esas alınmıştır. Bu yöntemle hesaplanan optimum portföyün VaR değerlerinin %5 anlamlılık düzeyindeki grafiği Şekil 5.23'te görülmektedir. Şekilden görülebileceği gibi, bu yöntemle hesaplanan günlük getirilerin VaR değerleri, ani değişimlere karşı duyarlılık göstermektedir.



Şekil 5.23 Optimum portföyün HS-GARCH-Normal yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği

5.3.1.6 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-GARCH-t Yöntemiyle Hesaplanması

Bu bölümdeki hesaplamalar, Bölüm 2.3.1.6'da verilmiş olan eşitliklerin kullanılmasıyla yapılmıştır. Bu yöntemin HS-GARCH-Normal yönteminden tek farkı, modeldeki artık terimler serisinin normal dağılım yerine t dağılımına uyduğunun varsayılmasıdır. Uygulama aşamasında, R yazılımında gerekli hesaplamaları yaparken “fGarch” paketi kullanılmıştır. Sonrasında, bir önceki modelde takip edilen hesaplamalarda olduğu gibi, en düşük AIC değerine sahip olan denklem seçilerek kullanılmıştır. Daha sonra eşitlik (2.15) kullanılarak VaR değerleri bulunmuştur.

Tablo 5.8, uygulamada kullanılan dokuz ayrı GARCH modelinin log-olabilirlik değerlerini, parametre sayılarını ve bunlara bağlı olarak AIC değerlerini özetler niteliktedir.

Tablo 5.8 t dağılımlı GARCH modellerinin AIC değerleri

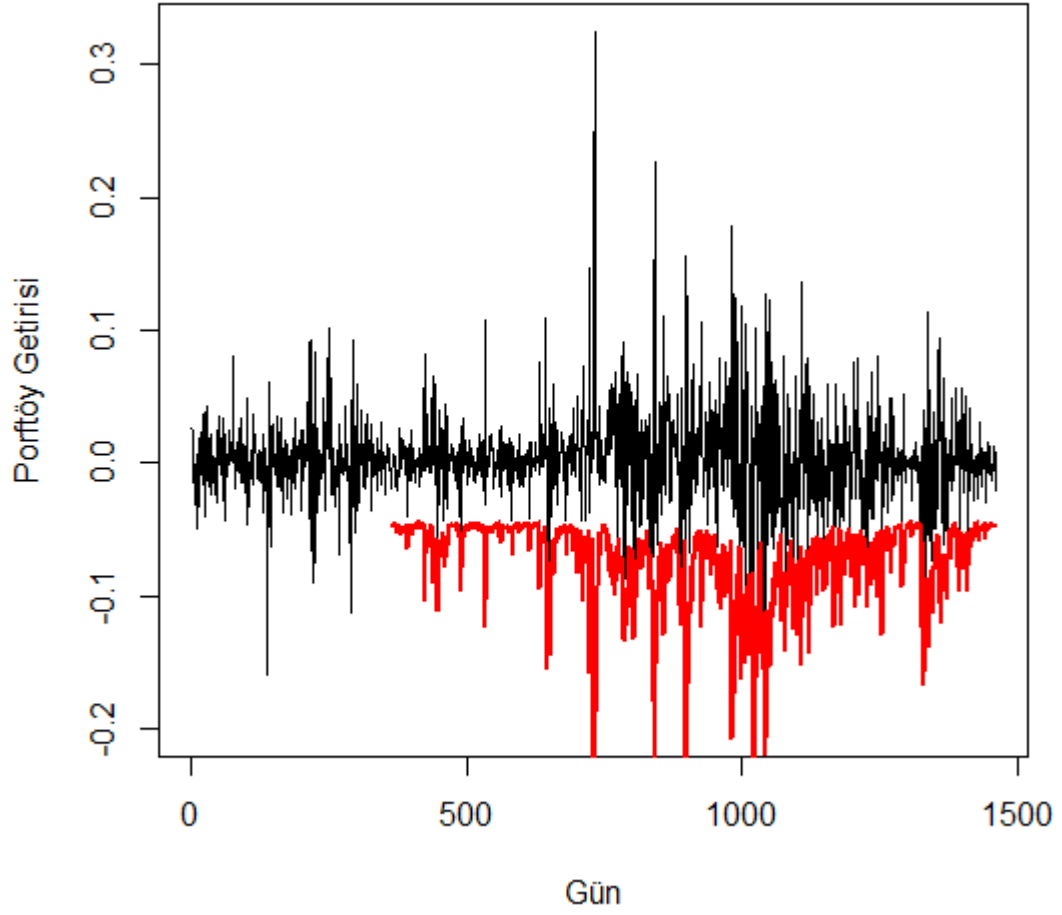
Model	Log-olabilirlik değeri	K (parametre sayısı)	AIC değeri
GARCH (1,1)	872,1692	4	-1736,3384
GARCH (1,2)	872,6619	5	-1735,3238
GARCH (1,3)	872,6535	6	-1733,307
GARCH (2,1)	872,1659	5	-1734,3318
GARCH (2,2)	872,7871	6	-1733,5742
GARCH (2,3)	872,7788	7	-1731,5576
GARCH (3,1)	872,3701	6	-1732,7402
GARCH (3,2)	873,0212	7	-1732,0424
GARCH (3,3)	873,0808	8	-1730,1616

Tablo 5.8'den görülebileceği gibi, dokuz ayrı GARCH-t modeli içinden en küçük AIC değerine sahip olan model GARCH (1,1) modelidir. Bu yüzden, optimum olarak belirlenmiş olan portföyle ilgili VaR hesabının yapılmasında GARCH (1,1) modeli kullanılmıştır. Kullanılan GARCH (1,1) modelinin parametreleri Tablo 5.9'da görülmektedir. Tablodaki p değerlerinden de anlaşılabileceği gibi, GARCH (1,1) modelindeki bütün parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu model dışındaki diğer sekiz modelle ilgili parametrelerin özet tabloları ise, Ek B'de verilmiştir.

Tablo 5.9 t dağılımlı GARCH (1,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00018	0,00008	2,288	0,0221 *
α_1	0,27296	0,12890	2,118	0,0342 *
β_1	0,54323	0,13020	4,173	0,00003 ***
Şekil p.	3,18765	0,58950	5,407	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,1692				

Sonuç olarak, HS-GARCH-t yöntemiyle portföyün VaR değeri hesaplanırken GARCH (1,1) modeli esas alınmıştır. Bu yöntemle hesaplanan optimum portföyün VaR değerlerinin %5 anlamlılık düzeyindeki grafiği Şekil 5.24'te görülmektedir. Şekilden görülebileceği gibi, bu yöntemle hesaplanan günlük getirilerin VaR değerleri, HS-GARCH-Normal yöntemindeki gibi, ani değişimlere karşı duyarlılık göstermektedir.



Şekil 5.24 Optimum portföyün HS-GARCH-t yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

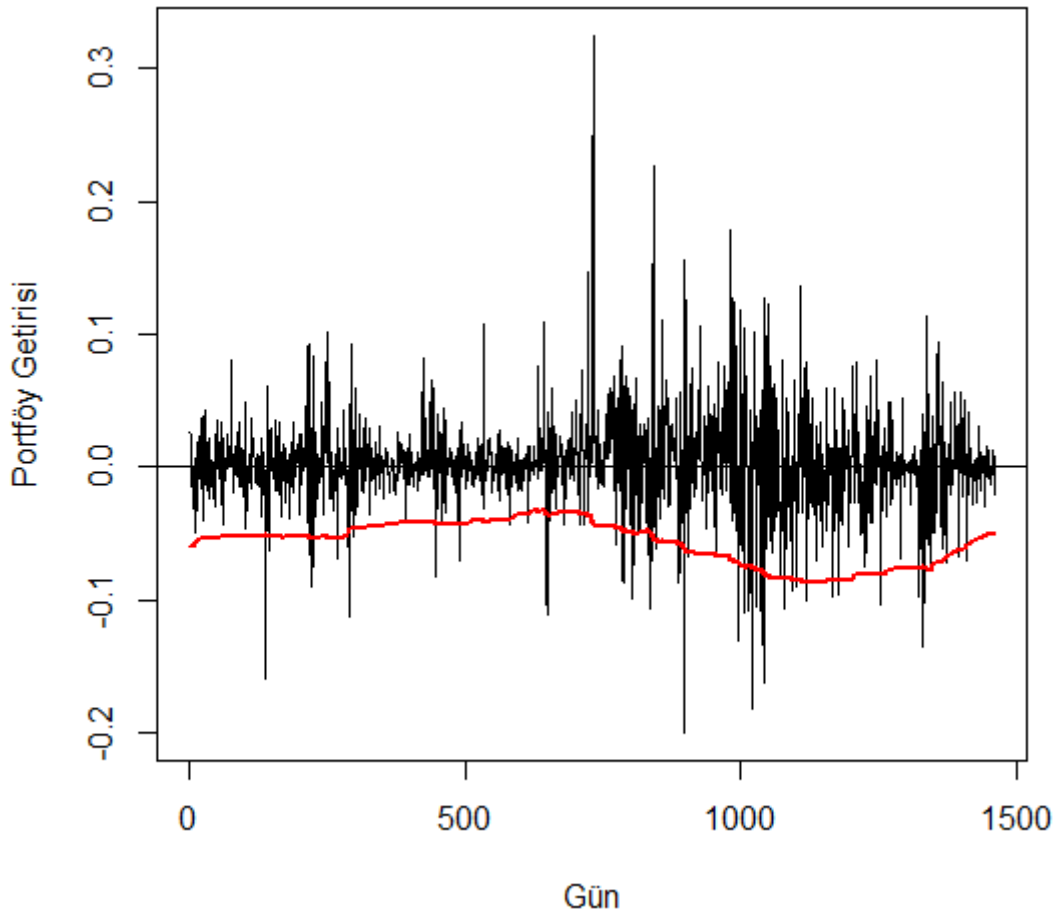
5.3.2 Çok Değişkenli Modellerle Optimum Portföyün Riske Maruz Değerinin Hesaplanması

Çok değişkenli modellerde, portföy getirisinin VaR değerini hesaplamak için optimum portföyü oluşturan her bir kripto paranın günlük getirileri dikkate alınmaktadır. Bu yüzden, bu tür modeller çok değişkenli modeller olarak adlandırılmaktadır. Bu tür modellerde, toplamda 1825 günlük veri setinden ilk 365 gün, kalan 1460 gün boyunca olması gereken portföy ağırlıklarını bulmak için kullanılmaktadır. Daha sonra, geriye kalan 366.-1825. günler arasında kalan günler için optimum portföyü oluşturan her bir kripto para biriminin günlük ağırlıkları kullanılarak çok değişkenli VaR tahmin modelleri uygulanmakta ve toplam 1460 günlük zaman periyodu için portföyün VaR değeri %5’lik anlamlılık düzeyinde günlük olarak hesaplanmaktadır. Aşağıdaki bölümlerde, optimum olarak

belirlenmiş olan portföye, dört farklı çok değişkenli VaR hesaplama yönteminin uygulanması sonucunda elde edilen değerler verilmektedir. Bu bölümlerde, Bölüm 2.3.2’de verilmiş olan eşitlikler kullanılmış; gerekli hesaplamaları yapmak için R programlama dilinden (R Core Team, 2019) yararlanılmıştır. Hesaplamaları yaparken ek bir pakete ihtiyaç duyulması halinde, hangi paketin kullanılmış olduğu her bir bölüm içinde ayrıca belirtilmiştir.

5.3.2.1 Optimum Portföyün VaR Değerinin VC-Normal Yöntemiyle Hesaplanması

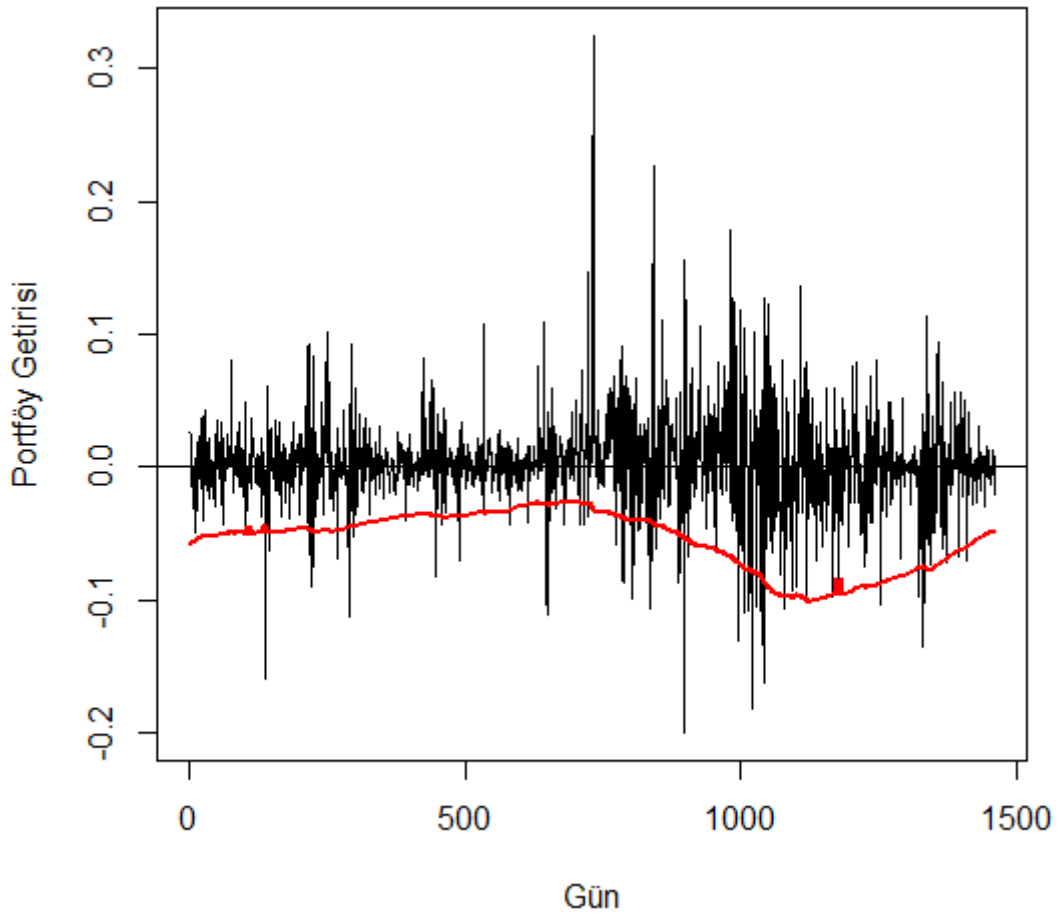
Optimum portföyün VaR değerinin Bölüm 2.3.2.1’deki matematiksel eşitliklerin ışığında R programlama diliyle (R Core Team, 2019) hesaplanması sonucunda Şekil 5.25’te verilmiş olan grafik ortaya çıkmaktadır. Buradaki siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise VC-Normal yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin günlere bağlı grafiğini belirtmektedir.



Şekil 5.25 Optimum portföyün VC-Normal yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

5.3.2.2 Optimum Portföyün VaR Değerinin VC-t Yöntemiyle Hesaplanması

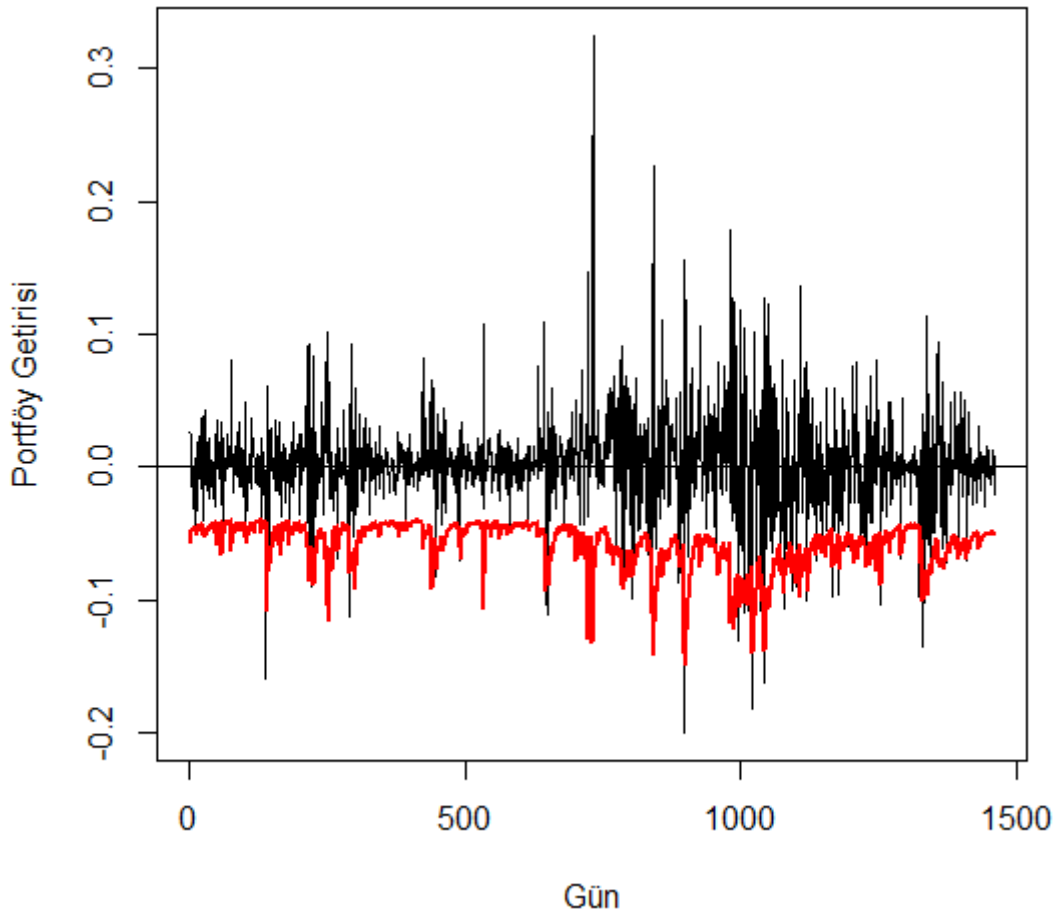
Bölüm 2.3.2.2’de detaylı olarak açıklanmış olan VC-t yönteminin R programlama dilinde (R Core Team, 2019) uygulanması için Osorio ve Galea (2015) tarafından “Statistical inference in multivariate analysis using the t-distribution” başlığıyla geliştirilmiş olan “MVT” isimli R paketinden yararlanılmıştır. Yapılan hesaplamalar sonucunda, Şekil 5.26’da verilmiş olan grafik ortaya çıkmaktadır. Buradaki siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise VC-t yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin günlere bağlı grafiğini göstermektedir.



Şekil 5.26 Optimum portföyün VC-t yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

5.3.2.3 Optimum Portföyün VaR Değerinin DCC-MGARCH-Normal Yöntemiyle Hesaplanması

DCC-MGARCH-Normal yöntemiyle optimum portföyün VaR değerinin bulunabilmesi için Bölüm 2.3.2.3’te belirtilmiş olan aşamalı model kullanılmıştır. Gerekli hesaplamaların R programında yapılabilmesi için Ghalanos (2019a) tarafından kodlanmış olan “Multivariate GARCH Models” başlıklı “rmgarch” paketiyle, yine Ghalanos (2019b) tarafından geliştirilmiş olan “Univariate GARCH models” başlıklı “rugarch” paketinden yararlanılmıştır. Yapılan uygulama sonucunda, DCC-MGARCH-Normal yöntemiyle optimum portföyün %5’lik VaR değeri, Şekil 5.27’deki gibi bulunmuştur. Bu şekildeki siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise DCC-MGARCH-Normal yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin günlere bağlı grafiğini göstermektedir.



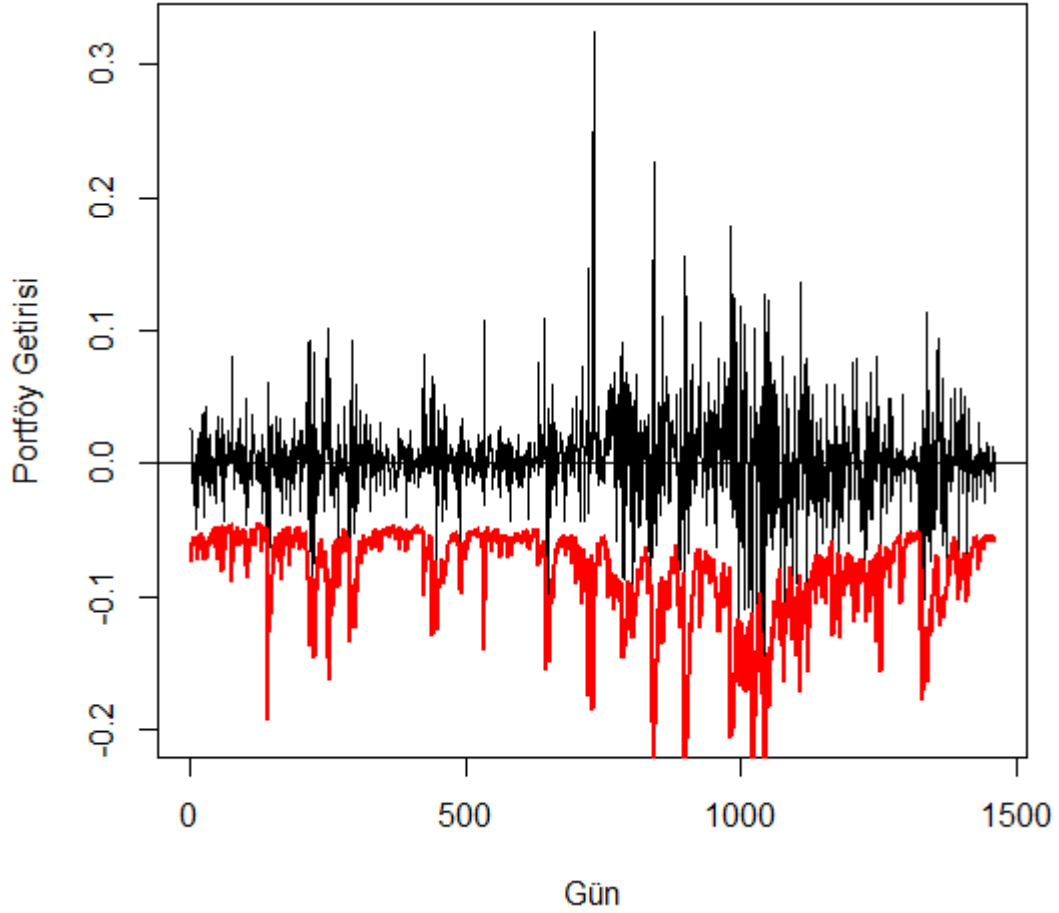
Şekil 5.27 Optimum portföyün DCC-MGARCH-Normal yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

DCC-MGARCH-Normal yönteminin uygulanabilmesi için, portföy içindeki her bir kripto paranın birbirleriyle olan dinamik koşullu korelasyonları (DCC) hesaplanmıştır. Ek C’de her bir ikili kripto para kombinasyonu için hesaplanmış olan DCC değerleriyle ilgili grafikler ilk bir yıllık veri için verilmiştir. Bunun dışında, uygulanmış olan DCC-MGARCH-Normal modelindeki başlangıç parametreleriyle ilgili R program çıktıları çıktıları Ek D’de görülebilmektedir.

5.3.2.4 Optimum Portföyün VaR Değerinin DCC-MGARCH-t Yöntemiyle Hesaplanması

DCC-MGARCH-t yöntemiyle optimum portföyün VaR değerinin bulunabilmesi için Bölüm 2.3.2.4’te belirtilmiş olan aşamalı model kullanılmıştır. Gerekli hesaplamalar, R programlama dilinde (R Core Team, 2019) Ghalanos (2019a) tarafından kodlanmış olan “Multivariate GARCH Models” başlıklı “rmgarch” paketiyle, yine

Ghalanos (2019b) tarafından geliştirilmiş olan “Univariate GARCH models” başlıklı “rugarch” paketinden yararlanılarak yapılmıştır. Uygulamanın sonucunda, DCC-MGARCH-t yöntemiyle bulunmuş olan optimum portföyün %5’lik VaR değeri, Şekil 5.28’deki verilmiştir. Burada, siyah çizgiler portföy getirisinin grafiğini, kırmızı çizgiler ise DCC-MGARCH-t yöntemiyle hesaplanmış olan VaR değerlerinin günlere bağlı grafiğini göstermektedir.

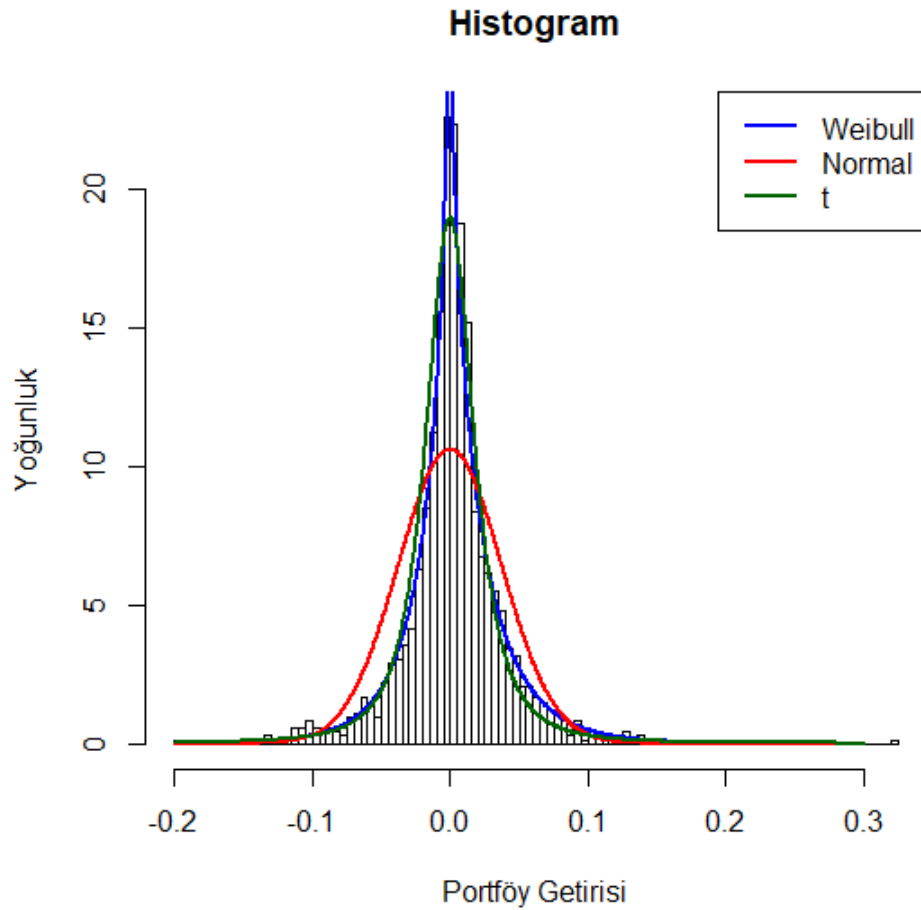


Şekil 5.28 Optimum portföyün DCC-MGARCH-t yöntemiyle hesaplanan %5’lik VaR grafiği

Ek C’de, bu yöntemde kullanılmış olan, her bir ikili kripto para kombinasyonu için hesaplanmış olan DCC değerleriyle ilgili grafikler ilk bir yıllık veri için görülebilmektedir. Ayrıca, uygulanmış olan DCC-MGARCH-t modelindeki başlangıç parametreleriyle ilgili R program çıktıları Ek E’de verilmiştir.

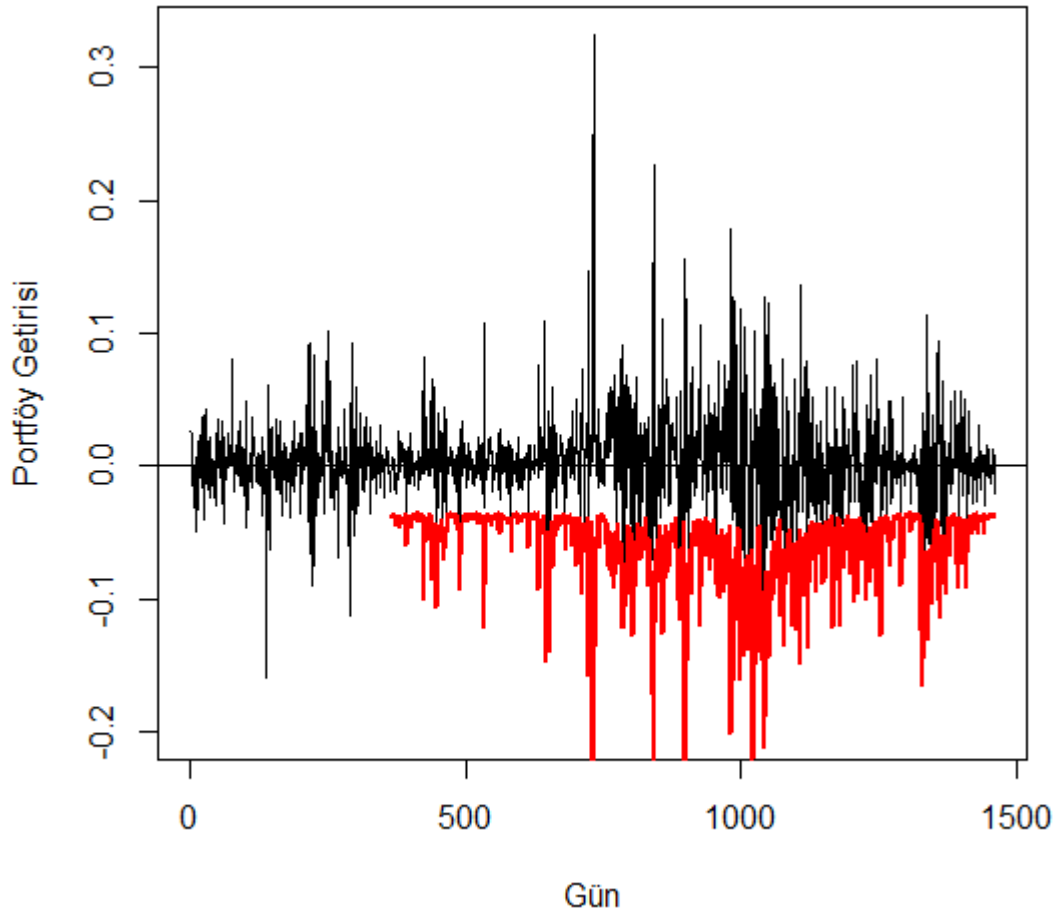
5.3.3 Optimum Portföyün VaR Değerinin HS-GARCH-Weibull Yöntemiyle Hesaplanması

Bu bölüme kadar kullanılmış olan portföyün VaR değerini hesaplama yöntemlerinin hepsi literatürde mevcuttur. Ancak geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull yönteminde, artık terimlerin dağılımlarının iki taraflı Weibull dağılımına uyduğu varsayılmaktadır. Portföy getirilerine MLE yönteminin uygulanmasıyla normal, t ve iki taraflı Weibull dağılımları için oluşacak olan grafikler ve gerçekleşen portföy getirilerinin histogramı Şekil 5.29'da görülebilmektedir. Bu şekilden de anlaşılabileceği gibi, portföy getirileri için iki taraflı Weibull dağılımının kullanılması, t ve normal dağılımlara göre daha uygundur. Bu bakımdan geliştirilen HS-GARCH-Weibull yöntemi, portföyün VaR değerini hesaplamak için yeni bir bakış açısı sunmaktadır.



Şekil 5.29 Optimum portföy getirilerinin histogramı ve üç farklı dağılımın karşılaştırılması

Oluşturulmuş olan optimum portföyün günlük VaR değerlerini hesaplayabilmek için bu çalışmanın 4. Bölüm'ünde detaylı olarak açıklanmış olan HS-GARCH-Weibull yöntemi uygulanmıştır. Gerekli hesaplamaların R programının yardımıyla yapılmasıyla optimum portföyün %5'lik VaR değeri, Şekil 5.30'daki grafikteki gibi bulunmuştur. Bu grafikte, siyah çizgiler portföy getirisini, kırmızı çizgiler ise HS-GARCH-Weibull yöntemiyle hesaplanmış olan günlük VaR değerlerini ifade etmektedir.



Şekil 5.30 Optimum portföyün HS-GARCH-Weibull yöntemiyle hesaplanan %5'lik VaR grafiği

5.4 VaR Modellerine Geriye Dönük Testlerin Uygulanması

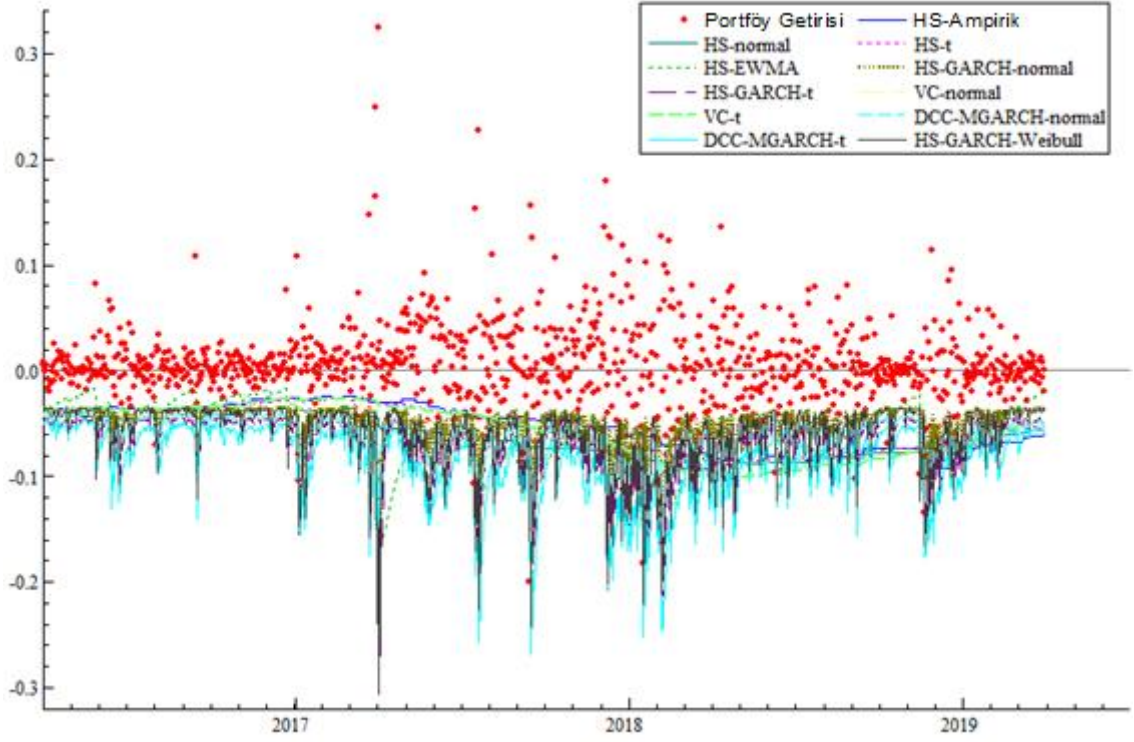
Bu bölümde, yeni önerilen HS-GARCH-Weibull yönteminin, literatürde mevcut olan HS-Ampirik, HS-Normal, HS-t, HS-EWMA, HS-GARCH-Normal, HS-GARCH-t, VC-Normal, VC-t, DCC-MGARCH-Normal ve DCC-MGARCH-t yöntemleriyle karşılaştırılması için ampirik sonuçlar rapor edilmiştir. Analiz edilen VaR hesaplama

yöntemlerinin %5'lik anlamlılık düzeyine sahip olan bir günlük risk tahminlerinin performanslarını karşılaştırabilmek için, bu çalışmada Bölüm 2.4'te teorik açıklamaları verilmiş olan geriye dönük testler kullanılmıştır. Troster vd. (2019) de, Bitcoin için uygulamış oldukları farklı GARCH tabanlı modelleri test edebilmek için aynı geriye dönük testleri kullanmışlardır. İlgili testleri gerçekleştirmek için, Ardia vd. (2019b) tarafından geliştirilmiş olan "GAS" isimli R paketi kullanılmıştır. Uygulamalarla ilgili sonuçlar, Tablo 5.10'da gösterilmiştir. Şekil 5.31'de ise, her bir yöntemin ayrı ayrı uygulanması sonucu hesaplanmış olan %5'lik portföy VaR değerleri tek bir grafik üzerinde görülmektedir. Tabloda parantez içindeki sayılar p değerlerini vermektedir.

Tablo 5.10 VaR yöntemlerinin geriye dönük test sonuçları

Yöntem	AE	S*	LR-UC	S*	LR-CC	S*	DQ	S*
HS-Ampirik	1,132	8	0,971 (0,324)	6	4,084 (0,130)	5	11,800 (0,019)	9
HS-Normal	0,840	6	1,553 (0,212)	8	3,435 (0,180)	4	4,409 (0,354)	3
HS-t	1,114	7	0,725 (0,394)	5	5,989 (0,050)	7	9,072 (0,059)	6
HS-EWMA	0,936	3	0,276 (0,599)	3	0,472 (0,790)	2	0,664 (0,956)	1
HS-GARCH-Normal	1,406	10	8,498 (0,004)	9	8,568 (0,014)	9	10,990 (0,027)	8
HS-GARCH-t	0,603	9	10,538 (0,001)	10	10,538 (0,005)	10	9,406 (0,052)	7
VC-Normal	0,950	2	0,148 (0,701)	2	4,261 (0,119)	6	5,907 (0,206)	5
VC-t	1,078	4	0,339 (0,560)	4	6,335 (0,042)	8	13,941 (0,008)	10
DCC-MGARCH-Normal	0,840	5	1,553 (0,213)	7	2,108 (0,349)	3	5,075 (0,280)	4
DCC-MGARCH-t	0,311	11	37,089 (0,000)	11	37,625 (0,000)	11	27,578 (0,000)	11
HS-GARCH-Weibull	0,968	1	0,060 (0,807)	1	0,209 (0,901)	1	1,360 (0,851)	2

* VaR modellerinin sıralaması.



Şekil 5.31 Uygulanan modellerden elde edilen %5'lik VaR değerlerinin karşılaştırılması

Tablo 5.10'dan görülebileceği gibi, AE kriterine göre en iyi yöntem HS-GARCH-Weibull yöntemi olarak bulunmuştur; çünkü diğer modellere göre AE değeri bire en yakın olan model budur. AE kriterine göre en iyi performansa sahip olan ikinci model VC- Normal modeliyken, HS-EWMA yöntemi ise bu kriter gere üçüncü sırayı almaktadır. Ayrıca, uygulanan modellerinin performanslarını ölçebilmek için AE kriteri dışında Kupiec'in (1995) koşulsuz kapsama ve Christoffersen'in (1998) koşullu kapsama testleri de kullanılmıştır. Her iki teste göre, AE kriterindeki sıralamada olduğu gibi, HS-GARCH-Weibull yöntemi ilk sırayı almıştır. Koşulsuz kapsama testinde, VC-Normal yöntemi ikinci sırayı, HS-EWMA yöntemi ise üçüncü sırayı almıştır. Koşullu kapsama testine göre ise, HS-EWMA yöntemi en iyi performansa sahip olan ikinci model olurken, DCC-MGARCH-Normal yöntemi üçüncü sırada bulunmaktadır. Bu bölümde uygulanmış olan son test ise DQ testidir. DQ testine göre, en iyi performansa sahip olan yöntem HS-EWMA yöntemidir. Geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull yöntemi bu kriter gere ikinci sırada bulunmaktadır. HS-GARCH-Normal yöntemi ise üçüncü sırayı almaktadır. Sonuç

olarak, yeni geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull isimli portföy riske maruz değer ölçme yöntemi, dört adet geriye dönük testten üçünde ilk sırayı, kalan diğer testte ise ikinci sırayı almıştır. Bu durum, HS-GARCH-Weibull modelinin başarısını göstermektedir.

Bu çalışmada, Chen ve Gerlach (2013) tarafından tek değişkenli modellerde kullanılmak üzere geliştirilmiş olan iki taraflı Weibull dağılımı genişletilerek, dört ana kripto para biriminden oluşturulmuş olan portföyün riske maruz değerini hesaplamak için kullanılmıştır. Geliştirilen yeni yöntem, tarihsel simülasyon (HS), GARCH ve iki taraflı Weibull dağılımının kombinasyonundan oluştuğu için HS-GARCH-Weibull olarak adlandırılmaktadır. Kripto para birimlerinde, yüksek volatilité, volatilité kümelenmesi, şişkin kuyruğa sahip dağılımlar ve yüksek çarpıklık bulunmaktadır. Bu özellikler, literatürde bulunan tek ve çok değişkenli portföy riske maruz değer hesaplama yöntemlerinin kullanılmasıyla modellenememektedir. Ancak geliştirilen yeni yöntem, kripto para piyasalarında karşılaşılan bu tür özelliklerin dikkate alınarak portföyün riske maruz değerinin daha iyi bir şekilde tahmin edilebilmesine olanak tanımaktadır.

Geliştirilen HS-GARCH-Weibull yöntemini uygulamadan önce, olası portföyler içinde minimum varyansa sahip olan portföy kombinasyonu optimum portföy olarak seçilmiştir. Oluşturulan optimum portföyde, portföyü oluşturan her bir kripto paranın ağırlığı günlük olarak değişmektedir. Daha sonra, belirlenmiş olan optimum portföyün günlük getirileri, tarihsel simülasyon yardımıyla hesaplanmış ve geliştirilen yeni yöntemle portföy riske maruz değeri günlük olarak belirlenmiştir.

Optimum portföyün riske maruz değeri, geliştirilen yeni yöntemle ve literatürde bulunan çeşitli tek ve çok değişkenli modellerle hesaplandıktan sonra, modellerin performanslarını karşılaştırmak için dört farklı geriye dönük test uygulanmıştır. Ampirik bulgular, HS-GARCH-Weibull yönteminin dört geriye dönük test kriterinden üçüne göre diğer mevcut yöntemlerin sonuçlarıyla kıyaslandığında en iyi performansı gösterdiğini ortaya koymaktadır. Geliştirilen yeni yöntem, diğer geriye dönük teste göre ise, ikinci en iyi performansa sahiptir. Sonuç olarak,

geliştirilmiş olan yeni yöntemin uygulama sonuçlarının, kıyaslama yapılan diğer on yöntemin sonuçlarına göre daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Dolayısıyla, yeni geliştirilmiş olan HS-GARCH-Weibull yönteminin, kıyaslama yapılan diğer tek ve çok değişkenli portföy riske maruz değer hesaplama yöntemlerine göre daha iyi sonuçlar verecek olması hipotezi doğrulanmıştır.

Bu çalışmada elde edilen ümit verici sonuçlar, yeni yöntemin finansal kurumlar ve yatırımcılar tarafından kripto para birimleri gibi yüksek volatilitelere sahip varlıklar içeren portföylerin riske maruz değer tahmini için kullanılabileceğini göstermektedir. Gelecekteki olası çalışma konularına, emtia, döviz ve türev piyasalar gibi farklı piyasalardan varlık portföylerine yeni yöntemin uygulanması örnek olarak gösterilebilir.

A

HS-GARCH-NORMAL MODELLERİNİN PARAMETRELERİ

Bu bölümde, Bölüm 5.3.1.5'te uygulanmış olan GARCH (1,2) modeli dışında denenmiş olan sekiz farklı HS-GARCH-Normal modelinin parametreleriyle ilgili istatistiksel sonuçlar özetlenmiştir.

GARCH (1,1):

GARCH (1,1) denkleminin parametreleri Tablo A.1'deki gibidir. Tablodaki p değerlerinden de görülebileceği gibi, modelde kullanılan tüm parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.1 GARCH (1,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00018	0,00006	3,163	0,00156 **
α_1	0,12269	0,04629	2,651	0,00804 **
β_1	0,62028	0,10540	5,883	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 820,8221				

GARCH (1,3):

Tablo A.2'de GARCH (1,3) denklemiyle ilgili model parametreleri verilmiştir. Tablodaki p değerlerinden görülebileceği gibi, β_1 ve β_3 dışındaki bütün model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.2 GARCH (1,3) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00026	0,00007	3,718	0,00020 ***
α_1	0,19041	0,07529	2,578	0,00995 **
β_1	0,00000	0,24780	0,000	1,00000
β_2	0,42937	0,10300	4,168	0,00003 ***
β_3	0,01844	0,16330	0,113	0,91011
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 822,3786				

GARCH (2,1):

GARCH (2,1) denkleminin parametreleri Tablo A.3'teki gibidir. Tablodaki p değerlerinden anlaşılabilirliği gibi, α_2 dışındaki bütün model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.3 GARCH (2,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00018	0,00007	2,516	0,01190 *
α_1	0,12300	0,06257	1,965	0,04940 *
α_2	0,00000	0,07476	0,000	1,00000
β_1	0,62010	0,14070	4,409	0,00001 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 820,8185				

GARCH (2,2):

Tablo A.4'te GARCH (2,2) denklemiyle ilgili model parametreleri görülmektedir. Tablodaki p değerlerinden anlaşılacağı gibi, α_2 ve β_1 dışındaki tüm model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.4 GARCH (2,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00025	0,00009	2,987	0,00282 **
α_1	0,19040	0,07077	2,691	0,00713 **
α_2	0,00000	0,05681	0,000	1,00000
β_1	0,02324	0,14060	0,165	0,86870
β_2	0,04295	0,10430	4,117	0,00004 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 822,3821				

GARCH (2,3):

Tablo A.5'te GARCH (2,3) denklemiyle ilgili model parametreleri verilmiştir. Tablodaki "NA" değerleri model tarafından hesaplanamayan değerleri ifade etmektedir. Parametre sayısının artması, modeli daha karmaşık bir hale getirdiğinden, hesaplanamayan değerlerin oluşmasına neden olabilmektedir. Tablodaki p değerlerinden görülebileceği gibi, modeldeki parametrelerden sadece α_1 ve β_2 parametreleri, istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.5 GARCH (2,3) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00026	NA	NA	NA
α_1	0,19410	0,06629	2,927	0,00342 **
α_2	0,00000	NA	NA	NA
β_1	0,00000	NA	NA	NA
β_2	0,42940	0,10010	4,291	0,00002 ***
β_3	0,01844	NA	NA	NA
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 822,3786				

GARCH (3,1):

GARCH (3,1) denkleminin model parametreleri Tablo A.6'daki gibidir. Tablodaki parametrelerden, α_0 ve β_1 , %5'lik anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. α_1 ise, %10'luk anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.6 GARCH (3,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00024	0,00013	2,129	0,03320 *
α_1	0,11370	0,06004	1,893	0,05840 .
α_2	0,00000	0,08171	0,000	1,00000
α_3	0,05569	0,07622	0,731	0,46500
β_1	0,04895	0,22990	2,129	0,03330 *
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 821,1422				

GARCH (3,2):

Tablo A.7’de GARCH (3,2) denklemiyle ilgili model parametreleri görülmektedir. Tablodaki p değerlerinden anlaşılabileceği gibi, model parametrelerinden α_0 , %1’lik anlamlılık düzeyinde, α_1 %5’lik anlamlılık düzeyinde ve β_2 ise, %10’luk anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.7 GARCH (3,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00032	0,00011	2,870	0,00410 **
α_1	0,15590	0,07006	2,226	0,02600 *
α_2	0,00000	0,04657	0,000	1,00000
α_3	0,09059	0,08599	1,054	0,29210
β_1	0,01550	0,12310	0,126	0,89980
β_2	0,29550	0,16130	1,832	0,06690 .
Anlamlılık kodları: 0 ‘***’ 0,001 ‘**’ 0,01 ‘*’ 0,05 ‘.’ 0,1 ‘.’ 1				
Log-olabilirlik değeri: 823,0003				

GARCH (3,3):

Tablo A.8’de GARCH (3,3) denklemiyle ilgili model parametreleri verilmiştir. Bu parametrelerden α_1 , α_3 ve β_2 , istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo A.8 GARCH (3,3) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00032	NA	NA	NA
α_1	0,15130	0,06791	2,228	0,02591 *
α_2	0,00000	NA	NA	NA
α_3	0,10480	0,03098	3,385	0,00071 ***
β_1	0,00000	NA	NA	NA
β_2	0,26670	0,13000	2,051	0,04027 *
β_3	0,03526	NA	NA	NA
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 823,1603				

HS-GARCH-t MODELLERİNİN PARAMETRELERİ

Bu bölümde, Bölüm 5.3.1.6’da uygulanmış olan GARCH (1,1) modeli dışında denenmiş olan sekiz farklı HS-GARCH-t modelinin parametreleriyle ilgili istatistiksel sonuçlar özetlenmiştir.

GARCH (1,2):

GARCH (1,2) denkleminin parametreleri Tablo B.1’deki gibidir. Tablodaki p değerlerinden de görülebileceği gibi, β_1 dışındaki tüm model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.1 t dağılımlı GARCH (1,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00020	0,00008	2,485	0,01300 *
α_1	0,35674	0,15390	2,318	0,02040 *
β_1	0,09843	0,15770	0,624	0,53260
β_2	0,34876	0,17620	1,979	0,04780 *
Şekil p.	3,27940	0,62560	5,242	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 ‘***’ 0,001 ‘**’ 0,01 ‘*’ 0,05 ‘.’ 0,1 ‘.’ 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,6619				

GARCH (1,3):

GARCH (1,3) denkleminin parametreleri Tablo B.2’deki gibidir. Tablodaki p değerlerinden de anlaşılabileceği gibi, β_1 ve β_3 dışındaki tüm model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.2 t dağılımlı GARCH (1,3) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00020	0,00008	2,469	0,01350 *
α_1	0,35822	0,15580	2,300	0,02150 *
β_1	0,09851	0,21590	0,456	0,64820
β_2	0,34916	0,17670	1,977	0,04810 *
β_3	0,00000	0,13870	0,000	1,00000
Şekil p.	3,26856	0,62500	5,230	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,6535				

GARCH (2,1):

GARCH (2,1) denkleminin parametreleri Tablo B.3'te verilmiştir. Tablodaki p değerlerinden de görülebileceği gibi, şekil parametresi %0,1'lik, β_1 %1'lik, α_0 ve α_1 ise %5'lik anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.3 t dağılımlı GARCH (2,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00018	0,00010	1,769	0,07683 .
α_1	0,27212	0,14080	1,932	0,05334 .
α_2	0,00000	0,15440	0,000	1,00000
β_1	0,54340	0,19500	2,787	0,00532 **
Şekil p.	3,19311	0,59290	5,386	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,1659				

GARCH (2,2):

GARCH (2,2) denkleminin parametreleri Tablo B.4'teki gibidir. Tablodaki p değerlerinden de anlaşılacağı gibi, α_1 ve β_1 dışındaki tüm model parametreleri istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.4 t dağılımlı GARCH (2,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00023	0,00012	1,982	0,04750 *
α_1	0,34143	0,15520	2,201	0,02780 *
α_2	0,06062	0,13260	0,457	0,64740
β_1	0,00000	0,23530	0,000	1,00000
β_2	0,36962	0,15490	2,386	0,01700 *
Şekil p.	3,26040	0,62170	5,244	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,7871				

GARCH (2,3):

GARCH (2,3) denkleminin parametreleri Tablo B.5'te verilmiştir. Tablodaki p değerlerinden de görülebileceği gibi, şekil parametresi %0,1'lik, α_1 %5'lik ve β_2 ise %10'luk anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.5 t dağılımlı GARCH (2,3) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00023	0,00028	0,815	0,41490
α_1	0,34250	0,16270	2,105	0,03530 *
α_2	0,06088	0,45040	0,135	0,89250
β_1	0,00000	1,43700	0,000	1,00000
β_2	0,37034	0,20640	1,795	0,07270 .
β_3	0,00000	0,56230	0,000	1,00000
Şekil p.	3,25075	0,62100	5,235	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,7788				

GARCH (3,1):

GARCH (3,1) denkleminin parametreleri Tablo B.6'daki gibidir. Tablodaki p değerlerinden de anlaşılacağı gibi, şekil parametresi %0,1'lik, α_1 ise %10'luk anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.6 t dağılımlı GARCH (3,1) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00024	0,00021	1,153	0,24880
α_1	0,28955	0,1541	1,879	0,06020 ·
α_2	0,00000	0,18200	0,000	1,00000
α_3	0,09663	0,18090	0,534	0,59330
β_1	0,38077	0,04674	0,815	0,41530
Şekil p.	3,18083	0,06033	5,273	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 872,3701				

GARCH (3,2):

GARCH (3,2) denkleminin parametreleri Tablo B.7’de verilmiştir. Tablodaki p değerlerinden de görülebileceği gibi, şekil parametresi %0,1’lik, α_1 %5’lik ve α_0 ise %10’luk anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.7 t dağılımlı GARCH (3,2) modelinin parametreleri

Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00028	0,00014	1,934	0,05310 ·
α_1	0,31120	0,15461	2,013	0,04410 *
α_2	0,06393	0,12293	0,520	0,60300
α_3	0,11907	0,17446	0,683	0,49490
β_1	0,00710	0,20162	0,035	0,97190
β_2	0,23349	0,23361	0,999	0,31760
Şekil p.	3,25266	0,62573	5,198	0,00000 ***
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 873,0212				

GARCH (3,3):

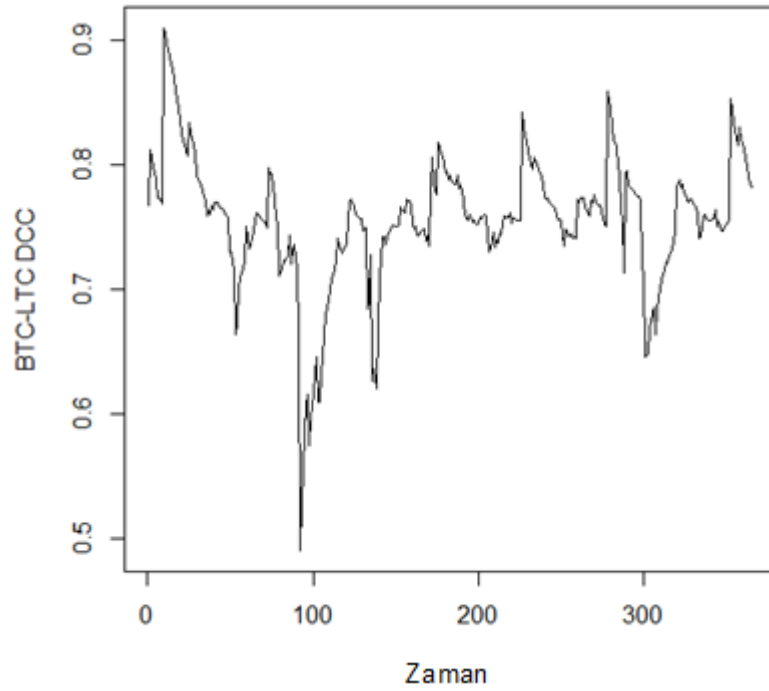
GARCH (3,3) denkleminin parametreleri Tablo B.8'deki gibidir. Tabloda "NA" ile gösterilen değerler, model tarafından hesaplanamamıştır. Aynı tablodaki p değerlerinden de anlaşılacağı gibi, şekil parametresi %0,1'lik, α_1 ise %5'lik anlamlılık düzeyinde olmak üzere istatistiksel olarak anlamlıdır.

Tablo B.8 t dağılımlı GARCH (3,3) modelinin parametreleri

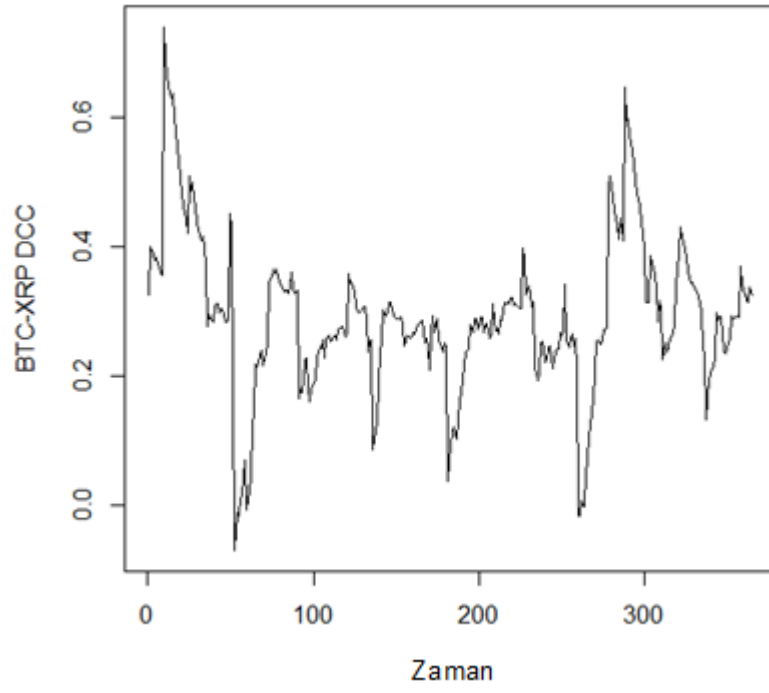
Parametre	Tahmini Değer	Standart Hata	t değeri	p değeri
α_0	0,00029	NA	NA	NA
α_1	0,30228	0,14890	2,030	0,04230 *
α_2	0,06380	NA	NA	NA
α_3	0,15457	NA	NA	NA
β_1	0,00000	NA	NA	NA
β_2	0,17251	0,17570	0,982	0,32620 ***
β_3	0,03252	NA	NA	NA
Şekil p.	3,25593	0,66280	5,195	0,00000
Anlamlılık kodları: 0 '***' 0,001 '**' 0,01 '*' 0,05 '.' 0,1 '' 1				
Log-olabilirlik değeri: 873,0808				

OPTİMUM PORTFÖYDEKİ KRİPTO PARALARIN DCC GRAFİKLERİ

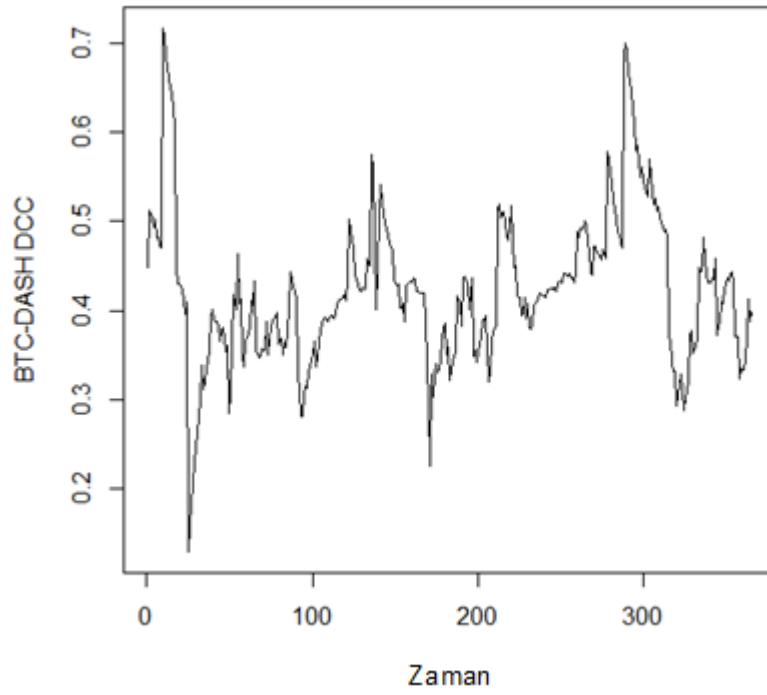
Bu bölümde, sırasıyla Bölüm 5.3.2.3 ve 5.3.2.4’te uygulama sonuçları verilmiş olan DCC-MGARCH-normal ve DCC-MGARCH-t yöntemlerinin her ikisinde de kullanılmış olan, optimum portföyü oluşturan kripto paraların birbirleri arasındaki dinamik koşullu korelasyonlarını (DCC) gösteren grafikler ilk bir yıllık veri seti için verilmiştir. İlgili grafikler Şekil C.1-C.6’da görülmektedir.



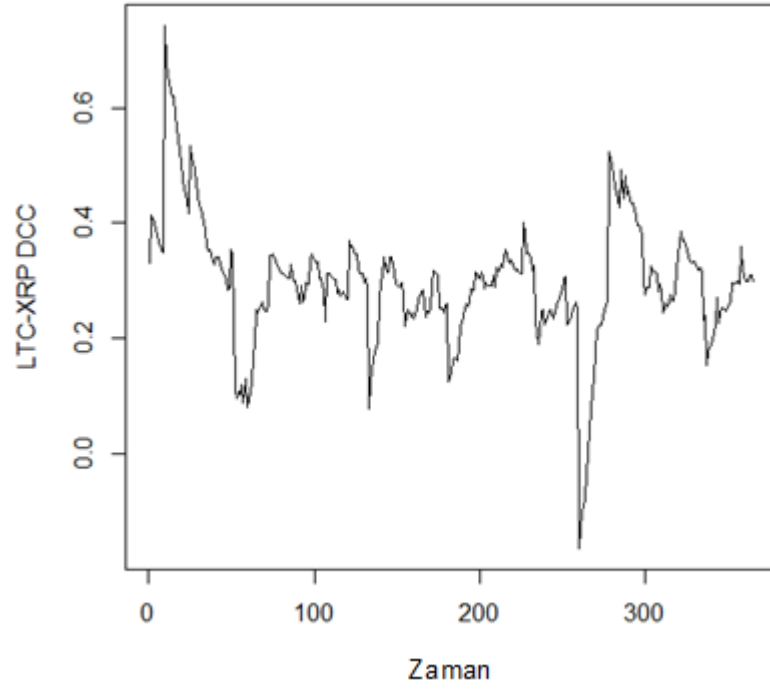
Şekil C.1 BTC-LTC arasındaki DCC grafiği



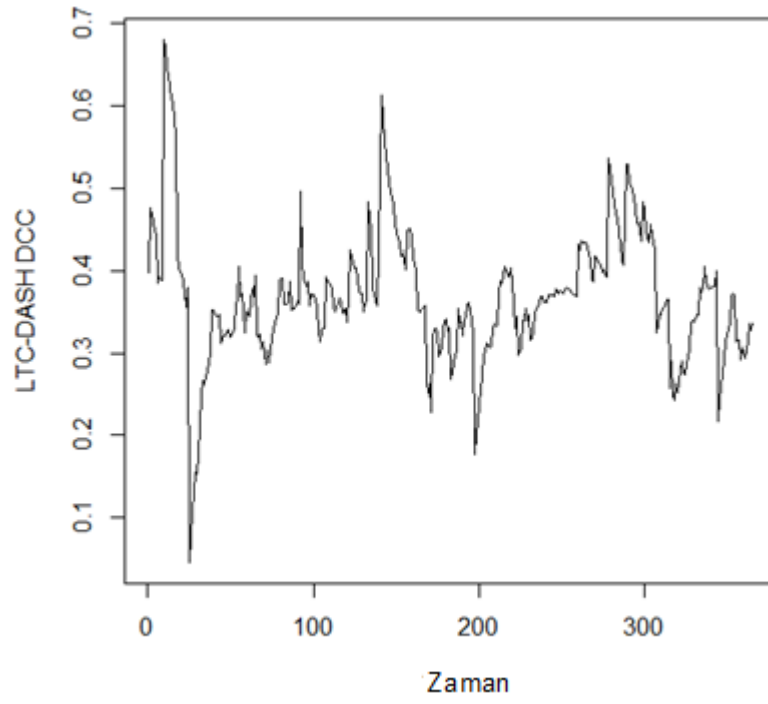
Şekil C.2 BTC-XRP arasındaki DCC grafiği



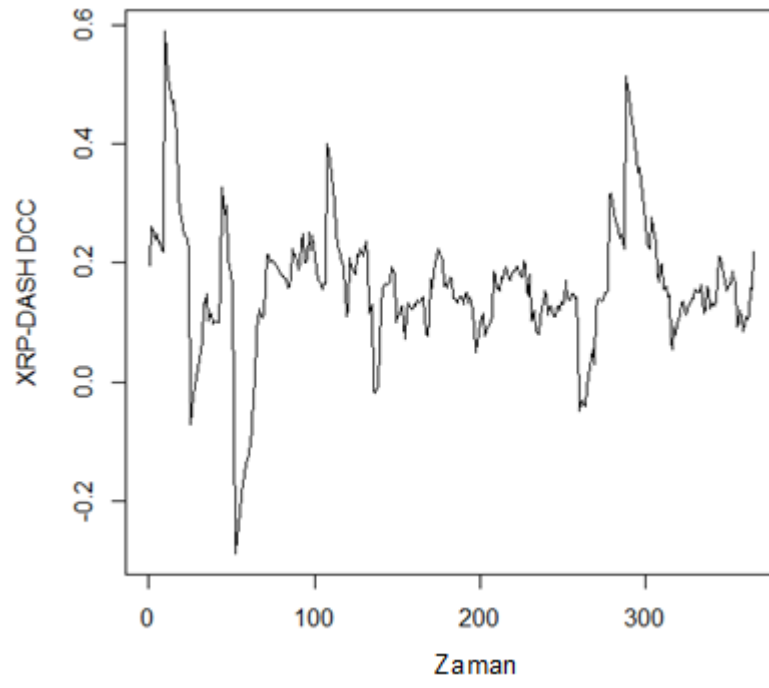
Şekil C.3 BTC-DASH arasındaki DCC grafiği



Şekil C.4 LTC-XRP arasındaki DCC grafiği



Şekil C.5 LTC-DASH arasındaki DCC grafiği



Şekil C.6 XRP-DASH arasındaki DCC grafiği

D

DCC-MGARCH-NORMAL MODELİNİN PARAMETRELERİ

Bu bölümde, Bölüm 5.3.2.3'te uygulama sonuçları verilmiş olan DCC-MGARCH-Normal modelinin başlangıç parametreleri görülmektedir. İlgili veriler, R programlama dilinin (R Core Team, 2019) çalıştırılması sonucu oluşturulan program çıktılarıdır.

```
*-----*
*          DCC GARCH Spec          *
*-----*

Model           :  DCC (1,1)
Estimation      :  2-step
Distribution     :  mvnrm
No. Parameters  :  24
No. Series      :  4

*-----*
*          DCC GARCH Fit          *
*-----*

Distribution     :  mvnrm
Model           :  DCC (1,1)
No. Parameters   :  24
[VAR GARCH DCC UncQ] : [0+16+2+6]
No. Series       :  4
No. Obs.         :  365
Log-Likelihood   :  2394
Av.Log-Likelihood :  6.56
```

Optimal Parameters

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
[BTC].mu	-0.002516	0.001557	-1.61558	0.106184
[BTC].omega	0.000125	0.000086	1.45512	0.145637
[BTC].alpha1	0.113183	0.056432	2.00567	0.044892
[BTC].beta1	0.800136	0.086501	9.24997	0.000000
[LTC].mu	-0.005343	0.002290	-2.33264	0.019667
[LTC].omega	0.000179	0.000083	2.15677	0.031023
[LTC].alpha1	0.095178	0.030530	3.11749	0.001824
[LTC].beta1	0.827529	0.040815	20.27526	0.000000
[XRP].mu	-0.005946	0.002813	-2.11394	0.034521
[XRP].omega	0.000825	0.000333	2.47975	0.013147
[XRP].alpha1	0.520949	0.182268	2.85814	0.004261
[XRP].beta1	0.428318	0.107169	3.99668	0.000064
[DASH].mu	-0.001774	0.004047	-0.43836	0.661127
[DASH].omega	0.001625	0.002044	0.79509	0.426561
[DASH].alpha1	0.330455	0.221442	1.49229	0.135624
[DASH].beta1	0.538144	0.385438	1.39619	0.162658
[Joint]dcca1	0.043399	0.021852	1.98606	0.047026
[Joint]dccb1	0.835090	0.041520	20.11310	0.000000

Information Criteria

Akaike	-12.988
Bayes	-12.731
Shibata	-12.996
Hannan-Quinn	-12.886

Elapsed time : 2.453

DCC-MGARCH-T MODELİNİN PARAMETRELERİ

Bu bölümde, Bölüm 5.3.2.4'te uygulama sonuçları verilmiş olan DCC-MGARCH-t modelinin başlangıç parametreleri görülmektedir. İlgili veriler, R programlama dilinin (R Core Team, 2019) çalıştırılması sonucu oluşturulan program çıktılarıdır.

```
*-----*
*          DCC GARCH Spec          *
*-----*
```

```
Model           :  DCC(1,1)
Estimation       :  2-step
Distribution      :  mvt
No. Parameters   :  29
No. Series       :  4
```

```
*-----*
*          DCC GARCH Fit          *
*-----*
```

```
Distribution      :  mvt
Model            :  DCC(1,1)
No. Parameters    :  29
[VAR GARCH DCC UncQ] : [0+20+3+6]
No. Series        :  4
No. Obs.          :  365
Log-Likelihood    :  2608
Av.Log-Likelihood :  7.15
```

Optimal Parameters

```
-----
              Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
[BTC].mu    -0.001103   0.001053 -1.04838 0.294465
```

[BTC].omega	0.000106	0.000082	1.28657	0.198244
[BTC].alpha1	0.246747	0.076485	3.22607	0.001255
[BTC].beta1	0.752253	0.082180	9.15373	0.000000
[BTC].shape	2.891595	0.175798	16.44837	0.000000
[LTC].mu	-0.002634	0.001159	-2.27240	0.023063
[LTC].omega	0.000190	0.000111	1.71131	0.087024
[LTC].alpha1	0.230309	0.064401	3.57617	0.000349
[LTC].beta1	0.768691	0.069677	11.03215	0.000000
[LTC].shape	2.495937	0.084382	29.57890	0.000000
[XRP].mu	-0.001744	0.001755	-0.99381	0.320314
[XRP].omega	0.000735	0.000360	2.04519	0.040837
[XRP].alpha1	0.600751	0.161560	3.71844	0.000200
[XRP].beta1	0.398249	0.127478	3.12407	0.001784
[XRP].shape	3.100966	0.301158	10.29681	0.000000
[DASH].mu	-0.007070	0.003096	-2.28402	0.022370
[DASH].omega	0.004055	0.002286	1.77370	0.076113
[DASH].alpha1	0.811772	0.209351	3.87757	0.000106
[DASH].beta1	0.187227	0.247621	0.75610	0.449587
[DASH].shape	2.936347	0.388746	7.55338	0.000000
[Joint]dcca1	0.075790	0.025934	2.92239	0.003474
[Joint]dccb1	0.828963	0.039603	20.93156	0.000000
[Joint]mshape	4.000000	1.806572	2.21414	0.026819

Information Criteria

Akaike	-14.134
Bayes	-13.824
Shibata	-14.146
Hannan-Quinn	-14.011

Elapsed time : 5.344

- Akaike, H. (1998). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Selected papers of hirotugu akaike* içinde (ss. 199-213). New York, NY: Springer.
- Akhtaruzzaman, M., Sensoy, A. ve Corbet, S. (2019). The influence of Bitcoin on portfolio diversification and design. *Finance Research Letters*, 101344.
- Alberg, D., Shalit, H. ve Yosef, R. (2008). Estimating stock market volatility using asymmetric GARCH models. *Applied Financial Economics*, 18(15), 1201-1208.
- Ardia, D., Bluteau, K. ve Rüede, M. (2019a). Regime changes in Bitcoin GARCH volatility dynamics. *Finance Research Letters*, 29, 266-271.
- Ardia, D., Boudt, K. ve Catania, L. (2019b). Generalized autoregressive score models in R: The GAS package. *Journal of Statistical Software*, 88(6), 1-28.
- Baba, Y., Engle, R. F., Kraft, D. F. ve Kroner, K. F. (1990). *Multivariate simultaneous generalized ARCH*. Manuscript, University of California, San Diego, Department of Economics.
- Balcılar, M., Bouri, E., Gupta, R. ve Roubaud, D. (2017). Can volume predict Bitcoin returns and volatility? A quantiles-based approach. *Economic Modelling*, 64, 74-81.
- Basel Committee on Banking Supervision (1996). *Supervisory Framework for the Use of "Backtesting" in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements*. Basel, Switzerland: Bank for International Settlements.
- Baur, D., Dimpfl, T. ve Kuck, K. (2018). Bitcoin, gold and the US dollar—A replication and extension. *Finance Research Letters*, 25, 103-110.
- Beltratti, A. ve Morana, C. (1999). Computing value at risk with high frequency data. *Journal of empirical finance*, 6(5), 431-455.
- Beneki, C., Koulis, A., Kyriazis, N. A. ve Papadamou, S. (2019). Investigating volatility transmission and hedging properties between Bitcoin and Ethereum. *Research in International Business and Finance*, 48, 219-227.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498-505.
- Bouoiyour, J. ve Selmi, R. (2015). What does Bitcoin look like?. *Annals of Economics and Finance*, 16(2), 449-492.
- Bouri, E., Molnár, P., Azzi, G., Roubaud, D. ve Hagfors, L. I. (2017a). On the hedge and safe haven properties of Bitcoin: Is it really more than a diversifier?. *Finance Research Letters*, 20, 192-198.

- Bouri, E., Gupta, R., Tiwari, A. K. ve Roubaud D. (2017b). Does Bitcoin hedge global uncertainty? Evidence from wavelet-based quantile-in-quantile regressions. *Finance Research Letters*, 23, 87-95.
- Bouri, E., Das, M., Gupta, R. ve Roubaud, D. (2018). Spillovers between Bitcoin and other assets during bear and bull markets. *Applied Economics*, 50(55), 5935-5949.
- Box, G. E. P. ve Pierce, D. A. (1970). Distribution of residual correlations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American statistical Association*, 65(332), 1509-1526.
- Brauneis, A. ve Mestel, R. (2018). Price discovery of cryptocurrencies: Bitcoin and beyond. *Economics Letters*, 165, 58-61.
- Canh, N. P., Wongchoti, U., Thanh, S. D. ve Thong, N. T. (2019). Systematic risk in cryptocurrency market: Evidence from DCC-MGARCH model. *Finance Research Letters*, 29, 90-100.
- Caporale, G. M. ve Zekokh, T. (2019). Modelling volatility of cryptocurrencies using Markov-Switching GARCH models. *Research in International Business and Finance*, 48, 143-155.
- Chan, W. H., Le, M. ve Wu, Y. W. (2019). Holding Bitcoin longer: The dynamic hedging abilities of Bitcoin. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 71, 107-113.
- Charfeddine, L. ve Maouchi, Y. (2019). Are shocks on the returns and volatility of cryptocurrencies really persistent?. *Finance Research Letters*, 28, pp. 423-430.
- Chen, Q. ve Gerlach, R. H. (2013). The two-sided Weibull distribution and forecasting financial tail risk. *International Journal of Forecasting*, 29(4), 527-540.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39, 841-862.
- Drachal, K. (2017). fDMA: Dynamic Model Averaging and Dynamic Model Selection for Continuous Outcomes. *R Package Documentation Web Site*.
- Dyhrberg, A. H. (2016a). Hedging capabilities of Bitcoin. *Finance Research Letters*, 16, 139-144.
- Dyhrberg, A. H. (2016b). Bitcoin, gold and the dollar—A GARCH volatility analysis. *Finance Research Letters*, 16, 85-92.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50(4), 987-1007.
- Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Engle, R. F. ve Kroner, K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric theory*, 11(1), 122-150.

- Engle, R. F., ve Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381.
- Engle, R. F. ve Sheppard, K. (2001). *Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH* (No. W8554). National Bureau of Economic Research.
- Ghalanos, A. (2019a). rmgarch: Multivariate GARCH models. *R package version 1.3-6*.
- Ghalanos, A. (2019b). rugarch: Univariate GARCH models. *R package version 1.4-1*.
- Gozgor, G., Tiwari, A. K., Demir, E. ve Akron, S. (2019). The relationship between Bitcoin returns and trade policy uncertainty. *Finance Research Letters*, 29, 75-82.
- Guesmi, K., Saadi, S., Abid, I. ve Ftiti, Z. (2019). Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63, 431-437.
- Jarque, C. M. ve Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255-259.
- Kajtazi, A. Ve Moro, A. (2019). The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, 143-157.
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3-6.
- Katsiampa, P. (2019). Volatility co-movement between Bitcoin and Ether. *Finance Research Letters*, 30, 221-227.
- Katsiampa, P., Corpet, S. ve Lucey, B. (2019). Volatility spillover effects in leading cryptocurrencies: A BEKK-MGARCH analysis. *Finance Research Letters*, 29, 68-74.
- Klein, T., Thu, H. P. ve Walther, T. (2018). Bitcoin is not the New Gold—A comparison of volatility, correlation, and portfolio performance. *International Review of Financial Analysis*, 59, 105-116.
- Kloman, H. F. (1990). Risk Management Agonistes 1. *Risk Analysis*, 10(2), 201-205.
- Kristjanpoller, W. ve Minutolo, M. C. (2018). A hybrid volatility forecasting framework integrating GARCH, artificial neural network, technical analysis and principal components analysis. *Expert Systems with Applications*, 109, 1-11.
- Kuester, K., Mittnik, S. ve Paolella, M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4(1), 53-89.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84.
- Linsmeier, T. J. ve Pearson, N. D. (1996). *Risk measurement: An introduction to value at risk*. (No. 1629-2016-134959).

- Liu, W. (2019). Portfolio diversification across cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29, 200-205.
- Longerstaey, J. ve Spencer, M. (1996). *RiskmetricsTM—technical document* (4th ed.). Morgan Guaranty Trust Company of New York: New York.
- Luenberger, D. G. (1997). *Investment science*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- McNeil, A. J., Frey, R. ve Embrechts, P. (2005). *Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools – revised edition*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. Available in <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>.
- Nelson, D. B. ve Cao, C. Q. (1992). Inequality constraints in the univariate GARCH model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(2), 229-235.
- Osorio, F. ve Galea, M. (2015). Statistical inference in multivariate analysis using the t-distribution. *Unpublished manuscript*.
- Platanakis, E., Sutcliffe, C. ve Urquhart, A. (2018). Optimal vs naive diversification in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 171, 93-96.
- Platanakis, E. ve Urquhart, A. (2019). Portfolio management with cryptocurrencies: The role of estimation risk. *Economics Letters*, 177, 76-80.
- R Core Team (2019). R: A language and environment for statistical computing (version 3.5.3.). R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Shahzad, S J. H., Bouri, E., Roubaud, D., Kristoufek, L. ve Lucey, B. (2019). Is Bitcoin a better safe-haven investment than gold and commodities?. *International Review of Financial Analysis*, 63, 322-330.
- Stensås, A., Nygaard, M. F., Kyaw, K. ve Treepongkaruna, S. (2019). Can Bitcoin be a diversifier, hedge or safe haven tool?. *Cogent Economics & Finance*, 7(1), 1593072.
- Symitsi, E. ve Chalvatzis, K. J. (2019). The economic value of Bitcoin: A portfolio analysis of currencies, gold, oil and stocks. *Research in International Business and Finance*, 48, 97-110.
- Trapletti, A. ve Hornik, K. (2019). tseries: Time Series Analysis and Computational Finance. *R package version 0.10-47*.
- Troster, V., Tiwari, A. K., Shahbaz, M. ve Macedo, D. M. (2019). Bitcoin returns and risk: A general GARCH and GAS analysis. *Finance Research Letters*, 30, 187-193.
- Urquhart, A. ve Zhang, H. (2019). Is Bitcoin a hedge or safe haven for currencies? An intraday analysis. *International Review of Financial Analysis*, 63, 49-57.
- Wuertz, D., Setz, T., Chalabi, Y., Maechler, M. ve Byers, J. W. (2018). timeDate: Rmetrics – Chronological and Calendar Objects. *R package version 3043.102*.

Wuertz, D., Setz, T., Chalabi, Y., Boudt, C., Chausse, P. ve Miklovac, M. (2019). fGarch: Rmetrics – Autoregressive Conditional Heteroskedastic Modelling. *R package version 3042.83.1*.

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

İletişim Bilgisi: bsilahli@hotmail.com

Makaleler

1. Silahli, B., Dingec, K. D., Cifter, A. ve Aydın, N. (2019). Portfolio value-at-risk with two-sided Weibull distribution: Evidence from cryptocurrency markets. *Finance Research Letters*, 101425.