

84969

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN YÜZEYLERİ
EMPEDANS ÖZELLİĞİ GÖSTEREN BİR TARAFI AÇIK
DALGA KILAVUZUNDAN SAÇILMASI**

Elektronik ve Hab. Yük. Müh. Bedri Artuğ ÇETİNER

**F.B.E. Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı Haberleşme Programında
Hazırlanan**

**DOKTORA TEZİ
T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Tez Savunma Tarihi : 15 Şubat 1999
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Filiz GÜNEŞ (Y.T.Ü)
Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY (G.Y.T.E)
: Prof. Dr. Gökhan UZGÖREN (İ.Ü)
: Prof. Dr. Eren ERDOĞAN (İ.T.Ü)
: Yrd. Doç. Dr. Çintay GÖKSU (Y.T.Ü)

İSTANBUL, 1999

84969

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
ÖNSÖZ	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Konu ve Önemi.....	1
1.2 Tezin Amacı ve İçeriği.....	2
1.3 Kullanılan Notasyon.....	3
2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU ve ÇÖZÜMÜ.....	5
2.1 Problemin Formülasyonu.....	5
2.2 Çift Uyarma Durumu.....	8
2.2.1 $u_0^e(x, y)$ 'in bir spektral gösterilimi.....	8
2.2.2 $u_1^e(x, y)$ 'in bir spektral gösterilimi.....	9
2.2.3 $u_2^e(x, y)$ 'in bir karma gösterilimi.....	10
2.2.4 $u_3^e(x, y)$ 'in değişkenlerine ayrılmış çözümü.....	11
2.2.5 $u_4^e(x, y)$ 'in bir karma gösterilimi.....	11
2.3 Sınır Koşulları ve Spektral Katsayıların Belirlenmesi.....	12
2.4 Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Yaklaşık Çözümü.....	20
2.4.1 Bir İntegral Denklem Sistemine İndirgeme.....	20
2.4.2 İntegral Denklem Sisteminin Ardışıl Çözümü.....	26
2.4.3 D_n^e, f_m^e, s_m^e ve r_m^e sabitlerinin belirlenmesi.....	33
2.5 Tek Uyarma Durumu.....	35
3. SAÇILAN ALANIN ANALİZİ.....	43
3.1 $y > b$ Bölgesinde Gelen, Yansıyan ve Kırınan Alanlar.....	44
3.1.1 $u_{13}^{e,o}, u_{14}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{13}, u_{14} 'ün elde edilmesi.....	44
3.1.2 $u_{11}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{11} 'in elde edilmesi.....	47
3.1.2.1 $\phi_1 < \pi - \phi_0'$ durumu.....	48
3.1.2.2 $\phi_1 > \pi - \phi_0'$ durumu.....	49
3.1.3 $u_{12}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{12} 'in elde edilmesi.....	51
3.2 $y < -b$ Bölgesinde Gelen ve Kırınan Alanlar.....	53
3.2.1 $\tilde{u}_{11}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve $\tilde{u}_{11}$ 'in elde edilmesi.....	54

3.2.1.1	$\phi_3 < \pi - \phi'_0$ durumu.....	55
3.2.1.2	$\phi_3 > \pi - \phi'_0$ durumu.....	56
3.2.2	$\tilde{u}_{12}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve $\tilde{u}_{12}$ 'in elde edilmesi.....	58
4.	SAYISAL UYGULAMALAR ve SONUÇLAR.....	61
4.1	Sayısal Sonuçların Elde Edilmesi.....	61
4.2	Değişik Parametrelere Göre Toplam Kırınmış Alan ve Sonuçlar.....	62
4.2.1	$\phi_0 = 120^\circ$ için değişik parametrelere göre toplam kırınmış alan grafikleri.....	74
4.2.2	$\phi_0 = 90^\circ$ için değişik parametrelere göre toplam kırınmış alan grafikleri.....	77
5.	SONUÇLAR ve GELECEK ÇALIŞMALAR.....	81
	KAYNAKLAR.....	83
	ÖZGEÇMİŞ.....	85



ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1	Problemin geometrisi.....5
Şekil 2.2a	Simetrik (çift) uyarma.....6
Şekil 2.2b	Asimetrik (tek) uyarma.....6
Şekil 2.2c	(a)'ın eşdeğeri.....6
Şekil 2.2d	(b)'in eşdeğeri.....6
Şekil 2.3	Kompleks α -düzlemi.....8
Şekil 3.1	Kompleks t-düzlemi.....45
Şekil 3.2	Değişik açılar ve uzaklıklar.....45
Şekil 3.3	$y>b$ bölgesinde gözlenen alan terimleri.....53
Şekil 3.4	$y<-b$ bölgesinde gözlenen alan terimleri.....59
Şekil 4.1a	Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi: $b=l=0.5\lambda$63
Şekil 4.1b	Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi: $b=0.5\lambda$, $l=4\lambda$63
Şekil 4.1c	Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi: $b=l=2\lambda$64
Şekil 4.1d	Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi: $b=2\lambda$, $l=8\lambda$64
Şekil 4.1e	Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi: $b=l=4\lambda$65
Şekil 4.2a	$l=\lambda$, 4λ ve 8λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $b=\lambda$, $\eta=0.1i$66
Şekil 4.2b	$l=\lambda$, 4λ ve 8λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $b=2\lambda$, $\eta=0.1i$66
Şekil 4.2c	$l=\lambda$, 4λ ve 8λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $b=4\lambda$, $\eta=0.1i$67
Şekil 4.2d	$l=\lambda$, 4λ ve 6λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $b=3\lambda$, $\eta=0.1i$67
Şekil 4.3a	$b=\lambda$, 2λ ve 4λ değerleri için $l=\lambda$, $\eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....68
Şekil 4.3b	$b=\lambda$, 2λ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=2\lambda$, $\eta=0.1i$69
Şekil 4.3c	$b=\lambda$, 2λ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=3\lambda$, $\eta=0.1i$69
Şekil 4.4a	$\eta=0.1i$, $-0.1i$ değerleri için $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....70
Şekil 4.4b	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.5i$, $-0.5i$71
Şekil 4.4c	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.9i$, $-0.9i$71
Şekil 4.4d	$\eta=0.9i$, $-0.9i$ değerleri için $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....72
Şekil 4.5	$\eta=0.0000001i$, $0.1i$, $0.5i$, $0.9i$ değerleri için $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....72
Şekil 4.6a	$l=2\lambda$, 4λ , 6λ değerleri için $b=2\lambda$, $\eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....74
Şekil 4.6b	$l=3\lambda$, 6λ , 9λ değerleri için $b=3\lambda$, $\eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....74

Şekil 4.7a	$b=\lambda, 2\lambda$ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=2\lambda, \eta=0.1i$	75
Şekil 4.7b	$b=\lambda, 2\lambda$ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=3\lambda, \eta=0.1i$	75
Şekil 4.8a	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.1i, -0.1i$	76
Şekil 4.8b	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.9i, -0.9i$	76
Şekil 4.9	$\eta=0.0000001i, 0.1i, 0.5i, 0.9i$ değerleri için $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....	77
Şekil 4.10a	$l=\lambda, 2\lambda, 3\lambda$ değerleri için $b=\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....	77
Şekil 4.10b	$l=3\lambda, 6\lambda$ ve 9λ değerleri için $b=3\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....	78
Şekil 4.11	$b=\lambda, 2\lambda$ ve 3λ değerleri için $l=\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.....	78
Şekil 4.12a	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.5i, -0.5i$	79
Şekil 4.12b	Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $\eta=0.9i, -0.9i$	79
Şekil 4.13a	$\eta=0.0000001i, 0.1i, 0.5i, 0.9i$ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=b=2\lambda$	80
Şekil 4.13b	$\eta=0.0000001i, 0.1i, 0.5i, 0.9i$ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan: $l=b=4\lambda$	81
Şekil 5.1a	İçine dielektrik tabakalar yerleştirilmiş, dış yüzeyleri farklı empedans değerlerine sahip bir tarafı açık dalga kılavuzu geometrisi.....	82
Şekil 5.1b	İç ve dış duvarları farklı empedans değerlerine sahip bir tarafı açık dalga kılavuzu geometrisi.....	82

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimim süresince kendisinden almış olduğum kompleks fonksiyonlar teorisi ve kırınım teorisi dersleri ile bu konulara ilgi duymama yol açan, aynı zamanda bilimin anlam ve önemini iyice anlamamı ve kavramamı sağlayan, örnek bilim adamı saygıdeğer hocam Prof. Dr. Mithat İdemen'e, difraksiyon teorisinin uzmanı, tez konumu belirleyen ve problemin çözüm aşamasının her adımında sabırlı ve samimi desteğinden dolayı saygıdeğer bilim adamı, hocam Prof. Dr. Alinur Büyükaksoy'a, tez konusunun seçim aşamasında ve çalışma süresince bana gösterdiği anlayış ve esneklikten dolayı tez danışmanım Prof. Dr. Filiz Güneş'e en samimi teşekkürlerimi belirtmek isterim.

Tez çalışmasında elde etmiş olduğum analitik ifadelerden, bilgisayar ortamında sayısal sonuçlar elde edilmesi aşamasında, çok değerleri zamanlarını ayırarak, bana vermiş oldukları destekten dolayı sayın hocalarım Yrd. Doç. Dr. Tuncay Uzun ve Doç. Dr. Filiz Birbir'e çok şey borçluyum.

Doktora çalışmalarımı dikkate alarak, gerekli olan bilgisayar ve teknik ortamı sağlamak amacıyla ellerinden gelen her hususta yardımlarını esirgemeyen saygıdeğer hocalarım Prof. Şefik Sarıkayalar, Prof. Dr. Taner Şengör, Doç. Dr. Ertuğrul Eriş, Doç. Dr. Oruç Bilgiç ve Yrd. Doç. Dr. Herman Sedef'e ayrı ayrı teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince kendisine yönelttiğim her soruyu üstün zekası ve matematik yeteneğiyle, çok farklı bakış açılarıyla fedakarca yanıtlayan Çintay hocam, sen bir başkasın.

Tezin yazım aşamasında yardımlarını eksik etmeyen ve bu işi keyifle yapmamı sağlayan, sevgili arkadaşlarım Kamil Dimililer, Hamid Torpi, Osman Ertürk, Bülent Bolat, Refet Ramiz ve çevremdeki tüm çalışkan ve yardımsever insanları çok seviyorum.

Sevgili ailem, hepinize kucak dolusu saygı ve sevgi.

Bedri Artuğ Çetiner
İstanbul, 1998

ÖZET

Bir tarafı açık yüzeyleri empedans özelliği gösteren dalga kılavuzundan elektromagnetik dalgaların difraksiyon probleminin asimptotik yüksek frekans çözümü Wiener-Hopf tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Bu konu mühendislik uygulamaları ve matematiksel açıdan difraksiyon teorisi için önemli bir başlıktır. Şimdiye kadar, bir tarafı açık dalga kılavuzu geometrilerinden saçılma problemleri, birçok analitik ve sayısal çözüm metodu kullanılarak ele alınmıştır. Bu çalışmaların tümünde kılavuzun yüzeyleri mükemmel iletken olarak kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ise kılavuzun boyutlarının belli şartları sağlaması durumunda geçerli olmaktadır. Bu çalışmanın esas amacı, kılavuz yüzeylerinin empedans türünden sınır şartlarını sağlaması durumunda, daha genel bir analiz yapmaktır. Görüntü tekniği kullanılarak, esas problem daha basit iki probleme indirgenmektedir. Dalga kılavuzunun iç bölgesinde toplam alanın modlar cinsinden bir seri gösterilimi ile ifade edilmesi diğer bölgelerde ise Fourier dönüşümünün kullanılması ile her bir uyarma için üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denklemleri elde edilir. Bu denklemlerin çözümü ise sonsuz boyutlu bir cebirsel denklem sistemini sağlayan sonsuz sayıda sabit içerir. Kılavuzun değişik boyutlarının ve değişik yüzey empedanslarının saçılma karakteristikleri üzerindeki etkilerini gösteren sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

ABSTRACT

An asymptotic high frequency solution is presented for the problem of electromagnetic wave diffraction by an open-ended parallel plate waveguide cavity where the walls of the cavity are impedance boundaries, using the Wiener- Hopf techniques. This is an important topic in diffraction theory from both theoretical and engineering point of views. Some of the cavity diffraction problems have been analysed thus far using a variety of different analytical and numerical methods. In all these investigations the walls of the cavity are assumed to be perfectly conducting and in order to get high accurate solution, some conditions on the size of the cavity must be satisfied. The main objective of this work is to extend the analysis to the more general case where the walls forming the waveguide cavity are impedance boundaries. By using the 'image bisection principle' the original problem is converted into two simpler problems. By expanding the total field in the waveguide region into a series of normal modes and using the Fourier transform techniques elsewhere, one obtains a modified Wiener-Hopf equations (MWHE) of the third kind for each excitations. The solution of these MWHE contains a set of infinite number of constants satisfying an infinite system of linear algebraic equations. Representative numerical examples, illustrating the effects of the different cavity sizes and surface impedances on the scattering characteristics of the cavity have been presented.

1. GİRİŞ

1.1 Konu ve Önemi

Hedef olarak niteleyebileceğimiz herhangi bir cismin radar yüzey kesitinin (RYK) tesbiti ve azaltılması teknolojik açıdan önemli bir konudur. Bu konu ile sıkı bir bağı olan bir tarafı açık dalga kılavuzlarından elektromagnetik dalgaların saçılma ve difraksiyon analizi son yıllarda büyük bir ilgi odağı oluşturmaktadır. Bu problem, jet uçaklarının motor muhafazalarına (intakes) veya karmaşık yapılarda kullanılan antenler gibi boru biçimindeki yapılara çok uygun bir model teşkil eder. Bir tarafı açık dalga kılavuzu problemlerinden bazıları, değişik çözüm teknikleri kullanılarak ele alınmıştır. Kullanılan çözüm teknikleri sayısal teknikler ve analitik teknikler olarak ikiye ayrılır. Sayısal tekniklerden olan moment metodu (Senior, 1976) ve sonlu elemanlar (Jeng, 1990) metodu bu tipten problemlerin çözümünde kullanılmıştır. Ancak bu sayısal teknikler kılavuzun boyutlarının gelen alanın dalga boyuna göre küçük olması durumunda iyi sonuçlar vermektedir. Aksi durumda, yani kılavuz boyutlarının büyümesi durumunda elde edilen sonuçların doğruluğu azalmaktadır. Sayısal tekniklerden başka kullanılan iki tipik metod dalga kılavuzu modal yaklaşımı (Lee ve Lee, 1987; Altıntaş vd., 1988) ve yüksek frekans ışın tekniğidir (Ling vd., 1989; Pathak ve Burkholder, 1989). Dalga kılavuzu modal yaklaşım tekniği kılavuz açıklığının iki dalga boyunu geçmemesi durumunda, yüksek frekans ışın tekniği ise büyük kılavuz açıklığına sahip geometrilerde kullanışlı olmaktadır.

Yukarıda bahsedilen çözüm teknikleri kılavuz geometrisinin boyutlarına bağlı olarak kullanışlıdır. Aksi halde bu teknikler kullanılarak elde edilen sonuçlar gerçeği ifade etmekten uzaktır. Problem, kılavuzun boyutlarına bağlı olmaksızın, keyfi açıklık ve uzunluk durumlarında elverişli olarak kullanılabilecek bir teknik olan Wiener-Hopf tekniği yardımıyla da bazı çalışmalarda ele alınmıştır (Kobayashi ve Sawai, 1991; Kobayashi, 1991; Koshikawa ve Kobayashi, 1991). Yukarıda ele alınan diğer çözüm yöntemlerinin kısıtlayıcı dezavantajlarını ortadan kaldıran Wiener-Hopf tekniğinin kullanıldığı problemlerde, kılavuzun yüzeyleri mükemmel iletken olarak ele alınmıştır. Bu çalışmalarda (Kobayashi, 1991; Koshikawa ve Kobayashi, 1991) radar yüzey kesitinin azaltılması amacı ile kılavuzun içine dielektrik tabakalar yerleştirilmiştir. Kılavuzun içinde

dielektrik olması ile olmaması durumundaki problemlerin matematik çözümlenmeleri arasında büyük bir fark yoktur.

Radar yüzey kesitinin azaltılması için başvurulabilecek yöntemlerden biri de söz konusu saçıcının yüzeylerini çok ince bir dielektrik tabaka ile kaplamak ve değişik dielektrik tabakalar için kırınmış alanı tesbit etmektir. Bu durumda söz konusu yüzeyler bir empedans koşulu ile modellenebilirler (Senior ve Volakis, 1995). Bu haliyle problemin matematik çözümü, şimdiye kadar anlatılanlarla karşılaştırıldığında oldukça karmaşıktır ve bu durum, bugüne kadar literatürde ele alınmamıştır.

1.2 Tezin Amacı ve İçeriği

Buraya kadar anlatılanlar gözönüne alındığında, bir tarafı açık dalga kılavuzu geometrisindeki bir yapının yüzeylerinin mükemmel iletken değil, empedans özelliği göstermesi durumunun ele alınması ile elde edilecek sonuçların uygulama açısından çok daha kullanışlı olacağı açıktır. Wiener-Hopf tekniğinin kullanılması ile ortadan kaldırılan boyut kısıtlamasının yanısıra, yüzeylerin empedans özelliği göstermesi ile uygulama yönündeki kısıtlayıcı faktöründe ortadan kaldırılması durumunda elde edilen problemin çözümü bu çalışmanın esasını teşkil eder.

Bir tarafı açık dalga kılavuzu yapısındaki geometriden saçılma probleminin elde edilecek sonuçlarının uygulama yönünden olan öneminin yanında, bu sonuçların elde edilmesi amacıyla izlenen çözüm tekniğinin matematiksel açıdan da önemi vardır. Dalga kılavuzunun iç bölgesinde toplam alanın modlar cinsinden bir seri gösterilimi ile ifade edilmesi diğer bölgelerde ise Fourier dönüşümünün kullanılması ile sınır değer problemi birbirinden bağımsız iki tane üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenir. Bu denklemlerin çözümü ise sonsuz boyutlu bir cebirsel denklem sistemi ile kesim çizgisi integrallerinin çözülmesiyle formel olarak elde edilir.

Tezin ikinci bölümünde, görüntü tekniği yaklaşımı ile esas geometriden saçılma problemi daha basit iki geometriden saçılma problemine indirgenmiş ve bu iki geometrinin formülasyonu ve çözümü yapılmıştır. Bu amaçla toplam alanın, Fourier dönüşümü ve

modal seriler kullanılarak , kılavuzun belli bölgelerindeki uygun gösterilimleri elde edilmiştir. Bu gösterilimlere sağlamaları gereken sınır koşullarının uygulanması sonucunda üçüncü tipten modifiye Wiener-Hopf denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler, Wiener-Hopf anlamında faktörizasyon ve dekompozisyon işlemlerinin uygulanması ile ayrıştırılmış ve bir kuple Fredholm integral denklem sistemi elde edilmiştir. Elde edilen integral denklem sistemi ardışık yaklaşımlar yöntemi kullanılarak yaklaşık olarak çözülmüştür.

Bölüm 3'te, ikinci bölümde elde edilen çözümler kullanılarak saçılan alanın ayrıntılı bir analizi yapılmıştır. Uygulama açısından önemi gözönünde bulundurarak $y > b$ ve $y < -b$ bölgelerinde gözlenen toplam kırınmış alan terimlerinin açık ifadeleri eğer noktası yöntemi kullanılarak asimptotik olarak elde edilmiştir.

Bölüm 4, daha önceki bölümlerde analitik olarak elde edilmiş olan toplam kırınmış alanın sayısal sonuçlarının elde edilmesine ayrılmıştır. Böylece dalga kılavuzunun boyutlarının ve kılavuz yüzey empedansının değişik değerlerinin kırınım olayına etkisini ortaya çıkaran grafikler elde edilmiştir.

Bölüm 5'de, bu bölüme kadar elde edilen analitik ve sayısal sonuçlara dayanarak yapılan incelemeler ele alınmış ve gelecek çalışmaların ne yönde olması gerektiği ifade edilmiştir.

1.3 Kullanılan Notasyon

Tezde kullanılan notasyon, uluslararası literatürde yaygın olarak kullanılmakta olan notasyondur. Örneğin iki boyutlu uzayın herhangi bir noktasının kartezyen koordinatları (x,y) ile, kutupsal koordinatları da (ρ,ϕ) ile gösterilmektedir. Ayrıca, alana ilişkin bütün terimlerin zamanla sinüsoidal olarak değiştiği ve zaman çarpanının $e^{-i\omega t}$ şeklinde olduğu varsayılmaktadır. Tezde çok yaygın bir biçimde kullanılan Fourier dönüşümü

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{i\alpha x} dx \quad (1.1a)$$

şeklinde, bunun tersi de

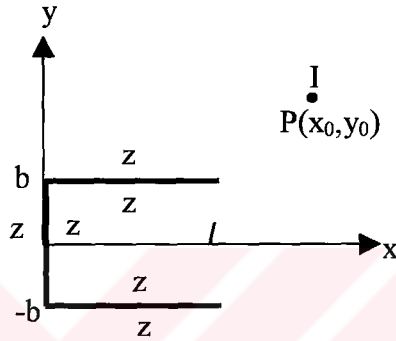
$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (1.1b)$$

olarak tanımlanmıştır. $f_+(x)$ ve $f_-(x)$ sırasıyla $(-\infty, 0)$ ve $(0, \infty)$ aralıklarında özdeşleyin sıfır olan fonksiyonları göstermek üzere, (1.1a) tanımını gözönüne alalım. $F_+(\alpha)$ fonksiyonu $f_+(x)$ 'in $F_-(\alpha)$ ise $f_-(x)$ 'in dönüşümleri olmak üzere sırasıyla üst ve alt yarı düzlemlerin belirli bir yarısında, örneğin $c, c' \in \mathfrak{R}$ olmak üzere $\text{Im}(\alpha) > c$ ve $\text{Im}(\alpha) < c'$ üst ve alt yarılarında α 'nın regüler fonksiyonlarını ifade ederler. Kompleks α düzleminin bir sonlu aralığının dışında, mesela $c' < \text{Im}(\alpha) < c$ şeridinin dışında her yerde özdeşleyin sıfır olan $f_1(x)$ gibi fonksiyonların $F_1(\alpha)$ dönüşümleri ise α 'nın tam fonksiyonlarını ifade ederler.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU ve ÇÖZÜMÜ

2.1 Problemin Formülasyonu

Oxyz verilmiş bir kartezyen koordinatlar sistemi olmak üzere, $S=\{(x,y,z): x \in (0,l), y \in (-b,b), z \in (-\infty,\infty)\}$ ile tanımlı olan bir tarafı açık dalga kılavuzu yapısındaki bölge z-eksenine paralel olarak yerleştirilmiş bir çizgisel kaynakla aydınlatılmış olsun (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Problemin geometrisi.

Boşluğun karakteristik empedansı $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ ve $\eta = i\xi$, $\xi \in \Re$ olmak üzere yüzeylerin $Z = \eta Z_0$ yüzey empedansı ile modellenebileceği kabul edilmektedir. Bir tarafı açık dalga kılavuzunu aydınlatan kaynak, $P(x_0, y_0, 0)$ noktasından geçmekte ve genliği I olan yüksek frekanslı bir alternatif elektrik akımı taşımaktadır. Problemin geometrisi ve kaynağın özellikleri gözönünde bulundurulduğunda, dalga kılavuzunun içinde ve dışında yaratılan elektromagnetik dalganın açık bir ifadesini bulmaya dayanan iki boyutlu bir difraksiyon problemi ele alınacaktır.

Saçılma geometrisinin ve kaynağın z-doğrultusunda uniform olmasının bir sonucu olarak toplam elektrik alan z-koordinatından bağımsızdır. Toplam elektrik alanın z-bileşenini $u(x,y)$ ile gösterecek olursak,

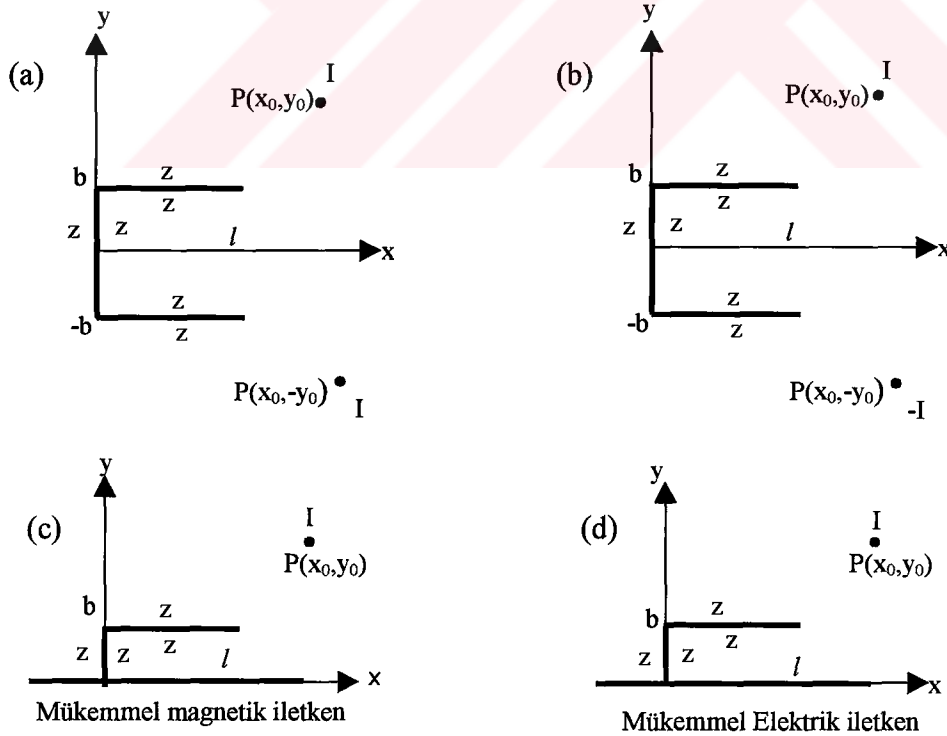
$$\vec{E} = u(x, y)\vec{e}_z \quad (2.1)$$

yazabiliriz. Amacımız, $u(x,y)$ nin aşağıda belirtilen B_n bölgeleri içindeki açık ifadelerini ayrı ayrı elde etmektir.

$$u(x,y)=u_n(x,y), (x,y) \in B_n, n=0,1,2,3,4,5 \quad (2.2a)$$

$$\begin{aligned} B_0 &= \{(x,y): y > y_0, x \in (-\infty, \infty)\} \\ B_1 &= \{(x,y): y \in (b, y_0), x \in (-\infty, \infty)\} \\ B_2 &= \{(x,y): y \in (-b, b), x \in (-\infty, 0)\} \\ B_3 &= \{(x,y): y \in (-b, b), x \in (0, l)\} \\ B_4 &= \{(x,y): y \in (-b, b), x \in (l, \infty)\} \\ B_5 &= \{(x,y): y < -b, x \in (-\infty, \infty)\} \end{aligned} \quad (2.2b)$$

Bu çalışmada görüntü prensibi kullanılarak orijinal problemin çözümü daha basit iki geometrinin çözümlerinin toplamına indirgenmiştir. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi, kaynak uyarması dört tane uyarmanın toplamı veya bunların eşdeğerleri olarak gözönüne alınabilir (Mitra ve Lee, 1971).



Şekil 2.2 a: Simetrik (çift) Uyarma, b: Asimetrik (tek) uyarma, c: (a) nin eşdeğeri, d: (c) nin eşdeğeri.

Görüntü yaklaşımında esas problemin çözümüne ilişkin iki farklı problem ele alınmasına rağmen, alanın simetrik ve asimetrik bileşenleri problemin daha en başında birbirinden ayrılacağından, sözkonusu iki problemin Wiener-Hopf formülasyonu daha basit bir şekilde elde edilir. Bu görüntü prensibini kullanmanın bir avantajıdır. Bu aşamada amacımız Şekil 2.1'deki geometri yerine Şekil 2.2c ve Şekil 2.2d'deki geometrilerden saçılma problemlerini ayrı ayrı çözmektir. $u^e(x, y)$ ve $u^o(x, y)$ sırasıyla çift ve tek uyarma durumlarına karşı düşen çözümleri göstermek üzere, bunların aşağıda belirtilen B_n bölgeleri içindeki açık ifadelerinin elde edilmesi çalışmanın esas amacını oluşturur.

$$u^{e,o}(x, y) = u_n^{e,o}(x, y), \quad (x, y) \in B_n, \quad n=0,1,2,3,4 \quad (2.3a)$$

$$\begin{aligned} B_0 &= \{(x, y) : y > y_0, \quad x \in (-\infty, \infty)\} \\ B_1 &= \{(x, y) : y \in (b, y_0), \quad x \in (-\infty, \infty)\} \\ B_2 &= \{(x, y) : y \in (0, b), \quad x \in (-\infty, 0)\} \\ B_3 &= \{(x, y) : y \in (0, b), \quad x \in (0, l)\} \\ B_4 &= \{(x, y) : y \in (0, b), \quad x \in (l, \infty)\} \end{aligned} \quad (2.3b)$$

(2.3a)'da ifade edilen $u_n^{e,o}(x, y)$ ($n=0,1,2,3,4$) fonksiyonları, dalga kılavuzunun üzerinde ve kaynağın bulunduğu yer haricindeki her yerde, x ve y nin sürekli fonksiyonlarıdır ve ikinci mertebeye kadar sürekli türevlere sahip olup,

$$\Delta u_n + k^2 u_n = 0 \quad (2.4)$$

denklemini sağlarlar. Burada k dış ortamın dalga sayısıdır. İyi kurulmuş fiziksel bir problemde, problemi modelleyen denklemin içerdiği fonksiyonların ortak bir regülerlik bandının olması gerekir. Problemi çözerken göz önüne alacağımız Fourier integrallerinin yakınsaması için dalga sayısı k 'ın $k = k_r + ik_i$ şeklinde çok küçük bir sanal bileşene sahip olduğunu varsayacağız. Neticede bulacağımız sonuçlarda $k_i \rightarrow 0$ yapılırsa iletkenliği ihmal edilebilecek ortamlara ilişkin sonuçlar elde edilir.

Bundan sonra çift uyarma haline ilişkin yukarıda (2.3b)'de belirtilen bölgelerde geçerli uygun gösterilimler elde edilecektir. Tek uyarma hali daha sonra ayrıca ele alınacaktır.

2.2 Çift uyarma durumu

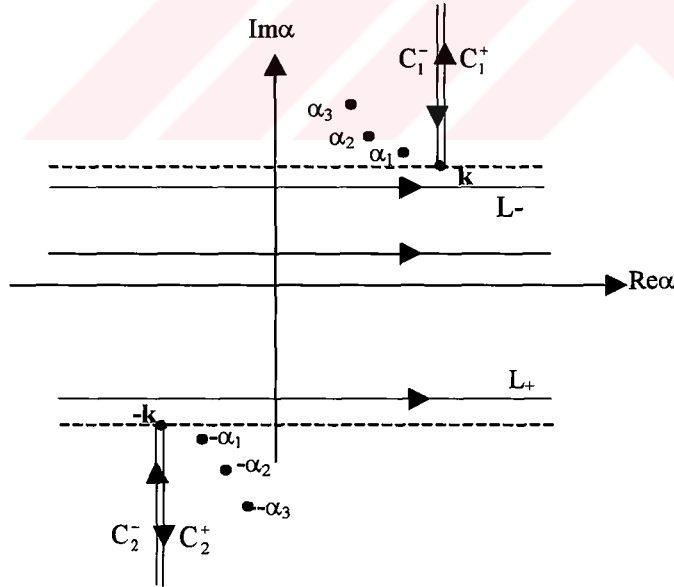
2.2.1 $u_0^e(x, y)$ 'nin bir spektral gösterilimi

$u_0^e(x, y)$ fonksiyonunun, (2.4) denklemini ve (2.5) radyasyon koşulunu

$$\sqrt{r}(\partial u / \partial r - iku) \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (2.5)$$

sağlayacak şekilde bir ifadesini ,

$$u_0^e(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L A^e(\alpha) e^{iK(\alpha)y} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.6)$$



Şekil 2.3 Kompleks α - düzlemi

olarak yazmak mümkündür. Buradaki L çizgisi $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ bandında $\text{Re}(\alpha)$ eksenine paralel bir çizgi, $A^e(\alpha)$ diğer koşullarla belirlenecek bir katsayıdır. $K(\alpha)$ ise

aşağıdaki şekilde verilir.

$$K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \quad (2.7)$$

$K(\alpha)$, α 'ın çift değerli bir fonksiyonudur. $K(\alpha)$ 'yı tek değerli olarak tanımlamak amacıyla Şekil 2.3'deki gibi kesilmiş α -düzleminde $K(0)=k$ olan Riemann yüzeyi seçilmiştir.

$y=sbt$, $|x| \rightarrow \infty$ için $u_0^e(x, y)$ fonksiyonu ,

$$u_0^e(x, y) = O(e^{ik|x|} / \sqrt{x}) \quad (2.8)$$

gibi bir davranış gösterdiğinden, Fourier integrallerinin iyi bilinen özelliklerini kullanarak (2.6)'daki $A^e(\alpha) e^{iK(\alpha)y}$ fonksiyonun $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ şeridi içinde α 'ın regüler bir fonksiyonu olduğu görülür.

2.2.2 $u_1^e(x, y)$ 'nin bir spektral gösterilimi

$y \in (b, y_0)$ ve $x \in (-\infty, \infty)$ bölgesinde tanımlı bulunan $u_1^e(x, y)$ fonksiyonun, (2.4) ve (2.5)'i sağlayacak şekilde bir ifadesi ,

$$u_1^e(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \{B^e(\alpha) e^{iK(\alpha)(y-b)} + C(\alpha) e^{-iK(\alpha)(y-b)}\} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.9)$$

şeklinde verilebilir. (2.8) bağıntısı $u_1^e(x, y)$ içinde geçerlidir. Bunu gözönünde bulundurduğumuzda $\hat{u}_1^e(\alpha, y)$, $u_1^e(x, y)$ 'in Fourier dönüşümünü göstermek üzere,

$$\hat{u}_1^e(\alpha, y) = B^e(\alpha) e^{iK(\alpha)(y-b)} + C(\alpha) e^{-iK(\alpha)(y-b)} \quad (2.10)$$

$\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ şeridi içinde α 'ın regüler bir fonksiyonudur. (2.10)'u aşağıdaki gibi de yazabiliriz.

$$\hat{u}_1^e(\alpha, y) = F_-^e(\alpha, y) + F_1^e(\alpha, y) + F_+^e(\alpha, y)e^{i\alpha l} \quad (2.11)$$

Burada,

$$\begin{aligned} F_-^e(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^0 u_1^e(x, y) e^{i\alpha x} dx \\ F_1^e(\alpha, y) &= \int_0^l u_1^e(x, y) e^{i\alpha x} dx \\ F_+^e(\alpha, y) e^{i\alpha l} &= \int_l^{\infty} u_1^e(x, y) e^{i\alpha x} dx \end{aligned} \quad (2.12)$$

$F_-^e(\alpha, y)$ ve $F_+^e(\alpha, y)$ fonksiyonları sırasıyla, $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt ve $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ üst yarı düzlemlerinde α 'ın regüler fonksiyonlarıdır. $F_1^e(\alpha, y)$ ise α 'ın bir tam fonksiyonudur.

2.2.3 $u_2^e(x, y)$ 'nin bir karma gösterilimi

$y \in (0, b)$ ve $x \in (-\infty, 0)$ bölgesi için,

$$u_2(x, y) = \begin{cases} 0 & , x > 0 \\ u_2(x, y) & , x < 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

şeklinde bir ifade yazabiliriz. (2.13) şeklindeki bir ifadeyi yazmakla $u_2^e(x, y)$ 'yi $x=0$ 'dan kılavuzun içine devam ettirmiş oluruz. Açıktır ki , $x=0$ 'da $u_2^e(x, y)$ bir süreksizlik gösterebilir. Bundan dolayı $u_2^e(x, y)$ bir distrübüsyon olarak düşünülmelidir. Ayrıca bu fonksiyonun sağlaması gereken (2.4) denklemindeki türevlerin distrübüsyon anlamında hesaplanan türevlerin regüler kısımları olduğunu gözden kaçırmamak gerekir. Bu durumda (2.4)'ün Fourier dönüşümünden,

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + K^2(\alpha) \right] G_-^e(\alpha, y) = - \left[\frac{\partial u_2^e(0, y)}{\partial x} - i\alpha u_2^e(0, y) \right] \quad (2.14)$$

elde edilir. Burada,

$$G_-^e(\alpha, y) = \int_{-\infty}^0 u_2^e(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.15)$$

şeklinde alt yarı düzlemde regüler bir fonksiyondur.

2.2.4 $u_3^e(x, y)$ 'nin değişkenlere ayrılmış çözümü

$y \in (0, b)$ ve $x \in (0, l)$ bölgesinde tanımlı bulunan $u_3^e(x, y)$ fonksiyonunun sağlaması gereken (2.4) denkleminin değişkenlerine ayrıştırılmasıyla $u_3^e(x, y)$ için aşağıdaki gibi bir ifade elde edilir:

$$u_3^e(x, y) = (C_1 e^{i\beta x} + C_2 e^{-i\beta x})(C_3 e^{i\tau y} + C_4 e^{-i\tau y}) \quad (2.16)$$

Burada,

$$\tau^2 = k^2 - \beta^2 \quad (2.17)$$

ilişkisi vardır. İleride (2.16) ifadesine sınır koşullarının uygulanması neticesinde, alanın kılavuzun iç bölgesindeki ifadesi modlar cinsinden elde edilecektir.

2.2.5 $u_4^e(x, y)$ 'nin bir karma gösterilimi

$y \in (0, b)$, $x \in (l, \infty)$ bölgesinde tanımlanan $u_4^e(x, y)$ fonksiyonu için $u_2^e(x, y)$ 'ye benzer şekilde,

$$u_4(x, y) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ u_4(x, y) & , x > 1 \end{cases} \quad (2.18)$$

yazabiliriz. Bölüm 2.2.3'de $u_2^e(x, y)$ için söylenenleri gözönünde bulundurarak, $u_4^e(x, y)$ 'nin sağlaması gereken (2.4)'ün Fourier dönüşümünü alırsak,

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + K^2(\alpha) \right] H_+(\alpha, y) = \left[\frac{\partial u_4^e(1, y)}{\partial x} - i\alpha u_4^e(1, y) \right] \quad (2.19)$$

elde edilir. Burada,

$$H_+(\alpha, y) = \int_1^{\infty} u_4^e(x, y) e^{i\alpha(x-1)} dx \quad (2.20)$$

olarak ifade edilen , üst yarı düzlemde regüler bir fonksiyondur.

2.3 Sınır Koşulları ve Spektral Katsayıların Belirlenmesi

Uyarma kaynağının ve saçılma geometrisinin fiziksel özellikleri gözönüne alınırsa B_n ($n=0,1,2,3,4$) bölgelerini birbirinden ayıran sınırlar ve dalga kılavuzunun üzerinde sağlanması gereken sınır koşulları söz konusudur. Aşağıda sıralanacak olan bu sınır koşullarının Bölüm 2.2.1 ve Bölüm 2.2.4'de elde edilen alan ifadelerine uygulanması neticesinde bu ifadelerde yer alan bilinmeyen katsayılar elde edilebilir.

$$u_0^e(x, y_0) - u_1^e(x, y_0) = 0, \quad x \in (-\infty, \infty) \quad (2.21a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [u_0^e(x, y_0) - u_1^e(x, y_0)] = ikIZ_0 \delta(x - x_0), \quad x \in (-\infty, \infty) \quad (2.21b)$$

$$(1 + \frac{\eta}{ik} \frac{\partial}{\partial y}) u_1^e(x, b) = 0, \quad x \in (0, 1) \quad (2.21c)$$

$$u_1^e(x, b) - u_2^e(x, b) = 0, \quad x \in (-\infty, 0) \quad (2.21d)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [u_1^e(x, b) - u_2^e(x, b)] = 0, \quad x \in (-\infty, 0) \quad (2.21e)$$

$$u_1^e(x, b) - u_4^e(x, b) = 0, \quad x \in (l, \infty) \quad (2.21f)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [u_1^e(x, b) - u_4^e(x, b)] = 0, \quad x \in (l, \infty) \quad (2.21g)$$

$$\frac{\partial u_2^e(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (-\infty, 0) \quad (2.21h)$$

$$\frac{\partial u_3^e(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (0, l) \quad (2.21i)$$

$$\frac{\partial u_4^e(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (l, \infty) \quad (2.21j)$$

$$(1 - \frac{\eta}{ik} \frac{\partial}{\partial y}) u_3^e(x, b) = 0, \quad x \in (0, l) \quad (2.21k)$$

$$(1 - \frac{\eta}{ik} \frac{\partial}{\partial x}) u_2^e(0, y) = 0, \quad y \in (0, b) \quad (2.21l)$$

$$(1 + \frac{\eta}{ik} \frac{\partial}{\partial x}) u_3^e(0, y) = 0, \quad y \in (0, b) \quad (2.21m)$$

$$u_3^e(l, y) - u_4^e(l, y) = 0, \quad y \in (0, b) \quad (2.21n)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [u_3^e(l, y) - u_4^e(l, y)] = 0, \quad y \in (0, b) \quad (2.21o)$$

$u_0^e(x, y_0)$ ve $u_1^e(x, y_0)$ 'ın daha önce (2.6) ve (2.9) ile verilen ifadelerine (2.21a) ve (2.21b) sınır koşullarının uygulanması neticesinde $C(\alpha)$ bilinmeyen katsayısı,

$$C(\alpha) = \frac{kIZ_0 e^{i\alpha x_0}}{2K(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y_0-b)} \quad (2.22)$$

elde edilir. Şimdi de (2.21c)'nin spektral domendeki ifadesini aşağıdaki gibi yazalım,

$$F_1^e(\alpha, b) + \frac{\eta}{ik} \dot{F}_1^e(\alpha, b) = 0 \quad (2.23)$$

Burada $\dot{F}_1^e, F_1^e$ 'ın y 'ye göre türevi anlamındadır. Daha önce elde edilen (2.9), (2.10) denklemleri (2.23) ile birlikte gözönüne alınırsa

$$F_-^e(\alpha, b) + \frac{\eta}{ik} \dot{F}_-^e(\alpha, b) + e^{i\alpha l} \left[F_+^e(\alpha, b) + \frac{\eta}{ik} \dot{F}_+^e(\alpha, b) \right] = \left[1 + \frac{\eta}{k} K(\alpha) \right] B(\alpha) + \left[1 - \frac{\eta}{k} K(\alpha) \right] C(\alpha) \quad (2.24)$$

elde edilir. Bu denklem ileride yapılacak bazı düzenlemelerden sonra $B^e(\alpha)$ bilinmeyen katsayısını tesbit etmemize olanak verecektir. Bundan sonra (2.14)'de (2.21i) ve (2.21h) sınır koşullarını kullanıp,

$$-\frac{\partial u_2^e(0, y)}{\partial x} = f^e(y) \quad (2.25)$$

tanımını yaparak,

$$G_-^e(\alpha, y) = P^e(\alpha) \cos Ky + \left[\left(1 - \frac{\eta\alpha}{k} \right) / K \right] \int_0^y f^e(t) \sin[K(y-t)] dt \quad (2.26)$$

elde edilir. Benzer şekilde (2.19)'da (2.21j) sınır koşulunu kullanıp,

$$\frac{\partial u_4^e(l, y)}{\partial x} = r^e(y) \quad (2.27a)$$

$$iu_4(l, y) = s^e(y) \quad (2.27b)$$

tanımlamalarını yaparak,

$$H_+^e(\alpha, y) = Q^e(\alpha) \cos Ky + \frac{1}{K} \int_0^y [r^e(t) - \alpha s^e(t)] \sin[K(y-t)] dt \quad (2.28)$$

elde edilir. Bu denklemlerde gözüken $P^e(\alpha), Q^e(\alpha)$ integrasyon sabitleri (2.21d)-(2.21g) koşulları arcılığıyla tek türlü olarak belirlenebilirler. Bu koşulların Fourier dönüşümleri alınacak olursa,

$$F_-^e(\alpha, b) = G_-^e(\alpha, b) \quad , \quad \dot{F}_-^e(\alpha, b) = \dot{G}_-^e(\alpha, b) \quad (2.29a)$$

$$F_+^e(\alpha, b) = G_+^e(\alpha, b) \quad , \quad \dot{F}_+^e(\alpha, b) = \dot{G}_+^e(\alpha, b) \quad (2.29b)$$

elde edilir. Daha sonra,

$$F_-^e(\alpha, b) + \frac{\eta}{ik} \dot{F}_-^e(\alpha, b) = T_-^e(\alpha) \quad (2.30a)$$

$$F_+^e(\alpha, b) + \frac{\eta}{ik} \dot{F}_+^e(\alpha, b) = T_+^e(\alpha) \quad (2.30b)$$

tanımlamaları yapıp (2.26) ve (2.28)'de yerine konursa,

$$T_-^e(\alpha) = P^e(\alpha) X^e(\alpha) + \left[\left(1 - \frac{\eta\alpha}{k} \right) / K \right] \int_0^b f^e(t) \chi^e(\alpha, t) dt \quad (2.31a)$$

$$T_+^e(\alpha) = Q^e(\alpha)X^e(\alpha) + \frac{1}{K} \int_0^b [r^e(t) - \alpha s^e(t)] \chi^e(\alpha, t) dt \quad (2.31b)$$

elde edilir. Bu denklemlerdeki $X^e(\alpha)$ ve $\chi^e(\alpha, t)$ aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$X^e(\alpha) = \cos Kb - \frac{\eta}{ik} K \sin Kb \quad (2.32a)$$

$$\chi^e(\alpha, t) = \sin K(b - t) + \frac{\eta}{ik} K \cos K(b - t) \quad (2.32b)$$

(2.31a) ve (2.31b)'den,

$$P^e(\alpha) = \frac{1}{X^e(\alpha)} \left\{ T_-^e - \left[\left(1 - \frac{\alpha \eta}{k} \right) / K \right] \int_0^b f^e(t) \chi^e(\alpha, t) dt \right\} \quad (2.33a)$$

$$Q^e(\alpha) = \frac{1}{X^e(\alpha)} \left\{ T_+^e - \frac{1}{K} \int_0^b [r^e(t) - \alpha s^e(t)] \chi^e(\alpha, t) dt \right\} \quad (2.33b)$$

elde edilir. (2.33a) ve (2.33b) ifadeleri (2.26) ve (2.28) de yerlerine konursa,

$$G_-^e(\alpha, y) = \frac{\cos Ky}{X^e(\alpha)} \left[T_-^e(\alpha) - \left[\left(1 - \frac{\eta \alpha}{k} \right) / K \right] \int_0^b f^e(t) \chi^e(\alpha, t) dt \right] \\ + \left[\left(1 - \frac{\eta \alpha}{k} \right) / K \right] \int_0^y f^e(t) \sin K(y - t) dt \quad (2.34a)$$

$$H_+^e(\alpha, y) = \frac{\cos Ky}{X^e(\alpha)} \left[T_+^e(\alpha) - \frac{1}{K} \int_0^b [r^e(t) - \alpha s^e(t)] \chi^e(\alpha, t) dt \right] \\ + \frac{1}{K} \int_0^y [r^e(t) - \alpha s^e(t)] \sin K(y - t) dt \quad (2.34b)$$

(2.34a) ve (2.34b) denklemlerinin sol yanları sırasıyla $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt yarı ve $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ üst yarı düzlemlerinde regüler olan fonksiyonlardır. Ancak bu denklemlerin sağ yanlarında bulunan $X^e(\alpha)$ fonksiyonunun hem üst hem de alt yarı düzlemlerinde kutup tekilliğine sebep olabilecek sıfırları olabilir. $X^e(\alpha)$ 'ın sıfırları,

$$\pm \alpha_m^e, \quad m=1,2,\dots \quad (2.35)$$

noktaları olsun. Bu sıfırların kutup tekilliğine sebep olmaması için, aşağıdaki iki bağıntının sağlanması gerekir.

$$T_-^e(-\alpha_m^e) = \frac{\sin K_m^e b}{2K_m^e} \left[1 - \left(\frac{\eta K_m^e}{k} \right)^2 \right] \left(b + \frac{\eta}{ik} \sin^2 K_m^e b \right) \left(1 + \alpha_m^e \frac{\eta}{k} \right) f_m^e \quad (2.36a)$$

$$T_+^e(\alpha_m^e) = \frac{\sin K_m^e b}{2K_m^e} \left[1 - \left(\frac{\eta K_m^e}{k} \right)^2 \right] \left(b + \frac{\eta}{ik} \sin^2 K_m^e b \right) (r_m^e - \alpha_m^e s_m^e) \quad (2.36b)$$

Burada,

$$K_m^e = K(\pm \alpha_m^e) \quad (2.37)$$

ve

$$\begin{bmatrix} f_m^e \\ r_m^e \\ s_m^e \end{bmatrix} = \frac{2}{\left(b + \frac{\eta}{ik} \sin^2 K_m^e b \right)} \int_0^b \begin{bmatrix} f^e(t) \\ r^e(t) \\ s^e(t) \end{bmatrix} \cos K_m^e t dt \quad (2.38)$$

konmuştur. Bu aşamada, (2.10), (2.11), (2.24), (2.29a,b) ve (2.30a,b) ifadelerinden faydalanarak yapılan bazı düzenlemelerden sonra,

$$\begin{aligned} \left[T_-^e(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^e(\alpha) \right] \frac{iK(\alpha)}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} = 2ik\tau(\alpha)C(\alpha) + \dot{F}_1^e(\alpha, b) \\ + \dot{G}_-^e(\alpha, b) + \dot{H}_+^e(\alpha, b)e^{i\alpha l} \end{aligned} \quad (2.39)$$

elde edilir. Burada,

$$\tau(\alpha) = \frac{K(\alpha)}{k + \eta K(\alpha)} \quad (2.40)$$

konmuştur. (2.34) ve (2.35) eşitliklerini kullanarak elde edilecek $\dot{G}_-^e(\alpha, b)$ ve $\dot{H}_+^e(\alpha, b)$ (2.39)'da yerine konacak olursa,

$$\begin{aligned} \left[T_-^e(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^e(\alpha) \right] \frac{\tau(\alpha)}{\Delta^e(\alpha)} = 2ik\tau(\alpha)C(\alpha) + \dot{F}_1^e(\alpha, b) \\ + \frac{1}{X^e(\alpha)} \int_0^b \left[\left(1 - \alpha \frac{\eta}{k} \right) f^e(t) + e^{i\alpha l} (r^e(t) - \alpha s^e(t)) \right] \cos Kt dt \end{aligned} \quad (2.41)$$

elde edilir. Burada,

$$\Delta^e(\alpha) = -\frac{ie^{iKb}}{k} \left[\cos Kb - \frac{\eta}{ik} K(\alpha) \sin Kb \right] \quad (2.42)$$

konmuştur. (2.41) denklemi $T_-^e(\alpha)$ ve $T_+^e(\alpha)$ fonksiyonlarını çözmemize imkan veren denklemdir. Ancak bu denklemde yer alan $f^e(t)$, $r^e(t)$ ve $s^e(t)$ fonksiyonları da bu aşamada bilinmeyen fonksiyonlardır. (2.38) bağıntısını gözönüne alırsak, bu fonksiyonlar için aşağıdaki sonsuz seri açılımlarını yazabiliriz.

$$\begin{bmatrix} f^e(t) \\ r^e(t) \\ s^e(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^e \\ r_m^e \\ s_m^e \end{bmatrix} \cos K_m^e t \quad (2.43)$$

(2.43), (2.41)'de yerine konursa, aşağıdaki Modifiye Wiener-Hopf denklemi sonuç olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} \left[T_-^e(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^e(\alpha) \right] \frac{\tau(\alpha)}{\Delta^e(\alpha)} &= 2ik\tau(\alpha)C(\alpha) + \dot{F}_1^e(\alpha, b) \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(1 - \alpha \frac{\eta}{k} \right) f_m^e + e^{i\alpha l} (r_m^e - \alpha s_m^e) \right] \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

(2.44) denklemi ikinci tipten modifiye Wiener-Hopf denklemidir. Bu aşamada amacımız bu denklemi kullanarak saçılan alanın bulunması doğrultusunda $T_-^e(\alpha)$ ve $T_+^e(\alpha)$ fonksiyonlarını çözmektir. Ardışık yaklaşımlar yöntemi ile bu fonksiyonlar için yaklaşık bir çözüm bulmak mümkündür. Bulacağımız çözümler f_m^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyenlerinide içerecektir. Ancak daha sonraki adımlarda bu bilinmeyen katsayılar da elde edilecektir.

Şimdi dalga kılavuzunun iç bölgesi olan $y \in (0, b)$, $x \in (0, l)$ bölgesini tekrar ele alalım ve bu bölgede tanımlı $u_3^e(x, y)$ 'in (2.16) ile verilen ifadesine sırasıyla (2.21i), (2.21k) ve (2.21m) sınır koşullarını uygulayalım. Sonuç olarak,

$$\tau_n^e = \sqrt{k^2 - (\beta_n^e)^2} \quad (2.45a)$$

$$\cot g(\tau_n^e b) = -\frac{\eta}{ik} \tau_n^e \quad (2.45b)$$

olmak üzere, $u_3^e(x, y)$ 'in modlar cinsinden ifadesi,

$$u_3^e(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^e \left[e^{i\beta_n^e x} - \frac{\left(1 + \beta_n^e \frac{\eta}{k} \right)}{\left(1 - \beta_n^e \frac{\eta}{k} \right)} e^{-i\beta_n^e x} \right] \cos \tau_n^e y \quad (2.45c)$$

elde edilir. (2.45b) ifadesine sağlaması gereken (2.21n,o) sınır koşullarını uygulayıp, (2.27a,b) tanımları ve (2.43) ifadesi birlikte kullanılırsa,

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^e \left[e^{i\beta_n^e l} - \frac{\left(1 + \beta_n^e \frac{\eta}{k}\right)}{\left(1 - \beta_n^e \frac{\eta}{k}\right)} e^{-i\beta_n^e l} \right] \cos \tau_n^e y = -i \sum_{n=1}^{\infty} s_m^e \cos K_m^e y \quad (2.46a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^e D_n^e \left[e^{i\beta_n^e l} + \frac{\left(1 + \beta_n^e \frac{\eta}{k}\right)}{\left(1 - \beta_n^e \frac{\eta}{k}\right)} e^{-i\beta_n^e l} \right] \cos \tau_n^e y = -i \sum_{n=1}^{\infty} r_m^e \cos K_m^e y \quad (2.46b)$$

ilişkileri elde edilir. (2.46a) ve (2.46b) denklemleriyle birlikte, daha ileride $T_-^e(\alpha)$ ve $T_+^e(\alpha)$ 'ya ilişkin elde edilecek olan denklemler aracılığıyla D_n^e , f_m^e , s_m^e ve r_m^e bilinmeyen katsayıları belirlenecektir.

2.4 Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Yaklaşık Çözümü

2.4.1 Bir integral denklem sistemine indirgeme

Bu aşamada amacımız (2.44) denkleminde, $T_-^e(\alpha)$ ve $T_+^e(\alpha)$ fonksiyonlarını çözmeye yönelik integral denklem sistemini elde etmektir. (2.44) denklemini gözönüne alalım ve ilk adım olarak,

$$\tau(\alpha) = \tau_-(\alpha) \tau_+(\alpha) \quad (2.47a)$$

$$\Delta^e(\alpha) = \Delta_-^e(\alpha) \Delta_+^e(\alpha) \quad (2.47b)$$

şeklinde çarpanlara ayırma işlemini yapalım. Burada (-) ve (+) alt indisleri sırasıyla $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt ve $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ üst yarı düzlemlerinde regüler ve sıfırları olmayan

fonksiyonları ifade ederler. $\Delta_{\pm}^e(\alpha)$ çarpanları

$$\Delta_+^e(\alpha) = \sqrt{\frac{-i}{k}} \left(\cos kb - \frac{\eta}{i} \sin kb \right)^{1/2} e^{\left[\frac{Kb}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK}{k} \right) \right]} e^{\left[\frac{i\alpha b}{\pi} \left(1 - C + \ln \frac{2\pi + i\pi}{kb} + \frac{i\pi}{2} \right) \right]} \times \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_n^e} \right) e^{\frac{i\alpha b}{n\pi}} \quad (2.48a)$$

$$\Delta_-^e(\alpha) = \Delta_+^e(-\alpha) \quad (2.48b)$$

olarak verirler (Noble, 1958). $\tau(\alpha)$ 'nı $\tau_+(\alpha)$ ve $\tau_-(\alpha)$ çarpanları Maliuzhinets fonksiyonları kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilirler (Maliuzhinets, 1958);

$$\tau_+(k \cos \phi) = \frac{4}{\sqrt{\eta}} \sin \frac{\phi}{2} \left\{ \frac{M_{\pi}(3\pi/2 - \phi - \theta) M_{\pi}(\pi/2 - \phi + \theta)}{M_{\pi}^2(\pi/2)} \right\}^2 \times \left\{ \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi/2 - \phi + \theta}{2} \right) \right] \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{3\pi/2 - \phi - \theta}{2} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (2.49a)$$

$$\tau_-(k \cos \phi) = \tau_+(-k \cos \phi) \quad (2.49b)$$

Burada,

$$\sin \theta = \frac{1}{\eta} \quad (2.49c)$$

ve

$$M_{\pi}(z) = \exp \left\{ -\frac{1}{8\pi} \int_0^z \frac{\pi \sin u - 2\sqrt{2} \sin(u/2) + 2u}{\cos u} du \right\} \quad (2.49d)$$

konmuştur.

(2.47a) ve (2.47b) ifadelerini gözönüne alarak, (2.44) denkleminin her iki tarafını $\frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)}$

ile çarpalım. Bazı düzenlemelerden sonra,

$$\begin{aligned} T_-^e(\alpha) \frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^e(\alpha)} + e^{i\alpha l} T_+^e(\alpha) \frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^e(\alpha)} &= 2ik\Delta_+^e(\alpha)\tau_-(\alpha)C(\alpha) + \dot{F}_1^e(\alpha, b) \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \\ &+ \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(1 - \alpha \frac{\eta}{k} \right) f_m^e + e^{i\alpha l} (r_m^e - \alpha s_m^e) \right] \frac{K_m^e \cos K_m^e b}{\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2} \end{aligned} \quad (2.50)$$

elde edilir. Burada eşitliğin sol tarafındaki ilk terim α - düzleminin $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ ile belirli üst yarısında, sağ tarafındaki ilk terim ise $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ ile belirli alt yarısında regülerdir. Bunların dışında kalan terimleri de, Cauchy formülünü kullanarak bu fonksiyonların toplamı biçiminde yazmak mümkündür. Cauchy integrallerini kullanarak yapılabilecek bu işlemler aşağıda gerekli her bir terim için yapılmıştır. Aşağıdaki denklemlerde gözüken L_+ ve L_- çizgileri Şekil 2.3’de belirtilen çizgilerdir.

İlk önce (2.50) denkleminin sol yanındaki ikinci terimi aşağıdaki gibi iki integralin toplamı şeklinde yazabiliriz.

$$\frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^e(\alpha)} T_+^e(\alpha) e^{i\alpha l} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\tau_-(\beta) T_+^e(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} \frac{\tau_-(\beta) T_+^e(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \quad (2.51)$$

(2.50) eşitliğinin sağ yanındaki ilk terim,

$$2ik\tau_-(\alpha)\Delta_+^e(\alpha)C(\alpha) = I_+^e(\alpha) + I_-^e(\alpha) \quad (2.52a)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$I_{\pm}^e(\alpha) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{L_{\pm}} \frac{2ik\tau_-(\beta)\Delta_+^e(\beta)C(\beta)}{\beta - \alpha} d\beta \quad (2.52b)$$

konmuştur. Şimdi (2.50)’in sağ yanındaki son terimi iki parçaya ayırılım ve ilk parçayı

$$\frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} (1 - \alpha \frac{\eta}{k}) f_m^e \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{(\alpha)^2 - (\alpha_m^e)^2} = \Omega_m^{-e}(\alpha) + \Omega_m^{+e}(\alpha) \quad (2.53a)$$

şeklinde yazalım. Buradaki $\Omega_m^{\pm e}(\alpha)$ aşağıdaki integrallerden elde edilir.

$$\Omega_m^{\pm e}(\alpha) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{L_{\pm}} \frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \sum_{m=1}^{\infty} (1 - \beta \frac{\eta}{k}) f_m^e \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{(\beta)^2 - (\alpha_m^e)^2} \frac{d\beta}{(\beta - \alpha)} \quad (2.53b)$$

(2.53b)'yi hesaplırsak,

$$\begin{aligned} \Omega_m^{+e}(\alpha) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (1 - \alpha_m^e \frac{\eta}{k}) f_m^e \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha_m^e - \alpha)} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} (1 - \alpha \frac{\eta}{k}) f_m^e \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2} \end{aligned} \quad (2.53c)$$

$$\Omega_m^{-e}(\alpha) = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (1 - \alpha_m^e \frac{\eta}{k}) f_m^e \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha_m^e - \alpha)} \quad (2.53d)$$

elde edilir. (2.50)'in sağ yanındaki son terimin ikinci parçası ise,

$$\frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \sum_{m=1}^{\infty} (r_m^e - \alpha s_m^e) e^{i\alpha l} \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2} = \omega_m^{+e}(\alpha) + \omega_m^{-e}(\alpha) \quad (2.54a)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,

$$\omega_m^{\pm e}(\alpha) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{L_{\pm}} \frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \sum_{m=1}^{\infty} (r_m^e - \beta s_m^e) e^{i\beta l} \quad (2.54b)$$

konmuştur. (2.54b) integrallerini hesaplırsak

$$\begin{aligned}\omega_m^{+e}(\alpha) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (r_m^e - \alpha_m^e s_m^e) e^{i\alpha_m^e l} \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha_m^e - \alpha)} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} (r_m^e - \alpha_m^e s_m^e) e^{i\alpha l} \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2}\end{aligned}\quad (2.54c)$$

$$\omega_m^{-e}(\alpha) = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (r_m^e - \alpha_m^e s_m^e) e^{i\alpha_m^e l} \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha_m^e - \alpha)} \quad (2.54d)$$

elde ederiz.

Yukarıdaki (2.51)-(2.54) ifadeleri (2.50)'de yerine konursa bazı düzenlemelerden sonra,

$$\begin{aligned}T_-^e(\alpha) \frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^e(\alpha)} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} T_+^e(\beta) \frac{\tau_-(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta - I_-^e(\alpha) - \Omega_m^{-e}(\alpha) - \omega_m^{-e}(\alpha) = \\ - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} T_+^e(\beta) \frac{\tau_-(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta + I_+^e(\alpha) + \Omega_m^{+e}(\alpha) + \omega_m^{+e}(\alpha) + \dot{F}_1^e(\alpha, b) \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)}\end{aligned}\quad (2.55)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin sol yanı alt yarı düzlemde regüler sağ yanı ise üst yarı düzlemde regüler olan fonksiyonlardan oluşmaktadır. Denklemin sağ yanına $\Pi^+(\alpha)$ sol yanına $\Pi^-(\alpha)$ diyelim ve (2.55)'i yeniden şöyle yazalım,

$$\Pi^+(\alpha) = \Pi^-(\alpha) : \quad \text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k) \quad (2.56)$$

Analitik devam ilkesi uyarınca $Q(\alpha)$ bir tam fonksiyon olmak üzere,

$$Q(\alpha) = \begin{cases} \Pi^+(\alpha), & \text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k) \\ \Pi^-(\alpha), & \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k) \end{cases} \quad (2.57)$$

yazabiliriz. Öte yandan

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1(x, b)}{\partial y} &= O(x^{-1/3}), & x \rightarrow 0 \\ &= O[(x-1)^{-1/2}], & x \rightarrow 1\end{aligned}\quad (2.58a)$$

$$\begin{aligned}u_1(x, b) &= O(x^{2/3}), & x \rightarrow 0 \\ &= O[(x-1)^{1/2}], & x \rightarrow 1\end{aligned}\quad (2.58b)$$

ayrıt koşulları uyarınca, $T_{\pm}^e(\alpha)$ fonksiyonları kendi regülerlik bölgelerinde, $|\alpha| \rightarrow \infty$ olurken,

$$T_+^e(\alpha) = O(\alpha^{-3/2}), \quad T_-^e(\alpha) = O(\alpha^{-5/3}) \quad (2.58c)$$

gibi davranırlar. Ayrıca $\tau_{\pm}(\alpha)$ ve $\Delta_{\pm}^e(\alpha)$ fonksiyonlarının tanımlarına bakarsak

$$\frac{\tau_{\pm}(\alpha)}{\Delta_{\pm}^e(\alpha)} = O(1) \quad (2.58d)$$

olduğu sonucuna varırız. Yukarıdaki merteye bağıntıları ile birlikte Liouville teoreminin bir sonucu olarak (2.57)'deki $Q(\alpha)$ tam fonksiyonunun sıfır olduğu sonucuna varılır. Bu sonuçlar kullanılarak (2.55)'den

$$T_-^e(\alpha) \frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^e(\alpha)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} T_+^e(\beta) \frac{\tau_-(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta + I_-^e(\alpha) + \Omega_m^{-e}(\alpha) + \omega_m^{-e}(\alpha) \quad (2.59)$$

elde edilir. (2.59) denklemi $T_-^e(\alpha)$ fonksiyonunu bulmamıza yarayan denklemdir.

Bu defa (2.44) denkleminin her iki yanını $\frac{\Delta_-^e(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} e^{i\alpha l}$ ile çarpalım ve yukarıda yapılanları

tekrar edelim. Sonuç olarak $T_+^e(\alpha)$ 'yı bulmamıza yarayacak olan,

$$T_+^e(\alpha) \frac{\tau_+(\alpha)}{\Delta_+^e(\alpha)} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} T_-^e(\beta) \frac{\tau_+(\beta)}{\Delta_+^e(\beta)} \frac{e^{-i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta + \tilde{I}_+^e(\alpha) + \Theta_m^{+e}(\alpha) + \tilde{\Theta}_m^{+e}(\alpha) \quad (2.60)$$

denklemini elde edilir. Burada,

$$\tilde{I}_+^e(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{2ik\tau_+(\beta)\Delta_-^e(\beta)C(\beta)e^{-i\beta l}}{\beta - \alpha} d\beta \quad (2.61a)$$

$$\Theta_m^{+e}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (1 + \alpha_m^e \frac{\eta}{k}) f_m^e e^{i\alpha_m^e l} \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha + \alpha_m^e)} \quad (2.61b)$$

$$\tilde{\Theta}_m^{+e}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} (r_m^e + \alpha_m^e s_m^e) \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e (\alpha + \alpha_m^e)} \quad (2.61c)$$

konmuştur. (2.59) ve (2.60) denklemleri $T_{\pm}^e(\alpha)$ fonksiyonları için ikinci tipten bir Fredholm integral denklem sistemi oluştururlar.

2.4.2 İntegral denklem sisteminin ardışıl çözümü

(2.59) ve (2.60) denklemlerinin oluşturduğu integral denklem sistemini ardışıl bir yöntemle çözmek ve $T_+^e(\alpha)$ ve $T_-^e(\alpha)$ fonksiyonları için n.mertebede kadar olan çözümler elde etmek mümkündür. Gerçekten, eğer (kl) yeterince büyükse, bu denklemlerde gözüken serbest terimler integrallerden gelecek olan katkıya göre daha etkindirler ve birinci mertebeden çözümleri verirler. Bunların integral denklemlerde kullanılmasıyla, daha yüksek mertebeden çözümler elde edilir. Bizim amacımız açısından ikinci mertebeye kadar olan çözümlerin elde edilmesi yeterlidir. Aşağıda $T_{\pm}^e(\alpha)$ için ikinci mertebeye kadar olan çözümler verilmiştir.

$$T_{\pm}^e(\alpha) = T_{\pm}^{e1}(\alpha) + T_{\pm}^{e2}(\alpha) \quad (2.62)$$

Burada, birinci mertebe terimleri, $T_{\pm}^{e1}(\alpha)$ ın açık ifadeleri,

$$\psi_m^{-e} = -\frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} \left[(r_m^e - \alpha_m^e s_m^e) e^{i\alpha_m^e l} + (1 - \alpha_m^e \frac{\eta}{k}) f_m^e \right] \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e} \quad (2.63a)$$

$$\theta_m^{+e} = -\frac{\Delta_+^e(\alpha_m^e)}{\tau_+(\alpha_m^e)} \left[(r_m^e + \alpha_m^e s_m^e) + (1 + \alpha_m^e \frac{\eta}{k}) f_m^e e^{i\alpha_m^e l} \right] \frac{K_m^e \sin K_m^e b}{2\alpha_m^e} \quad (2.63b)$$

olmak üzere,

$$T_+^{e1}(\alpha) = \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \left[\tilde{I}_+^e(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{\alpha_m^e + \alpha} \right] \quad (2.64a)$$

$$T_-^{e1}(\alpha) = \frac{\Delta_-^e(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} \left[I_-^e(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{\alpha_m^e - \alpha} \right] \quad (2.64b)$$

olarak verilir. Yukarıdaki $I_-^e(\alpha)$ ve $\tilde{I}_+^e(\alpha)$ fonksiyonları ise bunların daha önce (2.52b) ve (2.61a) ile verilmiş olan ifadelerinden,

$$x_0 - l = \rho_0 \cos \phi_0, \quad y_0 - b = \rho_0 \sin \phi_0 \quad (2.65a)$$

$$x_0 = \rho'_0 \cos \phi'_0, \quad y_0 - b = \rho'_0 \sin \phi'_0 \quad (2.65b)$$

$$\beta = -k \cos t \quad (2.65c)$$

koymakla,

$$I_-^e(\alpha) = \frac{Ik^2 Z_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{\tau_-(k \cos \phi'_0) \Delta_+^e(k \cos \phi'_0)}{\alpha - k \cos \phi'_0} \frac{e^{ik\rho'_0}}{\sqrt{k\rho'_0}} \\ + i \frac{k^2 IZ_0}{K(\alpha)} \tau_-(\alpha) \Delta_+^e(\alpha) e^{i\alpha x_0} e^{iK(y_0-b)} H[\text{Im}(\alpha - k \cos \phi'_0)] \quad (2.66a)$$

$$\tilde{I}_+^e(\alpha) = \frac{-Ik^2 Z_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{\tau_+(k \cos \phi_0) \Delta_+^e(k \cos \phi_0)}{\alpha - k \cos \phi_0} \frac{e^{ik\rho_0}}{\sqrt{k\rho_0}} \\ + i \frac{k^2 IZ_0}{K(\alpha)} \tau_+(\alpha) \Delta_-^e(\alpha) e^{i\alpha(x_0-1)} e^{iK(y_0-b)} H[\text{Im}(k \cos \phi_0 - \alpha)] \quad (2.66b)$$

elde edilir. Burada H birim basamak fonksiyonunu belirtir. İkinci merteye terimleri $T_{\pm}^{e2}(\alpha)$ 'ın açık ifadeleri ise aşağıdaki gibidir.

$$T_+^{e2}(\alpha) = \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} J^e(\alpha) \quad (2.67a)$$

$$T_-^{e2}(\alpha) = \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} \tilde{J}^e(\alpha) \quad (2.67b)$$

Buradaki $J^e(\alpha)$ ve $\tilde{J}^e(\alpha)$ fonksiyonları aşağıdaki gibi verilir.

$$J^e(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} T_-^{e1}(\beta) \frac{\tau_+(\beta)}{\Delta_+^e(\beta)} \frac{e^{-i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \quad (2.68a)$$

$$\tilde{J}^e(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} T_+^{e1}(\beta) \frac{\tau_-(\beta)}{\Delta_-^e(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \quad (2.68b)$$

Daha önce (2.64a,b) eşitlikleriyle verilen birinci merteye çözümleri, sırasıyla (2.68a,b) de yerine konursa,

$$J^e(\alpha) = J_1^e(\alpha) + J_2^e(\alpha) \quad (2.69a)$$

$$\tilde{J}^e(\alpha) = \tilde{J}_1^e(\alpha) + \tilde{J}_2^e(\alpha) \quad (2.69b)$$

yazabiliriz. (2.69a,b)'deki terimler aşağıdaki gibi verilir.

$$J_1^e(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_-^e(\beta)}{\tau_-(\beta)} \right]^2 \frac{I_-^e(\beta)}{(\beta - \alpha)} e^{-i\beta l} d\beta \quad (2.70a)$$

$$J_2^e(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_-^e(\beta)}{\tau_-(\beta)} \right]^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e - \beta)} \frac{e^{-i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \quad (2.70b)$$

$$\tilde{J}_1^e(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \right]^2 \frac{\tilde{I}_+^e(\beta)}{(\beta - \alpha)} e^{i\beta l} d\beta \quad (2.71a)$$

$$\tilde{J}_2^e(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \right]^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e + \beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \quad (2.71b)$$

(2.70a,b) ve (2.71a,b) integrallerini hesaplayacak olursak,

$$J_{1,2}^e(\alpha) = J_{11,21}^e(\alpha) + J_{12,22}^e(\alpha) \quad (2.72a)$$

$$\tilde{J}_{1,2}^e(\alpha) = \tilde{J}_{11,21}^e(\alpha) + \tilde{J}_{11,22}^e(\alpha) \quad (2.72b)$$

elde ederiz. (2.72a,b) de gözüken terimlerin açık ifadeleri aşağıda elde edilmiştir. Bu ifadelerin elde edilmesi amacıyla (2.70a,b) ve (2.71a,b) integralleri, kesim çizgisi üzerindeki integraller ve rezidü katkıları olmak üzere iki parçada hesaplanmıştır. Aşağıda (2.73a), (2.74), (2.75a) ve (2.76) ile verilen ifadeler sırasıyla (2.70a,b) ve (2.71a,b) integrallerinin kesim çizgileri üzerinde hesaplanan kısımlarıdır.

$$\begin{aligned}
J_{11}^e(\alpha) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{C_2^+ + C_2^-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_-^e(\beta)}{\tau_-(\beta)} \right]^2 \frac{I_-^e(\beta)}{(\beta - \alpha)} e^{-i\beta l} d\beta \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^e(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \tilde{I}_-^e(-k) \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \{b_1 [1 - F[kl(1 + \cos\phi'_0)]] \\
&\quad + b_2 [1 - F[kl(1 + \alpha/k)]] + b_3 [1 - F[kl(1 - T)]]\}
\end{aligned} \tag{2.73a}$$

burada,

$$T = (1 - 1/\eta^2)^{1/2} \tag{2.73b}$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= \frac{1}{k(\cos\phi'_0 + T)(k \cos\phi'_0 - \alpha)}, \quad b_2 = \frac{1}{(\alpha + kT)(\alpha - k \cos\phi'_0)} \\
b_3 &= \frac{1}{k(\alpha + kT)(\cos\phi'_0 + T)}
\end{aligned} \tag{2.73c}$$

$$\tilde{I}_-^e(\alpha) = I_-^e(\alpha)(\alpha - k \cos\phi'_0) \tag{2.73d}$$

ile verilir.

$$\begin{aligned}
J_{21}^e(\alpha) &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{C_2^+ + C_2^-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_-^e(\beta)}{\tau_-(\beta)} \right]^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e - \beta)} \frac{e^{-i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left(\frac{\Delta_+^e(k)}{\tau_+(k)} \right)^2 \frac{1}{(\alpha + kT)} \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n^{-e}(-k)}{(\alpha_m^e + k)} \\
&\quad \times \{F[kl(1 - T)] - F[kl(1 + \alpha/k)]\}
\end{aligned} \tag{2.74}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_{11}^e(\alpha) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{C_2^+ + C_2^-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \right]^2 \frac{\tilde{I}_+^e(\beta)}{(\beta - \alpha)} e^{i\beta l} d\beta \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^e(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \tilde{I}_+^e(k) \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \{a_1 [1 - F[kl(1 - \cos\phi_0)]] \\
&\quad + a_2 [1 - F[kl(1 - \alpha/k)]] + a_3 [1 - F[kl(1 - T)]]\}
\end{aligned} \tag{2.75a}$$

Burada,

$$a_1 = \frac{1}{k(\cos\phi_0 - T)(k\cos\phi_0 - \alpha)}, \quad a_2 = \frac{1}{(\alpha - kT)(\alpha - k\cos\phi_0)} \quad (2.75b)$$

$$a_3 = \frac{1}{k(\alpha - kT)(\cos\phi_0 - T)}$$

$$\tilde{\tilde{I}}_+^e(\alpha) = \tilde{I}_+^e(\alpha)(\alpha - k\cos\phi_0) \quad (2.75c)$$

ile verilir.

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{21}^e(\alpha) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{C_1^+ + C_1^-} \frac{\tau(\beta)}{\Delta^e(\beta)} \left[\frac{\Delta_+^e(\beta)}{\tau_+(\beta)} \right]^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e + \beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^e(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \frac{1}{(\alpha - kT)} \frac{e^{ikl}}{\sqrt{k l}} \\ &\quad \times \left\{ F[kl(1-T)] - F\left[kl\left(1 - \frac{\alpha}{k}\right)\right] \right\} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e + k)} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Kesim çizgileri üzerindeki integralleri hesapladıktan sonra, aşağıda (2.70a,b) ve (2.71a,b) integrallerinin rezidü katkılarından elde edilen terimler verilmiştir.

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{12}^e(\alpha) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(K_n^e)^2 \sin K_n^e b \left[\Delta_+^e(\alpha_n^e) / \tau_+(\alpha_n^e) \right]^2 \tilde{I}_+^e(\alpha_n^e)}{\alpha_n^e b \left[X^o(\alpha_n^e) + \frac{\eta}{ikb} \sin K_n^e b \right] (\alpha_n^e - \alpha)} e^{i\alpha_n^e l} \\ &\quad + \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^e(kT) / \tau_+(kT) \right]^2 \tilde{I}_+^e(kT)}{TX^e(kT)(kT - \alpha)} e^{ikTl} \end{aligned} \quad (2.77a)$$

Burada,

$$X^o(\alpha) = \sin Kb + \frac{\eta}{ikb} K \cos Kb \quad (2.77b)$$

konmuştur.

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{22}^e(\alpha) = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(K_n^e)^2 \sin K_n^e b \left[\Delta_+^e(\alpha_n^e)/\tau_+(\alpha_n^e) \right]^2}{\alpha_n^e b \left[X^o(\alpha_n^e) + \frac{\eta}{ikb} \sin K_n^e b \right]} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_n^e - \alpha)(\alpha_m^e + \alpha_n^e)} e^{i\alpha_n^e l} \\ & + \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^e(kT)/\tau_+(kT) \right]^2}{TX^e(kT)(kT - \alpha)} e^{ikTl} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e + kT)} \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\begin{aligned} J_{12}^e(\alpha) = & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(K_n^e)^2 \sin K_n^e b \left[\Delta_+^e(\alpha_n^e)/\tau_+(\alpha_n^e) \right]^2 I_-^e(-\alpha_n^e)}{\alpha_n^e b \left[X^o(\alpha_n^e) + \frac{\eta}{ikb} \sin K_n^e b \right]} e^{i\alpha_n^e l} \\ & + \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^e(kT)/\tau_+(kT) \right]^2 I_-^e(-kT)}{TX^e(-kT)(kT + \alpha)} e^{ikTl} \end{aligned} \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned} J_{22}^e(\alpha) = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(K_n^e)^2 \sin K_n^e b \left[\Delta_+^e(\alpha_n^e)/\tau_+(\alpha_n^e) \right]^2}{\alpha_n^e b \left[X^o(\alpha_n^e) + \frac{\eta}{ikb} \sin K_n^e b \right]} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha + \alpha_n^e)(\alpha_m^e + \alpha_n^e)} e^{i\alpha_n^e l} \\ & + \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^e(kT)/\tau_+(kT) \right]^2}{TX^e(kT)(kT + \alpha)} e^{ikTl} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e + kT)} \end{aligned} \quad (2.80)$$

Yukarıda (2.73)-(2.76) ifadelerinde yer alan $F(\alpha)$ fonksiyonu,

$$F(\alpha) = -2i\sqrt{\alpha} e^{-i\alpha} \int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} e^{it^2} dt \quad (2.81)$$

olarak tanımlanmış modifiye Fresnel integralini ifade eder. Ayrıca $C_1^{\pm}, C_2^{\pm}$ integral çizgileri Şekil 2.3'de gösterildiği gibidir.

Böylece yukarıda elde edilenleri gözönüne alırsak $T_{\pm}^{e2}(\alpha)$ için aşağıdaki sonuçları yazabiliriz.

$$T_+^e(\alpha) = \frac{\Delta_+^e(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} [J_{11}^e(\alpha) + J_{12}^e(\alpha) + J_{21}^e(\alpha) + J_{22}^e(\alpha)] \quad (2.82a)$$

$$T_-^e(\alpha) = \frac{\Delta_-^e(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} [\tilde{J}_{11}^e(\alpha) + \tilde{J}_{12}^e(\alpha) + \tilde{J}_{21}^e(\alpha) + \tilde{J}_{22}^e(\alpha)] \quad (2.82b)$$

2.4.3 D_n^e, f_m^e, s_m^e ve r_m^e sabitlerinin belirlenmesi

Yukarıda, $T_{\pm}^{e1}(\alpha)$ ve $T_{\pm}^{e2}(\alpha)$ 'in elde edilen çözüm ifadelerindeki f_m^e, s_m^e ve r_m^e sabitleri ile $u_3^e(x, y)$ 'nin (2.45c)'de verilen ifadesinde yer alan D_n^e sabitleri bu ifadelerde bilinmeyen olarak yer alırlar. Bu bölümde bu sabitlerin elde edilmesi ele alınacaktır.

Bilinmeyen sabitlerin elde edilmesine ilişkin olarak ilk önce (2.36a,b) denklemleri ile (2.62), (2.64a,b) ve (2.82a,b) denklemleri gözönüne alınırsa,

$$T_+^e(\alpha_i^e) \cong T_+^{e1}(\alpha_i^e) + T_+^{e2}(\alpha_i^e) \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.83a)$$

$$T_-^e(-\alpha_i^e) \cong T_-^{e1}(-\alpha_i^e) + T_-^{e2}(-\alpha_i^e) \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.83b)$$

yazabiliriz. Bu iki denkleme ilaveten, (2.46a,b) denklemlerini gözönüne alırsak sonsuz bilinmeyenli sonsuz cebirsel denklemden oluşan bir sistem elde ederiz. (2.46a,b) denklemleri D_n^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyenlerini, (2.83a,b) denklemleri ise f_m^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyenlerini içermektedir. İlk önce, (2.46a,b) denklemlerinde yapılan bazı düzenlemelerden sonra, D_n^e bilinmeyenlerini yok ederek sadece s_m^e ve r_m^e bilinmeyenlerini içerecek şekilde aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_m^e \sin K_m^e b X^e(\beta_i^e)}{(\beta_i^e)^2 - (\alpha_m^e)^2} (C_i^e s_m^e - r_m^e) = 0 \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.84a)$$

Burada β_i^e ler,

$$\cot g \tau_i^e b = -\frac{\eta}{ik} \tau_i^e \quad (2.84b)$$

denkleminin kökleridir. C_i^e ise aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$C_i^e = \beta_i^e \frac{\left[e^{i\beta_i^e l} - \frac{(1 + \beta_i^e \eta/k)}{(1 - \beta_i^e \eta/k)} e^{-i\beta_i^e l} \right]}{\left[e^{i\beta_i^e l} + \frac{(1 + \beta_i^e \eta/k)}{(1 - \beta_i^e \eta/k)} e^{-i\beta_i^e l} \right]} \quad (2.84c)$$

(2.84a) denklemi ile (2.83a,b) denklemleri f_m^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyenlerini içeren 3 tane sonsuz denklemdirler. Bu üç denklem kullanılarak yapılan bazı düzenlemelerden sonra,

$$[A] \begin{bmatrix} f_m^e \\ s_m^e \\ r_m^e \end{bmatrix} = [B] \quad (2.85)$$

şeklinde bir denklem sistemi elde edilir. Burada $[A]$ $3m \times 3m$ ($m \rightarrow \infty$) boyutlu katsayılar matrisi, $[B]$ ise $3m \times 1$ ($m \rightarrow \infty$) boyutlu sağ yan sütun matrisidir. Bu denklem sistemi, bazı sayısal teknikler kullanılarak, m 'i çözümün yakınsadığı noktada tesbit ettikten sonra, f_m^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyen sabitlerini çok iyi bir yaklaşıklıkla çözmeye elverişli bir tarzdadır. Burada Gauss-eliminasyon sayısal tekniği kullanılmıştır.

f_m^e, s_m^e ve r_m^e bilinmeyenleri yukarıda anlatıldığı gibi elde edildikten sonra, (2.46a) veya (2.46b)'yi kullanarak D_n^e bilinmeyenlerini de s_m^e veya r_m^e cinsinden aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

$$D_n^e = \frac{-i}{\left[e^{i\beta_i^e l} - \frac{(1 + \beta_i^e \eta/k)}{(1 - \beta_i^e \eta/k)} e^{-i\beta_i^e l} \right] \left(\frac{b}{2} + \frac{\sin 2\tau_i^e b}{4\tau_i^e} \right)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{s_m^e K_m^e \sin K_m^e b X^e(\beta_i^e)}{(\beta_i^e)^2 - (\alpha_m^e)^2}, i=1,2.. \quad (2.86a)$$

veya,

$$D_n^e = \frac{-i\beta_i^e}{\left[e^{i\beta_i^e l} + \left(\frac{1+\beta_i^e \eta/k}{1-\beta_i^e \eta/k} \right) e^{-i\beta_i^e l} \right] \left(\frac{b}{2} + \frac{\sin 2\tau_i^e b}{4\tau_i^e} \right)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{r_m^e K_m^e \sin K_m^e b X^e(\beta_i^e)}{(\beta_i^e)^2 - (\alpha_m^e)^2}, i=1,2.. \quad (2.86b)$$

2.5 Tek Uyarma Durumu

Tek uyarma durumundaki çözümün elde edilmesinde izlenecek yol, Şekil 2.2d geometrisini gözönüne alıp çift uyarma halinde izlenen yolu izlemektir. Bu bölümün amacı iki durum arasındaki farklılıkları ortaya koyup bunların sebep olduğu farklı sonuçları doğrudan vermektir.

Çift uyarma durumundaki sınır ve süreklilik koşulları (2.21h,i,j) dışında burada da aynen geçerlidir. Farklı uç sınır koşulu aşağıdaki gibidir.

$$u_2^o(x,0) = 0, \quad x \in (-\infty, 0) \quad (2.87a)$$

$$u_3^o(x,0) = 0, \quad x \in (0, l) \quad (2.87b)$$

$$u_4^o(x,0) = 0, \quad x \in (l, \infty) \quad (2.87c)$$

Bu farklılığı gözönüne alarak, çift uyarma halinde yapılanların aynisini yapmakla elde edilecek sonuçlar aşağıda verilecektir. $X^o(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlı olmak üzere,

$$X^o(\alpha) = \sin Kb + \frac{\eta}{ik} K \cos Kb \quad (2.88a)$$

$$X^o(\pm\alpha_m^o) = 0 \quad (2.88b)$$

denklemini gerçekleyen $\pm \alpha_m^\circ$ sıfır noktalarının daha önce çift uyarıma durumunda ifade edilen kutup tekilliklerine sebep olmaması için,

$$T_-^\circ(-\alpha_m^\circ) = \frac{\cos K_m^\circ b}{2K_m^\circ} \left[\left(\frac{\eta K_m^\circ}{k} \right)^2 - 1 \right] \left(b + \frac{\eta}{ik} \cos^2 K_m^\circ b \right) \left(1 + \alpha_m^\circ \frac{\eta}{k} \right) f_m^\circ \quad (2.89a)$$

$$T_+^\circ(\alpha_m^\circ) = \frac{\cos K_m^\circ b}{2K_m^\circ} \left[\left(\frac{\eta K_m^\circ}{k} \right)^2 - 1 \right] \left(b + \frac{\eta}{ik} \cos^2 K_m^\circ b \right) (r_m^\circ - \alpha_m^\circ s_m^\circ) \quad (2.89b)$$

ilişkileri sağlanmalıdır. Burada,

$$K_m^\circ = K(\pm \alpha_m^\circ) \quad (2.90a)$$

$$\begin{bmatrix} f_m^\circ \\ r_m^\circ \\ s_m^\circ \end{bmatrix} = \frac{2}{\left(b + \frac{\eta}{ik} \cos^2 K_m^\circ b \right)} \int_0^b \begin{bmatrix} f^\circ(t) \\ r^\circ(t) \\ s^\circ(t) \end{bmatrix} \sin K_m^\circ t dt \quad (2.90b)$$

konmuştur. Bu farklılıklar gözönüne alındığında,

$$\Delta^\circ(\alpha) = -\frac{e^{ikb}}{k} \left[\sin Kb + \frac{\eta}{ik} K(\alpha) \cos Kb \right] \quad (2.91)$$

olmak üzere, tek uyarım hali için

$$\begin{aligned} \left[T_-^\circ(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^\circ(\alpha) \right] \frac{\tau(\alpha)}{\Delta^\circ(\alpha)} &= 2ik\tau(\alpha)C(\alpha) + \dot{F}_1^\circ(\alpha, b) \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(1 - \alpha \frac{\eta}{k} \right) f_m^\circ + e^{i\alpha l} (r_m^\circ - \alpha s_m^\circ) \right] \frac{K_m^\circ \cos K_m^\circ b}{\alpha^2 - (\alpha_m^\circ)^2} \end{aligned} \quad (2.92)$$

ikinci tipten modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir.

Dalga kılavuzunun iç bölgesinde ise,

$$\tau_n^o = \sqrt{k^2 - (\beta_n^o)^2} \quad (2.93a)$$

$$\text{tg} \tau_n^o b = \frac{\eta}{ik} \tau_n^o \quad (2.93b)$$

olmak üzere, $u_3^o(x, y)$ in modlar cinsinden ifadesi,

$$u_3^o(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^o \left[e^{i\beta_n^o x} - \frac{\left(1 + \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)}{\left(1 - \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)} e^{-i\beta_n^o x} \right] \sin \tau_n^o y \quad (2.93c)$$

olarak verilir. Bu fonksiyonda gözüken D_n^o katsayılarını s_m^o ve r_m^o katsayılarına bağlayan ifadeler ise aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n^o \left[e^{i\beta_n^o l} - \frac{\left(1 + \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)}{\left(1 - \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)} e^{-i\beta_n^o l} \right] \sin \tau_n^o y = -i \sum_{m=1}^{\infty} s_m^o \sin K_m^o y \quad (2.94a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^o D_n^o \left[e^{i\beta_n^o l} + \frac{\left(1 + \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)}{\left(1 - \beta_n^o \frac{\eta}{k}\right)} e^{-i\beta_n^o l} \right] \sin \tau_n^o y = -i \sum_{m=1}^{\infty} r_m^o \sin K_m^o y \quad (2.94b)$$

(2.92) denkleminde $T_-(\alpha)$ ve $T_+(\alpha)$ fonksiyonlarını çözmek amacıyla, çift uyarma durumunda yapılanlar tekrarlanacak olursa aşağıdaki Fredholm kuple integral denklem sistemi elde edilir.

$$T_-^o(\alpha) \frac{\tau_-(\alpha)}{\Delta_-^o(\alpha)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_-} T_+^o(\beta) \frac{\tau_-(\beta)}{\Delta_-^o(\beta)} \frac{e^{i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta + I_-^o(\alpha) + \Omega_m^{-o}(\alpha) + \omega_m^{-o}(\alpha) \quad (2.95a)$$

$$T_+^o(\alpha) \frac{\tau_+(\alpha)}{\Delta_+^o(\alpha)} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} T_-^o(\beta) \frac{\tau_+(\beta)}{\Delta_+^o(\beta)} \frac{e^{-i\beta l}}{(\beta - \alpha)} d\beta + \tilde{I}_+^o(\alpha) + \Theta_m^{+o}(\alpha) + \tilde{\Theta}_m^{+o}(\alpha) \quad (2.95b)$$

(2.91a,b)'de gözüken terimler aşağıdaki gibidir.

$$\Delta_+^o(\alpha) = \frac{i}{\sqrt{k}} \sqrt{\alpha + k} \left(\frac{\sin kb}{k} + \frac{\eta}{ik} \cos kb \right)^{1/2} e^{\left[\frac{Kb}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK}{k} \right) \right]} e^{\left[\frac{i\alpha b}{\pi} \left(1 - C + \ln \frac{2\pi + i\pi}{kb} + \frac{i\pi}{2} \right) \right]} \times \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_n^o} \right) e^{\frac{i\alpha b}{n\pi}} \quad (2.96a)$$

$$\Delta_-^o(\alpha) = \Delta_+^o(-\alpha) \quad (2.96b)$$

$$I_-^o(\alpha) = \frac{Ik^2 Z_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{\tau_-(k \cos \phi'_0) \Delta_+^o(k \cos \phi'_0)}{\alpha - k \cos \phi'_0} \frac{e^{ik\rho'_0}}{\sqrt{k\rho'_0}} + i \frac{k^2 IZ_0}{K(\alpha)} \tau_-(\alpha) \Delta_+^o(\alpha) e^{i\alpha x_0} e^{iK(y_0 - b)} H[\text{Im}(\alpha - k \cos \phi'_0)] \quad (2.96c)$$

$$\tilde{I}_+^o(\alpha) = -\frac{Ik^2 Z_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{\tau_+(k \cos \phi_0) \Delta_-^o(k \cos \phi_0)}{\alpha - k \cos \phi_0} \frac{e^{ik\rho_0}}{\sqrt{k\rho_0}} + i \frac{k^2 IZ_0}{K(\alpha)} \tau_+(\alpha) \Delta_-^o(\alpha) e^{i\alpha(x_0 - l)} e^{iK(y_0 - b)} H[\text{Im}(k \cos \phi_0 - \alpha)] \quad (2.96d)$$

$$\Omega_m^{-o}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} (1 - \alpha_m^o \frac{\eta}{k}) f_m^o \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o (\alpha_m^o - \alpha)} \quad (2.96e)$$

$$\omega_m^{-o}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} (r_m^o - \alpha_m^o s_m^o) e^{i\alpha_m^o l} \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o (\alpha_m^o - \alpha)} \quad (2.96f)$$

$$\Theta_m^{+o}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} \left(1 + \alpha_m^o \frac{\eta}{k}\right) f_m^o e^{i\alpha_m^o l} \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o (\alpha + \alpha_m^o)} \quad (2.96g)$$

$$\tilde{\Theta}_m^{+o}(\alpha) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} (r_m^o + \alpha_m^o s_m^o) \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o (\alpha + \alpha_m^o)} \quad (2.96h)$$

(2.95a,b) denklem sisteminin ikinci mertebeden çözümünü aşağıdaki gibi yazalım;

$$T_{\pm}^o(\alpha) = T_{\pm}^{o1}(\alpha) + T_{\pm}^{o2}(\alpha) \quad (2.97)$$

(2.97)'deki birinci mertebe terimleri aşağıdaki gibidir.

$$T_+^{o1}(\alpha) = \frac{\Delta_+^o(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \left[\tilde{I}_+^o(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Theta_m^{+o}}{\alpha_m^o + \alpha} \right] \quad (2.98a)$$

$$T_-^{o1}(\alpha) = \frac{\Delta_-^o(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} \left[I_-^o(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m^{-o}}{\alpha_m^o - \alpha} \right] \quad (2.98b)$$

Burada,

$$\Psi_m^{-o} = -\frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} \left[(r_m^o - \alpha_m^o s_m^o) e^{i\alpha_m^o l} + (1 - \alpha_m^o \frac{\eta}{k}) f_m^o \right] \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o} \quad (2.99a)$$

$$\Theta_m^{+o} = -\frac{\Delta_+^o(\alpha_m^o)}{\tau_+(\alpha_m^o)} \left[(r_m^o + \alpha_m^o s_m^o) + (1 + \alpha_m^o \frac{\eta}{k}) f_m^o e^{i\alpha_m^o l} \right] \frac{K_m^o \cos K_m^o b}{2\alpha_m^o} \quad (2.99b)$$

kullanılmıştır. İkinci mertebe terimler, $T_{\pm}^{o2}(\alpha)$ 'ın açık ifadeleri ise aşağıdaki gibidir.

$$T_+^{o2}(\alpha) = \frac{\Delta_+^o(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} J^o(\alpha) \quad (2.100a)$$

$$T_-^{\circ 2}(\alpha) = \frac{\Delta_-^{\circ}(\alpha)}{\tau_-^{\circ}(\alpha)} \tilde{J}^{\circ}(\alpha) \quad (2.100b)$$

$$J^{\circ}(\alpha) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 J_{ij}^{\circ}(\alpha) \quad (2.101a)$$

$$\tilde{J}^{\circ}(\alpha) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \tilde{J}_{ij}^{\circ}(\alpha) \quad (2.101b)$$

$$J_{11}^{\circ}(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^{\circ}(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \tilde{I}^{\circ}(-k) \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \{b_1[1 - F[kl(1 + \cos\phi'_0)]] \\ + b_2[1 - F[kl(1 + \alpha/k)]] + b_3[1 - F[kl(1 - T)]]\} \quad (2.102a)$$

$$J_{21}^{\circ}(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^{\circ}(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \frac{1}{(\alpha + kT)} \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \\ \times \left\{ F[kl(1 - T)] - F\left[kl\left(1 + \frac{\alpha}{k}\right)\right] \right\} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-\circ}}{(\alpha_m^{\circ} + k)} \quad (2.102b)$$

$$J_{12}^{\circ}(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(K_n^{\circ})^2 \cos K_n^{\circ} b \left[\Delta_+^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) / \tau_+(\alpha_n^{\circ}) \right]^2 I_-^{\circ}(-\alpha_n^{\circ})}{\alpha_n^{\circ} b \left[X^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) + \frac{\eta}{ikb} \cos K_n^{\circ} b \right] (\alpha_n^{\circ} + \alpha)} e^{i\alpha_n^{\circ} l} \\ + i \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^{\circ}(kT) / \tau_+(kT) \right]^2 I_-^{\circ}(-kT)}{TX^{\circ}(-kT)(kT + \alpha)} e^{ikTl} \quad (2.102c)$$

$$J_{22}^{\circ}(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(K_n^{\circ})^2 \cos K_n^{\circ} b \left[\Delta_+^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) / \tau_+(\alpha_n^{\circ}) \right]^2}{\alpha_n^{\circ} b \left[X^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) + \frac{\eta}{ikb} \cos K_n^{\circ} b \right] (\alpha + \alpha_n^{\circ})} \frac{\psi_m^{-\circ}}{(\alpha_m^{\circ} + \alpha_n^{\circ})} e^{i\alpha_n^{\circ} l} \\ + i \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^{\circ}(kT) / \tau_+(kT) \right]^2}{TX^{\circ}(kT)(kT + \alpha)} e^{ikTl} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-\circ}}{(\alpha_m^{\circ} + kT)} \quad (2.102d)$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{11}^{\circ}(\alpha) = & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^{\circ}(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \tilde{I}_+^{\circ}(k) \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \{a_1 [1 - F[kl(1 - \cos\phi_0)]] \\ & + a_2 [1 - F[kl(1 - \alpha/k)]] + a_3 [1 - F[kl(1 - T)]]\} \end{aligned} \quad (2.103a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{21}^{\circ}(\alpha) = & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k^2}{\eta^2} \frac{e^{-i\pi/4}}{(1+T)} \left[\frac{\Delta_+^{\circ}(k)}{\tau_+(k)} \right]^2 \frac{1}{(\alpha - kT)} \frac{e^{ikl}}{\sqrt{kl}} \\ & \left\{ F[kl(1 - T)] - F\left[kl\left(1 - \frac{\alpha}{k}\right)\right] \right\} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+o}}{(\alpha_m^{\circ} + k)} \end{aligned} \quad (2.103b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{12}^{\circ}(\alpha) = & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(K_n^{\circ})^2 \cos K_n^{\circ} b \left[\Delta_+^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) / \tau_+(\alpha_n^{\circ}) \right]^2 \tilde{I}_+^{\circ}(\alpha_n^{\circ})}{\alpha_n^{\circ} b \left[X^e(\alpha_n^{\circ}) + \frac{\eta}{ikb} \cos K_n^{\circ} b \right] (\alpha_n^{\circ} - \alpha)} e^{i\alpha_n^{\circ} l} \\ & + i \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^{\circ}(kT) / \tau_+(kT) \right]^2 \tilde{I}_+^{\circ}(kT)}{TX^{\circ}(kT)(kT - \alpha)} e^{ikTl} \end{aligned} \quad (2.103c)$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{22}^{\circ}(\alpha) = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(K_n^{\circ})^2 \cos K_n^{\circ} b \left[\Delta_+^{\circ}(\alpha_n^{\circ}) / \tau_+(\alpha_n^{\circ}) \right]^2}{\alpha_n^{\circ} b \left[X^e(\alpha_n^{\circ}) + \frac{\eta}{ikb} \cos K_n^{\circ} b \right] (\alpha_n^{\circ} - \alpha)} \frac{\theta_m^{+o}}{(\alpha_m^{\circ} + \alpha_n^{\circ})} e^{i\alpha_n^{\circ} l} \\ & + i \frac{k^2}{\xi^3} \frac{e^{kb/\xi} \left[\Delta_+^{\circ}(kT) / \tau_+(kT) \right]^2}{TX^{\circ}(kT)(kT - \alpha)} e^{ikTl} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+o}}{(\alpha_m^{\circ} + kT)} \end{aligned} \quad (2.103d)$$

(2.102a)-(2.103a) eşitliklerinde yer alan, $\tilde{I}_+^{\circ}(\alpha)$ ve $\tilde{I}_-^{\circ}(\alpha)$ fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{I}_+^{\circ}(\alpha) = \tilde{I}_+^{\circ}(\alpha)(\alpha - k \cos \phi_0) \quad (2.104a)$$

$$\tilde{I}_-^{\circ}(\alpha) = I_-^{\circ}(\alpha)(\alpha - k \cos \phi'_0) \quad (2.104b)$$

Böylece yukarıda elde edilenleri kullanarak, $T_{\pm}^{\circ 2}(\alpha)$ terimleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T_+^{\circ 2}(\alpha) = \frac{\Delta_+^{\circ}(\alpha)}{\tau_+(\alpha)} \left[J_{11}^{\circ}(\alpha) + J_{12}^{\circ}(\alpha) + J_{21}^{\circ}(\alpha) + J_{22}^{\circ}(\alpha) \right] \quad (2.105a)$$

$$T_-^{\circ 2}(\alpha) = \frac{\Delta_-^{\circ}(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} \left[\tilde{J}_{11}^{\circ}(\alpha) + \tilde{J}_{12}^{\circ}(\alpha) + \tilde{J}_{21}^{\circ}(\alpha) + \tilde{J}_{22}^{\circ}(\alpha) \right] \quad (2.105b)$$



3. SAÇILAN ALANIN ANALİZİ

Bu bölümün amacı, daha önce (2.2b) ile tanımlanan B_n bölgelerinden, uygulama yönünden önemi gözönünde bulundurarak B_1 ve B_5 bölgelerinde ortaya çıkan etkin terimlerin açık matematik ifadelerini vermek ve bunların fiziksel yorumlarını yapmaktır. Bu amaç doğrultusunda çift ve tek uyarım halleri için ilgili sonuçlar aynı anda elde edilecek ve bunlar kullanılarak esas geometriye ilişkin sonuçlar hesaplanacaktır.

3.1 $y > b$ Bölgesinde Gelen, Yansıyan ve Kırınan Alanlar

(2.3b) ile tanımlanan B_1 bölgesini ele alalım. Daha önce (2.9)'da elde edildiği gibi,

$$u_1^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \{B^{e,o}(\alpha) e^{iK(\alpha)(y-b)} + C(\alpha) e^{-iK(\alpha)(y-b)}\} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.1)$$

yazabiliriz. (3.1)'de gözüken $C(\alpha)$ katsayısı (2.22) ile elde edilmişti. $B^{e,o}(\alpha)$ katsayıları ise (2.24) ve (2.30a,b) kullanılarak $C(\alpha)$ cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$B^{e,o}(\alpha) = \frac{T_-^{e,o}(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^{e,o}(\alpha) - (1 - \eta K(\alpha)/k) C(\alpha)}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \quad (3.2)$$

(2.22) ve (3.2) eşitlikleri (3.1)'de yerine konursa $u_1^{e,o}(x, y)$ için aşağıdaki şekilde bir ifade elde ederiz.

$$u_1^{e,o}(x, y) = u_{11}^{e,o}(x, y) + u_{12}^{e,o}(x, y) + u_{13}^{e,o}(x, y) + u_{14}^{e,o}(x, y) \quad (3.3)$$

Burada,

$$u_{11}^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_-^{e,o}(\alpha) \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.4a)$$

$$u_{12}^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_+^{e,o}(\alpha) \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha(x-1)} d\alpha \quad (3.4b)$$

$$u_{13}^{e,o}(x, y) = -\frac{IkZ_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \eta K(\alpha)/k)}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \frac{e^{-2iK(\alpha)b}}{K(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y+y_0)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.4c)$$

$$u_{14}^{e,o}(x, y) = \frac{IkZ_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iK(\alpha)(y-y_0)}}{K(\alpha)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.4d)$$

Bundan sonraki bölümlerde, yukarıda (3.4a)-(3.4d) ile verilen integrallerin hesabı en dik iniş metodu kullanılarak asimptotik olarak elde edilecektir.

3.1.1 $u_{13}^{e,o}, u_{14}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{13}, u_{14} 'ün elde edilmesi

İlk önce $u_{14}^{e,o}(x, y)$ 'nin (3.4d) ile verilen ifadesini ele alalım. Bu integralin $k \rightarrow \infty$ için geçerli bir asimptotik ifadesini bulmak istiyoruz. Bu amaçla (3.4d) ifadesinde,

$$x - x_0 = \rho^+ \cos \phi^+, \quad y - y_0 = -\rho^+ \sin \phi^+, \quad \phi^+ \in (0, \pi) \quad (3.5a)$$

$$\alpha = -k \cos t \quad (3.5b)$$

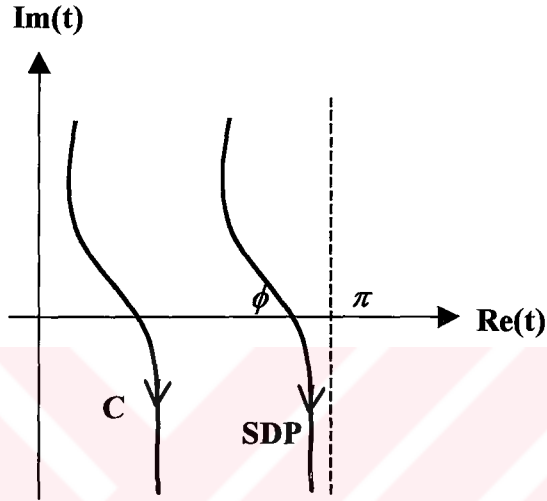
değişken dönüşümlerini yapalım. Bunun neticesinde integrasyon çizgisi, Şekil 3.1'de gözüken C eğrisine dönüşür. Böylece,

$$u_{14}^{e,o}(\rho^+, \phi^+) = \frac{IkZ_0}{\sqrt{4\pi}} \int_C e^{ik\rho^+ \cos(t-\phi^+)} dt \quad (3.6)$$

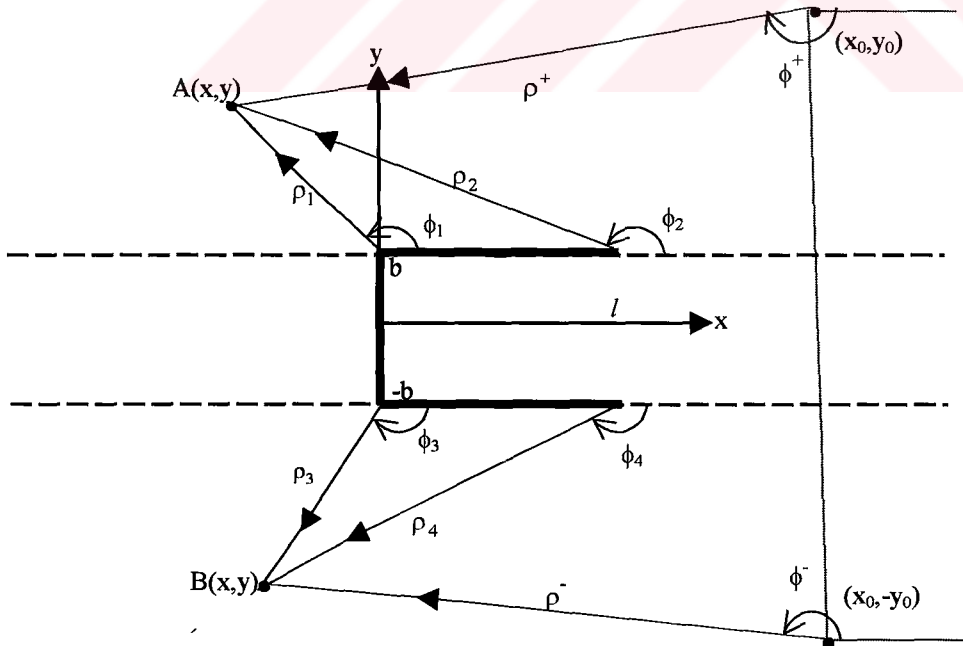
elde edilir. (3.6)'dan hemen $t = \phi^+$ da bir semer noktası olduğu görülür. Semer noktasının katkısını hesaplayarak,

$$u_{14}^{e,o} \approx \frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{ik\rho^+}}{\sqrt{k\rho^+}} = u_i \quad (3.7)$$

elde edilir. (3.7) ifadesi çizgisel kaynağın sonsuz geniş uzayda yaratmış olduğu alandır. Buna gelen alan diyeceğiz. Yukarıdaki ifadelerde yer alan ρ^+, ϕ^+ Şekil 3.2’de gösterilen büyüklüklerdir.



Şekil 3.1 Kompleks t- düzlemi.



Şekil 3.2 Değişik açılar ve uzaklıklar.

Şimdi $u_{13}^{e,o}(x, y)$ 'nin (3.4c) ile verilen ifadesini ele alalım ve yukarıda yapılanlara benzer şekilde ilk önce,

$$x - x_0 = \rho^- \cos \phi^-, \quad y - y_0 = \rho^- \sin \phi^-, \quad \phi^- \in (0, \pi) \quad (3.8)$$

ve (3.5b) değişken dönüşümleri yapılarak,

$$u_{13}^{e,o}(\rho^-, \phi^-) = -\frac{IkZ_0}{4\pi} \int_c \frac{(1 - \eta \sin t)}{(1 + \eta \sin t)} e^{-ikb \sin t} e^{-ik\rho^- \cos(t - \phi^-)} dt \quad (3.9)$$

elde edilir. (3.9)'un $t = \phi^-$ den gelecek olan semer noktası katkısı,

$$u_{13}^{e,o} \approx -\frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{(1 - \eta \sin \phi^-)}{(1 + \eta \sin \phi^-)} e^{-ikb \sin \phi^-} \frac{e^{ik\rho^-}}{\sqrt{k\rho^-}} = u_r \quad (3.10)$$

olarak hesaplanır. (3.10)'da gözüken ρ^-, ϕ^- büyüklükleri Şekil 3.2'de gösterildiği gibidir.

(3.10) ifadesinde, $(1 - \eta \sin \phi^-)/(1 + \eta \sin \phi^-)$ yansıma katsayısı olmak üzere bu ifadenin kendisi kılavuzun üst empedans yüzeyinden yansıyan alanı (u_r) ifade eder.

(3.7) ve (3.10) ifadeleri tek ve çift uyarma hallerine ilişkin olarak elde edilmiş sonuçlardır. Daha önce Bölüm 2.1'de belirtildiği gibi tek ve çift uyarım hallerine ilişkin sonuçlar ile esas geometriye ilişkin sonuç arasında $y > b$ bölgesi için aşağıdaki ilişki vardır.

$$u(x, y) = \frac{u^e(x, y) + u^o(x, y)}{2} \quad (3.11)$$

(3.11)'i kullanarak,

$$u_{14}(\rho^+, \phi^+) = (u_{14}^e(\rho^+, \phi^+) + u_{14}^o(\rho^+, \phi^+))/2 \quad (3.12)$$

yazabiliriz. Şimdi (3.12)'de (3.7)'yi yerine koyarsak

$$u_{14} \approx \frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{ik\rho^+}}{\sqrt{k\rho^+}} = u_i$$

elde edilir. Benzer şeyler $u_{13}(\rho^-, \phi^-)$ için yapılırsa,

$$\begin{aligned} u_{13}(\rho^-, \phi^-) &= (u_{13}^e(\rho^-, \phi^-) + u_{13}^o(\rho^-, \phi^-))/2 \\ &\approx -\frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{(1 - \eta \sin \phi^-)}{(1 + \eta \sin \phi^-)} e^{-ikb \sin \phi^-} \frac{e^{ik\rho^-}}{\sqrt{k\rho^-}} = u_r \end{aligned} \quad (3.14)$$

elde edilir.

3.1.2 $u_{11}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{11} 'in elde edilmesi

$u_{11}^{e,o}(x, y)$ 'nin (3.4a)'daki ifadesinde (2.62), (2.64a,b) ile (2.97), (2.98a,b) kullanılırsa,

$$u_{11}^{e,o}(x, y) = u_{11}^{e1,o1}(x, y) + u_{11}^{e2,o2}(x, y) \quad (3.15)$$

şeklinde bir ifade elde ederiz. Burada;

$$u_{11}^{e1,o1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_-^{e,o}(\alpha)}{\tau_-(\alpha)} \left[I_-^{e,o}(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m^{-e,o}}{(\alpha_m^{e,o} - \alpha)} \right] \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} d\alpha \quad (3.16a)$$

$$u_{11}^{e2,o2}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_-^{e2,o2} \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.16b)$$

olarak verilir. Şimdi (3.16a) ve (3.16b)'yi kullanmakla esas geometriye ilişkin olarak,

$$u_{11}^I(x, y) = \frac{u_{11}^{e1}(x, y) + u_{11}^{o1}(x, y)}{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\Delta_{-}^e(\alpha)}{\tau_{-}(\alpha)} \left[I_{-}^e(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e - \alpha)} \right] + \frac{\Delta_{-}^o(\alpha)}{\tau_{-}(\alpha)} \left[I_{-}^o(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-o}}{(\alpha_m^o - \alpha)} \right] \right. \\ \left. \times \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \right\} d\alpha \quad (3.17a)$$

$$u_{11}^2(x, y) = \frac{u_{11}^{e2}(x, y) + u_{11}^{o2}(x, y)}{2} \\ = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[T_{-}^{e2}(\alpha) + T_{-}^{o2}(\alpha) \right] \frac{e^{iK(\alpha)(y-b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.17b)$$

elde edilir.

Bu aşamada ilk önce (3.17a)'nın asimptotik bir ifadesini elde edelim. Bu amaçla,

$$x = \rho_1 \cos \phi_1, \quad y - b = \rho_1 \sin \phi_1, \quad \phi_1 \in (0, \pi) \quad (3.18)$$

ve (3.5b) değişken dönüşümlerini yaparak,

$$u_{11}^1(\rho_1, \phi_1) = \frac{1}{4\pi} \int_C \left\{ \frac{\Delta_{+}^e(k \cos t)}{\tau_{+}(k \cos t)} \left[I_{-}^e(-k \cos t) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e + k \cos t)} \right] + \right. \\ \left. \frac{\Delta_{+}^o(k \cos t)}{\tau_{+}(k \cos t)} \left[I_{-}^o(-k \cos t) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-o}}{(\alpha_m^o + k \cos t)} \right] \right\} \frac{e^{ik\rho_1 \cos(t-\phi_1)} k \sin t}{1 + \eta \sin t} d\alpha \quad (3.19)$$

elde edilir. (3.19) ifadesinde yer alan $I_{-}^{e,o}(-k \cos t)$ 'nin daha önce (2.66a) ve (2.96c)'de verilen ifadelerinde yer alan birim basamak fonksiyonlarından dolayı $\phi_1 < \pi - \phi'_o$ ve $\phi_1 > \pi - \phi'_o$ durumlarını ayrı ayrı ele almak gerekir.

3.1.2.1 $\phi_1 < \pi - \phi'_o$ durumu

Bu durumda (2.66a) ve (2.96c) ifadelerinde yer alan birim basamak fonksiyonlarının

argümanı negatiftir ve bu terimlerin katkısı sıfırdır. (3.19) ifadesinden $t=\phi_1$ noktasında bir eğer noktası olduğu anlaşılır. Bunun katkısını hesaplırsak aşağıdaki asimptotik ifadeyi elde ederiz.

$$\begin{aligned}
 u_{11}^1(\rho_1, \phi_1) \approx & u_i^0 D_{11}^{11}(\phi_1, \phi'_0) \left[\sec \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi'_0) F(2k\rho_1 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_1 + \phi'_0)) \right. \\
 & + \sec \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi'_0) F(2k\rho_1 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_1 - \phi'_0)) \left. \right] \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \\
 & + D_{11}^{12}(\phi_1) \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}}
 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Burada,

$$\begin{aligned}
 D_{11}^{11}(\phi_1, \phi'_0) = & \frac{ke^{i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi_1 \sin \phi'_0}{(1 + \eta \sin \phi_1)(1 + \eta \sin \phi'_0)} \frac{1}{\tau_+(k \cos \phi_1) \tau_+(k \cos \phi'_0)} \\
 & \times \left[\Delta_+^e(k \cos \phi_1) \Delta_+^e(k \cos \phi'_0) + \Delta_+^o(k \cos \phi_1) \Delta_+^o(k \cos \phi'_0) \right]
 \end{aligned} \quad (3.21a)$$

$$\begin{aligned}
 D_{11}^{12}(\phi_1) = & \frac{ke^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \tau_-(k \cos \phi_1) \left[\Delta_+^e(k \cos \phi_1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e + k \cos \phi_1)} \right. \\
 & \left. + \Delta_+^o(k \cos \phi_1) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-o}}{(\alpha_m^o + k \cos \phi_1)} \right]
 \end{aligned} \quad (3.21b)$$

$$u_i^0 = \frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{ik\rho'_0}}{\sqrt{k\rho'_0}} \quad (3.21c)$$

konmuştur. Yukarıdaki ifadelerde gözüken F daha önce (2.81) ile verilmiş olan modifiye Fresnel integralini belirtir.

3.1.2.2 $\phi_1 > \pi - \phi'_0$ durumu

Bu durumda yukarıda sözü edilen birim basamak fonksiyonlarının integrale katkısı

sözkonusudur. Bu katkı $u_{11}^1(\rho_1, \phi_1)$ 'e ek olarak aşağıdaki integralin hesaplanmasıyla elde edilir.

$$\frac{ik^2 Z_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i[\Delta^e(\alpha) + \Delta^o(\alpha)]}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \frac{e^{-2iK(\alpha)b}}{K(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y+y_0)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.22)$$

Burada,

$$i(\Delta^e(\alpha) + \Delta^o(\alpha)) = (1 - \eta K(\alpha)/k)/k \quad (3.23)$$

olduğunu dikkate alarak, (3.22)'yi yeniden aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\frac{ikZ_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \eta K(\alpha)/k)}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \frac{e^{-2iK(\alpha)b}}{K(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y+y_0)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.24)$$

(3.24) ise daha önce (3.4c) ile elde edilen ve kılavuzun üst yüzeyinden yansıyan alanı veren ifadenin ters işaretlisidir.

Yukarıda elde edilen sonuçları kullanarak $u_{11}^1(\rho_1, \phi_1)$ için aşağıdaki neticeyi yazabiliriz.

$$u_{11}^1 \approx \begin{cases} u_{11}^1, & \phi_1 > \pi - \phi'_0 \\ u_{11}^1 - u_r, & \phi_1 < \pi - \phi'_0 \end{cases} \quad (3.25)$$

Şimdi de (3.17b)'yi gözönüne alalım ve (3.18) ile (3.5b)'de verilen değişken dönüşümlerini yapalım. İntegrandın $t = \phi_1$ 'de bir eğer noktası vardır. Bunun katkısını hesaplırsak

$$u_{11}^2(\rho_1, \phi_1) \approx \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{k \sin \phi_1}{(1 + \eta \sin \phi_1)} \left[T_+^{e2}(-k \cos \phi_1) + T_+^{o2}(-k \cos \phi_1) \right] \frac{e^{ik\rho_1}}{\sqrt{k\rho_1}} \quad (3.26)$$

elde edilir. (3.26)'da gözüken $T_-^{e2,o2}(-k \cos \phi_1)$ fonksiyonları için bunların daha önce (2.82b) ve (2.105b) ile elde edilen ifadelerini kullanarak aşağıdaki eşitlikleri elde ederiz.

$$T_-^{e2,o2}(-k \cos \phi_1) = \frac{\Delta_+^{e,o}(k \cos \phi_1)}{\tau_+(k \cos \phi_1)} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \tilde{J}_{ij}^{e,o}(-k \cos \phi_1) \quad (3.27)$$

3.1.3 $u_{12}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve u_{12} 'nin elde edilmesi

$u_{12}^{e,o}(x, y)$ 'nin (3.4b) ile verilen ifadesini gözönüne alıp bölüm 3.1.2'de $u_{11}(x, y)$ için yapılanların aynısını tekrarlayarak,

$$u_{12}(x, y) = u_{12}^1(x, y) + u_{12}^2(x, y) \quad (3.28)$$

yazabiliriz ve $u_{12}^1(x, y)$ 'nin asimptotik ifadesini de,

$$x - l = \rho_2 \cos \phi_2, \quad y - b = \rho_2 \sin \phi_2, \quad \phi_2 \in (0, \pi) \quad (3.29)$$

ve (3.5b) değişken dönüşümlerini yaparak, aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$u_{12}^1 \approx \begin{cases} u_{12}^2, & \phi_2 > \pi - \phi_0 \\ u_{12}^2 - u_r, & \phi_2 < \pi - \phi_0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Burada,

$$\begin{aligned} u_{12}^1(\rho_2, \phi_2) \approx & u_i^L D_{12}^{11}(\phi_2, \phi_0) \left[\sec \frac{1}{2}(\phi_2 + \phi_0) F(2k\rho_2 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_2 + \phi_0)) \right. \\ & + \sec \frac{1}{2}(\phi_2 - \phi_0) F(2k\rho_2 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_2 - \phi_0)) \left. \right] \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} \\ & + D_{12}^{12}(\phi_2) \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} \end{aligned} \quad (3.31)$$

(3.31)'de gözüken u_i^L , $D_{12}^{11}(\phi_2, \phi_0)$ ve $D_{12}^{12}(\phi_2)$ 'nin ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$D_{12}^{11}(\phi_2, \phi_0) = \frac{ke^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi_2 \sin \phi_0}{(1 + \eta \sin \phi_2)(1 + \eta \sin \phi_0)} \frac{1}{\tau_-(k \cos \phi_2) \tau_-(k \cos \phi_0)} \times [\Delta_-^e(k \cos \phi_2) \Delta_-^e(k \cos \phi_0) + \Delta_-^o(k \cos \phi_2) \Delta_-^o(k \cos \phi_0)] \quad (3.32a)$$

$$D_{12}^{12}(\phi_2) = \frac{ke^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \tau_+(k \cos \phi_2) \left[\Delta_-^e(k \cos \phi_2) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e - k \cos \phi_2)} + \Delta_-^o(k \cos \phi_2) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+o}}{(\alpha_m^o - k \cos \phi_2)} \right] \quad (3.32b)$$

$$u_i^L = \frac{IkZ_0}{2\sqrt{2\pi}} e^{-i\pi/4} \frac{e^{ik\rho_0}}{\sqrt{k\rho_0}} \quad (3.32c)$$

Benzer şekilde u_{12}^2 için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$u_{12}^2(\rho_2, \phi_2) \approx \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{k \sin \phi_2}{(1 + \eta \sin \phi_2)} \left[T_+^{e2}(-k \cos \phi_2) + T_+^{o2}(-k \cos \phi_2) \right] \frac{e^{ik\rho_2}}{\sqrt{k\rho_2}} \quad (3.33)$$

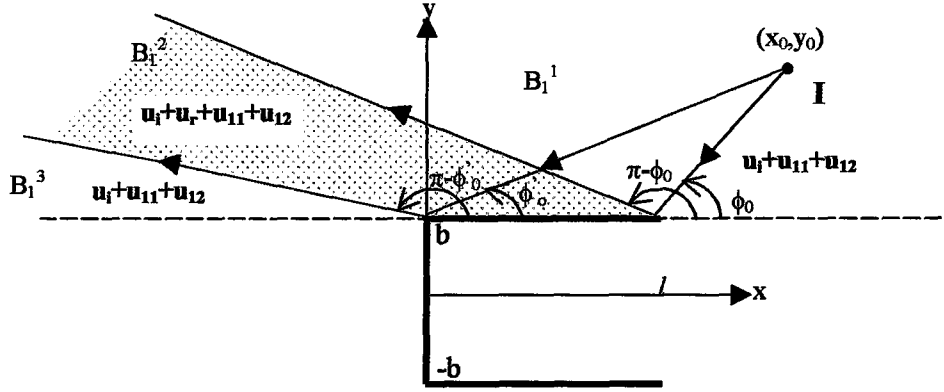
Daha önce elde edilen (2.82a) ve (2.105a) gözönüne alınırsa (3.33)'teki $T_+^{e2,o2}(-k \cos \phi_2)$

$$T_+^{e2,o2}(-k \cos \phi_1) = \frac{\Delta_+^{e,o}(-k \cos \phi_1)}{\tau_+(-k \cos \phi_1)} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 J_{ij}^{e,o}(-k \cos \phi_1) \quad (3.34)$$

olarak elde edilir.

Bu aşamada buraya kadar yapmış olduğumuz analizin vermiş olduğu bazı sonuçları ele alalım. $y > b$ bölgesi $u_1(x, y)$ in fizik yorumu açısından B_1^1, B_1^2 ve B_1^3 gibi üç alt bölgeye ayrılabilir (Şekil 3.3). Bu alt bölgelerdeki alan bileşenlerine bakacak olursak B_1^1 ve B_1^3 bölgelerinde doğrudan doğruya kaynaktan çıkıp gelen u_i alanı ile L ve O ayrıtlarında

kırınımına uğrayarak gelen u_{11} ve u_{12} terimleri baskın olarak vardır. B_1^2 bölgesini ele alırsak burada B_1^1 ve B_1^3 'de gözlenen terimlere ilaveten kılavuzun üst yüzeyinden yansıyan u_r alanında gözlenir.



Şekil 3.3 $y > b$ bölgesinde gözlenen alan terimleri.

3.2 $y < -b$ Bölgesinde Gelen ve Kırınan Alanlar

$y < -b$ bölgesindeki toplam alanın radyasyon koşulunda sağlayacak şekilde uygun bir gösterilimini, $y > b$ bölgesi için elde edilen (3.1) ifadesinde b yerine $-b$ yazıp, $C(\alpha) = 0$ olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\tilde{u}_1^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{B}^{e,o}(\alpha) e^{-iK(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.35)$$

(3.35)'de gözüken $\tilde{B}^{e,o}(\alpha)$ katsayısı, (3.2)'de $C(\alpha) = 0$ almakla,

$$\tilde{B}^{e,o}(\alpha) = \frac{T_-^{e,o}(\alpha) + e^{i\alpha l} T_+^{e,o}(\alpha)}{1 + \eta K(\alpha)/k} \quad (3.36)$$

olarak elde edilir. (3.36)'nın (3.35)'de kullanılmasıyla $\tilde{u}_1^{e,o}(x, y)$ için:

$$\tilde{u}_1^{e,o}(x, y) = \tilde{u}_{11}^{e,o}(x, y) + \tilde{u}_{12}^{e,o}(x, y) \quad (3.37)$$

yazabiliriz. Burada,

$$\tilde{u}_{11}^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_-^{e,o}(\alpha)}{1 + \eta K(\alpha)/k} e^{-iK(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.38a)$$

$$\tilde{u}_{12}^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_+^{e,o}(\alpha)}{1 + \eta K(\alpha)/k} e^{-iK(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha(x-l)} d\alpha \quad (3.38b)$$

konmuştur.

Daha önce Bölüm 2.1’de belirtildiği gibi, görüntü prensibinin bir gereği olarak $y < -b$ bölgesinde esas geometriye ilişkin sonuç ile tek ve çift uyarma hallerine ilişkin sonuçlar arasında,

$$\tilde{u}(x, y) = \frac{\tilde{u}^e(x, y) - \tilde{u}^o(x, y)}{2} \quad (3.39)$$

ilişkisi vardır.

3.2.1 $\tilde{u}_{11}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve $\tilde{u}_{11}$ ’in elde edilmesi

$\tilde{u}_{11}^{e,o}(x, y)$ ’nin (3.38a) ile verilen ifadesinde (2.62), (2.64a,b) ile (2.97), (2.98a,b) kullanılırsa,

$$\tilde{u}_{11}^{e,o}(x, y) = \tilde{u}_{11}^{e1,o1}(x, y) + \tilde{u}_{11}^{e2,o2}(x, y) \quad (3.40)$$

yazabiliriz. Burada,

$$\tilde{u}_{11}^{e1,o1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_{-}^{e,o}(\alpha)}{\tau_{-}(\alpha)} \left[I_{-}^{e,o}(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m^{-e,o}}{(\alpha_m^{e,o} - \alpha)} \right] \frac{e^{-iK(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha x}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} d\alpha \quad (3.41a)$$

$$\tilde{u}_{11}^{e2,o2}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{-}^{e2,o2} \frac{e^{-iK(\alpha)(y+b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.41b)$$

olarak verilir. (3.39)'u gözönüne alıp, (3.41a) ve (3.41b)'yi kullanarak esas geometriye ilişkin sonuçları aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{11}^1(x, y) &= \frac{\tilde{u}_{11}^{e1}(x, y) - \tilde{u}_{11}^{o1}(x, y)}{2} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\Delta_{-}^e(\alpha)}{\tau_{-}(\alpha)} \left[I_{-}^e(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e - \alpha)} \right] - \frac{\Delta_{-}^o(\alpha)}{\tau_{-}(\alpha)} \left[I_{-}^o(\alpha) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m^{-o}}{(\alpha_m^o - \alpha)} \right] \right. \\ &\quad \left. \times \frac{e^{-iK(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha x}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \right\} d\alpha \end{aligned} \quad (3.42a)$$

ve

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{11}^2(x, y) &= \frac{\tilde{u}_{11}^{e2}(x, y) - \tilde{u}_{11}^{o2}(x, y)}{2} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[T_{-}^{e2}(\alpha) - T_{-}^{o2}(\alpha) \right] \frac{e^{-iK(\alpha)(y+b)}}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} e^{-i\alpha x} d\alpha \end{aligned} \quad (3.42b)$$

Bu aşamada yapılması gereken (3.42a) ve (3.42b)'nin asimptotik ifadelerinin elde edilmesidir. İlk olarak (3.42a)'yı ele alalım. Bu amaç doğrultusunda daha önce Bölüm 3.1.2'de yapılanlara benzer şekilde $\phi_3 < \pi - \phi'_0$ ve $\phi_3 > \pi - \phi'_0$ durumlarını ayrı ayrı ele almak gerekir.

3.2.1.1 $\phi_3 < \pi - \phi'_0$ durumu

Bu durumda, $I_{-}^{e,o}(\alpha)$ ifadelerinde yer alan birim basamak fonksiyonlarından integrale bir

katkı gelmez. İntegralin asimptotik ifadesi $t = \phi_3$ 'deki eğer noktasının katkısı ile hesaplanır.

$$x = \rho_3 \cos \phi_3, \quad y + b = -\rho_3 \sin \phi_3, \quad \phi_3 \in (0, \pi) \quad (3.43)$$

ve (3.5b) değişken dönüşümlerini yaparak aşağıdaki asimptotik ifadeyi elde ederiz.

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{11}^1(\rho_3, \phi_3) \approx u_i^0 \tilde{D}_{11}^{11}(\phi_3, \phi'_0) & \left[\sec \frac{1}{2}(\phi_3 + \phi'_0) F(2k\rho_3 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_3 + \phi'_0)) \right. \\ & \left. + \sec \frac{1}{2}(\phi_3 - \phi'_0) F(2k\rho_3 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_3 - \phi'_0)) \right] \frac{e^{ik\rho_3}}{\sqrt{k\rho_3}} + \tilde{D}_{11}^{12}(\phi_3) \frac{e^{ik\rho_3}}{\sqrt{k\rho_3}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{11}^{11}(\phi_3, \phi'_0) = \frac{ke^{i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi_3 \sin \phi'_0}{(1 + \eta \sin \phi_3)(1 + \eta \sin \phi'_0)} \frac{1}{\tau_+(k \cos \phi_3) \tau_+(k \cos \phi'_0)} \\ \times \left[\Delta_+^e(k \cos \phi_3) \Delta_+^e(k \cos \phi'_0) - \Delta_+^o(k \cos \phi_3) \Delta_+^o(k \cos \phi'_0) \right] \end{aligned} \quad (3.45a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{11}^{12}(\phi_3) = \frac{ke^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \tau_-(k \cos \phi_3) \left[\Delta_+^e(k \cos \phi_3) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-e}}{(\alpha_m^e + k \cos \phi_3)} \right. \\ \left. - \Delta_+^o(k \cos \phi_3) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\psi_m^{-o}}{(\alpha_m^o + k \cos \phi_3)} \right] \end{aligned} \quad (3.45b)$$

kullanılmıştır.

3.2.1.2 $\phi_3 > \pi - \phi'_0$ durumu

Bu durumda yukarıda tesbit edilen $\tilde{u}_{11}^1(\rho_3, \phi_3)$ 'e ek olarak birim basamaklı terimlerin de katkısı söz konusudur. Bu katkı aşağıdaki integralin hesaplanmasıyla elde edilir.

$$\frac{Ik^2 Z_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i[\Delta^e(\alpha) - \Delta^o(\alpha)]}{(1 + \eta K(\alpha)/k)} \frac{e^{-2iK(\alpha)b}}{K(\alpha)} e^{-iK(\alpha)(y-y_0)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.46)$$

Burada,

$$i(\Delta^e(\alpha) - \Delta^o(\alpha)) = \frac{e^{2iK(\alpha)b}}{k} (1 + \eta K(\alpha)/k) \quad (3.47)$$

olduğunu dikkate alarak, (3.46)'yı yeniden aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\frac{IkZ_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iK(\alpha)(y-y_0)}}{K(\alpha)} e^{-i\alpha(x-x_0)} d\alpha \quad (3.48)$$

(3.48) integrali daha önce (3.4d) ile elde edilen ve asimptotik olarak gelen alanı (u_i) veren integralin aynısıdır.

Buraya kadar elde ettiğimiz sonuçları kullanarak $\tilde{u}_{11}^1(\rho_3, \phi_3)$ için aşağıdaki sonucu yazabiliriz.

$$\tilde{u}_{11}^1 \approx \begin{cases} \tilde{u}_{11}^1, & \phi_3 < \pi - \phi'_0 \\ \tilde{u}_{11}^1 + u_i, & \phi_3 > \pi - \phi'_0 \end{cases} \quad (3.49)$$

(3.42b) integralinin asimptotik ifadesini bu integralin $t = \phi_3$ 'deki eğer noktasının katkısını hesaplayarak,

$$\tilde{u}_{11}^2(\rho_3, \phi_3) \approx \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{k \sin \phi_3}{(1 + \eta \sin \phi_3)} \left[T_-^{e2}(-k \cos \phi_3) - T_-^{o2}(-k \cos \phi_3) \right] \frac{e^{ik\rho_3}}{\sqrt{k\rho_3}} \quad (3.50)$$

elde ederiz. (3.50)'deki $T_-^{e2,o2}(-k \cos \phi_3)$ fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$T_-^{e2,o2}(-k \cos \phi_3) = \frac{\Delta_+^{e,o}(k \cos \phi_3)}{\tau_+(k \cos \phi_3)} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \tilde{J}_{ij}^{e,o}(-k \cos \phi_3) \quad (3.51)$$

3.2.2 $\tilde{u}_{12}^{e,o}$ integrallerinin hesabı ve $\tilde{u}_{12}$ 'nin elde edilmesi

$\tilde{u}_{12}^{e,o}(x, y)$ 'nin (3.38b) ile verilen ifadesini gözönüne alıp, Bölüm 3.2.1'de $\tilde{u}_{11}(x, y)$ 'nin elde edilmesine ilişkin olarak yapılanlara benzer işlemler tekrarlanacak olursa,

$$\tilde{u}_{12}(x, y) = \tilde{u}_{12}^1(x, y) + \tilde{u}_{12}^2(x, y) \quad (3.52)$$

yazabiliriz. $\tilde{u}_{12}^1(x, y)$ 'nin asimptotik ifadesini elde etmek için

$$x - l = \rho_4 \cos \phi_4, \quad y + b = -\rho_4 \sin \phi_4, \quad \phi_4 \in (0, \pi) \quad (3.53)$$

ve (3.5b) değişken dönüşümlerini yaparak,

$$\tilde{u}_{11}^1 \approx \begin{cases} \tilde{u}_{11}^1, & \phi_3 < \pi - \phi'_0 \\ \tilde{u}_{11}^1 + u_i, & \phi_3 > \pi - \phi'_0 \end{cases} \quad (3.54)$$

elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{12}^1(\rho_4, \phi_4) \approx u_i^L \tilde{D}_{12}^{11}(\phi_4, \phi_0) \left[\sec \frac{1}{2}(\phi_4 + \phi_0) F(2k\rho_4 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_4 + \phi_0)) \right. \\ \left. + \sec \frac{1}{2}(\phi_4 - \phi_0) F(2k\rho_4 \cos^2 \frac{1}{2}(\phi_4 - \phi_0)) \right] \frac{e^{ik\rho_4}}{\sqrt{k\rho_4}} + \tilde{D}_{12}^{12}(\phi_4) \frac{e^{ik\rho_4}}{\sqrt{k\rho_4}} \end{aligned} \quad (3.55)$$

(3.55) deki $\tilde{D}_{12}^{11}(\phi_4, \phi_0)$ ve $\tilde{D}_{12}^{12}(\phi_4)$ 'ün ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{12}^{11}(\phi_4, \phi_0) = \frac{ke^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi_4 \sin \phi_0}{(1 + \eta \sin \phi_4)(1 + \eta \sin \phi_0)} \frac{1}{\tau_-(k \cos \phi_4) \tau_-(k \cos \phi_0)} \\ \times \left[\Delta_-^e(k \cos \phi_4) \Delta_-^e(k \cos \phi_0) - \Delta_-^o(k \cos \phi_4) \Delta_-^o(k \cos \phi_0) \right] \end{aligned} \quad (3.56a)$$

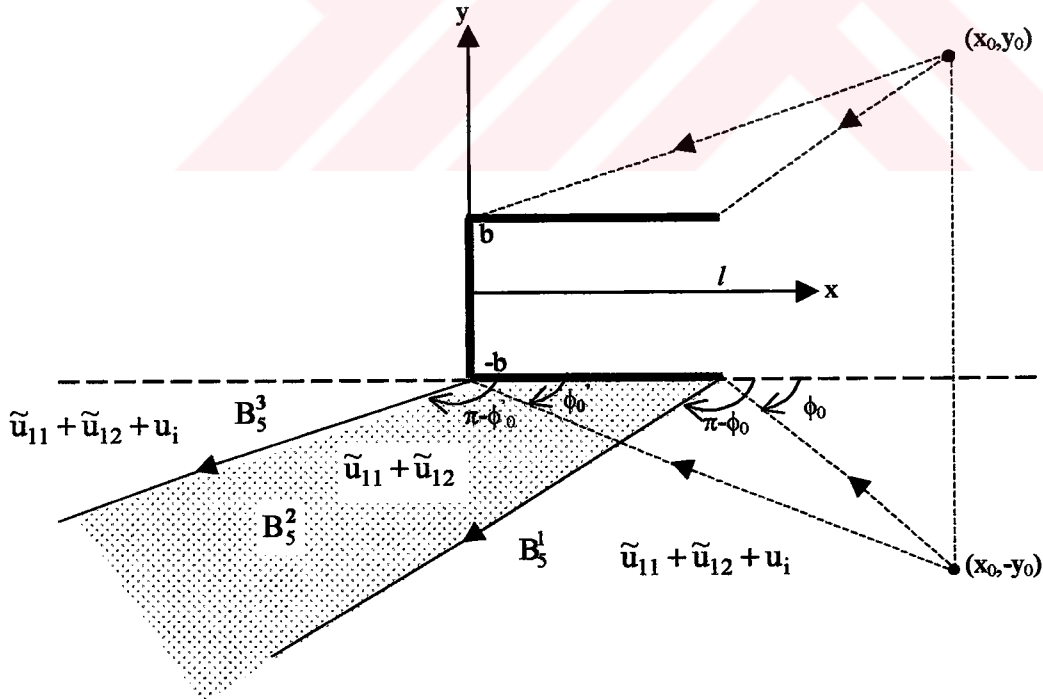
$$\tilde{D}_{11}^{12}(\phi_4) = \frac{ke^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \tau_+(k \cos \phi_4) \left[\Delta_-^e(k \cos \phi_4) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+e}}{(\alpha_m^e - k \cos \phi_4)} - \Delta_-^o(k \cos \phi_4) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\theta_m^{+o}}{(\alpha_m^o - k \cos \phi_4)} \right] \quad (3.56b)$$

Benzer şekilde $\tilde{u}_{12}^2$ için,

$$\tilde{u}_{12}^2(\rho_4, \phi_4) \approx \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{2\pi}} \frac{k \sin \phi_4}{(1 + \eta \sin \phi_4)} \left[T_+^{e2}(-k \cos \phi_4) - T_+^{o2}(-k \cos \phi_4) \right] \frac{e^{ik\rho_4}}{\sqrt{k\rho_4}} \quad (3.57)$$

Burada, $T_+^{e2,o2}(-k \cos \phi_4)$ aşağıdaki gibidir.

$$T_+^{e2,o2}(-k \cos \phi_4) = \frac{\Delta_+^{e,o}(-k \cos \phi_4)}{\tau_+(-k \cos \phi_4)} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 J_{ij}^{e,o}(-k \cos \phi_4) \quad (3.58)$$



Şekil 3.4 $y < -b$ bölgesinde gözlenen alan terimleri.

Bu aşamada, daha önce $y > b$ bölgesi için yapılan yoruma benzer şekilde, $y < -b$ bölgesi için yapılan analiz sonuçlarını dikkate alarak, $\tilde{u}_1(x, y)$ 'nin fizik yorumunu yapalım. B_5 bölgesini B_5^1, B_5^2 ve B_5^3 olarak üç alt bölgeye ayırabiliriz. B_5^2 ayrıtlarda kırınımına uğrayarak gelen alan terimleri mevcuttur. B_5^1 ve B_5^3 bölgelerinde ayrıtlarda kırınımına uğrayarak gelen alan terimlerine ilaveten, beklendiği gibi gelen alan (u_i) terimi de mevcuttur (Şekil 3.4) .



4. SAYISAL UYGULAMALAR ve SONUÇLAR

4.1 Sayısal Sonuçların Elde Edimesi

Bir tarafı açık dalga kılavuzunun saçılma karakteristiklerinin mühendislik açısından oldukça önemli olduğu çalışmanın başında belirtilmiştir. Bu karakteristikleri ortaya koyabilmek amacıyla değişik fiziksel parametreler için, yani kılavuz boyutlarının ve yüzey empedansının değişik değerleri ve aynı zamanda çizgisel kaynağın değişik konumları için saçılan alanın sayısal değerlerinin hesaplanması ve gözlem açısına göre değişimleri grafiksel olarak verilmiştir. Bu sayısal neticeleri elde etmek için daha önce Bölüm 3'te açık ifadeleri elde edilen saçılan alan terimleri kullanılmıştır. Saçılan alan terimlerini gözönüne alıp bunlardan sayısal sonuçlar elde etmek amacıyla ilk olarak $\Delta_{\pm}^{e,o}(\alpha)$ ve $\tau_{\pm}(\alpha)$ fonksiyonlarının sayısal neticeler vermeye elverişli açık ifadeleri elde edilmelidir. Bunu başarmak için ilk önce $\Delta_{\pm}^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarının ifadelerinde yer alan ve $X^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarını sıfır yapan $\pm \alpha_m^{e,o}$ kökleri Newton-Raphson (Atkinson, 1989) sayısal kök bulma metodu kullanılarak bulunmuştur. $\pm \alpha_m^{e,o}$ kökleri $\Delta_{\pm}^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarında yerine konursa netice olarak bu fonksiyonların açık ifadeleri elde edilir. $\tau_{\pm}(\alpha)$ fonksiyonları ise, Bölüm 3'te ifade edildiği gibi Maliuzhinets fonksiyonları kullanılarak yazılmıştır. Bu fonksiyonların sayısal sonuç verecek şekilde açık ifadelerini elde etmek için, $M_{\pi}(z)$ Maliuzhinets fonksiyonunun aşağıda verilen özelliklerini gözönüne almak gerekir (Bowman, 1965).

$$M_{\pi}(\pi/2) = 0.96562 \quad (4.1a)$$

$$M_{\pi}(-z) = M_{\pi}(z) \quad (4.1b)$$

$$M_{\pi}(z^*) = M_{\pi}^*(z) \quad (4.1c)$$

$$M_{\pi}(z) = \{M_{\pi}(\pi/2)\}^2 \frac{\cos(\frac{z}{4} - \frac{\pi}{8})}{M_{\pi}(z - \pi)} \quad (4.1d)$$

(4.1a)-(4.1d) eşitlikleriyle birlikte $M_\pi(z)$ 'nin aşağıda verilen yaklaşık ifadesi (Volakis ve Senior, 1985):

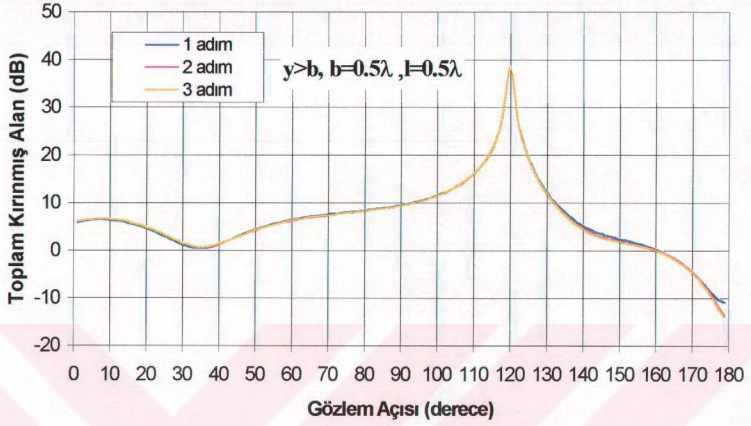
$$M_\pi(z) \cong \begin{cases} 1 - 0.0139z^2, & \text{Re}(z) \in (0, \pi/2), \text{Im}(z) \in (0, 4.6) \\ 1.05302 \sqrt{\cos \frac{1}{4}(z - i \ln 2)} \exp\left(\frac{iz}{2\pi} e^{iz}\right), & \text{Re}(z) \in (0, \pi/2), \text{Im}(z) > 4.6 \end{cases} \quad (4.2)$$

birlikte kullanılırsa z in her değeri için $M_\pi(z)$ 'i sayısal olarak hesaplamak mümkün olur. $M_\pi(z)$ 'yi hesapladıktan sonra, $\tau_\pm(\alpha)$ 'ın daha önce Bölüm 2'de (2.49a,b) ile verilen ifadelerinde yerine konursa, bu fonksiyonların açık ifadeleri de elde edilmiş olur. Şimdi yine, saçılan alan terimlerinde yer alan, ve daha önce (2.63a,b) ve (2.99a,b) eşitlikleriyle verilmiş olan $\psi_m^{\pm e,0}$, $\theta_m^{\pm e,0}$ ifadelerinin içerdiği $f_m^{e,0}$, $s_m^{e,0}$ ve $r_m^{e,0}$ sabitlerinin tesbit edilmesi gerekir. Bunların nasıl tesbit edileceği önemli bir adım olduğundan daha önce Bölüm 2.4.3'de bu konu ayrıca ele alınmıştır. Böylece saçılan alan terimlerinin sayısal sonuçlarını Fortran programlama dilini kullanarak elde etmek mümkün olmuştur.

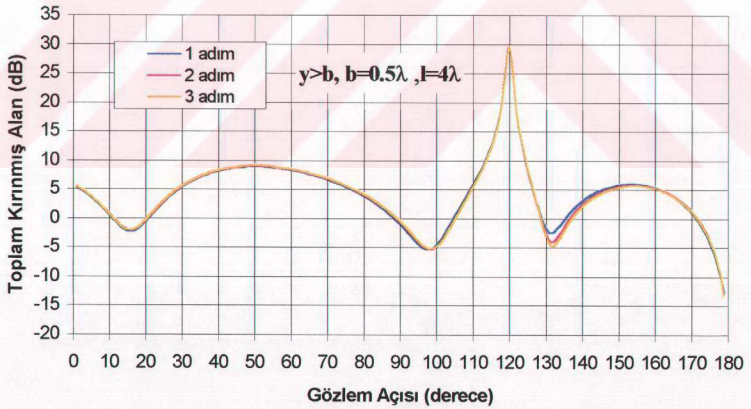
Yukarıda bahsedilen $f_m^{e,0}$, $s_m^{e,0}$ ve $r_m^{e,0}$ sabitleri sonsuz boyutlu bir lineer cebirsel denklem sistemini sağlarlar. Bunlar sayısal olarak tesbit edilirken sözkonusu denklem sistemini çözümün yakınsadığı belli bir N değerinde kesmek gerekir. Bundan sonra kılavuzun çeşitli parametreleri ve aynı zamanda çizgisel kaynağın değişik konumları için toplam kırınmış alanın gözlem açısına göre değişimlerini veren eğriler verilecektir.

4.2 Değişik Parametrelere Göre Toplam Kırınmış Alan ve Sonuçlar

Bu aşamada ilk önce kılavuzun değişik boyutları için çözümün yakınsadığı N değerini tesbit etmek amacıyla, $\phi_0 = 60^\circ$ için elde edilen şekilleri gözönüne alalım. Şekil 4.1a-Şekil 4.1e aynı anda gözönüne alınırsa, artan b (kılavuz açıklığı) değerlerine karşı çözümün yakınsaması için daha fazla sayıda terimin hesaba katılması gerektiği sonucuna varılır. Ayrıca Şekil 4.1a ve Şekil 4.1b ile Şekil 4.1c ve Şekil 4.1d'den, kılavuzun l uzunluğunun çözümün yakınsamasını etkilemediği sonucu ortaya çıkar.



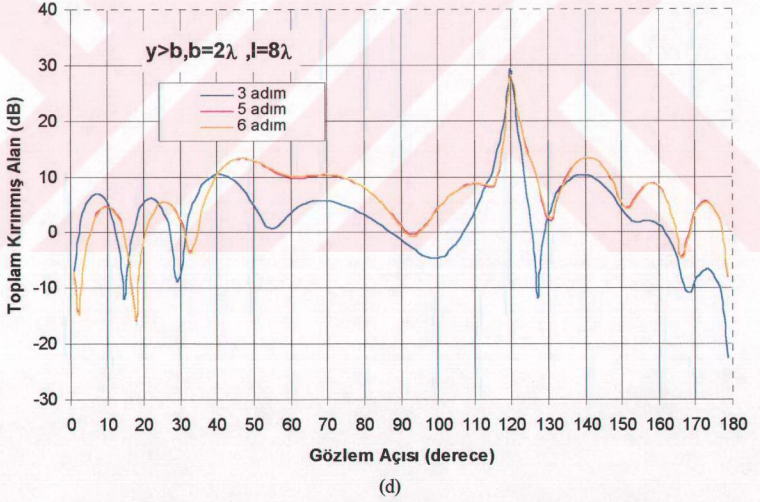
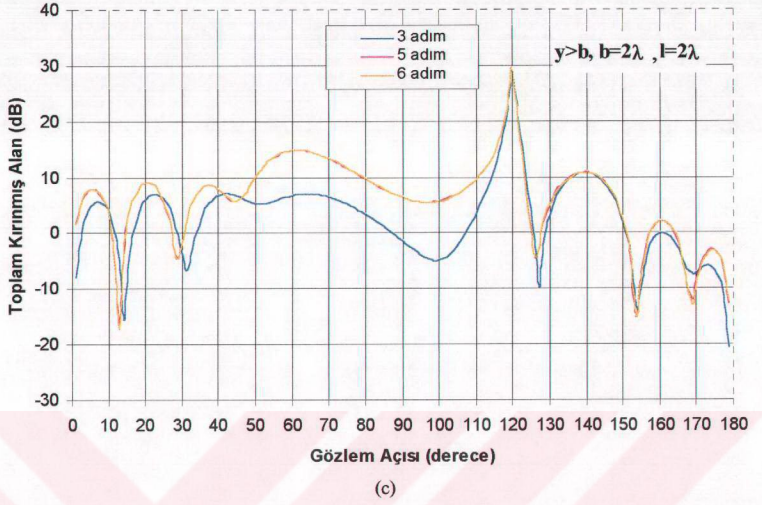
(a)



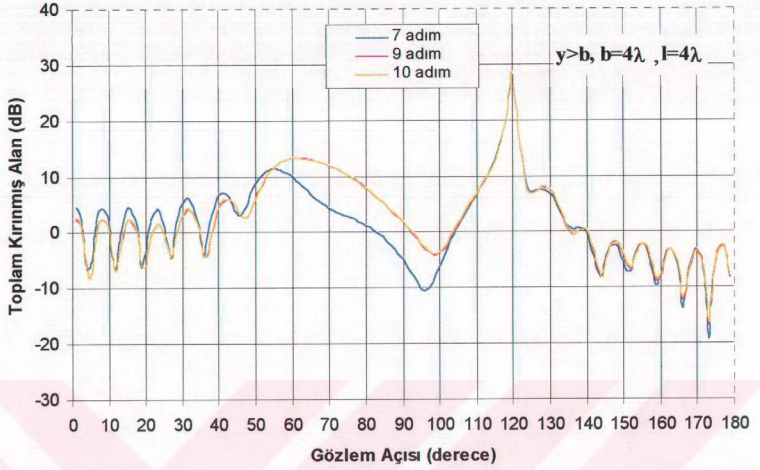
(b)

Şekil 4.1 Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi

(a) $b=l=0.5\lambda$, (b) $b=0.5\lambda$, $l=4\lambda$.

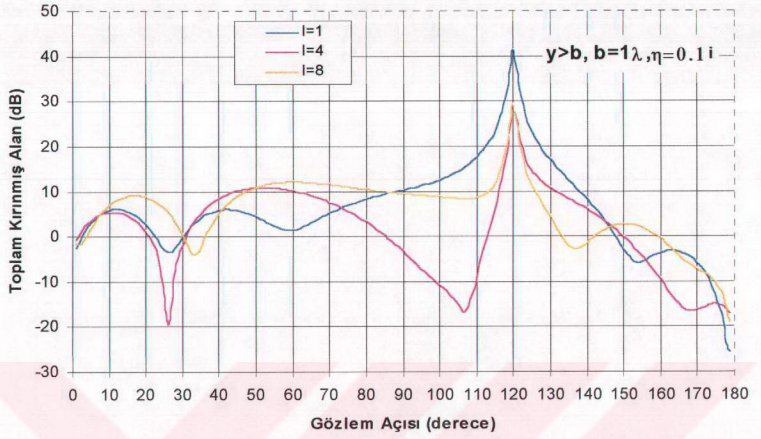


Şekil 4.1 Çözümün yakınsadığı N değerinin belirlenmesi
(c) $b=l=2\lambda$, (d) $b=2\lambda$, $l=8\lambda$.

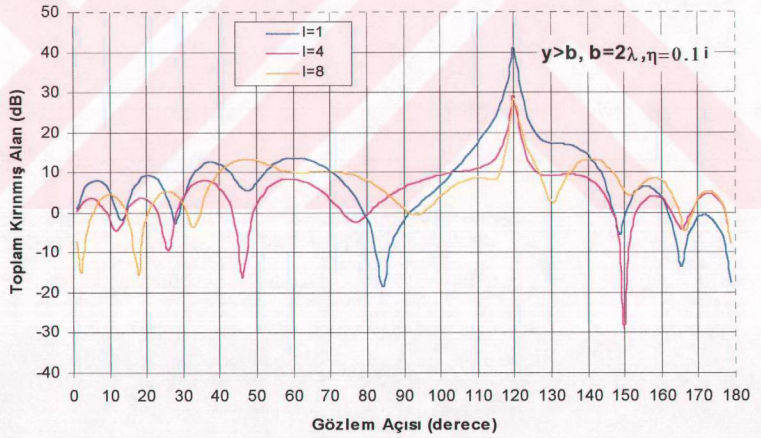


Şekil 4.1e Çözümün yakınsadığı N değerinin $b=l=4\lambda$ için belirlenmesi.

$f_m^{e,o}$, $s_m^{e,o}$ ve $r_m^{e,o}$ sabitlerinin çözülmesi amacıyla oluşturulan sonsuz boyutlu denklem sisteminin katsayılar matrisi $3N \times 3N$, ($N \rightarrow \infty$) boyutludur. Böylece yukarıdaki yakınsama grafiklerinden, hesaba katılması gereken terim sayısı açısından çıkan sonuçlar şöyledir. $b=0.5\lambda$ için $N=2$, $b=2\lambda$ için $N=6$ ve $b=4\lambda$ için $N=10$ almak çözümün yakınsaması için yeterlidir. Elde edilen bu sonuçlar Kobayashi'nin elde ettiği sonuçlarla (Kobayashi ve Sawai, 1991) tam olarak çakışmaktadır. Saçılma mekanizmasını geniş bir frekans aralığında ortaya koymak amacıyla, sayısal hesaplamalar $b \in (0.5\lambda, 4\lambda)$ ve $l \in (0.5\lambda, 8\lambda)$ değerleri için yapılmıştır. $b=0.5\lambda$, 2λ ve 4λ sırasıyla küçük, orta ve büyük kılavuz açıklığı sınıfına girerler. Aşağıda, $\phi_0 = 60^\circ$ için elde edilen sayısal grafiklere ilk bakışta, gözlem açısının 120° olması durumunda toplam kırınmış alanın bir maksimumu olduğu görülür. Bu durum, $\theta = 180^\circ - \phi_0 = 120^\circ$ 'de oluşan gölge sınırı için beklenen bir sonuçtur. Aşağıda Şekil 4.2a – Şekil 4.2d'de kılavuz açıklığı b ile yüzey empedansı η 'nin belli değerlerine karşılık kılavuz uzunluğu l 'nin λ , 4λ , 6λ ve 8λ olması durumunda $y>b$ bölgesi için toplam kırınmış alanın gözlem açısıyla değişimleri verilmiştir.

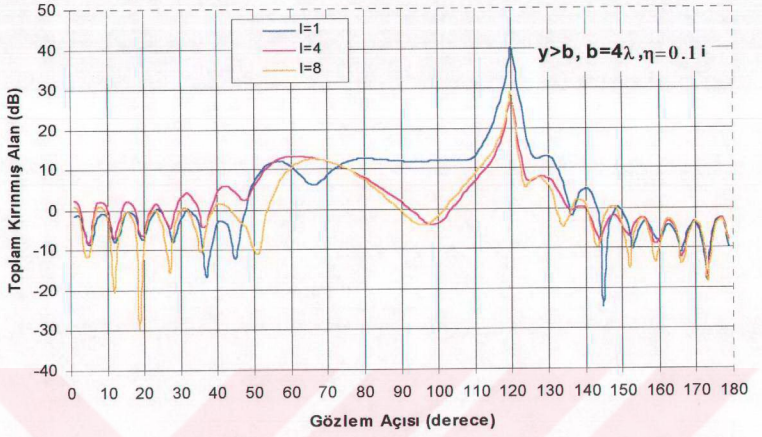


(a)

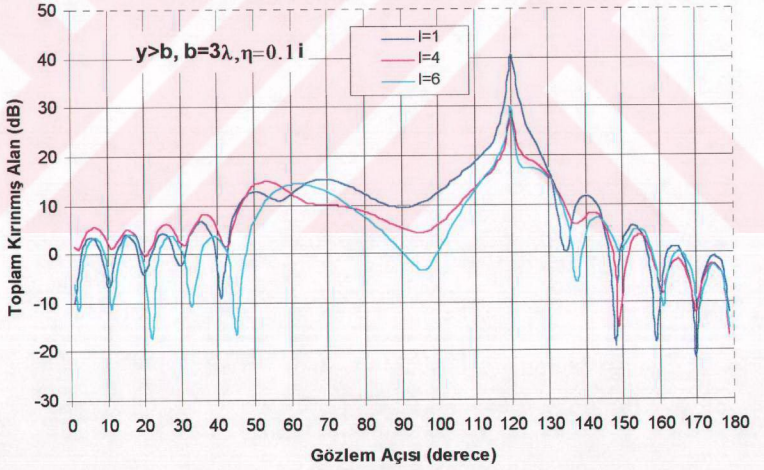


(b)

Şekil 4.2 $l = \lambda, 4\lambda$ ve 8λ değerleri için $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan
 (a) $b = \lambda, \eta = 0.1i$ (b) $b = 2\lambda, \eta = 0.1i$.



(c)

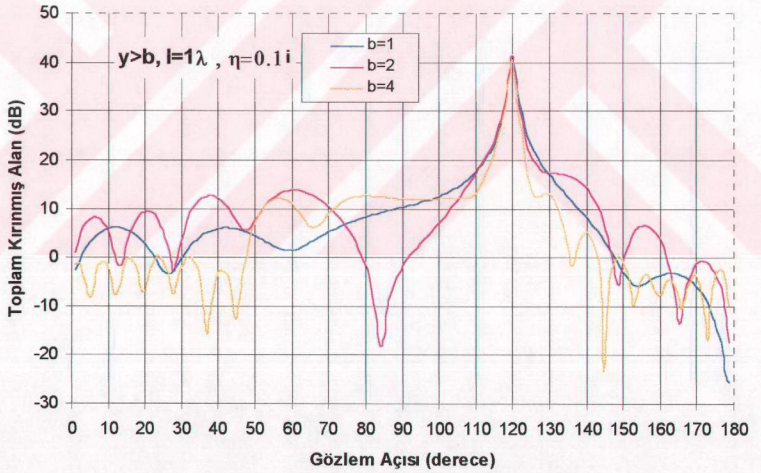


(d)

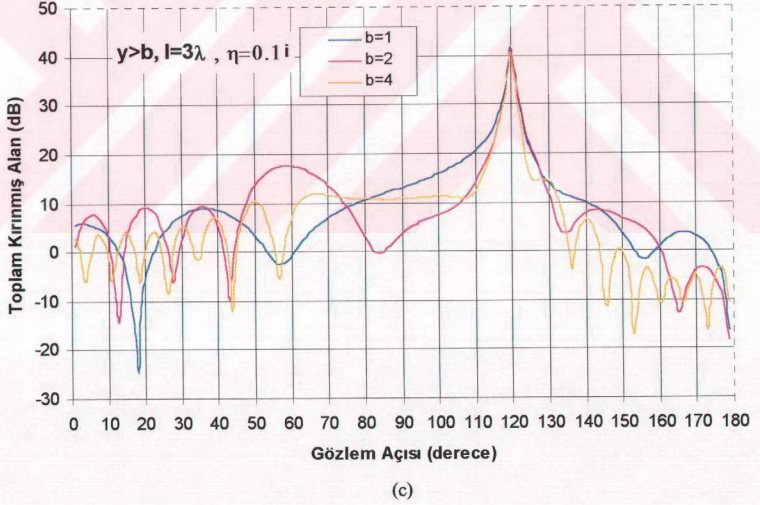
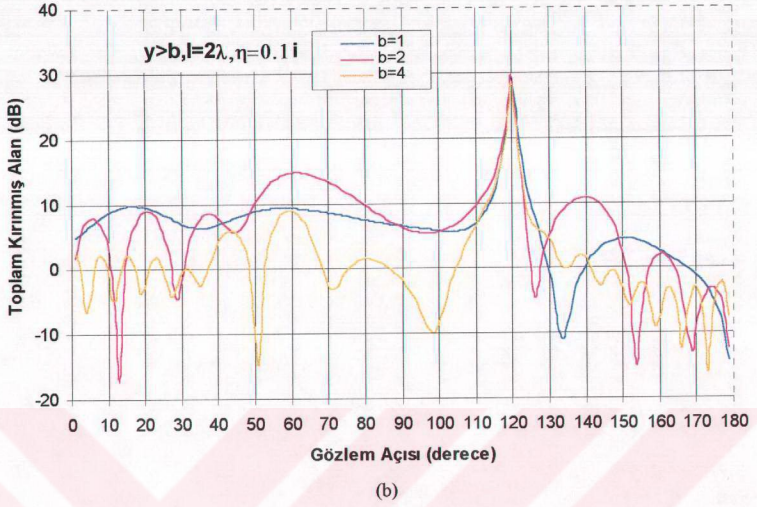
Şekil 4.2 $l=\lambda, 4\lambda, 6\lambda$ ve 8λ değerleri için $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan
(c) $b=4\lambda, \eta=0.1 i$ (d) $b=3\lambda, \eta=0.1 i$.

Yukarıda verilen Şekil 4.2a-Şekil 4.2d grafiklerini gözönüne alırsak kılavuz uzunluğu l 'in değiştirilmesinin toplam kırınmış alan için salınım sayısı açısından farklılıklara sebep olmadığı ancak bazı l değerlerinde salınım genişliğinin diğerlerine göre arttığı görülmektedir. Ancak bunların yanında artan b değerleri için (Şekil 4.2c,d) $0^\circ < \theta < 50^\circ$ ve $130^\circ < \theta < 180^\circ$ için salınım sayısı artmakta ve bu aralıklarda birbirine benzer saçılma karakteristikleri gözlenmektedir. $50^\circ < \theta < 130^\circ$ arasında ise salınım sayısı oldukça azdır ve düzgün bir saçılma karakteristiği söz konusudur.

Aşağıda verilen Şekil 4.3a-Şekil 4.3c, l ve η 'nın belli değerlerine karşılık $b=\lambda$, 2λ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesinde toplam kırınmış alanın gözlem açısına göre değişimlerini veren grafikleri gösterir.



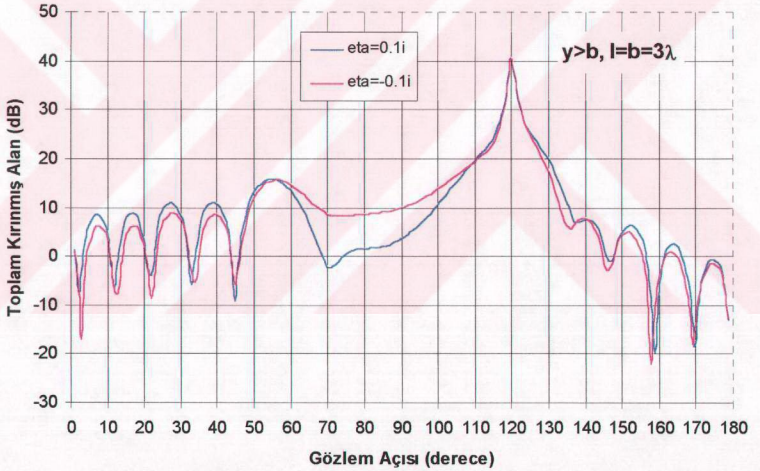
Şekil 4.3a $b=\lambda$, 2λ ve 4λ değerleri için, $l=\lambda$, $\eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.



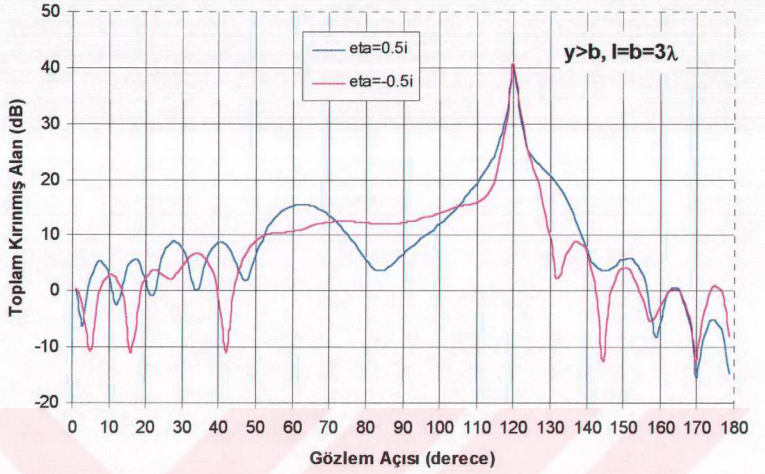
Şekil 4.3 $b=\lambda, 2\lambda$ ve 4λ değerleri için $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan
(b) $l=2\lambda, \eta=0.1i$ (c) $l=3\lambda, \eta=0.1i$.

Yukarıda verilen grafiklerin incelenmesinden elde edilen sonuç, kılavuz açıklığının artması ile toplam kırınmış alanın azalması ancak salınım sayısının artmasıdır. Burada dikkati çeken bir diğer husus b 'nin büyük değerleri için $0^\circ < \theta < 50^\circ$ ve $130^\circ < \theta < 180^\circ$ aralıklarında birbirine benzeyen saçılma karakteristiklerinin olması geri kalan aralıkta ise düzgün ve az salınımlı bir karakteristiğin olmasıdır. Ancak küçük b değerleri için durum bundan daha farklıdır.

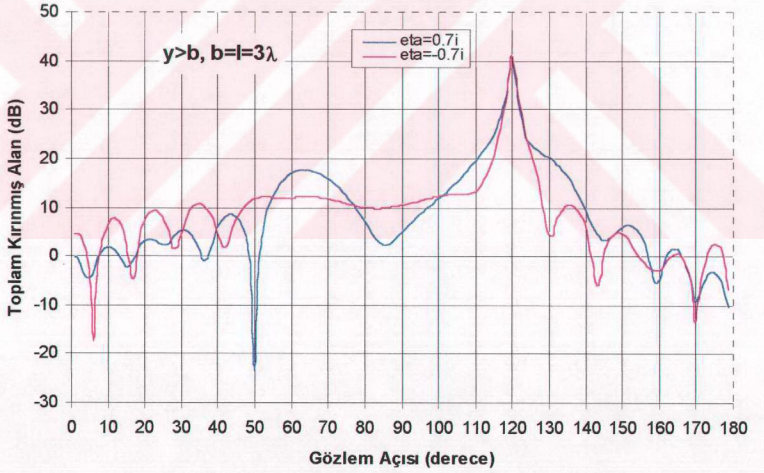
Kılavuzun boyutlarının saçılma karakteristiğine olan etkilerini ortaya koyduktan sonra, tezin kapsamı açısından daha önemli olan yüzey empedansının değişik değerlerinin etkisini ortaya koyabilmek amacıyla, aşağıda verilen Şekil 4.4a-Şekil 4.4d ve Şekil 4.5'i gözönüne alalım.



Şekil 4.4a $\eta=0.1i$, $-0.1i$ değerleri için, $l=b=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.

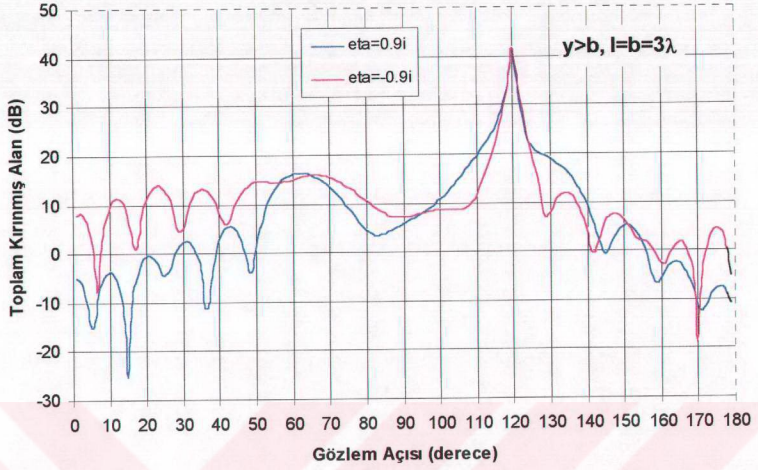


(b)

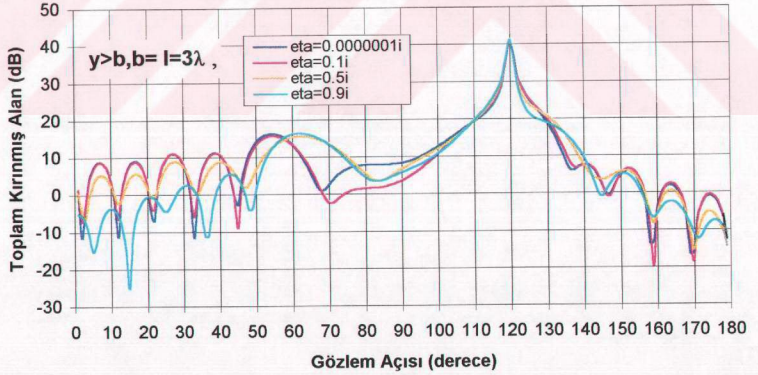


(c)

Şekil 4.4 Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $b=l=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan (b) $\eta=0.5i, -0.5i$ (c) $\eta=0.7i, -0.7i$.



Şekil 4.4d $\eta = 0.9i$, $-0.9i$ değerleri için, $b = l = 3\lambda$ olması durumunda $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.



Şekil 4.5 $\eta = 0.0000001i$, $0.1i$, $0.5i$, $0.9i$ değerleri için $b = l = 3\lambda$ olması durumunda $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.

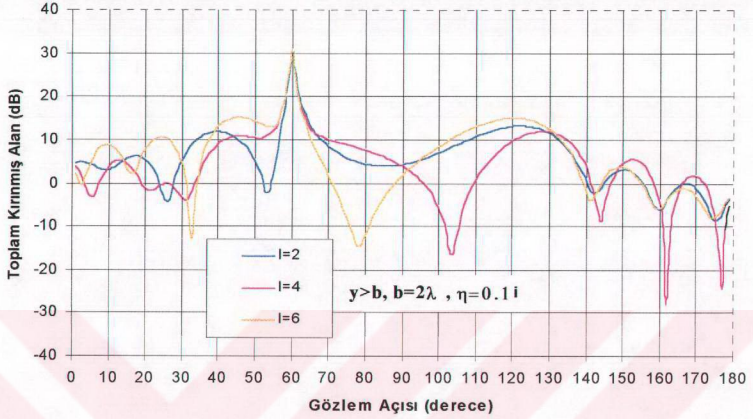
Yukarıda verilen Şekil 4.4a-Şekil 4.4d, $l=b=3\lambda$ için yüzey reaktansının değişik pozitif ve negatif değerlerine karşı toplam kırınmış alanın gözlem açısıyla değişimlerini göstermektedir. Grafiklerden hemen çıkarılacak sonuçlar şunlardır. Reaktansın mutlak olarak küçük değerleri için saçılma karakteristiklerinde belirgin bir farklılık gözlenmemekte, ancak mutlak olarak büyük reaktans değerlerinde, reaktansın pozitif değeri için toplam kırınmış alan negatif reaktans için olan kırınmış alana göre belirgin olarak azalmaktadır.

Şekil 4.5 yüzey empedansının değişmesinin saçılma karakteristiğinde meydana getireceği farklılıkları tesbit etmek amacıyla elde edilmiştir. Bunun yanında reaktansın $\eta=0.0000001$ ı değeri, kılavuz duvarlarının yaklaşık olarak mükemmel iletken olması durumundaki sonuçları ortaya koyması amacıyla ele alınmıştır. Bu şekilden kolayca gözlenebileceği üzere mükemmel iletken durumda kıyaslandığında, reaktansın artan değerlerine karşılık toplam kırınmış alan oldukça azalmaktadır.

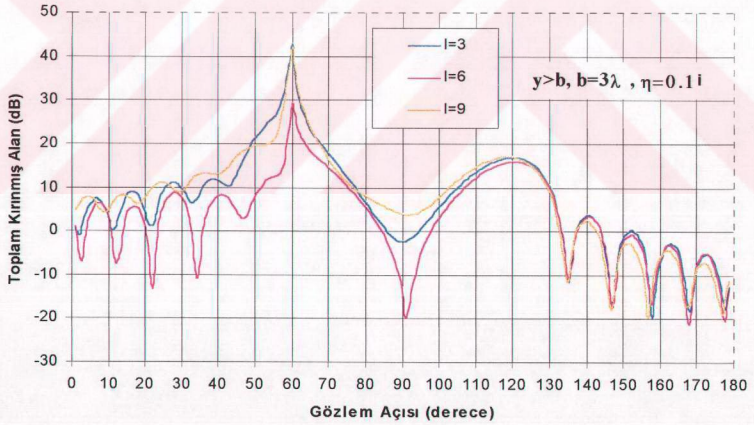
Buraya kadar verilmiş olan saçılma grafikleri kaynağın, $\phi_0 = 60^\circ$ olması durumundaki konumu için elde edilmiş grafiklerdir. Bundan sonra $\phi_0 = 120^\circ, 90^\circ$ olması durumuna karşı elde edilen toplam kırınmış alan değişimleri verilecektir. $\phi_0 = 60^\circ$ için elde edilen sonuçların aynıları, $\phi_0 = 120^\circ, 90^\circ$ için de elde edilmiştir. Ancak bu durumlarda gölge sınırı $\phi_0 = 120^\circ$ için $\theta = 60^\circ$ 'de, $\phi_0 = 90^\circ$ için $\theta = 90^\circ$ 'de oluşmaktadır. Dolayısıyla kırınmış alan, gözlem açısının bu değerlerinde bir maksimuma sahiptir.

Kılavuz boyutlarının ve yüzey empedansının saçılma karakteristiğinde meydana getirdiği değişiklikler $\phi_0 = 60^\circ$ durumunda elde edilen sonuçlara aynı olduğundan, grafikler doğrudan verilecek bu sonuçlar burada tekrarlanmayacaktır.

4.2.1 $\phi_0 = 120^\circ$ için, değişik parametrelere göre toplam kırınmış alan grafikleri

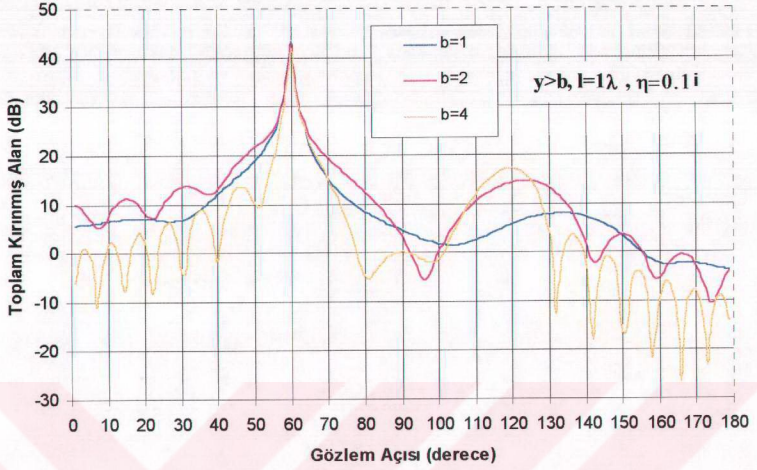


(a)

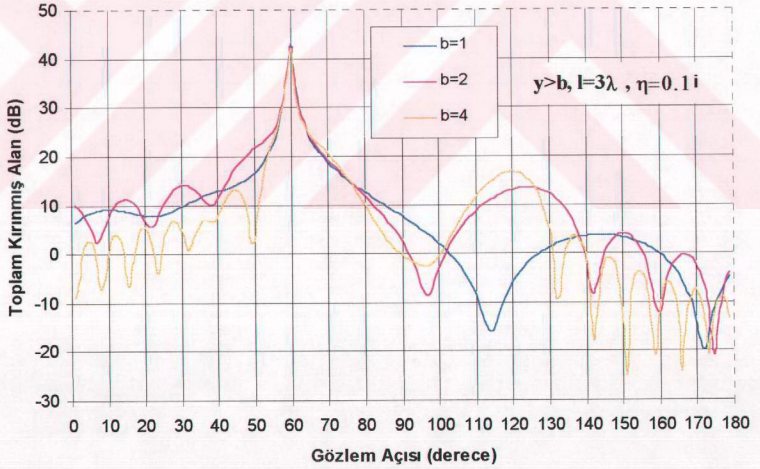


(b)

Şekil 4.6 (a) $l=2\lambda, 4\lambda, 6\lambda$ için, $b=2\lambda, \eta=0.1$ olması durumunda, (b) $l=3\lambda, 6\lambda, 9\lambda$ için, $b=3\lambda, \eta=0.1$ olması durumunda $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.

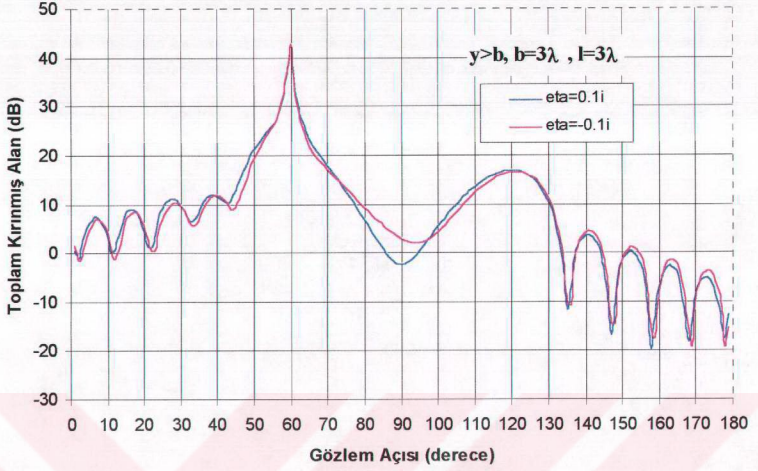


(a)

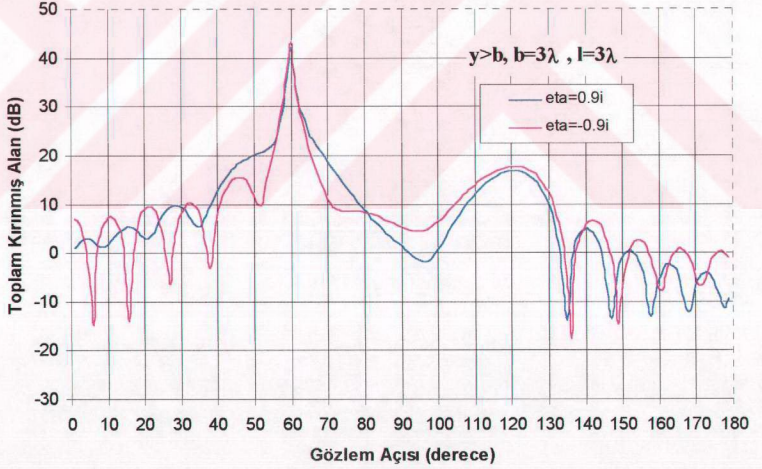


(b)

Şekil 4.7 $b=\lambda, 2\lambda$ ve 4λ değerleri için $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan (a) $l=\lambda, \eta=0.1i$ (b) $l=3\lambda, \eta=0.1i$.

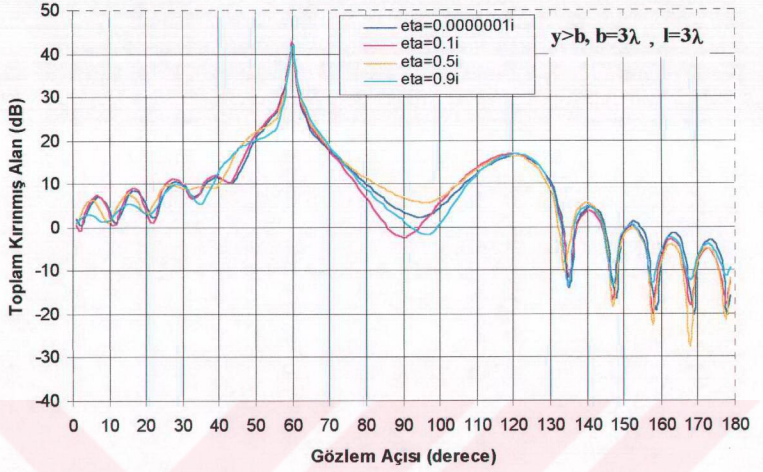


(a)



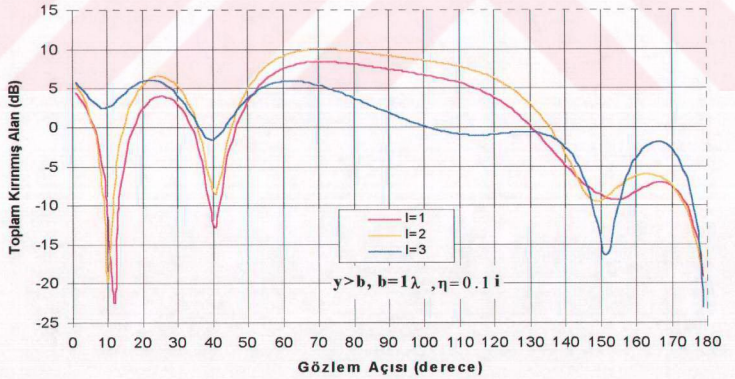
(b)

Şekil 4.8 Pozitif ve negatif reaktans değerleri için, $b=l=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan (a) $\eta=0.1i$, $-0.1i$ (b) $\eta=0.9i$, $-0.9i$.

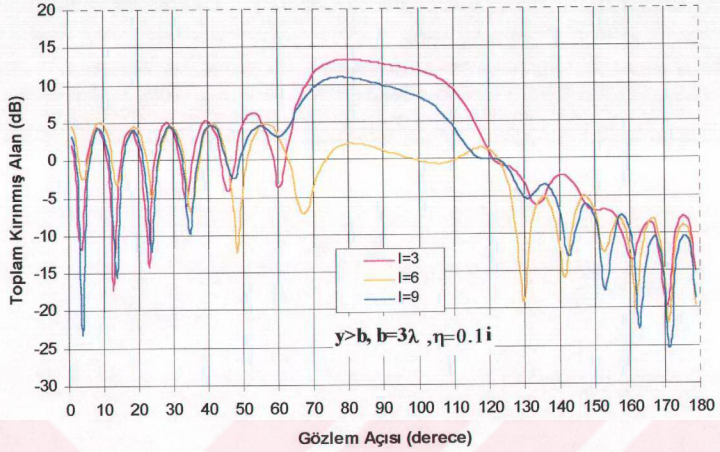


Şekil 4.9 $\eta=0.0000001i, 0.1i, 0.5i, 0.9i$ değerleri için $b=l=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.

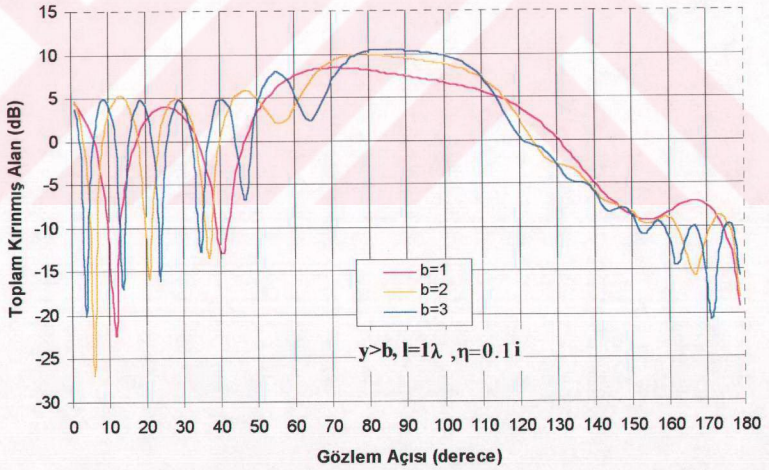
4.2.2 $\phi_0 = 90^\circ$ için, değişik parametrelere göre toplam kırınmış alan grafikleri



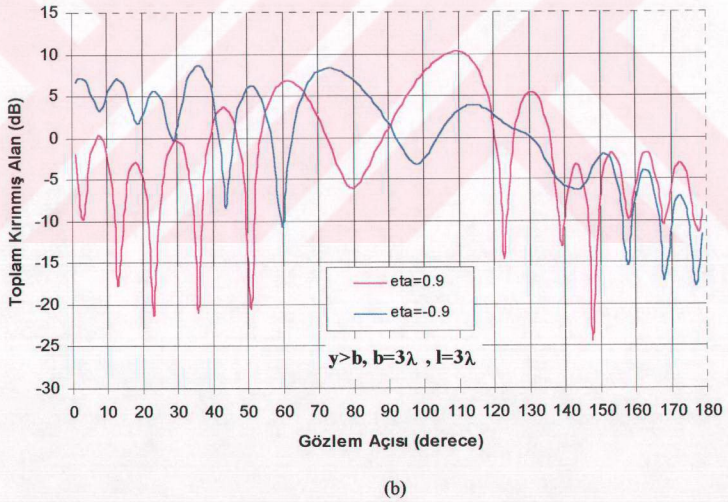
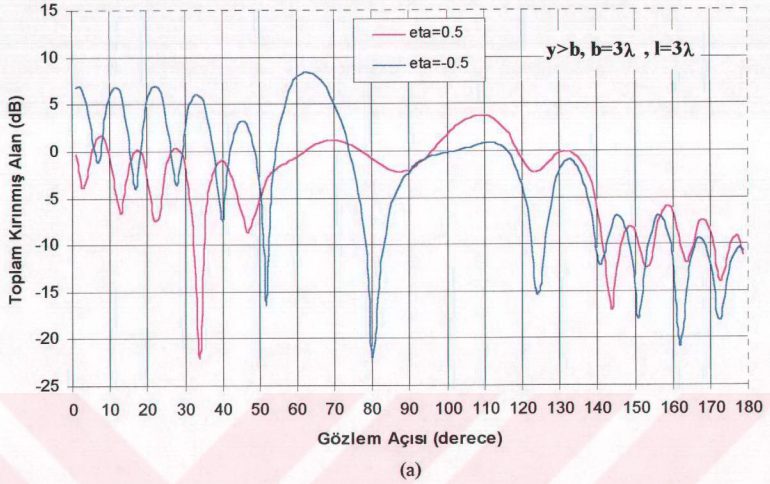
Şekil4.10a $l=\lambda, 2\lambda, 3\lambda$ değerleri için $b=\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan.



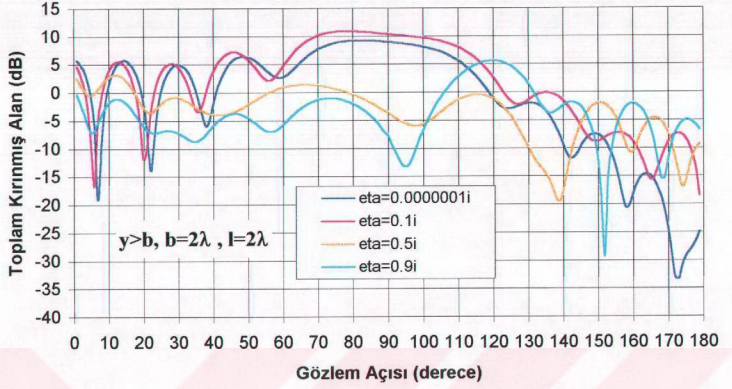
Şekil 4.10b $l=3\lambda, 6\lambda$ ve 9λ değerleri için, $b=3\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y > b$ bölgesindeki toplam kırınım alan.



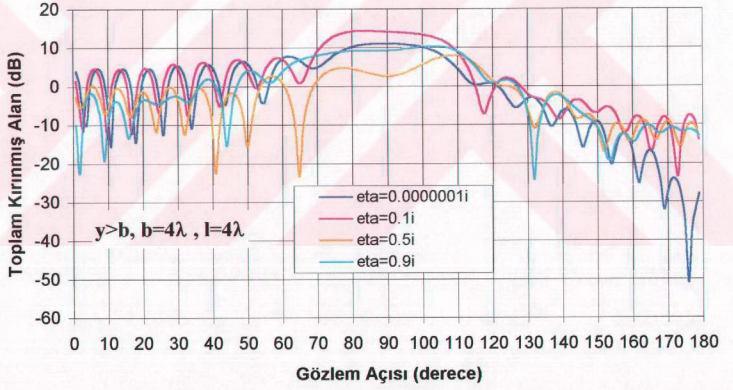
Şekil 4.11 $b=\lambda, 2\lambda$ ve 3λ değerleri için $l=\lambda, \eta=0.1i$ olması durumunda $y > b$ bölgesindeki toplam kırınım alan.



Şekil 4.12 Pozitif ve negatif reaktans değerleri için $b=l=3\lambda$ olması durumunda $y>b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan (a) $\eta=0.5i, -0.5i$ (b) $\eta=0.9i, -0.9i$.



(a)



(b)

Şekil 4.13 $\eta=0.0000001i, 0.1i, 0.5i, 0.9i$ değerleri için $y > b$ bölgesindeki toplam kırınmış alan (a) $b=l=2\lambda$ (b) $b=l=4\lambda$.

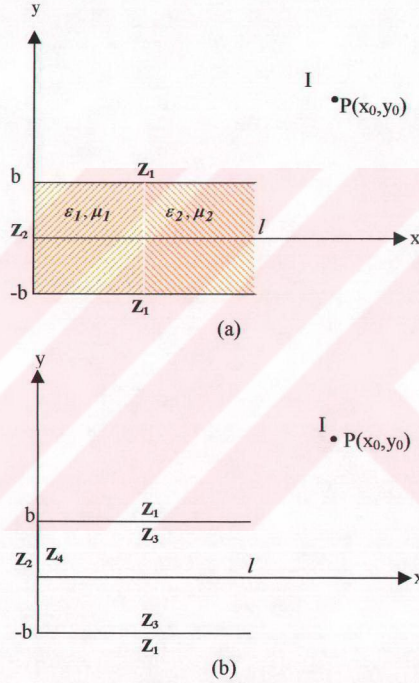
5. SONUÇLAR ve GELECEK ÇALIŞMALAR

Literatürde ilk defa olarak, bir tarafı açık yüzeyleri empedans özelliği gösteren dalga kılavuzundan elektromagnetik dalgaların difraksiyon probleminin asimtotik yüksek frekans çözümü Wiener-Hopf tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen çözümün mühendislik uygulamaları ve matematiksel açıdan önemi vardır. Bu nedenle, kılavuz boyutlarının ve yüzey empedansının değişik değerlerinin saçılma karakteristiğine olan etkilerini ortaya koymak amacıyla gerekli sayısal grafikler sunulmuş ve bunlardan çıkarılan sonuçlar ifade edilmiştir. Kılavuz yüzeylerinin değişik reaktans değerlerine sahip olması durumunda, toplam kırınmış alan değişimlerini veren grafiklerden, reaktans değerinin artmasıyla alanın, bilhassa mükemmel iletken duruma göre oldukça azaldığı gözlenmiştir. Matematiksel önem ise, klasik Wiener-Hopf formülasyonunu uygulamak yerine, kılavuzun iç bölgesinde toplam alanı modlar cinsinden bir seri ile ifade edip diğer bölgelerde Fourier dönüşümünü kullanarak sınır değer problemini, yaklaşık olarak çözülebilmesi mümkün olan, birbirinden bağımsız iki tane üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denkleminde indirgeyebilmektir. Bu denklemlerin çözümü, sonsuz boyutlu bir cebirsel denklem sistemi ve kesim çizgisi integrallerinin çözülmesiyle formel olarak elde edilmiştir. Elde edilen çözüm, kılavuz boyunun dalga boyuna göre küçük veya büyük olduğu durumlarda geçerlidir. Ancak kılavuz boyu dalga boyuna göre çok küçük ise, ikinci mertebeden terimlerin yanında daha yüksek mertebeden çözümlerinde hesaba katılması gerekir. Özel olarak $\eta = 0$ hali için bulunan analitik sonuçlarla aynı yapının mükemmel iletken halde (Kobayashi, 1991) elde edilmiş sonuçları çakışmaktadır. Analiz sırasında karşılaşılan yegane kısıtlama kılavuz yüzeylerinin saf sanal olması gerekliliğidir ($\eta = i\xi$, $\xi \in \mathfrak{R}$).

Problemin çözüm aşamasında görüntü tekniğinin kullanılması da matematiksel açıdan önem ihtiva eder. Görüntü tekniğini kullanmakla orijinal geometriden difraksiyon probleminin çözümü, daha basit iki geometriden difraksiyon probleminin çözümlerinin toplamına indirgenmektedir. Böylece toplam alanın simetrik ve asimetrik bileşenleri problemin daha en başında birbirinden ayrılmakta, böylelikle problemin Wiener-Hopf formülasyonu daha kolay bir biçimde elde edilmektedir.

Problemin, bu çalışmada ele alınan halini gözönüne alıp kılavuzun iç bölgesine değişik dielektrik tabakalar yerleştirilmesi durumunda ortaya çıkan probleme (Şekil 5a) çözüm

aramak ve bu durumun saçılma karakteristiklerinde meydana getireceği değişiklikleri saptamak bu aşamadan sonra ele alınması gereken bir konudur. Bunun yanında kılavuzun iç ve dış duvarlarının farklı empedans değerlerine sahip olması durumunda ortaya çıkacak problemin (Şekil 5b) matematiksel olarak çözümünü başarabilmek ve mühendislik uygulamaları açısından gerekli sonuçları saptayabilmek gelecek çalışmalarımızın ana başlıklarını teşkil etmektedir.



Şekil 5 (a) İçine dielektrik tabakalar yerleştirilmiş, dış yüzeyleri farklı empedans değerlerine sahip bir taraflı açık dalga kılavuzu geometrisi (b) İç ve dış duvarları farklı empedans değerlerine sahip bir taraflı açık dalga kılavuzu geometrisi.

KAYNAKLAR

- Altıntaş, A., Pathak, P. H. ve Liang, M. C., (1988), "A Selective Modal Scheme for the Analysis of EM Coupling into or Radiation from Large Open-Ended Waveguides", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-36:84-96.
- Atkinson, K. E., (1989), An Introduction to Numerical Analysis, John Wiley & Sons, Singapore.
- Bowman, J. J., (1965) "High Frequency Backscattering from an Absorbing Infinite Strip with Arbitrary Face Impedances", Can. J. Phys., 45:2409-2430.
- Büyükaksoy, A. ve Uzgören, G., (1987), Kırınımın Geometrik Teorisinde Birinci Mertebeden Kanonik Problemler, Yıldız Üniversitesi Yayınları, İstanbul.
- Büyükaksoy, A., Çetiner, B. A. ve Güneş, F., (1998), "High Frequency Diffraction by an Open-Ended Parallel Plate Waveguide Cavity with Impedance Walls" Progress in Electromagnetic Research Symposium, 13-17 July 1998, Nantes, France, 1142.
- İdemen, M., (1995), Kırınım Teorisi Ders Notları, İ.T.Ü, İstanbul.
- Jeng, S. K., (1990), "Scattering from a Cavity-Backed Slit in a Ground Plane- TE Case", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-38:1523-1529.
- Kobayashi, K. ve Sawai, A., (1991), "Plane Wave Diffraction by an Open-Ended Parallel Plate Waveguide Cavity", Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory Seminar, 3-17 June 1991, Adana.
- Kobayashi, K., (1991), "Diffraction by an Open-Ended Parallel Plate Waveguide Cavity with Dielectric/Ferrite Loading: The Case of E polarization", IEEE AP-S Symposium Digest, 2:1054-1057.
- Koshikawa, S. ve Kobayashi, K., (1991), "Diffraction by an Open-Ended Parallel Plate Waveguide Cavity with Dielectric/Ferrite Loading: The Case of H polarization", IEEE AP-S Symposium Digest, 2:1058-1061.
- Lee, C. S. ve Lee, W., (1987), "RCS of a Coated Circular Waveguide Terminated by a Perfect Conductor", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-35:391-398.
- Ling, H., Chou, C. ve Lee, S. W., (1989), "Shooting and Bouncing Rays: Calculating the RCS of an Arbitrary Shaped Cavity", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-37, 194-205.
- Maliuzhinets, G. D., (1958), "Excitation, Reflection and Emission of Surface Waves from a Wedge with Given Face Impedances", Sov. Physics Dokl., 1958, 752-755.
- Mitra, R. ve Lee, W., (1971), Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves, The Macmillan Company, New York.

Noble, B., (1958), Methods Based on the Wiener-Hopf Technique, Pergamon Press, New York.

Pathak, P. H. ve Burkholder, R. J., (1989), "Modal, Ray and Beam Techniques for Analyzing the EM scattering by an Open-Ended Waveguide Cavities", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-37:635-647.

Senior, T. B. A., (1976), "Electromagnetic Field Penetration into a Cylindrical Cavity", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, EMC-18:71-73.

Senior, T. B. A. ve Volakis, J. L., (1995), Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics, IEE press, London.

Volakis, J. L. ve Senior, T. B. A., (1985), "Simple Expression for a Function Occuring in Diffraction Theory", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-33(6):678-680.

Wiener, N. ve Hopf, E., (1931), Über Eine Klasse Singularer Integral-Gleichungen, Sitz. Ber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-Math. Kl., Verlag der Akademie der Wissenschaften, Berlin.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	12.11.1969	
Doğum yeri	Magosa, Kıbrıs	
Lise	1981-1987	Magosa Canbulat Lisesi
Lisans	1987-1991	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. Elektronik ve Haberleşme Müh. Böl.
Yüksek Lisans	1992-1995	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enst. Elektronik ve Haberleşme Müh. A.B.D. Haberleşme Programı
Doktora	1995-1999	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enst. Elektronik ve Haberleşme Müh. A.B.D. Haberleşme Programı
Çalıştığı kurum(lar)	1993-Devam ediyor	YTÜ Elektronik ve Hab. Müh. Böl. Elektromag. Alan. ve Mikrodal. Tek. A.B.D. Araştırma Görevlisi