

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SİSTEM OPTİMAL BULANIK TRAFİK ATAMA
PROBLEMİNİN OPTİMİZASYONU

Gizem TEMELCAN

DOKTORA TEZİ
Matematik Mühendisliği Bölümü
Matematik Mühendisliği Programı

Danışman
Prof. Dr. İnci ALBAYRAK

Eş-Danışman
Doç. Dr. Hale GONCE KÖÇKEN

Ocak, 2020

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SİSTEM OPTİMAL BULANIK TRAFİK ATAMA PROBLEMİNİN
OPTİMİZASYONU

Gizem TEMELCAN tarafından hazırlanan tez çalışması 07.01.2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Bölümü Matematik Mühendisliği Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İnci ALBAYRAK
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Doç. Dr. Hale GONCE KÖÇKEN
Yıldız Teknik Üniversitesi
Eş-Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. İnci ALBAYRAK, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. İsmail Hakkı ARMUTLULU, Üye
Marmara Üniversitesi

Doç. Dr. Coşkun GÜLER, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Mustafa SİVRİ, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. İnci ALBAYRAK sorumluluğunda tarafımca hazırlanan SİSTEM OPTİMAL BULANIK TRAFİK ATAMA PROBLEMİNİN OPTİMİZASYONU başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Gizem TEMELCAN

İmza

*Bu süreçte beni yalnız bırakmayan
herkese..*



TEŞEKKÜR

Tez çalışmamda akademik hayata dair bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan, önerileriyle yolumu aydınlatan ve yardımlarını esirgemeyen sayın danışmanlarım Prof. Dr. Inci Albayrak'a ve Doç. Dr. Hale Gonca Köçken'e teşekkürlerimi sunarım. Doktora programı sırasında kendilerinden aldığım derslerle, önerileri ve yardımlarıyla bu tezin oluşmasında katkıda bulunan sayın hocalarım Prof. Dr. İsmail Hakkı Armutlulu'ya, Prof. Dr. İsmail Şahin'e ve Prof. Dr. Cengiz Kahraman'a; bana çalışma isteği aşılayan sayın hocam Doç. Dr. Coşkun Güler'e şükranlarımı sunarım.

Doktora eğitimi sürecinde kader birlikteliği yaptığım arkadaşlarım Şahika Koyun Yılmaz'a, Ezgi Arslan Uluhan'a, Meltem Uzun'a ve Hülya Başeğmez Sezer'e; başta Emine Akcan olmak üzere tüm mesai arkadaşlarıma en içten dileklerle teşekkürlerimi iletirim. Zorlandığım zamanlarda yeni bir adım atmama ve akademik geleceğimin hayalini kurmama yardımcı olan Mert Edalı'ya, dostluğu için teşekkür etmek isterim.

İstanbul Büyükşehir Belediyesi Trafik Müdürlüğü çalışanlarına, veri sunarak çalışmamı gerçek bir problem üzerinde modelleyebilmeme imkan sağladıkları için teşekkür ederim.

Bana verdikleri destek ve pozitif enerji ile yaşadığım motivasyon bozukluklarını aşmamda etkili olan tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim. Hayatım boyunca hem maddi hem manevi desteğini esirgemeyen anneanneme, teyzeme; hayatım boyunca her zaman iyiye ve doğruya yönelmemi isteyen sevgili anneme ve babama şükranlarımı sunarım.

Gizem TEMELCAN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	viii
KISALTMA LİSTESİ	x
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xiii
ÖZET	xv
ABSTRACT	xvii
1 Giriş	1
1.1 Literatür Özeti	2
1.1.1 Kullanıcı Dengeli Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti .	3
1.1.2 Sistem Optimal Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti . .	4
1.1.3 Bulanık Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti	7
1.2 Tezin Amacı	11
1.3 Orijinal Katkı	12
2 Trafik Atama Problemi	14
2.1 Trafik Akış Modelleri	21
2.2 Greenshields Modeli	25
2.2.1 Düzenli Akış Durumu için İki Boyutlu İncelemeler	29
2.3 Yolculuk Süresi Fonksiyonları	33
2.4 Trafik Atama Problemleri	41
2.5 Trafik Atama Problemlerinin Matematiksel Modelleri	44
2.5.1 Kullanıcı Dengeli Trafik Atama Probleminin Modeli	45
2.5.2 Sistem Optimal Trafik Atama Probleminin Modeli	46
2.5.3 Kullanıcı Dengeli ve Sistem Optimal Trafik Atama Problemleri Arasındaki İlişki	47
2.6 Trafik Atama Probleminin Çözümünde Kullanılan Yöntemler	50
2.6.1 Frank-Wolfe Algoritması	51
2.6.2 Varyasyonel Eşitsizlik Teorisi	52

2.6.3	Oyun Teorisi	54
3	Bulanık Matematik	58
3.1	Bulanık Kümeler	59
3.1.1	Bulanık Kümelerde İşlemler	61
3.2	Bulanık Sayılar	63
3.2.1	Üçgensel Bulanık Sayılarda İşlemler	64
3.3	Bulanık Fonksiyonlar	66
3.3.1	Bulanık Fonksiyon Çeşitleri	67
3.4	Bulanık Türev	70
3.4.1	Klasik Fonksiyonun Bulanık Noktadaki Türevi	70
3.4.2	Fonksiyonların Bulanık Takımının Reel Noktadaki Türevi	71
3.5	Durulaştırma Yöntemleri	71
3.5.1	En Büyük Üyelik İlkesi Yöntemi	72
3.5.2	Ağırlık Merkezi Yöntemi	72
3.5.3	Ağırlıklı Ortalama Yöntemi	73
3.5.4	Ortalama En Büyük Üyelik Yöntemi	74
3.5.5	Toplamların Merkezi Yöntemi	74
3.5.6	Sıralama Fonksiyonu	75
3.6	Tam Bulanık Programlama	75
4	Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu	81
4.1	Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi	81
4.2	Bulanık Parametreler Kullanılarak Bulanık Bağlantı Yolculuk Süresi Fonksiyonlarının Oluşturulması	82
4.3	Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Matematiksel Modeli	85
4.4	Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu için Önerilen Yöntem	86
5	Modelin Uygulaması	92
5.1	Küçük Ölçekli Ulaşım Ağı Üzerinde Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi	92
5.2	Orta Ölçekli Ulaşım Ağı Üzerinde Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi	102
5.2.1	Belirlenen Tüm Parametrelerin Bulanık Olmaması Durumu . . .	108
5.2.2	Sadece Talebin Bulanık Olması Durumu	109
5.2.3	Sadece Ortalama Hızların Bulanık Olması Durumu	111
5.2.4	Sadece Araç Uzunluğunun Bulanık Olması Durumu	112
5.2.5	Sadece Araç Uzunluğunun Bulanık Olmaması Durumu	113
5.2.6	Sadece Talebin Bulanık Olmaması Durumu	115

5.2.7	Sadece Ortalama Hızların Bulanık Olmaması Durumu	116
5.3	Tüm Parametrelerin Bulanık Olması Durumunda Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi	117
6	Sonuç ve Öneriler	124
	Referanslar	128
	Tezden Üretilmiş Yayınlar	137



SİMGE LİSTESİ

c	Boşluk mesafesi
c_{od}^k	(o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının yolculuk süresi
$c_{mar,od}^k$	(o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının marjinal yolculuk süresi
cap_{ij}	(i, j) bağlantısının kapasitesi
D	Varış noktaları kümesi
F_{od}	Her bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki akış (talep)
f_{od}^k	(o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahı üzerindeki akış
I	Tek yönlü bağlantılar kümesi
K	N ulaşım ağı üzerindeki tüm güzergahlar kümesi
$K_{o,d}$	Her bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan güzergahlar kümesi
l	Araç uzunluğu
L_{ij}	(i, j) bağlantısının uzunluğu
N	Ulaşım ağı
n_{ij}	(i, j) bağlantısının tek bir şeridinde bulunan araç sayısı
N_{ij}	(i, j) bağlantısı üzerindeki toplam araç sayısı
O	Çıkış noktaları kümesi
$O \times D$	Çıkış-varış nokta çiftleri kümesi
s	İzleme mesafesi
T_{ij}^0	(i, j) bağlantısının serbest yolculuk süresi
T_{ij}^1	(i, j) bağlantısının kapasite yolculuk süresi
t_{ij}	(i, j) bağlantısının yolculuk süresi
$t_{mar,ij}$	(i, j) bağlantısının marjinal yolculuk süresi

u_1	Araçların serbest ortalama hızı
u_2	Araçların minimum ortalama hızı
V	Ardışık olarak numaralandırılmış düğümler kümesi
w_{ij}	(i, j) bağlantısı üzerindeki şerit sayısı
x_{ij}	(i, j) bağlantısı üzerindeki akış
Δ	Bağlantı-güzergah oluşum matrisi



KISALTMA LİSTESİ

BPR	Bureau of Public Roads
DGAP	Dualite Fark
DTA	Dinamik Trafik Atama
FW	Frank Wolfe
HvH	Hep veya Hiç
KD	Kullanıcı Dengeli
KDTA	Kullanıcı Dengeli Trafik Atama
KKT	Karush Kuhn Tucker
LP	Lineer Programlama
RGAP	Göreceli Fark
SO	Sistem Optimal
SOBTA	Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama
SOTA	Sistem Optimal Trafik Atama
TA	Trafik Atama
vb.	ve benzeri
vd.	ve diğerleri
VE	Varyasyonel Eşitsizlik

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	Ulaşım planlamasının tahminleme süreçleri	14
Şekil 2.2	Performans ve talep fonksiyonları ile denge noktasının gösterimi . .	17
Şekil 2.3	Ulaşım ağı üzerinde denge	18
Şekil 2.4	Kararlı denge durumu grafiği	19
Şekil 2.5	Kararsız denge durumu grafiği	19
Şekil 2.6	İzleme ve boşluk mesafesi arasındaki ilişki	27
Şekil 2.7	Yoğunluk-ortalama hız ilişkisi grafiği	30
Şekil 2.8	Akış- ortalama hız ilişkisi grafiği	31
Şekil 2.9	Akış-yoğunluk ilişkisi grafiği	32
Şekil 2.10	Bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu grafiği	35
Şekil 2.11	Kararlı koşullar altında ve zamana bağlı durumlarda kapasite değeri sonrası yolculuk süresi fonksiyonu grafiği	35
Şekil 2.12	$x/cap < 1$ olması durumunda BPR fonksiyonunun grafiği	39
Şekil 2.13	$x/cap > 1$ olması durumunda BPR fonksiyonunun grafiği	40
Şekil 2.14	Bağlantı yolculuk süresinin sabit alınması	47
Şekil 2.15	Herhangi bir bağlantı için yolculuk süresi fonksiyonu ile SO ve KD hesaplanması	48
Şekil 2.16	Marjinal ve bireysel yolculuk süresi fonksiyonları grafiği	49
Şekil 3.1	Konveks ve konveks olmayan bulanık kümeler	61
Şekil 3.2	İki bulanık kümenin kesişimi	62
Şekil 3.3	İki bulanık kümenin birleşimi	62
Şekil 3.4	LR-tipi bulanık sayı	63
Şekil 3.5	Yamuksal bulanık sayı	64
Şekil 3.6	Üçgensel bulanık sayı	65
Şekil 3.7	Fonksiyonların bulanık takımı grafiği	70
Şekil 3.8	Tek bir tepe noktasına sahip farklı tipteki bulanık kümeler	72
Şekil 4.1	Bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	84
Şekil 5.1	Küçük ölçekli ulaşım ağı üzerinde belirlenen düğümler	93
Şekil 5.2	Küçük ölçekli ulaşım ağı	93
Şekil 5.3	Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (1,3) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	95

Şekil 5.4	Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (1, 2) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	96
Şekil 5.5	Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (2, 3) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	96
Şekil 5.6	Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (2, 4) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	97
Şekil 5.7	Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (3, 4) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği	97
Şekil 5.8	Orta ölçekli ulaşım ağı üzerinde belirlenen düğümler	103
Şekil 5.9	Orta ölçekli ulaşım ağı	104



TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1	Çıkış-varış matrisi	15
Tablo 5.1	Küçük ölçekli ulaşım ağına ait veri seti	94
Tablo 5.2	Hesaplanan bulanık parametreler	95
Tablo 5.3	Küçük ölçekli ulaşım ağı üzerindeki SOBTA probleminin bulanık optimal çözümü	101
Tablo 5.4	Orta ölçekli ulaşım ağına ait veri seti	104
Tablo 5.5	Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre aralıklar halinde düzenlenmiş araç sayısı ve hız veri seti	106
Tablo 5.6	Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre düzenlenmiş bulanık talep ve bulanık hızlar	107
Tablo 5.7	Belirtilen tüm parametrelerin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları	108
Tablo 5.8	Belirtilen tüm parametrelerin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	109
Tablo 5.9	Sadece talebin bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları	109
Tablo 5.10	Sadece talebin bulanık olması durumunda kullanılan güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri	109
Tablo 5.11	Sadece talebin bulanık olması durumunda tüm güzergahların durulaştırılmış optimal marjinal yolculuk süreleri	110
Tablo 5.12	Sadece ortalama hızların bulanık olması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları	111
Tablo 5.13	Sadece ortalama hızların bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	111
Tablo 5.14	Sadece araç uzunluğunun bulanık olması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları	113
Tablo 5.15	Sadece araç uzunluğunun bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	113
Tablo 5.16	Sadece araç uzunluğunun bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları	114

Tablo 5.17 Sadece araç uzunluğunun bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	114
Tablo 5.18 Sadece talebin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları	115
Tablo 5.19 Sadece talebin bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	115
Tablo 5.20 Sadece ortalama hızların bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları	116
Tablo 5.21 Sadece ortalama hızların bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	116
Tablo 5.22 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen bulanık optimal güzergah akışları	117
Tablo 5.23 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri	119
Tablo 5.24 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen üzerinde akış bulunan güzergahların bulanık yolculuk süreleri . . .	122
Tablo 5.25 Orta ölçekli ulaşım ağı üzerinde ele alınan SOBTA probleminin bağlantı ve güzergah tabanlı göreceli fark değerleri	123

SİSTEM OPTİMAL BULANIK TRAFİK ATAMA PROBLEMİNİN OPTİMİZASYONU

Gizem TEMELCAN

Matematik Mühendisliği Bölümü
Doktora Tezi

Danışman: Prof. Dr. İnci ALBAYRAK
Eş-Danışman: Doç. Dr. Hale GONCE KÖÇKEN

Günümüzde özellikle büyük şehirlerde, yolculuk talebiyle birlikte artış gösteren araç sayısı, beraberinde tıkanıklık, gecikme gibi trafik problemlerini getirmiş ve her geçen gün daha büyük bir sorun olmaya başlamıştır. Bu sorunu çözmek üzere yöneticiler, belirlenen ulaşım ağı üzerindeki çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki toplam sistem yolculuk süresini minimize etmeyi hedeflemektedirler.

Bu tezde, bir ulaşım ağı üzerinde akış korunumunu sağlayarak çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki toplam sistem yolculuk süresini minimize etmeyi hedefleyen, ulaşım planlama sürecinin son basamağı olan Sistem Optimal Trafik Atama (SOTA) problemine odaklanılmıştır. SOTA problemi akış korunumu kısıtları altında her bir bağlantı akışı ile o bağlantıya ait yolculuk süresi fonksiyonunun çarpımlarının toplamlarından oluşan lineer olmayan bir amaç fonksiyonuna sahiptir. Bağlantı uzunluğu, bağlantıdaki şerit sayısı, araç ortalama hızı ve araç uzunluğu problemin temel parametreleri olup, boşluk mesafesi, takip mesafesi, bağlantı kapasitesi ve serbest yolculuk süresi ise temel parametreler aracılığıyla hesaplanan diğer parametrelerdir. Bir ulaşım ağında bağlantı uzunlukları ve şerit sayıları kesin (bulanık olmayan) birer sayı olmakla beraber, ağı kullanan araçların uzunlukları ve ortalama hızları belirsizlik içermektedir. Ayrıca, herhangi bir anda ağ üzerindeki herhangi bir güzergahtaki araç sayısını da kesin sayı ile ifade etmek mümkün olmamaktadır. Bu nedenle, doğasında belirsizlik barındıran SOTA problemi, Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama (SOBTA) problemi olarak modellenmiş ve gerçek hayata uygulanabilirliği

arttırılmıştır.

Oluşturulan bu bulanık modelde ortalama hız, araç uzunluğu ve toplam araç sayısı üçgensel bulanık sayılar olarak dikkate alınmış, her bir bağlantı yolculuk süresi, bulanık akışa bağlı lineer bir fonksiyon olarak inşa edilmiştir. Böylece, lineer olmayan amaç fonksiyonuna sahip SOBTA problemi, tüm parametreleri bulanık olan tam bulanık bir programlama problemi yapısında oluşmuştur. Küçük ve orta ölçekli ulaşım ağları üzerinde modellenen SOBTA problemi, önerilen yaklaşım uygulanarak çözülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Sistem optimal trafik atama problemi, üçgensel bulanık sayılar, bulanık yolculuk süresi fonksiyonu, tam bulanık doğrusal olmayan programlama



OPTIMIZATION of the SYSTEM OPTIMUM FUZZY TRAFFIC ASSIGNMENT PROBLEM

Gizem TEMELCAN

Department of Mathematical Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Advisor: Prof. Ph.D. Inci ALBAYRAK

Co-advisor: Assoc. Prof. Ph.D. Hale GONCE KOCKEN

Nowadays, number of vehicles increasing with travel demand has caused traffic problems such as congestion and delay especially in metropolises, and it has become a significant problem day by day. In order to overcome this problem, managers aim to minimize total system travel time between origin-destination pairs on the network.

In this thesis, we focus on the last step of transportation forecasting process, that is, System Optimum Traffic Assignment (SOTA) problem. The problem aims to minimize the total system travel time between origin-destination pairs by providing flow conservation on a network. The SOTA problem has a nonlinear objective function, which is constructed as the sum of the multiplications of each link flow and the related link travel time function, and is under flow conservation and non-negativity constraints. Length of link, number of lanes, average speed and vehicle-length are main parameters of the problem while clearance, spacing, link capacity and free-flow travel time are the other parameters calculated by the main parameters. Although the length of link and the number of lanes on a network can be represented by crisp numbers, the vehicle-length and the average speed have uncertainty. Moreover, it is not possible to specify the exact number of vehicles traversing from any link on the network at any time. Thus, the SOTA problem including uncertainty is modeled as System Optimum Fuzzy Traffic Assignment (SOFTA) problem, and applicability of the SOTA problem to real life has been increased.

In this fuzzy model, the average speed, the vehicle-length and the travel demand are

considered as triangular fuzzy numbers, and each link travel time is constructed by defining a linear function based on fuzzy link flow. Thus, the SOFTA problem having a nonlinear objective function is modelled as a fully fuzzy nonlinear programming problem where all parameters and variables are fuzzy. The SOFTA problem is tested on small and medium sized networks, and solved by using the proposed method.

Keywords: System optimum traffic assignment problem, triangular fuzzy numbers, fuzzy travel time function, fully fuzzy nonlinear programming



1

Giriş

Bir ülkenin veya şehrin ulaşım sisteminin iyi bir şekilde planlanmaması, maliyet, zaman ve çevre kirliliği açısından zarar ile sonuçlanacaktır. Örneğin, bir bölgenin demografik verilerinden ve arazi kullanımından uygun şekilde yararlanmayıp bu bölgenin ulaşım ağını oluşturan bağlantı, kavşak gibi fiziksel yapıların iyi tasarlanmaması, bu ağı kullanacakları ekonomik ve toplumsal açıdan olumsuz yönde etkileyecektir. İyi tasarlanmamış bu ulaşım ağı üzerinde karşılaşılan trafik tıkanıklıkları, gecikmeler ve kazalar, hem ekonomik hem de toplumsal açıdan kullanıcılar üzerinde bir etki yaratacaktır. Bu tıkanıklıklar ve gecikmeler, araçların fazladan akaryakıt kullanımına sebep olacak ve bu durum hava kirliliğine de etki edecektir. Dolayısıyla, ulaştırma sistemleri, bir ülkenin hem toplumuna hem de ekonomisine önemli derecede etki eden yapılardan yalnızca biridir. Ayrıca, gün geçtikçe artan araç sayısı ile birlikte artış gösteren yolculuk talebi de her geçen gün daha önemli bir sorun olmaya başlamıştır. Bu artan yolculuk talebiyle, her bir sürücü kendi maliyetini ve/veya yolculuk süresini en iyilemeye çalışacaktır. Ancak, kullanıcıların kendi çıkarlarını en iyilemeye çalışması, bir süre sonra ulaşım sistemi üzerinde bir kaos ortamının oluşmasına sebep olacaktır. Bu yüzden, görülen bu trafik problemlerini hafifletmek üzere yöneticiler, ilgili ulaşım ağı üzerinde, sistemin çıkarlarını gözetmek üzere çalışmalar yürütecektir.

Belirlenen bir ulaşım ağı üzerinde bir yolculuğun şekillendirilmesi, kullanıcıların aldığı kararların sonucuna göre gerçekleşecektir. Örneğin, bir kullanıcı okula gitmek, işe gitmek, eve dönerken markete uğramak gibi belirlediği bir veya birkaç amacı yerine getirmek üzere yolculuk yapıp yapmayacağına karar verir. Eğer amacını gerçekleştirmek üzere yolculuk yapmaya karar verdiyse bu yolculuğu günün hangi vaktinde yapacağını; kişisel araç ya da toplu taşıma aracılığıyla mı yoksa yayan şekilde mi yapacağını belirler. Verdiği bu kararlardan sonra nereye gideceğine ve giderken hangi güzergahı kullanacağını da belirleyerek sonuçta planladığı yolculuğu gerçekleştirmiş olacaktır. Burada verilen her bir karar, ulaşım planlaması süreci içerisinde olup bu süreç sırasıyla yolculuk oluşumu, yolculuk dağılımı, mod ayrımı

ve trafik atama şeklinde dört aşamadan oluşmaktadır. Bu tezde, ulaşım planlanması sürecinin son aşaması olan trafik atama kavramı incelenecektir.

TA, alternatif güzergahlar arasında optimal trafik dağılımının elde edilmeye çalışılması olarak tanımlanabilir. Bu kavram ilk olarak 1924 yılında Frank Knight tarafından ortaya atılmıştır. 1956 yılında Beckmann vd. [1], ilk kez TA probleminin matematiksel modelini oluşturmuşlar ve bu model literatüre Beckmann Transformasyonu olarak geçmiştir. İlgili model, akış korunumu ve negatif olmama kısıtlarını sağlarken ağ üzerindeki her bir bağlantı yolculuk süresini minimize eden lineer olmayan bir matematiksel programlama problemidir. Literatürde, kullanıcı dengeli (*user-equilibrium*) (KD) model ve sistem optimal (*system optimum*) (SO) model olmak üzere iki temel TA problemi bulunmaktadır. Bu modeller, akış korunumu ve negatif olmama kısıtlarını sağlayarak ulaşım ağı üzerindeki yolculuk süresini en aza indirmeyi amaçlamaktadırlar. KDTA probleminde her bir kullanıcı, diğer kullanıcılarla işbirliği yapmaksızın, sadece kendi çıkış-varış nokta çifti arasındaki bireysel yolculuk süresini en aza indirmeyi amaçlar. KDTA problemi, 1952 yılında Wardrop'un önerdiği birincil ilke olan "Hiçbir sürücü, mevcut güzergahını değiştirerek kendi yolculuk süresini iyileştiremez." ifadesine dayanmaktadır [2]. SOTA probleminde kullanıcıların bireysel yolculuk sürelerine bakılmaksızın, ulaşım ağı üzerindeki sistemin toplam yolculuk süresinin iyileştirilmesi amaçlanır. Bu problem de yine Wardrop'un 1952 yılında önerdiği ikincil ilke olan "Sürücüler birbirleriyle işbirliği yaparak sistemin toplam yolculuk süresini en aza indirebilirler." ifadesine dayanmaktadır [2]. Bu tezde, SOTA problemi incelenecek olup aşağıda TA problemlerinin literatürdeki çalışmalarına yer verilecektir.

1.1 Literatür Özeti

Leblanc vd. [3], geniş ölçekli bir karayolu ağı üzerindeki TA probleminin çözümü için etkili bir yöntem geliştirmişler ve bu çalışmada ortalama yolculuk süresi fonksiyonu olarak ABD Karayolu İdaresi'nin TA problemlerinde kullanmış oldukları lineer olmayan BPR fonksiyonunu dikkate almışlardır. Leblanc [4], ağ denge problemleri, kentsel ağ tasarım problemleri, uçak rotalama problemleri, stokastik ulaşım problemleri gibi ulaşım sistemlerinde kullanılan birkaç geniş ölçekli matematiksel programlama modeli sunmuştur. 1977 yılında Daganzo [5], LeBlanc vd. [3] tarafından geliştirilen algoritmayı, bağlantı kapasitesine sahip ağlar için genelleştirmiştir. Ayrıca, Daganzo [6], bağlantı kapasitelerinin dengedeki herhangi bir TA algoritmasına nasıl entegre edileceğini göstererek kendi [5] çalışmasından elde ettiği sonuçları genelleştirmiştir. Fisk [7], solumanın sınırlı olduğu bağlantılarda yolculuk süresi ve akış arasındaki analitik ilişkilerin elde edilmesine olanak sağlayacak teorik bir

çalışma sunmuştur. Bu çalışmada benimsenen olasılıksal modelin parametreleri olarak bir takım halinde yolculuk eden ardışık araçlar arasındaki minimum izleme süresi ve serbest yolculuk süresinin ortalaması ve varyansı alınmıştır. 1995 yılında Daganzo [8], DTA literatüründe ele alınan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarının genel yapısını incelemiştir. Kachroo and Sastry [9], yoğunluğa bağlı yolculuk süresi fonksiyonu kullanarak statik TA problemi ele almışlardır. Çalışmada yoğunluğa bağlı yolculuk süresi fonksiyonu, akışa bağlı yolculuk süresi fonksiyonu karşılaştırılmış ve bu fonksiyon kullanılarak akıllı ulaşım sistemleri üzerinde bir uygulaması gösterilmiştir.

1.1.1 Kullanıcı Dengeli Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti

Magnanti (1984), Sheffi (1985), Patriksson (1994) ve Florian ve Hearn (1995), statik TA probleminin kullanıcı dengesini hesaplamak üzere kapsamlı matematiksel formülasyonlar ve algoritmalar sunmuşlardır [10]. Ferrari [11], ayrılabilir olmayan (*nonseperable*) yolculuk süresi fonksiyonları ve kapasite kısıtları içeren, elastik yolcu talebine sahip bir KDTA problemi ele almıştır. Lo ve Chen [12], KDTA problemi için alternatif bir matematiksel program önermişlerdir. Önerilen bu programın değişkenleri güzergah akışı ve en kısa güzergah yolculuk süresi olmak üzere amaç fonksiyonu, düzgün (*smooth*), konveks ve sınırlı bir fark fonksiyonu (*gap function*) olarak tanımlanmıştır. Programı test etmek üzere iki çözüm yaklaşımı önerilmiştir. Her iki yaklaşım da ardışık kuadratik programlama (*successive quadratic programming*) içermekte olup önerilen bu program, küçük ve orta ölçekli ulaşım ağları üzerinde uygulanmıştır. Carey ve Ge [13], dinamik trafik atamada kullanılan iki farklı bağlantı yolculuk süresi modelini çeşitli akış profillerinde öncelikle tüm bağlantı (*whole link*) boyunca uygulayarak karşılaştırmışlardır. Daha sonra, bağlantı yolculuk süresinin bağlantının uzunluğuna bağlı olup olmadığını göstermek amacıyla, bir bağlantıyı bölümlere ayırıp her iki modeli de bu alt bölümlere sırasıyla uygulamış ve elde edilen çözümlerin LWR modelinden elde edilen çözümle benzer çıktığını göstermişlerdir. He vd. [14], güzergah tabanlı (*path based*) trafik modellerinde görülen güzergah akışının tek olmaması (*path flow nonuniqueness*) ve güzergah çakışımı (*path overlapping*) sorunlarını belirtmiş ve bağlantı tabanlı (*link based*) günden güne değişen (*day-to-day*) bir KDTA problemi önererek bu sorunları ortadan kaldırmaya çalışmışlardır. Nie [15], bağlantı tabanlı ve güzergah tabanlı modellemelerden daha etkin olarak bilinen çıkış (çalış) tabanlı (*origin/bush based*) KDTA problemi için daha hassas sonuçlar elde etmek üzere mevcut bir grup çözüm algoritmasını incelemiş ve bu algoritmaları hızları ve kararlılıklarına göre birbirleriyle karşılaştırmıştır. Inoue ve Maruyama [16], sabit talep (*fixed demand*) ve ayrılabilir (*seperable*) maliyet fonksiyonlarını kullanarak, deterministik KD statik TA problemlerini çözmek üzere önerilen algoritmaların performanslarını test etmek ve bu algoritmaların kesin çözüme yakınsamalarını

ölçmek üzere FW ve ayrıştırma (*decomposition*) algoritmaları başta olmak üzere bazı gelişmiş algoritmaları karşılaştırmışlar ve bu karşılaştırmalar sonucunda eşleştirilmiş alternatif segmentler (*paired alternative segments*) algoritmasının aralarında en iyisi olduğunu göstermişlerdir. Perederieieva vd. [17], KD statik TA problemlerini çözen bazı algoritmaları incelenmişler ve bu algoritmaların kodlamalarındaki benzerlikleri ve farklılıkları karşılaştırılmışlardır. Bu algoritmalar bağlantı tabanlı, güzergah tabanlı ve çıkış tabanlı şeklinde üç farklı kategoriye ayrılarak verilmiş ve bu kategorilerin avantajları ve dezavantajları belirlenmiştir. Wageningen-Kessels ve Wilson [18], tıkanık otoyol üzerindeki heterojen trafik akışın şeritler üzerinde nasıl dağıldığını açıklamak üzere makroskobik bir model önermişlerdir. Bu modelde şeritler üzerindeki dağılım bir KDTA problemi olarak ifade edilmiş ve şerit değişikliğine yönelmeksizin her sürücünün kendi hızlarını en üst düzeye çıkarmak üzere şerit seçtiği varsayılmıştır. Galligari ve Sciandrone [19], güzergah tabanlı değişkenleri olan lineer olmayan minimizasyon problemi şeklinde formüle edilmiş bir KD statik TA problemini çözmek üzere bir algoritma önermişlerdir. Önerdikleri bu güzergah eşitleme (*path equilibration*) algoritması, bir çeşit Gauss-Seidel ayrıştırma yöntemi olup sadece aktif olan güzergah değişkenlerini depolamak üzere sütun üretme (*column generation*) yöntemi kullanmışlardır. Uygulamadan elde edilen hesaplama sonuçlarına göre önerilen bu algoritma, her boyuttaki ağa uygulanabilir ve yüksek seviyede doğruluğa sahiptir. Bliemer ve Raadsen [20], kapasite ve bekletme (*storage*) kısıtları içeren güzergah tabanlı, bir KD statik TA problemi modellemişlerdir. Eklenen bu kısıtlarla geleneksel statik TA modelinden daha gelişmiş ve 1.mertebe DTA modelinden daha basit olan bu model, sadece orta ölçekli ağlara uygulanmış olup yüksek ölçekli ağlara uygulanabilmesi için hesaplama süresini düşürmek üzere çalışılmaktadır.

1.1.2 Sistem Optimal Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti

SOTA probleminin değişkenleri bağlantı tabanlı olan dinamik yapıdaki lineer olmayan matematiksel programlama modeli ilk kez 1978 yılında Merchant ve Nemhauser tarafından oluşturulmuştur. Merchant ve Nemhauser [21], oluşturdukları bu SO DTA modelini, tek varış (*single destination*) noktalı bir ağ üzerinde ayrık zaman (*discrete time*) aralıklarında incelemişlerdir. Bu DTA modeli, lineer olmayan bir matematiksel programlama problemi olup amaç fonksiyonunda değişiklikler yapılarak parçalı lineer yapıya bir modele dönüştürülmüştür. Aynı yıl, Merchant ve Nemhauser [22] makalesinde, [21] çalışmalarında ele aldıkları SO DTA probleminin gerekli optimallik koşullarının, statik TA probleminin optimallik koşullarının bir genellemesi olduğunu göstermişlerdir. Ayrıca, statik talep koşulları altında dinamik modelin davranışı incelenmiş ve bu koşullar altında önerilen dinamik modelin, standart statik modelin bir genelleştirilmiş hali olduğu belirlenmiştir. Daha sonra Carey, [23]

makalesinde Merchant ve Nemhauser'ın önerdiği konveks olmayan matematiksel programlama probleminin analitik olma ve hesaplama avantajlarına sahip olmadığını belirtmiş ve önerilen bu problemde bulunan akış yayılım (*flow propagation*) kısıtlarını eşitlikten eşitsizliğe dönüştürerek problemi konveks yapıya bir hale dönüştürmüştür. Benzer şekilde, Friesz vd. [24], çoklu çıkış tek varış nokta çiftine sahip ulaşım ağı üzerinde SO ve KD statik TA problemlerinin dinamik genişletimini analiz etmişlerdir. Bu problemler optimal kontrol problemi olarak modellenmiştir olup SO DTA problemi, Merchant ve Nemhauser'ın önerdiği modelin ve daha sonra Carey'nin [23] incelediği modelin sürekli zaman (*continuous time*) versiyonu olarak kabul edilmiştir. Ayrıca önerilen bu optimal kontrol problemi, önce Beckmann'ın [1] ve daha sonra Leblanc vd. nin [3] çalıştığı matematiksel programlama probleminin dinamik genelleştirmesi olarak ele alınmıştır. Ghali ve Smith [25], çoklu çıkış-varış nokta çiftine sahip bir ağ üzerindeki sürücüler, her bir bağlantıda görülen toplam gecikmeye göre atayan bir SO DTA problemi ele almışlar ve bu problemi yaklaşık olarak çözen bir model geliştirmişlerdir. İnceledikleri problemi çözebilmek üzere geliştirdikleri yaklaşım modelini Merchant ve Nemhauser'ın yaklaşımından ayıran fark, ulaşım ağının çoklu çıkış-varış nokta çiftine sahip olmasıdır. Ziliaskopoulos [26], Daganzo tarafından geliştirilen hücresel iletim (*cell transmission*) trafik modelleme yaklaşımını kullanarak, tek varış noktalı bir SO DTA problemini ilk kez bir LP problemi şeklinde modellemiştir. Li vd. [27], Ziliaskopoulos tarafından [26] çalışmasında sunulan SO DTA modelinin LP problemini çözmek üzere Dantzig-Wolfe ayrıştırmasına dayanan bir çözüm algoritması geliştirmişlerdir. Önerilen algoritmada alt ve üst şeklinde iki problem bulunmak üzere alt problem minimum-maliyet-akış problemi şeklinde formüle edilirken üst problem DTA modelinin daha etkin bir şekilde çözülmesini sağlayacak bir LP problemi olarak oluşturulmuştur. Bu algoritmanın performansı analiz edilmiş ve çoklu çıkış-varış nokta çifti olan ağlarda kullanılabilmesi için çalışılmasına devam edilmiştir. Jahn vd. [10], dinamik akışı kullanmayarak gerçek dünyayı doğrudan yansıtamayacaklarını öngörseler de statik akışı tercih ederek toplam yolculuk süresine daha doğru yakınsayabilecekleri kısıtlı bir SO modeli önermişlerdir. Bu model, literatürdeki KD ve SO TA modellerinin belirli özelliklerini kısıtlar şeklinde ele alarak formüle edilmiştir. Bu özelliklerden biri SO modelinin dezavantajı olarak bilinen kullanıcılar arasındaki güzergah kullanım adaletinin olmaması durumunu düzeltmeye çalışırken diğeri sistemin toplam yolculuk süresini minimize etmeyi amaçlamaktadır. Bu [10] çalışmanın teorik analizi ise Schulz ve Stier-Moses tarafından [28] çalışmasında yapılmıştır. Munoz ve Laval [29], tek çıkış noktası olan tıkanık bir hipotetik (varsayımsal) otoban üzerinde bir SO DTA problemi ele almışlardır. Bu problemi, kümülatif araç sayım eğrilerine dayanan ve varyasyon hesabı kullanarak optimalite koşulları üreten bir grafiksel çözüm yöntemi ile çözmeye çalışmışlardır. Önerilen bu yaklaşımın akşam saatlerinde görülen değiş tokuş sorunu veya vaka yönetimi

gibi durumlarda kullanılabilir olduğunu öne sürmüşlerdir. Chow [30], yaptığı literatür taramasında öncelikle TA probleminden bahsetmiş, daha sonra gün içinde (*within day*) ve günden güne (*day by day*) değişen SO ve KD TA problemlerinin dinamik modellerini incelemiştir. Shen ve Zhang [31], tek varış noktalı bir ağ üzerinde bağlantı tabanlı bir SO DTA problemini ele almıştır. Bu dinamik problemin modellenmesinde üç farklı trafik akış modeli kullanılmış: noktasal kuyruk (*point queue*), konumsal kuyruk (*spatial queue*), hücresel iletim modeli; ve sonuçta her birinden elde edilen minimum sistem maliyetlerinin aynı olduğu görülmüştür. Chow [32], hareket saati seçimli (*departure time choice*) SO DTA probleminin özelliklerini ve bu problem için önerdiği çözüm yöntemini incelenmiştir. İncelenen bu SO DTA problemi, duruma bağlı (*state-dependent*) bir optimal kontrol problemi yapısında formülize edilmiş olup belirli bir çalışma periyodu içerisinde sabit trafik akışı altında sistemin toplam yolculuk maliyetini minimize etmektedir. Bu problemi çözmek üzere önerilen çözüm algoritmasının deterministik kuyruk modeli hariç diğer tüm yolculuk süresi modellerinde kullanılabilir olduğu görülmüştür. Zheng ve Chiu [33], Ziliaskopoulos tarafından [26] makalesinde önerilen tek varış noktalı ağ üzerinde hücresel tabanlı (*cell-based*) bir SO DTA problemini çözmek üzere bir ağ akış (*network flow*) algoritması geliştirmişlerdir. Önerilen bu algoritma, diğer LP yöntemleriyle karşılaştırıldığında daha etkin hesaplama gücüne ve daha gerçekçi çözüme sahip olup Ziliaskopoulos'un [26] makalesinde benzer problemin çözümü için önerdiği LP yönteminden daha etkili olduğu görülmüştür. Qian vd. [34], güzergah tabanlı bir SO DTA problemini, noktasal kuyruk ve kinematik dalga trafik akış modelleri kullanarak, çoklu çıkış-varış noktalı bir ağ üzerinde ele almışlardır. Belirlenen ağ üzerinde bulunan bağlantıların, birleşme ve ayrılma noktalarında gözlemlenen akışların bozulmaları incelenmiş ve marjinal güzergah maliyetlerinin hesaplanacağı bir yöntem geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu yöntemi her iki akış modeli üzerinde uygulamışlar ve sonuçta aynı sistem maliyetini elde etmişlerdir. Ma vd. [35], tek varış noktalı bir ulaşım ağı üzerinde sürekli zaman SO DTA problemini optimal kontrol problemi olarak ele alıp incelemeye odaklanmışlardır. Önerilen modelde, akış yönü tersinde oluşan tıkanıklıktan meydana gelen araç kuyruğu dikkate alınmış ve modelin amaç fonksiyonu, toplam yolculuk süresi ile çıkış noktalarında bekleme süresinin toplamının minimizasyonu şeklinde tanımlanmıştır. Tajtehranifard vd. [36], güzergah tabanlı bir SO yarı-dinamik (*quasi-dynamic*) TA problemi önermişlerdir. Önerilen bu problem, dinamik modelin karmaşık yapısından uzak, statik modelin hesaplama etkinliğinden yararlanan, kapasite kısıtları ve artık kuyruk (*residual queue*) içeren ve ilk giren ilk çıkar prensibine dayanan bir problemdir. Bu problemin çözülebilmesi için güzergah marjinal maliyet yaklaşımı (*path marginal cost approximation*) algoritması geliştirmişler ve geliştirdikleri bu algoritmanın yakınsaklığını göstermek üzere göreceli fark (*relative gap*) fonksiyonu kullanmışlardır. Long ve

Szeto [37], ilk giren ilk çıkar prensibine ait kısıtların dahil/hariç olduğu bağlantı tabanlı bir SO DTA problemini modellemek üzere bir bağlantı iletim (*link transmission*) modeli geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu bağlantı iletim modelinin, bağlantıları küçük bölümlere ayırmadığından hücresel iletim modeline nazaran daha iyi hesaplama etkinliğine sahip olduğu görülmüştür.

1.1.3 Bulanık Trafik Atama Problemine ait Literatür Özeti

Teodorovic ve Kikuchi [38], TA problemine bulanık mantık teorisini ilk uygulayanlar arasında yer almaktadır. Yapılan çalışmada, otoyol üzerindeki alternatif iki güzergahtan birini seçmek üzere sürücülerin her bir güzergah için öngördükleri yolculuk süresi bulanık küme ile temsil edilmiştir. Ayrıca, bir bulanık kurallar kümesi oluşturulmuş ve güzergah seçim sürecinde bu kurallara dayanarak bulanık çıkarım yöntemi kullanılmıştır. Teodorovic [39], inceleme makalesinde trafik ve taşıma problemlerinde bulanık küme teorisinin uygulamalarını ele almış, bu uygulamaları sınıflandırmış ve analiz etmiştir. Bu çalışmada bulanık trafik denetleyicilerinden, bulanık mantığın kullanıldığı TA modellerinden, bulanık küme teorisine dayanan araç rotalama ve çizelgeleme modellerinden ve hava ve deniz trafik kontrollerinde bulanık küme teorisinin kullanımından bahsetmiş ve bu konularda 1970li yıllardan 1990lı yıllara kadar yapılan çalışmaların özetlerini sunmuştur. Bu çalışmada yer alan, trafik ve taşıma problemlerinde bulanık küme teorisini kullanan bazı çalışmalar şu şekilde sıralanabilir: Sugeno ve Murakami (1985), Sugeno ve Nishida (1985), Yamazaki ve Sugeno (1985), Sugeno vd. (1989), Chacroborthy (1990), Perincherry (1990), Perincherry ve Kikuchi (1990), Teodorovic (1992), Teodorovic ve Babic (1992), Kagaya vd. (1992) [39]. Liao ve Wang [40], KDTA probleminin uygun bir çözümünün olmadığı durumlarda en az bir çözüm elde etmek için problemde minimum ne kadar gevşetme (*relaxation*) yapılacağını belirlemeye çalışmışlardır. VE problemi olarak modellenen KDTA probleminde tolerans seviyesini belirlemek kolay olmadığından, klasik KDTA problemine bulanık küme teorisi uygulanmıştır. Uyguladıkları yöntem sonucunda amaç fonksiyonları farklı, kısıtları aynı olan iki matematiksel programlama problemi minimize edilmeye çalışılmıştır. Bu matematiksel programlama problemlerinden biri tolerans seviyesini, diğeri ise istenen optimal çözüme erişilecek optimallik derecesini belirlemek üzere oluşturulmuştur. Chang ve Chen [41], sürücülerin kullanacakları güzergahları seçerken bulanık yolculuk süresine bakarak karar verdikleri bir KDTA problemini çözmeye çalışmışlardır. Buna göre, güzergah seçim sürecinde önce bulanık yolculuk süreleri tanımlanmakta, daha sonra bu bulanık yolculuk süreleri durulaştırılarak (*defuzzification*) kesin değere dönüştürülmekte ve sonuçta hesaplanan kesin değerler karşılaştırılarak seçim yapılmaktadır. Burada bulanık yolculuk süreleri, sürücülerin

farklı trafik bilgisi durumlarında öngördükleri (*perceived*) yolculuk süresi olarak belirlenmiştir. Bu atama probleminde BPR bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları bulanık olarak tanımlanmıştır. Bu bulanık fonksiyonlar klasik kümeden bulanık kümeye tanımlanmış olmak üzere klasik akış değerlerini bulanık yolculuk süresine dönüştürmektedir. Önerilen bu atama probleminin çözümünde bulanık bir yöntem olan ardışık temsil yöntemi (*successive representation method*) kullanılmıştır. Bu iteratif yöntem, problemi minimize edecek doğrultuyu bulmakta ve elde edilen iteratif çözümler arasındaki farkı kontrol etmektedir. Belirtildiği üzere, Chang ve Chen [41] makalesinde lineer olmayan BPR bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu klasik kümeden bulanık kümeye tanımlanmıştır. Bu tezde ise lineer bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu ele alınmış ve bu fonksiyon bulanık kümeden bulanık kümeye tanımlanmıştır. Dolayısıyla, bulanık akış değerleri bulanık yolculuk süresine dönüştürmektedir. Wang ve Liao [42], düğüm-bağlantı matrisi ve dolayısıyla bağlantı-güzergah oluşum matrisinin bulanık olduğu bir KDTA problemi ele almıştır. Bu oluşum matrisin bulanık alınmasının sebebi, istenilen güzergahta yolculuk yapabilmek için hangi bağlantıların seçileceğinin belirsiz olmasıdır ve bu yüzden, bu bulanık matrisinin elemanları “bir p güzergahının bir i bağlantısını bulundurma olasılığı” şeklinde belirlenmiştir. VE problemi olarak modellenen KDTA problemi, bir çok-amaçlı programlama modeline dönüştürülmüştür ve ele alınan problemdeki maliyet ve talep fonksiyonları da bulanık alındığından, elde edilen optimal akış değeri de bulanık hesaplanmıştır. Bu tezde ise Wang ve Liao’nun aksine, bağlantı-güzergah oluşum matrisi klasik bir matris olarak alınmıştır. Akiyama [43, 44], bulanık bağlantı yolculuk süresi tanımıyla TA modellerini genişletmiş ve bulanık ölçümlerin kullanıldığı iki tür bulanık TA yöntemi önermiştir. Bu yöntemlerden biri ardışık ortalamalar yönteminin (*method of successive averages*) kullanıldığı standart bulanık yolculuk süresi yaklaşımı; diğeri ise FW algoritmasının uygulandığı bulanık en kısa yol yaklaşımıdır [45]. Chang ve Chen [46], bulanık VE yaklaşımı (*fuzzy variational inequality approach*) kullanılarak modellenmiş bağlantı tabanlı bir bulanık KDTA problemi ele almışlardır. Önerilen bu bulanık TA problemi, bulanık güzergah yolculuk süreleri ve bulanık minimum güzergah yolculuk süreleri durulaştırma yöntemi kullanılarak klasik bir değere dönüştürülerek klasik (*crisp*) KD statik TA problemine indirgenmiştir. Indirgenen bu problem köşegenleştirme (*diagonalization*) algoritması kullanılarak çözülmüş ve olası güzergah yolculuk süreleri elde edilmiştir. Henn [47], bulanık yolculuk sürelerinin olabilirlik teorisi ile (*possibility theory*) karşılaştırılmasına dayanan yeni bir güzergah seçim modeli ele almıştır. Önerdiği modelinin amacı, güzergah seçim sürecinde görülen kusurların ortadan kaldırılarak kesin bir şekilde sunulmasıdır. Bu modelde, her güzergahın maliyeti bulanık küme kullanılarak modellenmiş ve güzergah seçim sürecinde sürücülerin farklı yapılarını (risk alan veya riskten kaçınan) temsil etmek üzere çeşitli karşılaştırma indeksleri geliştirilmiştir.

Henn'e göre sürücüler güzergah yolculuk süreleri hakkında kesin bir bilgiye sahip değildirler ancak bu süreyle ilgili tahminleri bulunmaktadır. Henn, güzergah yolculuk sürelerindeki bu kusurları belgisizlik (*imprecision*) ve belirsizlik (*uncertainty*) olmak üzere iki gruba ayırmıştır. Bulanık yolculuk sürelerini karşılaştırmak üzere Dubois ve Prade'nin [48] çalışmasında geliştirdikleri olabilirlik teorisine dayanan sıralama yöntemi kullanılmıştır. Henn'in önerdiği modelin algoritmasında her ara düğüm için varış noktasına kadar olan tüm yolculuk süreleri hesaplanmaktadır. Yolculuk süresi hesaplanan güzergahlardan sadece en iyisi (en kısa süreye sahip olan) değil, iyi olabilecek diğer olası güzergahlar da önerilmektedir. Önerdiği bu model ile stokastik Logit modeli benzer sonuçlar vermiştir. Okada ve Soper [49], bir ağdaki her bağlantı uzunluğuna bir bulanık sayının atandığı en kısa yol problemine odaklanmıştır. Bulanık sayılar arasında bir sıralama bağıntısı kullanarak belirli bir düğümden tüm diğer düğümlere bağlanan bir baskın olmayan (*non-dominated*) güzergah tanımlamışlardır. Bu çok kriterli en kısa yol problemini çözmek üzere çoklu etiketleme yöntemine (*multiple labeling method*) dayanan bir algoritma geliştirilmişlerdir ve sonuçta baskın olmayan birçok güzergah elde edilmiş ve bu güzergahlar karar vericiye sunulmuştur. Chen ve Tzeng [50], gerçek trafik koşullarında sürücülerin kararlarındaki belirsizlikleri gidermek amacıyla öznel algılanan yolculuk maliyetine dayanan bir KDTA modeli ele almışlardır. Önerilen bu modelin birçok yönden Wardrop'un modelinden farklı olması istenmiştir. Bu farklılıklardan ilki, bağlantılar arasında çapraz etkinin var olduğunu kabul etmeleridir. Buna göre, bir bağlantı üzerindeki akışın maliyeti, sadece o bağlantı üzerindeki akışın yarattığı etkiden kaynaklanmamakta, diğer bağlantıların da etkisi bulunmaktadır. Diğer farklılık ise bulanık maliyet fonksiyonlarının olabilirliğe dayanarak oluşturulmuş olmasıdır. Bu yüzden, öznel algılanan yolculuk maliyetlerinin hesaplanmasında bulanık ölçüm (*fuzzy measure*) ve bulanık integral teknikleri kullanılmıştır. Modelin çözümüyle yakınsak bağlantı akışlarının bulunabilmesi için köşegenleştirme yöntemi uygulanmıştır. Sonuçta, uygulanan tekniğin bulanık trafiği farklı değerlere göre hesaplayabildiğini ve dolayısıyla ulaşım planlayıcıları tarafından trafik tahmini senaryoları geliştirmekte kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Binetti ve De Mitri'nin [51] çalışmasında önerdikleri güzergah seçim modelinde güzergah maliyetlerindeki belirsizlikler üçgensel bulanık sayılar kullanılarak temsil edilmiştir. Bulanık güzergah maliyetleri karşılaştırılarak öncelikle baskın ve baskın olmayan güzergahlar; daha sonra bu güzergah seçimlerinin olasılıkları belirlenmiştir. Liu vd. [45], bulanık mantık teorisinin KD DTA problemine uygulandığı yeni bir model önermişlerdir. Trafik koşullarını ve bu koşullara göre şekillenen yolculuk sürelerini tanımlamak üzere bulanık kümeler kullanılmışlar ve bu kümeler dilsel tanımlamalar (*linguistic descriptions*) şeklinde verilmiştir. Öngörülen bulanık bağlantı yolculuk süreleri için LR-tipi bulanık sayılar kullanılmış ve dolayısıyla öngörülen bulanık güzergah yolculuk

süreleri de LR-tipi elde edilmiştir. Bulanık en kısa yol algoritması kullanılarak en kısa güzergah(lar) bulunmuş ve bu güzergahlara akış atamak için C-logit yöntemi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar geleneksel stokastik TA probleminin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ridwan [52], güzergah seçim probleminde her bir sürücünün konumsal bilgisini dikkate alan yolculuk kararları için bulanık tercih tabanlı bir model önermiştir. Sürücülerin karar verişini daha gerçekçi temsil etmek üzere kullanılan bulanık tercih, geleneksel ikili tercih kavramından farklı olarak alternatifleri karşılaştıran bir yöntemdir. Önerilen bu modelin temelinde, yolculuk kararları için bulanık tercih ilişkilerine dayanan bir seçim fonksiyonu bulunmaktadır. Tüm sürücülerin daima fayda maksimizasyonu sağlayamayacağını kabul ederek fayda maksimizasyonunu dikkate almayan sınırlı-rasyonel sürücüler de kapsayan bir model oluşturulmuştur. Rudjito [53], doktora tezinde her bir araç sınıfının bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun bulanık mantık kavramına dayandığı çok sınıflı bir TA modeli geliştirmiştir. Önerdiği modelin uygulamasında gelişmekte olan ülkelerden biri olan Endonezya'dan elde edilen trafik verilerini kullanmıştır. Ayrıca önerdiği bulanık modeli karşılaştırmak üzere BPR performans fonksiyonlarına dayalı geleneksel bir TA modeli de geliştirilmiştir. Önerilen her iki model de ardışık ortalama yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Murat ve Uludağ [54], Denizli iline ait ulaşım ağının güzergah seçim modelini oluşturmak üzere bulanık mantık modeli ve lojistik regresyon modeli kullanmışlardır. Bulanık mantık modelinde girdi parametreleri için üçgensel ve yamuksal bulanık sayılar kullanılırken çıktı parametresi için üçgensel bulanık sayı kullanılmıştır. Bulanık mantık modelinde Mamdani çıkarım mekanizması kullanılmış ve dört aşamalı süreç sonrası güzergah seçim olasılıkları çok-terimli logit formülü (*multinomial logit formula*) ile belirlenmiştir. Çalışmada bulanık mantık ve lojistik regresyon modelleri karşılaştırılmış ve bulanık mantık modelinden daha iyi sonuçlar elde ettiği gözlemlenmiştir. Ghatee ve Hashemi [55], sadece yolculuk talebinin üçgensel bulanık sayı olarak alındığı yeni bir TA problemi önermişlerdir. İkili değişkenlerin (0-1) kullanılmasıyla önerilen model, belirlilik derecesini maksimize ve sürücülerin öngördükleri gecikmeleri minimize edilerek güzergah akışlarının değişken olduğu klasik bir karma-tamsayılı programlama problemine dönüştürülmüştür. Ağ üzerindeki uygun güzergahların bulunabilmesi için farklı güzergah numaralandırma teknikleri kullanılmıştır. Sonuçta elde edilen bulanık denge akışlarının yarı-logit (*quasi-logit*) modelini sağladığı görülmüştür. Ramazani vd. [56], KDTA probleminde sürücülerin öngördüğü güzergah yolculuk sürelerini tanımlamak üzere bulanık sayıları kullanmışlardır. Trafik akışını belirlemek üzere bir bulanık denge önerilmiş ve ulaşım ağının önerilen bu bulanık dengeye ulaşması için bulanık artan TA (*fuzzy incremental traffic assignment*) algoritması geliştirilmiştir. Bulanık artan TA algoritmasını uygulayabilmek için gereken başlangıç değerini bulanık en kısa yol algoritması kullanarak elde etmişlerdir. Öngörülen yolculuk süreleri Dubois ve Prade'in geliştirdiği

olasılık ve gereklilik (*possibility and necessity*) teorisi ile karşılaştırılmıştır. Geliştirilen algoritmanın geleneksel algoritmalarla karşılaştırılması sonucunda, bulanık artan TA algoritmasının daha kesin sonuçlar verdiği görülmüştür. Miralinaghi vd. [57], bağlantı tıkanıklık seviyelerini üyelik fonksiyonları ile tanımlamak üzere olasılık modellerinin kullanıldığı yeni bir yöntem önerilmişlerdir. Sürücülerin öngördükleri yolculuk süreleri üçgensel bulanık sayılarla temsil edilmiştir. Sürücülerin risk alma yüzdelerinin kullanıldığı ve bulanık sayıları karşılaştırmak üzere kullanılacak yeni bir indeks oluşturulmuştur. Bu indeks kullanılarak en kısa yol probleminin çözülebilmesi için iki yaklaşım sunulmuş ve bu yaklaşımlara dayanan bulanık denge koşulu tanımlanmıştır. Önerilen bu TA problemi, FW algoritması ve bulanık en kısa yol yöntemleri birleştirilerek çözülmüştür ve önerilen modelin çözümünün, geleneksel TA modellerinden elde edilen çözümle karşılaştırıldığında daha gerçekçi olduğu gözlemlenmiştir.

1.2 Tezin Amacı

Bu tezin amacı, belirli bir ulaşım ağı üzerindeki sistemin toplam yolculuk süresini minimize eden SOTA probleminin, bilgi eksikliğinden kaynaklanan belirsizlikleri dikkate alarak daha gerçekçi modellenmesini sağlamak ve oluşturulan bulanık modele bir çözüm önerisi getirmektir.

Tezin "Giriş" bölümünde TA problemine ait literatürdeki çalışmalar sunulmuştur. "Trafik Atama Problemi" adlı ikinci bölümde öncelikle TA hakkında genel bir bilgi verilmiş, daha sonra trafik akış modellerine, yolculuk süresi fonksiyonlarına ve TA problemi çeşitlerine değinilmiş ve son olarak TA probleminin çözümünde kullanılan bazı temel yöntemlerden bahsedilmiştir. "Bulanık Matematik" başlıklı üçüncü bölümde, tezde önerilecek çözüm yönteminde kullanılan bulanık matematik ile ilgili gerekli tanımlar verilmiş ve tam bulanık programlamaya yer verilmiştir. Tezin orijinal katkısını içeren dördüncü bölüm "Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu" olarak isimlendirilmiş olup, bu bölümde SOTA problemindeki bazı parametrelerde bulunan belirsizliklerin hesaba katılmasıyla, bulanık matematik kullanılarak SOBTA problemi elde edilmiş ve oluşan bulanık modeli çözmek üzere uyarlanan çözüm yöntemi sunulmuştur. "Modelin Uyarlanması" isimli beşinci bölümde önerilen SOBTA problemi küçük ve orta ölçekli bir ulaşım ağı üzerinde uygulanmış, önerilen yöntem ile çözülmüş ve "Sonuç ve Öneriler" bölümünde ise elde edilen çözüm yorumlanmıştır.

1.3 Orijinal Katkı

Tezde, belirlenen bir ulaşım ağı üzerinde, akış korunumu kısıtları altındaki bir sistemin toplam yolculuk süresini en aza indirmeye çalışan SOTA probleminin daha gerçekçi bir şekilde modellenmesi istenmektedir. Bu yüzden, problemin modellenmesinde meydana gelen belirsizlikler için bulanık matematik kullanılmış ve sonuçta SOTA probleminin tüm değişkenleri ve katsayıları bulanık yapıda alınarak bir SOBTA problemi elde edilmiştir. Bilindiği kadarıyla, tezden üretilen yayın haricinde literatürde SOTA probleminin değişkenlerinin ve katsayılarının tamamen bulanık alınarak bir matematiksel programlama probleminin oluşturulduğu bir çalışma bulunmamaktadır.

SOTA probleminin matematiksel olarak modellenmesinde kullanılan akış, üçgensel bulanık sayı olarak alınmıştır. Problemde yer alan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun parametreleri hesaplanırken bazı parametreler kesin, bazı parametreler bulanık olarak alınmıştır. Buna göre, kesin birer sayı olarak alınan parametreler arasında ulaşım ağını oluşturan bağlantıların uzunlukları ve bu bağlantıların şerit sayıları bulunmaktadır. Diğer taraftan, araçların ortalama hızlarında ve araç uzunluklarında barındırdıkları belirsizlikler hesaba katılarak, bu parametreler üçgensel bulanık sayı olarak alınmıştır. Bu kesin ve bulanık parametreler kullanılarak hesaplanan serbest yolculuk süresi ve kapasite parametre değerleri de bulanık şekilde elde edilmiştir. Dolayısıyla, belirlenen parametreler kullanılarak oluşturulan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları da tam bulanık olarak tanımlanmış olacaktır.

Belirlenen bir ulaşım ağı üzerindeki sistemin toplam yolculuk süresini minimize eden SOTA probleminin gerçeğe yakın şekilde modellenebilmesi için bulanık matematik kullanılmıştır. Buna göre, tanımlanan bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları ile birlikte akış değişkenleri de bulanık olarak alınarak bir SOBTA problemi elde edilmiştir. Klasik SOTA problemi, lineer olmayan bir amaç fonksiyonuna ve lineer kısıtlara sahip olduğundan bir lineer olmayan programlama problemidir. Oluşturulan SOBTA probleminde ise tüm değişkenler bulanık yapılıdır ve problem lineer olmadığından, bu problemi çözmek üzere lineer olmayan bulanık programlama problemlerini çözecek bir yöntem kullanılmıştır. Bu yöntem, tam bulanık lineer programlama problemlerini çözebilen bir yöntemden uyarlanmış olup, SOBTA problemi için bulanık optimal çözüm elde edilebileceğini göstermektedir.

Aşağıda tezde yapılan kabuller ve varsayımlar madde madde verilmiştir.

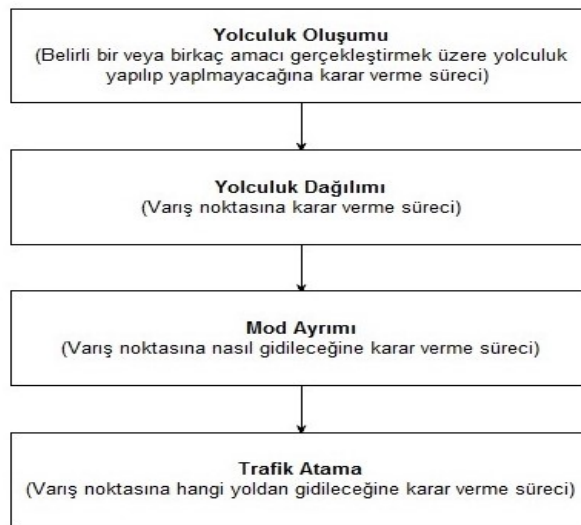
- Bağlantı tabanlı bir SOTA probleminin barındırdığı belirsizliklerin dikkate alınmasıyla, bulanık matematik kullanılarak bir SOBTA problemi elde edilmiştir.

SOTA problemin bulanıklaştırılmasında üçgensel bulanık sayılar kullanılmıştır.

- Incelenen SOBTA problemi statik yapıda olup, herhangi bir zaman diliminde çıkış noktasından ulaşım ağına giren araç sayısı, varış noktasından ulaşım ağını terk eden araç sayısına eşit alınmıştır. Bu yüzden dengeli bir akış söz konusudur.
- Tek bir çıkış-varış nokta çiftinin alındığı bir ulaşım ağı belirlenmiştir.
- Incelenen SOBTA problemindeki bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları lineer yapılı olacak şekilde tanımlanmıştır.
- Ulaşım ağına giren araç sayısının artmasıyla bağlantı üzerinde oluşan kuyruk sebebiyle meydana gelen gecikmeler göz önüne alınmamıştır. Bunun yerine, lineer yapılı bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunda araç sayısının artmasıyla yolculuk süresinin de arttığı kabul edilmiştir.
- Bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları tanımlanırken bazı parametreler bulanık (araç uzunluğu ve ortalama hız) bazı parametreler kesin (bağlantı uzunluğu ve şerit sayısı) olarak ele alınmıştır, ancak sonuçta tam bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları elde edilmiştir.
- Araç çeşidine göre farklı yolculuk süresi fonksiyonları kullanılmadığından tek sınıflı bir TA problemi incelenmiştir. Ancak araç uzunluğunun bulanık kabul edilmesiyle heterojen bir trafik akışı olduğu da kabul edilmiştir.
- Kesintisiz bir trafik akışı incelenmiş, belirlenen ulaşım ağı üzerindeki trafik sinyalizasyonları göz ardı edilmiştir.
- Ulaşım ağı üzerindeki herhangi bir bağlantının kapasitesi, araç uzunluğuna göre değişmektedir. Buna göre, hesaplanan bulanık bağlantı kapasite değeri durağan bir kapasite olmak üzere, bağlantı üzerindeki araç uzunluklarına bağlı olarak durağan kapasite ve buna bağlı olarak maksimum durağan akış değeri değişecektir.

2 Trafik Atama Problemi

Ulaştırma sistemleri, hem topluma hizmet eden hem de bir ülkenin kalkınmasında önemli bir role sahip sosyoekonomik yapılardan biridir. Gerçekleştirilecek bir yolculuğun iyi planlanmaması, ulaşım ağı üzerinde tıkanıklıklara, gecikmelere, kazalara vb. sorunlara neden olacaktır. Bir yolculuğun planlanması, yolcuların aldığı kararlar doğrultusunda belirlenmektedir. Her bir yolcu belirlediği bir veya birkaç amacı yerine getirmek üzere yolculuk yapıp yapmayacağına ve eğer yapacaksa ne zaman yapacağına; hangi ulaşım şeklini kullanacağına; nereye gideceğine ve giderken hangi güzergahı kullanacağına karar vererek ulaşım planlanması sürecine dahil olur. Buna göre, ulaşım planlamasının tahminleme süreci (*transportation forecasting process*) dört aşamadan oluşmaktadır. Bu dört aşamalı tahminleme süreci, ulaşım planlama araçlarından biri olup bir bölgenin ulaşım sisteminin performansına ilişkin demografik verilerin, arazi kullanımının ve ulaşım imkanlarının gelecekte meydana gelebilecek değişimlerinin etkisini değerlendirmektedir. Bu aşamalar sırasıyla, yolculuk oluşumu (*trip generation*), yolculuk dağılımı (*trip distribution*), mod ayrımı (*modal split*) ve trafik atama (*traffic assignment*) şeklinde olup Şekil 2.1’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Ulaşım planlamasının tahminleme süreçleri

İncelenmek istenen bir bölgenin alt bölümlere ayrıldığı varsayılırsa, bu bölümlerde bulunan yolculardan belirli bir amaç için yolculuk edeceklerin sayısı, yolculuk oluşumunu ifade etmektedir. Buna göre yolculuk oluşumu, belirli bir veya birkaç amacı gerçekleştirmek üzere belirlenen bir bölümde bulunan çıkış noktasından hareket eden ve/veya başka bir bölümde bulunan varış noktasına yolculuk edeceklerin toplam sayısını tahmin etmektedir. Belirlenen bu bölümlerin konut veya işyeri ağırlıklı olmalarına göre günün belli saatlerinde bu bölümler üretim ve çekim merkezleri (*production and attraction zones*) olmak üzere farklı şekilde isimlendirilirler. Buna göre, sabah saatlerinde konut ağırlıklı bölümler üretim merkezleri; işyeri ağırlıklı bölümler çekim merkezleri olurken akşam saatlerinde ise tam tersi bir durum gözlemlenecektir. Böylece, bir bölümün farklı zamanlarda üretim veya çekim merkezi olacağı açıktır. Burada söz edilen üretim ve çekim merkezleri genellikle, sırasıyla, çıkış (*origin*) ve varış (*destination*) noktaları olarak adlandırılmaktadır. Buna göre, her bir çıkış noktasında oluşturulan yolculukların belirlenen farklı varış noktalarına gitmek üzere dağıtılmasına yolculuk dağılımı adı verilir. Yolculuk dağılımı aşamasında, belirlenen bölgeye ait iki boyutlu bir çıkış-varış (O, D) matrisi oluşturulur. Bu matris Tablo 2.1’de gösterilmiş olup, matrisin her bir hücresi, belli bir i çıkış noktasından belli bir j varış noktasına gidecek yolcuların toplam sayısı olan F_{ij} ’yi ifade etmektedir.

Tablo 2.1 Çıkış-varış matrisi

Bölümler	1	2	3	...	n	O_i
1	$F_{11} = 0$	F_{12}	F_{13}	...	F_{1n}	O_1
2	F_{21}	$F_{22} = 0$	F_{23}	...	F_{2n}	O_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
n	F_{n1}	F_{n2}	F_{n3}	...	$F_{nn} = 0$	O_n
D_j	D_1	D_2	D_3	...	D_n	

Belirlenen çıkış-varış nokta çiftleri arasında yapılacak yolculukların toplu taşıma veya kişisel araç kullanımı şeklinde gruplara ayrılması mod ayrımıdır. Buna göre mod ayrımı, belirlenen yolculuk sayılarının farklı ulaşım şekilleri arasında bölüştürülmesidir. Yolcuların seçmiş oldukları ulaşım şekline göre belirlenen çıkış noktalarından belirlenen varış noktalarına yolculuk ederken uygun alternatif güzergahlara atanması sürecine trafik atama denilmektedir. Bir başka deyişle TA, ulaşım ağı üzerinde belirli çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki uygun araç sayısının hesaplanmasıdır. Bu tezde, ulaşım planlanma sürecinin son basamağı olan TA problemi ele alınacaktır.

TA modelleri, ulaşım ağı üzerindeki akışın dağılımını hesaplamayı amaçlamaktadır. Bu akış dağılımını hesaplarken yolculuk süresi, gecikme süresi, alınan mesafe, akaryakıt tüketimi ve çevre kirliliği gibi etkiler teker teker veya çoklu olarak hesaba

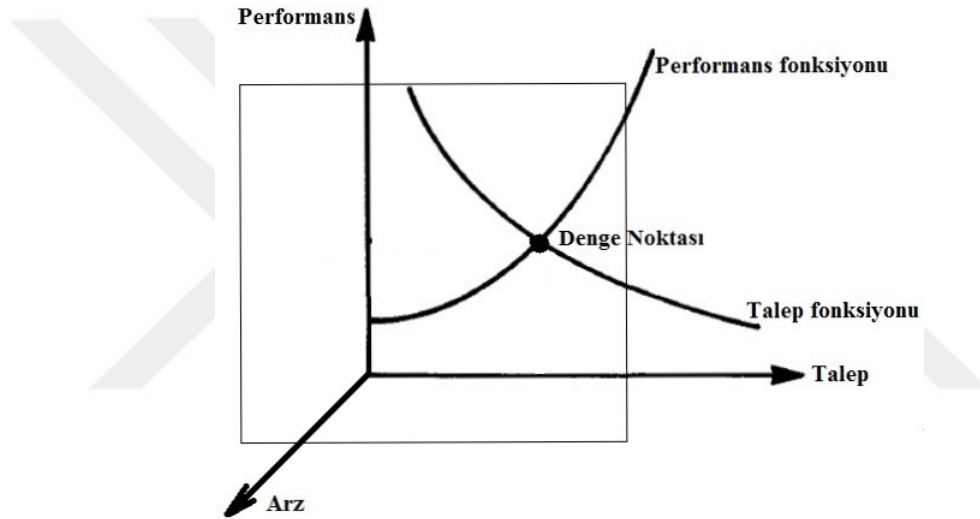
katılmaktadır. TA modelleri ayrıca yolculuk talebi, yolcuların bilgileri, bağlantı kapasiteleri, sinyal zamanlaması gibi sistemdeki değişikliklere karşı trafiğin tepkilerini araştırmak için de kullanılmaktadır [30]. Bu tezde ele aldığımız TA, bir ulaşım ağı üzerinde belirli çıkış-varış nokta çiftleri arasında bulunan araçların alternatif güzergahlara en uygun şekilde dağıtılmasını esas almaktadır. Bu dağıtım sürecinde meydana gelebilecek trafik tıkanıklıkları, sürücülerin istemeyecekleri gecikmelere sebep olabileceğinden bu aşamada tıkanıklık sorununu çözmeye yardımcı olacak denge kavramı dikkate alınmıştır.

Ulaşım sistemindeki denge kavramı, ekonomideki arz-talep dengesinin özel bir durumu gibi düşünülmektedir. Bilindiği üzere belirli bir ürün için rekabetçi bir piyasada üreticiler ve tüketiciler olmak üzere iki grup etkileşim halinde bulunmaktadır. Üreticilerin ve tüketicilerin davranışları sırasıyla arz ve talep fonksiyonlarıyla temsil edilmektedir. Arz fonksiyonu, üreticilerin ürün fiyatı ile ürün miktarını ilişkilendirmesinden meydana gelmektedir. Buna göre, ürün fiyatı arttıkça üretici kar etmek adına bu üründen daha çok üretecek ve piyasadaki ürün miktarı artacaktır. Talep fonksiyonu ise tüketilen ürünün miktarını fiyat ile ilişkilendirerek tüm tüketicilerin davranışlarını tanımlamaktadır. Böylece, ürün fiyatı arttıkça bu ürünün tüketim miktarı azalacaktır. Bu arz ve talep fonksiyonlarının kesiştiği nokta, piyasadaki denge noktası olup, P^* ürün fiyatına karşılık gelen Q^* üretim (denge noktası olduğu için aynı zamanda tüketim) miktarını temsil eder. Eğer ürünün fiyatı artar veya azalırsa piyasa bu fiyatı P^* fiyatına çekmeye zorlayacaktır ve böylece daima denge durumu korunacaktır.

Dikkat edilmesi gereken bir nokta, bir ürünün fiyatı her zaman tüketilen miktarın tek belirleyicisi değildir. Bir ürünün fiyatı, tüketimi etkileyen birçok özellik ile ifade edilebilir ve bu özelliklerin bazıları tüketilen miktarın bir fonksiyonu olabilir. Bu ifadeyi, bir akaryakıt istasyonu örneği ele alarak göstermeye çalışalım. Bir istasyondaki akaryakıtın fiyatı ne kadar düşüğe burayı tercih eden müşteri sayısı o kadar fazla olacaktır. Dolayısıyla, müşteri sayısı arttıkça akaryakıt istasyonunun önünde araç kuyruğu oluşacak ve müşteriler bu kuyrukta beklemek zorunda kalacaklardır. Bu aşamadan itibaren gelen her bir müşteri 'fiyat' ve 'bekleme süresi' faktörlerinden etkilenecektir. İstasyon yöneticisi sadece akaryakıt fiyatını ayarlayabileceğinden, belirli bir fiyata kadarki satış hacminin saptanması için şu etkenlerden söz edilebilir: biri, kuyruktaki müşteri sayısını etkileyen bekleme süresi; diğeri ise müşterinin kuyrukta beklemeye gönüllü olmasıdır ki bu gönüllülük durumu da istasyona olan talebi ifade etmektedir. Buna göre, bölgedeki diğer istasyonlarda da fiyat ve bekleme süresinin sabit ve bilindiği kabul edilirse, belirlenen fiyat altında bu istasyonun satış hacmi iki fonksiyon yardımıyla saptanabilir. Birincisi, istasyona birim zamanda giren müşteri sayısı ile bekleme süresini ilişkilendiren talep fonksiyonudur.

İkincisi, bekleme süresi ile istasyona giren müşteri sayısını ilişkilendiren performans fonksiyonudur. Performans fonksiyonu, arz fonksiyonunun aksine, herhangi bir ekonomik durumun davranışını değil; bunun yerine fiziksel bir olguyu göstermektedir.

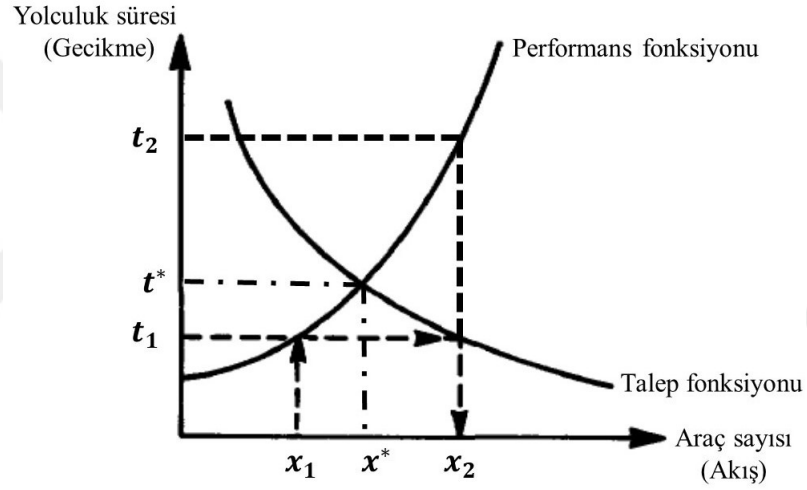
Dolayısıyla, ulaşım ağındaki denge, arz miktarı sabit olmak üzere talep miktarı ile performans arasındaki etkileşim süreci olarak kabul edilebilir. Buna göre, talep-performans eksenleri üzerinde performans ve talep şeklinde iki fonksiyon tanımlandığında performans artan bir fonksiyon olmak üzere talep miktarı arttıkça performans da artacaktır. Talep ise azalan bir fonksiyon olup, performans arttıkça talep miktarı azalacaktır. Bu artan ve azalan fonksiyonların kesiştiği nokta ise denge noktası olacaktır. Bu fonksiyonlar ve bu fonksiyonların kesiştiği denge noktası Şekil 2.2'de eksenler üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Performans ve talep fonksiyonları ile denge noktasının gösterimi

Ulaşım ağı üzerinde denge kavramını göstermek üzere eksenleri isimlendirirsek; ağ üzerinde bulunan her bir bağlantı, yol, kavşak sayısı, şerit sayısı gibi aniden değişmesi mümkün olmayan fiziksel yapılar olarak ulaşım ağının sunduklarıdır, yani arz miktarıdır ve sabittir. Belirli bir çıkış-varış nokta çifti arasında okula, işe veya alışverişe gitmek gibi bir veya birkaç faaliyeti gerçekleştirmek üzere yolculuk eden araç sayısı, taleptir. Performans ise belirlenen ulaşım ağı üzerinde bulunan araçların ortalama hızı, yolculuk süresi, yolculuk maliyeti, dur-kalk sayısı vb. olarak dikkate alınabilir. Bu tezde performans fonksiyonu, ulaşım ağı üzerinde bulunan araç sayısının etki ettiği yolculuk süresi olarak alınmıştır. Buna göre, talep ve performans fonksiyonları arasındaki denge, araç sayısı ve yolculuk süresi karakteristikleri (değişkenleri) ile temsil edilmektedir. Performans araç sayısına; talep ise ilgili araç sayısına karşılık gelen yolculuk süresine bağlı birer fonksiyondur. Buna göre, bir bağlantı üzerindeki araç sayısının az olması durumunda yolculuk süresi kısa (veya gecikmeler az) olacak

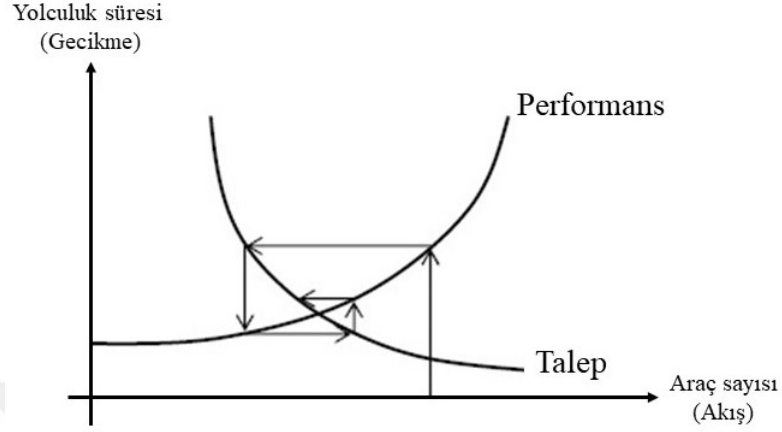
ve buna bağılı olarak daha fazla araç bu bağlantıyı kullanmak isteyecektir. Eğer araç sayısı artarsa bağlantı üzerinde zamanla bir araç kuyruğı oluşacak ve yolculuk süresi de buna bağılı olarak uzayacaktır (veya gecikmeler artacaktır); dolayısıyla hiçbir araç bu kuyruğı girme eğiliminde olmayacaktır. Böylece, performans fonksiyonunda araç sayısı arttıkça gecikmeler artacak, buna karşılık talep fonksiyonunda ilgili gecikmelere bağılı olarak bağlantıya giren araç sayısı azalacaktır. Ulaşım ağı üzerinde bir denge sağlanabilmesi için bu performans ve talep fonksiyonlarının bir kesişim noktasının bulunması gerekmektedir. Performans fonksiyonu kullanılarak, belirli sayıdaki x^* aracı bir t^* gecikmesi meydana getiriyor ve bu t^* gecikmesi talep fonksiyonunda aynı araç sayısına, x^* araca, karşılık geliyorsa, bulunan bu (x^*, t^*) noktası bir denge noktasıdır. Söz edilen performans ve talep fonksiyonları ve denge noktası Şekil 2.3'de gösterilmiştir. Ulaşım ağı üzerinde bir denge noktası bulmayı amaçlayan bu problem Ulaşım Ağı Denge Problemi veya Trafik Atama Problemi olarak bilinmektedir.



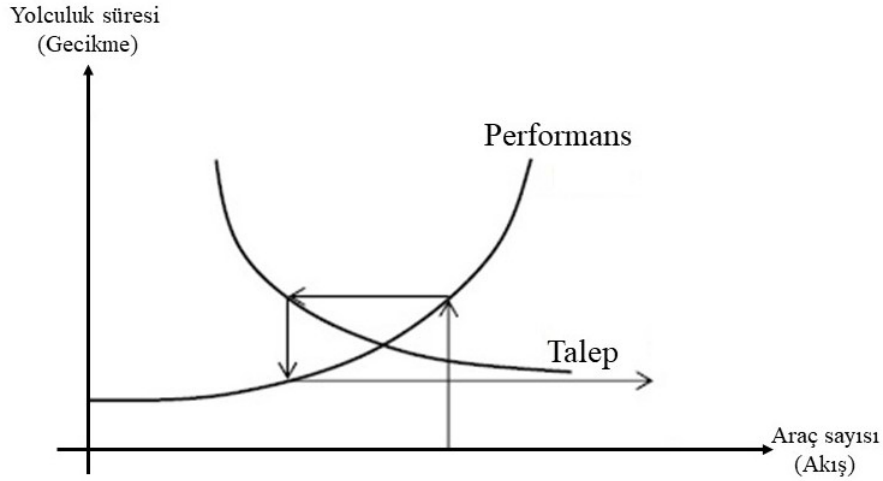
Şekil 2.3 Ulaşım ağı üzerinde denge

Şekil 2.3 ile verilen grafikte, bir TA probleminde tanımlanan herhangi bir bağlantıya ait performans ve talep fonksiyonu ve bu fonksiyonların kesişim noktası gösterilmiştir. Eğer ulaşım ağındaki bir bağlantının üzerinde bulunan araç sayısı x_1 ise $x_1 < x^*$ olduğundan, bu bağlantıyı başından sonuna geçmek, t_1 süresi kadar olacaktır. Böylece araçlar daha kısa süreli bu bağlantıyı tercih edeceklerdir. Bu tercih veya bağlantıya olan talep, araç sayısı x_2 oluncaya kadar devam edecektir. Çünkü araç sayısı x_2 olduğunda $x_2 > x^*$ olacağından, buna bağılı olarak yolculuk süresi de $t_2 > t_1$ olacaktır. Böylece bağlantı üzerindeki yolculuk süresi artacak ve dolayısıyla bu bağlantıyı talep edenlerin sayısı azalacaktır. Bu geçişlilik her iki fonksiyonunun kesişim noktası olan denge noktasına gelinene kadar devam edecektir. Denge noktasına gelinmesiyle belirli miktardaki araç sayısı, belirli sürede bağlantı üzerinde yolculuk edecektir. Şekil 2.3 ile verilen grafik, kararlı bir denge durumunun gözlemlendiği göstermektedir. Buna

göre, araç sayısı artsa da azalsa da denge noktasına erişilebilmektedir. Ancak denge noktasına ulaşamadığı bazı durumlar da vardır ve bu tip durumlar kararsız denge olarak bilinmektedir. Şekil 2.4 ve Şekil 2.5’de sırasıyla kararlı ve kararsız denge durumlarının grafikleri verilmiştir.



Şekil 2.4 Kararlı denge durumu grafiği



Şekil 2.5 Kararsız denge durumu grafiği

Trafik akışı üzerinde görülen bu denge modeli Wardrop dengesi olarak bilinmektedir. Buna göre Wardrop dengesi ‘belli bir trafik akışı üzerindeki her bir sürücü, mevcut güzergahını değiştirmeyerek kendi yolculuk süresini kısaltabilmektedir.’ şeklinde ifade edilmektedir. Bu denge kavramını bir örnek ile açıklayalım: A noktasından B noktasına gitmek üzere iki güzergah olduğunu kabul edelim. Bunlardan biri düşük kapasiteli bir şehiriçi güzergah iken diğeri yüksek kapasiteli bir çevreyolu olsun. Bilindiği üzere, genellikle çevreyolları daha uzun fakat daha hızlı güzergahlardır. Günün belli bir saatinde, belirli sayıdaki yolcuların A noktasından B noktasına gitmek üzere kısa olan şehiriçi güzergahı tercih ettiğini düşünelim. Bu güzergah, maksimum

kapasitesine bile ulaşmadan, şehiriçinde olduğundan sıkışma başlayacaktır. Tüm yolcuların bu güzergahı kullanması imkansız olacağından, bazı yolcular mevcut tıkanıklıktan ve bu sebeple meydana gelen gecikmelerden kurtulmak sebebiyle çevreyolunu tercih edeceklerdir. Böylece yolcular, trafik denge durumuna erişene kadar her iki güzergahı deneyecektir ve denge durumuna ulaşıldığında hiçbir yolcu, diğer güzergahı tercih ederek kendi yolculuk süresini kısaltamayacaktır. Buna göre, yolcuların mevcut güzergahlar arasındaki dengeli dağılımının kapasite kısıtından kaynaklandığı söylenebilir.

Trafikteki denge kavramı, fizikteki denge kavramı gibi ele alınırsa, sistemi mevcut durumdan başka bir duruma yönlendirmeye çalışan herhangi bir kuvvetin olmaması olarak da tanımlanabilir. Buna göre, bir trafik sisteminin denge durumunda bulunmaması halinde sistemi denge durumuna yönlendiren kuvvetler olacaktır. Böyle bir durumda trafikte bulunan araçlar denge durumunu sağlayacak şekilde yönleneceklerdir. Denge durumuna erişildiğinde ise, araçlar güzergah değiştirme eğiliminde olmayacaklar ve bulundukları bağlantı üzerinde yolculuklarına devam edeceklerdir. Bağlantı üzerinde bulunan araçlar arasındaki etkileşim arttıkça araçlar birbirine gittikçe yaklaşarak durma noktasına gelecek ve trafik tıkanıklığı meydana gelecektir. Sürücüler tıkanmış trafikte vakit kaybetmek istemeyeceklerinden varış noktalarına ulaşmak üzere güzergahlarını değiştirmek isteyeceklerdir ve dolayısıyla, bu bağlantıda yeni bir denge durumu gözlemlenecektir.

Her bir bağlantı üzerindeki optimal araç sayısının belirlenmesi, performans-talep denge probleminin çözümü ile belirlenir. Performans fonksiyonu, belirlenen tek yönlü bağlantı üzerindeki araç sayısını o bağlantıdaki yolculuk süresi ile ilişkilendirerek, genellikle her bir bağlantı (*link*, *arc*) için tanımlanmaktadır. İki yönlü bağlantılarda ise performans fonksiyonunun tanımlanmasında her iki bağlantıdaki (paralel bağlantılardaki) araç sayısının dikkate alınması gerekmektedir. Çünkü bu paralel bağlantılar, bağlantının çıkış ve/veya varış noktasında birbirlerine etki edecektir ve bu yüzden bu bağlantılar için yolculuk süreleri tanımlanırken her iki bağlantı üzerindeki araç sayıları ayrı birer değişken olarak kabul edilmelidir. Diğer taraftan; talep fonksiyonu sürücünün davranışına bağlıdır ve bu yüzden her bir bağlantı için tanımlamak yerine, sürücülerin her bir çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan alternatif güzergahlar (*path*, *route*) için tanımlanmaktadır. Ayrıca talep fonksiyonu, esnek (*elastic*) veya sabit (*fixed*) olarak tanımlanabilmektedir. Buna göre, eğer ulaşım ağı üzerindeki araç sayısı, çıkış-varış nokta çifti arasındaki yolculuk süresinden bağımsız ise talep sabit, değilse esnektir. Bu tezde, ulaşım ağı üzerinde sadece tek yönlü bağlantılar incelenmiş ve talep fonksiyonu sabit olarak ele alınmıştır.

2.1 Trafik Akış Modelleri

Trafik akış modelleri, değişkenlerin ayrık veya sürekli oluşu, akışın stokastik veya deterministik olarak temsil edilişi, uygulama alanının genişliği gibi belirlenen kriterlere göre birçok şekilde sınıflandırılabilir [58]. Aşağıda bu sınıflandırmalardan kısaca söz edilmektedir.

Karayolu üzerinde trafik akışı, her birinin kendine ait özellikleri olan araçların sürücüleri arasındaki ilişkilerden ve etkileşimlerden oluşur. Sürücülerin kendi kararlarını aldığı bilindiğine göre bazıları kabul edilebilir bir güvenlik düzeyini sağlayacak şekilde öncül (*leading*) aracı yakından takip ederler ve mümkün olduğunca hızlarını arttırmaya çalışırlar. Sürücüler hızlarını arttırmaya çalışırken, araçlar arasındaki mesafeyi de ayarlarlar. Bazı sürücüler güvenliğe hızdan daha çok önem verirler ve bu yüzden izleme mesafesini gereğinden uzun tutarlar. Trafik akış modellerinden biri, bu araçların hızları ile birbirlerini izleme süresinin (*headway*) ilişkilendirilmesinden oluşmaktadır. Bu hızların ve izleme süresinin zamanla değişmelerine bağlı olarak mikroskobik, mezozkobik (*mesoscopic*) ve makroskobik modeller oluşturulmuştur. Mikroskobik trafik akış modelinde karayolu üzerindeki her bir araç tek tek incelenir ve bir aracın bir diğer araçla etkileşimi analiz edilir. Mikroskobik trafik akışının dinamik yönü, araç sürücüleri arasındaki temel etkileşimlerden oluşur. Bu etkileşim, her sürücünün davranışı ve araçların fiziksel özellikleri ile belirlenir. Bu modelde esas, artçıl (*following*) sürücü, davranışını öncül sürücüye göre şekillendirmektedir. Mikroskobik trafik akış modelinin içerisinde araç-takip modelleri (*car-following models*) ve hücresel otomaton modelleri (*cellular automata models*) yer almaktadır. Mezozkobik trafik akış modelleri, mikroskobik ve makroskobik modellerin arasındaki boşluğu doldurmaktadır. Mezozkobik modeller, araç davranışlarını olasılık dağılımlarında olduğu gibi toplu olarak tanımlar. Bu modeller taşıtlarası süre dağılımı modellerini (*headway distribution models*), kümeleme modellerini (*cluster models*) ve gaz-kinetiği modellerini (*gas kinetic models*) içermektedir. Makroskobik trafik akış modelleri, her bir aracı tek tek ele almak yerine genel bir bakış açısıyla, sürekli bir akış gibi, bir bütün halinde inceler. Daha bütünleşmiş bir makroskobik seviyeden veri toplamak adına mevcut ağa uzaktan bakılır. Makroskobik trafik akış modellerinin belirleyicisi, sürücülerin benimsediği taşıt izleme kuralıdır [59]. Makroskobik trafik akış modellerinin başında kinematik-dalga modeli (*kinematic wave model*), bir diğer adıyla LWR modeli geliştirilmiş ve bu model baz alınarak üst seviye modeller (*higher order models*), hücre transmisyonu modelleri (*cell transmission models*), bağlantı transmisyonu modelleri (*link transmission models*) ve çok-sınıflı LWR modelleri (*multi-class LWR models*) geliştirilmiştir. Verilen bu esas trafik akış modellerinin alt modellerinin genelleştirilmesiyle veya bazı modellerin belirli özelliklerinin birleştirilmesiyle karma

modeller oluşturulabilir [58]. Makroskobik trafik akış modelinin değişkenleri akış, yoğunluk ve hız olarak tanımlanırlar. Bu değişkenlerin değerleri, trafik akışı içerisinde hareket eden araçların birbirlerini güvenli izleme koşullarına göre belirlenir. Buna göre akış (*flow*) q , zamansal (*temporal*) bir ölçüm olup, birim zamandaki ortalama araç sayısıdır. Yoğunluk (*density*) k , bir yolun birim uzunluğunda herhangi bir anda bulunan ortalama araç sayısıdır. Bir başka deyişle, konumsal (*spatial*) bir ölçüm olan yoğunluk, bir yolun belirli bir bölümünün ne kadar kalabalık olduğu ile belirlenir. Buna göre bir bağlantının yüksek yoğunlukta olması, o bağlantı üzerindeki araçların birbirine oldukça yakın olduklarını; düşük yoğunluk ise araçlar arasındaki mesafenin oldukça uzak olduğunu gösterir. Hız (*speed*) u , birim zamanda alınan mesafedir. Düzenli bir trafik akışının (hızın sabit) olması durumunda, makroskobik trafik akış teorisinin temel bağıntısı:

$$\text{Akış} = \text{Yoğunluk} \times \text{Ortalama Hız} \quad (2.1)$$

şeklinde. Ulaşım ağı üzerinde trafik akışının bağımlı veya bağımsız değişken oluşuna göre trafik akış modelleri dinamik ve statik modeller olmak üzere iki kategoride incelenmektedir. Dinamik trafik akış modelinde akış, t zamanına bağlıdır ve anlık değişimleri temsil edecek bir fonksiyon aracılığıyla $q(t) = u(t) \times k(t)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Dinamik trafik akış modelinde herhangi bir t anında bir ağa giren akış (*inflow*) ile çıkan akış (*outflow*) eşit olmadığından dengesiz (*nonequilibrium*) model olarak da bilinmektedir. Eğer bir bağlantıdan çıkan akış, o bağlantıya giren akıştan düşükse yoğunluk zamanla artacak, araçların hızı düşecek ve sonuçta bağlantı yolculuk süresi uzayacaktır. Dinamik trafik akış modelinde, ağ yükleme mekanizması (*network loading mechanism*) çalışırken rota seçim modeli ya önceden belirlenmiştir ya da hesaplanmıştır. Bir başka deyişle araçlar, ulaşım ağındaki kendi çıkış-varış nokta çifti arasında kullanacakları güzergahı önceden belirlemişlerdir. Bu modellerde zaman aktif değişken olarak alındığından genellikle simülasyonlarda kullanılmaktadır. Statik trafik akış modelleri daha çok stratejik ulaşım planlama amaçları doğrultusunda uygulanmaktadır. Geleneksel statik trafik akış modelleri genellikle kısıtlı kapasiteler olarak adlandırılır. Çünkü bu modeller bağlantı akışları üzerinde ağır kapasite kısıtları içermemektedir, ancak akış kapasiteyi aştığında yolculuk süresinin de hızlıca arttığı bağlantı kapasite fonksiyonları içermektedir. Bu modellerin oldukça tıkalı ulaşım ağlarında gerçekçi olmayan akış ve yolculuk sürelerine neden olduğu bilinmektedir [20]. Statik trafik akış modelinin amacı, belirli sayıdaki aracı sabit çıkış ve varış noktaları olan ulaşım ağı üzerinde tahsis etmektir. Bu modelde akış, zamandan bağımsız olarak tanımlanmaktadır. Bir başka deyişle zaman aktif değişken olarak ele alınmamaktadır. Bu yüzden statik modellerde bir bağlantıya giren akış, çıkan akışa her zaman eşittir. Esas olan, ağ üzerindeki araçların ya kendi yolculuk sürelerini ya

da tüm araçların yolculuk süresini kısaltacak şekilde belli güzergahlara atanmasıdır. Bu modelde belirli zaman kesitlerinde elde edilen kesikli değerlerle hesaplamalar yapılır. Statik modelde bir bağlantının yolculuk süresi giren akış arttıkça uzayacaktır. Eğer bağlantı boyunca tüm konumlarda ortalama hız, yoğunluk ve akış sabitse bağlantı kararlı (*steady-state*) durumda olacaktır. Son yıllarda bağlantı akışlarının kapasiteyi aşmayacak şekilde kapasite kısıtları içeren statik trafik akış modelleri geliştirilmiştir ve bu alanda literatür mevcuttur. Bu tür modelleri oluşturmak için iki yaklaşım ortaya atılmıştır. Bu yaklaşımlardan biri matematiksel optimizasyon problemine bağlantı akışlarının kapasiteyi aşmayacak şekilde, girdi ve çıktı akışlarında hiçbir ayırım yapılmaksızın, kapasite kısıtlarının eklenmesidir. Bu tür modeller, kapasite kısıtlarını ihlal etmeden akışın yeniden yönlendirilebileceği şekilde yeterli ağ kapasitesinin olduğunu varsayar. Bu yüzden bu yaklaşım, kuyruk oluşumunu tam olarak ifade etmemektedir. İkinci yaklaşım ise girdi akışının çıktı akışından büyük olduğu durumlarda gözlenen artık kuyruk kavramını ele almaktadır. Geleneksel statik trafik akış modelleri, girdi ve çıktı akışları arasındaki farkı ele almadığından bu ayırım, gerçekliği yansıtmaması ve modelin yapısını daha esnek yapması açısından oldukça önemlidir. İkinci yaklaşımda belirtilen statik modeller, kuyrukların temsil edilmesi ile ilgili olarak dinamik modellere daha benzer sonuçlar ürettiğinden, genellikle yarı-dinamik TA modelleri olarak bilinmektedir. Bu analitik modellerin yanı sıra yazılım uygulamaları, semi-dinamik yaklaşımlar ve hibrit yaklaşımlar da bulunmaktadır [20].

Araçların birbirleriyle ve/veya karayollarıyla olan etkileşimine göre trafik akış modelleri kesintili akış (*interrupted flow*) ve kesintisiz akış (*uninterrupted flow*) olarak tanımlanmaktadır. Kesintili akış, araçların trafik ışığı, dur levhası, karşıdan gelene yol ver levhası gibi unsurlarla veya modern kavşaklar, kontrollü kavşaklar gibi fiziksel yapılarla düzenlenmesi sonucu oluşur. Ulaşım ağlarında bulunan bu trafik kontrol cihazlarının amacı, bu ağ üzerindeki belirli bir kesişim noktasında (kavşak gibi) çakışan araçların etkileşimini kontrol etmektir. Bu kontroller, araçların etkileşimini yöneten kurallar ve hareketler hiyerarşisi altında yapılmaktadır. Dolayısıyla, kesintili akışın daha çok şehiriçi ulaşım ağlarında gözlemlendiği söylenebilir. Kesintisiz akış ise herhangi bir dış etken olmaksızın araçların hareketlerini kesintisiz şekilde sürdürmesidir. Kesintisiz akış koşullarında tıpkı otobanlarda olduğu gibi sadece araç-arac ve araç-karayolu arasında bir etkileşim mevcuttur.

Trafik akışını oluşturan araç türünün çeşitliliğine göre homojen ve heterojen olmak üzere iki tür akış bulunmaktadır. Homojen trafik akışında tek tip araç gözlemlenmekte iken heterojen trafik akışı birden çok araç türünden oluşmaktadır. Bu araçlar boyutlarına, ağırlıklarına, kullanım amaçlarına ve/veya binek araç, hafif/ağır kamyon, otobüs gibi dinamik özelliklerine göre sınıflandırılabilirler. Heterojen trafik

akışı, trafik hacmine ve araç tipine bağlı olarak akış hızının ayarlanmasında ve yolculuğun performansında karmaşık yolculuk davranışlarının sergilenmesine sebep olabilmektedir [60].

Ulaşım ağı üzerinde trafik atamanın gerçekleşmesinde araçların gösterdiği çeşitliliğe göre tek sınıflı (*single-class*) ve çok sınıflı (*multi-class*) olmak üzere iki çeşit TA mevcuttur. Tek sınıflı trafik atamada araçlar benzer fiziksel özellikler sahip ve sürücüler benzer davranışlar göstermektedir [18]. Çok sınıflı TA, aynı ulaşım ağındaki çoklu kullanıcı sınıflarının her biri için ayrı ayrı yolculuk süresi (maliyet) fonksiyonları tanımlanarak açıkça modellenmektedir. Bu yüzden, TA probleminin çok sınıflı olarak modellenmesi gerçeğe daha yakın olacaktır. Ancak çok sınıflı TA modeli, trafik akışını etkileyeceğinden TA modellerinde bir sorun olarak da algılanmaktadır. Trafik atamada, karışık trafik etkilerinin ve rota seçimindeki etkileşimlerin büyüklüğünün tam olarak anlaşılması oldukça önemli olduğundan TA modelinde çok sınıflı [18, 61] bir yaklaşım kullanılması bazı araştırmacılar tarafından tercih edilmektedir. Genellikle ulaşım ağlarını değerlendirmek için kullanılan TA modellerinin çoğu tek sınıflı kullanıcılar olarak düşünülmektedir. Halbuki otomobiller, kamyonlar, otobüsler, motorsikletler ve motorsuz taşıtlar (bisikletler, üç tekerlekli bisikletler vb.) gibi çeşitli araçlar trafik oluşturduğundan ve buna bağlı olarak trafik kompozisyonu hız üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğundan, trafik kompozisyonu tek tip olarak kabul edilmemelidir [53].

TA problemi, kullanılan değişkene göre bağlantı tabanlı (*link-based*) [14, 37] ve güzergah tabanlı (*path-based*) [34] olmak üzere iki farklı şekilde modellenebilir. Bir TA problemin bağlantı tabanlı modellenmesinde çok terimli (*polynomial number*) değişkenler ve akış korunum kısıtlamaları bulunmaktadır. Güzergah tabanlı modellemede daha basit bir kısıtlama yapısı görülmektedir ancak bu tip problemlerde ardışık olarak numaralandırılması gereken üssel sayıda değişkenler bulunmaktadır. Her iki değişken türü kullanılarak yapılan modellemeler lineer olmayan programlama problemi şeklinde formülize edilmektedir. Bu iki değişken türünden başka literatürde önerilen bir başka model ise çıkış veya çalı tabanlı (*origin or bush-based*) modeldir. Bu modelde, TA probleminin değişkenleri farklı çıkış noktaları ile ilişkilendirilmiş bağlantı akışlarıdır [19]. Bir başka deyişle, çıkış tabanlı modelden elde edilen çözüm, her bir çıkış noktasına karşılık gelen bağlantı akışları ile temsil edildiğinden bu modelin yapısı bir çalıya benzetilmektedir ve bu yüzden çalı tabanlı model olarak da bilinmektedir. Bu değişken yapılarına dayanan TA problemlerini çözen birçok algoritma [62, 63] bulunmaktadır.

2.2 Greenshields Modeli

Literatürde trafik sistemleri için önerilmiş hız-yoğunluk modelleri lineer Greenshield modeli, logaritmik Greenberg modeli, üstel Underwood modeli, parçalı-lineer (*piece-wise linear*) hücre transmisyonu modeli, Drew modeli, Pipes-Munjel model, çoklu rejim (*multi-regime*) modeli gibi birçok model sunulabilir [9]. Trafik akış teorisinin kurucusu olarak kabul edilen Greenshield tarafından ilk kez 1935 yılında oluşturulan makroskobik trafik akışı modeli, daha sonra birçok modelin geliştirilmesinde esas alınmıştır. Greenshield modelinin geliştirilmesinden sonra mikroskobik ve makroskobik trafik akış modelleri eş zamanlı olarak geliştirilmeye başlanmıştır. Bu iki modelin bazı özelliklerini barındıran mezozkobik trafik akış modelleri ise daha sonra tanımlanmıştır. Greenshield'ın geliştirdiği temel bağıntı, ardışık iki aracın hızları ile bu araçların ön kısımları arasındaki uzaklığı (izleme mesafesi) ilişkilendirmektedir.

Trafiğin temel ölçütlerinden biri olan hız, bir ulaşım ağında birim zamanda alınan mesafe olarak tanımlanır ve birimi m/sn veya km/sa şeklindedir. Düzenli akışın gözlemlendiği bir ulaşım ağı üzerindeki tüm araçların sabit u hızıyla hareket ettikleri kabul edilir. Böylece, araçlarda herhangi bir hız değişimi gözlemlenmeyecek ve sonuçta bu tip bir trafik akışı içerisindeki her bir araç grubunun ortalama hızı u olacaktır. Ancak, gerçekte ulaşım ağında bulunan araçlar koşullara uygun olarak birbirlerinden farklı şekillerde hızlarını ayarlarlar. Bu yüzden bir ulaşım ağı üzerinde araçların hız ölçümleri çeşitli şekillerde yapılmaktadır. Örneğin, ardışık giden araçların hızları yolun tek bir noktasında uzun bir süre boyunca ölçülür ve ölçülen bu hızlar noktasal hız olarak adlandırılır. Noktasal hızın ölçüm yöntemlerinden biri, küçük zaman aralıklarıyla ulaşım ağının havadan fotoğrafının çekilmesi ve her bir aracın hızının, alınan mesafenin belirlenen zaman aralığına bölünmesi şeklindedir. Fakat bir ulaşım ağında bulunan araçların her birinin noktasal hızı sabit olmayacağından ortalama hız hesaplanmalıdır. Ortalama hızı hesaplamak için birçok yöntem bulunmasına rağmen genellikle zamansal ortalama hız (*time-mean speed*) veya konumsal ortalama hız (*space-mean speed*) kullanılmaktadır [64]. Buna göre N gözlemlenen araç sayısı ve u_i , i aracının noktasal hızı olmak üzere zamansal ortalama hız u_t , yolculuk eden belirli sayıdaki aracın noktasal hızlarının aritmetik ortalamasıdır:

$$u_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i. \quad (2.2)$$

Konumsal ortalama hız u_s ise bu araçların noktasal hızlarının harmonik ortalamasıdır:

$$u_s = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{u_i}}. \quad (2.3)$$

Verilen (2.2) ve (2.3) eşitlikleri karşılaştırıldığında, zamansal ortalama hızın, konumsal ortalama hızdan daha büyük olduğu görülür. Aradaki bu fark, yavaş ve hızlı hareket eden araçların hesaplanan ortalamalara göreceli katkıları sebebiyle oluşmaktadır ve bu fark tüm araçların aynı hızla yol alması durumunda sıfır olacaktır. Bu iki ortalama hız arasındaki fark,

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum (u_i - u_t)^2}{N} \quad (2.4)$$

noktasal hızların varyansı olmak üzere yaklaşık olarak

$$u_s = u_t - \frac{\sigma_t^2}{u_t} \quad (2.5)$$

bağıntısıyla hesaplanabilir [59]. Greenshield temel bağıntısında ortalama hız olarak konumsal ortalama hız ele alınmaktadır. Buna göre (2.3) eşitliği esas alındığında konumsal ortalama hız, birim zamanda birim uzunlukta bulunan tüm araçların ortalama hızı olarak tanımlanabilir.

Karayolu boyunca birbirini izleyen araçları kesintisiz akış koşulları altında ele alalım. Bu akış içerisindeki herhangi iki aracın ortalama hızı u ve aralarındaki izleme mesafesi (*spacing*) s olsun. Araçlar arasındaki izleme mesafesi için genel kural “Öncül aracın aniden yavaşlaması halinde, artçıl aracın bu durumu algılaması, tepki vermesi ve duran öncül araca çarpmadan güvenle yavaşlayabilmesi için yeterli zamana ve mesafeye gerek duyulmaktadır.” şeklindedir [59]. Buna göre, öncül ve artçıl araçların ön tamponları arasındaki mesafe olarak da bilinen ortalama izleme mesafesi s , ortalama araç uzunluğu l ve artçıl aracın ortalama hızı u olmak üzere ülkemizde kabul edilen izleme mesafesi, öncül aracın uzunluğu ile artçıl aracın hızının metre cinsinden yarısının toplamı şeklindedir:

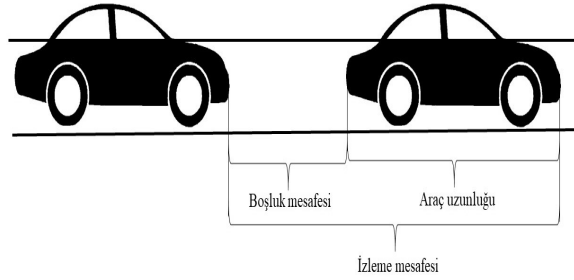
$$s = l + \frac{u}{2}. \quad (2.6)$$

Dolayısıyla artçıl aracın, minimum koşullarda öncül aracın potansiyel duruş manevrasını önceden tahmin ettiği kabulüyle, çarpışmayı önleyebilecek gerekli mesafeyi hesaplaması mümkündür. Boşluk mesafesi (*clearance*) c , izleme mesafesi ile ilişkilidir. İzleme mesafesi ve boşluk mesafesi arasındaki fark, bir aracın metre cinsinden ortalama uzunluğu kadardır. Verilen (2.6) izleme mesafesi bağıntısına göre boşluk mesafesi, artçıl aracın hızının metre cinsinden yarısı kadardır. Dolayısıyla,

$$s = c + l \quad (2.7)$$

elde edilmektedir. Şekil 2.6’de izleme ve boşluk mesafesi arasındaki ilişki

gösterilmiştir.



Şekil 2.6 İzleme ve boşluk mesafesi arasındaki ilişki

Greenshield temel bağıntısını yoğunluk ve akış ile ifade etmek de mümkündür. Düzenli akışa sahip, bir diğer ifadeyle sabit hızlı araçların birbirlerini sabit aralıklarla izlediği bir ulaşım ağının belirli bir kesitinin herhangi bir anda havadan fotoğrafının çekildiğini kabul edelim. Bu fotoğrafta, belirlenen kesit boyunca eşit izleme mesafesi s ile sıralanmış birçok araç görülecektir. Fotoğrafta görülen araç sayısının belirlenen kesitin uzunluğuna oranı, trafik akışının yoğunluğu olarak tanımlanır. Düzenli akış sebebiyle, k yoğunluğun sayısal değeri, ulaşım ağının her kesitinde daima aynı olacaktır. Ancak gerçeğe uygun olması açısından, akışı oluşturan araçların s izleme mesafeleri ve u hızları her zaman eşit olmayacağından k yoğunluğunun değeri zamanla değişecektir, hatta aynı anda ulaşım ağının farklı kesitlerindeki yoğunluklar da farklı değerler alacaktır. Buna göre yoğunluk, ulaşım ağı üzerinde birim uzunlukta bulunan araç sayısıdır ve birimi *taşıt/m* veya *taşıt/km* şeklindedir. İzleme mesafesi (sabit değilse ortalama izleme mesafesi) ve yoğunluk arasındaki bağıntı

$$s = \frac{1}{k} \quad (2.8)$$

şeklindedir. Ulaşım ağı üzerinde belirlenen bir kesitin kenarında sabit bir gözlemcinin bulunduğunu ve gözlemcinin bulunduğu noktadan araçların aralarında h izleme süresi ile peş peşe geçtiklerini kabul edelim. Düzenli akış durumunda bu araçlar arasındaki s izleme mesafesi sabit olacağından h izleme süresi, izleme mesafesinin sistemin hızına bölünmesiyle elde edilir:

$$h = \frac{s}{u}. \quad (2.9)$$

Ancak gerçek koşullarda, araçlar arasındaki izleme süresi değişkendir. Her durumda, T gözlem süresi boyunca, gözlemci, her bir araç için öncülüyle ilişkili birçok izleme süresi sayar ve bu izleme sürelerinin toplamı, toplam gözlem süresi olan T 'ye eşittir. Gözlem süresi içerisinde bağlantı üzerinde sayılan araç sayısı hacim (*volume*) olarak adlandırılır ve birimi *taşıt*'tır. Gözlem noktasında sayılan araç sayısının toplam gözlem

süresine bölünmesi ile q akışı elde edilir ve birimi, birim zamanda geçen araç sayısı olmak üzere $taşıt/sn$ veya $taşıt/sa$ şeklindedir. Trafik hacmi bir bağlantıdan belirli bir süre içerisinde geçen araç sayısı olmak üzere belirlenen bu süreyi 1 saat olarak ele alalım. Buna göre, akış bu 1 saat içinde sürekli olmasına karşın düzenli değildir. Genellikle akış, 1 saat içindeki daha küçük zaman dilimlerinde azalıp çoğalır, yani dalgalanmalar gösterir. Akışın sürekli olduğu belirli bir bağlantı kesitinden belli bir zaman aralığında geçen araç sayısı akış oranı olmak üzere bu terim, dalgalanmayı göstermek için kullanılır. Akış oranındaki zaman dilimi genellikle 15 dakika olarak alınır. Buna göre, hacmin saatlik değerinin akış olduğu söylenebilir. Böylece, izleme süresi (sabit değilse ortalama izleme süresi) ve akış arasındaki bağıntı

$$h = \frac{1}{q} \quad (2.10)$$

şeklindedir. Verilen (2.8) ve (2.10) eşitliklerin (2.9) eşitliğinde göz önüne alınmasıyla trafik akışının temel bağıntısı $q = u \times k$ elde edilmektedir. Bu temel bağıntıda ortalama hızın birimi km/sa , yoğunluğun birimi $taşıt/km$ olmak üzere akışın birimi $taşıt/sa$ olacaktır.

Greenshields, bir şeritte kesintisiz akan trafik akışının ortalama hızı ve yoğunluğu arasındaki ilişkinin lineer olduğunu kabul etmiştir. Bu modeldeki sabit terim ve eğim değerleri, belirlenen bir ulaşım ağından toplanan (u, k) veri çiftlerinin ilgili eksenler üzerinde işaretlenerek, belirlenen noktalardan elle veya lineer regresyon yöntemiyle elde edilen uygun bir doğru geçirilmesiyle bulunur.

Ulaşım ağında yoğunluğun sıfır olduğu durumda araçların sahip olduğu maksimum hız serbest akış hızı u_{ff} ve trafiğin durma noktasına geldiği durumdaki yoğunluk tıkanma yoğunluğu (*jam density*) k_{jam} olarak tanımlanmak üzere

$$u = u_{ff} - \left(\frac{u_{ff}}{k_{jam}} \right) k \quad (2.11)$$

eşitliği ile ortalama hız-yoğunluk arasındaki lineer ilişki tanımlanmaktadır. Bu eşitlik, elle veya regresyon yardımıyla elde edilen ampirik A ve B parametreleri yardımıyla

$$u = A - Bk \quad (2.12)$$

şeklinde de yazılabilir. Bu kesintisiz trafik akış modelindeki akışın değeri, ortalama hız ve yoğunluğun çarpımı olduğundan

$$q = u \times k = Ak - Bk^2 \quad (2.13)$$

şeklinde yoğunluk cinsinden veya

$$q = u \times k = u \left(\frac{A-u}{B} \right) = \frac{A}{B}u - \frac{1}{B}u^2 \quad (2.14)$$

şeklinde ortalama hız cinsinden elde edilecektir. Buna göre (2.12) eşitliğinde yoğunluk sıfıra yakınsadığında ortalama hız A , yani serbest akış hızı u_{ff} ; hız sıfıra yakınsadığında yoğunluk A/B , yani tıkanma yoğunluğu k_{jam} elde edilecektir. Buna göre, aşağıda Greenshield modelinden elde edilen sonuçlar verilmiştir.

- Yoğunluk sıfır ise bağlantı üzerinde araç bulunmadığından akış da sıfır olacaktır.
- Yoğunluk arttıkça akış da maksimum akışa kadar yani kapasite durumuna kadar artış gösterecektir.
- Yoğunluk k_{jam} maksimum seviyeye ulaştığında akış sıfır olmak zorundadır. Çünkü araçlar durma noktasına gelmiştir ve park durumu gözlemlenmektedir.

2.2.1 Düzenli Akış Durumu için İki Boyutlu İncelemeler

Düzenli akış durumu, ulaşım ağında araçların sabit hızla hareket etmesidir. Diğer taraftan temel eşitlikteki (q, u, k) değişkenleri birbirleriyle orantılı olduklarından birinin değişmesi, diğerlerinin de eş zamanlı olarak değişmesine neden olacaktır. Buna göre düzenli akış durumunda değişkenlerden biri sabit iken diğerlerinin değişimini analiz edelim:

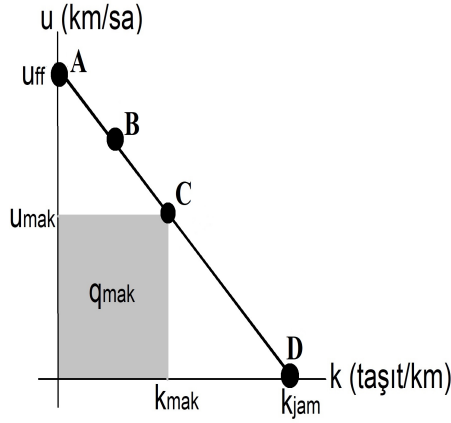
2.2.1.1 Yoğunluk-Ortalama Hız İlişkisi

Yoğunluk, ortalama hıza bağlı olarak

$$k = \frac{1}{s} = \frac{1}{l + \frac{u}{2}} \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, ortalama hızın artması, izleme mesafesinin artmasına ve dolayısıyla yoğunluğun azalmasına sebep olacaktır. Şekil 2.7’de yoğunluk-ortalama hız arasındaki ilişkinin grafiği verilmiştir.

Bağlantı üzerindeki araç sayısında artış gözlemlendikçe araçların birbirine etkisi de artış göstereceğinden ortalama hız düşmeye başlayacaktır. Başlangıçta bağlantı üzerinde çok az araç bulunduğundan sürücüler yüksek hızla, yani serbest hızla, yolculuk yapabilecek iken bağlantı q_{mak} maksimum akış seviyesine ulaştığında, yani kapasiteye erişildiğinde, hız u_{mak} maksimum seviyesine ulaşacaktır. Kritik yoğunluk-ortalama hız kombinasyonlarında akışın maksimize edilmesi mümkündür.



Şekil 2.7 Yoğunluk-ortalama hız ilişkisi grafiği

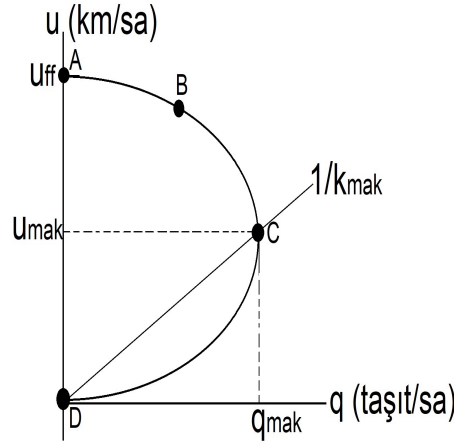
Bir başka deyişle, çok düşük yoğunluk ve çok yüksek hız altındaki koşullar, serbest akış koşulları olarak tanımlanır. Akışın maksimum olduğu iki yaygın trafik koşulu mevcuttur. Birincisi, modern trafik sıklığı olarak bilinen trafik yoğunluğunun çok yüksek ve hızların çok düşük olduğu durumdur. Bu kombinasyon, çok düşük bir akış üretecektir. İkincisi ise trafik yoğunluğun çok düşük olduğu durumlarda bağlantıdaki diğer araçların neden olduğu aşırı bir stres belirtisi olmadan araçların serbest akış hızını elde edebilmesidir. Yoğunluk-ortalama hız eşitliği, yoğunluk sıfıra yaklaştıkça ortalama hızın asimptotik olarak sonsuza yaklaştığını söylese de uygulama açısından sistemin teknolojik özelliklerine bağlı olarak bir maksimum hız sınırı $30m/sn$ veya $108km/h$ vardır [59].

2.2.1.2 Akış-Ortalama Hız İlişkisi

(2.15) eşitliğinin her iki tarafının ortalama hız ile çarpılmasıyla

$$u \times k = \frac{u}{l + \frac{u}{2}} = q \quad (2.16)$$

elde edilir. Buna göre ortalama hız sıfır iken sıfır akış gözlemlenecektir. Bir başka deyişle, hareket eden hiçbir araç bulunmaması halinde yol üzerindeki bir noktadan birim zamanda geçen araç sayısı sıfırdır. Maksimum akış q_{mak} , karayolunun kapasitesini gösterir. Kapasite, bir ara hız değeri olan u_{mak} noktasında gözlemlenir. Buna göre, u_{mak} hız değerine kadar hızla birlikte akış da artacaktır; u_{mak} hız değerinden sonra hız arttıkça akış azalacaktır, böylece bu aralıkta hız ve akış arasında bir ödünleşim olduğu söylenebilir. Şekil 2.8'de akış-ortalama hız arasındaki ilişkinin grafiği verilmiştir.



Şekil 2.8 Akış- ortalama hız ilişkisi grafiği

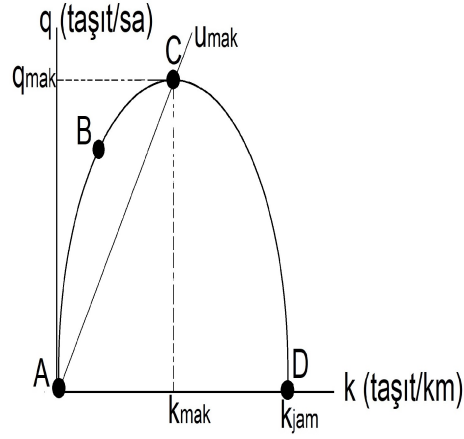
2.2.1.3 Akış-Yoğunluk İlişkisi

Bir bağlantı üzerindeki trafik yoğunluğu arttıkça bağlantıdaki trafik akışı artacaktır. Bu artış, bağlantı kapasitesine erişinceye kadar devam edecektir. Bu kapasite noktasından sonra yoğunluk artmaya devam eder fakat trafik akışı azalır ve bu azalış da tıkanıklık yoğunluğuna kadar devam eder. (2.15) eşitliğinin yoğunluğuna bağlı olarak ortalama hız için çözülüp her iki tarafın yoğunluk ile çarpılmasıyla

$$q = u \times k = 2 - 2lk \quad (2.17)$$

elde edilir. Akışın ve yoğunluğun düşük olması, hızın yüksek olmasına karşılık gelir. Diğer taraftan, yoğunluk en büyük değerini aldığı anda akış ve hız sıfır olacaktır. Bir başka deyişle, bağlantıda çok sayıda araç olması ve hiçbirinin hareket edememesinden dolayı akış oluşmamaktadır. Böyle bir durumda bağlantıda bir trafik tıkanıklığı meydana gelmiş bulunmaktadır. Bu uç durumdaki yoğunluğun değerine tıkanıklık yoğunluğu k_{jam} adı verilir. Buna göre maksimum akış veya kapasite, hızın ve yoğunluğun ara değerlerinde olan, sırasıyla u_{mak} ve k_{mak} , noktalarında meydana gelmektedir. Şekil 2.9'de akış-yoğunluk arasındaki ilişkinin grafiği verilmiştir.

Şekil 2.9 ile verilen grafikte, eğri üzerinde alınan herhangi bir nokta ile orjin birleştirilerek elde edilen doğrunun eğimi, trafik akışının ortalama hızını verecektir. Akış-yoğunluk eğrisinin orjin noktasındaki teğetin eğiminden serbest akış hızı u_{ff} elde edilmektedir. Akış-yoğunluk eğrisinde yoğunluğun k_{mak} değerine kadar olan kısımda serbest akış koşulları gözlemlenmektedir. Buna göre eğrinin AB bölgesi, serbest hızın korunabildiği serbest akış durumunu gösterir. Bağlantı üzerindeki trafik akışı arttıkça ortalama hız azalacaktır. Hızdaki bu azalış, q_{mak} kapasite değerine kadar devam edecektir. Kapasite değerinin biraz altındaki ve üzerindeki, yani C noktası civarındaki, hızlarda trafik akışı kararsızdır. Trafik, kapasitenin üzerine



Şekil 2.9 Akış-yoğunluk ilişkisi grafiği

çıktığında trafik akışında tıkanmalar görülür ve zorlamalı akış oluşmaya başlar. Böyle durumlarda bağlantı üzerinde dur-kalk çok fazladır ve bağlantıda araç kuyruğu oluşur. D noktasına yaklaşıldığında ise trafik tıkanır ve akış durma noktasına gelir.

Yoğunluk-ortalama hız arasındaki ilişkinin lineer olarak kabul edilmesi uygulamada oldukça kolaylık sağlamaktadır. Bu ikili (k, u) ilişkinin Şekil 2.7 ile verilen grafiğinde q akış değeri, doğru üzerindeki herhangi bir noktanın hız ve yoğunluk koordinatlarının çarpılmasıyla elde edilir. Şekil 2.8 ile verilen akış-ortalama hız grafiğinde orjinden eğri üzerindeki herhangi bir noktaya çizilen doğrunun eğimi, yoğunluğun tersini, yani izleme mesafesini, verecektir. Akış-yoğunluk arasındaki ilişki bir parabol yardımıyla Şekil 2.9'deki gibi temsil edilmektedir. Ulaşım ağı üzerindeki bir bağlantı şeridi kapasitesine erişinceye kadar akışla birlikte yoğunluk da artacaktır. q_{mak} maksimum akış noktası, optimal yoğunluk olan k_{mak} değerine karşılık gelir. Bu noktanın sağından itibaren yoğunluk arttıkça akış azalacaktır. k_{jam} tıkanıklık yoğunluğunda ise akış değeri sıfıra yakındır. Bir otoyol şeridinde bu nokta, trafiğin durma noktasına gelmesi olarak ortaya çıkar ve böyle bir durumda bu şerit bir park alanı gibi görünür. Orjinden eğri üzerindeki noktalara çizilen doğruların eğimi, konumsal ortalama hıza karşılık gelmektedir. Eğimi u_{ff} olan doğru, serbest ortalama hız doğrusudur ve bu doğru, eğriye teğettir. Bu hız ancak yoğunluk sıfıra yakinken gözlemlenebilir.

Hız-yoğunluk-akış değerlerini ilişkilendirmek üzere ulaşım ağı ile ilgili koşullar grafikler üzerinde alınan belirli noktalarla incelenebilir. A noktasında yoğunluk sıfıra oldukça yakındır ve bağlantı üzerinde çok az sayıda araç bulunmaktadır. Benzer şekilde akış değeri de sıfıra yakındır ve bağlantı üzerindeki bu araçlar kendi serbest hızlarını seçebilirler. B noktasında araç sayısı artmıştır ancak halen serbest akış koşulları devam etmektedir; yani, araç hareketlerinde herhangi bir kısıtlama söz konusu değildir. C noktasına gelindiğinde kısıtlamalar yavaşça ortaya çıkmaya başlamaktadır. B noktasından C noktasına akış koşulları normal olarak

adlandırılabilir ancak yoğunluk arttıkça araçlar, istedikleri hızı seçerken araçlarının hareket serbestliğinde gözle görülür bir azalma yaşarlar. C noktasının civarlarında trafik koşulları kararsızlık işaretleri vermeye başlar; akışta meydana gelen küçük değişimlere karşılık hız ve yoğunluk da dalgalanır. C noktası akışın en yüksek değerine sahip olduğu noktadır ve yoğunluğun daha da artması, hızı büyük ölçüde azaltır. Bu davranışa zorlamalı akış (*forced flow*) adı verilir ve bu durum C noktasından D noktasına kadar gözlemlenir. D noktasının civarında akış değeri sıfıra yakındır ve araçlar arası boşluk mesafesi sıfırdır. Dolayısıyla, D noktası tıkanıklık yoğunluğu k_{jam} olarak bilinmektedir. Sonuçta, bir araç, A noktasından B noktasına kadar sürüş koşullarının mükemmel olduğunu; B noktasından C noktasına kadar koşulların iyi düzeyde olduğunu; ancak C noktasından D noktasına doğru koşulların gittikçe kötüleştiğini anlar.

Taşıtlar arasındaki etkileşim düzeyine bağlı olarak ağ üzerindeki trafik akışı ile ilgili koşullar iki şekilde tanımlanabilir. Eğer ağ üzerinde serbest hareket eden sadece birkaç taşıt var ise serbest akış koşulundan söz edilebilir. Bu koşul altında taşıtlar ağ üzerinde istedikleri serbest hızda yolculuk edebilirler. Eğer yavaş hareket eden taşıtlar nedeniyle ulaşım ağı üzerinde oldukça tıkanık bir durum gözlemleniyor ise burada zorlamalı akış koşulları mevcuttur [65].

2.3 Yolculuk Süresi Fonksiyonları

Empedans

$$\text{Empedans} = \text{Uzunluk} \times \frac{\text{Direnç}}{\text{Kesit}} \quad (2.18)$$

şeklinde birim kesite etki eden direncin uzunlukla çarpımıdır. Buna göre yolculuk empedansı, bir bağlantıya etki eden maliyet, süre, emniyet, hizmet veya kalite düzeyi gibi herhangi bir direncin bağlantı uzunluğuyla çarpımı olacaktır. Yolculuk empedansı, ulaşım ağı çalışmalarında kullanılan önemli bir parametredir ve bir fonksiyon yardımıyla tanımlanır. Bu parametre, trafikte bulunan araçların bağlantılara atanmasına ve güzergah seçimine doğrudan etki etmektedir [66]. Buna göre güzergah seçim kriteri, bir ulaşım ağı üzerindeki belirli bir çıkış-varış nokta çiftinin minimize veya maksimize edilecek yolculuk empedansıdır. Bu yolculuk empedansı, yolculuk süresi, yolculuk maliyeti, yolculuk mesafesi gibi minimize edilebilecek veya güvenlik, hizmet düzeyi, rahatlık gibi maksimize edilecek faktörler içerir. Bu faktörlerden yolculuk süresi kritik bir faktör olarak kabul edilir. Kişisel araç veya toplu taşıma araçlarının kullanımına bakılmaksızın yolculuk süresi, tıkanıklık seviyesi, hizmet kalitesi gibi diğer faktörleri ölçmekte yararlanılan önemli bir ölçüttür çünkü bu faktörlerle benzer eğilimler göstermektedir. Örneğin, yolculuk süresinin

artması hizmet kalitesini doğrudan etkilemektedir. Yolculuk süresinin ölçümünün diğer faktörlerin ölçümünden daha basit olması nedeniyle, ulaşım sistemlerinin performansının değerlendirilmesinde her zaman önemli bir yeri olmuştur [67]. Ulaşım ağındaki herhangi bir bağlantının karakteristiğini tanımlamak üzere genellikle bağlantı uzunluğu, serbest yolculuk süresi, bağlantı kapasitesi gibi özellikler kullanılır. Bu özellikler yardımıyla bağlantı üzerindeki akışa bağlı olarak gecikmeler ve yolculuk süreleri hesaplanabilmektedir [30]. Buna göre yolculuk empedansı, bir bağlantı üzerindeki araçların yolculuk süresini temsil edecek ise bağlantı yolculuk süresi, bir aracın birim uzunluktaki bağlantıdan geçiş süresi ile bağlantı uzunluğunun çarpımı olacaktır. TA probleminde bağlantı yolculuk süresi, araç sayısı ve yolculuk süresi arasındaki ilişki ile tanımlanır ve bu ilişki genellikle doğru orantılıdır. Buna göre, bağlantı yolculuk süresi tanımını sınırlandırırsak, ulaşım ağı üzerindeki araçların belli bir bağlantıdan geçmeleri için gereken süre olduğu söylenebilir [66]. Ulaşım ağı üzerindeki her bir bağlantı yolculuk süresi, x akışına bağlı pozitif tanımlı artan (veya azalmayan) bir $t(x)$ fonksiyonudur ve ağ üzerindeki her bir bağlantı için tanımlanmaktadır. Buna göre, herhangi bir i düğümünü j düğümüne bağlayan (i, j) bağlantısının yolculuk süresi fonksiyonu $t_{ij}(x)$ şeklinde gösterilmektedir. Aynı zamanda her bir bağlantı yolculuk süresi, diğer bağlantıların yolculuk süresinden bağımsız olarak tanımlanmaktadır. Yukarıda söz edilen bu iki tanım matematiksel olarak aşağıdaki eşitliklerdeki gibi gösterilebilir:

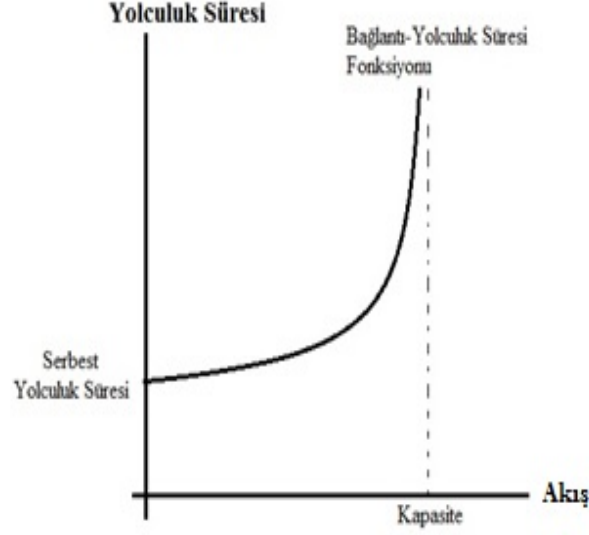
$$\frac{\partial t_{ij}(x_{ij})}{\partial x_{ij}} \geq 0, \quad \forall (i, j) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial t_{ij}(x_{ij})}{\partial x_{pq}} = 0, \quad \forall (i, j) \neq (p, q). \quad (2.20)$$

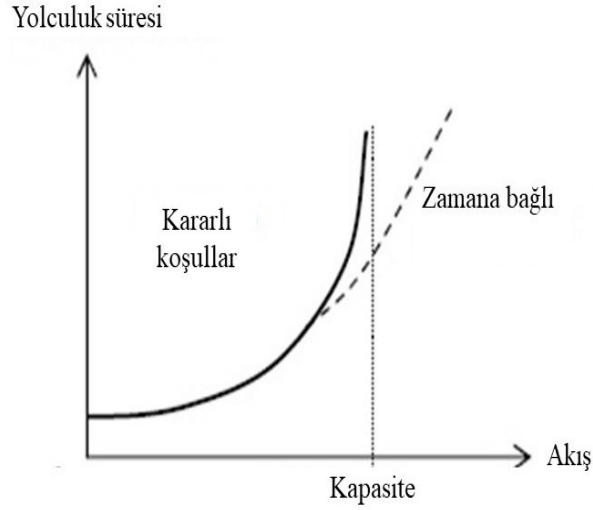
Bağlantı üzerindeki akış sıfır olduğunda araçlar serbest akış hızı ile yolculuk edileceğinden serbest (*free flow*) yolculuk süresi elde edilmektedir. Dolayısıyla, bağlantı üzerindeki en kısa yolculuk süresi serbest yolculuk süresi olmak üzere, akış arttıkça yolculuk süresi de monoton olarak artacaktır. Bu artış, bağlantı üzerindeki maksimum akış miktarına karşılık gelen kapasite noktasına kadar devam edecektir. Yolculuk süresi, kapasite değerine yaklaştıktan sonra bu değere oldukça yakın şekilde, asimptotik olarak artmaya devam edecektir. Buna göre, herhangi bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun grafik gösterimi Şekil 2.10'de verilmiştir.

Şekil 2.11'de görüldüğü üzere, araç sayısı kapasite değerine doğru yaklaştıkça bağlantı üzerinde bir araç kuyruğu oluşacak, sonrasında bu kuyruk giderek uzayacak, bağlantı tıkanma seviyesine ulaşacak ve en sonunda araçlar durma noktasına gelecektir. Bağlantının kapasite değerine ulaşması durumunda bir akış gözlemlenemeyeceğinden, kararlı koşullar altında kapasite değeri sonrası yolculuk süresi tanımlanamamaktadır.

Eğer öngörülen akış, bağlantının kapasite değerinden küçükse uygun akış olarak tanımlanır ancak bu kapasite değerinden büyükse aşırı yüklenmiş akış olacaktır. Buna göre, en doğru bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu sadece uygun akış durumlarında uygulanabilir. Bağlantıda aşırı yüklenmiş akışın gözlenmesi durumunda bağlantı fonksiyonu ile elde edilen yolculuk süresi gerçeği yansıtmayacaktır [68].



Şekil 2.10 Bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu grafiği



Şekil 2.11 Kararlı koşullar altında ve zamana bağlı durumlarda kapasite değeri sonrası yolculuk süresi fonksiyonu grafiği

Araç hızı ve/veya yolculuk süresi ölçümleri için geliştirilmiş pek çok yöntem bulunmaktadır [69–72]. Bu yöntemlerden bazıları test aracı tekniği, video kamera ile çekilen görüntüler, hava fotoğrafları ve lup dedektörleridir. Bu yöntemler kullanılarak

toplanan veri seti, TA modellerinin önemli parametrelerindendir. Ancak bu veri setinin toplanması oldukça maliyetli ve zaman alıcıdır. Bu yüzden her seferinde veri toplanmamakta, önceden yapılan çalışmalardaki veri seti kullanılarak kalibrasyon yapılmaktadır. Buna göre yolculuk süresi sahada yapılan gözlemler sonucunda doğrudan elde edilebilir veya tahminleme yöntemleri kullanılarak hesaplanabilir. Kağıt-kalem ile not tutma geleneksel yöntemlerden biridir ve yolculuk süresinin bu gibi yöntemlerle ölçülmesi oldukça zordur. Çünkü öngörülemeyen insan hataları yapılan ölçümleri etkileyebilir ve belirsiz sonuçlar elde edilebilir. Veri toplama işlemini otomatikleştirmek, süreci kısaltmak ve öngörülemeyen belirsizliklerden kaçınmak adına video görüntüsü işlemleri, cep telefonu ile izleme, GPS donanımlı test araçları, bluetooth dedektörleri, otomatik araç tanımlama (AVI), otomatik araç konumlandırma, radyo frekansı ile tanımlama (RFID) gibi yeni teknolojiler yolculuk süresinin doğrudan hesaplanması için kullanılabilir. Tahminleme yöntemleri ise yolculuk süresini hesaplamak için geçmiş trafik veri setlerini veya gerçek zamanlı trafik bilgilerini kullanır. Kalman filtreleme teknikleri, yapay sinir ağları, zaman serisi modelleri gibi yöntemler yolculuk süresinin tahmin edilmesi ve hesaplanması için kullanılabilir [67].

Uygun bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu tanımlamak için kullanılan iki temel yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlardan biri matematiksel fonksiyonlar kullanmaktır. Önerilen bu matematiksel fonksiyonlar, gözlemlenen veri setinden yararlanarak istenen değerleri hesaplayacak şekilde formülize edilmişlerdir. Matematiksel fonksiyonlar yaklaşımı genellikle hız ve akış arasında nispeten basit bir ilişkiyi garantilemektedir. Bu yaklaşımın dezavantajı, bağlantının özelliklerinde meydana gelebilecek değişikliklere karşılık yolculuk süresi fonksiyonunun kolaylıkla değiştirilememesidir. Bir diğer ifadeyle, önerilen fonksiyonların hiçbirisi veri setine karşı test edilmemiştir ve bu yüzden bağlantıların özelliklerini ilişkilendirmek için kullanılan parametreler hakkında çok az bilgi vardır. Diğer yaklaşım ise farklı akışlardaki yolculuk sürelerini tahmin etme tekniklerini elde etmek için kullanılan teorik yöntemlerdir. Teorik yaklaşımın avantajı, bağlantı özelliklerindeki değişiklikleri nispeten daha kolay bir şekilde dahil etme yeteneğine sahip olması iken dezavantajı ise hız ve akış arasında basit fonksiyonel bir ilişki oluşturamaması; yolun uzunluğu, sinyalizasyon yerleşimi gibi bağlantı özellikleri hakkında daha fazla bilgiye ihtiyaç duyulmasıdır [68].

TA problemlerinde kullanılan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları akış, hacim/kapasite oranı veya yoğunluk gibi değişkenlere bağlı olarak tanımlanabilmektedir. Bu fonksiyon çeşitlerinin bazılarını 1976 yılında Branston [68] derleme makalesinde ele almıştır. Aşağıda güvenilir olduğu kabul edilmiş ve yaygın olarak kullanılanlar bu fonksiyonlardan birkaçı verilmiştir.

Smock'un 1962 yılında Detroit çalışmasında geliştirdiği yolculuk süresi fonksiyonu

$$t(x) = t_{ff} \exp^{x/Q_s} \quad (2.21)$$

şeklindedir. Burada t_{ff} serbest yolculuk süresini, x trafik hacmini ve Q_s durağan durumdaki kapasiteyi göstermektedir. 1967 yılında Overgaard'ın geliştirdiği

$$t(x) = t_{ff} \alpha^{\beta (x/Q_p)} \quad (2.22)$$

fonksiyonda Q_p bağlantının pratik kapasitesi, α ve β kalibrasyon parametreleridir [73]. Değişkeni akış/kapasite oranı olan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarında farklı kapasite çeşitleri kullanılmaktadır ve bu kapasitelerin ölçümü farklı şekillerde yapılmaktadır. Pratik kapasite, trafik yoğunluğunda aşırı bir gecikmeye neden olmayacak şekilde, bir saat boyunca bağlantı üzerinde belirli bir noktadan geçebilecek maksimum araç sayısıdır. Durağan kapasite ise bağlantı üzerindeki maksimum durağan akış olarak tanımlanır. Verilen bu tanımlara göre pratik kapasite içeren herhangi bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun parametreleri, bu kapasitenin ölçüldüğü hizmet seviyesine bağlı olacağından bir bağlantının tek bir pratik kapasite değerini elde etmek mümkün olmayacaktır. Dolayısıyla, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarında genellikle pratik kapasiteden çok durağan kapasite tercih edilmektedir [68].

Carey ve Ge [13], akışa bağlı lineer bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu olarak

$$t(x) = ax + b \quad (2.23)$$

fonksiyonunu ele almışlardır. Buradaki parametreler sırasıyla $a = 0.02 \text{ dk/taşıt}$ ve $b = 1.1 \text{ dk}$ olarak kabul edilmiştir. Bir başka lineer yapıli bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu Aksoy ve Çelikoğlu [67] tarafından

$$t(x) = (t_{ff} \frac{x}{x_{max}}) + t_{ff} \quad (2.24)$$

şeklinde akışa bağlı olarak tanımlanmıştır. Burada x_{max} bağlantı üzerindeki maksimum araç sayısını temsil etmektedir. (2.24) eşitliğinde bağlantı üzerindeki araç sayısı maksimum seviyeye ulaştığında yolculuk süresi, serbest yolculuk süresinin iki katına karşılık gelmektedir. Carey ve Ge [13] tarafından akışa bağlı lineer olmayan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu ise

$$t(x) = cx^2 + ax + b \quad (2.25)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu eşitlikteki parametreler (2.23) eşitliğinde olduğu gibi $a =$

0.02 dk/taşıt ve $b = 1.1$ dk alınmış, $c = 0.0001$ dk/taşıt² olarak kabul edilmiştir.

Akış/kapasite oranını değişken olarak kullanan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarından biri 1960lı yılların sonlarında polinom tipi bir fonksiyon olarak tanımlanan BPR fonksiyonudur. BPR fonksiyonu ilk olarak

$$t^{BPR}(x) = t_{ff}(1 + (\frac{x}{cap})^\beta) \quad (2.26)$$

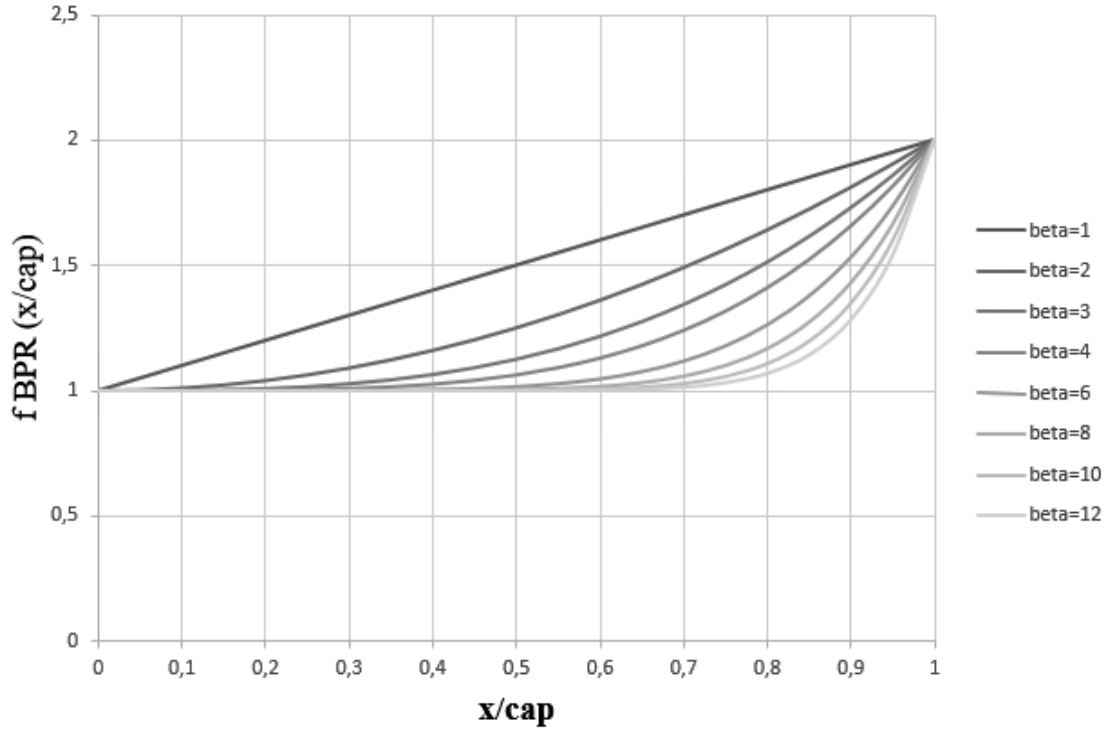
şeklinde tanımlanmıştır [74]. Bu (2.26) fonksiyondaki tıkanıklık fonksiyonu

$$f^{BPR}(\frac{x}{cap}) = 1 + (\frac{x}{cap})^\beta \quad (2.27)$$

şeklinde. Bu (2.26) fonksiyonunda kullanılan β , diklik (*steepness*) parametresi olarak adlandırılmaktadır. Bu parametrenin değerinin tamsayı olmak zorunluluğu yoktur. BPR fonksiyonunda kullanılan β diklik parametresi, aldığı değer büyükliğüne göre farklı sonuçlar meydana getirmektedir. Bu sonuçların incelenmesi, akış/kapasite oranının değişimiyle birlikte yapılmaktadır. Uygun bir trafik akışı için genellikle $x/cap < 1$ kabul edilmektedir. Burada trafik akışı kapasiteyi aşmadığından bağlantı üzerinde herhangi bir tıkanma gözlemlenmemektedir. Kapasitenin çok altında kullanılan bağlantılarda BPR fonksiyonları, özellikle β parametre değerlerinin yüksek olduğu durumlarda, her zaman gerçek trafik hacminden bağımsız olarak serbest yolculuk sürelerini sağlayacaktır. Böyle bir durumda β parametresinin değerinin artması, (2.27) tıkanıklık fonksiyonunun artış hızının azalması anlamına gelecektir. Bir diğer ifadeyle, $x/cap < 1$ olması durumunda β parametre değerlerinin artmasıyla f^{BPR} tıkanıklık fonksiyonunun aldığı değer 1'e yakınsayacak ve böylece t^{BPR} yolculuk süresi fonksiyonu, serbest yolculuk süresine oldukça yakın veya bu süreye eşit değerler verecektir. Dolayısıyla, TA probleminde yolculuk süresi sabit gibi davranacak ve sonuçta akışın en kısa süreli güzergahlara atandığı HvH durumu gözlemlenecektir. $x/cap < 1$ olması durumunda β parametresinin değişiminin etkileri Şekil 2.12'de verilmiştir.

Trafik akışının kapasiteye eşit olduğu durumda, herhangi bir β parametresi için daima $f^{BPR}(1) = 2$ elde edilmektedir. Buna göre $x = cap$ olduğu durumda araçların ortalama hızı, serbest yolculuk sırasındaki ortalama hızın yarısı kadar olacaktır. Diğer bir deyişle, bağlantı yolculuk süresi, t_{ff} serbest yolculuk süresinin iki katına çıkacaktır: $t^{BPR}(x = cap) = 2t_{ff}$.

Eğer trafik akışı kapasiteden büyük ise, fonksiyonun yapısı gereği, Şekil 2.13'deki gibi β parametresinin aldığı değerler yolculuk süresinin ani artışı gibi bazı sorunlara yol açacaktır. Buna göre, $x/cap > 1$ olması durumunda β parametresinin değeri

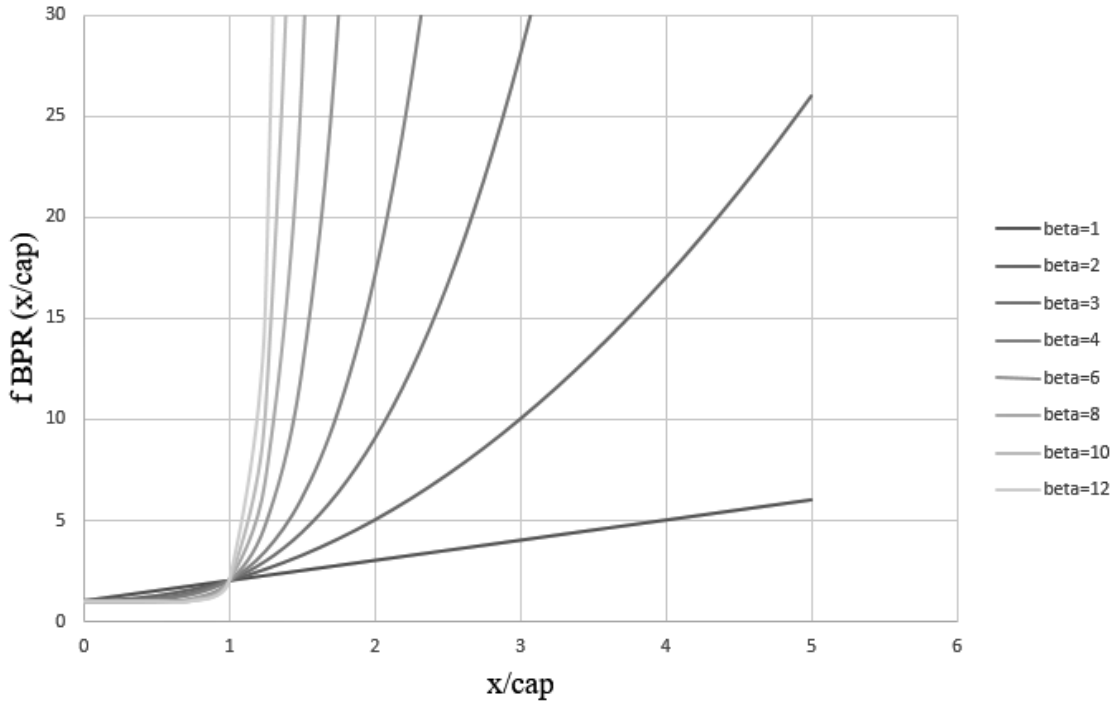


Şekil 2.12 $x/cap < 1$ olması durumunda BPR fonksiyonunun grafiği

büyüdükçe f^{BPR} tıkanıklık fonksiyonu ani ve aşırı bir şekilde artış gösterecek ve böylece gözlemlenen tıkanıklık etkisinin başlaması daha kısa sürede gerçekleşecektir [74]. Dolayısıyla, bu oranın ve β parametre değerinin büyümesi, yolculuk süresi fonksiyonunda aşırı sapmalara sebep olacaktır. Bu sapmalar, β parametre değerinin büyük değerleri için aşırı yüklenmiş bağlantılara gereksiz ağırlık vererek x/cap oranına yakınsamayı yavaşlatacaktır. Aynı zamanda sayısal sorunlara ve gerçekçi olmayan sonuçların ortaya çıkmasına neden olacaktır. $x/cap > 1$ olması durumunda β parametresinin değişiminin etkileri Şekil 2.13’de verilmiştir.

Buna göre bir $f(x)$ tıkanıklık fonksiyonun sahip olması gereken özellikler aşağıda sırasıyla verilmiştir:

- $f(x)$ kesin artan (*strictly-increasing*) bir fonksiyon olmalıdır. Bu koşul, TA probleminin tek bir çözüme (*unique solution*) yakınsaması için gereklidir.
- $f(0) = 1$ ve $f(1) = 2$ olmalıdır. Buna göre bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu $x/cap = 0$ olduğunda serbest yolculuk süresini; $x/cap = 1$ olduğunda ise serbest yolculuk süresinin iki katını verecektir.
- $f'(x)$ tıkanıklık fonksiyonunun türevi mevcut ve kesin artan olmalıdır. Bu koşul, tıkanıklık fonksiyonun konveks olmasını sağlamaktadır.
- $f'(1) = \beta$ olmalıdır. Buradaki β parametresi, trafik akışı kapasiteye



Şekil 2.13 $x/cap > 1$ olması durumunda BPR fonksiyonunun grafiği

ulaştığında tıkanıklık etkilerinin nasıl değiştiğini tanımlamaktadır. Dolayısıyla, bu parametreye oldukça büyük bir değer vermekten kaçınılmalıdır.

- M sonlu pozitif bir sabit olmak üzere $f'(x) < M\beta$ olmalıdır. Bir başka deyişle, tıkanıklık fonksiyonunun dikliği üstten sınırlı olmalıdır. Böylece x/cap oranının 1'den daha büyük olduğu durumlarda tıkanıklık fonksiyonunun çok yüksek değerler alması engellenmektedir.
- $f'(0) > 0$ olmalıdır. Bu koşul, bağlantı akışlarının tekliğini (*uniqueness*) garanti eder. Ayrıca bağlantı yolculuk süresinde görülen küçük değişimlerde de atamanın kararlı kalmasını sağlar ve bağlantılar üzerindeki trafik akışlarını kapasiteler ile orantılı olarak alternatif güzergahlara dağıtır [74].

İlk olarak önerilen (2.26) BPR fonksiyonunun gerçeğe biraz daha uygun sonuçlar verebilmesi amacıyla

$$t^{BPR}(x) = t_{ff} \left(1 + \alpha \left(\frac{x}{cap} \right)^\beta \right) \quad (2.28)$$

fonksiyonu tanımlanmıştır. Buradaki α , bağlantıların tıkanıklık seviyesini belirtmek için kullanılan bir parametre olup pratik kapasitede birim mesafenin alındığı yolculuk süresinin serbest akıştaki yolculuk süresine oranı; β ise tahmin edilen ortalama bağlantı hızının ne kadar yüksek olduğunu belirten bir parametredir [75]. Bu parametrelerin değeri genellikle $\alpha = 0.15$, $\beta = 4.0$ şeklinde alınmaktadır. BPR yolculuk süresi fonksiyonu hem tek sınıflı hem de çok sınıflı TA

problemlerini modellemek üzere kullanılıyor olsa da son zamanlarda çok sınıflı atama problemlerinde kullanımının gerçeği pek yansıtmadığı düşünülmekte ve bu durumu iyileştirmek amacıyla düzenlemeler [60] yapılmaktadır.

Yolculuk süresi ve/veya trafik akışı hakkında olası bir tahmin elde edebilmek için, belirlenen ulaşım ağı üzerindeki trafik modeli

- Negatif olmama prensibi
- İlk giren ilk çıkar prensibi
- Akış korunumu prensibi
- Akış-yolculuk süresi arasındaki tutarlılık
- Nedensellik

özelliklerine sahip olmalıdır ve bu özellikleri sağlamalıdır. Negatif olmama prensibine göre, gerçekliği yansıtmaması açısından, eğer bir bağlantıya pozitif bir girdi akışı yüklenirse çıktı akışı ve yolculuk süresi de buna bağlı olarak pozitif olacaktır. İlk giren ilk çıkar prensibine göre eğer bir yolcu çıkış noktasını terk ediş süresini ertelerse trafiğe giriş süresi, bir başka deyişle kuyruğa katılım süresi de gecikecek ve dolayısıyla varış noktasına da geç ulaşacaktır. Bu prensip, trafik akışının negatif olmamasını ve akış ile yolculuk süresi arasındaki tutarlılığı garantilemek için gerekli ve yeterli bir koşuldur. Bu prensibin çok zorlu ve gerçek dışı olduğu kabul edilse de makroskobik ve sürekli trafik modellerinde bu prensibin sağlanması gerekmektedir. Akış korunumu prensibine göre bir bağlantıya giriş yapan akış ile o bağlantıdan çıkış yapan akış eşit olmalıdır. Buna göre bağlantı üzerinde ne herhangi bir akış üretilebilir ne de yok edilebilir. Akış ile yolculuk süresi arasındaki tutarlılık prensibine göre $T_1 < T_2$ olmak üzere bir bağlantıya T_1 anında giriş yapan akış, bu bağlantıyı T_2 anında terk etmelidir. Bu giriş ve çıkış süreleri arasındaki fark ($T_2 - T_1$), bağlantı yolculuk süresine karşılık gelmektedir ve bu yolculuk süresi akış ile doğru orantılıdır. Nedensellik prensibine göre ulaşım ağı üzerindeki trafiğin davranışı, sadece akış yönündeki koşullardan etkilenebilir. Ancak bu prensip, tek yönlü akışlardan öte paralel bağlantılar üzerinde daha çok gözlemlenmektedir. [30].

2.4 Trafik Atama Problemleri

Bir TA problemi

- belirlenen ulaşım ağının şebeke gösterimi,

- ilgili bağlantılara ait yolculuk süresi fonksiyonları,
- çıkış-varış nokta çiftleri

dikkate alınarak tanımlanır ve her bir bağlantı üzerindeki optimal akışı ve dolayısıyla yolculuk süresini bulmayı amaçlar. Bu problemin çözülebilmesi için güzergah ataması sırasında farklı amaçların dikkate alınması söz konusu olabilir. Mevcut kısıtlar daima en uygun akış dağılımının gerçekleşmesini sağlayacak şekilde belirlenerek amacın bireysel ya da sosyal faydayı temsil etmesi tercihine bağlı olarak farklı TA durumları elde edilir.

Bir TA modelinin kurulması ve çözülmesi için üç tür bilgiye ihtiyaç vardır: yolculuk talebi, ulaşım sisteminin karakteristiği ve bu yolculuk talebinin ilgili sistem üzerinden hangi amaca göre dağıtılacağını tahmin etmenin yolu. Yolculuk talebi, dört aşamalı tahminleme sürecinin ilk aşamasında hesaplanmaktadır. Popülasyon ve arazi kullanımı gibi faktörlerin zamanla değişmesinin yolculuk talebinin de zamanla değişmesine etki edeceği belirtilmelidir. Geleneksel tahminleme modellerinde yolculuk talebi sadece belirli bir zaman diliminde dikkate alınmaktadır ve bu zaman diliminden bağımsız olarak kabul edilmektedir. Ulaşım sisteminin karakteristiği ise yolculuk talebi ile ulaşım sisteminin performansı arasındaki ilişkiyi tanımlamakta kullanılmaktadır. İhtiyaç duyulan üçüncü bilgi ise KD ve SO modeller olmak üzere Wardrop tarafından öne sürülmüştür [30].

Literatürde, KD model ve SO model olmak üzere iki temel TA problemi bulunmaktadır [76]. Bu modeller, aynı kısıtları sağlayarak farklı amaçlar doğrultusunda ağ üzerindeki yolculuk süresini en aza indirmeyi amaçlamaktadırlar. Buna göre her bir modelin kendine ait özellikleri mevcuttur.

KDTA probleminde her bir sürücü, diğer sürücülerle işbirliği yapmaksızın, sadece kendi çıkış-varış nokta çifti arasındaki bireysel yolculuk süresini en aza indirmeyi amaçlar. Bir başka deyişle, her bir sürücü, kendi varış noktasına en hızlı gidebileceği güzergahı seçer. Ancak bu ifade, belli bir çıkış-varış nokta çifti arasındaki tüm sürücülerin tek bir güzergaha atanması demek değildir. Bağlantı yolculuk süresi akışa bağlı olarak değiştiğinden, ağ üzerindeki çeşitli güzergahların yolculuk süreleri de buna bağlı olarak değişecektir. Buna göre, KDTA probleminde, kullanılan tüm güzergahların yolculuk süreleri birbirine eşittir. Kullanılmayan güzergahların yolculuk süreleri ise kullanılan güzergahların yolculuk süresinden daha kısa olamaz. Aksi takdirde, sürücüler daha kısa sürede yolculuk yapabilecekleri güzergahı seçerler ve bu durumda kullanılmayan güzergah kullanılabilir duruma gelir. Eğer kullanılan güzergahlardaki yolculuk süreleri birbirine eşit ise hiçbir sürücü güzergah değiştirme eğiliminde olmayacaktır ve dolayısıyla güzergah değiştirme

süreci gözlemlenmeyecektir. Bu problem, Wardrop'un birincil ilkesi olan "Hiçbir sürücü, mevcut güzergahını değiştirerek kendi yolculuk süresini iyileştiremez." ifadesine dayanır [2]. KDTA probleminde, sürücülerin önceki deneyimlerinden yararlandıkları varsayımıyla ağ hakkında tam bilgiye sahip oldukları ve güzergah seçimi ile ilgili tutarlı, doğru ve benzer kararlar verdikleri kabul edilir. GPS sistemlerinin etkin bir şekilde kullanıldığı günümüzde, bu kabullerin gerçekçiliği açıktır. Her sürücünün kendi yolculuk süresini iyileştirmesi açısından bu model genellikle tercih edilmektedir.

SOTA problemi, Wardrop'un ikincil ilkesi olan "Sürücüler birbirleriyle işbirliği yaparak sistemin toplam yolculuk süresini en aza indirgeyebilirler." ifadesine dayanır [2]. Bu modelde, belirlenen ulaşım ağının, bir başka deyişle sistemin toplam yolculuk süresinin iyileştirilmesi amaçlanır. SO trafik atamasında trafiği bağlantılara atayan merkezi bir sistem yöneticisi olduğu ve böylece sistemdeki tüm yolcular için toplam faydanın en üst seviyeye çıkarıldığı düşünülür [30]. Belirlenen bu ulaşım ağı üzerindeki bazı sürücüler gereksiz yere daha uzun yolculuk süresi deneyimlerlerken, diğerleri güzergahlarını değiştirerek oldukça kısa yolculuk süresine sahip olurlar. Böylece Wardrop'un birincil ilkesine aksi bir durum gözlemlenmektedir: bir sürücü mevcut güzergahını değiştirerek yolculuk süresini kısaltabilir. Bunun nedeni, bu tür yolcuların maruz kaldığı ekstra yolculuk sürelerinin, diğerlerinin tasarruf ettiği yolculuk sürelerinden daha kısa olmasıdır. Bir başka deyişle, kısa süreli güzergahlara atanan araçların tasarruf ettiği süre, uzun süreli güzergahlara atanan araçların maruz kaldığı ek süreden daha fazladır [30]. Böyle bir durum gözlemlendiği takdirde sistemin toplam yolculuk süresini en aza indirgeyen bir optimal çözüm elde edilir [3]. SO trafik atamasının ulaşım ağı üzerindeki trafiği gerçekçi bir şekilde temsil etmemesi bir dezavantaj olduğundan dolayı uygulanabilirliği açısından pek tercih edilmemektedir. Çünkü kentsel bir ulaşım ağında sürücüler işbirliği yapmaya ikna olup diğer sürücülerin yolculuk sürelerini iyileştirmek adına kendi yolculuk sürelerini uzatma eğiliminde olmayacaklardır. Ancak bu model, yol sisteminin en iyi şekilde nasıl kullanılabileceğine dair bir kısıtlama sağlar ve bu kısıtlama da çeşitli trafik kontrol politikalarını değerlendirmek için yararlı bir kriterdir [30]. Bu model aynı zamanda acil durumlar veya toplu ulaşım araçları gibi bir sistem içerisindeki toplam yolculuk süresinin iyileştirilmesinde de kullanılabilir. Ayrıca trafik yönetimi ve acil durum tahliyelerindeki uygulamaların ihtiyaçları sebebiyle SO modeline ilgi her geçen gün artmaktadır.

Bir ulaşım ağında meydana gelebilecek trafik tıkanıklığı etkileri göz ardı edildiğinde, KD ve SO modelleri aynı çözümü verir ve oluşan problem HvH (*all or nothing*) TA problemi olarak adlandırılır. Bir başka deyişle, her bir bağlantı yolculuk süresi akışa bağlı olmaksızın yani sabit alındığında, tüm akış sadece en kısa yolculuk süresine sahip

güzergaha karşılık gelen en kısa güzergaha atanırlar. HvH TA probleminde her bir çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahlardan, aynı veya yakın yolculuk süresine sahip farklı güzergahlar olsa bile, sadece biri tercih edilmektedir. Dolayısıyla, bu TA modelinde sürücülerde güzergah değiştirme eğilimi görülmemektedir çünkü sadece en kısa süreli güzergah kullanılmaktadır.

2.5 Trafik Atama Problemlerinin Matematiksel Modelleri

Kümeler

V : Ardışık olarak numaralandırılmış düğümler kümesi, $i \in V$

I : Tek yönlü bağlantılar kümesi, $(i, j) \in I \subset V \times V$

$N = (V, I)$: V düğümlerinden ve I bağlantılarından oluşan ulaşım ağı

O : Çıkış noktaları kümesi, $o \in O \subset V$

D : Varış noktaları kümesi, $d \in D \subset V$

$O \times D$: Çıkış- varış nokta çiftleri kümesi, $(o, d) \in O \times D \subset V \times V$

K_{od} : Her bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan güzergahlar kümesi, $k \in K_{od}$

K : N ulaşım ağı üzerindeki tüm güzergahlar kümesi, $p \in K$, $|K| = \sum_{(o,d)} |K_{od}|$

Parametreler

F_{od} : Her bir $(o, d) \in O \times D$ çıkış-varış nokta çifti arasındaki akış, talep

Değişkenler

x_{ij} : (i, j) bağlantısı üzerindeki akış

t_{ij} : (i, j) bağlantısının yolculuk süresi

f_{od}^k : (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahı üzerindeki akış

c_{od}^k : (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının yolculuk süresi

$$\delta_{od}^{ij,k} = \begin{cases} 1, & (i, j) \text{ bağlantısı } (o, d) \text{ çıkış-varış nokta çiftini bağlayan } k \text{ güzergahı} \\ & \text{üzerinde ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

Belirli bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahlarından herhangi birinin yolculuk süresi, bu güzergahı oluşturan bağlantı yolculuk sürelerinin toplamıdır. Buna göre (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan bir k güzergahının yolculuk süresi

$$c_{od}^k = \sum_{(i,j)} t_{ij} \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall k \in K_{od}, \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.29)$$

şeklinde hesaplanır.

Belirli bir bağlantı üzerindeki akış, bu bağlantının bulunduğu, $\delta_{od}^{ij,k} = 1$ olan tüm güzergahlar üzerindeki akışların toplamı şeklinde yazılabilir. Bağlantı-güzergah oluşum bağıntısı olarak adlandırılan bu bağıntı

$$x_{ij} = \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^k \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall (i, j) \in I \quad (2.30)$$

şeklinde ifade edilir. Böylece, (2.29) ve (2.30) eşitlikleri yardımıyla her bir bağlantı ve güzergah üzerindeki akış ve yolculuk süresi hesaplanabilecektir.

2.5.1 Kullanıcı Dengeli Trafik Atama Probleminin Modeli

Beckmann transformasyonu olarak da bilinen KDTA probleminin matematiksel modeli aşağıda verilmiştir. Bu matematiksel modelin amaç fonksiyonu

$$\text{Min } z(x) = \sum_{(i,j)} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(w) dw \quad (2.31a)$$

ve kısıtları

$$\sum_k f_{od}^k = F_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.31b)$$

$$x_{ij} = \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^k \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall (i, j) \in I \quad (2.31c)$$

$$c_{od}^k = \sum_{(i,j)} t_{ij} \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.31d)$$

$$f_{od}^k \geq 0, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.31e)$$

şeklinde. Bu modelin amaç fonksiyonu (2.31a), belirlenen ulaşım ağını oluşturan her bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun ilgili bağlantı üzerindeki akışa göre integrallerinin toplamıdır. (2.31b) akış korunumu kısıtıdır. Bu kısıt, her bir çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan güzergahlar üzerindeki akışların toplamının, ilgili çıkış-varış nokta çiftini kullanacak toplam akışına eşit olmasını ifade etmektedir.

Bir başka deyişle, belirli bir o çıkış noktasından belirli bir d varış noktasına yolculuk edecek toplam akışın, bu (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahları üzerindeki akışların toplamına, F_{od} 'ye eşit olmasıdır. Kısıt (2.31c), bağlantı-güzergah oluşum bağıntısıdır. Kısıt (2.31d), her bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahlarının yolculuk süresini hesaplamaktadır. Kısıt (2.31e) ise belirli bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahları üzerindeki akış miktarının negatif olmamasını garantilemektedir.

2.5.2 Sistem Optimal Trafik Atama Probleminin Modeli

SOTA probleminin matematiksel modeli aşağıda verilmiştir. Bu modelin amaç fonksiyonu

$$\text{Min } z(x) = \sum_{(i,j)} x_{ij} t_{ij}(x_{ij}) \quad (2.32a)$$

ve kısıtları

$$\sum_k f_{od}^k = F_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.32b)$$

$$x_{ij} = \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^k \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall (i, j) \in I \quad (2.32c)$$

$$c_{od}^k = \sum_{(i,j)} t_{ij} \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.32d)$$

$$f_{od}^k \geq 0, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (2.32e)$$

şeklinde. Bu modelin amaç fonksiyonu olan (2.32a), belirli bir ulaşım ağı üzerindeki sistemin toplam yolculuk süresini en aza indirmeyi hedeflemektedir ve bu amaç ancak bağlantı üzerindeki her bir akış ile ilgili bağlantının yolculuk süresi fonksiyonunun çarpımlarının toplamalarının minimize edilmesiyle mümkündür. Modeldeki kısıtlar (2.32b)-(2.32e), KDTA modelindeki (2.31b)-(2.31e) kısıtları ile aynı özelliklere sahiptir.

(2.31) ve (2.32) TA problemleri vektör ve matris notasyonları kullanılarak kapalı bir şekilde de modellenabilir. Buna göre bağlantı akışı $\mathbf{x} = [\dots x_{ij} \dots]_{1 \times |I|}$, bağlantı yolculuk süresi $\mathbf{t} = [\dots t_{ij} \dots]_{1 \times |I|}$, belli bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahların akışı $\mathbf{f}_{od} = [\dots f_{od}^k \dots]_{1 \times |K_{od}|}$, ağ üzerinde birden fazla (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergah akışları $\mathbf{f} = [\dots f_{od} \dots]_{1 \times |O \times D|}$, belli bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahların yolculuk süreleri $\mathbf{c}_{od} = [\dots c_{od}^k \dots]_{1 \times |K_{od}|}$, ağ üzerinde birden fazla (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahın yolculuk süreleri $\mathbf{c} = [\dots c_{od} \dots]_{1 \times |O \times D|}$ ve ağ üzerinde birden fazla (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahlar üzerinde yolculuk edecek talep $\mathbf{F} = [\dots F_{od} \dots]_{1 \times |O \times D|}$ şeklinde gösterilir. Ayrıca Δ bağlantı-güzergah oluşum matrisi olmak üzere bu matrisin elemanları

$\delta_{od}^{ij,k}$ şeklindedir. Bu Δ matrisi sadece tek bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti için oluşturulduğunda matrisin satır sayısı ağ üzerindeki bağlantı sayısına; sütun sayısı ise belirli (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki güzergahların sayısına karşılık gelecektir: $\Delta = [\delta_{od}^{ij,k}]_{|I| \times |K|}$. Dolayısıyla (2.32) ile verilen SOTA probleminin amaç fonksiyonu

$$\text{Min } z(x) = x \cdot t^T \quad (2.33a)$$

ve kısıtları

$$f = F \quad (2.33b)$$

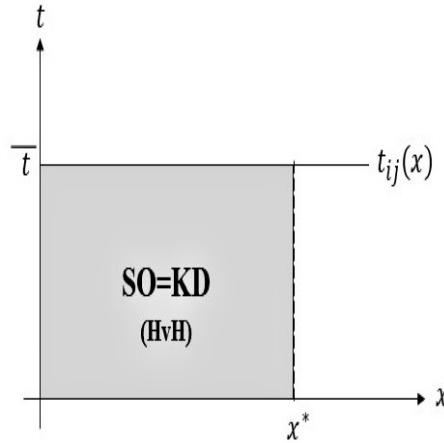
$$x = f \cdot \Delta^T \quad (2.33c)$$

$$c = t \cdot \Delta \quad (2.33d)$$

şeklinde gösterilir.

2.5.3 Kullanıcı Dengeli ve Sistem Optimal Trafik Atama Problemleri Arasındaki İlişki

(2.31) ve (2.32) ile verilen modelde kullanılan $t_{ij}(x_{ij})$ bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları akışa bağlı alınmazsa, yani sabit alınırsa, oluşan iki model de aynı olacak ve aynı sonuçlar elde edilecektir. Böyle bir durum gözlemlendiği taktirde akış ile yolculuk süresi grafiği Şekil 2.14'deki gibi olacaktır.



Şekil 2.14 Bağlantı yolculuk süresinin sabit alınması

Buna göre, herhangi bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun $t_{ij}(x) = \bar{t}$ şeklinde sabit bir değer olması durumunda mevcut kısıtlarda bir değişim gözlemlenmeksizin, SOTA problemi modelinin amaç fonksiyonu

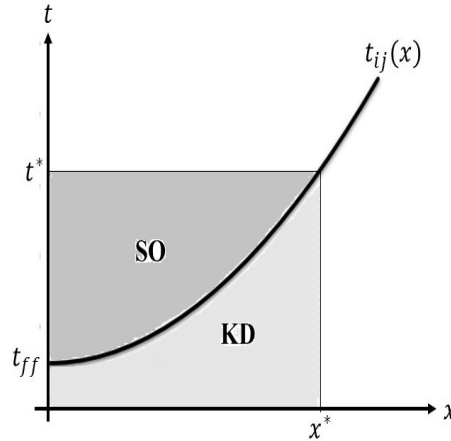
$$z(x) = \sum_{(i,j)} x_{ij} \bar{t} \quad (2.34)$$

ve KDTA problemi modelinin amaç fonksiyonu

$$z(x) = \sum_{(i,j)} \int_0^{x_{ij}} \bar{t} dw = \sum_{(i,j)} \bar{t} \int_0^{x_{ij}} dw = \sum_{(i,j)} x_{ij} \bar{t} \quad (2.35)$$

şeklinde olacak ve her ikisi de aynı amaç değerini verecektir. Böylece, bağlantı yolculuk sürelerinin sabit alınması durumunda toplam yolculuk süresi minimize edilerek F_{od} talebi en kısa süreli güzergaha atanacaktır. Diğer taraftan, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu akışa bağlı olmadığından en kısa süreli yolculuk süresine sahip güzergah mesafe olarak da en kısa güzergaha karşılık gelecektir. Böylece tüm akış, en kısa süreli ve en kısa güzergaha atanacağından diğer güzergahlar kullanılmayacak ve sonuçta HvH TA problemi modeli elde edilecektir.

(2.31) ile verilen KDTA problemi de (2.32) ile verilen SOTA problemi de söz edildiği üzere bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları kullanılarak modellenmektedir. Buna göre, herhangi bir bağlantı üzerinde x^* belirli bir akış olmak üzere KDTA probleminde amaç fonksiyonu x^* akışı ile sınırlandırılmış ilgili bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu altında kalan alandan oluşurken, SOTA probleminde ilgili bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu ile x^* akışının çarpımından oluşmaktadır. Her iki amaç fonksiyonundan elde edilen değerlerin grafik ile gösterimi Şekil 2.15'deki gibi olacaktır.



Şekil 2.15 Herhangi bir bağlantı için yolculuk süresi fonksiyonu ile SO ve KD hesaplanması

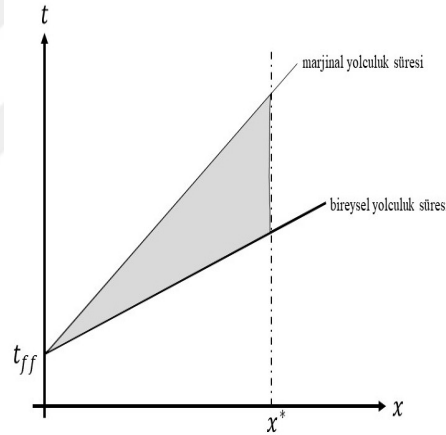
Buna göre Şekil 2.15 incelendiğinde ve bu yapının her bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu için benzer olduğundan SOTA probleminin çözümünden elde edilen optimal değer, yani sistemin toplam yolculuk süresi, KDTA probleminin çözümünden elde edilen değerden, yani bireysel toplam yolculuk süresinden, daima büyük olacaktır.

KDTA ve SOTA problemlerinin matematiksel modellerinde kısıtlar aynı olduğu

halde amaç fonksiyonları birbirinden farklıdır. Bu iki amaç fonksiyonu, mevcut bağlantı yolculuk süresi fonksiyonuna farklı işlemler uygulanarak birbirlerine dönüştürülebilirler. Buna göre KDTA problemini SOTA problemine dönüştürürken

$$t_{mar,ij}(x_{ij}) = t_{ij}(x_{ij}) + x_{ij} \frac{d t_{ij}(x_{ij})}{d x_{ij}}, \quad \forall (i, j) \in I \quad (2.36)$$

şeklinde tanımlanan marjinal yolculuk süresi fonksiyonu kullanılır. (2.36) eşitliğine göre marjinal bağlantı yolculuk süresi, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu ile akışın çarpımının türevidir. Buna göre, marjinal bağlantı yolculuk süresi, bağlantı üzerinde akışın bir birim artması sonucunda yolculuk süresinde meydana gelen değişim şeklinde ifade edilir. Dolayısıyla, elde edilen (2.36) yolculuk süresi fonksiyonuna marjinallik katan kısım, türevin akışla çarpımından sağlanacaktır. Buradaki değişimin yani türevin değeri ne kadar küçükse bağlantı yolculuk süresi ile marjinal bağlantı yolculuk süresi arasındaki fark o kadar azalacaktır. Bu durum, Şekil 2.16 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.16 Marjinal ve bireysel yolculuk süresi fonksiyonları grafiği

Bu azalışın istenme sebebi şu şekilde açıklanabilir: marjinal bağlantı yolculuk süresi, ulaşım ağını kullanan tüm yolcuların yolculuk süresini, bir diğer ifadeyle “sosyal yolculuk süresi”ni temsil ederken bağlantı yolculuk süresi, bu ulaşım ağını kullanan her bir yolcunun yolculuk süresini, yani “bireysel yolculuk süresi”ni temsil etmektedir. Böylece, bu iki fonksiyon arasındaki fark ne kadar küçük olursa sosyal fayda o kadar maksimize edilecektir ve elde edilen sosyal ve bireysel yolculuk süreleri de o kadar yakın olacaktır [77]. Şekil 2.16 ile gösterilen grafikte bu iki fonksiyon arasındaki fark akışla da ilişkilendirilebilir. Buna göre, herhangi bir bağlantı üzerindeki akış miktarı sifıra yaklaştığında sosyal ve bireysel yolculuk süreleri arasındaki fark azalacak ve her sürücü bağlantı üzerinde serbest yolculuk süresi ile yolculuk edebilecek duruma gelecektir. Dolayısıyla, sosyal yolculuk süresi minimize edilirken bazı sürücülerin

gereksiz yere daha fazla süreye maruz kalması azalacak ve hatta bireysel yolculuk süresinin minimize edilmesi durumundaki gibi tüm sürücüler en kısa yolculuk süreli güzergahlara atanacaktır.

Daha önceden bilindiği üzere KDTA probleminde Wardrop'un birincil ilkesi göz önüne alınmaktadır. Bu ilkeye göre bir ulaşım ağında kullanılan tüm güzergahların yolculuk süreleri, kullanılmayan güzergahların yolculuk sürelerinden daha küçük veya eşittir. Buna göre KDTA problemi çözüldüğünde kullanılan tüm güzergahların yolculuk süreleri eşit elde edilmektedir ve bu sonuç, kullanılan güzergahları oluşturan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarının altında kalan alanların toplamalarının eşitliğinden elde edilmektedir. Eğer (2.31) eşitliğiyle verilen KDTA probleminin amaç fonksiyonunda $t_{ij}(x_{ij})$ bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun yerine (2.36) ile verilen marjinal bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu yazılırsa (2.32) ile verilen SOTA probleminin amaç fonksiyonu elde edilir. Bu yüzden, SOTA problemi, marjinal KDTA problemi olarak da bilinmektedir. SOTA problemi Wardrop'un ikinci ilkesine dayanarak oluşturulduğuna göre bir ulaşım ağında kullanılan tüm güzergahların marjinal yolculuk süreleri, kullanılmayan güzergahların marjinal yolculuk sürelerinden daha küçük veya eşittir. Böylece, SOTA problemi çözüldüğünde kullanılan tüm güzergahların marjinal yolculuk süreleri eşit elde edilmektedir ve bu sonuç, kullanılan güzergahları oluşturan marjinal bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarının altında kalan alanların toplamalarının eşitliğinden elde edilmektedir.

SOTA problemini KDTA problemine dönüştürürken

$$\hat{t}_{ij}(x_{ij}) = \frac{1}{x_{ij}} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(w)dw \quad (2.37)$$

şeklinde tanımlanan ortalama bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu kullanılmaktadır. SOTA problemi modelinin (2.32a) amaç fonksiyonundaki her bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun yerine verilen (2.37) ortalama bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu yazılırsa, KDTA problemi modelinin (2.31a) amaç fonksiyonu elde edilir.

2.6 Trafik Atama Probleminin Çözümünde Kullanılan Yöntemler

Bu bölümde TA probleminin çözümünde kullanılan optimizasyon yöntemlerinden FW algoritması, VE teorisi ve oyun teorisinden söz edilecektir.

2.6.1 Frank-Wolfe Algoritması

1956 yılında Frank ve Wolfe tarafından geliştirilen algoritma, bir çeşit lineer olmayan programlama problemi olan kuadratik programlama problemlerinin çözümlerinde kullanılmaktadır. Kuadratik programlama, amaç fonksiyonunun lineer olmayıp sadece kısıtların lineer yapıda olduğu bir matematiksel programlama çeşididir. Bu tezde incelenen SOTA problemi de bir kuadratik programlama problemidir.

FW algoritması uygulama açısından basit bir yöntem olduğundan TA problemlerinin çözümünde oldukça yaygın şekilde kullanılan yöntemlerinden biridir. Ancak, FW algoritması yavaş yakınsadığından yöntemin modifikasyonlar uygulamadan kullanılması pek tercih edilmemektedir. FW algoritmasını TA probleminde ilk kez Leblanch vd. [3] kullanmıştır. Daha sonra Leblanch ve Farhangian [78], esnek talepli TA problemlerini çözmek üzere birçok farklı algoritma ele almış ve bu tür problemleri çözmek ve en etkili uygulamayı sunmak üzere FW tekniğinin farklı yolları olduğunu belirtmişlerdir. FW algoritmasının yakınsama oranı, yolculuk sayısının üst sınır değerlerine oldukça duyarlı olduğundan hesaplama sonuçlarına göre bu algoritmanın esnek talepli TA problemleri için kararsız (*unstable*) olduğunu ve ele alınan problemler için Evans algoritmasının FW algoritmasına göre tutarlı olarak daha hızlı yakınsadığını gösterilmişlerdir. Fukushima, [79] çalışmasında TA problemlerinin çözümü için FW algoritmasında basit bir değişiklik yaparak yeni bir algoritma sunmuştur. Bu algoritma, esas yöneme göre fazla hesaplama çabası gerektirmedikinden daha kolay uygulanabilir. Algoritmanın yakınsaklığı kanıtlanmış ve yapılan değişikliğin geçerliliği gösterilmek üzere hesaplama sonuçları gösterilmiştir. Weintraub vd. [80], FW algoritmasını TA problemi çerçevesinde ele almış ve daha etkin ve belirgin gelişmelere neden olacak adım boyutunun değiştirilmesi önerilmiştir. Bar Gera [81], TA problemi için çıkış tabanlı bir algoritma sunmuştur. Bu algoritmada, akışları etkili bir şekilde değiştirmek ve geri kalan akışları elimine etmek amacıyla tahmini quasi Newton arama doğrultusu (*projected quasi-Newton search direction*) yöntemini kullanmıştır. Önerilen algoritmanın FW algoritması ile karşılaştırılmasından elde edilen sonuçlar, özellikle son derece hassas çözümler gerektiğinde, bu algoritmanın mükemmel yakınsama performansına sahip olduğunu göstermektedir. Arrache ve Quafi [82], Fukushima doğrultusu ile genişletilmiş doğru arama yöntemini birleştirilerek FW algoritmasına yeni bir modifikasyon önermiş ve elde edilen sonuçlara göre önerilen bu algoritmanın, orijinal algoritmadan daha iyi sonuçlar sağladığını göstermişlerdir.

2.6.2 Varyasyonel Eşitsizlik Teorisi

VE teorisi, denge problemlerinin incelenmesinde kullanılan etkili yöntemlerden biridir. Bu teori, 1966 yılında Hartman ve Stampacchia tarafından mekaniğin uygulamalarında kısmi diferansiyel denklemlerin kullanılması için geliştirilmiştir. VE teorisi, denge problemlerinin formülize edilmesinde kullanılmakla birlikte bu tür problemleri varlık, teklik, kararlılık ve duyarlılık analizi bakımından da inceler. Lineer olmayan denklem sistemleri, optimizasyon problemleri, tamamlayıcı (*complementarity*) problemler ve sabit-nokta (*fixed-point*) problemleri gibi matematiksel programlama problemleri, VE problemleri şeklinde ifade edilebilmektedir [83]. Tam simetri koşullarının (*certain symmetry conditions*) geçerli olduğu durumlarda VE problemi, bir optimizasyon problemi şeklinde ifade edilebilir. Bir başka deyişle, denge koşullarının VE formülasyonunun simetrik Jakobiye matrisine sahip bir fonksiyon ile karakterize edilmesi durumunda, denge koşullarının ve optimizasyon probleminin çözümleri tek ve eşdeğer olacaktır.

TA problemi, VE uygulamalarının yaygın görüldüğü ve hızlıca geliştiği bir alan olmuştur [84]. Bu tür denge problemlerinin temel özelliği, yönlendirilmiş bir ağ üzerinde belirlenmiş olmasıdır ve bu ağ üzerindeki her bir bağlantı, akış ve yolculuk süresi ile ilişkilendirilmiştir.

Ω güzergah akışlarının uygun çözüm kümesi olmak üzere

$$\Omega = \{x \mid \sum_k f_k^{od} = F_{od}, \quad f_k^{od} \geq 0, \quad k \in K, \quad (o, d) \in O \times D\} \quad (2.38)$$

şeklinde tanımlanabilir. TA probleminde bir güzergahın yolculuk süresi, o güzergahı oluşturan ilgili bağlantıların yolculuk süreleri toplamı şeklinde ifade edilmektedir. Bu problemde amaç, tüm güzergahların yolculuk sürelerinin minimize edilmesi olduğundan $C_k(x)$, k güzergahının yolculuk süresi olmak üzere

$$\forall k \in K \text{ ve } \forall (o, d) \in O \times D \text{ için } f_k^{od} \geq 0 \text{ olmak üzere } \min_k C_k(x^*) \quad (2.39)$$

koşulu sağlanıyorsa, $x^* \in \Omega$ uygun akış vektörüne denge vektörü denir. Bir başka deyişle, herhangi bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasındaki pozitif akış değeri, minimum yolculuk süreli güzergahlara karşılık gelmelidir. (2.38) ve (2.39) koşulları VE yapısında $\forall x \in \Omega$ olmak üzere

$$\langle C(x^*), x - x^* \rangle \geq 0 \quad (2.40)$$

olacak şekilde bir $x^* \in \Omega$ noktası bulunmalıdır. Buna göre $\forall k \in K$ ve $\forall (o, d) \in O \times D$

için

$$f_k^{od}(c_k^{od} - u_{od}) = 0 \quad (2.41)$$

$$(c_k^{od} - u_{od}) \geq 0 \quad (2.42)$$

olacaktır. Verilen (2.41) ve (2.42) eşitsizlikleri ile optimal çözüme erişildiğinde verilen bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan kullanılan tüm güzergahların yolculuk süreleri birbirine eşit olduğu ifade edilmiştir. Eğer kullanılmayan güzergahların yolculuk süresi, kullanılan güzergahların yolculuk süresinden büyük veya eşit ise bu kullanılmayan güzergahlar üzerindeki akış sıfır olacaktır. Optimal çözüme erişildiğinde u_{od} dual değişkeninin değeri, (o, d) çıkış-varış nokta çiftleri arasında kullanılan güzergahların yolculuk süresi olacaktır.

Literatürde ilk kez 1980 yılında Dafermos [85], trafik akışındaki denge koşullarının VE yapısında olduğunu fark etmiş ve sonlu-boyutlu teoriyi geliştirmiştir. Dafermos, ulaşım ağındaki her bir bağlantının yolculuk süresinin o bağlantıdaki akışa olduğu gibi diğer bağlantılara da bağlı olabileceği genel bir TA modeli ele almıştır. Bu model, farklı bağlantılar üzerinde oluşan tıkanmalar veya aynı bağlantı üzerindeki farklı tip ulaşım modelleri arasındaki etkileşimlerin oluşturduğu durumların üstesinden gelebilmek üzere tasarlanmıştır. Trafik denge yapısının varlığını saptamak, bu yapının inşası için bir algoritma tasarlamak ve bu algoritmanın yakınsama hızı üzerinde tahminler üretmek üzere bu modelde VE teorisinin tekniklerini kullanmıştır. Nguyen ve Dupuis [86], trafik ağı üzerindeki her bir bağlantının yolculuk süresini, diğer bağlantılar üzerindeki akışlara bağlı olduğu durumlarda, bir başka deyişle simetrik olmayan trafik denge problemini, bir VE problemi olarak ifade etmişlerdir. Trafik dengesini belirlemeye yönelik geliştirilen bu yöntemler, VE problemlerinin çözülmesi için kullanılan tekniklerin uyarlamalarıdır. Bu çalışmada, genel trafik denge problemi için yeni bir konveks optimizasyon formülasyonu sunulmuş ve trafik dengesinin hesaplanması için basit bir iteratif yöntem önerilmiştir. Marcotte [87], Euclid uzayındaki VE problemini, konveks olmayan ve türevlenemez bir optimizasyon problemi olarak formüle etmiştir. Bu çalışmada, herhangi bir dönüm (*stationary*) noktasının optimal olabileceğini göstermiş ve türevlenemeyen amaç fonksiyonunu monoton olarak azaltacak bir çözüm algoritması önermiştir ve önerilen bu algoritma, simetrik olmayan TA problemine uygulanmıştır. Van Vliet [88], Wardrop dengesine sahip TA problemlerinin çözümünde kullanılan standart FW algoritmasının varyasyonel eşitsizliğe dayanan bir yoruma sahip olduğunu göstermiş ve daha genel bir ağ sınıfına uygulanabilecek olası benzer algoritmalar önermiştir. Nagurney, [89] kitabında VE yaklaşımına ait ayrıntılı bir araştırma yaparak bu yaklaşımı bazı denge problemlerine uygulamıştır. De Cea ve Fernandez [90], tıkanık transit ağlar üzerindeki TA problemi için yeni bir model önermişlerdir. Tıkanıklık etkilerini modellemek üzere

transit ağın özel bir formülasyonunu kullanmışlardır. Bu problemin çözümü için bazı algoritmalar analiz edilmiş, ağ üzerinde denge akışlarını belirlemek üzere VE problemi kullanılmıştır. Friesz vd. [91], statik Wardrop KD modelin dinamik genelleştirmesini kısaca incelemişler ve bu modele yeni bir sınıf önermişlerdir. Bu çalışmada, eş zamanlı rota seçimi ve varış süresi (*departure time*) kararlarına sahip, ilk giren ilk çıkar kuyruk disiplini koruyan dinamik kullanıcı dengesinin bir VE formülasyonunun olduğunu göstermişlerdir. Transit denge atama problemi, trafik tıkanıklığının etkisi altındaki bir transit ağ üzerinde bulunan yolcuların rota seçimini modellemek üzere Wu vd. [92], bu problem için bir model önermişler ve bu problemin çözümü için iki algoritma geliştirmişlerdir. Bu problem, VE problemi yapısında oluşturulmuş, lineerleştirilmiş Jakobiye ve izdüşüm (*projection*) yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Nguyen vd. [93], varış süresi ve güzergah seçim boyutları içeren yolcu atama problemi için bir yapı sunmuşlardır. Bu çalışmada, KDTA probleminin bir formülasyonu oluşturulmuş, denge akışının belirlenmesi için bir hesaplama algoritması tanımlanmış ve ceza maliyeti fonksiyonlarına dayanan bir VE formülasyonu uygulanmıştır. Marcotte ve Wynter [61], çok sınıflı bir TA problemini monoton olmayan, asimetric bir VE problemi olarak ifade etmişlerdir ve bu problemi çözmek için teorik bir yaklaşım yöntemi geliştirmişlerdir.

Bulanık VE ise ilk kez Chang ve Zhu [94] tarafından 1989 yılında uygulanmıştır. Daha sonra Noor [95], geliştirdiği bulanık VE modelinin yaklaşık çözümlerini bulmak üzere alfa-kesiti kavramını uygulayarak bir izdüşüm yöntemi önermiştir. Bulanık VE yaklaşımının güzergah tabanlı değişken talepli bir rota seçim problemine doğrudan uygulaması Wang ve Liao [42] tarafından yapılmıştır. Chang ve Chen [46], bağlantı tabanlı bulanık KD rota seçim problemini VE yaklaşımı kullanarak ifade etmişlerdir. Her bir bağlantı yolculuk süresi aralığının belirli bir alfa-kesiti seviyesinden olası bir nokta tahmini yapabilmek için mevcut bulanık problem, klasik KD rota seçim modeline indirgenmiş ve köşegenleştirme yöntemi ile çözülmüştür.

2.6.3 Oyun Teorisi

Oyun teorisi, birbirine rakip olan ve çıkarları çatışan tarafların mantıklı davranış kurallarının belirlenmesi amacıyla oluşturulan stratejileri karşılaştırmak için modellemekte kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Bu yöntem matematiksel olarak şu şekilde ifade edilebilir: her oyuncunun (karar vericinin) kendisine ait bir amaç fonksiyonu vardır ve bu amaç fonksiyonlarının en iyi değerleri sadece ait olduğu oyuncunun benimseyeceği stratejiye değil, diğer oyuncuların stratejilerine de bağlıdır. Buna göre eğer oyuncular varsa, bu oyuncular belli stratejilere sahip ve her koşulda mantıklı hareket edebiliyorsa ve bu oyuncuların stratejilerinin sayısal

değerleri ölçülebiliyor ise oyuncular arasındaki rekabet problemi matematiksel olarak modellenenebilir ve çözülebilir.

Oyun teorisi kuramı, John von Neuman'ın oyuncuların satranç, briç, poker gibi oyunlardaki davranışlarını modellemek amacıyla yaptığı çalışmalara dayanır. İlk makalesini 1928 yılında oyun teorisi üzerine yayınlayan Neuman, 1944 yılında ekonomist Oscar Morgenstern ile birlikte yazdığı 'Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış' (*Theory of Games and Economic Behaviour*) isimli kitapta oyun teorisi kuramını ekonomi alanına taşımıştır. Bu kitapta iki oyunculu, sıfır toplamli oyunlar ve işbirlikli oyunlar incelenmiştir. 1950 ile 1953 yılları arasında yayınladığı çalışmalarla (*Equilibrium Points in N-Person Games; The Bargaining Problem; Non-Cooperative Games*) oyun teorisini geliştiren John Nash, hem rekabetçi hem de işbirlikçi oyunlarda kullanılabilecek denge kavramını ortaya koymuş ve bu kavram literatürde 'Nash Dengesi' olarak yerini almıştır. Nash dengesinde hiçbir oyuncu, rakip oyuncunun stratejisi sabit alındığında kendi hamlesini değiştirerek kazanç sağlayamaz. 1965 yılında Reinhard Selten, oyuncuların stratejilerini sırayla seçtikleri oyunlarda Nash dengesinin nasıl kullanılabileceğini göstermiştir. 1967 ve 1968 yıllarında John Harsanyi, oyuncuların eksik bilgi sahibi oldukları durumlarda oyun teorisini nasıl kullanabilecekleri üzerine çalışmıştır. Böylece, 1990 yılından itibaren ABD'de yaygın olarak kullanılmaya başlayan oyun teorisi, özellikle ekonomi alanında geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Daha sonra hukuk, politika, uluslararası ilişkiler, işletme, trafik, biyoloji gibi birçok akademik araştırma alanlarında kullanımı oldukça yaygınlaşmıştır.

TA probleminde amaç, çıkış noktasından varış noktasına gidecek olan araçların, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları yardımıyla dengeyi sağlayacak şekilde gereken bağlantı ve güzergahlara atanmasıdır. TA probleminde belirlenen bir yol ağındaki her kullanıcı, çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki süreyi en aza indirmeyi isteyeceğinden çözüm, her bir kullancının tahminine ve davranışına bağlı olacaktır. Buna göre, denge akışı durumunda kullanılan güzergahların yolculuk süreleri aynı olurken, kullanılmayan güzergahların yolculuk süresi, kullanılan güzergahlarınkinden daha uzun veya eşit olacaktır. Böylece belirlenen yol ağı kullanıcı dengesinde olacaktır ve bu ağ üzerindeki hiçbir kullanıcı kullandığı güzergahı değiştirerek yolculuk süresini minimize edemeyecektir. Bir ağ üzerindeki herhangi bir sürücünün, diğer sürücülerin davranışlarına göre kullandığı güzergahı değiştirmemeleri Nash dengesine benzemektedir. Nash dengesinde esas unsur, bir denge noktasının var olduğu düşünülerek oyuncular diğer oyuncular hakkında karar verirken yapabileceklerinin en iyisini yapmaktadırlar. Buna göre TA probleminin oyun teorisine uyarlanması aşağıdaki gibi olacaktır:

Oyuncular: sürücüler

Stratejiler: çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki güzergahların seçimi

Kazanç: Yolculuk süresinin azaltılması.

TA problemi, yolculuk süresini en aza indireyecek güzergahı arayan sürücüler topluluğu ile yolculuk süresini arttırmayı amaçlayan bir sanal oyuncu arasında oynanan bir oyun olarak düşünülebilir. Bu oyun, iki kişilik, işbiriksiz ve sıfır toplamlı olarak kurgulanmıştır. Sürücü topluluğu hangi güzergahların yolculuk süresini uzatacağını düşünürken sanal oyuncu hangi güzergahın seçileceğini düşünür. Bu oyunda karma stratejili Nash dengesi kullanıldığından, TA probleminin çözümüyle dengeye ulaşmış bir ağ elde edilir ve böylece Wardrop'un dengesine ulaşılır. Buna göre sürücüler trafikte birlikte oldukları halde işbirliği yapmayacaktır.

TA probleminin oyun teorisi kullanılarak çözümlenmesinde Nash dengesinden başka Stackelberg ve Cournot şeklinde farklı oyun modelleri de kullanılmaktadır. Stackelberg oyun modelinde trafik otoritesi (veya lider), ağ kullanıcılarının verdiği tepkilere dayanarak bir ön bilgiye sahip olmaktadır ve Wardrop dengesine ulaşmak için kullanıcıların davranışları hakkındaki bu bilgileri kullanır ve kendisi için en avantajlı Wardrop dengesini oluşturan güzergahı seçmektedir. Cournot oyun modelinde ise tüm ağ kullanıcıları aynı anda karar vermektedir ve dolayısıyla trafik otoritesi, kullanıcıların tepkilerini kestirememekte ve güzergah seçimini değiştiremeyeceklerini kabul etmektedir. Stackelberg modelinin Cournot modelinden en temel farkı, trafik otoritesinin kullanıcı tepkilerini kestirebilmesidir. Bu yüzden Cournot modeli trafik otoritesi için daha az avantajlı bir dengede son bulabilmektedir [96].

Literatürde TA problemini oyun teorisi kullanarak optimize eden birçok çalışma mevcuttur. Ulaşım ağındaki trafiğin karmaşıklığından dolayı yolcuların güzergah seçim sürecinde aldıkları kararlar her zaman doğru olmayacak ve en uygun güzergahı seçemeyeceklerdir. Bu yüzden daima kesin bir Wardrop dengesine ulaşmak mümkün olmayacaktır. Zhao [97], gerçekçi varsayımlar (bulanık trafik bilgisi ve rasgele güzergah seçenekleri) altında yeni bir denge kavramı olan ϵ - dengesini önermiştir. Önerilen bu denge kavramı, klasik ulaşım denge kavramının genişletilmiş bir hali olup ağ üzerindeki trafik akışı optimal noktalardan ziyade optimal bir bölgeye yakınsamaktadır. Cengiz'in [98] tezinde kurguladığı oyun, beklenen yolculuk maliyetini en aza indireyecek güzergahı arayan sürücü ile bağlantı maliyetlerini yükselterek kullanıcıların beklenen yolculuk maliyetini arttırmayı amaçlayan sanal oyuncu arasında gerçekleştirilmiştir. Böylece oyun, iki kişilik, işbiriksiz ve sıfır toplamlı bir oyuna dönüşmüştür. Huapu vd. [99], KDTA problemini oyun teorisi kullanarak incelemiştir. Cournot-Nash ve KD oyuncuları, toplam sistem yolculuk süresini en aza indiren güzergahları seçen SO oyuncusunun belirlediği

güzergahları seçmektedirler. Yapılan örnek sonucunda Stackelberg modelinin, KD ve SO modellerinden daha etkin olduğu görülmüştür. Wang ve Tang [100], stratejilerin güzergah üzerindeki trafik akışları olduğu bir oyunda oyuncu sayısının artmasıyla TA probleminin SO modelinden KD modeline dönüştüğünü göstermişlerdir. Buna göre, ağ üzerindeki kullanıcı sayısı arttıkça her biri kendi stratejisini iyileştirmeye çalışacağından, KDTA modeli gözlemlenecektir. Aynı zamanda, oyundaki oyuncu sayısının artması ve TA probleminin SO modelinden KD modeline dönüşmesiyle aslında oyunun Nash dengesine ulaştığı da görülmüş ve böylece Nash dengesi ile kullanıcı dengesinin birbirine denk olduğunu gösterilmiştir.



3

Bulanık Matematik

Klasik mantık, sadece belirli koşullar altında oluşan mutlak doğruluk değerlerine sahip önermelerle ilgilenir. Ancak gerçek hayat, mutlak ayrıma dayalı şekilde oluşmamaktadır. Gerçek hayattaki sistemleri modellemek ve kontrol etmek üzere klasik matematiksel yöntemlerin kullanımı oldukça zordur. Ayrıca bu yöntemlerde kullanılan verinin de kesin olması, gerçeği yansıtmakta ekstra bir zorluk yaratmaktadır. Bu zorlukları gidermek için geliştirilen bulanık mantık, mantık kurallarının esnek bir şekilde uygulanması olarak tanımlanabilir. Klasik mantık, ‘iki-değerli’ Aristo mantığı olmak üzere sadece ‘doğru veya yanlış’, ‘1 veya 0’, ‘evet veya hayır’ ya da ‘var veya yok’ gibi değerleri içerir. Bulanık mantık ise klasik mantığın genelleştirilmiş hali olup belirlenen iki değer arasında herhangi bir değer alabilen önermeler ve ifadeler içermektedir. Buna göre ‘bulanıklık’, matematiksel olarak ‘çok-değerlilik’ (*multi-variable*) anlamına gelmektedir. Bu yüzden belirsizliğin veya doğruluk değerlerinin kesin bir şekilde tanımlanmadığı problemleri çözmekte daha etkili olması açısından, bulanık mantığın uygulama alanı daha geniştir.

Yukarıda söz edilen ‘iki-değerlilik’ ve ‘çok-değerlilik’ karşılaştırması bulanıklık ilkelerinden biridir. Gerçek hayat çok-değerli ancak klasik mantık iki-değerli olduğundan, gerçek hayat problemlerinde bulanık mantık kullanılmasının daha anlamlı olduğu bilinmektedir. Bulanık mantık teorisi, genellikle olasılık teorisi ile karşılaştırılmaktadır, ancak bu iki teori farklı tanımlamalara sahiptir. Olasılık teorisi, iyi tanımlanmış bir olayın gerçekleşip gerçekleşmemesi konusundaki belirsizlikle ilgilenmektedir. Halbuki bulanık mantık teorisi, olayın tanımlanmasındaki belirsizliğe odaklanmaktadır. Buna göre, bir diğer bulanıklık ilkesine göre kesinlik arttıkça bulanıklık artacaktır. Eğer bir olgu hakkında yeterince bilgi mevcut ise bu net olmayan olgular bulanık kümelerle dönüştürülebilir. Böylece daha gerçekçi sonuçlar elde edilmiş olunur. Örneğin, istatistikte çan eğrisinin genişlemesiyle daha az bilgiye sahip olunur ve bu eğri genişledikçe düz bir çizgiye dönüşeceğinden bilinmezlik oluşur. Tersine, sonsuz darlıkta bir çan eğrisi ise kesin bilgi verecektir. Dolayısıyla, kesinlik arttıkça bilgi artacak, bilgi arttıkça ise bulanıklık artacaktır. Bir diğer bulanıklık

ilkesi ise bulanık karar vermenin makine öğrenmesini geliştirilmesiyle ilgilidir. Bir makine, verideki örüntüleri görür ve zamanla modelle ilişkili kurallar üretir. Buradaki örüntüler bulanık küme, ilişkiler ise bulanık kurallardır ve makine verideki örüntüyü anlamak için bu kuralları kullanır. Buna göre, veri girişi ne kadar fazla olursa o oranda daha iyi kurallar oluşacaktır. Veri, bulanık kurallardan oluşur, makine bunları tecrübe ederek öğrenir ve bu bulanık kurallar sayesinde makinenin öğrenmesi artacaktır [101].

Bulanıklık kavramı, 1927 yılında Heisenberg'in öne sürdüğü belirsizlik ilkesine dayanmaktadır. Bu ilkeye göre, bir parçacığın hızı ve konumu aynı anda tam doğrulukla ölçülememektedir. Bir parçacığın konumunun belirsizliği ne kadar küçükse buna karşılık hızının belirsizliği aynı oranda büyük olacaktır. Tersine, hızdaki belirsizlik küçüldükçe aynı oranda konumunun belirsizliği büyüyecektir [101]. Bu belirsizlik ilkesinden sonra Lukasiewicz ve Black başta olmak üzere birçok bilim insanı çok-değerli mantık sisteminin gelişmesi için çalışmalara başlamıştır. 1930'lu yılların başında Polonyalı mantıkçı Lukasiewicz, üç-değerli mantık sistemini geliştirenlerden biri olmuştur. İki-değerli mantık sistemine bir üçüncü (orta doğruluk) değer olarak 'belirlenemezlik' ifadesini eklemiş ve daha sonra ikili mantık sisteminin değerleri uç noktalar olmak üzere 'belirlenemezlik' değerini derecelendirmiştir. 1937 yılında kuantum filozofu Max Black, "*Vagueness: An Exercise in Logical Analysis*" isimli makalesini yayınlamıştır. Black, bu makalesinde bulanık küme üyelik fonksiyonlarından bahseden ilk kişi olmuş ve ele aldığı yapılardaki belirsizliği 'vagueness' olarak adlandırmıştır. 1965 yılında Lütfü Zadeh "*Fuzzy Sets*" isimli makalesinde çok-değerli bir küme teorisi geliştirmiş ve 'fuzzy' kelimesini literatüre dahil etmiştir. Zadeh bu kelimeyi sınır koyulamayan, net olmayan (*vague*), birden fazla anlama gelen, muğlak (*ambiguity*), ve kesin olmayan (*imprecise*) türdeki belirsiz olayları tanımlamak için kullanmıştır. Buna göre bulanık terimi, ağırlık kullanarak bir olayın tanımındaki belirsizliğe odaklanmıştır [102].

Bu bölümde öncelikle bulanık kümelere, bulanık sayılara, bulanık fonksiyonlara ve bulanık türevelere değinilecektir. Daha sonra bulanık sayıların kesin değerlere dönüştürülmesinde en sık kullanılan durulaştırma yöntemleri verilecektir. Son olarak tam bulanık programlama problemlerinden ve literatürde yapılan çalışmalardan söz edilerek bölüm sonlandırılacaktır.

3.1 Bulanık Kümeler

Klasik mantıkta küme, ayırt edilebilen belirli nesnelerin oluşturduğu topluluk olarak tanımlanmaktadır. Buna göre klasik bir kümeye hangi elemanların ait olup olmadığı kesin olarak bilinmektedir ve böyle kümelere klasik küme adı verilmektedir.

Bulanık mantıkta ise bir kümenin elemanları, sahip oldukları üyelik derecelerine göre kümeye ait olurlar. Bir başka deyişle, bulanık bir kümenin herhangi bir x elemanı için ‘kesinlikle kümeye aittir.’ veya ‘kesinlikle kümeye ait değildir.’ ifadeleri yerine ‘ x elemanı, kümeye $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik derecesiyle aittir.’ ifadesi kullanılır. Bulanık kümeler teorisinin amacı, net olmayan, belirsizlik içeren, tanımlanması güç kavramlara üyelik derecesi atayarak onları belirli hale getirmektir. Buradaki belirli hale getirme durumu iki-değerli kümeler teorisinin çok-değerli kümeler teorisine dönüştürülmesinden oluşmaktadır.

Tanım 3.1. (Bulanık küme) X bir evrensel küme olmak üzere $\mu_{\tilde{A}} : X \mapsto [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile bir $\tilde{A} \subset X$ bulanık kümesi tanımlansın. Buradaki $\mu_{\tilde{A}}(.)$ üyelik fonksiyonu, her bir $x \in X$ elemanını $[0,1]$ aralığındaki bir $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değerine götüren bir fonksiyon; $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değeri ise x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki üyelik derecesidir. $\tilde{A}$ bulanık kümesi, x elemanı ve bu elemanın $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik derecesinden oluşan sıralı ikililer ile gösterilmektedir: $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) : x \in X\}$. Eğer $\mu_{\tilde{A}}(.)$ üyelik fonksiyonu sadece 0 ve 1 değerlerini içeriyorsa $\tilde{A}$ bulanık küme değil bir klasik küme olacaktır [103].

Tanım 3.2. (Destek kümesi) Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi olan $S(\tilde{A})$, X evrensel kümesinde üyelik derecesi pozitif olan noktaların oluşturduğu bir klasik kümedir. Bir başka deyişle, $\tilde{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi

$$S(\tilde{A}) = \{x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Tanım 3.3. (Alfa-kesen) X bir evrensel küme olmak üzere bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinde, üyelik derecesi $\alpha \in [0,1]$ değerine eşit veya daha büyük olan $x \in X$ elemanlarının oluşturduğu kesin kümeye, $\tilde{A}$ bulanık kümesinin alfa-keseni denir ve bu küme

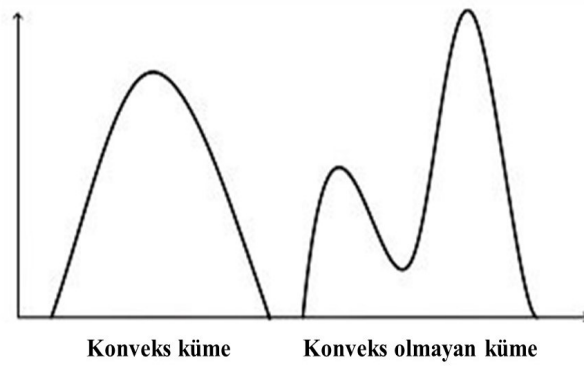
$$A_{\alpha} = \{x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

şeklinde gösterilmektedir.

Tanım 3.4. (Konvekslik) X evrensel kümesindeki bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin konveks olabilmesi için gerek ve yeter koşul $\forall x_1, x_2 \in X$ ve $\alpha \in [0,1]$ için

$$\mu_{\tilde{A}}(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}$$

eşitsizliğinin sağlanmasıdır. Buna göre bir bulanık kümenin konveks olabilmesi için bu kümenin tüm alfa-kesenlerinin konveks olması gerekmektedir. Şekil 3.1’de konveks ve konveks olmayan birer bulanık küme gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Konveks ve konveks olmayan bulanık kümeler

Tanım 3.5. (Yükseklik) Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinde bulunan elemanların $\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$ üyelik derecelerinin en küçük üst sınırına, bulanık kümenin yüksekliği denir ve $H(\tilde{A})$ ile gösterilir. Buna göre, $\tilde{A}$ bulanık kümesinin yüksekliği

$$H(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

ile gösterilir.

Tanım 3.6. (Normallik) X bir evrensel küme olmak üzere bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinde $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ eşitliğini sağlayan en az bir $x \in X$ elemanı varsa bu küme normaldir. Eğer $\tilde{A}$ bulanık kümesi normal değilse bu kümenin $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik değeri, kümenin $H(\tilde{A})$ yüksekliğine oranlanarak normalize edilebilir.

Tanım 3.7. (Kardinalite) X bir evrensel küme olmak üzere eğer bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi kesikli elemanlardan oluşuyor ve bu küme sonlu ise bu $\tilde{A}$ bulanık kümesinin kardinalitesi

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

olarak tanımlanır. Eğer X evrensel kümesi sonlu bir küme değil ve $\tilde{A}$ bulanık kümesi sürekli elemanlardan oluşuyor ise bu $\tilde{A}$ bulanık kümesinin kardinalitesi

$$|\tilde{A}| = \int_X \mu_{\tilde{A}}(x) dx$$

ile tanımlanır ve bu kardinalitenin daima var olmayacağı söylenebilir [104].

3.1.1 Bulanık Kümelerde İşlemler

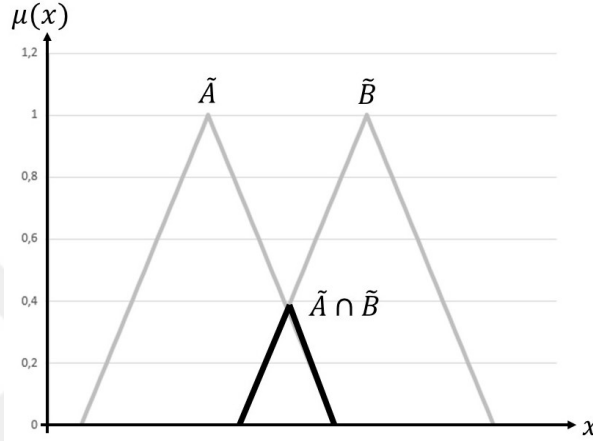
Bir bulanık kümenin en önemli belirleyicisi üyelik fonksiyonudur. Bu nedenle, temel küme teorisi işlemleri bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları aracılığıyla tanımlanmaktadır. Zadeh tarafından önerilen temel küme teorisi işlemleri $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, X evrensel kümesinde tanımlı birer bulanık küme olmak üzere aşağıda verilmiştir [102].

Tanım 3.8. (Eşitlik) $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin eşit olabilmesi için gerek ve yeter koşul, X evrensel kümesinde tanımlanan bulanık kümelerin tüm noktaları için üyelik derecelerinin eşit olmasıdır. Buna göre $\forall x \in X$ için $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$ ise $\tilde{A} = \tilde{B}$.

Tanım 3.9. (Kesişim) X bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin kesişimi $\forall x \in X$ için

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanır ve Şekil 3.2 'deki gibi gösterilir.

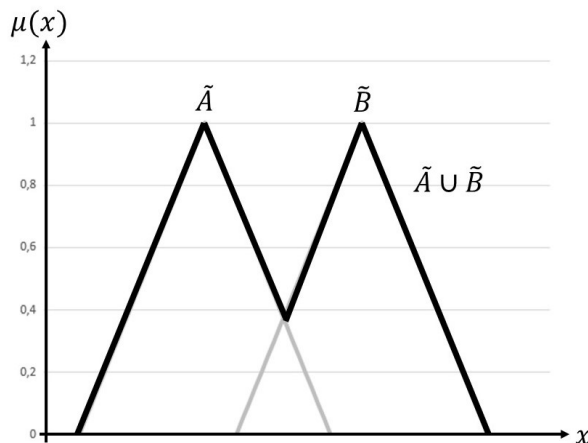


Şekil 3.2 İki bulanık kümenin kesişimi

Tanım 3.10. (Birleşim) X bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin birleşimi $\forall x \in X$ için

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanır ve Şekil 3.3'deki gibi gösterilir.



Şekil 3.3 İki bulanık kümenin birleşimi

Tanım 3.11. (Tümleyen) X bir evrensel küme olmak üzere bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tümleyeni $\tilde{A}$ ile gösterilir ve $\forall x \in X$ için $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu ile tanımlanır.

3.2 Bulanık Sayılar

Bulanık sayılar, birer bulanık küme olmak üzere belirsizliği ele alabilmek için kullanılmaktadır.

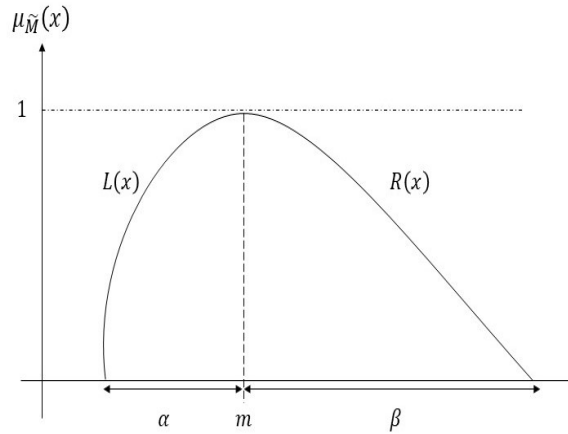
Tanım 3.12. (Bulanık Sayı) Konveks ve normal olan bir bulanık kümeye bulanık sayı denir. Bir $\tilde{M}$ bulanık sayısı, tüm negatif (pozitif) x değerleri için sıfır üyelik değerini alıyorsa bu bulanık sayı pozitifdir (negatiftir) denir. Bir başka deyişle $\forall x < 0$ için $\mu_{\tilde{M}}(x) = 0$ ise $\tilde{M}$ bulanık sayısı pozitif; $\forall x > 0$ için $\mu_{\tilde{M}}(x) = 0$ ise $\tilde{M}$ bulanık sayısı negatiftir.

Literatürde sıklıkla kullanılan LR-tipi, yamuksal, üçgensel olmak üzere birçok bulanık sayı çeşidi mevcuttur. Aşağıda bu bulanık sayıların tanımlamaları verilecek ve tezde üçgensel bulanık sayılar hakkında bilgi verilecektir.

Tanım 3.13. (LR-tipi Bulanık Sayı) Tepe noktası m , sol sapma değeri α , sağ sapma değeri β olmak üzere sol başvuru fonksiyonu $L(x)$, sağ başvuru fonksiyonu $R(x)$ şeklinde verilen LR-tipi $\tilde{M}$ bulanık sayısı

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L(\frac{m-x}{\alpha}), & x \leq m \\ R(\frac{x-m}{\beta}), & x \geq m \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır. LR-tipi bulanık sayının gösterimi Şekil 3.4'deki gibi olacaktır.



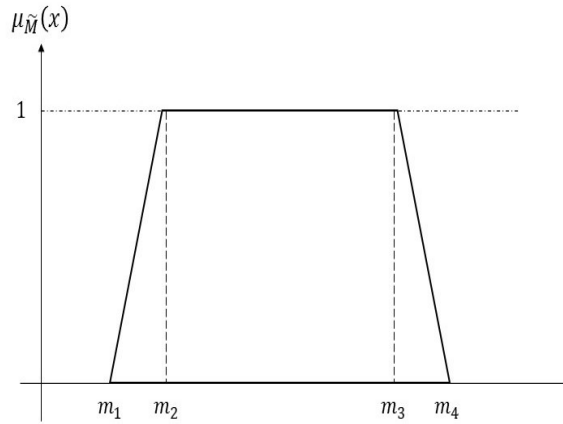
Şekil 3.4 LR-tipi bulanık sayı

Tanım 3.14. (Yamuksal Bulanık Sayı) $m_1, m_2, m_3, m_4 \in \mathbb{R}$ ve $m_1 \leq m_2 \leq m_3 \leq m_4$

olmak üzere (m_1, m_2, m_3, m_4) sıralı dördlüsü ile verilen

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq m_1 \\ \frac{x-m_1}{m_2-m_1}, & m_1 < x \leq m_2 \\ 1, & m_2 < x \leq m_3 \\ \frac{x-m_4}{m_3-m_4}, & m_3 < x \leq m_4 \\ 0, & x > m_4 \end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanan $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3, m_4)$ bulanık kümesine yamuksal bulanık sayı denir. Yamuksal bulanık sayının gösterimi Şekil 3.5’de verilmiştir.



Şekil 3.5 Yamuksal bulanık sayı

Tanım 3.15. (Üçgensel Bulanık Sayı) $m_1, m_2, m_3 \in \mathbb{R}$ ve $m_1 \leq m_2 \leq m_3$ olmak üzere (m_1, m_2, m_3) sıralı üçlüsü ile verilen

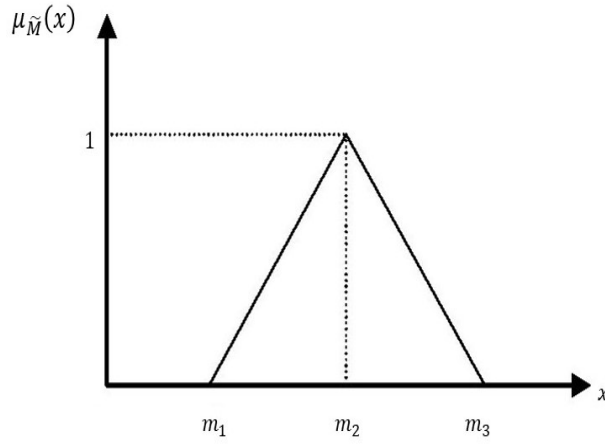
$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq m_1 \\ \frac{x-m_1}{m_2-m_1}, & m_1 < x \leq m_2 \\ \frac{x-m_3}{m_2-m_3}, & m_2 \leq x < m_3 \\ 0, & x \geq m_3 \end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanan $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$ bulanık kümesine üçgensel bulanık sayı denir. Üçgensel bulanık sayının gösterimi Şekil 3.6’de verilmiştir.

Tanım 3.16. Bir $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$ üçgensel bulanık sayısı eğer pozitif ya da negatif değil ise karma (*near-zero, mixed*) işaretli üçgensel bulanık sayı olarak isimlendirilir. Bu tezde sadece negatif olmayan üçgensel bulanık sayılar kullanılacaktır.

3.2.1 Üçgensel Bulanık Sayılarda İşlemler

Bulanık sayılarda dört işlem için genellikle kullanılan iki yol vardır. Bu yollardan biri α -kesen yöntemi, diğeri ise genişleme prensibidir. α -kesen yönteminde her



Şekil 3.6 Üçgensel bulanık sayı

bir bulanık sayının α -kesen kümesi oluşturulur ve oluşan bu kümeler üzerinde aralık aritmetiği kullanılarak işlem yapılır. Genişleme prensibi ise bulanık sayıları oluşturan elemanlara ve bu elemanların üyelik değerlerine dayanarak yapılan aritmetik işlemlerdir. Buna göre genişleme prensibi $\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ birer bulanık sayı ve $\odot$ dört işlemten herhangi biri olmak üzere

$$\mu_{\tilde{M} \odot \tilde{N}}(z) = \max_{z=x \odot y} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(y)\} \quad (3.1)$$

veya

$$\mu_{\tilde{M} \odot \tilde{N}}(z) = \bigvee_{z=x \odot y} (\mu_{\tilde{M}}(x) \wedge \mu_{\tilde{N}}(y)) \quad (3.2)$$

şeklinde gösterilir. Bu tezde yapılan işlemlerde sadece üçgensel bulanık sayılar kullanılacağından üçgensel bulanık sayılar üzerinde genişleme prensibi üzerine tanımlamalar verilecektir. Buna göre, $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$ ve $\tilde{N} = (n_1, n_2, n_3)$ birer üçgensel bulanık sayı olarak verilsin.

Tanım 3.17. (Eşitlik) X bir evrensel küme olmak üzere $\tilde{M}, \tilde{N} \in X$ üçgensel bulanık sayılarının eşitliği, karşılıklı tüm elemanların üyelik fonksiyonlarının değerlerinin eşitliğidir. Matematiksel olarak eğer $m_1 = n_1, m_2 = n_2$ ve $m_3 = n_3$ ise $\tilde{M} = \tilde{N}$ olacaktır. Bu durum daha genel olarak $\forall x \in X$ için $\mu_{\tilde{M}}(x) = \mu_{\tilde{N}}(x)$ ise $\tilde{M} = \tilde{N}$ şeklinde de ifade edilebilir.

Tanım 3.18. (Toplama) $\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ üçgensel bulanık sayılarının genişleme prensibine göre toplamı

$$\mu_{\tilde{M} + \tilde{N}}(z) = \max_{z=m+n} \min\{\mu_{\tilde{M}}(m), \mu_{\tilde{N}}(n)\}$$

olmak üzere

$$\tilde{M} + \tilde{N} = (m_1 + n_1, m_2 + n_2, m_3 + n_3)$$

şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.

Tanım 3.19. (Toplama göre Ters Eleman) Bir $\tilde{M}$ üçgensel bulanık sayısının toplama işlemine göre tersi

$$-\tilde{M} = (-m_3, -m_2, -m_1)$$

şeklinde olacaktır.

Tanım 3.20. (Çıkarma) $\tilde{M}$ ve $\tilde{N}$ üçgensel bulanık sayılarının genişleme prensibine göre farkı

$$\mu_{\tilde{M}-\tilde{N}}(z) = \max_{z=m-n} \min\{\mu_{\tilde{M}}(m), \mu_{\tilde{N}}(n)\}$$

olmak üzere

$$\tilde{M} - \tilde{N} = (m_1 - n_3, m_2 - n_2, m_3 - n_1)$$

şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.

Tanım 3.21. (Çarpma) Genişleme prensibine dayanarak,

$$\mu_{\tilde{M}.\tilde{N}}(z) = \max_{z=m.n} \min\{\mu_{\tilde{M}}(m), \mu_{\tilde{N}}(n)\}$$

üçgensel bulanık sayılar üzerinde çarpma işlemi $\tilde{M}.\tilde{N} = (a, b, c)$ olmak üzere $a = \min\{m_1.n_1, m_1.n_3, m_3.n_1, m_3.n_3\}$, $b = m_2.n_2$ ve $c = \max\{m_1.n_1, m_1.n_3, m_3.n_1, m_3.n_3\}$ şeklinde tanımlanabilir.

Tanım 3.22. (Çarpmaya göre Ters Eleman) $\tilde{M}$ bir üçgensel bulanık sayı ve $0 \notin \tilde{M}$ olmak üzere $\tilde{M}$ üçgensel bulanık sayısının çarpma işlemine göre tersi

$$\frac{1}{\tilde{M}} = (\frac{1}{m_3}, \frac{1}{m_2}, \frac{1}{m_1})$$

şeklindedir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.

Tanım 3.23. (Bölme) Genişleme prensibine dayanarak,

$$\mu_{\tilde{M}:\tilde{N}}(z) = \max_{z=m:n} \min\{\mu_{\tilde{M}}(m), \mu_{\tilde{N}}(n)\}$$

üçgensel bulanık sayılar üzerinde bölme işlemi $\frac{\tilde{M}}{\tilde{N}} = (a, b, c)$ için $0 \notin \tilde{N}$ olmak üzere $a = \min\{\frac{m_1}{n_1}, \frac{m_1}{n_3}, \frac{m_3}{n_1}, \frac{m_3}{n_3}\}$, $b = \frac{m_2}{n_2}$ ve $c = \max\{\frac{m_1}{n_1}, \frac{m_1}{n_3}, \frac{m_3}{n_1}, \frac{m_3}{n_3}\}$ şeklinde tanımlanabilir.

3.3 Bulanık Fonksiyonlar

Literatürde bulanık fonksiyonlar üç farklı şekilde sınıflandırılmaktadır. Bunlardan ilki, tanım ve değer kümelerinin bulanık, fonksiyonun klasik olarak tanımlanması durumudur. İkincisi, sadece tanım kümesinin bulanık olup fonksiyonun klasik olmasıdır. Üçüncüsü ise klasik bir tanım kümesi üzerinde bulanık fonksiyonun

tanımlanmasıdır. Aşağıda söz edilecek bulanık fonksiyon çeşitleri için [105, 106] kaynaklara dayanarak sunulmuştur.

3.3.1 Bulanık Fonksiyon Çeşitleri

3.3.1.1 1.Tip Bulanık Fonksiyon

X ve Y birer klasik evrensel küme,

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1] \text{ ve } x \in X\} \quad (3.3)$$

ve

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid \mu_{\tilde{B}}(y) \in [0, 1] \text{ ve } y \in Y\} \quad (3.4)$$

sırasıyla X ve Y evrensel kümeleri üzerinde tanımlanmış bulanık kümeler olsun. Buna göre

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(y) \quad (3.5)$$

koşulunu sağlayan $f : X \mapsto Y$ tanımlı bu klasik fonksiyon, $\tilde{A}$ bulanık tanım kümesinde $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik değerine sahip elemanları, $\tilde{B}$ bulanık değer kümesinde $\mu_{\tilde{B}}(y)$ üyelik değerine sahip elemanlarla eşleştirmektedir. Bu tür fonksiyonlara 1.tip bulanık fonksiyon adı verilmektedir.

Örnek 3.1 [105]. X ve Y klasik evrensel kümeleri üzerinde sırasıyla $\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.7), (4, 0.3)\}$ ve $\tilde{B} = \{(1, 0.5), (3, 0.7), (5, 0.9), (7, 1)\}$ bulanık kümeleri tanımlansın ve bir $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonu verilsin. $\tilde{A}$ bulanık kümesinde tanımlı her elemanın f fonksiyonu altındaki görüntüsü $\tilde{B}$ bulanık kümesinde bulunmaktadır ve $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki her bir elemanın üyelik değeri, f fonksiyonu altında $\tilde{B}$ bulanık kümesinde karşılık gelen elemanların üyelik değerlerinden küçük olup (3.5) koşulu sağlandığından, verilen bu fonksiyon 1.tip bulanık fonksiyondur.

3.3.1.2 2.Tip Bulanık Fonksiyon

X ve Y klasik birer evrensel küme ve $f : X \mapsto Y$ tanımlı klasik bir fonksiyon olsun. Buna göre, X evrensel kümesi üzerinde tanımlı $\tilde{A}$ bulanık tanım kümesindeki x bağımsız değişkenlerinin bulanıklığı, genişleme prensibi kullanılarak Y evrensel kümesinin alt kümesi olan B görüntü kümesine yayılacaktır. Ancak, burada bulanık kümenin f fonksiyonu altındaki görüntüsü bulanık olacağından, bulanık bir $\tilde{B}$ kümesi elde edilecektir. Buna göre, bir $f(x) = y$ bağımlı değişkeninin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} \mu_{\tilde{A}}(x) & , f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & , f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanacaktır.

Örnek 3.2 [105]. Tanım kümesi $\tilde{A} = \{(-1, 0.3), (0, 0.8), (1, 0.5), (2, 0.9)\}$ ve değer kümesi $B = [-10, 50]$ olan bir $f(x) = 5x^2 - 1$ fonksiyonu tanımlansın. $\tilde{A}$ bulanık tanım kümesindeki elemanların görüntüleri B kümesine düşecektir. Ancak, tanım kümesindeki elemanlar bulanık olduklarından, f fonksiyonu altındaki görüntüleri de bulanık olacaktır. Buna göre, $\tilde{B} \subset B$ bulanık görüntü kümesine düşen elemanların üyelik değerleri $\tilde{B} = \{(4, 0.3), (-1, 0.8), (4, 0.5), (19, 0.9)\}$ şeklinde bulanık tanım kümesindeki elemanların üyelik değerlerine karşılık gelecektir. Ancak, tanım kümesindeki birbirinden farklı elemanların f fonksiyonu altında aynı elemanı görüntülemesi ve tek bir görüntünün farklı üyelik değerlerine sahip olması kabul edilemeyeceğinden, genişleme prensibi kullanılarak görüntünün tek bir üyelik değeri alması sağlanır. Dolayısıyla bulanık görüntü kümesi $\tilde{B} = \{(-1, 0.8), (4, 0.5), (19, 0.9)\}$ şeklinde düzenlenecektir.

3.3.1.3 3. Tip Bulanık Fonksiyon

3.tip bulanık fonksiyon, klasik tanım kümesinden klasik değer kümesine tanımlı bir bulanıklaştırma fonksiyonudur. Burada klasik değişkenlerin görüntüleri, tanımlanan fonksiyon aracılığıyla bulanıklaştırılır ve böylece klasik değer kümesinin alt kümesi olan bir bulanık görüntü kümesi elde edilir. Bu tip bulanık fonksiyonlar

- Tekil (*single*) bulanık fonksiyon
- Fonksiyonların bulanık takımı (*fuzzy bunch of function*)

olmak üzere iki şekilde incelenmektedir.

Tekil Bulanık Fonksiyon

X klasik bir tanım kümesi, $\tilde{P}(Y)$ klasik Y kümesinin bulanıklaştırılmış kuvvet kümesi ve $\tilde{f}$ bulanık fonksiyon olmak üzere tekil bulanık fonksiyon $\tilde{f} : X \mapsto \tilde{P}(Y)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $\tilde{f}$, X klasik tanım kümesindeki elemanları $\tilde{P}(Y)$ bulanık değer kümesinde görüntüleyen bir bulanıklaştırma fonksiyonudur.

Örnek 3.3 [105]. $A = \{1, 2, 3, 4\} \subset X$ ve $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 16\} \subset Y$ şeklinde birer klasik küme olsun. B kümesinin klasik alt kümelerinden olan $B_1 = \{2, 4, 6\}$, $B_2 = \{3, 5, 7\}$, $B_3 = \{3, 6, 9, 12\}$ ve $B_4 = \{4, 8, 12, 16\}$ kümeleri bulanıklaştırılarak bir $\tilde{P}(B) = \{\tilde{B}_1, \tilde{B}_2, \tilde{B}_3, \tilde{B}_4\}$ bulanık kuvvet kümesi oluşturulsun. Buna göre $\tilde{P}(B) \subset \tilde{P}(Y)$

olmak üzere $\tilde{f}$ tekil bulanık fonksiyonu

$$\begin{aligned}\tilde{f}(1) &= \tilde{B}_1 = \{(2, 0.1), (4, 0.5), (6, 1)\}, \\ \tilde{f}(2) &= \tilde{B}_2 = \{(3, 0.5), (5, 1), (7, 0.3)\}, \\ \tilde{f}(3) &= \tilde{B}_3 = \{(3, 0.3), (6, 0.5), (9, 1), (12, 0.4)\}, \\ \tilde{f}(4) &= \tilde{B}_4 = \{(4, 0.5), (8, 0.7), (12, 0.3), (16, 1)\},\end{aligned}\tag{3.7}$$

şeklinde gösterilebilir.

Fonksiyonların Bulanık Takımı

$f_i : X \mapsto Y$, $i = 1, 2, \dots, n$ klasik fonksiyonlar kümesi ve $\mu_{\tilde{f}}(f_i)$, klasik bir f_i fonksiyonunun $\tilde{f}$ bulanık kümesindeki üyelik değeri olmak üzere klasik fonksiyonların bulanık takımı

$$\tilde{f} = \{(f_i, \mu_{\tilde{f}}(f_i)) \mid f_i : X \mapsto Y, i \in \mathbb{N}\}\tag{3.8}$$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 3.4 [105]. $X = \{-2, 0, 1, 3, 4\}$ klasik bir tanım kümesi ve $f_i : X \mapsto Y$ olmak üzere $f_1(x) = x + 1$, $f_2(x) = x^2 + 2$, $f_3(x) = 2x^3$ ve $f_4(x) = x - 1$ klasik fonksiyonları verilsin. $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ klasik fonksiyonlar kümesi olmak üzere $\tilde{f} = \{(f_1, 0.2), (f_2, 0.1), (f_3, 0.4), (f_4, 1)\}$ şeklinde oluşturulan $\tilde{f}$ bulanık takımının görüntü kümesini bulalım. f_i klasik fonksiyonuna karşılık gelen $\tilde{f}_i$ bulanık fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}f_1 : \tilde{f}_1 &= \{(f_1(-2), 0.2), (f_1(0), 0.2), (f_1(1), 0.2), (f_1(3), 0.2), (f_1(4), 0.2)\} \\ &= \{(-1, 0.2), (1, 0.2), (2, 0.2), (4, 0.2), (5, 0.2)\} \\ f_2 : \tilde{f}_2 &= \{(6, 0.1), (2, 0.1), (3, 0.1), (11, 0.1), (18, 0.1)\} \\ f_3 : \tilde{f}_3 &= \{(-16, 0.4), (0, 0.4), (2, 0.4), (54, 0.4), (128, 0.4)\} \\ f_4 : \tilde{f}_4 &= \{(-3, 1), (-1, 1), (0, 1), (2, 1), (3, 1)\}.\end{aligned}\tag{3.9}$$

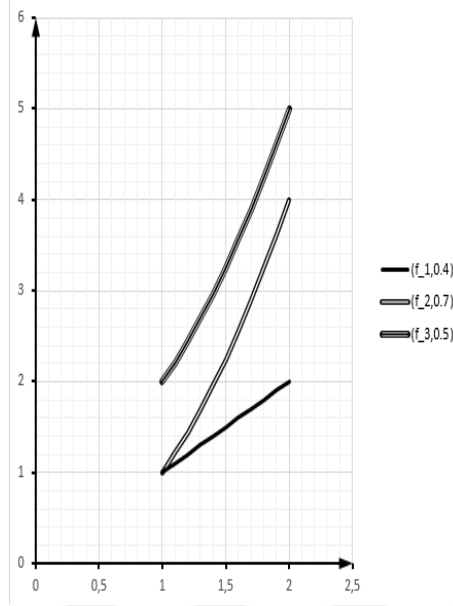
Dolayısıyla, bulanık fonksiyonlar aracılığıyla X kümesinin bulanık görüntüleri

$$\begin{aligned}\tilde{f}(-2) &= \{(-16, 0.4), (-3, 1), (-1, 0.2), (6, 0.1)\} \\ \tilde{f}(0) &= \{(-1, 1), (0, 0.4), (1, 0.2), (2, 0.1)\} \\ \tilde{f}(1) &= \{(0, 1), (2, 0.4), (3, 0.1)\} \\ \tilde{f}(3) &= \{(2, 1), (4, 0.2), (11, 0.1), (54, 0.4)\} \\ \tilde{f}(4) &= \{(3, 1), (5, 0.2), (18, 0.1), (128, 0.4)\}\end{aligned}\tag{3.10}$$

şeklinde olacaktır.

Örnek 3.5 [106]. $X = [1, 2]$ aralığında tanımlı $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$ ve $f_3(x) = x^2 + 1$ klasik sürekli fonksiyonların bulanık takımı $\tilde{f} = \{(f_1, 0.4), (f_2, 0.7), (f_3, 0.5)\}$ şeklinde

verilsin. Bu klasik sürekli fonksiyonların bulanık takımı Şekil 3.7’de verilmiştir. Burada



Şekil 3.7 Fonksiyonların bulanık takımı grafiği

$x = 1.5$ değeri 0.4 olasılıkla f_1 fonksiyonu aracılığıyla 1.5 değerinde; 0.7 olasılıkla f_2 fonksiyonu aracılığıyla 2.25 değerinde ve 0.5 olasılıkla f_3 fonksiyonu aracılığıyla 3.25 değerinde görüntülenecektir.

3.4 Bulanık Türev

Literatürde iki çeşit bulanık türev bulunmaktadır. Birincisi, klasik bir fonksiyonun bulanık bir noktadaki türevi, diğeri ise fonksiyonların bulanık takımının (bulanıklaştırma fonksiyonunun) bir reel noktadaki türevidir. Aşağıda verilecek bu bulanık türev tanımları ve örnekleri için [104, 106] kaynaklarından yararlanılmıştır.

3.4.1 Klasik Fonksiyonun Bulanık Noktadaki Türevi

$f : [a, b] \subset \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tanımlı bir fonksiyon ve $\tilde{x}_0$ bulanık noktası, $\mathbb{R}$ kümesi üzerinde tanımlı konveks bir bulanık alt küme olsun. Bu f fonksiyonunun türevinin $\tilde{x}_0$ bulanık noktasındaki değeri olan $f'(\tilde{x}_0)$ 'nin üyelik değeri genişleme prensibi kullanılarak

$$\mu_{f'(\tilde{x}_0)}(y) = \sup_{f(x)=y} \mu_{\tilde{x}_0}(x) \quad (3.11)$$

şeklinde hesaplanır [104] ve görüldüğü üzere $f'(\tilde{x}_0)$ bir bulanık kümedir.

Örnek 3.6 [106]. $f(x) = x^3$ fonksiyonunun $\tilde{A} = \{(-1, 0.4), (0, 1), (1, 0.6)\}$ bulanık noktasındaki türevini bulmak için öncelikle f fonksiyonunun türevi alınır:

$f'(x) = 3x^2$. Bu $f'(x)$ fonksiyonunda $\tilde{A}$ bulanık noktası yazılarak $f'(\tilde{A}) = \{(3, 0.4), (0, 1), (3, 0.6)\}$ bulunur ve genişleme prensibinin uygulanması sonucu $f'(\tilde{A}) = \{(0, 1), (3, 0.6)\}$ elde edilir.

3.4.2 Fonksiyonların Bulanık Takımının Reel Noktadaki Türevi

$\tilde{f} = \{(f_i, \mu_{\tilde{f}}(f_i)) \mid f_i : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, i \in \mathbb{N}\}$ bulanık tanımının bir x_0 noktasındaki türevi hesaplanırken bulanık takımı oluşturulan her bir f_i fonksiyonunun türevi alınır ve bu türevlerde x_0 noktası yazılır. Elde edilen bulanık kümede genişleme prensibi uygulanarak sonuca ulaşılır.

Örnek 3.7 [106]. $\tilde{f} = \{(f_1, 0.4), (f_2, 0.7), (f_3, 0.4)\}$ şeklinde verilen fonksiyonların bulanık tanımında $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$ ve $f_3(x) = 3x^2$ olsun. Bu $\tilde{f}$ bulanık takımının türevinin $x_0 = 0.5$ noktasındaki değerini bulalım. Öncelikle bulanık takımı oluşturan her bir fonksiyonunun türevi alınır: $f_1'(x) = 1$, $f_2'(x) = 2x$, $f_3'(x) = 3x^2$. Bu f_i' fonksiyonlarında istenilen $x_0 = 0.5$ noktası yazılır ve elde edilen bulanık kümelerin üyelik değerleri, fonksiyonların üyelik değerlerini alarak yazılır. Buna göre $f_1'(0.5) = 1$ için $\mu_{f_1'(0.5)}(1) = 0.4$, $f_2'(0.5) = 1$ için $\mu_{f_2'(0.5)}(1) = 0.7$ ve $f_3'(0.5) = 0.75$ için $\mu_{f_3'(0.5)}(0.75) = 0.4$ olmak üzere

$$\frac{d\tilde{f}}{dx}(0.5) = \{(1, 0.4), (1, 0.7), (0.75, 0.4)\} = \{(0.75, 0.4), (1, 0.7)\} \quad (3.12)$$

genişleme prensibi uygulanarak elde edilir.

3.5 Durulaştırma Yöntemleri

Bir sistemin girdileri bulanık ise çıktıların da bulanık olacağı kaçınılmazdır. Ancak, bir karar verme durumunda yaklaşık değerlerin kullanılması pek istenmemektedir. Dolayısıyla, bulanık kümeler ile yapılan işlemler sonucunda elde edilen bulanık çıktıların klasik bir değere dönüştürülmesi beklenmektedir. Bu dönüşüme durulaştırma (kesinleştirme) denir. Durulaştırma işlemi, bulanık işlemler sonucunda elde edilen bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları kullanılarak gerçekleştirilir.

Durulaştırma yöntemlerinde genellikle gözlemlenen özellikler aşağıda verilmiştir [107]:

- Durulaştırma işlemi sonucunda klasik bir değer elde edilmektedir.
- Durulaştırılan değer, verilen bulanık kümenin sol ve sağ bileşenleri arasında yer almaktadır.

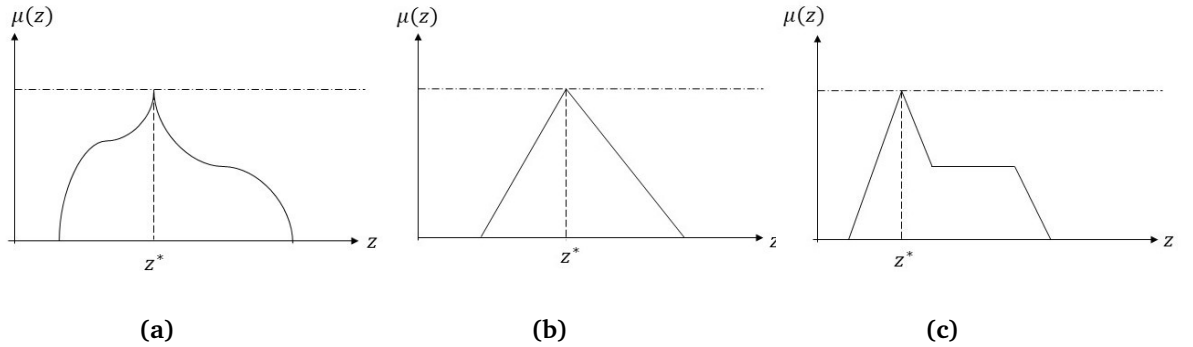
Literatürde çok fazla sayıda durulaştırma yöntemi bulunmaktadır ancak bu tezde sadece birkaç tanesi sunulmuştur. Verilen durulaştırma işlemlerinden hangisinin kullanılacağı, karar vericinin ele aldığı problemin yapısına göre belirlenmektedir.

3.5.1 En Büyük Üyelik İlkesi Yöntemi

Bu yöntemde bulanık kümedeki en büyük üyelik değerine sahip elemanın değeri kullanılmaktadır. Bu durulaştırma yönteminin kullanılabilmesi için tek bir yükseklik değerine sahip bir bulanık kümeye ihtiyaç duyulmaktadır. Bir başka deyişle, bulanık kümenin tek bir tepe noktası bulunmalıdır. Buna göre bir üçgensel veya üçgenimsi bulanık kümenin durulaştırılmış hali, ilgili kümenin tepe noktasına karşılık gelen elemanın değeridir. Matematiksel olarak

$$z^* = \max\{z^* \mid \mu(z^*) \geq \mu(z), \quad \forall z \in \mathbb{Z}\} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Şekil 3.8’de tek bir tepe noktasına sahip farklı tipteki bulanık kümelerin şekilleri verilmiştir.



Şekil 3.8 Tek bir tepe noktasına sahip farklı tipteki bulanık kümeler

Bu durulaştırma yöntemi, çok fazla hesaplama gerektirmediğinden en hızlı yöntemlerden biri olarak kabul edilmektedir.

Örnek 3.8. Bir (3, 5, 7) üçgensel bulanık sayısının en büyük üyelik değeri 1 olup bu üyeliğe sahip eleman 5 olduğuna göre, bu üçgensel bulanık sayının durulaştırılmış değeri 5’tir.

3.5.2 Ağırlık Merkezi Yöntemi

Bulanık kümedeki tüm elemanların üyelik değerleri ile sonucu etkilediği bir yöntemdir. Ağırlık merkezi (*centroid*) yöntemi, bulanık kümedeki bir elemanın üyelik fonksiyonu

$\mu(z)$ olmak üzere

$$z^* = \frac{\int \mu(z) z dz}{\int \mu(z) dz} \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Cebirsel olarak daha etkin olması sebebiyle bu yöntem, mühendislik alanlarında en yaygın olarak kullanılan durulaştırma yönteminden biri olarak kabul edilir.

Örnek 3.9. Şekil 3.8(c) ile verilen bulanık kümenin üyelik fonksiyonu

$$\mu(z) = \begin{cases} 0, & z < 1 \\ z - 1, & 1 \leq z < 2 \\ -0.5z + 2, & 2 \leq z < 3 \\ 0.5, & 3 \leq z < 4 \\ -0.5z + 2.5, & 4 \leq z < 5 \\ 0, & z > 5 \end{cases} \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlansın. Verilen bu bulanık küme, ağırlık merkezi yöntemi kullanılarak

$$z^* = \frac{\int_1^2 (z-1)z dz + \int_2^3 (-0.5z+2)z dz + \int_3^4 0.5z dz + \int_4^5 (-0.5z+2.5)z dz}{\int_1^2 (z-1) dz + \int_2^3 (-0.5z+2) dz + \int_3^4 0.5 dz + \int_4^5 (-0.5z+2.5) dz} \quad (3.16)$$

şeklinde durulaştırılırsa $z^* = 2.7465$ elde edilir.

3.5.3 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Bu yöntem, genellikle bulanık kümelerin birleşim işlemi sonucu elde edilen bulanık kümenin durulaştırılmasında kullanılmaktadır. Bu yöntemde, işleme giren bulanık kümelerin her biri önce en büyük üyelik ilkesi yöntemi ile durulaştırılarak bir sayı şeklinde ifade edilir ve daha sonra durulaştırılan bu sayılar kendi üyelik değerleri ile çarpılarak toplanır. Elde edilen bu toplam değer, sadece üyelik değerlerinin toplamından oluşan değere oranlanarak işlem sonuçlandırılır. Kısaca, işleme giren her bir bulanık kümenin en büyük üyelik değeri ile bu değere karşılık gelen elemanın çarpımlarının toplamının, bu üyelik değerleri toplamına oranı ile hesaplanır. Matematiksel olarak

$$z^* = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^* \mu_i(z_i^*)}{\sum_{i=1}^n \mu_i(z_i^*)} \quad (3.17)$$

şeklinde gösterilir. Burada z_i^* , i . bulanık kümenin en büyük üyelik değerine karşılık gelen eleman; μ_i ise i . bulanık kümenin z_i^* elemanının üyelik değeridir, yani yüksekliğidir.

Örnek 3.10. (2,4,6) ve (5,7,9) bileşenleri ile verilen üçgensel bulanık kümelerin

yükseklikleri sırasıyla 0.5 ve 0.8 olmak üzere bu iki bulanık kümenin birleşiminden oluşan bulanık kümenin ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırılmış değeri

$$z^* = \frac{4(0.5) + 7(0.8)}{0.5 + 0.8} = 5.85 \quad (3.18)$$

şeklindedir.

3.5.4 Ortalama En Büyük Üyelik Yöntemi

En büyük üyelik ilkesi yönteminde bir bulanık kümenin tek bir maksimum üyelik değeri olduğu varsayılmış ve buna göre bir durulaştırma yöntemi uygulanmıştır. Ancak, bulanık kümede birden fazla maksimum üyelik değeri mevcutsa ve bu üyelik değerleri birbirine eşitse bu bulanık kümenin durulaştırılmasında ortalama en büyük üyelik yöntemi kullanılmaktadır. Aritmetik ortalama olarak da bilinen bu yöntem matematiksel olarak

$$z^* = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} \quad (3.19)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Ağırlıklı ortalama yönteminde yükseklik değerleri birbirinden farklı bulanık kümelerle işlem yapıldığı bilindiğine göre eğer bu yükseklik değerleri birbirine eşit olursa ortalama en büyük üyelik yöntemi elde edilecektir.

Örnek 3.11 (2, 4, 6) ve (5, 7, 9) bileşenleri ile verilen üçgensel bulanık kümelerin yükseklikleri eşit olmak üzere bu iki bulanık kümenin birleşiminden oluşan bulanık kümenin ortalama en büyük üyelik yöntemi ile durulaştırılmış hali $z^* = (4+7)/2 = 5.5$ şeklindedir.

3.5.5 Toplamların Merkezi Yöntemi

Ağırlık merkezlerinin ağırlıklı ortalaması olarak da bilinen bu yöntem, bulanık kümelerin birleşimi yerine cebirsel toplamları ile elde edilmektedir. Dolayısıyla, kesişim bölgesinin iki kez işleme alınması bu yöntemin dezavantajı olarak kabul edilir. Bu yöntemde öncelikle işleme giren bulanık kümelerin ağırlık merkezleri hesaplanır. Daha sonra bu değerler işleme giren bulanık kümelerin alanları ile ağırlıklandırılarak ağırlıklı ortalama hesaplanır.

Toplamların merkezi yöntemi

$$z^* = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{z}_i \text{Alan}(\tilde{A}_i)}{\sum_{i=1}^n \text{Alan}(\tilde{A}_i)} \quad (3.20)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\bar{z}_i$, i . bulanık kümenin ağırlık merkezi ve $\text{Alan}(\tilde{A}_i)$

ise $\tilde{A}_i$ bulanık kümesinin alanını göstermektedir.

Toplamların merkezi yöntemi, ağırlıklı ortalama yöntemine benzemektedir. Toplamların merkezi yönteminde ağırlıklar, işleme giren bulanık kümelerin alanları iken ağırlıklı ortalama yönteminde ise ağırlıklar, işleme giren bulanık kümelerin üyelik değerleridir.

Örnek 3.12. (2, 4, 6) ve (5, 7, 9) bileşenleri ile verilen üçgensel bulanık sayıların ağırlık merkezleri sırasıyla 4 ve 7, alanları $2br^2$ olmak üzere bu iki bulanık kümenin toplamından oluşan bulanık sayının toplamların merkezi yöntemi ile durulaştırılmış hali $z^* = \{4(2) + 7(2)\}/(2 + 2) = 5.5$ şeklindedir.

3.5.6 Sıralama Fonksiyonu

$F(\mathbb{R})$, reel sayılar üzerinde tanımlanmış bulanık sayılar kümesi olmak üzere $R : F(\mathbb{R}) \mapsto \mathbb{R}$ şeklinde bir sıralama fonksiyonu (*ranking function*) tanımlansın. Bu durulaştırma fonksiyonu, bulanık sayıları doğal sıralamayı koruyarak reel sayılar eksenine götürecektir şekilde tanımlanmıştır. Buna göre bir $\tilde{A} = (a, b, c)$ üçgensel bulanık sayısının R sıralama fonksiyonu altındaki görüntüsü

$$R(\tilde{A}) = \frac{a + 2b + c}{4} \quad (3.21)$$

şeklinde olacaktır [108]. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere

- $\tilde{A} \prec B \Leftrightarrow R(\tilde{A}) \leq R(\tilde{B})$,
- $\tilde{A} \succ B \Leftrightarrow R(\tilde{A}) < R(\tilde{B})$,
- $\tilde{A} \simeq B \Leftrightarrow R(\tilde{A}) = R(\tilde{B})$.

3.6 Tam Bulanık Programlama

Bulanık ortamda karar verme kavramı ilk kez 1970 yılında Bellman ve Zadeh tarafından önerilmiştir, ancak genel düzeyde bulanık LP kavramı ilk olarak Bellman ve Zadeh'in bulanık kararları çerçevesinde Tanaka vd. tarafından 1973 yılında önerilmiştir. Bulanık LP 1978 yılında Zimmerman tarafından çalışılmıştır.

Tam bulanık LP probleminde tüm katsayılar ve değişkenler bulanık sayı olarak alınmaktadır. Alınan bulanık sayının çeşidi (üçgensel, yamuksal, LR-tipi gibi) çalışmalarda farklılık gösterebilmektedir. Bu tezde üçgensel bulanık sayılardan oluşan

tam bulanık LP problemleri ele alınacaktır. Buna göre n bulanık değişkenli m karma kısıtlı bir tam bulanık LP probleminin amaç fonksiyonu

$$\text{Max (Min)} \tilde{z} = \tilde{c}_1 \tilde{x}_1 + \tilde{c}_2 \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{c}_n \tilde{x}_n \quad (3.22a)$$

ve kısıtları

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{11} \tilde{x}_1 + \tilde{a}_{12} \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_{1n} \tilde{x}_n \{ \lessdot, \lessapprox, \lessgtr \} \tilde{b}_1 \\ \tilde{a}_{21} \tilde{x}_1 + \tilde{a}_{22} \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_{2n} \tilde{x}_n \{ \lessdot, \lessapprox, \lessgtr \} \tilde{b}_2 \\ \vdots \end{aligned} \quad (3.22b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{m1} \tilde{x}_1 + \tilde{a}_{m2} \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_{mn} \tilde{x}_n \{ \lessdot, \lessapprox, \lessgtr \} \tilde{b}_m \\ \tilde{x}_j \gtrsim 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.22c)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{c}_j$ ve $\tilde{b}_i$ ($j = 1, \dots, n$; $i = 1, \dots, m$) katsayıları ve $\tilde{x}_j$ değişkenleri birer üçgensel bulanık sayıdır. (3.22) modeli matris notasyonu kullanılarak kapalı formda yazılırsa $\tilde{C} = [\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_n]$, $\tilde{X}^t = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]$ ve $\tilde{B}^t = [\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \dots, \tilde{b}_m]$ üçgensel bulanık sayılardan oluşan birer vektör ve $\tilde{A} = [\tilde{a}_{ij}]_{m \times n}$ üçgensel bulanık sayılardan oluşan bir matris olmak üzere amaç fonksiyonu

$$\text{Max (Min)} \tilde{Z} = \tilde{C} \tilde{X} \quad (3.23a)$$

ve kısıtları

$$\tilde{A} \tilde{X} \{ \lessdot, \lessapprox, \lessgtr \} \tilde{B} \quad (3.23b)$$

$$\tilde{X} \gtrsim \tilde{0} \quad (3.23c)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada (3.23c) kısıtında kullanılan $\tilde{0}$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{0}}(t) = \begin{cases} 1 & , t = 0 \\ 0 & , t \neq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Buckley ve Feuring [109], tam bulanık LP problemlerini çözmek için öncelikle amaç fonksiyon değerini maksimize etme problemini çok amaçlı bulanık LP problemine dönüştürmüşlerdir. Ayrıca çok amaçlı bulanık lineer programların baskın olmayan (*undominated*) noktalar kümesini bulmak üzere bulanık esnek programlamanın (*fuzzy flexible programming*) kullanılabileceğini göstermişlerdir. Yaklaşık baskın olmayan (*approximate undominated*) çözümleri bulmak için gelişim algoritması (*evolution algorithm*) olarak bilinen bir araştırma yöntemini (*direct search method*) kullanmışlardır. Hashemi vd. [110], bir tam bulanık LP probleminin optimal çözümünü bulmak üzere iki aşamalı bir yaklaşım önermişlerdir. Önerilen bu yaklaşım, bulanık sayıların standart sapmalarının ve ortalamalarının karşılaştırılması esasına

dayanmaktadır. Yaklaşımın ilk aşamasında bulanık amaç fonksiyonunun olasılıksal ortalama değeri (*possibilistic mean value*) maksimize edilerek uygun çözümler kümesi elde edilmektedir. İkinci aşamada birinci aşamada elde edilen tüm temel uygun çözümler ele alınarak orjinal bulanık amaç fonksiyonunun standart sapması minimize edilmektedir. Allahviranloo vd. [111], tam bulanık LP problemlerini durulaştırmak amacıyla bir çeşit lineer sıralama fonksiyonu kullanmışlardır. Lotfi vd. [112], tam bulanık LP problemlerini çözmek için bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem, üçgensel bulanık sayıları en yakın simetrik üçgensel bulanık sayıya dönüştüren bir durulaştırma yöntemi içermektedir. Bu durulaştırma yöntemi kullanılarak elde edilen simetrik üçgensel bulanık sayılı tam bulanık LP problemi, merkez ve açılım (*margin*) olmak üzere iki LP problemine dönüştürülmüş ve sonuçta simetrik bir bulanık optimal çözüm bulunmuştur. Kumar vd. [113], eşitlik kısıtı içeren tam bulanık LP problemlerinin bulanık optimal çözümünü bulmak için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemi uygulamanın avantajlarından biri, tam bulanık lineer denklem sistemlerini çözerken katsayılar matrisinin elemanları üzerinde hiçbir kısıtlama gerekmeksizin bir çözüm elde edilebilir olmasıdır. Bir diğer avantajı ise elde edilen bulanık optimal çözümün tüm kısıtları sağlayabilmesidir. Kumar ve Singh [114], literatürde mevcut olan [111] gibi bazı yöntemlerin çözemediği ve bu yöntemlerin eksikliklerini göz önüne alarak tam bulanık LP problemlerini çözmek üzere yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Beaula ve Rajalakshmi [115], eşitsizlik kısıtları içeren bir tam bulanık LP problemini, kırılma noktası (*breaking point*) ve dualite kullanarak çözen bir yöntem geliştirmişlerdir. Cheng vd. [116], bulanık eşitlik kısıtlarına sahip bir tam bulanık LP problemini çözmek amacıyla bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde öncelikle tam bulanık LP problemi üç amaçlı klasik bir LP problemine dönüştürmektedir. Bu amaç fonksiyonları sırasıyla beklenen değer (*expected value*), bulanık amacın belirsizliği (*uncertainty of fuzzy objective*) ve bulanık kısıtların uygunluk derecesi (*feasibility degree of fuzzy constraints*) dikkate alınarak oluşturulmaktadır. Elde edilen problem, çok kriterli bir karar verme yaklaşımı olan uzlaşım programlama yaklaşımı (*compromise programming approach*) kullanılarak çözülmektedir. Nasseri vd. [117], geliştirdikleri tam bulanık LP problemi çözme yöntemi, üyelik fonksiyonu tanımına ve çok amaçlı problem yapısına dayanmaktadır. Ezzati vd. [118], tam bulanık LP problemini çözmek üzere yeni bir algoritma geliştirmişlerdir. Bu algorithmada üçgensel bulanık sayılar üzerinde bir sıralama (*lexicographic order*) yöntemi kullanılarak tam bulanık LP problemi çok amaçlı (üç amaç fonksiyonlu) bir LP problemine dönüştürülmüştür. Daha sonra bu sıralama yöntemi, çok amaçlı LP probleminin bir sözlüksel optimal çözümünü bulmak için kullanılmış ve elde edilen bu sözlüksel optimal çözümün tamamen bulanık LP probleminin kesin bir optimal çözümüne eşdeğer olacağı ispatlanmıştır. Ancak Bhardwaj ve Kumar [119], Ezzati'nin [118] çalışmasında önerdiği yöntemi eleştirmişlerdir ve eşitsizlik kısıtı içeren tam bulanık LP probleminin

eşitlik kısıtlı tam bulanık LP problemine dönüştürülemeyeceğini ispatlamışlardır. Sharma'nın [120] makalesinde önerdiği yöntemde, kısıtların eşitlik ve/veya eşitsizlik olmasına bakmaksızın verilen bir tam bulanık LP problemini klasik bir lineer olmayan programlama problemine dönüştürürken kısıtlarda sıralama fonksiyonu ve amaç fonksiyonunda benzerlik ölçümünü (*similarity measure*) kullanmıştır. Najafi vd. [121], geliştirdikleri yöntemde, karar değişkenlerinin serbest (*unrestricted*) olduğu bir tam bulanık LP problemini klasik bir lineer olmayan programlama problemine dönüştürerek bulanık optimal çözüm elde etmektedir. Özkök vd. [122], bir tam bulanık LP probleminin hem uygun çözümünün olduğu hem de uygun olmayan çözümünün olduğu durumlarda kullanılabilen bir yaklaşım önererek ilgili probleme ait bir yaklaşık bulanık optimal çözüm bulunabileceğini göstermişlerdir. Das [123], eşitlik kısıtları içeren bir tam bulanık LP problemini çözmek üzere bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem ile verilen tam bulanık LP problemi çok amaçlı klasik bir LP problemine dönüştürülmekte ve daha sonra sözlüksel sıralama yöntemi kullanılmaktadır. Önerilen bu yöntem, Ezzati vd. tarafından [118] makalesinde önerilen yöntemin modifiye edilmiş şeklidir ve çalışmada ele alınan örnekler Ezzati vd. [118] ve Kumar vd. [113] çalışmalarındaki örneklerle karşılaştırılmıştır.

Tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin matematiksel modeli n bulanık değişkenli ve m karma kısıtlı olmak üzere amaç fonksiyonu

$$\text{Max (Min)} \tilde{z} = \tilde{f}(\tilde{X}) \quad (3.25a)$$

ve kısıtları

$$\tilde{g}_i(\tilde{X}) \{ \lessdot, =, \gtrdot \} \tilde{b}_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.25b)$$

$$\tilde{X} \gtrdot \tilde{0} \quad (3.25c)$$

şeklinde. Verilen bu (3.25) modelinde $\tilde{X}^t = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]$, bulanık değişkenlerden oluşan bir bulanık vektör olmak üzere $\tilde{f}(\tilde{X})$ ve $\tilde{g}_i(\tilde{X})$ ($i = 1, \dots, m$) birer lineer olmayan bulanık fonksiyondur. Buna göre, amaç fonksiyonu ve kısıtları oluşturan bulanık fonksiyonların lineer olmaması durumunda bir tam bulanık lineer olmayan programlama problemi oluşmaktadır. Eğer (3.25) modelinde $\tilde{f}(\tilde{X})$ amaç fonksiyonu lineer olmayan; her bir $\tilde{g}_i(\tilde{X})$ ($i = 1, \dots, m$) kısıtı lineer birer bulanık fonksiyon ise bu durumda lineer olmayan programlama probleminin özel bir hali olan kuadratik programlama problemi oluşmaktadır ve böylece tam bulanık kuadratik programlama problemi elde edilmektedir.

Tam bulanık lineer olmayan programlama problemlerinin çözümü için geliştirilen çalışmalara ancak 2010 yılından itibaren literatürde rastlanmaya başlanmıştır. Keirfam [124], bir tam bulanık kuadratik programlama problemini çözmek üzere

geliştirdiği yöntemde bulanık sıralama ve aritmetik işlemler kullanarak ilgili problemi bir klasik lineer olmayan programlama problemine dönüştürmüştür ve sonuçta bir bulanık optimal çözüm elde etmiştir. Önerdiği yönteme göre eğer tam bulanık kuadratik programlama probleminin eşitsizlik kısıtları varsa bu kısıtlara bulanık sıralama fonksiyonu uygulanarak klasik hale dönüştürmüş ve bu şekilde karşılaştırma yapmıştır. Eşitlik kısıtlarında ise sağ ve sol taraf birebir eşitlenerek bir bulanık kısıttan üç klasik kısıt elde edilmiştir. Behera ve Nayak [125], lineer olmayan bir amaç fonksiyonuna ve karma lineer kısıtlara sahip bir bulanık optimizasyon problemini çözmek üzere bir yöntem önermişlerdir. Önerilen bu yöntemde bulanık problem Lagrange fonksiyonuna dönüştürülmekte ve daha sonra her bir üçgensel bulanık sayıya bulanık sıralama uygulanarak klasik bir Lagrange fonksiyonu elde edilmektedir. KKT koşulları kullanılarak önce klasik optimal çözüm bulunmuş ve bu çözümden bulanık optimal çözüm elde edilmiştir. Lalitha [126], tam bulanık lineer olmayan programlama problemlerini çözen bir algoritma geliştirmiştir. Bu algoritmada öncelikle eşitsizlik kısıtları varsa bu kısıtlara bulanık değişkenler ekleyerek eşitlikler elde edilmiştir. Oluşturulan yeni model Lagrange fonksiyonuna dönüştürülmekte ve KKT koşulları uygulandıktan sonra bulanık optimal çözüm elde edilmektedir. Loganathan ve Lalitha [127], eşitsizlik kısıtı içeren tam bulanık lineer olmayan programlama problemlerini sıralama fonksiyonu kullanımıyla çözen bir algoritma geliştirmişlerdir. Umamaheswari ve Ganesan [128], geliştirdikleri yöntem ile bir tam bulanık lineer olmayan programlama problemini parametrik formda yazdıktan sonra KKT koşulları uygulayıp parametrik yapıda bulanık optimal çözüm elde etmişlerdir.

Tam bulanık LP ve lineer olmayan programlama problemlerinde bilinmesi gereken bazı tanımlar aşağıda verilmiştir.

Tanım 3.24. [122](Bulanık Uygun Çözüm) Bir (3.23) tam bulanık LP probleminin veya (3.25) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin $\tilde{X}^* = [\tilde{x}_j^*]_{n \times 1}$ şeklindeki bir bulanık çözümünün uygun çözüm olabilmesi için aşağıda verilen koşulların sağlanması gerekmektedir:

- (i) Her bir $\tilde{x}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$) negatif olmayan bir bulanık sayı olmalıdır.
- (ii) Her bir $\tilde{x}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$), verilen problemin her bir kısıtını sağlamalıdır.

Eğer (3.23) tam bulanık LP probleminin veya (3.25) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin uygun bir çözümü yoksa, bir başka deyişle uygun çözüm bölgesi boş ise, bu durumda (3.23) veya (3.25) problemi uygun olmayan çözüme sahiptir.

Tanım 3.25. [122](Bulanık Optimal Çözüm) Bir (3.23) tam bulanık LP probleminin veya (3.25) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin $\tilde{X}^* = [\tilde{x}_j^*]_{n \times 1}$ bulanık çözümünün optimal olabilmesi için aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır:

- (i) Her bir $\tilde{x}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$) negatif olmayan bir bulanık sayı olmalıdır.
- (ii) Her bir $\tilde{x}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$), verilen problemin her bir kısıtını sağlamalıdır.
- (iii) Herhangi bir $(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$ bulanık uygun çözümü için $R(\cdot)$ sıralama fonksiyonu olmak üzere amaç fonksiyonunun minimize edilmesi durumunda $R(\tilde{z}^*(\tilde{x}^*)) \leq R(\tilde{z}(\tilde{x}))$; maksimize edilmesi durumunda $R(\tilde{z}^*(\tilde{x}^*)) \geq R(\tilde{z}(\tilde{x}))$ olmalıdır.

Tanım 3.26. [122](Alternatif Bulanık Optimal Çözüm) $\tilde{X}^* = [\tilde{x}_j^*]_{n \times 1}$, (3.23) tam bulanık LP probleminin veya (3.25) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin bir bulanık optimal çözümü olmak üzere

- (i) Her bir $\tilde{y}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$) negatif olmayan bir bulanık sayıdır.
- (ii) Her bir $\tilde{y}_j^*$, ($j = 1, \dots, n$), verilen problemin her bir kısıtını sağlamaktadır.
- (iii) $R(\cdot)$ sıralama fonksiyonu olmak üzere $R(\tilde{z}^*(\tilde{x}^*)) = R(\tilde{z}^*(\tilde{y}^*))$

koşullarını sağlayan bir $\tilde{Y}^* = [\tilde{y}_j^*]_{n \times 1}$ bulanık uygun çözümü varsa bu çözüm, (3.23) veya (3.25) probleminin alternatif bulanık optimal çözümüdür.

Tanım 3.27. [122](Yaklaşık Bulanık Optimal Çözüm) Eğer $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$, aşağıda verilen koşulları sağlıyorsa (3.22) tam bulanık LP probleminin veya (3.25) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin yaklaşık bulanık optimal çözümü olacaktır:

- (i) $\tilde{x}$ bulanık uygun çözüm değil.
- (ii) Her bir kısıt için
 - İlgili kısıtın sağ tarafındaki bulanık sayının sol bileşeni, bu kısıtın sol tarafındaki bulanık sayının sağ bileşeninden küçük veya eşittir.
 - İlgili kısıtın sağ tarafındaki bulanık sayının sağ bileşeni, bu kısıtın sol taraftaki bulanık sayının sol bileşeninden büyük veya eşittir.

Yukarıda verilen (i) koşuluna göre eşitlik kısıtlarından en az birinin sol tarafında elde edilen bulanık sayı, ilgili eşitliğin sağ tarafında elde edilen bulanık sayıya eşit değildir.

Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu

4.1 Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi

Kümeler:

V : Ardışık olarak numaralandırılmış düğümler kümesi, $i \in V$

I : Tek yönlü bağlantılar kümesi, $(i, j) \in I \subset V \times V$

$N = (V, I)$: V düğümlerinden ve I bağlantılarından oluşan ulaşım ağı

O : Çıkış noktaları kümesi, $o \in O \subset V$

D : Varış noktaları kümesi, $d \in D \subset V$

$O \times D$: Çıkış-varış nokta çiftleri kümesi, $(o, d) \in O \times D \subset V \times V$

K_{od} : Her bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan güzergahlar kümesi, $k \in K_{od}$

K : N ulaşım ağı üzerindeki tüm güzergahlar kümesi, $p \in K$, $|K| = \sum_{(o,d)} |K_{od}|$

Bulanık Parametreler:

$\tilde{F}_{od}$: Her bir (o, d) çıkış-varış nokta çifti arasında yolculuk eden bulanık talep

Bulanık Değişkenler:

$\tilde{x}_{ij}$: (i, j) bağlantısı üzerindeki bulanık akış

$\tilde{t}_{ij}$: (i, j) bağlantısının bulanık yolculuk süresi

$\tilde{t}_{mar,ij}$: (i, j) bağlantısının bulanık marjinal yolculuk süresi

$\tilde{f}_{od}^k$: (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahı üzerindeki bulanık akış

$\tilde{c}_{od}^k$: (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının bulanık yolculuk süresi

$\tilde{c}_{mar,od}^k$: (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının bulanık marjinal yolculuk süresi

$$\delta_{od}^{ij,k} = \begin{cases} 1, & (i, j) \text{ bağlantısı } (o, d) \text{ çıkış-varış nokta çiftini bağlayan } k \text{ güzergahı} \\ & \text{üzerinde ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

4.2 Bulanık Parametreler Kullanılarak Bulanık Bağlantı Yolculuk Süresi Fonksiyonlarının Oluşturulması

$i, j \in V$ düğümlerinden ve $(i, j) \in I$ bağlantılardan oluşan bir N ulaşım ağı ele alalım. Bu ulaşım ağını oluşturan herhangi bir (i, j) bağlantısının uzunluğu L_{ij} km olsun. Trafiğin düşük yoğunluklu olması durumunda araçların bulanık serbest ortalama hızı $\tilde{u}_1 = (u_{11}, u_{12}, u_{13})$ km/sa olarak alınsın. Belirlenen bulanık serbest ortalama hız $\tilde{u}_1$ ve belirli bir (i, j) bağlantısının uzunluğu L_{ij} kullanılarak bulanık serbest bağlantı yolculuk süresi dakika cinsinden

$$\tilde{T}_{ij}^0 = 60 \frac{L_{ij}}{\tilde{u}_1} \quad (4.1)$$

şeklinde hesaplanır. Trafiğin yüksek yoğunluklu olması durumunda araçların bulanık minimum ortalama hızının $\tilde{u}_2 = (u_{21}, u_{22}, u_{23})$ şeklinde alındığını kabul edelim. Burada, bulanık serbest ortalama hızın sol bileşeninin, yüksek yoğunluktaki bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşenine eşit olduğu kabul edilmiştir: $u_{23} = u_{11}$. Bu kabulün sebebi, SOBTA probleminin çözümünde elde edilecek her bir bulanık bağlantı yolculuk süresinin sol bileşeninin serbest yolculuk süresi olmasının sağlanmasıdır. Ayrıca, yukarıda belirtilen kabul, iki eşit bulanık sayının farkının sıfır olmamasına (sıfır civarında olmasına) dayanmaktadır.

Trafiğin yüksek yoğunlukta olduğu durumlarda araçların koruması gereken bir izleme mesafesi mevcuttur. Ülkemizde kabul edilen boşluk mesafesi, hareket halindeki iki aracın arasındaki mesafenin, artçıl aracın kilometre cinsinden ortalama hızının en az yarısı kadar metre olması şeklindedir. Örneğin, birbirini takip eden araçların hızı 50 km/sa ise boşluk mesafesi en az 25 m olmalıdır. Bu tanıma göre bulanık boşluk

mesafesi

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{u}_2}{2} \quad (4.2)$$

olmak üzere bulanık izleme mesafesi $\tilde{s}$, bir aracın bulanık ortalama uzunluğu $\tilde{l}$ ile (4.2) eşitliğinde verilen boşluk mesafesinin toplamından elde edilecektir, yani, $\tilde{s} = \tilde{c} + \tilde{l}$ olacaktır.

Belirli bir (i, j) bağlantısının tek bir şeridinde bulunan bulanık araç sayısı

$$\tilde{n}_{ij} = 1000 \frac{L_{ij}}{\tilde{s}} \quad (4.3)$$

olacaktır. Eğer ilgili bağlantı birden fazla şerit sayısına sahipse w_{ij} , (i, j) bağlantısı üzerindeki şerit sayısı olmak üzere bağlantı üzerindeki bulanık toplam araç sayısı $\tilde{N}_{ij} = w_{ij} \tilde{n}_{ij}$ eşitliğiyle hesaplanır.

Trafiğin yüksek yoğunlukta olması halinde belirli bir (i, j) bağlantısının bulanık kapasite yolculuk süresi, dakika cinsinden

$$\tilde{T}_{ij}^1 = 60 \frac{L_{ij}}{\tilde{u}_2} \quad (4.4)$$

ile hesaplanır. Buna göre, belirli bir (i, j) bağlantısından dakikada geçen bulanık maksimum araç sayısı, yani bulanık kapasite

$$c\tilde{a}p_{ij} = \frac{\tilde{N}_{ij}}{\tilde{T}_{ij}^1} \quad (4.5)$$

olacaktır. Bulanık parametrelerin yukarıdaki gibi hesaplanması sonucu doğru denklemi kullanılarak herhangi bir (i, j) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonu

$$\tilde{t}_{ij} = \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) = \left(\frac{\tilde{T}_{ij}^1 - \tilde{T}_{ij}^0}{c\tilde{a}p_{ij}} \right) \tilde{x}_{ij} + \tilde{T}_{ij}^0 \quad (4.6)$$

şeklinde oluşturulacaktır. (4.6) eşitliğindeki $\tilde{x}_{ij} = (x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3})$ ve $\tilde{t}_{ij} = (t_{ij1}, t_{ij2}, t_{ij3})$ sırasıyla bulanık bağlantı akışı ve bulanık bağlantı yolculuk süresi olmak üzere elde edilen bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu

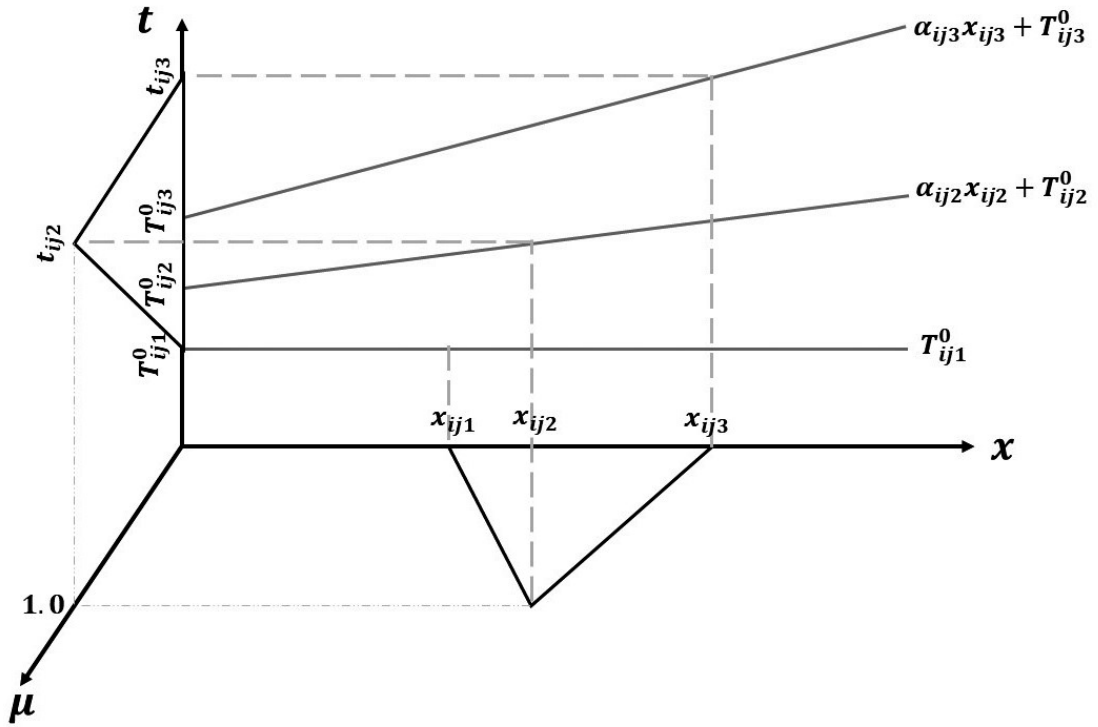
$$\tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) = \tilde{\alpha}_{ij} \tilde{x}_{ij} + \tilde{\beta}_{ij} \quad (4.7)$$

şeklinde olacaktır. (4.7) eşitliği ile verilen bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonundaki $\tilde{\alpha}_{ij}$ ve $\tilde{\beta}_{ij}$ parametrelerinin ve $\tilde{x}_{ij}$ bulanık değişkenlerinin negatif olmamasından dolayı, elde edilen bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun bileşenleri

de negatif olmayacak ve böylece (4.7) fonksiyonu genişleme prensibi kullanılarak

$$\tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) = (\alpha_{ij1} x_{ij1} + \beta_{ij1}, \alpha_{ij2} x_{ij2} + \beta_{ij2}, \alpha_{ij3} x_{ij3} + \beta_{ij3}) \quad (4.8)$$

formunda yazılabilecektir. Şekil 4.1’de bir bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu hesaplamalar ulaşım ağı üzerindeki her bir bağlantı için yapılır ve bağlantı sayısı kadar bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonu elde edilir. Böylece, modelin amaç fonksiyonu, bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları ile ilgili bulanık bağlantı akışının çarpımlarının minimize edilmesi şeklinde olacaktır.



Şekil 4.1 Bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği

Güzergahların bulanık marjinal yolculuk sürelerini hesaplayabilmek için ilgili bulanık marjinal bağlantı yolculuk sürelerine ihtiyaç duyulmaktadır. Buna göre, $\tilde{t}'_{ij}$, bir (i, j) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun türevi olmak üzere bu bağlantının bulanık marjinal yolculuk süresi fonksiyonu $\tilde{t}_{mar,ij}$, bulanık türev ve genişleme prensibi yardımıyla

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{mar,ij} &= \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) + \tilde{t}'_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \tilde{x}_{ij} \\ &= \tilde{\alpha}_{ij} \tilde{x}_{ij} + \tilde{\beta}_{ij} + \tilde{\alpha}_{ij} \tilde{x}_{ij} \\ &= 2\tilde{\alpha}_{ij} \tilde{x}_{ij} + \tilde{\beta}_{ij} \end{aligned} \quad (4.9)$$

şeklinde elde edilir. Dolayısıyla, bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini bağlayan k güzergahının bulanık marjinal yolculuk süresi $\tilde{c}_{mar,od}^k$ olmak üzere

$$\tilde{c}_{mar,od}^k = \sum_{(i,j)} \tilde{t}_{mar,ij} \delta_{od}^{ij,k} \quad (4.10)$$

şeklinde hesaplanır.

4.3 Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Matematiksel Modeli

SOBTA probleminin matematiksel modelinin amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in I} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (4.11a)$$

ve kısıtları

$$\sum_k \tilde{f}_{od}^k = \tilde{F}_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.11b)$$

$$\tilde{x}_{ij} = \sum_{(o,d)} \sum_k \tilde{f}_{od}^k \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall (i, j) \in I \quad (4.11c)$$

$$\tilde{c}_{mar,od}^k = \sum_{(i,j)} \tilde{t}_{mar,ij} \delta_{od}^{ij,k}, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.11d)$$

$$\tilde{f}_{od}^k \geq \tilde{0}, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.11e)$$

şeklinde. Bu modelin amaç fonksiyonu olan (4.11a), belirli bir ulaşım ağı üzerindeki sistemin bulanık toplam yolculuk süresini en aza indirmeyi hedeflemektedir ve bu amaç, ancak bağlantı üzerindeki her bir bulanık akış ile ilgili bağlantının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun çarpımlarının toplamının minimize edilmesiyle mümkündür. Modeldeki (4.11b) eşitliği, akış korunumu kısıtıdır. Bu kısıt, her bir çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan güzergahlar üzerindeki bulanık akışların toplamının, ilgili çıkış-varış nokta çiftini kullanacak bulanık talebe eşit olmasını ifade etmektedir. Bir başka deyişle, belirli bir o çıkış noktasından belirli bir d varış noktasına yolculuk edecek bulanık güzergah akışlarının toplamı, bu (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahları üzerindeki bulanık talebe, $\tilde{F}_{od}$ 'ye eşit olmasıdır. Kısıt (4.11c), bağlantı-güzergah oluşum bağıntısıdır. Kısıt (4.11d), her bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahlarının bulanık marjinal yolculuk süresini hesaplamaktadır. Kısıt (4.11e) ise belirli bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan k güzergahları üzerindeki bulanık akışın negatif olmamasını garantilemektedir.

4.4 Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu için Önerilen Yöntem

Verilen (4.11) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin optimizasyonu için literatüre Özkök vd. tarafından önerilen [122] makalesi uyarlanmıştır. [122] makalesinde ele alınan tam bulanık LP probleminde farklı tip kısıtlar ($\lessdot, \lessapprox, \lessgtr$) bulunmaktadır. Bu tezde oluşturulan (4.11) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminde ise sadece eşitlik kısıtları bulunmaktadır. Yine, [122] makalesinde tam bulanık LP probleminin amaç fonksiyonuna sıralama fonksiyonunun uygulanmasından sonra bulanık olmayan bir amaç fonksiyonu elde edilmiş ve oluşan LP problemi çözülerek optimal çözüme erişilmiştir. Bu tezde ise (4.11) probleminin lineer olmayan amaç fonksiyonuna sıralama fonksiyonu uygulanarak bulanık olmayan bir lineer olmayan amaç fonksiyonu elde edilmiş ve oluşan lineer olmayan programlama problemi, GAMS yazılım programı kullanıp çözülerek optimal çözüme ulaşılmıştır. Buna göre, (4.11) probleminin çözüm aşamaları aşağıdaki gibi adım adım verilmiştir.

1.Adım: Verilen (4.11) modeli kullanılarak SOBTA problemi oluşturulur.

2.Adım: $\tilde{F}_{od}$ bulanık talebi ve $(\tilde{x}_{ij}, \tilde{t}_{ij}, \tilde{f}_{od}^k, \tilde{c}_{mar,od}^k)$ değişkenleri negatif olmayan üçgensel bulanık sayılar olduğundan (4.11) modelinin amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (4.12a)$$

ve kısıtları

$$\sum_k (f_{od}^{k1}, f_{od}^{k2}, f_{od}^{k3}) = (F_{od}^1, F_{od}^2, F_{od}^3), \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.12b)$$

$$(x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}) = \sum_{(o,d)} \sum_k (f_{od}^{k1}, f_{od}^{k2}, f_{od}^{k3}) \delta_{od}^{ij,k}, \forall (i, j) \in I \quad (4.12c)$$

$$(c_{mar,od}^{k1}, c_{mar,od}^{k2}, c_{mar,od}^{k3}) = \sum_{(i,j)} (t_{mar,ij1}, t_{mar,ij2}, t_{mar,ij3}) \delta_{od}^{ij,k}, \forall k \in K_{od}, \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.12d)$$

$$(f_{od}^{k1}, f_{od}^{k2}, f_{od}^{k3}) \geq (0, 0, 0), \forall k \in K_{od}, \forall (o, d) \in O \times D \quad (4.12e)$$

şeklinde ifade edilir.

3.Adım: Bulanık aritmetik işlemler ve bulanık eşitlik tanımı kullanılarak (4.12) modeli, amaç fonksiyonu

$$\text{Min} R \left(\sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \right) \quad (4.13a)$$

ve kısıtları

$\forall(o, d) \in O \times D$ için

$$\begin{aligned}\sum_k f_{od}^{k1} &= F_{od}^1, \\ \sum_k f_{od}^{k2} &= F_{od}^2, \\ \sum_k f_{od}^{k3} &= F_{od}^3,\end{aligned}\tag{4.13b}$$

$\forall(i, j) \in I$ için

$$\begin{aligned}x_{ij1} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k1} \delta_{od}^{ij,k}, \\ x_{ij2} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k2} \delta_{od}^{ij,k}, \\ x_{ij3} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k3} \delta_{od}^{ij,k},\end{aligned}\tag{4.13c}$$

$\forall k \in K_{od}$ ve $\forall(o, d) \in O \times D$ için

$$\begin{aligned}c_{mar,od}^{k1} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij1} \delta_{od}^{ij,k}, \\ c_{mar,od}^{k2} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij2} \delta_{od}^{ij,k}, \\ c_{mar,od}^{k3} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij3} \delta_{od}^{ij,k},\end{aligned}\tag{4.13d}$$

$\forall k \in K_{od}$ ve $\forall(o, d) \in O \times D$ için

$$\begin{aligned}f_{od}^{k2} - f_{od}^{k1} &\geq 0, \\ f_{od}^{k3} - f_{od}^{k2} &\geq 0,\end{aligned}\tag{4.13e}$$

olan klasik lineer olmayan programlama problemine dönüştürülür. Burada, (4.13a) bulanık amaç fonksiyonuna uygulanan sıralama fonksiyonu ile elde edilen klasik lineer olmayan amaç fonksiyonu

$$\begin{aligned}\mathbf{R}\left(\sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij})\right) &= \mathbf{R}\left(\sum_{(i,j)} (\tilde{\alpha}_{ij} \tilde{x}_{ij}^2 + \tilde{\beta}_{ij} \tilde{x}_{ij})\right) \\ &= \mathbf{R}\left(\sum_{(i,j)} (\alpha_{ij1} x_{ij1}^2 + \beta_{ij1} x_{ij1}, \alpha_{ij2} x_{ij2}^2 + \beta_{ij2} x_{ij2}, \alpha_{ij3} x_{ij3}^2 + \beta_{ij3} x_{ij3})\right) \\ &= \sum_{(i,j)} \frac{\alpha_{ij1} x_{ij1}^2 + \beta_{ij1} x_{ij1} + 2(\alpha_{ij2} x_{ij2}^2 + \beta_{ij2} x_{ij2}) + \alpha_{ij3} x_{ij3}^2 + \beta_{ij3} x_{ij3}}{4}\end{aligned}\tag{4.14}$$

şeklinde oluşturulacaktır.

4.Adım: Eğer oluşturulan (4.13) klasik lineer olmayan programlama probleminin x_{ij1}^*, x_{ij2}^* ve x_{ij3}^* şeklinde bir optimal çözümü mevcutsa, bu çözüm değerleri $\tilde{x}_{ij}^* = (x_{ij1}^*, x_{ij2}^*, x_{ij3}^*)$ şeklinde yazılarak (4.11) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin bulanık optimal çözümü elde edilir ve algoritma sonlandırılır. Eğer (4.13) klasik lineer olmayan programlama probleminin bir uygun çözümü yoksa, yaklaşık bulanık optimal çözüm bulmak üzere bir sonraki adıma geçilir.

5.Adım: Verilen (4.11) tam bulanık lineer olmayan programlama problemindeki her bir kısıt, sırasıyla sol taraf ve sağ taraf için negatif olmayan $\tilde{S}_r$ ve $\tilde{S}'_r$ yeni bulanık değişkenleri tanımlanarak amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (4.15a)$$

ve kısıtları

$$\sum_k \tilde{f}_{od}^k + \tilde{S}_r = \tilde{F}_{od} + \tilde{S}'_r, \quad \forall (o, d) \in O \times D, \quad r = 1, \dots, \eta \quad (4.15b)$$

$$\tilde{x}_{ij} + \tilde{S}_r = \sum_{(o,d)} \sum_k \tilde{f}_{od}^k \delta_{od}^{ij,k} + \tilde{S}'_r, \quad \forall (i, j) \in I, \quad r = \eta + 1, \dots, \gamma \quad (4.15c)$$

$$\tilde{c}_{mar,od}^k + \tilde{S}_r = \sum_{(i,j)} \tilde{t}_{mar,ij} \delta_{od}^{ij,k} + \tilde{S}'_r, \quad \forall k \in K_{od}, \quad \forall (o, d) \in O \times D, \quad r = \gamma + 1, \dots, \theta \quad (4.15d)$$

şeklinde düzenlenerek yeni bir tam bulanık lineer olmayan programlama problemi elde edilir.

6.Adım: $\tilde{F}_{od}$ bulanık talep, $(\tilde{x}_{ij}, \tilde{t}_{ij}, \tilde{f}_{od}^k, \tilde{c}_{mar,od}^k)$ ve S_r, S'_r değişkenleri negatif olmayan üçgensel bulanık sayılar olduğundan (4.15) modeli düzenlenerek şu şekilde yazılır: amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (4.16a)$$

ve kısıtları

$\forall (o, d) \in O \times D$ ve $r = 1, \dots, \eta$ için

$$\sum_k (f_{od}^{k1}, f_{od}^{k2}, f_{od}^{k3}) + (S_{r1}, S_{r2}, S_{r3}) = (F_{od}^1, F_{od}^2, F_{od}^3) + (S'_{r1}, S'_{r2}, S'_{r3}) \quad (4.16b)$$

$\forall (i, j) \in I$ ve $r = \eta + 1, \dots, \gamma$ için

$$(x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}) + (S_{r1}, S_{r2}, S_{r3}) = \sum_{(o,d)} \sum_k (f_{od}^{k1}, f_{od}^{k2}, f_{od}^{k3}) \delta_{od}^{ij,k} + (S'_{r1}, S'_{r2}, S'_{r3}) \quad (4.16c)$$

$\forall k \in K_{od}, \forall (o, d) \in O \times D$ ve $r = \gamma + 1, \dots, \theta$ için

$$(c_{mar,od}^{k1}, c_{mar,od}^{k2}, c_{mar,od}^{k3}) + (S_{r1}, S_{r2}, S_{r3}) = \sum_{(i,j)} (t_{mar,ij1}, t_{mar,ij2}, t_{mar,ij3}) \delta_{od}^{ij,k} + (S'_{r1}, S'_{r2}, S'_{r3}). \quad (4.16d)$$

7.Adım: Bulanık aritmetik işlemler kullanılarak (4.16) modeli, amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \left\{ \mathbf{R} \left(\sum_{(i,j)} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \right) + \mathbf{M} \mathbf{R} \left(\sum_r \tilde{S}_r + \tilde{S}'_r \right) \right\} \quad (4.17a)$$

ve kısıtları

$\forall (o, d) \in O \times D$ ve $r = 1, \dots, \eta$ için

$$\begin{aligned} \sum_k f_{od}^{k1} + S_{r1} &= F_{od}^1 + S'_{r1}, \\ \sum_k f_{od}^{k2} + S_{r2} &= F_{od}^2 + S'_{r2}, \\ \sum_k f_{od}^{k3} + S_{r3} &= F_{od}^3 + S'_{r3}, \end{aligned} \quad (4.17b)$$

$\forall (i, j) \in I$ ve $r = \eta + 1, \dots, \gamma$ için

$$\begin{aligned} x_{ij1} + S_{r1} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k1} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r1}, \\ x_{ij2} + S_{r2} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k2} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r2}, \\ x_{ij3} + S_{r3} &= \sum_{(o,d)} \sum_k f_{od}^{k3} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r3}, \end{aligned} \quad (4.17c)$$

$\forall k \in K_{od}, \forall (o, d) \in O \times D$ ve $r = \gamma + 1, \dots, \theta$ için

$$\begin{aligned} c_{mar,od}^{k1} + S_{r1} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij1} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r1}, \\ c_{mar,od}^{k2} + S_{r2} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij2} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r2}, \\ c_{mar,od}^{k3} + S_{r3} &= \sum_{(i,j)} t_{mar,ij3} \delta_{od}^{ij,k} + S'_{r3}, \end{aligned} \quad (4.17d)$$

$\forall k \in K_{od}$ ve $\forall (o, d) \in O \times D$ için

$$\begin{aligned} f_{od}^{k2} - f_{od}^{k1} &\geq 0, \\ f_{od}^{k3} - f_{od}^{k2} &\geq 0, \end{aligned} \quad (4.17e)$$

$r = 1, \dots, \theta$ için

$$\begin{aligned} S_{r2} - S_{r1} &\geq 0; \\ S_{r3} - S_{r2} &\geq 0; \\ S'_{r2} - S'_{r1} &\geq 0; \\ S'_{r3} - S'_{r2} &\geq 0. \end{aligned} \tag{4.17f}$$

olan klasik lineer olmayan programlama problemine dönüştürülür. Burada, (4.17a) amaç fonksiyonundaki $\mathbf{M}$ bir ceza katsayısı ve $\mathbf{R}$, (4.14) eşitliğinde uygulandığı şekliyle bir sıralama fonksiyonudur. Amacın minimum olması sebebiyle, (4.17a) amaç fonksiyonundaki yeni bulanık değişkenleri sıfıra yakın değerler elde edebilmek için bu değişkenler çok büyük bir $\mathbf{M}$ sayısı (ceza katsayısı) ile çarpılmıştır.

8.Adım: Oluşturulan (4.17) klasik lineer olmayan programlama probleminin çözümünden elde edilen x_{ij1}^*, x_{ij2}^* ve x_{ij3}^* değerleri $\tilde{x}_{ij}^* = (x_{ij1}^*, x_{ij2}^*, x_{ij3}^*)$ şeklinde yazılarak (4.11) tam bulanık lineer olmayan programlama probleminin yaklaşık bulanık optimal çözümü elde edilir ve algoritma sonlandırılır.

Elde edilen bulanık optimal çözümde (veya yaklaşık bulanık optimal çözüme) her bir $\tilde{x}_{ij}^*$, (i, j) bağlantısı üzerindeki bulanık optimal akışı temsil etmektedir. Bu bulanık bağlantı akışlarının her birinin sol bileşeni ve sağ bileşeni, sırasıyla, bağlantı üzerinden geçebilecek minimum ve maksimum araç sayısına; orta bileşeni ise bağlantı üzerinden geçebilecek ortalama (beklenen) araç sayısına karşılık gelecektir. Her bir bulanık bağlantı akışının ilgili bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunda yerine yazılmasıyla $\tilde{t}_{ij}^*$ bulanık bağlantı yolculuk süreleri elde edilecektir. Buna göre, her bir bulanık bağlantı yolculuk süresinin sol bileşeni ve sağ bileşeni, sırasıyla, bağlantı üzerindeki minimum ve maksimum yolculuk sürelerini, orta bileşeni ise bağlantı üzerindeki ortalama (beklenen) yolculuk süresini verecektir. Benzer şekilde, elde edilen bulanık optimal güzergah akışları ve bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri için de aynı yorum yapılabilecektir.

SOTA probleminde güzergahların marjinal yolculuk sürelerinin karşılaştırıldığı 2.Bölüm'de belirtilmişti. Buna göre, Wardrop'un ikincil ilkesinden hareketle, bir SOTA modelinde kullanılan güzergahların marjinal yolculuk süreleri birbirine eşit; kullanılmayan güzergahların marjinal yolculuk süreleri ise kullanılan güzergahların marjinal yolculuk süresinden daha uzundur. SOBTA problemi için de benzer yorum yapılabilir, ancak burada bulanık marjinal güzergah yolculuk süreleri karşılaştırılacağından 3.Bölüm'de durulaştırma yöntemlerinde verilen sıralama fonksiyonu kullanılacaktır. Dolayısıyla, öncelikle her bir bulanık marjinal güzergah yolculuk süresi sıralama fonksiyonu aracılığıyla klasik bir değere dönüştürülecektir.

Bu klasik değerler ele alınarak Wardrop'un ikincil ilkesine göre kullanılan ve kullanılmayan güzergahlar karşılaştırması yapılacaktır.

Bir TA probleminin çözümünde kullanılan bir yöntemin veya algoritmanın uygulanması sonucu elde edilen değerlerin gerçek veriye oldukça yakın olması istenmektedir. Bu yakınsama ölçümü genellikle göreceli fark formülasyonu ile test edilmektedir. Bağlantı tabanlı modellenmiş bir KDTA problemi için göreceli fark formülasyonu

$$RGAP_x = 1 - \frac{\sum_{(o,d) \in O \times D} F_{od} c_{od}^{min}}{\sum_{(i,j) \in I} x_{ij} t_{ij}} \quad (4.18)$$

şeklinde [15]. (4.18) eşitliğindeki F_{od} , (o, d) çıkış-varış nokta çiftini kullanan toplam akış iken c_{od}^{min} , bir (o, d) çıkış-varış nokta çiftini birbirine bağlayan en kısa süreli güzergahın yolculuk süresidir. Hesaplanan göreceli fark $RGAP_x$ 0 ile 1 arasında bir değer olup, bu fark sıfıra ne kadar yakınsa çözüm gerçekliğe o kadar yakındır. Bazı uzmanlar göreceli farkın 0.001'den küçük olmasının daha etkili olduğunu savunurken bazıları 0.01 değerinin kabul edilebilir olduğunu düşünmektedir [129]. Örneğin, Boyce [130] çalışmasında iterasyonlar arasındaki değişimi inceleyen farklı bir göreceli fark formülasyonu ele almış ve bu fark değerinin 0.0001 olmasının yeterli olacağını belirtmiştir. Literatürdeki mevcut yöntemler çözümün yakınsama değerine göre iki gruba ayrılmaktadır. Bu gruplardan biri düşük hassasiyetli yöntemlere ait olup göreceli fark değeri $[10^{-7}, 10^{-4}]$ aralığındadır. Diğer ise yüksek hassasiyetli yöntemlere ait olup göreceli fark değeri $[10^{-14}, 10^{-10}]$ aralığında olacaktır [17].

Inoue ve Maruyama [16], inceledikleri birkaç çözüm algoritmasının optimal çözüme yakınsamalarını test etmek üzere dualite fark (*duality gap*) fonksiyonunu kullanmışlardır. Dualite fark fonksiyonu

$$DGAP = \sum_{(o,d)} \sum_{k \in K_{od}} f^k(c^k - c_{od}^{min}) \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Göreceli fark ise dualite farkın toplam yolculuk süresine oranı ile hesaplanmakta olup, Tajtehranifard vd. [36], güzergah tabanlı modellenmiş bir SO yarı-dinamik TA probleminde göreceli fark olarak

$$RGAP_f = \frac{\sum_{(o,d)} \sum_{k \in K_{od}} f^k(c^k - c_{od}^{min})}{\sum_{(o,d)} \sum_{k \in K_{od}} f^k c_{od}^{min}} \quad (4.20)$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonunu kullanmış ve uyguladıkları iteratif algoritmanın 100 iterasyon sonrası elde edilen göreceli fark değerinin 0.01 olduğunu göstermişlerdir.

5

Modelin Uygulaması

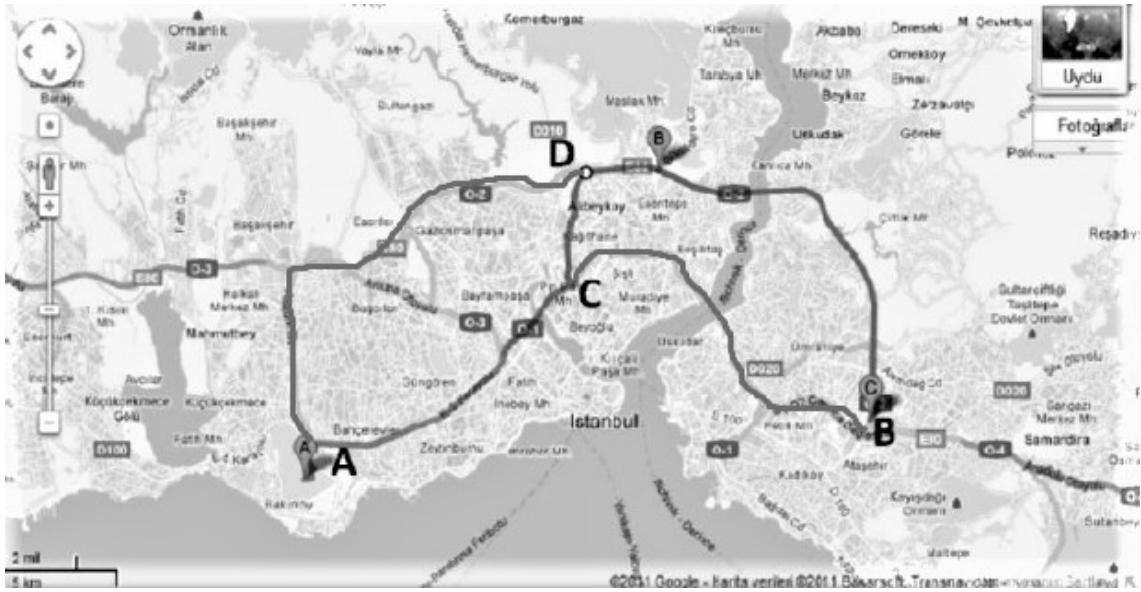
Bu bölümde tek bir çıkış-varış nokta çiftine sahip küçük ve orta ölçekli ulaşım ağları üzerinde ele alınan SOBTA problemi, 4.Bölüm’de önerilen yöntem aracılığıyla çözülecektir. Her iki modelde de trafik akışı tek yönlü ve araçların $\tilde{l}$ bulanık ortalama uzunluğunun (5,6,7) m olduğu kabul edilmiştir.

İstanbul ilinin seçilen bir bölgesinden oluşturulan küçük ölçekli ulaşım ağında, herhangi bir zamanda belirlenen bulanık serbest ortalama hız ve bulanık minimum ortalama hız kullanılarak bulanık bağlantı yolculuk süreleri oluşturulmuş ve çıkış noktasından varış noktasına yolculuk eden belirli bir bulanık akışının (talebin) güzergahlara atanması sağlanmıştır. Yine İstanbul ilinde seçilen orta ölçekli bir ulaşım ağı için İstanbul Büyükşehir Belediyesi Trafik Müdürlüğü’nden hız ve akış ölçümleri temin edilmiş ve bu ölçümler kullanılarak ulaşım ağı üzerindeki bağlantıların bulanık yolculuk süresi fonksiyonları inşa edilmiştir. 5 dakikalık kesitlere ayrılarak oluşturulmuş ölçümler sonucunda en düşük ortalama hız 79 km/sa , en yüksek ortalama hız ise 104 km/sa olarak belirlenmiştir. Elde edilen bu 5 dakikalık kesitlerden yararlanarak, oluşturulan 15 dakikalık kesitlere ait bulanık ortalama hız değerleri hesaplanmıştır. Benzer şekilde, 5 dakikalık kesitlere ayrılarak yapılan talep ölçümlerinden yararlanarak yine 15 dakikalık kesitlere ait bulanık talepler de oluşturulmuştur. Elde edilen bu bulanık talep ve bulanık ortalama hız değerleri aracılığıyla inşa edilen bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları kullanılarak tam bulanık bir SOTA problemi, yani SOBTA problemi, modellenmiş ve bu bulanık model çözülerek elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

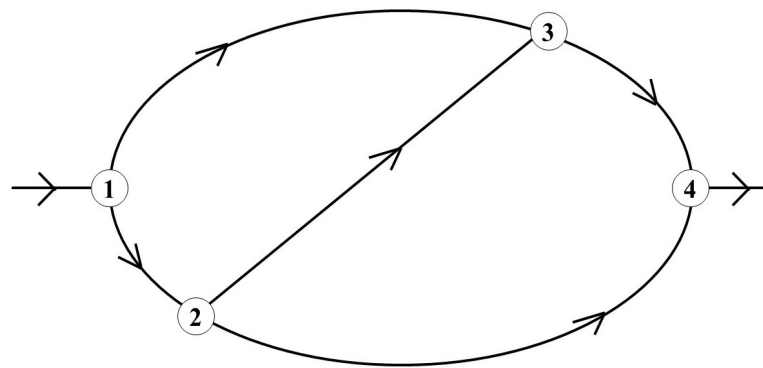
5.1 Küçük Ölçekli Ulaşım Ağı Üzerinde Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi

İncelenen ulaşım ağı [131] yüksek lisans tezinden alınmış olup, bu ağ üzerinde oluşturulan SOBTA problemi, 4.Bölüm’de önerilen yöntem kullanılarak çözülecektir.

İncelenen ulaşım ağının çıkış noktası Avrupa yakasında bulunan ve 2019 Nisan ayına kadar kullanılmış olan Atatürk Havalimanı (1 Düğümü); varış noktası ise Anadolu yakasında yer alan Ataşehir Kavşağı (4 Düğümü) olarak belirlenmiştir. Ara düğümler ise sırasıyla Okmeydanı Kavşağı (2 Düğümü) ve Hasdal Kavşağı (3 Düğümü) şeklindedir. Ulaşım ağının varış noktası hariç diğer düğümleri Avrupa yakasında alınmış olup, mevcut güzergahlar ana yollardan oluşmaktadır. Ele alınan ulaşım ağının varış noktası olan Ataşehir Kavşağı, Anadolu yakasında alınmış, ancak köprü bağlantısı ağ üzerinde gösterilmemiştir. Google Haritalar'dan alınan Şekil 5.1'den yararlanarak, Şekil 5.2'deki ulaşım ağı oluşturulmuştur.



Şekil 5.1 Küçük ölçekli ulaşım ağı üzerinde belirlenen düğümler



Şekil 5.2 Küçük ölçekli ulaşım ağı

Şekil 5.2 ile verilen ağa göre $V_1 = \{i : i = 1, 2, 3, 4\}$, $I_1 = \{(i, j) : (1, 3), (1, 2), (2, 3), (2, 4)\}$ ve $K_{14} = \{k : k = 1, 2, 3\}$ olacaktır. Buna göre, $o = 1$ çıkış noktasından $d = 4$ varış noktasına gidecek araçların kullanabilecekleri üç farklı güzergah bulunmaktadır. Bu güzergahlardan ikisi sırasıyla sadece $i = 2$ ve sadece

$i = 3$ ara düğümlerini kullanılmaktadır. Diğer güzergah ise önce $i = 2$ düğümünü daha sonra $i = 3$ düğümünü kullanarak varış noktasına ulaşmaktadır. Buna göre, $k = 1$ güzergahı sırasıyla $(1, 2) \rightarrow (2, 4)$ bağlantılarından; $k = 2$ güzergahı $(1, 3) \rightarrow (3, 4)$ bağlantılarından ve $k = 3$ güzergahı ise $(1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 4)$ bağlantılarından oluşmaktadır. Verilen ulaşım ağı üzerindeki güzergahlar, kısaca bağlantı-güzergah oluşum matrisi kullanılarak da gösterilebilir. Bu matrisin elemanları $\delta_{od}^{ij,k}$ ($o = 1; d = 4; (i, j) \in I_1; k \in K_{14}$) olmak üzere satır sayısı bağlantı sayısına ve sütun sayısı güzergah sayısına karşılık gelen $\Delta_{5 \times 3}$ matrisi Şekil 5.2'den yararlanarak aşağıdaki gibi oluşturulacaktır.

$$\Delta_{5 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Bu ulaşım ağı üzerindeki bağlantılar, bu bağlantıların km cinsinden uzunlukları (L_{ij}) ve şerit sayıları (w_{ij}) Tablo 5.1'da verilmiştir.

Tablo 5.1 Küçük ölçekli ulaşım ağına ait veri seti

Bağlantılar	(1,3)	(1,2)	(2,3)	(2,4)	(3,4)
L_{ij} (km)	23.3	15.3	5.0	19.3	22.7
w_{ij}	2	3	2	3	4

Şekil 5.2 ile verilen ulaşım ağı üzerinde $o = 1$ düğümünden $d = 4$ düğümüne yolculuk edecek bulanık akışın $\tilde{F}_{14} = (100, 125, 150)$ olduğunu kabul edelim. Bu araçların bulanık ortalama uzunlukları ise $\tilde{l} = (5, 6, 7)$ m olarak alınsın. Trafik yoğunluğunun düşük olduğu durumda araçların bulanık serbest ortalama hızı $\tilde{u}_1 = (50, 60, 70)$ km/sa ; yoğunluğun yüksek olduğu durumda araçların bulanık minimum ortalama hızı $\tilde{u}_2 = (30, 40, 50)$ km/sa olarak alınsın. Bölüm 4.2'de belirtilen kabule göre, bulanık serbest ortalama hızın sol bileşeni ile bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşeni birbirine eşit alınmıştır. Buna göre, yoğunluğun yüksek olduğu durumda araçların koruması gereken bulanık boşluk mesafesi, bulanık minimum ortalama hız dikkate alınarak hesaplanmak üzere $\tilde{c} = (15, 20, 25)$ m ve bulanık izleme mesafesi ise $\tilde{s} = (20, 26, 32)$ m olarak elde edilmiştir. Bu parametreler kullanılarak sırasıyla serbest bağlantı yolculuk süresi ($\tilde{T}_{ij}^0$), bağlantıdaki toplam araç sayısı ($\tilde{N}_{ij}$), bağlantı kapasitesi ($\tilde{c}ap_{ij}$) ve bağlantı kapasitesinde yolculuk süresi ($\tilde{T}_{ij}^1$) bulanık yapıda hesaplanmıştır ve bu parametreler Tablo 5.2'da sunulmuştur.

Tablo 5.2'daki parametreler kullanılarak elde edilecek her bir $\tilde{x}_{ij}$ bulanık bağlantı akışı pozitif olacağından ve dolayısıyla her bir $\tilde{t}_{ij}$ bulanık bağlantı yolculuk süresi de

Tablo 5.2 Hesaplanan bulanık parametreler

Bağlantı	$\tilde{T}_{ij}^0$	$\tilde{N}_{ij}$	$c\tilde{a}p_{ij}$	$\tilde{T}_{ij}^1$
(1,3)	(19.97, 23.3, 27.96)	(1456.26, 1792.3, 2330)	(31.25, 51.28, 83.33)	(27.96, 34.95, 46.6)
(1,2)	(13.11, 15.3, 18.36)	(1434.39, 1765.38, 2295)	(46.88, 76.92, 125)	(18.36, 22.95, 30.6)
(2,3)	(4.29, 5, 6)	(321.5, 384.62, 500)	(31.25, 51.28, 83.33)	(6, 7.5, 10)
(2,4)	(16.54, 19.3, 23.16)	(1809.39, 2226.93, 2895)	(46.88, 76.92, 125)	(23.16, 28.95, 38.6)
(3,4)	(19.46, 22.7, 27.24)	(2837.52, 3492.32, 4540)	(62.5, 102.56, 166.67)	(27.24, 34.05, 45.4)

pozitif olarak hesaplanacağından, bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları (5.2) eşitliğindeki gibi oluşturulacaktır. Bu bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarının grafikleri Şekil 5.3-Şekil 5.7 ile verilmiştir.

$$\tilde{t}_{13} = (0, 0.23, 0.85)\tilde{x}_{13} + (19.97, 23.3, 27.96) \quad (5.2a)$$

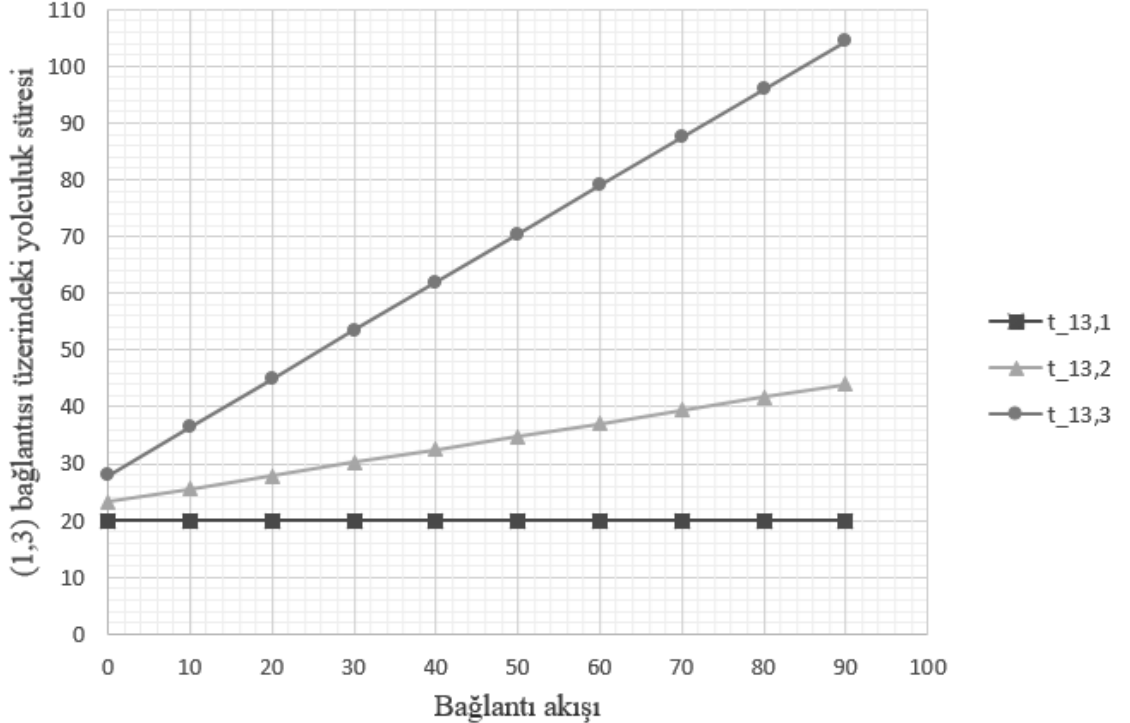
$$\tilde{t}_{12} = (0, 0.1, 0.37)\tilde{x}_{12} + (13.11, 15.3, 18.36) \quad (5.2b)$$

$$\tilde{t}_{23} = (0, 0.05, 0.18)\tilde{x}_{23} + (4.29, 5, 6) \quad (5.2c)$$

$$\tilde{t}_{24} = (0, 0.13, 0.47)\tilde{x}_{24} + (16.54, 19.3, 23.16) \quad (5.2d)$$

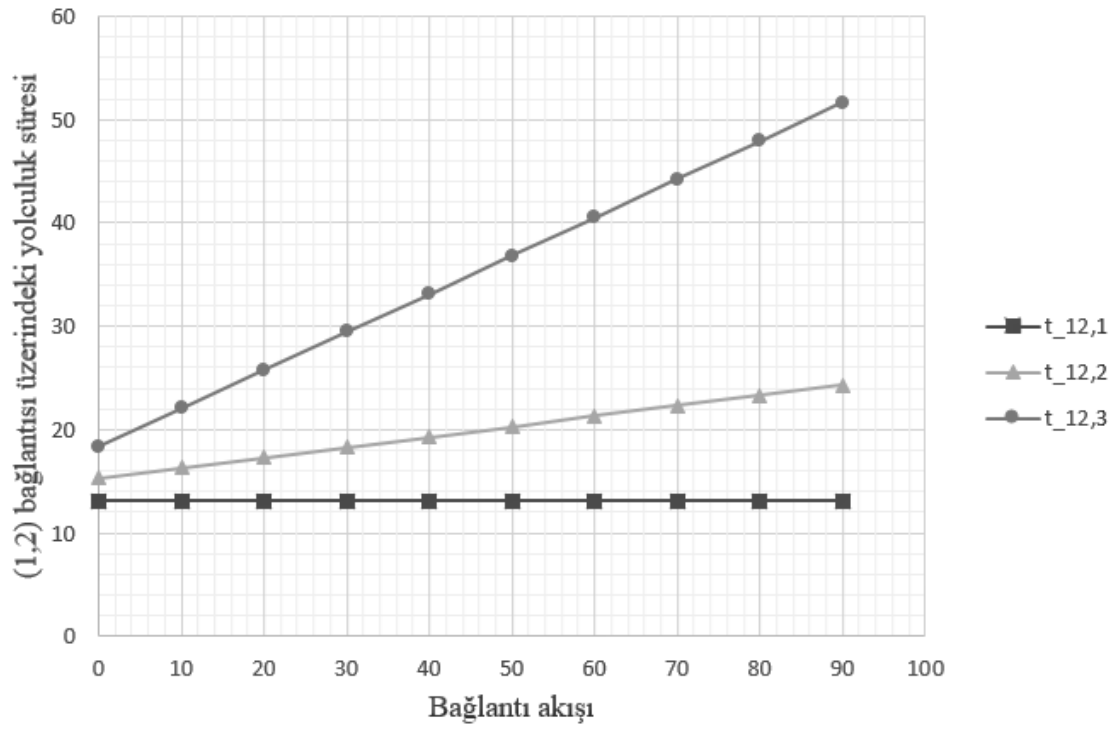
$$\tilde{t}_{34} = (0, 0.11, 0.42)\tilde{x}_{34} + (19.46, 22.7, 27.24) \quad (5.2e)$$

(5.2) eşitliğinde oluşturulan bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları ve

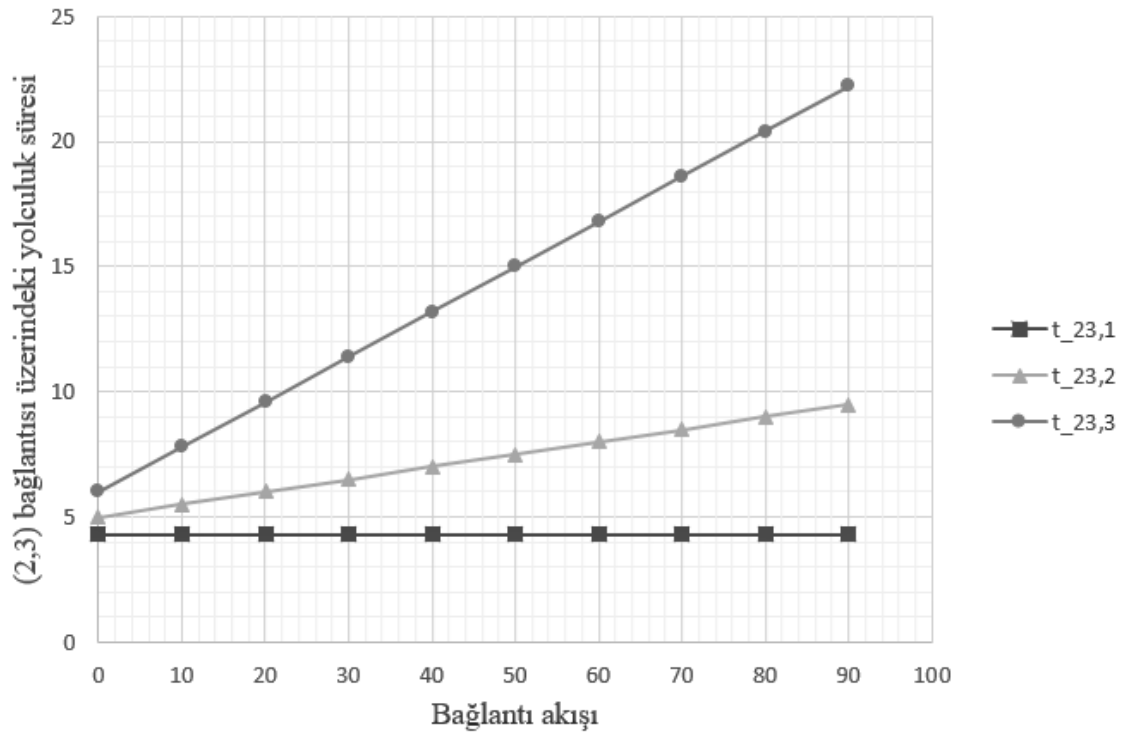


Şekil 5.3 Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (1,3) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği

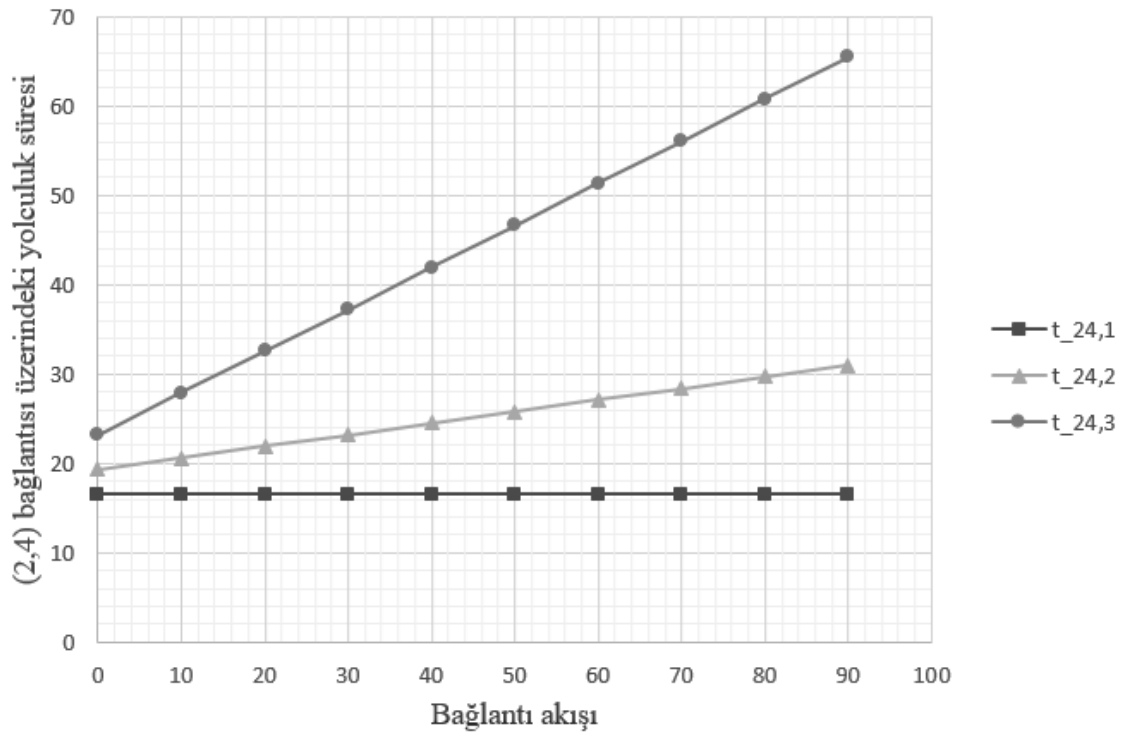
belirlenen $\tilde{F}_{14}$ bulanık talep kullanılarak Şekil 5.2 ile verilen ulaşım ağına ait SOBTA



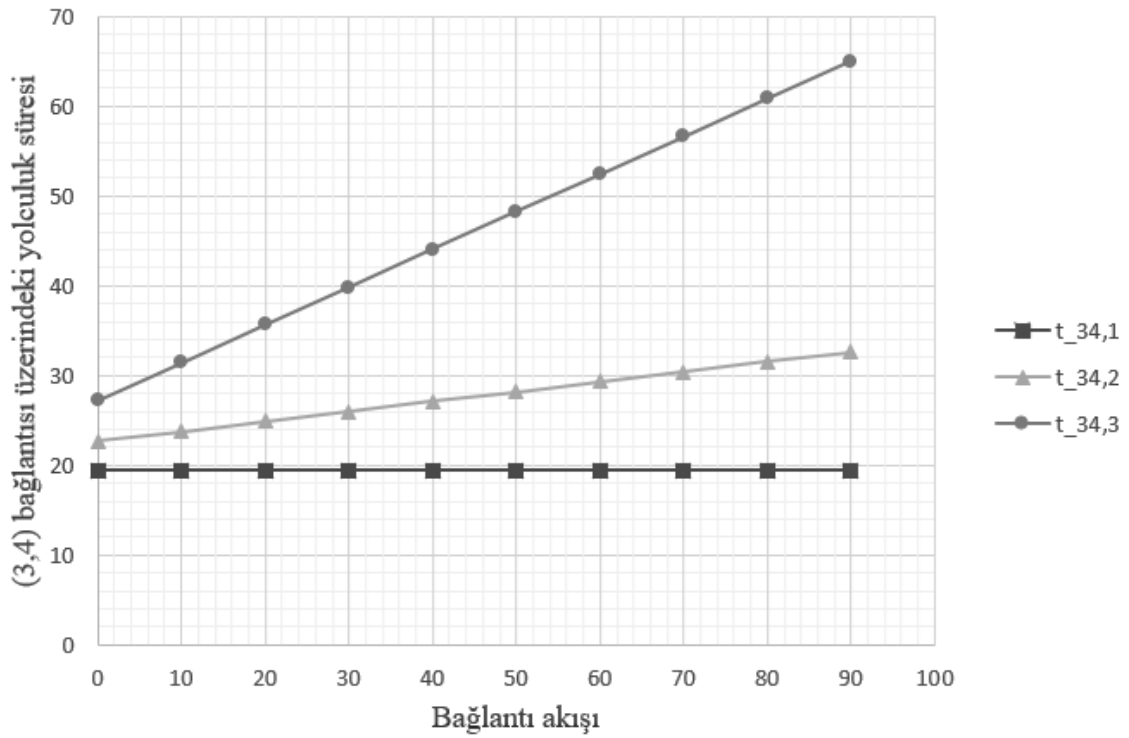
Şekil 5.4 Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (1,2) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği



Şekil 5.5 Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (2,3) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği



Şekil 5.6 Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (2, 4) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği



Şekil 5.7 Küçük ölçekli ulaşım ağındaki (3, 4) bağlantısının bulanık yolculuk süresi fonksiyonunun grafiği

probleminin matematiksel modeli (5.3) eşitliğiyle verilmiştir. Amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{\forall(i,j) \in I_1} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (5.3a)$$

ve kısıtlar

$$\sum_{k=1}^3 \tilde{f}_{14}^k = \tilde{F}_{14}, \quad (5.3b)$$

$$\tilde{x}_{12} = \tilde{f}_{14}^1 + \tilde{f}_{14}^3, \quad (5.3c)$$

$$\tilde{x}_{13} = \tilde{f}_{14}^2, \quad (5.3d)$$

$$\tilde{x}_{23} = \tilde{f}_{14}^3, \quad (5.3e)$$

$$\tilde{x}_{24} = \tilde{f}_{14}^1, \quad (5.3f)$$

$$\tilde{x}_{34} = \tilde{f}_{14}^2 + \tilde{f}_{14}^3, \quad (5.3g)$$

$$\tilde{c}_{mar,14}^1 = \tilde{t}_{mar,12} + \tilde{t}_{mar,24}, \quad (5.3h)$$

$$\tilde{c}_{mar,14}^2 = \tilde{t}_{mar,13} + \tilde{t}_{mar,34}, \quad (5.3i)$$

$$\tilde{c}_{mar,14}^3 = \tilde{t}_{mar,12} + \tilde{t}_{mar,23} + \tilde{t}_{mar,34}, \quad (5.3j)$$

$$\tilde{f}_{14}^1, \tilde{f}_{14}^2, \tilde{f}_{14}^3 \geq \tilde{0}. \quad (5.3k)$$

Burada (5.3h)-(5.3j) kısıtlarında kullanılan bulanık marjinal bağlantı yolculuk süreleri 3.Bölüm'de gösterildiği gibi bulanık türev ve genişleme prensibi dikkate alınarak hesaplanmış olup, (5.4) eşitlikleriyle verilmiştir.

$$\tilde{t}_{mar,13} = (0, 0.46, 1.7)\tilde{x}_{13} + (19.97, 23.3, 27.96) \quad (5.4a)$$

$$\tilde{t}_{mar,12} = (0, 0.2, 0.74)\tilde{x}_{12} + (13.11, 15.3, 18.36) \quad (5.4b)$$

$$\tilde{t}_{mar,23} = (0, 0.1, 0.36)\tilde{x}_{23} + (4.29, 5, 6) \quad (5.4c)$$

$$\tilde{t}_{mar,24} = (0, 0.26, 0.94)\tilde{x}_{24} + (16.54, 19.3, 23.16) \quad (5.4d)$$

$$\tilde{t}_{mar,34} = (0, 0.22, 0.84)\tilde{x}_{34} + (19.46, 22.7, 27.24) \quad (5.4e)$$

Oluşturulan bu bulanık modeli çözmek üzere 4.Bölüm'de önerilen çözüm yöntemi uygulanacaktır.

1. ve 2. Adım: Amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{\forall(i,j) \in I_1} (x_{ij,1}, x_{ij,2}, x_{ij,3})(t_{ij,1}, t_{ij,2}, t_{ij,3}) \quad (5.5a)$$

ve kısıtlar

$$(f_{14}^{1,1}, f_{14}^{1,2}, f_{14}^{1,3}) + (f_{14}^{2,1}, f_{14}^{2,2}, f_{14}^{2,3}) + (f_{14}^{3,1}, f_{14}^{3,2}, f_{14}^{3,3}) = (100, 125, 150), \quad (5.5b)$$

$$(x_{12,1}, x_{12,2}, x_{12,3}) = (f_{14}^{1,1}, f_{14}^{1,2}, f_{14}^{1,3}) + (f_{14}^{3,1}, f_{14}^{3,2}, f_{14}^{3,3}), \quad (5.5c)$$

$$(x_{13,1}, x_{13,2}, x_{13,3}) = (f_{14}^{2,1}, f_{14}^{2,2}, f_{14}^{2,3}), \quad (5.5d)$$

$$(x_{23,1}, x_{23,2}, x_{23,3}) = (f_{14}^{3,1}, f_{14}^{3,2}, f_{14}^{3,3}), \quad (5.5e)$$

$$(x_{24,1}, x_{24,2}, x_{24,3}) = (f_{14}^{1,1}, f_{14}^{1,2}, f_{14}^{1,3}), \quad (5.5f)$$

$$(x_{34,1}, x_{34,2}, x_{34,3}) = (f_{14}^{2,1}, f_{14}^{2,2}, f_{14}^{2,3}) + (f_{14}^{3,1}, f_{14}^{3,2}, f_{14}^{3,3}), \quad (5.5g)$$

$$(c_{mar,14}^{1,1}, c_{mar,14}^{1,2}, c_{mar,14}^{1,3}) = (t_{mar,12,1}, t_{mar,12,2}, t_{mar,12,3}) + (t_{mar,24,1}, t_{mar,24,2}, t_{mar,24,3}), \quad (5.5h)$$

$$(c_{mar,14}^{2,1}, c_{mar,14}^{2,2}, c_{mar,14}^{2,3}) = (t_{mar,13,1}, t_{mar,13,2}, t_{mar,13,3}) + (t_{mar,34,1}, t_{mar,34,2}, t_{mar,34,3}), \quad (5.5i)$$

$$(c_{mar,14}^{3,1}, c_{mar,14}^{3,2}, c_{mar,14}^{3,3}) = (t_{mar,12,1}, t_{mar,12,2}, t_{mar,12,3}) + (t_{mar,23,1}, t_{mar,23,2}, t_{mar,23,3}) + (t_{mar,34,1}, t_{mar,34,2}, t_{mar,34,3}), \quad (5.5j)$$

$$\begin{aligned} (f_{14}^{1,1}, f_{14}^{1,2}, f_{14}^{1,3}) &\geq (0, 0, 0) \\ (f_{14}^{2,1}, f_{14}^{2,2}, f_{14}^{2,3}) &\geq (0, 0, 0) \\ (f_{14}^{3,1}, f_{14}^{3,2}, f_{14}^{3,3}) &\geq (0, 0, 0) \end{aligned} \quad (5.5k)$$

3. Adım: Amaç fonksiyonu

$$\text{Min } R \left(\sum_{\forall(i,j) \in I_1} (x_{ij,1} t_{ij,1}, x_{ij,2} t_{ij,2}, x_{ij,3} t_{ij,3}) \right) \quad (5.6a)$$

ve kısıtlar

$$\begin{aligned} f_{14}^{1,1} + f_{14}^{2,1} + f_{14}^{3,1} &= 100, \\ f_{14}^{1,2} + f_{14}^{2,2} + f_{14}^{3,2} &= 125, \\ f_{14}^{1,3} + f_{14}^{2,3} + f_{14}^{3,3} &= 150, \end{aligned} \quad (5.6b)$$

$$\begin{aligned} x_{12,1} &= f_{14}^{1,1} + f_{14}^{3,1}, \\ x_{12,2} &= f_{14}^{1,2} + f_{14}^{3,2}, \\ x_{12,3} &= f_{14}^{1,3} + f_{14}^{3,3}, \end{aligned} \quad (5.6c)$$

$$\begin{aligned}
x_{13,1} &= f_{14}^{2,1}, \\
x_{13,2} &= f_{14}^{2,2}, \\
x_{13,3} &= f_{14}^{2,3},
\end{aligned} \tag{5.6d}$$

$$\begin{aligned}
x_{23,1} &= f_{14}^{3,1}, \\
x_{23,2} &= f_{14}^{3,2}, \\
x_{23,3} &= f_{14}^{3,3},
\end{aligned} \tag{5.6e}$$

$$\begin{aligned}
x_{24,1} &= f_{14}^{1,1}, \\
x_{24,2} &= f_{14}^{1,2}, \\
x_{24,3} &= f_{14}^{1,3},
\end{aligned} \tag{5.6f}$$

$$\begin{aligned}
x_{34,1} &= f_{14}^{2,1} + f_{14}^{3,1}, \\
x_{34,2} &= f_{14}^{2,2} + f_{14}^{3,2}, \\
x_{34,3} &= f_{14}^{2,3} + f_{14}^{3,3},
\end{aligned} \tag{5.6g}$$

$$\begin{aligned}
c_{mar,14}^{1,1} &= t_{mar,12,1} + t_{mar,24,1}, \\
c_{mar,14}^{1,2} &= t_{mar,12,2} + t_{mar,24,2}, \\
c_{mar,14}^{1,3} &= t_{mar,12,3} + t_{mar,24,3},
\end{aligned} \tag{5.6h}$$

$$\begin{aligned}
c_{mar,14}^{2,1} &= t_{mar,13,1} + t_{mar,34,1}, \\
c_{mar,14}^{2,2} &= t_{mar,13,2} + t_{mar,34,2}, \\
c_{mar,14}^{2,3} &= t_{mar,13,3} + t_{mar,34,3},
\end{aligned} \tag{5.6i}$$

$$\begin{aligned}
c_{mar,14}^{3,1} &= t_{mar,12,1} + t_{mar,23,1} + t_{mar,34,1}, \\
c_{mar,14}^{3,2} &= t_{mar,12,2} + t_{mar,23,2} + t_{mar,34,2}, \\
c_{mar,14}^{3,3} &= t_{mar,12,3} + t_{mar,23,3} + t_{mar,34,3},
\end{aligned} \tag{5.6j}$$

$$\begin{aligned}
f_{14}^{1,2} - f_{14}^{1,1} &\geq 0, \\
f_{14}^{1,3} - f_{14}^{1,2} &\geq 0, \\
f_{14}^{2,2} - f_{14}^{2,1} &\geq 0, \\
f_{14}^{2,3} - f_{14}^{2,1} &\geq 0, \\
f_{14}^{3,2} - f_{14}^{3,1} &\geq 0, \\
f_{14}^{3,3} - f_{14}^{3,2} &\geq 0
\end{aligned} \tag{5.6k}$$

şeklinde. Buradaki (5.6a) amaç fonksiyonunun $\mathbf{R}$ sıralama fonksiyonu altındaki görüntüsü, Bölüm 4.4’de (4.14) eşitliğiyle verildiği gibi belirlenecektir.

4. Adım: (5.6) klasik lineer olmayan programlama probleminin optimal çözümünden elde edilen bulanık optimal çözüm Tablo 5.3’da verilmiştir.

Tablo 5.3 Küçük ölçekli ulaşım ağı üzerindeki SOBTA probleminin bulanık optimal çözümü

Bağlantı	Bulanık bağlantı akışı	Bulanık bağlantı yolculuk süresi
(1,3)	(7.92, 32.92, 47.10)	(19.97, 30.871, 67.997)
(1,2)	(92.08, 92.08, 102.90)	(13.11, 24.508, 56.432)
(2,3)	(10.10, 10.10, 20.91)	(4.29, 5.505, 9.764)
(2,4)	(81.98, 81.98, 81.98)	(16.54, 29.958, 61.693)
(3,4)	(18.02, 43.02, 68.02)	(19.46, 27.432, 55.806)
Güzergah	Bulanık güzergah akışı	Bulanık marjinal güzergah yolculuk süresi
k=1	(7.92, 32.92, 47.10)	(39.43, 70.60, 192.41)
k=2	(10.10, 10.10, 20.91)	(36.86, 71.89, 192.41)
k=3	(81.98, 81.98, 81.98)	(29.65, 74.33, 194.73)
Güzergah		Bulanık güzergah yolculuk süresi
k=1		(39.43, 58.30, 123.80)
k=2		(36.86, 57.45, 122.00)
k=3		(29.65, 54.47, 118.13)

(5.3) eşitliğiyle verilen SOBTA probleminin bulanık optimal çözümü, (5.6) klasik lineer olmayan programlama probleminin optimal çözümünden elde edilmiş olup Tablo 5.3 ile sunulmuştur. Tablo 5.3'ya bakıldığında her bağlantının ve dolayısıyla her güzergahın kullanıldığı ve akışın artmasıyla bağlantılara atanan araç sayısının değiştiği görülmektedir. Eğer ulaşım ağına giriş yapan araç sayısı (talep) 100 ile 125 aralığında ise (1, 2), (2, 3) ve (2, 4) bağlantılarındaki akış değişmemekte, ağı giren her araç (1, 3) ve (3, 4) bağlantılarına atanmaktadır. Akışın artmasıyla, yani akışın 125 ile 150 aralığında olması durumunda, (2, 4) bağlantısı hariç diğer tüm bağlantılara atanan araç sayısında artış gözlemlenmektedir. Benzer şekilde, toplam talep 100 ile 125 aralığında iken $k = 2$ ve $k = 3$ güzergahları üzerindeki akışta bir değişiklik görülmemektedir. Talebin artarak 125 ile 150 aralığına ulaşmasıyla $k = 3$ güzergahı hariç diğer güzergahlarda akış artışı gözlemlenmektedir.

Tablo 5.3'daki bulanık bağlantı yolculuk sürelerine bakıldığında, elde edilen üçgensel bulanık sayıların sol bileşeni, bulanık serbest bağlantı yolculuk süresinin sol bileşenine yani minimum bağlantı yolculuk süresine; orta bileşeni, beklenen bağlantı yolculuk süresine; sağ bileşeni ise maksimum bağlantı yolculuk süresine karşılık gelmektedir. Örneğin, (1, 3) bağlantısı için gereken minimum yolculuk süresi yaklaşık 20 dk, maksimum yolculuk süresi ise yaklaşık 68 dktır. Burada dikkat edilmesi gerekenlerden biri araç uzunluğunun serbest yolculuk süresine etki etmemesi iken diğeri, ağ üzerindeki yoğunluk arttıkça araçların uzunluğuna bağlı olarak bağlantı kapasitesinde değişikliklerin yaşanabileceğidir.

Bu ulaşım ağı üzerindeki tüm güzergahların kullanıldığı görülmektedir ve bu

güzergahların bulanık marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerleri birbirine eşit elde edilmiş olup bu değer 93.26 dk olarak hesaplanmıştır. Diğer taraftan, her bir güzergahın bulanık yolculuk süresi Tablo 5.3 ile verilmiş olup bu güzergahların bulanık yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerleri sırasıyla, 69.96 dk, 68.44 dk ve 64.18 dk şeklindedir. Bu güzergahların uzunlukları sırasıyla 46 km, 43 km ve 34.6 km olup en kısa güzergah $k = 3$ olmak üzere en kısa güzergaha atanan araçlar daha kısa yolculuk süresi deneyimlerken diğer güzergahlara atanan araçlar $k = 3$ güzergahına atanan araçlardan daha uzun yolculuk süresine maruz kalacaklardır. Yine Tablo 5.3'da bulanık güzergah yolculuk sürelerinin sol bileşenleri ile bulanık marjinal güzergah yolculuk sürelerinin sol bileşenlerinin de birbirine eşit olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları oluşturulurken bulanık fonksiyonun sol bileşeninin sadece serbest bağlantı yolculuk süresine bağlı olarak elde edilmesidir. Bir başka deyişle, bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun sol bileşeni akıştan bağımsız olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla, bir güzergahı oluşturan bağlantıların bulanık serbest yolculuk sürelerinin sol bileşenlerinin toplamı, ilgili güzergahın bulanık yolculuk süresinin ve aynı zamanda bulanık marjinal yolculuk süresinin sol bileşenlerine eşit olarak elde edilmiştir.

Elde edilen optimal çözümün gerçeğe yakınlığını ölçmek üzere 4.Bölüm'de (4.20) eşitliği ile verilen göreceli fark formülasyonu kullanılmıştır. Tek $(o, d) = (1, 4)$ çıkış-varış nokta çiftine sahip bu bulanık problemin optimal çözümüne R sıralama fonksiyonunu uygulanırsa

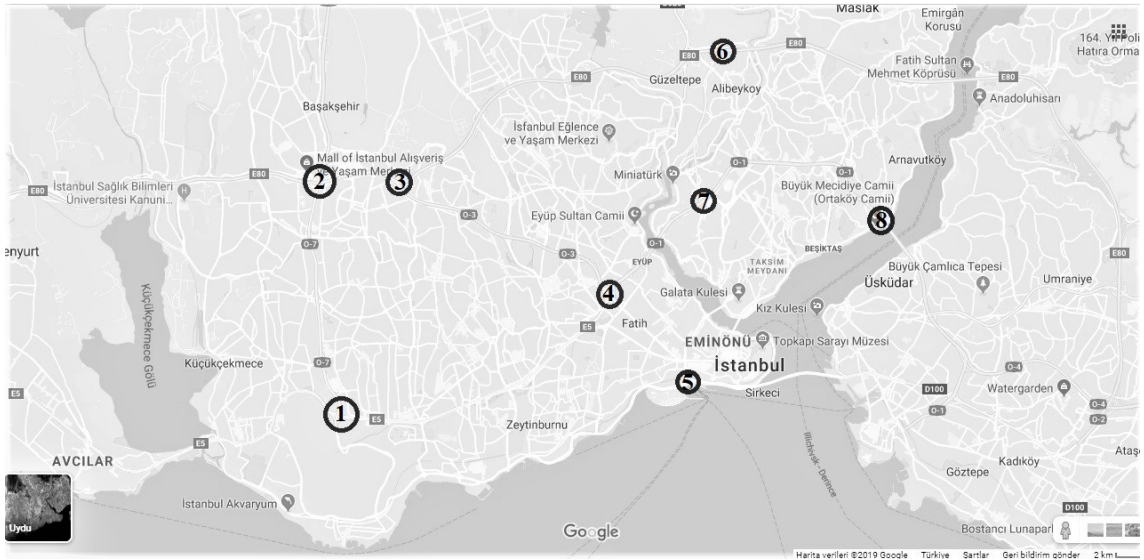
$$RGAP_f = \frac{\sum_{k \in K_{14}} R(f_{14}^k) * (R(c_{14}^k) - R(c_{14}^{min}))}{\sum_{k \in K_{14}} R(f_{14}^k) * R(c_{14}^{min})} \quad (5.7)$$

elde edilecektir. İncelenen ulaşım ağı üzerindeki güzergahların hepsi kullanıldığından, bulanık marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değeri birbirine eşit olacaktır. Dolayısıyla, (5.7) eşitliğindeki göreceli farkın değeri $RGAP_f = 0$ olarak hesaplanacaktır.

5.2 Orta Ölçekli Ulaşım Ağı Üzerinde Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi

Orta ölçekli ulaşım ağının çıkış ve varış noktası Avrupa yakasında bulunmaktadır. Ağın çıkış noktası Çobançeşme Kavşağı (1 Düğümü) ve varış noktası eski adıyla Boğaziçi Köprüsü olan 15 Temmuz Şehitler Köprüsü (8 Düğümü) şeklindedir. Ara düğümler ise sırasıyla Atatürk Bulvarı - Avrupa Otoyolu kesimi (2 Düğümü),

Avrupa Otoyolu - O-3 yolu (3 Düğümü), Edirnekapı Kavşağı (4 Düğümü), Yenikapı Feribot İskelesi (5 Düğümü), Hasdal Kavşağı (6 Düğümü) ve Okmeydanı Kavşağı (7 Düğümü) olarak belirlenmiştir. (1,2) bağlantısı Basın Ekspres yoluna, (3,4) bağlantısı O-3 Bayrampaşa yoluna, (6,7) bağlantısı Hasdal-Okmeydanı Bağlantısı'na karşılık gelmektedir. Buna göre, çıkış noktası Çobançeşme Kavşağı'ndan varış noktası 15 Temmuz Şehitler Köprüsü'ne gidebilmek üzere otoyol, şehiriçi ve sahil yolu olmak üzere üç temel güzergah bulunmakta ve bu güzergahlar arasındaki ara bağlantılar ile diğer güzergahlar oluşmaktadır. Örneğin, (3,6) otoyol bağlantısı üzerindeki bir araç güzergahını değiştirerek (6,7) bağlantısını kullanarak şehiriçi güzergahına geçebilmektedir. İncelenen ulaşım ağı üzerinde belirlenen düğümler, Google Haritalar'dan alınan görüntü ile Şekil 5.8 üzerinde gösterilmiştir.

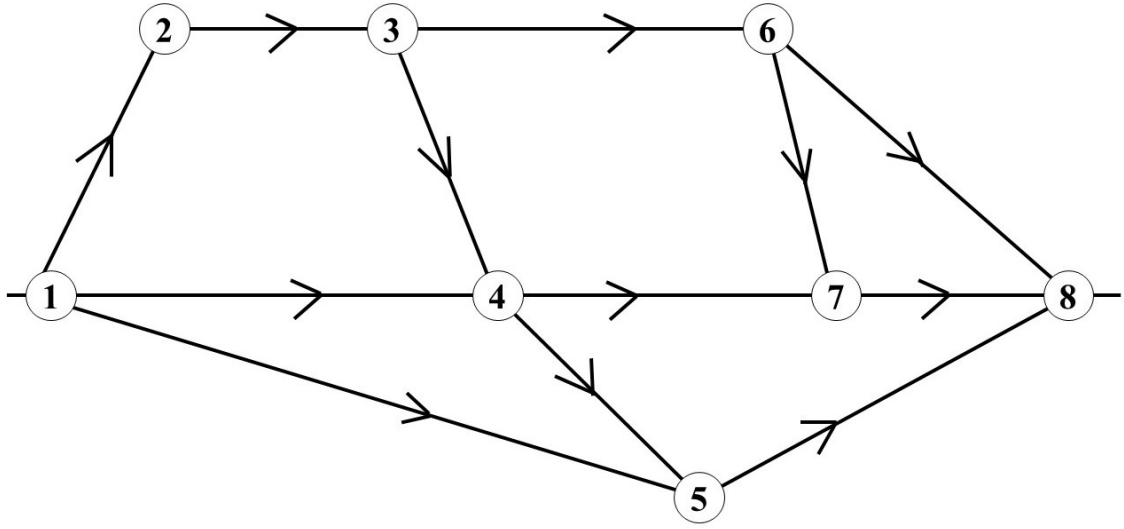


Şekil 5.8 Orta ölçekli ulaşım ağı üzerinde belirlenen düğümler

Şekil 5.8 üzerindeki düğümler $V_2 = \{i : i = 1, \dots, 8\}$, belirlenen bağlantılar $I_2 = \{(1,2), (1,4), (1,5), (2,3), (3,4), (3,6), (4,5), (4,7), (5,8), (6,7), (6,8), (7,8)\}$ olmak üzere bu bağlantılar baz alınarak oluşturulan ulaşım ağı Şekil 5.9'deki gibi olacaktır.

Bu ulaşım ağı üzerindeki bağlantılar, bu bağlantıların uzunlukları (L_{ij}) ve şerit sayıları (w_{ij}) Tablo 5.4'da verilmiştir.

Şekil 5.9 ile verilen ulaşım ağı üzerindeki güzergahlar kümesi $K_{18} = \{k : k = 1, \dots, 7\}$



Şekil 5.9 Orta ölçekli ulaşım ağı

Tablo 5.4 Orta ölçekli ulaşım ağına ait veri seti

Bağlantılar	L_{ij} (km)	w_{ij}
(1,2)	9.0	3
(1,4)	10.5	3
(1,5)	15.6	4
(2,3)	3.0	4
(3,4)	8.2	4
(3,6)	12.0	4
(4,5)	6.5	2
(4,7)	4.7	3
(5,8)	12.2	4
(6,7)	5.2	2
(6,8)	10.9	2
(7,8)	7.8	3

olmak üzere (5.8) eşitliğindeki bağlantı-güzergah oluşum matrisi oluşturulur.

$$\Delta_{12 \times 7} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

(5.8) eşitliğindeki matrise göre, örneğin, $k = 1$ güzergahı sırasıyla $(1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 6) \rightarrow (6, 8)$ bağlantılarından oluşmaktadır. Diğer güzergahlar da (5.8) matrisinin her bir sütunu kullanılarak oluşturulmaktadır. Bu güzergahlardan $k = 1$ sadece otoyol üzerinden köprüye bağlanırken, $k = 5$ sadece şehiriçi D-100 yoluyla ve $k = 7$ ise sadece sahil yolu üzerinden köprüye geçişi sağlamaktadır. Diğer güzergahlar ise bu üç temel güzergah arasındaki geçişlerden oluşmaktadır.

Şekil 5.9 ile verilen orta ölçekli ulaşım ağı için oluşturulan SOBTA probleminin matematiksel modeli (5.9) eşitliğindeki gibi oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonu

$$\text{Min} \sum_{\forall(i,j) \in I_2} \tilde{x}_{ij} \tilde{t}_{ij}(\tilde{x}_{ij}) \quad (5.9a)$$

ve kısıtlar

$$\sum_{k=1}^7 \tilde{f}_{18}^k = \tilde{F}_{18}, \quad (5.9b)$$

$$\tilde{x}_{ij} = \sum_{(1,8)} \sum_{k=1}^7 \tilde{f}_{18}^k \delta_{18}^{ij,k}, \quad \forall(i,j) \in I_2 \quad (5.9c)$$

$$\tilde{c}_{mar,18}^k = \sum_{(i,j)} \tilde{t}_{mar,ij} \delta_{18}^{ij,k}, \quad \forall k \in K_{18}, \quad (5.9d)$$

$$\tilde{f}_{18}^k \geq \tilde{0}, \quad \forall k \in K_{18} \quad (5.9e)$$

(5.9) modelinin (5.9a) amaç fonksiyonundaki bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları ve (5.9d) kısıtlarındaki bulanık marjinal bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları Bölüm 4.2’de sırasıyla (4.7) ve (4.9) eşitliklerinde verildiği gibi tanımlanmıştır. İncelenen ulaşım ağına ait veri seti, İstanbul Büyükşehir Belediyesi Trafik Müdürlüğü’nden sağlanmış olup ilgili ağın çıkış noktası olan Çobançeşme Kavşağı’ndan, Haziran ayının ilk haftasından bir günün (4 Haziran Salı günü) 06:00-12:00 saatleri arasından çekilmiştir. Haziran ayının ilk haftasının seçilmesinin sebebi, 2018-2019 eğitim-öğretim yılının henüz bitmemiş olmasından kaynaklanmaktadır. Bu veri setinin içerisinde 5 dakikalık kesitlerde kavşak üzerinden geçen araç sayısı ve araçların ortalama hızları bulunmaktadır. Bu veri seti 15 dakikalık aralıklar şeklinde, gözlemlenen minimum-serbest hız ve minimum-maksimum araç sayılarına göre aralıklar halinde düzenlenmiştir ve düzenlenen bu veri seti Tablo 5.5 ile verilmiştir.

Tablo 5.5 ile verilen aralık halindeki araç sayıları, toplanan 5 dakikalık veri setinin en düşük ve en yüksek değerleri kullanılarak aralığa dönüştürülmüştür. Örneğin, saat 06:00’da kavşaktan geçen araç sayısı 144; 06:05’de geçen araç sayısı 84 iken 06:10’da geçen araç sayısı 99 şeklindedir. Buna göre, 06:00 ile 06:15 saatleri arasında

Tablo 5.5 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre aralıklar halinde düzenlenmiş araç sayısı ve hız veri seti

Zaman aralığı	Araç sayısı aralığı	Hız aralığı
06:00-06:15	[84, 144]	[103,103]
06:15-06:30	[43, 73]	[97, 102]
06:30-06:45	[52, 104]	[101, 104]
06:45-07:00	[62, 131]	[100, 101]
07:00-07:15	[96, 149]	[102, 103]
07:15-07:30	[111, 195]	[99, 103]
07:30-07:45	[142, 221]	[97, 99]
07:45-08:00	[156, 210]	[96, 99]
08:00-08:15	[156, 244]	[95, 99]
08:15-08:30	[140, 260]	[95, 98]
08:30-08:45	[96, 238]	[96, 98]
08:45-09:00	[165, 259]	[96, 98]
09:00-09:15	[173, 276]	[95, 98]
09:15-09:30	[199, 364]	[93, 95]
09:30-09:45	[238, 348]	[88, 90]
09:45-10:00	[229, 358]	[91, 93]
10:00-10:15	[230, 379]	[89, 91]
10:15-10:30	[259, 414]	[88, 91]
10:30-10:45	[231, 410]	[84, 93]
10:45-11:00	[269, 435]	[86, 88]
11:00-11:15	[239, 412]	[86, 91]
11:15-11:30	[259, 429]	[84, 87]
11:30-11:45	[286, 380]	[81, 88]
11:45-12:00	[269, 403]	[79, 86]

kavşak üzerinden en düşük 84, en yüksek 144 araç geçişi olmuştur. Dolayısıyla, belirtilen zaman aralığında Çobançeşme Kavşağı'ndan çıkış yapan bulanık araç sayısı (84,99,144) şeklinde oluşturulacaktır. Diğer zaman aralıkları için de bulanık araç sayıları benzer şekilde oluşturulmuştur.

Yine Tablo 5.5 ile verilen araçların ortalama hızları, bulanık minimum ortalama hız ve bulanık serbest ortalama hız olmak üzere iki farklı üçgensel bulanık sayıya dönüştürülürken gözlemlenen tüm zaman aralıklarının en düşük ve en yüksek hız sınırları baz alınmıştır. Buna göre, Tablo 5.5 ile verilen 06:00-12:00 saatleri arasında araçların ortalama hızlarında gözlemlenen en düşük değer 79 *km/sa* iken en yüksek değer 104 *km/sa* şeklindedir. Dolayısıyla, yüksek veya düşük yoğunluğun gözlemlendiği trafik üzerindeki araçların bulanık minimum ortalama hız ve bulanık serbest ortalama hızları hesaplanırken, bulanık minimum ortalama hızların sol bileşeni 79 *km/sa*; bulanık serbest ortalama hızların sağ bileşeni 104 *km/sa* olarak alınmıştır. Kabulümüze göre, bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşeni ile bulanık

serbest ortalama hızın sol bileşeni eşit alınacağından, bu değer belirlenirken toplanan 5 dakikalık ortalama hız verilerinin ortanca değeri (medyan) kullanılmıştır. Örneğin, saat 08:00'de kavşaktan geçen araçların ortalama hızı 96 km/sa ; 08:05'de geçen araçların ortalama hızı 95 km/sa ve 08:10'da geçen araçların ortalama hızı 99 km/sa şeklindedir. Gözlemlenen bu hız değerlerinin medyanı 96 km/sa olduğundan, bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşeni ile bulanık serbest ortalama hızın sol bileşeni 96 km/sa olacaktır. Oluşturulan bu iki üçgensel bulanık sayıların orta bileşenleri de aritmetik ortalama hesaplanarak elde edilmektedir. Buna göre, bulanık minimum ortalama hız $(79, 88, 96) \text{ km/sa}$, bulanık serbest ortalama hız ise $(96, 100, 104) \text{ km/sa}$ şeklinde belirlenecektir. Diğer zaman aralıkları için de bulanık minimum ortalama hız ve bulanık serbest ortalama hız değerleri benzer şekilde oluşturulmuştur.

Yapılan bu işlemlere göre elde edilen $\tilde{F}$ bulanık talebi, $\tilde{u}_1$ bulanık serbest ortalama hızı ve $\tilde{u}_2$ bulanık minimum ortalama hız Tablo 5.6'da verilmiştir.

Tablo 5.6 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre düzenlenmiş bulanık talep ve bulanık hızlar

Zaman aralığı	Bulanık talep	Bulanık minimum ortalama hız	Bulanık serbest ortalama hız
06:00-06:15	(84, 99, 144)	(79, 91, 103)	(103, 104, 104)
06:15-06:30	(43, 49, 73)	(79, 90, 101)	(101, 103, 104)
06:30-06:45	(52, 70, 104)	(79, 91, 103)	(103, 104, 104)
06:45-07:00	(62, 97, 131)	(79, 90, 100)	(100, 102, 104)
07:00-07:15	(96, 137, 149)	(79, 91, 103)	(103, 104, 104)
07:15-07:30	(111, 131, 195)	(79, 90, 100)	(100, 102, 104)
07:30-07:45	(142, 196, 221)	(79, 89, 98)	(98, 101, 104)
07:45-08:00	(156, 167, 210)	(79, 88, 97)	(97, 101, 104)
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(79, 88, 96)	(96, 100, 104)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(79, 88, 96)	(96, 100, 104)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(79, 89, 98)	(98, 101, 104)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(79, 88, 96)	(96, 100, 104)
09:00-09:15	(173, 265, 276)	(79, 88, 97)	(97, 101, 104)
09:15-09:30	(199, 235, 364)	(79, 86, 93)	(93, 99, 104)
09:30-09:45	(238, 348, 348)	(79, 85, 90)	(90, 97, 104)
09:45-10:00	(229, 236, 358)	(79, 86, 92)	(92, 98, 104)
10:00-10:15	(230, 369, 379)	(79, 85, 90)	(90, 97, 104)
10:15-10:30	(259, 274, 414)	(79, 84, 89)	(89, 97, 104)
10:30-10:45	(231, 401, 410)	(79, 84, 88)	(88, 96, 104)
10:45-11:00	(269, 281, 435)	(79, 84, 88)	(88, 96, 104)
11:00-11:15	(239, 405, 412)	(79, 83, 86)	(86, 95, 104)
11:15-11:30	(259, 281, 429)	(79, 82, 85)	(85, 95, 104)
11:30-11:45	(286, 375, 380)	(79, 84, 88)	(88, 96, 104)
11:45-12:00	(269, 280, 403)	(79, 82, 85)	(85, 95, 104)

Şekil 5.9 ile verilen mevcut ağ üzerinde 08:00-09:00 saatleri arasındaki 15 dakikalık zaman dilimlerinde araç uzunluğu, ortalama hız ve talep olarak belirlenen parametrelerin bulanık ve kesin birer sayı şeklinde alındığı yedi farklı durum aşağıdaki başlıklarda teker teker incelenecek, her bir durumda elde edilen optimal çözümler yorumlanmaya çalışılacaktır. Sekizinci durum olan tüm parametrelerin bulanık olması ana bir başlık olarak ele alınacaktır. Bu başlık altında 06:00-12:00 saatleri arasındaki 15 dakikalık zaman dilimlerinde oluşturulan her bir SOBTA problemi çözülerek bulanık optimal çözümler bulunacak ve bu çözümler yorumlanacaktır.

5.2.1 Belirlenen Tüm Parametrelerin Bulanık Olmaması Durumu

Bu durumun incelenmesinde araç uzunluğu, ortalama hız ve talep olmak üzere belirlenen tüm parametreler kesin birer sayı olarak alınmıştır. Dolayısıyla, araç uzunluğu ve ortalama hızların kesin birer sayı alınmasıyla her bir bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun inşa edilmesinde kullanılacak parametreler ve benzer şekilde talebin kesin bir sayı alınmasıyla da güzergah üzerindeki akış kesin yapıda elde edilecektir. Bulanık olmayan parametreler ve değişkenler sonucunda bir SOTA problemi oluşturulacak ve bu problemin optimal çözümü bulunacaktır.

Buna göre, trafik yoğunluğu az iken araçların serbest ortalama hızı $u_1 = 104 \text{ km/sa}$, trafik yoğunluğu fazla iken araçların minimum ortalama hızı $u_2 = 79 \text{ km/sa}$ olarak alınmıştır. Ayrıca, araç uzunluğu $l = 5 \text{ m}$ ve talep, Tablo 5.6'da bulanık yapıda verilen talebin orta bileşeni olacak şekilde belirlenmiştir. 08:00-09:00 saatleri arasındaki zaman dilimlerinde oluşturulan SOTA probleminin çözülmesiyle elde edilen optimal güzergah akış ve optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.7 ve Tablo 5.8'da verilmiştir.

Tablo 5.7 Belirtilen tüm parametrelerin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	F_{18}	f_{18}^1	f_{18}^5	f_{18}^7
08:00-08:15	232	25.69	113.45	92.86
08:15-08:30	184	14.65	95.88	73.47
08:30-08:45	170	11.43	90.75	67.82
08:45-09:00	168	10.97	90.02	67.01

Tablo 5.7'da sadece kullanılan güzergahların üzerindeki optimal akışlar verilmiş olup diğer güzergahlar üzerindeki optimal akışlar 0 elde edilmiştir. Buradan görülmektedir ki mevcut güzergahlardan sadece $k = 1$, $k = 5$ ve $k = 7$ olmak üzere üç tanesi kullanılmaktadır. Tablo 5.8'da ise tüm güzergahların optimal marjinal yolculuk süreleri verilmiştir ve bu tabloda kullanılan güzergahların marjinal yolculuk

Tablo 5.8 Belirtilen tüm parametrelerin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	F_{18}	$c_{mar,18}^1$	$c_{mar,18}^2$	$c_{mar,18}^3$	$c_{mar,18}^4$	$c_{mar,18}^5$	$c_{mar,18}^6$	$c_{mar,18}^7$
08:00-08:15	232	24	27.13	25.89	27.13	24	27.13	24
08:15-08:30	184	22.34	25.64	24.47	25.89	22.34	23.75	22.34
08:30-08:45	170	21.86	25.21	24.06	25.52	21.86	23.32	21.86
08:45-09:00	168	21.79	23.32	24	23.32	21.79	23.32	21.79

sürelerinin birbirine eşit ve kullanılmayan güzergahların marjinal yolculuk sürelerinin ise kullanılanlarıkinden daha uzun olduğu görülmektedir.

5.2.2 Sadece Talebin Bulanık Olması Durumu

Bu durumun incelenmesinde sadece ağa giren araç sayısı bulanık yapıda alınmıştır. Dolayısıyla, araç uzunluğunun ve ortalama hızların kesin alınmasıyla bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun oluşturulmasında kullanılan tüm parametreler kesin birer sayı şeklinde elde edilirken, talebin bulanık yapıda alınmasıyla da güzergahlar üzerindeki optimal akış bulanık yapıda oluşacak ve sonuçta bulanık yolculuk süreleri elde edilecektir. Burada Tablo 5.6'da dikkate alınan zaman aralıklarındaki bulanık talepler kullanılmıştır. Kesin olarak alınan parametreler ortalama hız ve araç uzunluğu olmak üzere trafik yoğunluğu az iken araçların serbest ortalama hızı $u_1 = 104 \text{ km/sa}$, trafik yoğunluğu yüksek iken araçların minimum ortalama hızı $u_2 = 79 \text{ km/sa}$ ve araç uzunluğu $l = 5 \text{ m}$ için elde edilen bulanık optimal güzergah akışları Tablo 5.9'da, kullanılan güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri Tablo 5.10'da ve tüm güzergahların durulaştırılmış optimal marjinal yolculuk süreleri Tablo 5.11'da sunulmuştur.

Tablo 5.9 Sadece talebin bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{f}_{18}^1$	$\tilde{f}_{18}^5$	$\tilde{f}_{18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(8.21, 25.69, 28.45)	(85.62, 113.45, 117.84)	(62.17, 92.86, 97.71)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(4.53, 14.65, 32.13)	(79.77, 95.88, 123.7)	(55.71, 73.47, 104.17)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(0, 11.43, 27.07)	(61, 90.75, 115.64)	(35, 67.82, 95.28)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(10.28, 10.97, 31.9)	(88.92, 90.02, 123.33)	(65.8, 67.01, 103.76)

Tablo 5.10 Sadece talebin bulanık olması durumunda kullanılan güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{c}_{mar,18}^1$	$\tilde{c}_{mar,18}^5$	$\tilde{c}_{mar,18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(21.37, 24, 24.42)	(21.37, 24, 24.42)	(21.37, 24, 24.42)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(20.82, 22.34, 24.97)	(20.82, 22.34, 24.97)	(20.82, 22.34, 24.97)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(20.13, 21.86, 24.21)	(19.04, 21.86, 24.21)	(19.04, 21.86, 24.21)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(21.68, 21.79, 24.94)	(21.68, 21.79, 24.94)	(21.68, 21.79, 24.94)

Tablo 5.11 Sadece talebin bulanık olması durumunda tüm güzergahların durulaştırılmış optimal marjinal yolculuk süreleri

Zaman aralığı	08:00-08:15	08:15-08:30	08:30-08:45	08:45-09:00
$\tilde{F}_{18}$	(156, 232, 244)	(140, 184, 260)	(96, 170, 238)	(165, 168, 259)
$R(\tilde{c}_{mar,18}^1)$	23.45	22.62	22.01	22.55
$R(\tilde{c}_{mar,18}^2)$	26.63	25.89	25.26	25.83
$R(\tilde{c}_{mar,18}^3)$	25.42	24.71	24.05	24.65
$R(\tilde{c}_{mar,18}^4)$	26.71	26.09	25.52	26.04
$R(\tilde{c}_{mar,18}^5)$	23.45	22.62	21.74	22.55
$R(\tilde{c}_{mar,18}^6)$	24.75	26.09	23.22	23.94
$R(\tilde{c}_{mar,18}^7)$	23.45	22.62	21.74	22.55

Tablo 5.9'dan görüldüğü üzere, tüm zaman dilimlerinde $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahları üzerindeki bulanık akışların tüm bileşenleri sıfırdan farklı elde edilmiştir. Bu güzergahların Tablo 5.10'da verilen bulanık marjinal yolculuk sürelerine bakıldığında her bir bileşenin karşılıklı olarak birbirine eşit olduğu ve dolayısıyla, Tablo 5.11'da verilen durulaştırılmış değerlerinin de birbirine eşit olduğu görülmektedir. Buna göre, SOTA probleminin temelinde yatan "eğer akış sıfırdan farklı ise güzergah kullanılmaktadır ve dolayısıyla kullanılan güzergahların marjinal yolculuk süreleri birbirine eşit elde edilmektedir." yaklaşımı gerçekleşmekte ve böylece $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının kesinlikle kullanıldığı söylenebilmektedir. Yani, SOBTA probleminde bir güzergahın kullanılır olması için bu güzergahın bulanık optimal akışının tüm bileşenlerinin (sol, orta ve sağ) sıfırdan farklı olması gerekmekte ve dolayısıyla kullanılan güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerleri de birbirine eşit elde edilmektedir. Tablo 5.9'da verilmeyen güzergahlar üzerindeki optimal bulanık akışlar ise $(0, 0, 0)$ şeklinde elde edilmiş olup, bu güzergahlar kesinlikle kullanılmamakta ve kullanılmadıkları için Tablo 5.11'daki durulaştırılmış marjinal yolculuk süreleri, verilen güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk sürelerinden daha uzun olmaktadır. Ancak Tablo 5.9'da 08:30-08:45 zaman diliminde $k = 1$ güzergahı üzerindeki bulanık optimal akışa bakıldığında sol bileşeninin 0 olduğu; Tablo 5.10'da bu güzergahın bulanık marjinal yolculuk süresinin diğer güzergahların bulanık marjinal yolculuk süresinden farklı ve Tablo 5.11'da bulanık marjinal yolculuk süresinin durulaştırılmış değerinin, diğer güzergahlarınkinden daha uzun olduğu görülmektedir. Bu zaman diliminde, $k = 1$ güzergahı üzerindeki bulanık akışın sol bileşeninin 0, orta ve sağ bileşenlerinin sıfırdan farklı olması bu güzergahın hem kullanılmama hem de kullanılma durumlarını bir arada barındırdığını göstermektedir. Bir diğer deyişle, başlangıçta sadece $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahları kullanılırken, ağa giren araç sayısı arttıkça $k = 1$ güzergahı da kullanılmaya başlanır. Böylece $k = 1$ güzergahının üzerindeki bulanık akış, bu güzergahın hem kullanıldığı hem de kullanılmadığı durumları bir arada ifade

etmektedir. Bu güzergah üzerindeki bulanık akış, her iki durumu da dengelemek zorunda kaldığı için bu güzergahın bulanık marjinal yolculuk süresi, kullanılan güzergahlarınkine eşit olarak elde edilememektedir.

5.2.3 Sadece Ortalama Hızların Bulanık Olması Durumu

Bu durumun incelenmesinde sadece araçların ortalama hızları bulanık yapıda alınmıştır. Buna göre, ortalama hızların bulanık şekilde alınması, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonlarındaki parametrelerin bulanık yapıda elde edilmesine neden olmuştur. Araç uzunluğunun kesin bir sayı şeklinde alınması ise sadece bağlantı kapasitesini etkilemektedir. Talebin kesin bir sayı olarak alınması, güzergah akışlarının kesin; yolculuk süresi fonksiyonundaki katsayıların ve sabitin (serbest yolculuk süresinin) bulanık yapıda olması, yolculuk sürelerinin bulanık yapıda elde edilmesine yol açacaktır. Buna göre, trafik yoğunluğu az iken araçların serbest ortalama hızı $\tilde{u}_1$ ve trafik yoğunluğu fazla iken araçların minimum ortalama hızı $\tilde{u}_2$, Tablo 5.6'da dikkate alınan zaman aralıklarındaki gibi alınmıştır. Araç uzunluğu $l = 5 m$ ve talep, Tablo 5.6'da bulanık yapıda verilen talebin orta bileşeni alınarak kesin olacak şekilde belirlenmiştir. Dolayısıyla, elde edilen optimal güzergah akışları ve bu güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.12 ve Tablo 5.13'da verilmiştir.

Tablo 5.12 Sadece ortalama hızların bulanık olması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	F_{18}	f_{18}^1	f_{18}^5	f_{18}^7
08:00-08:15	232	0	141.09	90.91
08:15-08:30	184	0	118.26	65.74
08:30-08:45	170	0	111.25	58.75
08:45-09:00	168	0	110.65	57.35

Tablo 5.13 Sadece ortalama hızların bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	F_{18}	$\tilde{c}_{mar,18}^1$	$\tilde{c}_{mar,18}^5$	$\tilde{c}_{mar,18}^7$
08:00-08:15	232	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 19.71, 30.27)	(16.04, 20.13, 26.66)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.96	20.74	20.74
08:15-08:30	184	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 18.76, 27.7)	(16.04, 19.18, 24.09)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.96	19.62	19.62
08:30-08:45	170	(20.13, 20.73, 21.37)	(13.27, 18.22, 26.85)	(16.04, 18.7, 23.14)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.74	19.14	19.14
08:45-09:00	168	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 18.44, 26.84)	(16.04, 18.86, 23.23)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.96	19.25	19.25

Tablo 5.12’da belirlenen talep göz önüne alındığında mevcut ağ üzerindeki $k = 1$ güzergahının hiçbir şekilde kullanılmadığı görülmektedir. Bu durumda, $k = 1$ güzergahının bulanık optimal marjinal yolculuk süresinin durulaştırılmış değeri, kullanılan $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının bulanık optimal marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerlerinden daha uzun olması beklenir ve bu durumun gerçekleştiği, Tablo 5.13’da görülmektedir.

Tablo 5.6’da 08:00-09:00 saatleri arasında araçların serbest ve minimum ortalama hızlarında iki farklı bulanık değer gözlemlenmektedir. Kabulümüze göre, bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşeni ile bulanık serbest ortalama hızın sol bileşeni birbirine eşit alınmaktadır. Buna göre, yolculuk süresinin negatif çıkmasını engellemek amacıyla böyle bir kabul yapılmış ve dolayısıyla bulanık güzergah yolculuk süreleri hesaplanırken Tablo 5.13’da görüldüğü gibi bu bulanık sürenin sol bileşeninin daima serbest güzergah yolculuk süresinin sol bileşenine denk gelmesi sağlanmıştır. Bu kabule göre, bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonundaki kesin akışın bulanık katsayısının sol bileşeni daima 0 elde edilmektedir ve böylece güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk sürelerinin sol bileşenleri daima bulanık serbest güzergah yolculuk süresinin sol bileşenine denk gelmektedir, örneğin, $k = 1$ güzergahının serbest yolculuk süresi en az 20.13 dk’dır. Ancak bu kabul, ortalama hızların kesin alınmasında gözlenmemekte ve sonuçta elde edilen bulanık güzergah yolculuk sürelerinin sol bileşeni, serbest güzergah yolculuk süresinin sol bileşenine eşit olmamaktadır. Sonuç olarak, bulanık ortalama hızların destek kümelerinde gözlemlenen değişikliklerin, güzergahların bulanık marjinal yolculuk sürelerinde değişimler olmasına sebep olduğu söylenebilir.

5.2.4 Sadece Araç Uzunluğunun Bulanık Olması Durumu

Bu durum incelenirken sadece araç uzunluğu bulanık olarak alınmıştır. Buna göre, serbest bağlantı yolculuk süresi ve boşluk mesafesi kesin birer sayı olarak hesaplanırken izleme mesafesi ve bağlantı kapasitesi bulanık yapılı hesaplanmıştır. Talebin kesin bir sayı alınması sonucunda güzergah akışları kesin şekilde elde edilecektir. Sonuçta, oluşturulan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunda bulanık olmayan akışın katsayısı bulanık, fonksiyonun sabiti olan serbest bağlantı yolculuk süresi ise kesin şekilde elde edilecektir ve dolayısıyla marjinal güzergah yolculuk süreleri de bulanık yapıda hesaplanacaktır.

Bu durumun incelenmesinde trafik yoğunluğu düşük iken araçların serbest ortalama hızı $u_1 = 104 \text{ km/sa}$, trafik yoğunluğu yüksek iken araçların minimum ortalama hızı $u_2 = 79 \text{ km/sa}$ şeklinde kesin değerler alınmıştır. Talep ise Tablo 5.6’da belirtilen zaman aralıklarındaki bulanık talebin orta bileşeni olacak şekilde belirlenmiştir. Buna

göre, elde edilen optimal güzergah akışları ve bu güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.14 ve Tablo 5.15’de verilmiştir.

Tablo 5.14 Sadece araç uzunluğunun bulanık olması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	F_{18}	f_{18}^1	f_{18}^5	f_{18}^7
08:00-08:15	232	26.3	112.82	92.88
08:15-08:30	184	15.26	95.25	73.49
08:30-08:45	170	12.04	90.12	67.84
08:45-09:00	168	11.58	89.39	67.03

Tablo 5.15 Sadece araç uzunluğunun bulanık olması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	F_{18}	$\tilde{c}_{mar,18}^1$	$\tilde{c}_{mar,18}^5$	$\tilde{c}_{mar,18}^7$
08:00-08:15	232	(24.09, 24.18, 24.27)	(23.94, 24.18, 24.42)	(24, 24.18, 24.36)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.18	24.18	24.18
08:15-08:30	184	(22.43, 22.48, 22.54)	(22.28, 22.48, 22.69)	(22.34, 22.48, 22.63)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.48	22.48	22.48
08:30-08:45	170	(21.95, 21.99, 22.03)	(21.8, 21.99, 22.18)	(21.86, 21.99, 22.12)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.99	21.99	21.99
08:45-09:00	168	(21.88, 21.92, 21.96)	(21.73, 21.92, 22.11)	(21.79, 21.92, 22.05)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.92	21.92	21.92

Tablo 5.14’da mevcut ağ üzerindeki güzergahlardan sadece $k = 1$, $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının kullanıldığı görülmektedir. Bu kullanılan güzergahların Tablo 5.15’de verilen bulanık marjinal yolculuk süreleri birbirlerinden farklı olsa da durulaştırılmış değerleri istenilen şekilde birbirlerine eşittir. Tablo 5.15’deki bulanık optimal marjinal yolculuk sürelerinin sol bileşenlerinin birbirinden farklı olmasının sebebi, yukarıda açıklandığı gibi, ortalama hızların kesin birer sayı olarak alınmasından kaynaklanmaktadır.

5.2.5 Sadece Araç Uzunluğunun Bulanık Olmaması Durumu

Bu durum incelenirken araç uzunluğu kesin bir değer; ortalama hızlar ve talep bulanık yapıda alınmıştır. Burada araç uzunluğunun kesin bir değer şeklinde alınması, sadece bağlantı kapasitesini etkilemektedir. Talebin bulanık yapıda alınması, güzergah akışlarının bulanık yapıda elde edilmesiyle sonuçlanacaktır. Araçların ortalama hızlarının bulanık yapıda alınması ise bağlantı yolculuk süresi fonksiyonundaki bulanık akışın katsayısının ve fonksiyonun sabitinin bulanık yapıda olmasına neden olacaktır. Dolayısıyla, hem akış hem de yolculuk süresi bulanık yapılı elde edilecektir.

Buna göre, araç uzunluğu $l = 5 \text{ m}$; trafik yoğunluğu düşük iken araçların bulanık serbest ortalama hızı $\tilde{u}_1$ ve trafik yoğunluğu yüksek iken araçların bulanık minimum ortalama hızı $\tilde{u}_2$, Tablo 5.6’da dikkate alınan zaman aralıklarındaki gibi alınmıştır. Elde edilen bulanık optimal güzergah akışları ve bu güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.16 ve Tablo 5.17’de verilmiştir.

Tablo 5.16 Sadece araç uzunluğunun bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{f}_{18}^1$	$\tilde{f}_{18}^5$	$\tilde{f}_{18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(0, 2.67, 14.67)	(139.81, 139.81, 139.81)	(16.19, 89.51, 89.51)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(0, 0, 31.25)	(130.46, 130.46, 130.46)	(9.54, 53.54, 98.29)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(0, 0, 29.66)	(96, 114.5, 114.5)	(0, 55.5, 93.84)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(0, 0, 32.26)	(126.67, 126.67, 126.67)	(38.33, 41.33, 100.07)

Tablo 5.17 Sadece araç uzunluğunun bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^1$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^5$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(20.13, 21.12, 24.44)	(13.27, 19.66, 30.13)	(16.04, 20.08, 26.52)
	$R(\tilde{c}_{\text{mar},18}^k)$	21.7	20.68	20.68
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(20.13, 20.94, 27.42)	(13.27, 19.27, 29.08)	(16.04, 18.71, 27.42)
	$R(\tilde{c}_{\text{mar},18}^k)$	22.36	20.22	20.22
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(20.13, 20.73, 26.79)	(13.27, 18.36, 27.23)	(16.04, 18.58, 26.79)
	$R(\tilde{c}_{\text{mar},18}^k)$	22.1	19.3	19.99
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(20.13, 20.94, 27.6)	(13.27, 19.11, 28.65)	(16.04, 18.25, 27.6)
	$R(\tilde{c}_{\text{mar},18}^k)$	22.4	20.03	20.03

Tablo 5.16’da dikkate alınan zaman dilimlerinde $k = 5$ güzergahının daima kullanıldığı; $k = 7$ güzergahının 08:30-08:45 zaman dilimi haricinde kullanıldığı görülmektedir. Ancak $k = 1$ güzergahı üzerindeki bulanık akışların sol ve hatta orta bileşenlerinin daima 0 olması, bu güzergahın hem kullanılma hem kullanılmama durumlarını beraber içermektedir. Buna göre, Tablo 5.17’ya bakıldığında tüm zaman dilimlerinde $k = 1$ güzergahının bulanık optimal marjinal yolculuk süresinin durulaştırılmış değeri, diğer güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerlerinden daha uzun olduğu görülmektedir. Tezdeki kabulümüzün sonucu olarak bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunda bulanık akışın bulanık katsayısının sol bileşeninin daima 0 olması, bir güzergahı oluşturan ilgili bağlantıların toplamından oluşan bulanık marjinal güzergah yolculuk süresinin sol bileşeninin daima bulanık serbest güzergah yolculuk süresinin sol bileşenine eşit olmasını sağlamıştır.

5.2.6 Sadece Talebin Bulanık Olmaması Durumu

Bu durumun incelenmesinde talep kesin bir değer alındığından optimal güzergah akışları da kesin birer sayı şeklinde elde edilecektir. Diğer taraftan, araçların ortalama hızlarının ve araç uzunluğunun bulanık yapıda alınması, bağlantı yolculuk süresi fonksiyonundaki akış katsayısının ve fonksiyon sabitinin bulanık yapıda oluşmasına neden olacaktır. Dolayısıyla optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri bulanık yapıda elde edilecektir. Burada talep, Tablo 5.6'da bulanık olarak verilen talebin orta bileşeni olacak şekilde belirlenmiştir. Bulanık araç uzunluğu $\tilde{l} = (5, 6, 7) m$, trafik yoğunluğu düşük iken araçların bulanık serbest ortalama hızı $\tilde{u}_1$ ve trafik yoğunluğu yüksek iken araçların bulanık minimum ortalama hızı $\tilde{u}_2$, Tablo 5.6'da dikkate alınan zaman aralıklarındaki gibi alınmıştır. Buna göre, elde edilen optimal güzergah akışları ve bu güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.18 ve Tablo 5.19'da verilmiştir.

Tablo 5.18 Sadece talebin bulanık olmaması durumunda elde edilen optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	F_{18}	f_{18}^1	f_{18}^5	f_{18}^7
08:00-08:15	232	0	140.18	91.82
08:15-08:30	184	0	117.36	66.64
08:30-08:45	170	0	110.36	59.64
08:45-09:00	168	0	109.75	58.25

Tablo 5.19 Sadece talebin bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	F_{18}	$\tilde{c}_{mar,18}^1$	$\tilde{c}_{mar,18}^5$	$\tilde{c}_{mar,18}^7$
08:00-08:15	232	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 19.8, 30.77)	(16.04, 20.24, 27.11)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.96	20.91	20.91
08:15-08:30	184	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 18.82, 28.10)	(16.04, 19.26, 24.44)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.96	19.75	19.75
08:30-08:45	170	(20.13, 20.73, 21.37)	(13.27, 18.28, 27.22)	(16.04, 18.78, 23.46)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.74	19.26	19.26
08:45-09:00	168	(20.13, 20.94, 21.81)	(13.27, 18.49, 27.21)	(16.04, 18.94, 23.55)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.96	19.37	19.37

Tablo 5.18'da dikkate alınan zaman aralıklarında $k = 1$ güzergahının hiç bir zaman kullanılmadığı ve Tablo 5.19'da durulaştırılmış optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri karşılaştırıldığında bu güzergahın bulanık optimal marjinal yolculuk süresinin, diğer güzergahlarınkinden daha uzun olduğu görülmektedir.

5.2.7 Sadece Ortalama Hızların Bulanık Olmaması Durumu

Ortalama hızın kesin değer alınmasıyla boşluk mesafesi ve serbest bağlantı yolculuk süresi kesin birer sayı şeklinde elde edilmektedir. Diğer taraftan, araç uzunluğunun bulanık yapıda alınmasıyla izleme mesafesi ve bağlantı kapasitesi bulanık şekilde hesaplanmaktadır. Talebin bulanık yapıda olması ise optimal güzergah akışının bulanık yapıda elde edilmesine sebep olacaktır. Sonuçta, oluşturulan bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunda bulanık akışın katsayısı bulanık; fonksiyon sabiti kesin yapıda elde edileceğinden, SOBTA probleminin çözümüyle bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri bulunacaktır.

Bu durumun incelenmesinde sadece ortalama hızlar kesin birer sayı alınmış olup, trafik yoğunluğu az iken araçların serbest ortalama hızı $u_1 = 104 \text{ km/sa}$, trafik yoğunluğu fazla iken araçların minimum ortalama hızı $u_2 = 79 \text{ km/sa}$ şeklinde alınmıştır. Bulanık araç uzunluğu $\tilde{l} = (5, 6, 7) \text{ m}$, bulanık talep ise Tablo 5.6'da dikkate alınan zaman aralıklarındaki gibi alınmıştır. Buna göre, elde edilen bulanık optimal güzergah akışları ve bu güzergahların bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri sırasıyla Tablo 5.20 ve Tablo 5.21'de verilmiştir.

Tablo 5.20 Sadece ortalama hızların bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{f}_{18}^1$	$\tilde{f}_{18}^5$	$\tilde{f}_{18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(8.21, 26.3, 29.64)	(85.62, 112.82, 116.61)	(62.17, 92.88, 97.74)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(4.53, 15.26, 33.33)	(79.77, 95.25, 122.47)	(55.71, 73.49, 104.2)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(0, 12.04, 28.26)	(61, 90.12, 114.42)	(35, 67.84, 95.32)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(10.28, 11.58, 33.1)	(88.92, 89.39, 122.11)	(65.8, 67.03, 103.8)

Tablo 5.21 Sadece ortalama hızların bulanık olmaması durumunda elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^1$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^5$	$\tilde{c}_{\text{mar},18}^7$
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(21.37, 24.18, 24.8)	(21.37, 24.18, 24.8)	(21.37, 24.18, 24.8)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.63	23.63	23.63
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(20.82, 22.48, 25.38)	(20.82, 22.48, 25.38)	(20.82, 22.48, 25.38)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.79	22.79	22.79
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(20.13, 21.99, 24.58)	(19.04, 21.99, 24.58)	(19.04, 21.99, 24.58)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.17	21.9	21.9
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(21.68, 21.92, 25.34)	(21.68, 21.92, 25.34)	(21.68, 21.92, 25.34)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.71	22.71	22.71

Tablo 5.20'da $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının daima kullanıldığı, $k = 1$ güzergahının ise 08:30-08:45 zaman diliminde kullanılma ve kullanılmama durumlarını bir arada barındırdığı görülmektedir. Buna göre, Tablo 5.21'da sadece 08:30-08:45 zaman diliminde $k = 1$ güzergahının bulanık optimal marjinal yolculuk süresinin durulaştırılmış değerinin, diğer güzergahlarınkinden daha uzun olduğu, diğer zaman dilimlerinde ise hepsinin birbirine eşit olduğu görülmektedir.

5.3 Tüm Parametrelerin Bulanık Olması Durumunda Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Problemi

Tablo 5.6'daki veri seti kullanılarak bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları oluşturulmuş, her bir zaman aralığı için (5.9) ile verilen bulanık modeli ile çözülmüştür. Elde edilen bulanık optimal çözümler Tablo 5.22'da verilmiştir.

Tablo 5.22 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen bulanık optimal güzergah akışları

Zaman aralığı	$\tilde{F}_{18}$	$\tilde{f}_{18}^1$	$\tilde{f}_{18}^5$	$\tilde{f}_{18}^7$
06:00-06:15	(84, 99, 144)	(0, 0, 8.46)	(84, 84, 84)	(0, 15, 51.54)
06:15-06:30	(43, 49, 73)	(0, 0, 0)	(43, 49, 49)	(0, 0, 24)
06:30-06:45	(52, 70, 104)	(0, 0, 1.48)	(52, 63.23, 63.23)	(0, 6.77, 39.29)
06:45-07:00	(62, 97, 131)	(0, 0, 5.83)	(62, 76.16, 76.16)	(0, 20.85, 49.01)
07:00-07:15	(96, 137, 149)	(0, 0, 6.51)	(94.39, 94.39, 94.39)	(1.61, 42.61, 48.1)
07:15-07:30	(111, 131, 195)	(0, 0, 18.84)	(104.3, 104.3, 104.3)	(6.7, 26.7, 71.86)
07:30-07:45	(142, 196, 221)	(0, 0, 20.6)	(123.95, 123.95, 123.95)	(18.05, 72.05, 76.44)
07:45-08:00	(156, 167, 210)	(0, 0, 19.87)	(114.21, 114.21, 114.21)	(41.79, 52.79, 75.93)
08:00-08:15	(156, 232, 244)	(0, 3.97, 15.97)	(138.29, 138.29, 138.29)	(17.71, 89.74, 89.74)
08:15-08:30	(140, 184, 260)	(0, 0, 32.21)	(129.38, 129.38, 129.38)	(10.62, 54.62, 98.41)
08:30-08:45	(96, 170, 238)	(0, 0, 30.51)	(96, 113.67, 113.67)	(0, 56.33, 93.83)
08:45-09:00	(165, 168, 259)	(0, 0, 33.22)	(125.62, 125.62, 125.62)	(39.38, 42.38, 100.17)
09:00-09:15	(173, 265, 276)	(0, 14.06, 25.06)	(147.93, 147.93, 147.93)	(25.07, 103.01, 103.01)
09:15-09:30	(199, 235, 364)	(0, 0, 57.99)	(158.64, 158.64, 159.78)	(40.36, 76.36, 146.23)
09:30-09:45	(238, 348, 348)	(0, 34.18, 34.18)	(180.1, 180.1, 180.1)	(57.9, 133.72, 133.72)
09:45-10:00	(229, 236, 358)	(0, 0, 55.25)	(160.44, 160.44, 160.44)	(68.56, 75.56, 142.31)
10:00-10:15	(230, 369, 379)	(0, 34.8, 44.8)	(189.79, 189.79, 189.79)	(40.21, 144.41, 144.41)
10:15-10:30	(259, 274, 414)	(0, 0.91, 67.29)	(175.23, 175.23, 180.35)	(83.77, 97.86, 166.35)
10:30-10:45	(231, 401, 410)	(0, 42.04, 51.04)	(201.9, 201.9, 201.9)	(29.1, 157.06, 157.06)
10:45-11:00	(269, 281, 435)	(0, 0, 71.53)	(182.61, 182.61, 188.65)	(86.39, 98.39, 174.81)
11:00-11:15	(239, 405, 412)	(0, 43.23, 50.23)	(203.57, 203.57, 203.57)	(35.43, 158.2, 158.2)
11:15-11:30	(259, 281, 429)	(0, 4.31, 68.25)	(175.43, 175.43, 188.42)	(83.57, 101.26, 172.33)
11:30-11:45	(286, 375, 380)	(0, 37.71, 42.71)	(191.6, 191.6, 191.6)	(94.4, 145.69, 145.69)
11:45-12:00	(269, 280, 403)	(0, 4.08, 62.27)	(175.07, 175.07, 178.9)	(93.93, 100.85, 161.83)

Tablo 5.22'da sadece sıfırdan farklı bulanık akışa sahip güzergahlar verilmiştir. Orta ölçekli ulaşım ağına 06:00-12:00 saatleri arasındaki her bir zaman dilimi için SOBTA problemi çözüldüğünde tüm zaman dilimlerinde $k = 2$, $k = 3$, $k = 4$ ve $k = 6$ güzergahları üzerindeki bulanık akışlar (0,0,0) olarak elde edilmiştir. Buna göre, bu güzergahlarda dikkate alınan saatler arasında atama gerçekleşmemektedir, yani bu güzergahlar kullanılmamaktadır. Diğer taraftan, incelenen ağ üzerindeki mevcut yedi güzergahtan sadece birinin aktif olarak daima kullanıldığı, bu güzergahın $k = 5$ olduğu ve bu güzergah üzerindeki bulanık akışın tüm bileşenlerinin sıfırdan farklı olduğu görülmektedir.

Geriye kalan $k = 1$ ve $k = 7$ güzergahları ise her iki durumu da barındıracak şekilde bulanık akışlara sahiplerdir. Örneğin, Tablo 5.22'da 06:15-06:30 zaman aralığında $k = 1$ ve $k = 7$ güzergahları üzerindeki bulanık akışlar sırasıyla (0, 0, 0) ve (0, 0, 24) şeklindedir. Bu zaman diliminde $k = 1$ güzergahının kesinlikle kullanılmadığı; $k = 7$ güzergahı için kullanıma ve kullanılmama durumlarının oluştuğu ve $k =$

5 güzergahının kesinlikle kullanıldığı görülmektedir. 09:30-09:45 zaman aralığı göz önüne alındığında $k = 1$ ve $k = 7$ güzergahları üzerindeki bulanık akışların sırasıyla $(0, 34.18, 34.18)$ ve $(57.9, 133.72, 133.72)$ olduğu gözlemlenmiştir. Bu zaman aralığında, $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahları kullanılmakta; $k = 1$ güzergahı için ise kullanılma ve kullanılmama durumlarının olası olduğu görülmüştür.

Sıfırdan farklı bulanık akışlara sahip güzergahlar $k = 1$, $k = 5$ ve $k = 7$ olduğundan, sadece bu üç güzergahın bulanık optimal marjinal yolculuk süreleri ve bu bulanık marjinal yolculuk sürelerinin sıralama fonksiyonu kullanılarak elde edilen durulaştırılmış değerleri Tablo 5.23'da verilmiştir.

Şekil 5.9'deki ulaşım ağında güzergahlar uzunluklarına göre sıralanırsa en kısa güzergah $k = 5$, en uzun güzergah $k = 4$ olmak üzere $L_{k=7} < L_{k=6} < L_{k=3} < L_{k=1} < L_{k=2}$ şeklindedir. Tablo 5.22'da 06:00-07:00 ve 08:30-08:45 saatleri arasında sadece $k = 5$ güzergahı kullanılmaktadır. Bu yüzden, Tablo 5.22'da belirtilen saatler arasında $k = 5$ güzergahının durulaştırılmış marjinal yolculuk süresi, diğer güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk süresinden daha kısadır. Dolayısıyla bu güzergah, atama yapılırken ilk tercih edilen güzergahtır. Tablo 5.22'da belirtilen zaman aralıklarında $k = 7$ güzergahının bulanık akışının sol bileşeninin 0 olduğu görülmektedir. Buna göre, bu güzergah başlangıçta kullanılmamaktadır fakat akışın artmasıyla güzergah $k = 5$ güzergahıyla birlikte kullanılmıştır. Burada, $k = 7$ güzergahı için kullanılma ve kullanılmama durumları bir arada oluşmuştur. Benzer şekilde, Tablo 5.22'daki tüm zaman aralıklarında $k = 1$ güzergahı üzerindeki bulanık akışın daima sol bileşeninin ve hatta çoğunda da orta bileşeninin 0 olduğu görülmektedir. Buna göre, $k = 1$ güzergahı, $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarıyla karşılaştırıldığında kullanılmak için en son tercih edilen güzergah olarak değerlendirilebilir. Ayrıca, $k = 7$ güzergahında olduğu gibi, $k = 1$ güzergahı için de kullanılma ve kullanılmama durumları aynı anda oluşmuştur. Şekil 5.9 ile verilen ulaşım ağı üzerinde incelenen 06:00-12:00 saatleri arasında SOBTA probleminin çözümlerinden, ağa giren araçların öncelikle $k = 5$ güzergahına; ardından $k = 7$ güzergahına ve son olarak $k = 1$ güzergahına atandıkları belirlenmiştir. Buradan, $k = 5$ güzergahının daima kullanıldığı, $k = 1$ ve $k = 7$ güzergahlarının daima kullanılan güzergahlar olmayıp, ihtiyaç oluştuğunda kullanılmaya başlandığı söylenebilir.

Tablo 5.22'da 06:00-07:00 ve 08:30-08:45 saatleri dışında kalan zaman aralıklarında $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının bulanık optimal akışlarının tüm bileşenlerinin sıfırdan farklı olduğu görülmektedir ve buna göre $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahları daima kullanıldıklarından, bu güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk süreleri de birbirine eşit olarak bulunmaktadır. Diğer taraftan, $k = 1$ güzergahı da dahil

Tablo 5.23 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen bulanık optimal marjinal güzergah yolculuk süreleri

Zaman aralığı		$\tilde{c}_{mar,18}^1$	$\tilde{c}_{mar,18}^5$	$\tilde{c}_{mar,18}^7$
06:00-06:15		(20.13, 20.13, 22.01)	(13.27, 16.87, 23.85)	(16.04, 16.62, 22.01)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.6	17.72	17.82
06:15-06:30		(20.13, 20.33, 20.73)	(13.27, 15.55, 19.65)	(16.04, 16.19, 19.17)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.38	16.0	16.9
06:30-06:45		(20.13, 20.13, 20.62)	(13.27, 15.98, 21.26)	(16.04, 16.30, 20.62)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.26	16.62	17.32
06:45-07:00		(20.13, 20.53, 22.06)	(13.27, 16.64, 23.03)	(16.04, 17.13, 22.06)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.81	17.4	18.09
07:00-07:15		(20.13, 20.13, 21.62)	(13.27, 17.32, 25.14)	(16.04, 17.70, 21.62)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	20.51	18.26	18.26
07:15-07:30		(20.13, 20.53, 24.57)	(13.27, 17.79, 26.44)	(16.04, 17.34, 24.57)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.44	18.82	18.82
07:30-07:45		(20.13, 20.73, 25.27)	(13.27, 18.85, 28.84)	(16.04, 19.25, 25.27)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.72	19.95	19.95
07:45-08:00		(20.13, 20.73, 25.32)	(13.27, 18.90, 27.70)	(16.04, 18.71, 25.32)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.73	19.69	19.69
08:00-08:15		(20.13, 21.21, 24.79)	(13.27, 19.71, 30.55)	(16.04, 20.16, 26.89)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	21.84	20.81	20.81
08:15-08:30		(20.13, 20.94, 27.81)	(13.27, 19.33, 29.50)	(16.04, 18.80, 27.81)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.46	20.36	20.36
08:30-08:45		(20.13, 20.73, 27.15)	(13.27, 18.42, 27.62)	(16.04, 18.65, 27.15)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.19	19.43	20.12
08:45-09:00		(20.13, 20.94, 27.99)	(13.27, 19.17, 29.06)	(16.04, 18.32, 27.99)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.5	20.17	20.17
09:00-09:15		(20.13, 21.76, 26.29)	(13.27, 20.45, 31.68)	(16.04, 20.80, 28.21)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	22.49	21.46	21.46
09:15-09:30		(20.13, 21.15, 33.01)	(13.27, 21.56, 33.01)	(16.04, 20.17, 33.01)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	23.86	22.35	22.35
09:30-09:45		(20.13, 24.08, 29.28)	(13.27, 22.48, 35.25)	(16.04, 22.75, 31.94)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.39	23.37	23.37
09:45-10:00		(20.13, 21.37, 32.67)	(13.27, 21.27, 33.08)	(16.04, 20.09, 32.67)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	23.88	22.22	22.22
10:00-10:15		(20.13, 24.13, 31.15)	(13.27, 22.93, 36.32)	(16.04, 23.20, 33.01)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.88	23.86	23.86
10:15-10:30		(20.13, 21.66, 35.25)	(13.27, 23.05, 35.25)	(16.04, 21.66, 35.25)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.68	23.65	23.65
10:30-10:45		(20.13, 24.95, 32.60)	(13.27, 23.85, 37.57)	(16.04, 24.06, 34.39)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	25.66	24.64	24.64
10:45-11:00		(20.13, 21.81, 36.14)	(13.27, 22.95, 36.14)	(16.04, 21.56, 36.14)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.97	23.83	23.83
11:00-11:15		(20.13, 25.35, 32.85)	(13.27, 24.31, 37.69)	(16.04, 24.45, 34.64)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	25.92	24.9	24.9
11:15-11:30		(20.13, 22.40, 36.07)	(13.27, 23.79, 36.07)	(16.04, 22.40, 36.07)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	25.25	24.23	24.23
11:30-11:45		(20.13, 24.63, 31.17)	(13.27, 23.37, 36.46)	(16.04, 23.57, 33.28)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	25.14	24.12	24.12
11:45-12:00		(20.13, 22.39, 35.06)	(13.27, 23.77, 35.06)	(16.04, 22.39, 35.06)
	$R(\tilde{c}_{mar,18}^k)$	24.99	23.97	23.97

olmak üzere kullanılmayan diğer güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk süreleri, kullanılan $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahlarının durulaştırılmış marjinal yolculuk sürelerinden daha uzundur. Örneğin, Tablo 5.22’de, 07:15-07:30 zaman aralığında $k = 5$ ve $k = 7$ güzergahları daima kullanılmakta; $k = 1$ güzergahı ise her iki durumu içerdiğinden bu güzergahın durulaştırılmış marjinal yolculuk süresi, kullanılmayan güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk süresi gibi algılanarak daha uzun olduğu görülmüştür. Tablo 5.22’de 06:00-07:00 ve 08:30-08:45 saatleri arasında ise $k = 7$ güzergahı üzerindeki bulanık akışın sol bileşeninin 0 olması, $k = 1$ gibi bu güzergahı da kullanılamaz duruma getirmiş ve marjinal yolculuk süresini $k = 5$ güzergahına kıyasla daha uzun kılmıştır.

Tablo 5.24’de orta ölçekli ulaşım ağı üzerinde bulanık akışın sıfırdan farklı olduğu güzergahlar dikkate alınmış; bu güzergahların bulanık yolculuk süreleri ve bu sürelerin durulaştırılmış değerleri verilmiştir. Buna göre, en kısa $k = 5$ güzergahına atanan araçların yolculuk süresi, diğer güzergahlara atanan araçların yolculuk süresinden daha kısa olması beklenen bir durumdur. Benzer şekilde, $k = 7$ güzergahına atanan araçlar, $k = 1$ güzergahına atanan araçlardan daha kısa yolculuk süresine sahiptir. Burada, dikkat edilmesi gereken, aynı çıkış-varış nokta çifti üzerindeki farklı güzergahları kullanan araçların bulanık güzergah yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerlerinin birbirinden farklı olmasıdır. Buna göre sistem, bazı araçları daha uzun yolculuk süresine maruz bırakırken bazı araçlara daha kısa yolculuk süresi imkanı tanımaktadır; bu da SOTA probleminin barındırdığı özelliklerden biridir.

(5.9) eşitliğiyle verilen SOBTA probleminden elde edilen bulanık optimal çözümlerin gerçekliğe yakınlığını gösterebilmek üzere 4.Bölüm’de (4.18) ve (4.20) eşitlikleri ile verilen göreceli fark formülleri kullanılmıştır. Bulunan bulanık optimal çözümlerin bu formüllere uygulanabilmesi için elde edilen bulanık optimal çözümler sıralama fonksiyonu kullanılarak durulaştırılmıştır. Buna göre, (4.18) eşitliği ile verilen bağlantı tabanlı göreceli fark formülü yerine

$$RGAP_x = 1 - \frac{\sum_{(o,d) \in O \times D} \mathbf{R}(\tilde{F}_{od}) \mathbf{R}(\tilde{c}_{od}^{min})}{\sum_{(i,j) \in I} \mathbf{R}(\tilde{x}_{ij}) \mathbf{R}(\tilde{t}_{ij})} \quad (5.10)$$

ve (4.20) eşitliği ile verilen güzergah tabanlı göreceli fark formülü yerine

$$RGAP_f = \frac{\sum_{(o,d)} \sum_{k \in K_{od}} \mathbf{R}(\tilde{f}^k) \{ \mathbf{R}(\tilde{c}^k) - \mathbf{R}(\tilde{c}_{od}^{min}) \}}{\sum_{(o,d)} \sum_{k \in K_{od}} \mathbf{R}(\tilde{f}^k) \mathbf{R}(\tilde{c}_{od}^{min})} \quad (5.11)$$

kullanılacaktır. Şekil 5.9 ile verilen orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarındaki sonuçlardan elde edilen bulanık optimal çözümlerin (5.10) ve (5.11) eşitlikleri

kullanılarak hesaplanan göreceli fark değerleri Tablo 5.25’da verilmiştir.

Tablo 5.25’da 06:00-12:00 saatleri arası göz önüne alındığında, SOBTA probleminin bulanık optimal çözümlerinin durulaştırılmış değerleri kullanılarak hesaplanan göreceli fark değerlerinin 0.001 ile 0.01 arasında kaldığı görülmektedir. Bu durum, klasik SOTA probleminde olduğu gibi güzergahların sadece kullanılan ve kullanılmayan şeklinde ikili değişken yapısında temsil edilememesinden kaynaklanmaktadır. SOBTA probleminin bulanık optimal çözümünden elde edilen herhangi bir güzergah üzerindeki bulanık akışın sol bileşeninin (ve/veya orta bileşeninin de) 0 olması durumunda, bu güzergahın kullanılma ve kullanılmama durumları oluştuğundan, bu özellikteki güzergahların bulanık akışı durulaştırıldığında sıfırdan farklı bir kesin değer elde edilmekte ve bu da klasik anlamda bu güzergahın kullanıldığını göstermektedir. Oysa, bu güzergaha ait bulanık optimal marjinal yolculuk süresinin durulaştırılmış değeri, daima kullanılan (bulanık akışın tüm bileşenlerinin sıfırdan farklı olduğu) güzergahların durulaştırılmış marjinal yolculuk sürelerine eşit olmadığından, göreceli fark değerleri sıfır olamamakta ve 0.001 ile 0.01 aralıkta dalgalanmaktadır. Sonuçta, bulanık akış ve bulanık marjinal güzergah yolculuk sürelerinin durulaştırılmasıyla veri kaybı oluşsa da, hesaplanan göreceli fark değerinin yeterince küçük olması, SOBTA probleminin çözümünün kabul edilebilir olduğunu göstermektedir.

Tablo 5.24 Orta ölçekli ulaşım ağına ait zaman aralıklarına göre elde edilen üzerinde akış bulunan güzergahların bulanık yolculuk süreleri

Zaman aralığı		$\tilde{c}_{18}^1$	$\tilde{c}_{18}^5$	$\tilde{c}_{18}^7$
06:00-06:15		(20.13, 20.13, 21.17)	(13.27, 15.07, 18.62)	(16.04, 16.33, 19.1)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.39	15.52	16.96
06:15-06:30		(20.13, 20.33, 20.73)	(13.27, 14.47, 16.66)	(16.04, 16.19, 17.84)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.38	14.72	16.57
06:30-06:45		(20.13, 20.13, 20.48)	(13.27, 14.63, 17.33)	(16.04, 16.17, 18.41)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.22	14.97	16.7
06:45-07:00		(20.13, 20.53, 21.50)	(13.27, 15.09, 18.41)	(16.04, 16.74, 19.37)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.67	15.47	17.22
07:00-07:15		(20.13, 20.13, 20.97)	(13.27, 15.29, 19.27)	(16.04, 16.87, 18.91)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.34	15.78	17.17
07:15-07:30		(20.13, 20.53, 22.76)	(13.27, 15.66, 20.12)	(16.04, 16.85, 20.63)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	20.99	16.18	17.59
07:30-07:45		(20.13, 20.73, 23.32)	(13.27, 16.25, 21.46)	(16.04, 17.88, 21.15)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.23	16.81	18.24
07:45-08:00		(20.13, 20.73, 23.45)	(13.27, 16.28, 20.96)	(16.04, 17.61, 21.26)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.26	16.7	18.13
08:00-08:15		(20.13, 21.08, 23.30)	(13.27, 16.76, 22.46)	(16.04, 18.42, 22.13)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.4	17.31	18.75
08:15-08:30		(20.13, 20.94, 27.81)	(13.27, 16.57, 21.94)	(16.04, 17.74, 22.59)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.46	17.09	18.53
08:30-08:45		(20.13, 20.73, 24.26)	(13.27, 16.04, 20.85)	(16.04, 17.58, 22.08)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.46	16.55	18.32
08:45-09:00		(20.13, 20.94, 24.90)	(13.27, 16.49, 21.72)	(16.04, 17.50, 22.68)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.73	16.99	18.43
09:00-09:15		(20.13, 21.25, 23.94)	(13.27, 17.06, 22.95)	(16.04, 18.66, 22.71)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	21.64	17.59	19.02
09:15-09:30		(20.13, 21.15, 27.76)	(13.27, 17.75, 23.93)	(16.04, 18.51, 25.47)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.55	18.18	19.63
09:30-09:45		(20.13, 22.83, 26.27)	(13.27, 18.35, 25.29)	(16.04, 19.97, 25.23)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.02	18.89	20.3
09:45-10:00		(20.13, 21.37, 27.71)	(13.27, 17.67, 24.04)	(16.04, 18.55, 25.40)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	22.65	18.16	19.64
10:00-10:15		(20.13, 22.86, 27.21)	(13.27, 18.58, 25.82)	(16.04, 20.20, 25.77)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.27	19.06	20.55
10:15-10:30		(20.13, 21.62, 29.39)	(13.27, 18.64, 25.38)	(16.04, 19.43, 27.00)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.19	18.98	20.48
10:30-10:45		(20.13, 23.38, 28.20)	(13.27, 19.11, 26.63)	(16.04, 20.72, 26.67)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.77	19.53	21.04
10:45-11:00		(20.13, 21.81, 29.97)	(13.27, 18.66, 25.91)	(16.04, 19.47, 27.55)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.43	19.13	20.63
11:00-11:15		(20.13, 23.70, 28.60)	(13.27, 19.42, 26.87)	(16.04, 21.01, 27.02)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	24.03	19.75	21.27
11:15-11:30		(20.13, 22.22, 30.35)	(13.27, 19.16, 26.15)	(16.04, 19.98, 27.84)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.73	19.44	20.96
11:30-11:45		(20.13, 23.22, 27.48)	(13.27, 18.87, 26.07)	(16.04, 20.47, 26.12)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.51	19.27	20.78
11:45-12:00		(20.13, 22.21, 29.85)	(13.27, 19.15, 25.65)	(16.04, 19.97, 27.34)
	$R(\tilde{c}_{18}^k)$	23.6	19.31	20.83

Tablo 5.25 Orta ölçekli ulaşım ağı üzerinde ele alınan SOBTA probleminin bağlantı ve güzergah tabanlı göreceli fark değerleri

Zaman aralığı	$RGAP_x$	$RGAP_f$
06:00-06:15	0.004365	0.004384
06:15-06:30	0.006239	0.006278
06:30-06:45	0.008456	0.008528
06:45-07:00	0.012139	0.012288
07:00-07:15	0.001537	0.001540
07:15-07:30	0.004592	0.004613
07:30-07:45	0.002412	0.002418
07:45-08:00	0.002924	0.002933
08:00-08:15	0.001361	0.001362
08:15-08:30	0.004298	0.004316
08:30-08:45	0.017045	0.017341
08:45-09:00	0.005029	0.005054
09:00-09:15	0.002585	0.002592
09:15-09:30	0.003787	0.003802
09:30-09:45	0.003492	0.003505
09:45-10:00	0.003891	0.003906
10:00-10:15	0.003632	0.003645
10:15-10:30	0.002445	0.002451
10:30-10:45	0.003877	0.003892
10:45-11:00	0.002718	0.002726
11:00-11:15	0.003834	0.003848
11:15-11:30	0.002593	0.002599
11:30-11:45	0.003530	0.003543
11:45-12:00	0.002437	0.002443

6 Sonuç ve Öneriler

Ulaştırma sistemleri, gerek topluma hizmet eden sosyal yapısıyla gerekse de bir ülkenin kalkınmasında ekonomik bir role sahip olmasıyla yaşamda oldukça önemli bir yere sahiptir. Toplumsal açıdan incelendiğinde, günümüz koşullarında özellikle büyük şehirlerde artış gösteren araç sayısı, beraberinde tıkanıklık, gecikme gibi sorunların ortaya çıkmasına sebep olmaktadır. Benzer şekilde, gittikçe artan araç sayısından etkilenecek meydana gelen zaman ve maliyet kayıpları, kullanıcıları ekonomik açıdan da zarara uğratmaktadır. Oluşan bu ulaşım problemlerini çözerek toplumsal faydayı en üst seviyeye çıkarmayı isteyen yöneticiler, belirli bir ulaşım ağı üzerindeki sistemin toplam yolculuk süresini veya maliyetini minimize etmeyi amaçlamaktadırlar. Bu nedenle bu tezde, bir ulaşım ağı üzerinde çıkış-varış nokta çiftleri arasındaki toplam sistem yolculuk süresini minimize ederek toplumsal fayda sağlamayı amaçlayan SOTA problemine odaklanılmıştır. SOTA problemi, akış korunumu ve negatif olmama lineer kısıtlarına ve ulaşım ağı üzerindeki her bir bağlantı akışı ile o bağlantının yolculuk süresi fonksiyonunun çarpımlarının toplamlarından oluşan lineer olmayan bir amaç fonksiyonuna sahiptir. Bu problemin modellenmesinde yer alan yolculuk süresi fonksiyonlarının tanımlanmasında kullanılan temel parametreler bağlantı uzunluğu, bağlantıdaki şerit sayısı, araç ortalama hızı ve araç uzunluğudur. Bu parametreler aracılığıyla hesaplanan diğer parametreler ise boşluk mesafesi, takip mesafesi, bağlantı kapasitesi ve serbest yolculuk süresidir.

Bir gerçek hayat problemi olan trafik atama probleminde, ulaşım ağı üzerindeki bağlantıların uzunluklarını ve şerit sayılarını kesin birer sayı şeklinde ifade etmek kabul edilebilir iken bu ağı kullanan araçların uzunluklarını ve ortalama hızlarını kesin şekilde ifade etmek mümkün değildir. Benzer şekilde, TA probleminde, herhangi bir anda bir bağlantıdan geçen araç sayısını yine kesin bir sayı ile ifade etmek gerçekçi olmayacaktır. Klasik matematiksel yöntemlerle gerçek hayat problemlerini modellemek, veri setinin kesin değerlerle ifade edilmesini gerektirmektedir ve bu ise problemi yansıtmaması açısından gerçekçi değildir. Bu durumun üstesinden gelebilmek, gerçek hayat problemlerini daha geniş ve daha genel açıdan yorumlayabilmek

üzere literatürde aralık aritmetiği, bulanık sayılar, gri sayılar, stokastik vb. yapılar kullanılmaktadır. Bu tezde, niteliksel bir tanımlama ile belirsizliği modellemek üzere bulanık matematik kullanılmış ve bu belirsizlik modellenerek bir çözüm oluşturulmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla, tüm parametreler ve değişkenler bulanık yapıda ele alınmış, belirsiz veri seti içeren SOTA problemi daha iyi modellenerek SOBTa problemi oluşturulmuş ve böylece problemin gerçek hayatı daha iyi temsil etmesi sağlanmıştır.

Bu tezde, geçmiş veri setine dayanarak belli zaman aralıklarında ulaşım ağı üzerindeki bir bağlantıdan geçen araç sayısını ifade etmek üzere veri setinin ortalaması dikkate alınarak bir bulanık veri seti oluşturulmuştur. Burada, geçmiş veri setinin bulanık yapıda ifade edilmesiyle problemin çözümünün olası tüm durumları ortaya konulmuştur. Bu bulanık modelde ortalama hız, araç uzunluğu ve toplam araç sayısı üçgensel bulanık sayılar olarak alınmıştır.

Bu tezde, 'oluşturulan bulanık serbest ortalama hızın sol bileşeni ile bulanık minimum ortalama hızın sağ bileşeninin eşit alınması' şeklinde bir kabul yapılmıştır. Bu kabulün yapılmasının sebeplerinden biri, oluşturulan bu bulanık ortalama hızların arasında bir hız veri kaybının yaşanmasını önlemektir. Örneğin, bulanık minimum ortalama hız (30, 40, 50) iken bulanık serbest ortalama hızın (80, 90, 100) şeklinde alındığı kabul edilirse, belirlenen bu iki bulanık hızın (50,80) açık aralığında kalan hız değerleri ile ilgili bir hesaplama ve bu hız değerleri hakkında bir yorum yapılamayacaktır. Diğer taraftan bu kabul, bulanık aritmetiğe göre iki eşit bulanık sayının farkının sıfır olmamasına dayanmaktadır. Burada, bulanık serbest ortalama hız ve bulanık minimum ortalama hız kullanılarak sırasıyla bulanık serbest bağlantı yolculuk süresi ve bulanık bağlantı kapasite yolculuk süresi hesaplanmıştır. Ayrıca, bu bulanık yolculuk süreleri arasındaki fark, her bir bulanık lineer bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun tanımlanmasında kullanılmıştır. Böylece, oluşturulan her bir bulanık lineer bağlantı yolculuk süresi fonksiyonunun bulanık katsayısının negatif veya karma yapıya çıkması önlenmiş ve sonuçta bu bulanık katsayının sol bileşeni daima sıfır elde edilmiştir. Dolayısıyla, bu bulanık bağlantı yolculuk süresi fonksiyonları kullanılarak modellenen SOBTa probleminin çözümünde, bulanık optimal bağlantı yolculuk sürelerinin sol bileşenleri, daima bulanık serbest bağlantı yolculuk süresinin sol bileşenine eşit bulunmuştur. Bulanık optimal güzergah yolculuk süreleri ise ilgili bağlantıların bulanık optimal bağlantı yolculuk sürelerinin toplamından oluştuğundan, bu bulanık güzergah yolculuk sürelerinin sol bileşenleri, serbest güzergah yolculuk süresine eşit olmuştur. Lineer olmayan amaç fonksiyonuna sahip SOBTa problemi, tüm parametrelerin bulanık olması yönüyle tam bulanık bir programlama problemi yapısında oluşturulmuştur. Oluşan bu problem, bulanık eşitlik tanımına ve sıralama fonksiyonuna dayanan bir yaklaşım kullanılarak çözülmüş ve önerilen bu yaklaşım, küçük ve orta ölçekli ulaşım ağları üzerinde uygulanmıştır.

Elde edilen bulanık optimal bulanık akışlara bakıldığında üçgensel bulanık sayının sol ve sağ bileşenleri, sırasıyla, bağlantıdan geçebilecek minimum ve maksimum araç sayısına; orta bileşeni ise ortalama ya da beklenen araç sayısına karşılık gelmektedir. Benzer şekilde, bulanık optimal yolculuk süreleri incelendiğinde, üçgensel bulanık sayının sol bileşeni, minimum yolculuk süresi; orta bileşeni ortalama ya da beklenen yolculuk süresi; sağ bileşeni ise bağlantıyı geçebilmek üzere gereken maksimum yolculuk süresi olarak yorumlanabilir. Dolayısıyla, bulanık veri seti oluşturma sonucu elde edilen üçgensel bulanık sayılar, birçok durumu içinde barındıran genel yapılı çözümler, bir başka deyişle koşullu çözümler elde edilmesini sağlamıştır.

SOTA probleminde esas, üzerinde akış olan güzergahların kullanıldığını ve bu kullanılan güzergahların marjinal yolculuk sürelerinin birbirlerine eşit olması ve kullanılmayan güzergahların marjinal yolculuk sürelerinin ise kullanılanlarınkinden daha kısa olamayacağıdır. Buna göre, SOTA probleminde bir güzergahın kullanılıp kullanılmaması ikili değer (1/0) şeklinde ifade edilebilmektedir: ya kullanılmaktadır ya da kullanılmamaktadır. Eğer güzergah kullanılıyorsa akış sıfırdan farklıdır, kullanılmıyorsa akış sıfırdır. Ancak SOBTA probleminde bu durum klasik durumdan biraz farklıdır. SOBTA probleminin çözümünde üç çeşit bulanık akış elde edilmektedir. Bunlardan biri, bulanık akışın tüm bileşenlerinin sıfırdan farklı olması durumudur. Böyle bir durumda bu tür bulanık akışın bulunduğu bir güzergahın kesinlikle kullanıldığı söylenebilirken bu tür bulanık akışa sahip güzergahların bulanık marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerleri de birbirine eşittir. Bir diğer durum, bulanık akışın tüm bileşenlerinin sıfır olmasıdır. Buna göre, bu tür bulanık akışın bulunduğu bir güzergahın kesinlikle kullanılmadığı söylenebilir. Dolayısıyla, bulanık akışın sıfır olduğu güzergahların bulanık marjinal yolculuk sürelerinin durulaştırılmış değerleri, kullanılan güzergahlarınkinden daha büyük elde edilmektedir. Son durum ise bulanık akışın sadece sol bileşenin veya sol ve orta bileşenlerinin sıfır olmasıdır. Bu tür bulanık akışa sahip güzergahların kesinlikle kullanılıp kullanılmadığı şeklinde bir yorum yapılamamaktadır çünkü her iki durumu da içerisinde barındırmaktadır. Bu tür bulanık akışa sahip güzergahlar, sadece kullanıldığı durumu değil kullanılmadığı durumu da içerdiğinden, her iki durumda dengelenmek zorunda kaldığı için bulanık marjinal yolculuk süresi, kullanılan güzergahlarınkilerle eşitlenmek durumunda kalınmaktadır. Dolayısıyla, her iki durumu da barındıran bu tür bulanık akışların bulunduğu güzergahların marjinal yolculuk süreleri, kullanılmayan güzergahlarınkine gibi olacaktır.

“Sistem Optimal Bulanık Trafik Atama Probleminin Optimizasyonu” adlı tezimizde TA problemlerine ve bulanık matematiğe ait temel formasyon sunulduktan sonra SOTA problemine bulanık yaklaşım uygulanarak SOBTA problemi oluşturulmuş ve tüm parametrelerin ve değişkenlerin bulanık alındığı SOBTA problemini çözmek üzere

bulanık yaklaşım önerilmiştir. Tezden üretilen yayın hariç, ilgili literatürde SOTA problemini bulanık parametreler kullanarak matematiksel programlama problemi olarak çözen hiçbir yaklaşım bulunmamaktadır.



- [1] M. Beckmann, C. B. McGuire, and C. B. Winsten, *Studies in the Economics of Transportation*. 1956.
- [2] Y. Sheffi, *Urban transportation networks*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
- [3] L. J. LeBlanc, E. K. Morlok, and W. P. Pierskalla, "An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem," *Transportation research*, vol. 9, no. 5, pp. 309–318, 1975.
- [4] L. J. LeBlanc, "The use of large scale mathematical programming models in transportation systems," *Transportation Research*, vol. 10, no. 6, pp. 419–421, 1976.
- [5] C. F. Daganzo, "On the traffic assignment problem with flow dependent costs—I," *Transportation Research*, vol. 11, no. 6, pp. 433–437, 1977.
- [6] —, "On the traffic assignment problem with flow dependent costs—II," *Transportation Research*, vol. 11, no. 6, pp. 439–441, 1977.
- [7] C. Fisk, "Link travel time functions for traffic assignment," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 25, no. 2-3, pp. 103–113, 1991.
- [8] C. F. Daganzo, "Properties of link travel time functions under dynamic loads," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 29, no. 2, pp. 95–98, 1995.
- [9] P. Kachroo and S. Sastry, "Traffic assignment using a density-based travel-time function for intelligent transportation systems," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 17, no. 5, pp. 1438–1447, 2016.
- [10] O. Jahn, R. H. Möhring, A. S. Schulz, and N. E. Stier-Moses, "System-optimal routing of traffic flows with user constraints in networks with congestion," *Operations research*, vol. 53, no. 4, pp. 600–616, 2005.
- [11] P. Ferrari, "Capacity constraints in urban transport networks," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 31, no. 4, pp. 291–301, 1997.
- [12] H. K. Lo and A. Chen, "Reformulating the traffic equilibrium problem via a smooth gap function," *mathematical and computer modelling*, vol. 31, no. 2-3, pp. 179–195, 2000.
- [13] M. Carey and Y. Ge, "Comparing whole-link travel time models," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 37, no. 10, pp. 905–926, 2003.
- [14] X. He, X. Guo, and H. X. Liu, "A link-based day-to-day traffic assignment model," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 44, no. 4, pp. 597–608, 2010.

- [15] Y. M. Nie, "A class of bush-based algorithms for the traffic assignment problem," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 44, no. 1, pp. 73–89, 2010.
- [16] S.-i. Inoue and T. Maruyama, "Computational experience on advanced algorithms for user equilibrium traffic assignment problem and its convergence error," *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 43, pp. 445–456, 2012.
- [17] O. Perederieieva, M. Ehrgott, J. Y. Wang, and A. Raith, "A computational study of traffic assignment algorithms," in *Australasian Transport Research Forum, Brisbane, Australia*, 2013, pp. 1–18.
- [18] F. van Wageningen-Kessels and R. E. Wilson, "Lane distribution estimation for heterogeneous traffic flows," *Transportation Research Procedia*, vol. 10, pp. 13–20, 2015.
- [19] A. Galligari and M. Sciandrone, "A convergent and fast path equilibration algorithm for the traffic assignment problem," *Optimization Methods and Software*, vol. 33, no. 2, pp. 354–371, 2018.
- [20] M. C. Bliemer and M. P. Raadsen, "Static traffic assignment with residual queues and spillback," in *17th Swiss Transport Research Conference*, Monte Verita, Ascona, May 2017.
- [21] D. K. Merchant and G. L. Nemhauser, "A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems," *Transportation science*, vol. 12, no. 3, pp. 183–199, 1978.
- [22] —, "Optimality conditions for a dynamic traffic assignment model," *Transportation Science*, vol. 12, no. 3, pp. 200–207, 1978.
- [23] M. Carey, "Optimal time-varying flows on congested networks," *Operations research*, vol. 35, no. 1, pp. 58–69, 1987.
- [24] T. L. Friesz, J. Luque, R. L. Tobin, and B.-W. Wie, "Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem," *Operations Research*, vol. 37, no. 6, pp. 893–901, 1989.
- [25] M. Ghali and M. Smith, "A model for the dynamic system optimum traffic assignment problem," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 29, no. 3, pp. 155–170, 1995.
- [26] A. K. Ziliaskopoulos, "A linear programming model for the single destination system optimum dynamic traffic assignment problem," *Transportation science*, vol. 34, no. 1, pp. 37–49, 2000.
- [27] Y. Li, S. T. Waller, and T. Ziliaskopoulos, "A decomposition scheme for system optimal dynamic traffic assignment models," *Networks and Spatial Economics*, vol. 3, no. 4, pp. 441–455, 2003.
- [28] A. S. Schulz and N. E. Stier-Moses, "Efficiency and fairness of system-optimal routing with user constraints," *Networks: An International Journal*, vol. 48, no. 4, pp. 223–234, 2006.
- [29] J. C. Munoz and J. A. Laval, "System optimum dynamic traffic assignment graphical solution method for a congested freeway and one destination," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 40, no. 1, pp. 1–15, 2006.

- [30] A. H. Chow, "Trip assignment—a literature review," *California PATH, UC Berkeley*. http://path.berkeley.edu/topl/reports/071101_AndyChow_DTARReview.pdf. Accessed June, vol. 29, 2007.
- [31] W. Shen and H. Zhang, "What do different traffic flow models mean for system-optimal dynamic traffic assignment in a many-to-one network?" *Transportation Research Record*, vol. 2088, no. 1, pp. 157–166, 2008.
- [32] A. H. Chow, "Properties of system optimal traffic assignment with departure time choice and its solution method," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 43, no. 3, pp. 325–344, 2009.
- [33] H. Zheng and Y.-C. Chiu, "A network flow algorithm for the cell-based single-destination system optimal dynamic traffic assignment problem," *Transportation Science*, vol. 45, no. 1, pp. 121–137, 2011.
- [34] Z. S. Qian, W. Shen, and H. Zhang, "System-optimal dynamic traffic assignment with and without queue spillback: Its path-based formulation and solution via approximate path marginal cost," *Transportation research part B: methodological*, vol. 46, no. 7, pp. 874–893, 2012.
- [35] R. Ma, X. J. Ban, and J.-S. Pang, "Continuous-time dynamic system optimum for single-destination traffic networks with queue spillbacks," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 68, pp. 98–122, 2014.
- [36] H. Tajtehranifard, A. Bhaskar, N. Nassir, M. M. Haque, and E. Chung, "A path marginal cost approximation algorithm for system optimal quasi-dynamic traffic assignment," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 88, pp. 91–106, 2018.
- [37] J. Long and W. Y. Szeto, "Link-based system optimum dynamic traffic assignment problems in general networks," *Operations Research*, vol. 67, no. 1, pp. 167–182, 2019.
- [38] D. Teodorovic and S. Kikuchi, "Transportation route choice model using fuzzy inference technique," in *[1990] Proceedings. First International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis*, IEEE, 1990, pp. 140–145.
- [39] D. Teodorović, "Fuzzy sets theory applications in traffic and transportation," *European Journal of Operational Research*, vol. 74, no. 3, pp. 379–390, 1994.
- [40] H.-L. Liao and H.-F. Wang, "Fuzzy resolution on the infeasibility of user equilibrium in traffic assignment problem," in *Soft Computing in Intelligent Systems and Information Processing. Proceedings of the 1996 Asian Fuzzy Systems Symposium*, IEEE, 1996, pp. 103–108.
- [41] M.-S. Chang and H.-K. Chen, "A study on fuzzy algorithm of traffic assignment model," *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, vol. 20, no. 2, pp. 139–150, 1997.
- [42] H.-F. Wang and H.-L. Liao, "User equilibrium in traffic assignment problem with fuzzy n-a incidence matrix," *Fuzzy sets and systems*, vol. 107, no. 3, pp. 245–253, 1999.
- [43] T. Akiyama, "Fuzzy user equilibrium flow with information provision," in *Proceedings of the International Conference on Modeling and Management in Transportation*, vol. 1, 1999, pp. 263–268.

- [44] —, “Extended traffic assignment models with fuzzy travel time description,” in *Proceeding of the 4th Asian Fuzzy System Symposium*, vol. 1, 2000, pp. 487–592.
- [45] H. X. Liu, X. Ban, B. Ran, and P. Mirchandani, “Formulation and solution algorithm for fuzzy dynamic traffic assignment model,” *Transportation Research Record*, vol. 1854, no. 1, pp. 114–123, 2003.
- [46] M.-S. Chang and H.-K. Chen, “A fuzzy user-optimal route choice problem using a link-based fuzzy variational inequality formulation,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 114, no. 2, pp. 339–345, 2000.
- [47] V. Henn, “Fuzzy route choice model for traffic assignment,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 116, no. 1, pp. 77–101, 2000.
- [48] D. Dubois and H. Prade, “Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory,” *Information sciences*, vol. 30, no. 3, pp. 183–224, 1983.
- [49] S. Okada and T. Soper, “A shortest path problem on a network with fuzzy arc lengths,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 109, no. 1, pp. 129–140, 2000.
- [50] Y.-W. Chen and G.-H. Tzeng, “Using fuzzy integral for evaluating subjectively perceived travel costs in a traffic assignment model,” *European journal of operational research*, vol. 130, no. 3, pp. 653–664, 2001.
- [51] M. Binetti and M. De Mitri, “Traffic assignment model with fuzzy travel cost,” in *Proceedings of the 13th Mini-EURO Conference on Uncertainty in Transportation, Bari, Italy*, 2002, pp. 805–812.
- [52] M. Ridwan, “Fuzzy preference based traffic assignment problem,” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 12, no. 3-4, pp. 209–233, 2004.
- [53] R. Didik, “The application of fuzzy logic to traffic assignment in developing countries,” PhD thesis, Imperial College London (University of London), 2007.
- [54] Y. S. Murat and N. Uludag, “Route choice modelling in urban transportation networks using fuzzy logic and logistic regression methods,” 2008.
- [55] M. Ghatee and S. M. Hashemi, “Traffic assignment model with fuzzy level of travel demand: An efficient algorithm based on quasi-logit formulas,” *European Journal of Operational Research*, vol. 194, no. 2, pp. 432–451, 2009.
- [56] H. Ramazani, Y. Shafahi, and S. Seyedabrishami, “A fuzzy traffic assignment algorithm based on driver perceived travel time of network links,” *Scientia Iranica*, vol. 18, no. 2, pp. 190–197, 2011.
- [57] M. Miralinaghi, Y. Shafahi, and R. S. Anbarani, “A fuzzy network assignment model based on user equilibrium condition,” *Scientia Iranica. Transaction A, Civil Engineering*, vol. 22, no. 6, p. 2012, 2015.
- [58] F. van Wageningen-Kessels, H. Van Lint, K. Vuik, and S. Hoogendoorn, “Genealogy of traffic flow models,” *EURO Journal on Transportation and Logistics*, vol. 4, no. 4, pp. 445–473, 2015.
- [59] I. Sahin, *0426401-trafik akım kuramı*, Ders Notu, 2012.
- [60] Z. Lu, Q. Meng, and G. Gomes, “Estimating link travel time functions for heterogeneous traffic flows on freeways,” *Journal of Advanced Transportation*, vol. 50, no. 8, pp. 1683–1698, 2016.

- [61] P. Marcotte and L. Wynter, "A new look at the multiclass network equilibrium problem," *Transportation Science*, vol. 38, no. 3, pp. 282–292, 2004.
- [62] D.-H. Lee, Y. Nie, A. Chen, and Y. C. Leow, "Link-and path-based traffic assignment algorithms: Computational and statistical study," *Transportation Research Record*, vol. 1783, no. 1, pp. 80–88, 2002.
- [63] A. Chen, D.-H. Lee, and R. Jayakrishnan, "Computational study of state-of-the-art path-based traffic assignment algorithms," *Mathematics and computers in simulation*, vol. 59, no. 6, pp. 509–518, 2002.
- [64] W. Brilon and J. Lohoff, "Speed-flow models for freeways," *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 16, pp. 26–36, 2011.
- [65] S. Maerivoet and B. De Moor, "Traffic flow theory," *arXiv preprint physics/0507126*, 2005.
- [66] Q.-p. Wang, Y.-f. Du, and J.-p. Wu, "Study on traffic impedance based on grey theory," in *ICCTP 2009: Critical Issues In Transportation Systems Planning, Development, and Management*, 2009, pp. 1–7.
- [67] G. Aksoy and H. B. Celikoglu, "Modeling and distribution of link travel times: An analysis on istanbul freeways," *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 54, pp. 117–128, 2012.
- [68] D. Branston, "Link capacity functions: A review," *Transportation Research*, vol. 10, no. 4, pp. 223–236, 1976.
- [69] A.-S. A. Al-Sobky and R. M. Mousa, "Traffic density determination and its applications using smartphone," *Alexandria Engineering Journal*, vol. 55, no. 1, pp. 513–523, 2016.
- [70] B. Coifman, "Estimating travel times and vehicle trajectories on freeways using dual loop detectors," *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, vol. 36, no. 4, pp. 351–364, 2002.
- [71] J. Fazio, B. N. Wiesner, and M. D. Deardoff, "Estimation of free-flow speed," *KSCE Journal of Civil Engineering*, vol. 18, no. 2, pp. 646–650, 2014.
- [72] Y. Li and M. McDonald, "Link travel time estimation using single gps equipped probe vehicle," in *Proceedings. The IEEE 5th International Conference on Intelligent Transportation Systems*, IEEE, 2002, pp. 932–937.
- [73] Ş. H. Tercan, "Karma trafik akım hızının modellenmesi: Konya örneği," PhD thesis, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2003.
- [74] H. Spiess, "Technical note—conical volume-delay functions. transportation science," 1990.
- [75] E. T. Mtoi and R. Moses, "Calibration and evaluation of link congestion functions," *Journal of Transportation Technologies*, vol. 4, no. 2, 2014.
- [76] P. Kachroo and N. Shlayan, "Dynamic traffic assignment: A survey of mathematical models and techniques," in *Advances in Dynamic Network Modeling in Complex Transportation Systems*, Springer, 2013, pp. 1–25.
- [77] H. Yang and H.-J. Huang, "Principle of marginal-cost pricing: How does it work in a general road network?" *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, vol. 32, no. 1, pp. 45–54, 1998.

- [78] L. J. LeBlanc and K. Farhangian, "Efficient algorithms for solving elastic demand traffic assignment problems and mode split-assignment problems," *Transportation Science*, vol. 15, no. 4, pp. 306–317, 1981.
- [79] M. Fukushima, "A modified frank-wolfe algorithm for solving the traffic assignment problem," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 18, no. 2, pp. 169–177, 1984.
- [80] A. Weintraub, C. Ortiz, and J. González, "Accelerating convergence of the frank-wolfe algorithm," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 19, no. 2, pp. 113–122, 1985.
- [81] H. Bar-Gera, "Origin-based algorithm for the traffic assignment problem," *Transportation Science*, vol. 36, no. 4, pp. 398–417, 2002.
- [82] S. Arrache and R. Ouafi, "Accelerating convergence of the frank-wolfe algorithm for solving the traffic assignment problem," *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, vol. 8, pp. 181–186, 2008.
- [83] H. B. Celikoglu, "Ağ akım yayılımının analizi: Model geliştirme ve kalibrasyonda benzetim modelleri uygulaması," İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Uluslararası Proje, İstanbul, Tech. Rep. 111M415.
- [84] I. V. Konnov and E. Laitinen, *Theory and applications of variational inequalities*. University of Oulu, Department of Mathematical Sciences, 2002.
- [85] S. Dafermos, "Traffic equilibrium and variational inequalities," *Transportation science*, vol. 14, no. 1, pp. 42–54, 1980.
- [86] S. Nguyen and C. Dupuis, "An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs," *Transportation Science*, vol. 18, no. 2, pp. 185–202, 1984.
- [87] P. Marcotte, "A new algorithm for solving variational inequalities with application to the traffic assignment problem," *Mathematical Programming*, vol. 33, no. 3, pp. 339–351, 1985.
- [88] D. Van Vliet, "The frank-wolfe algorithm for equilibrium traffic assignment viewed as a variational inequality," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 21, no. 1, pp. 87–89, 1987.
- [89] A. Nagurney, *Network Economics: A Variational Inequality Approach*, 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [90] J. De Cea and E. Fernández, "Transit assignment for congested public transport systems: An equilibrium model," *Transportation science*, vol. 27, no. 2, pp. 133–147, 1993.
- [91] T. L. Friesz, D. Bernstein, T. E. Smith, R. L. Tobin, and B.-W. Wie, "A variational inequality formulation of the dynamic network user equilibrium problem," *Operations research*, vol. 41, no. 1, pp. 179–191, 1993.
- [92] J. H. Wu, M. Florian, and P. Marcotte, "Transit equilibrium assignment: A model and solution algorithms," *Transportation Science*, vol. 28, no. 3, pp. 193–203, 1994.

- [93] S. Nguyen, S. Pallottino, and F. Malucelli, "A modeling framework for passenger assignment on a transport network with timetables," *Transportation Science*, vol. 35, no. 3, pp. 238–249, 2001.
- [94] S.-s. Chang and Y.-G. Zhu, "On variational inequalities for fuzzy mappings," *Fuzzy sets and Systems*, vol. 32, no. 3, pp. 359–367, 1989.
- [95] M. A. Noor, "Variational inequalities for fuzzy mappings (i)," *Fuzzy sets and systems*, vol. 55, no. 3, pp. 309–312, 1993.
- [96] H. Ceylan, "Şehiriçi ulaşım ağlarının armoni araştırması optimizasyon tekniği ile tasarımı," PhD thesis, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2009.
- [97] Z. Zhao, "The ϵ -equilibrium in transportation networks," *Fuzzy sets and systems*, vol. 68, no. 2, pp. 195–202, 1994.
- [98] O. Cengiz, *Oyun teorisi ile ulaşım ağ tasarımı*, Denizli, 2005.
- [99] L. Huapu, Y. Xinxin, L. Yue, Z. Jianan, and C. Nan, "Combined traffic assignment model with game theory," in *2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, IEEE, vol. 1, 2010, pp. 978–981.
- [100] C. Wang and Y.-q. Tang, "The discussion of system optimism and user equilibrium in traffic assignment with the perspective of game theory," *Transportation research procedia*, vol. 25, pp. 2970–2979, 2017.
- [101] B. Kosko and M. Toms, *Fuzzy thinking: The new science of fuzzy logic*. Hyperion New York, 1993.
- [102] I. H. Armutlulu, *Belirsizlik ve Fazi Aritmetiği Sosyal Bilimler Dili*. Alfa, 2014.
- [103] M. Sakawa, *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [104] H.-J. Zimmermann, *Fuzzy set theory—and its applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1993.
- [105] S. Chakraverty, D. M. Sahoo, and N. R. Mahato, "Fuzzy functions," in *Concepts of Soft Computing*, Springer, 2019, ch. 5, pp. 95–104.
- [106] K. H. Lee, "Fuzzy function," in *First course on fuzzy theory and applications*, vol. 27, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005, ch. 6, pp. 153–170.
- [107] T. Paksoy, N. Yapıcı Pehlivan, and E. Özceylan, *Bulanık Küme Teorisi Bulanık Matematiksel Programlamaya Giriş*. Nobel Akademik Yayıncılık, 2013.
- [108] A. Kumar and J. Kaur, "Fuzzy optimal solution of fully fuzzy linear programming problems using ranking function," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 337–344, 2014.
- [109] J. J. Buckley and T. Feuring, "Evolutionary algorithm solution to fuzzy problems: Fuzzy linear programming," *Fuzzy sets and systems*, vol. 109, no. 1, pp. 35–53, 2000.
- [110] S. M. Hashemi, M. Modarres, E. Nasrabadi, and M. M. Nasrabadi, "Fully fuzzified linear programming, solution and duality," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 253–261, 2006.

- [111] T. Allahviranloo, F. H. Lotfi, M. K. Kiasary, N. Kiani, and L. Alizadeh, "Solving fully fuzzy linear programming problem by the ranking function," *Applied mathematical sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 19–32, 2008.
- [112] F. H. Lotfi, T. Allahviranloo, M. A. Jondabeh, and L. Alizadeh, "Solving a full fuzzy linear programming using lexicography method and fuzzy approximate solution," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 33, no. 7, pp. 3151–3156, 2009.
- [113] A. Kumar, J. Kaur, and P. Singh, "A new method for solving fully fuzzy linear programming problems," *Applied mathematical modelling*, vol. 35, no. 2, pp. 817–823, 2011.
- [114] A. Kumar and P. Singh, "A new method for solving fully fuzzy linear programming problems," *Annals of fuzzy mathematics and Informatics*, vol. 3, no. 1, pp. 103–118, 2012.
- [115] T. Beaula and S. Rajalakshmi, "A new method to solve fuzzy linear programming problems using duality," *International Journal of Applied Mathematics*, vol. 28, no. 1, pp. 1145–1150, 2013.
- [116] H. Cheng, W. Huang, and J. Cai, "Solving a fully fuzzy linear programming problem through compromise programming," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2013, 2013.
- [117] S. H. Nasser, F. Khalili, N. Taghi-Nezhad, and S. Mortezaei, "A novel approach for solving fully fuzzy linear programming problems using membership function concepts," *Ann. Fuzzy Math. Inform.*, vol. 7, no. 3, pp. 355–368, 2014.
- [118] R. Ezzati, E. Khorram, and R. Enayati, "A new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the molp problem," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, no. 12, pp. 3183–3193, 2015.
- [119] B. Bhardwaj and A. Kumar, "A note on "a new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the molp problem"," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, no. 19, pp. 5982–5985, 2015.
- [120] U. Sharma, "A new method for solving fully fuzzy linear programming problem," *International Journal of Science and Research*, vol. 4, no. 7, 2015.
- [121] H. S. Najafi, S. Edalatpanah, and H. Dutta, "A nonlinear model for fully fuzzy linear programming with fully unrestricted variables and parameters," *Alexandria Engineering Journal*, vol. 55, no. 3, pp. 2589–2595, 2016.
- [122] B. A. Ozkok, I. Albayrak, H. G. Kocken, and M. Ahlatcioglu, "An approach for finding fuzzy optimal and approximate fuzzy optimal solution of fully fuzzy linear programming problems with mixed constraints," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 623–632, 2016.
- [123] S. Das, "Modified method for solving fully fuzzy linear programming problem with triangular fuzzy numbers," *International Journal of Research in Industrial Engineering*, vol. 6, no. 4, pp. 293–311, 2017.
- [124] B. Kheirfam, "A method for solving fully fuzzy quadratic programming problems," *Acta Universitatis Apulensis*, vol. 27, pp. 69–76, 2011.

- [125] S. K. Behera and J. R. Nayak, "Optimal solution of fuzzy nonlinear programming problems with linear constraints," *International Journal of Advances in Science and Technology*, vol. 4, no. 2, pp. 43–52, 2012.
- [126] M. Lalitha, "New approach to solve quadratic programming problems for fuzzy wolfe's modified simplex method," *International Journal of Mathematical Archive*, vol. 8, no. 1, pp. 43–55, 2017.
- [127] C. Loganathan, "Solving fully fuzzy nonlinear programming with inequality constraints," *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, vol. 8, no. 11, pp. 354–362, 2017.
- [128] P. Umamaheswari and K. Ganesan, "A solution approach to fuzzy nonlinear programming problems," *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 113, no. 13, pp. 291–300, 2017.
- [129] R. B. Dial, "A path-based user-equilibrium traffic assignment algorithm that obviates path storage and enumeration," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 40, no. 10, pp. 917–936, 2006.
- [130] D. Boyce, B. Ralevic-Dekic, and H. Bar-Gera, "Convergence of traffic assignments: How much is enough?" *Journal of Transportation Engineering*, vol. 130, no. 1, pp. 49–55, 2004.
- [131] A. Guven, *Trafik yönetiminde kuadratik programlama uygulaması*, İstanbul, 2011.

Tezden Üretilmiş Yayınlar

İletişim Bilgileri: temelcan.gizem@gmail.com

Makale

1. Temelcan, G., Kocken, H. G., & Albayrak, I. (2019). System Optimum Fuzzy Traffic Assignment Problem. *Promet-Traffic & Transportation*, 31(6), 611-620.

Konferans Bildirisi

1. Temelcan, G., Kocken, H.G., & Albayrak, I. (2016). Fuzzy Equilibrium Analysis of a Transportation Network Problem, 3rd International Intuitionistic Fuzzy Sets and Contemporary Mathematics Conference (IFSCOM2016), 29 August-1 September, Mersin University, Mersin, Turkey.