

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**PIEZOELEKTRİK TABAKALI ÖNGERİLMELİ SİSTEMİN
ZAMANA GÖRE HARMONİK DEĞİŞEN YÜK ETKİSİNDEKİ
DİNAMİK DAVRANIŞI**

NAGİHAN KOÇ

**DOKTORA TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN
YRD. DOÇ. DR. NİHAT İLHAN**

İSTANBUL, 2016

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PIEZOELEKTRİK TABAKALI ÖNGERİLMELİ SİSTEMİN
ZAMANA GÖRE HARMONİK DEĞİŞEN YÜK ETKİSİNDEKİ
DİNAMİK DAVRANIŞI

Nagihan KOÇ tarafından hazırlanan tez çalışması 26.04.2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. Nihat İLHAN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Yrd. Doç. Dr. Nihat İLHAN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Surkay AKBAROV
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Kürşat Hakan ORAL
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Emanullah HIZEL
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Kamil ORUÇOĞLU
İstanbul Teknik Üniversitesi



Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu' nun 2211 Yurt içi Doktora Burs Programı ile desteklenmiştir.

ÖNSÖZ

Doktora eğitimimin başlangıcından tezin tamamlanmasına kadar süren uzun çalışmam boyunca her türlü desteğini ve ilgisini esirgemeyen tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Nihat İLHAN' a teşekkürü bir borç bilirim.

Tez çalışmaların sırasında farklı bakış açıları getirerek çalışmanın gelişmesinde çok büyük katkı sağlayan Prof. Dr. Surkay AKBAROV' a teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora eğitimi süresi boyunca beni maddi olarak destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu' na çok teşekkür ederim.

Bu günlere gelmemde büyük katkıları olan, bana hep güvenen ve her zaman yanımda olan canım aileme, büyük sabır ve anlayışlarından dolayı eşime çok teşekkür ederim.

Nisan, 2016

Nagihan KOÇ

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT.....	xi
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.2 Tezin Amacı.....	3
1.3 Hipotez.....	4
BÖLÜM 2	
PROBLEMİN MATEMATİKSEL MODELİ VE ÇÖZÜMLENMESİ.....	5
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu.....	5
2.1.1 Problemin Geometrisi.....	5
2.1.2 Hareket ve Bünye Denklemleri	6
2.1.2.1 Malzemenin Ortotrop Olması Durumunda Alan Denklemleri	6
2.1.2.2 Malzemenin Piezoelektrik Olması Durumunda Alan Denklemleri	7
2.1.3 Sınır ve Temas Koşulları	8
2.1.3.1 Sistemin Ortotrop Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması	8

2.1.3.2	Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması	9
2.1.3.3	Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Yarı Düzlemden Oluşması	10
2.1.3.4	Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Levhadan Oluşması	10
2.2	Çözüm Yöntemi	11
2.2.1	Ortamin Ortotrop Olması Durumunda Çözüm Yöntemi	11
2.2.2	Ortamin z Yönünde Polarizasyonlu Piezoelektrik Malzeme Olması Durumunda Çözüm Yöntemi	16
2.2.3	Ortamin x Yönünde Polarizasyonlu Piezoelektrik Malzeme Olması Durumunda Çözüm Yöntemi	22
2.3	Sınır ve Temas Koşullarının Analitik Denklemleri	28
2.3.1	Sistemin Ortotrop Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması Durumu	28
2.3.2	Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması Durumu	34
2.3.3	Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Yarı Düzlemden Oluşması Durumu	45
2.3.3.1	z Yönünde Polarizasyon	45
2.3.3.2	x Yönünde Polarizasyon	59
2.4	Ters Fourier İntegral Dönüşümü	71
BÖLÜM 3		
SAYISAL SONUÇLAR VE ANALİZ		77
3.1	İdeal Olmayan Temas Koşullarının Etkisi	78
3.2	Ön gerilmenin Etkisi	82
3.3	Farklı Yöndeki Polarizasyonun Etkisi	86
3.4	Tabaka Kalınlıklarının Etkisi	90
BÖLÜM 4		
SONUÇ VE DEĞERLENDİRME		92
KAYNAKLAR		95
ÖZGEÇMİŞ		99

SİMGELİSTESİ

$A_{ij}^{(k)}$	Malzeme sabiti
$a_{ij}^{(k)}$	Malzeme sabiti
$C_{ijkl}^{(k)}$	k nıncı elemanın elastisite sabitleri
$D_i^{(k)}$	k nıncı tabakadaki elektriksel yer değıştirme vektörü elemanları
$E_i^{(k)}$	k nıncı tabakadaki elektrik alan vektörü
$e_{kij}^{(k)}$	Piezoelektrik sabitler
F	Kesme yayı parametresi
h	Örtü tabakası kalınlığı
$Ox_1x_2x_3$	Kartezyen koordinat takımı
s	Fourier integral dönüşümü parametresi
$u_i^{(k)}$	k nıncı tabakadaki yer değıştirme vektörü elemanları
$\gamma_{ij}^{(k)}$	k nıncı tabakadaki şekil değıştirme tensörü bileşenleri
$\sigma_{ij}^{(k)}$	k nıncı tabakaya ait gerilme tensörü bileşenleri
$\sigma_{11}^{(k),0}$	k nıncı tabakadaki Ox_1 eksenine yönündeki ön gerilme
$\phi^{(k)}$	Elektrik potansiyeli
$\epsilon_{il}^{(k)}$	Dielektrik sabitler
δ	Dirac delta fonksiyonu
$\mu_{12}^{(k)}$	k. malzemenin Ox_1x_2 düzlemindeki kayma modülü
$\rho^{(k)}$	k. tabakanın yoğunluğu
ω	Yükün titreşim frekansı
Ω	Yükün boyutsuz titreşim frekansı

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Problemin geometrisi	6
Şekil 2.2 Sommerfeld konturu	74
Şekil 3.1 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi	79
Şekil 3.2 $\sigma_{xz}(x=0.7h, z=-h)$ kayma gerilmesinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi	80
Şekil 3.3 $\Phi(=\varphi^{(1)}(x=0, z=-h)e_{15}^{(1)}/C_{44}^{(1)}h)$ boyutsuz elektrik potansiyelinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi	81
Şekil 3.4 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli $\psi^{(2)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi	82
Şekil 3.5 $\sigma_{xz}(x=0.7h, z=-h)$ kayma gerilmesinin çeşitli $\psi^{(2)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi	83
Şekil 3.6 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli $\psi^{(1)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi	84
Şekil 3.7 $\sigma_{xz}(x=0.7h, z=-h)$ kayma gerilmesinin çeşitli $\psi^{(1)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi	85
Şekil 3.8 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi	87
Şekil 3.9 $\sigma_{xz}(x=0.7h, z=-h)$ kayma gerilmesinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi	88
Şekil 3.10 $\Phi(=\varphi^{(1)}(x=0, z=-h)e_{15}^{(1)}/C_{44}^{(1)}h)$ boyutsuz elektrik potansiyelinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi	89
Şekil 3.11 $\sigma_{xz}(x=0.7h^{(1)}, z=-h^{(1)})$ kayma gerilmesinin tabaka kalınlıkları için Ω ya göre değişimi	91

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 3. 1 Malzeme özellikleri.....	77

ÖZET

PIEZOELEKTRİK TABAKALI ÖNGERİLMELİ SİSTEMİN ZAMANA GÖRE HARMONİK DEĞİŞEN YÜK ETKİSİNDEKİ DİNAMİK DAVRANIŞI

Nagihan KOÇ

Matematik Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Nihat İLHAN

Ön gerilmeli piezoelektrik tabakalardan oluşan sistemin zamana göre harmonik değişen yük etkisi altındaki dinamik davranışı, düzlem şekil değiştirme halinde, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde, elasto-elektro dinamiğin lineer teorisi kullanılarak incelenmiştir. Ön gerilmenin, ideal olmayan temas koşullarının, polarizasyon yönlerinin ve tabaka kalınlıklarının bu dinamik davranışa etkisi incelenmiştir.

Problemin matematiksel formülasyonu yapılmış ve elde edilen sınır değer probleminin çözümü Fourier integral dönüşümü uygulanarak bulunmuştur. Tabakalar arasında ideal olmayan temas koşullarının bulunduğu varsayılmıştır. Piezoelektrik tabakalardan oluşan sistemin ara yüzeyindeki gerilme dağılımı sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal sonuçlar tabakaların PZT- 5A, PZT-5H, PZT-4 ve PZT-7A malzemelerinden oluşması durumlarında elde edilmiş ve mühendislik açısından yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Piezoelektrik malzeme, dinamik davranış, örtü tabakası, yarı düzlem, ön gerilme, polarizasyon yönü.

ABSTRACT

DYNAMICS OF A SYSTEM COMPRISING PRESTRESSED PIEZOELECTRIC LAYERS UNDER THE ACTION OF A TIME- HARMONIC LOAD

Nagihan KOÇ

Department of Mathematics

Phd. Thesis

Adviser: Asst. Prof. Nihat İLHAN

Dynamics of a system comprising prestressed piezoelectric layers under the action of a time-harmonic load is examined within the scope of the piecewise-homogeneous body model utilizing electro-elasto dynamic linear theory. Effect of the pre-stress, non-ideal contact conditions, polarization direction and layer thickness on the dynamic behavior are investigated.

Mathematical formulation of the problem is made, and the resulting solution of boundary value problems have been found by applying the Fourier integral transform. It is assumed that between the layers non-ideal contact conditions are satisfied. An algorithm is proposed and employed to obtain numerical results on the distribution of stresses acting on the interface plane. Numerical results are derived for the materials PZT-5A, PZT-5H, PZT-4 and PZT-7A and interpreted in terms of engineering.

Keywords: Piezoelectric materials, dynamic behavior, the covering layer, half-plane, pre-stress, polarization.

**YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

1.1 Literatür Özeti

Piezoelektrik malzemelerin elektromekanik özellikleri çok önemli mühendislik uygulamalarına konu olmuştur. Bu malzemeler dönüştürücüler, sensörler ve aktüatörler gibi cihazlarda kullanılır. Piezoelektrik malzemeler mekanik ve elektrik etkilerin düzeyine göre elektromekanik bir davranış ortaya koyar. Piezoelektrik yapılarda elektro-elastik alanların teorik ve uygulamalı olarak açıklanmasına yönelik birçok araştırma yapılmıştır. Bu araştırmaların sonuçlarının önemi Parton ve Kudryavtsev [1], Yang [2], Shul'ga ve Bolkisev [3] vd. tarafından sistematik olarak açıklanmıştır. Piezoelektrik yarı düzlemde iki boyutlu statik elektro-elastik problemlerin çözümü için birçok yöntem Bardzohas vd. [4], Kuang vd. [5], Liou ve Sung [6] ve Khoroshev [7] çalışmalarında geliştirilmiştir. Aynı zamanda, iki boyutlu elektro-elastik alt tabaka yapısı için çözüm yöntemi Nowacki vd. [8] makalesinde önerilmiştir.

Anılan araştırmaların önemli bir kısmında piezoelektrik malzemelerden oluşan elektro-elastik sistemlerin piezoelektrik salınımları ve dalga yayılımları incelenmiştir. Piezoelektrik örtü tabakası ve piezoelektrik yarı düzlemde oluşan sistemin dinamiği ile ilgili son yıllarda yapılan çalışmalara bakılacak olursa Jin vd. [9] makalesinde, bir tabaka ve yarı düzlemde oluşan sistemde Bleustain-Guyavev dalga yayılımı, tabaka ve yarı düzlemin aynı transversal izotrop piezoelektrik ortam için fakat ters polarizasyon olması durumu için araştırılmıştır.

Lui vd [10], ön gerilmeli izotropik elastik alt tabaka ve ön gerilmeli transversal piezoelektrik tabakadan oluşan bir sistemdeki Love dalgalarının yayılma davranışını

çalışmıştır. Love dalga yayılımının dispersiyon denklemleri ve bahsedilen sistemdeki gerilme alanları sırasıyla serbest yüzeyde elektrik açık ve kısa durumlar için elde edilmiştir. Bir piezoelektrik tabaka ile kaplı metalik yarı sonsuz ortam içinde Lamb dalga yayılımı Jin vd. [11] makalesinde incelenmiştir. Örtü tabakasının kalınlığı boyunca elektrik potansiyelinin dağılımına ve en düşük beş moduna ilişkin sayısal sonuçlar sunulmuş ve tartışılmıştır.

Yukarıda anlatılan araştırmalarda sadece dalga yayılma hızı, dalga boyu ve dalga sayısı bulunmuştur. Ancak, gerekli büyüklüklerin genlik değerleri belirlenmemiştir. Çünkü bu genlik değerlerinin belirlenmesi basit durumlarda bile karmaşık bir problem; örnek olarak Shul' ga ve Grigor'eva [12, 13] makalelerinde ele alınan piezoelektrik tabakaya ilişkin tek boyutlu (uzay koordinatları ile ilgili olarak) titreşim problemleri verilebilir. Bu alanda dikkate değer girişimler Vatul' yan ve Skripochka [14], Kochetkov ve Rogacheva [15] ve Huang ve Sun [16] tarafından yapılmıştır. Vatul'yan ve Skripochka [14] makalesinde bir elastik yarı düzlem üstünde bimorf plakanın titreşimleri çalışılmıştır. Problem gerilme cinsinden birinci tip farklı çekirdekli integral denklemine indirgenmiştir. Problemin hesaplanmasında ihtiyaç duyulan salınım frekansının bir fonksiyonu olan gerilme dağılımı sonlu sınır elemanları metodu ile belirlenir.

Kochetkov ve Rogacheva [15], şeritin genişliği boyunca yönlendirilmiş koordinatlara göre Fourier integral dönüşüm modeli kullanarak elastik yarı uzay ve sonlu bir genişlik ile ince sonsuz bir şerit şeklindeki piezoelektrik aktüatörün temas etkileşimini incelemiştir. Düzlem şekil değiştirme durumu kabul edilmiş, sistemde piezoelektrik şeritin elektrik yükü ile meydana gelen salınımıyla yüzey ve bulk dalgalarının oluşturulduğu varsayılmıştır. Elastik gövdenin tüm noktalarında bu dalgaların davranışı ve aynı zamanda piezoelektrik tahrik edicinin gerilme-şekil değiştirme durumları incelenmiştir.

Huang ve Sun [16] makalesinde, yarı düzlemin ortotrop olması durum için Kochetkov ve Rogacheva [15] makalesinde yürütülen araştırma genişletilmiştir. Ele alınan problemin çözümü Fourier dönüşümü kullanılarak yüzeyler arası kayma gerilimi ile ilgili integral denklemlerin çözümüne indirgenir. Elektriksel yükün frekansının söz konusu kayma gerilmesi dağılımına etkisiyle ilgili sayısal sonuçlar sunulmuş ve tartışılmıştır.

Yukarıda belirtilen Vatul' yan ve Skripochka [14], Kochetkov ve Rogacheva [15] ve Huang ve Sun [16] makalelerinde, tek boyutlu aktüatör model kullanılmıştır, yani piezoelektrik

aktüatörlerin hareketi Kirchhoff hipotezlerinin kapsamında tarif edilmektedir. Sonuç olarak bu durum ilgili makalelerde elde edilen sonuçların uygulama alanlarını önemli ölçüde kısıtlamaktadır.

Elastik tabaka ve elastik yarı düzlemden oluşan sistemin hareketli yük problemleri ile ilgili araştırmalar Akbarov [17-21], Akbarov ve Güler [22] Akbarov ve İlhan [23-25], Akbarov ve Salmanova [26], Akbarov ve vd. [27] ve Emiroğlu [28] makalelerinde yapılmıştır. Akbarov ve İlhan [29] çalışmasından önce piezoelektrik tabaka ve yarı düzlemden oluşan sistemin Lamb problemiyle ilgili herhangi bir araştırma olmamıştır. Bununla birlikte bu makalede örtü tabakası ve yarı düzlem arasındaki tam temas koşulu olduğu varsayılmıştır. Bilindiği gibi birçok durumda bileşenler arasında ideal olmayan temas koşulu söz konusudur ve bu ideal olmama ara yüz yüzeyinin çapraz değişimlerinin süreksizliği gibi matematiksel olarak modellenir. Bu tür modellerden biri Akbarov ve İpek [30-31], Berger vd. [32], Kepçeler [33] makalelerinde kullanılmıştır ve bu makalelerdeki diğer çalışmalar da kayma-yay tip ideal olmayan modeldir. Bu model tezde kullanılmış, konuyla ilgili bir makale çalışması yapılmıştır. Tezin konusu kapsamında polarizasyon yönünün ve ön gerilmenin etkisi sırasıyla [34, 35] makalelerinde incelenmiştir.

1.2 Tezin Amacı

Tezde piezoelektrik tabakalı düzlemin zamana göre harmonik değişen yük etkisi altındaki dinamik davranışı, düzlem şekil değiştirme halinde, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde, elasto-elektro dinamiğin lineer teorisi kullanılarak incelenmiştir. Ön gerilmenin, ideal olmayan temas koşullarının, polarizasyon yönlerinin ve tabaka kalınlıklarının bu dinamik davranışa etkisi incelenmiştir.

Problemin matematiksel formülasyonu yapılmış ve elde edilen sınır değer probleminin çözümü Fourier integral dönüşümü uygulanarak bulunmuştur. Temas koşullarına sahip örtü tabakası ve levhadan oluşan sistemin ara yüzeyindeki gerilme dağılımı sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal sonuçlar tabakaların PZT- 5A, PZT-5H, PZT-4 ve PZT-7A malzemelerinden oluşması durumlarında elde edilmiş ve mühendislik açısından yorumlanmıştır.

Tez çalışmasına, matematiksel açıdan belirli fiziksel anlamı olan iki koordinat ve zaman değişkenlerine bağlı fonksiyonlara ait sınır değer probleminin analitik-sayısal çözümü gibi de bakılabilir.

Ayrıca, ele alınan problemin çözümlemesinde sisteme ait tüm noktalardaki gerilme durumunu incelemek mümkün olmakla birlikte sadece ara yüzeydeki gerilme dağılımının incelenmesi de amaçlanmaktadır.

1.3 Hipotez

Piezoelektrik özelliği, (belirli kristaller; kemik gibi) bazı malzemelere uygulanan mekanik etki sonucunda, malzemenin elektrik alan ya da elektrik potansiyel oluşturma yeteneğidir. Bu etki, malzemenin içindeki polarizasyon yoğunluğundaki değişimle alakalıdır. Piezoelektrik tabakalı sistemlerin Lamb problemi çalışmasıyla ilgili araştırma azdır. Tezde piezoelektrik tabakalı sistemin dinamik davranışı incelenmektedir. Böylece tez bu konuda araştırmacılara bir ışık olacaktır.

BÖLÜM 2

PROBLEMİN MATEMATİKSEL MODELİ VE ÇÖZÜMLENMESİ

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

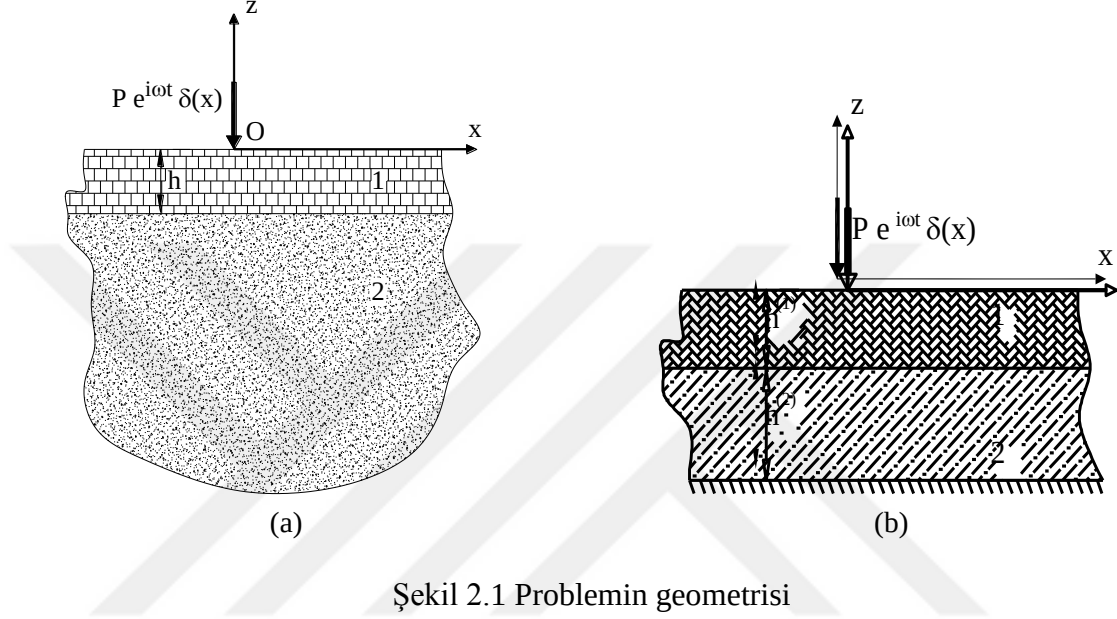
Bu bölümde problemin geometrisi, probleme ilişkin hareket ve bünye denklemleri, sınır ve temas koşulları tanımlanacaktır. Elde edilen temas-sınır değer probleminin çözüm yöntemi geliştirilecektir.

2.1.1 Problemin Geometrisi

Problem geometrisi iki farklı şekilde ele alınmıştır. Birincisi, kalınlığı h olan örtü tabakası yarı sonsuz ortam üzerindedir (Şekil 2.1(a)). Örtü tabakası ve yarı sonsuz ortam sırasıyla $\{-\infty < x < \infty, -\infty < y < +\infty, -h \leq z \leq 0\}$, $\{-\infty < x < \infty, -\infty < y < +\infty, -\infty \leq z \leq -h\}$ bölgelerini kapsamaktadır. Örtü tabakasına ve yarı sonsuz ortama ait büyüklükler sırasıyla (1) ve (2) üst indisleriyle tanımlanmıştır.

Tabaka kalınlıklarının etkisini de incelemek için ikinci bir geometri kullanılmıştır. Burada ise kalınlığı $h^{(1)}$ olan örtü tabakası, kalınlığı $h^{(2)}$ olan bir levha üzerindedir (Şekil 2.1(b)). Örtü tabakası ve alt levha sırasıyla $\{-\infty < x < \infty, -\infty < y < +\infty, -h^{(1)} \leq z \leq 0\}$, $\{-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty, -(h^{(1)} + h^{(2)}) \leq z \leq -h^{(1)}\}$ bölgelerini kapsamaktadır. Burada da örtü tabakasına ve alt levhaya ait büyüklükler sırasıyla (1) ve (2) üst indisleriyle tanımlanmıştır.

Her iki geometride de örtü levhasının üst serbest yüzeyine Ox eksenine göre tekil Oy eksenine göre ise üniform yayılı zamana göre harmonik değişen yük etki etmektedir. Bu nedenle ele alınan sistemde Oxz düzleminde düzlem şekil değiştirme durumu oluşacaktır.



Şekil 2.1 Problemin geometrisi

2.1.2 Hareket ve Bünye Denklemleri

Probleme ait hareket ve bünye denklemleri ortamın malzeme özelliklerine göre tanımlanmaktadır.

2.1.2.1 Malzemenin Ortotrop Olması Durumunda Alan Denklemleri

Ortamın ortotrop olması halinde probleme ilişkin hareket denklemleri ve bünye bağıntıları aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial z} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{xx}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial z} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \gamma_{kl}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(k)} &= C_{11}^{(k)} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} + C_{13}^{(m)} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_2} \\
\sigma_{22}^{(k)} &= C_{13}^{(k)} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_2} \\
\sigma_{12}^{(k)} &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_1} \right)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Burada $C_{ijkl}^{(k)}$ k nıncı elemanın elastisite sabitleri, $u_i^{(k)}$ yer değiştirme vektörünün elemanları, $\gamma_{ij}^{(k)}$ şekil değiştirme tensörünün elemanları ve $\sigma_{ij}^{(k)}$ gerilme tensörünün elemanlarını göstermektedir.

2.1.2.2 Malzemenin Piezoelektrik Olması Durumunda Alan Denklemleri

Ortaman piezoelektrik olması halinde probleme ilişkin hareket denklemleri ve bünye bağıntıları aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial z} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k)}}{\partial z} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial D_x^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial D_z^{(k)}}{\partial z} &= 0
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= C_{ijkl} \gamma_{kl} - e_{kij} E_k \\
D_i &= e_{ikl} \gamma_{kl} - \epsilon_{il} E_l \\
\gamma_{ij} &= \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \\
E_i &= -\varphi_{,i}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(k)} &= C_{11}^{(k)} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_2} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x_2}, \\
\sigma_{22}^{(k)} &= C_{13}^{(k)} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_2} + e_{33}^{(k)} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x_2}, \\
\sigma_{12}^{(k)} &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_1} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x_1}, \\
D_1^{(k)} &= e_{15}^{(k)} \left(\frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_1} \right) - \epsilon_{11}^{(k)} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x_1}, \\
D_2^{(k)} &= e_{31}^{(k)} \left(\frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial x_1} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial x_2} \right) - \epsilon_{33}^{(k)} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial x_2},
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Burada $C_{ijkl}^{(k)}$ k nıncı elemanın elastisite sabitleri, $D_i^{(k)}$ elektriksel yer değıştirme vektörü, $E_i^{(k)}$ elektrik alan vektörü, $\phi^{(k)}$ elektrik potansiyeli, $e_{kij}^{(k)}$ ve $\epsilon_{il}^{(k)}$ piezoelektrik ve dielektrik sabitler, $u_i^{(k)}$ yer değıştirme vektörünün elemanları, $\gamma_{ij}^{(k)}$ şekil değıştirme tensörünün elemanları, $\sigma_{ij}^{(k)}$ gerilme tensörünün elemanlarını göstermektedir.

2.1.3 Sınır ve Temas Koşulları

Örtü tabakasının serbest yüzeyinde sınır koşullarının ve örtü tabakası ile yarı düzlem arasındaki yüzeyde de temas koşullarının tanımlanması gerekmektedir. Aşağıda örtü tabakası ve yarı düzlemin ele alınan durumlarına göre sınır ve temas koşulları verilmektedir.

2.1.3.1 Sistemin Ortotrop Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması

Ortotrop örtü tabakası ve ortotrop yarı sonsuz düzlemden oluşan sistemin sınır koşulları,

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0; \quad \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -Pe^{i\omega t} \delta(x) \tag{2.7}$$

ve ideal temas koşulları,

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h} \tag{2.8}$$

şeklindedir. Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)}\Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)}\Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; \\ u_1^{(1)}\Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)}\Big|_{x_2=-h} &= \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)}\Big|_{x_2=-h}; w^{(1)}\Big|_{z=-h} = w^{(2)}\Big|_{z=-h}\end{aligned}\quad (2.9)$$

F parametresine yay-kayma parametresi denir ve temas koşullarının ideal olmaması derecesi bu parametrenin değerleri ile belirlenir. $F=0$ durumu tam temas koşuluna, $F=\infty$ durumu tam olmayan temas koşulu haline karşılık gelmektedir.

2.1.3.2 Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması

Piezoelektrik örtü tabakası ve ortotrop yarı sonsuz düzlemden oluşan sistemin sınır koşulları,

$$\sigma_{xz}^{(1)}\Big|_{z=0} = 0; \sigma_{zz}^{(1)}\Big|_{z=0} = -Pe^{icot}\delta(x); \quad (2.10)$$

ve ideal temas koşulları,

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)}\Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)}\Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; u^{(1)}\Big|_{z=-h} = u^{(2)}\Big|_{z=-h}; \\ w^{(1)}\Big|_{z=-h} &= w^{(2)}\Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)}\Big|_{z=-h} = 0\end{aligned}\quad (2.11)$$

şeklinde. Burada üst yüzeyde iki farklı durum ele alınabilir.

Durum 1: Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış,

$$\varphi^{(1)}\Big|_{z=0} = 0. \quad (2.12)$$

Durum 2: Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış,

$$D_z^{(1)}\Big|_{z=0} = 0. \quad (2.13)$$

Burada δ , Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. Tüm bunlara ek olarak $z \rightarrow -\infty$ giderken $|u^{(2)}|; |w^{(2)}|; |\varphi^{(2)}| < M$ =sabit olacağı unutulmamalıdır. Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)}\Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)}\Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)}\Big|_{z=-h}; u_1^{(1)}\Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)}\Big|_{x_2=-h} = \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)}\Big|_{x_2=-h}; \\ w^{(1)}\Big|_{z=-h} &= w^{(2)}\Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)}\Big|_{z=-h} = 0\end{aligned}\quad (2.14)$$

2.1.3.3 Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Yarı Düzlemden Oluşması

Piezoelektrik örtü tabakası ve piezoelektrik yarı sonsuz düzlemden oluşan sistemin sınır koşulları,

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -Pe^{i\omega t} \delta(x); \quad (2.15)$$

ve ideal temas koşulları,

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\ w^{(1)} \Big|_{z=-h} &= w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} = \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h} \end{aligned} \quad (2.16)$$

şeklindedir. Burada üst yüzeyde iki farklı durum ele alınabilir.

Durum 1: Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış,

$$\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0. \quad (2.17)$$

Durum 2: Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış,

$$D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0. \quad (2.18)$$

Burada δ , Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. Tüm bunlara ek olarak $z \rightarrow -\infty$ giderken $|u^{(2)}|; |w^{(2)}|; |\varphi^{(2)}| < M = \text{sabit}$ olacağı unutulmamalıdır. Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u_1^{(1)} \Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-h} = \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_2=-h}; \\ w^{(1)} \Big|_{z=-h} &= w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} = \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h} \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.1.3.4 Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Levhadan Oluşması

Düzlem şekil değiştirme hali için incelenen sistemde tabakalar arasında tam bağı bir ilişki olduğu varsayılmıştır. Bu durumda sistemde temas koşulları izleyen şekilde olmaktadır.

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h^{(1)}} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h^{(1)}}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h^{(1)}} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h^{(1)}}; u_1^{(1)} \Big|_{x_2=-h^{(1)}} = u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-h^{(1)}} \\ w^{(1)} \Big|_{z=-h^{(1)}} &= w^{(2)} \Big|_{z=-h^{(1)}}; \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h^{(1)}} = \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h^{(1)}}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h^{(1)}} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h^{(1)}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Örtü tabakasının üst yüzeyinde ve yer değiştirmesine rijit ortam tarafından izin verilmeyen ikinci piezoelektrik tabakanın alt yüzeyinde sırasıyla,

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)}\Big|_{z=0} &= 0, \quad \sigma_{zz}^{(1)}\Big|_{z=0} = -Pe^{i\omega t} \\ u_1^{(2)}\Big|_{x_2=-(h^{(1)}+h^{(2)})} &= 0, \quad u_2^{(2)}\Big|_{x_2=-(h^{(1)}+h^{(2)})} = 0\end{aligned}\quad (2.21)$$

sınır şartları sağlanmaktadır.

Bununla birlikte örtü tabakasının üst yüzeyi ve alt levhanın rijit ortamla temas ettiği yüzeyin elektrotlu ve elektrotsuz olması durumları için,

$$\text{Durum 1: } \varphi^{(1)}\Big|_{z=0} = 0, \varphi^{(2)}\Big|_{z=-(h^{(1)}+h^{(2)})} = 0 \quad (2.22)$$

$$\text{Durum 2: } D_z^{(1)}\Big|_{z=0} = 0, D_z^{(2)}\Big|_{z=-(h^{(1)}+h^{(2)})} = 0 \quad (2.23)$$

geçerlidir.

2.2 Çözüm Yöntemi

Bu bölümde ortotrop ve piezoelektrik ortamlar için yer değiştirme ve gerilme denklemleri elde edilecektir.

2.2.1 Ortamın Ortotrop Olması Durumunda Çözüm Yöntemi

Problemi çözebilmek için (2.2) deki bünye bağıntıları (2.1) deki hareket denkleminde yerine yazılırsa hareket denklemi yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$C_{11}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x \partial z} + C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x \partial z} \right) + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} = \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2} \quad (2.24)$$

$$C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x \partial z} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} = \rho^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial t^2}$$

Probleme ilişkin tüm büyüklükler harmonik olarak değişmektedir. Bu nedenle incelenen değerler aşağıdaki gibi tekrar tanımlanırsa,

$$g(x'_1, x'_2, x'_3, t) = \bar{g}(x'_1, x'_2, x'_3) e^{i\omega t} \quad (2.25)$$

(2.24) denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z} + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x \partial z} + \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x \partial z} \right) + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} = -\omega^2 \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} u^{(k)}, \quad (2.26)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x \partial z} + \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} = -\omega^2 \frac{1}{(c_2^{(k)})^2} w^{(k)}$$

Bu denklemleri çözebilmek için,

$$f_F(s, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, z) e^{-isx} dx \quad (2.27)$$

Fourier integral dönüşümü kullanılır. Bu dönüşüm sayesinde denklem takımı aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) u_F^{(k)} &= 0, \\ \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 w_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{du_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) w_F^{(k)} &= 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Bu denklem takımının çözümlenebilmesi için yer değiştirmeler aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} u_F^{(k)} &= A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad u_F'^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad u_F''^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \\ w_F^{(k)} &= B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad w_F'^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad w_F''^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Yer değiştirmelerin (2.29) daki tanımı kullanılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} A \left(\lambda^2 + \left(\left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) + B \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda &= 0 \\ A \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda + B \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Denklem takımı matris formda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \left(\lambda^2 + \left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is)\lambda \\ \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is)\lambda & \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.31)$$

bağıntısı elde edilir. Katsayılar matrisindeki imajiner terimden kurtulmak için ikinci satır $i = \sqrt{-1}$ ile çarpılır ve ikinci sütundaki imajiner terim bilinmeyen katsayılarının içene katılır.

$$\begin{bmatrix} \left(\lambda^{(k)2} + \left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) + \Omega^{(k)2} \right) \right) & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (s)\lambda^{(k)} \\ \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s)\lambda^{(k)} & \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^{(k)2} \right) \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ Bi \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.32)$$

Burada $\Omega^2 = \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2$ notasyonu kullanılmıştır. Denklem takımı homojen olduğu için çözüm olarak iki yol karşımıza çıkar. Ya bilinmeyen katsayıları sıfırdır ya da katsayılar matrisinin determinanı sıfıra eşittir. Buradaki ilk çözüm aşıkâr çözümdür. İkinci çözüm ise aranan çözümdür. Katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesiyle $\lambda^{(k)}$ değerlerinin bulunacağı karakteristik denklem elde edilir. Aşağıda bu determinant verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\det &= \lambda^4 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
&- s^2 \lambda^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + \lambda^2 \Omega^2 - s^2 \lambda^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \lambda^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
&+ \Omega^2 \lambda^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \lambda^2 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + 2s^2 \lambda^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned}
&s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \Omega^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
&+ s^4 \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - 2s^2 \Omega^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \Omega^2 - \Omega^4
\end{aligned}$$

Denklem $a_2^{(k)} \lambda^{(k)^4} + a_1^{(k)} \lambda^{(k)^2} + a_0^{(k)} = 0$ formunda yazılırsa bu durumda,

$$\begin{aligned}
a_2^{(k)} &= \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
a_1^{(k)} &= -s^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + \Omega^2 - s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
&+ \Omega^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + 2s^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
a_0^{(k)} &= s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \Omega^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
&+ s^4 \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - 2s^2 \Omega^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^2 \Omega^2 - \Omega^4
\end{aligned} \tag{2.34}$$

olacaktır. (2.32) denklemi kullanılarak $B^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları $A^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları cinsinden yazılabilir. Buna göre $B^{(k)}$ aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$B^{(k)} i = -A^{(k)} \left(\lambda^{(k)^2} + \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) + \Omega^2 \right) / \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) \tag{2.35}$$

$a_2^{(k)} \lambda^{(k)4} + a_1^{(k)} \lambda^{(k)2} + a_0^{(k)} = 0$ denkleminin çözümüyle $\lambda^{(k)}$ değerleri problem parametrelerine göre bulunur ve (2.29) denkleminde yerine yazılacak olursa $u_F^{(k)} = A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ ve $w_F^{(k)} = B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ yer değiştirme fonksiyonları $A^{(k)}$ ve $B^{(k)}$ katsayılarına bağlı olarak bulunmuş olur.

$A^{(k)}$ dolayısıyla $B^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları sınır ve temas koşullarından elde edilen denklem takımının çözümünden bulunacaktır. Bu nedenle sınır ve temas koşullarındaki büyüklükler $A^{(k)}$ ve $B^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları kullanılarak yazılacak ve cebrik denklem takımı elde edilecektir. Gerilmelerin Fourier integral dönüşümü sonrasındaki ifadeleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= C_{11}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z}, \quad \sigma_{xxF}^{(k)} = C_{11}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{13}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= C_{13}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z}, \quad \sigma_{zzF}^{(k)} = C_{13}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{33}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz}, \\ \sigma_{xz}^{(k)} &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x} \right), \quad \sigma_{xzF}^{(k)} = C_{44}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is) w_F^{(k)} \right).\end{aligned}\tag{2.36}$$

Bu terimlerde $u_F^{(k)}$ ve $w_F^{(k)}$ yerine yazılacak olursa gerilme denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\sigma_{xxF}^{(k)}(z) &= C_{11}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{13}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} \\ \sigma_{xxF}^{(k)}(z) &= C_{11}^{(k)} (is) \left(A_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right) \\ &+ C_{13}^{(k)} \left(B_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right)\end{aligned}\tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{zzF}^{(k)}(z) &= C_{13}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{33}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} \\ \sigma_{zzF}^{(k)}(z) &= C_{13}^{(k)} (is) \left(A_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right) \\ &+ C_{33}^{(k)} \left(B_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right)\end{aligned}\tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xzF}^{(k)}(z) &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is)w_F^{(k)} \right) \\
\sigma_{xzF}^{(k)}(z) &= C_{44}^{(k)} \left(A_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right) \\
&+ C_{44}^{(k)} (is) \left(B_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} \right)
\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.2.2 Ortamın z Yönünde Polarizasyonlu Piezoelektrik Malzeme Olması Durumunda Çözüm Yöntemi

Problemi çözebilmek için (2.5) deki bünye bağıntıları (2.4) deki hareket denkleminde yerine yazılırsa hareket denklemi yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
C_{11}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}, \\
C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + e_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial t^2}, \\
e_{15}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) - \varepsilon_{11}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + e_{31}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Probleme ilişkin tüm büyüklükler harmonik olarak değişmektedir. Bu nedenle incelenen değerler aşağıdaki gibi tekrar tanımlanırsa,

$$g(x'_1, x'_2, x'_3, t) = \bar{g}(x'_1, x'_2, x'_3) e^{i\omega t} \tag{2.41}$$

(2.40) denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= - \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 u^{(k)}, \\
\left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= - \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 w^{(k)}, \\
\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} \right) + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Bu denklemleri çözebilmek için Fourier integral dönüşümü kullanılır. Bu dönüşüm sayesinde aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 u_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + \left(\frac{e_{31}^{(k)} + e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) u_F^{(k)} &= 0, \\
\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 w_F^{(k)}}{dz^2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 \varphi_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{du_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) w_F^{(k)} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \varphi_F^{(k)} &= 0 \\
\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 w_F^{(k)}}{dz^2} - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 \varphi_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \frac{du_F^{(k)}}{dz} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) w_F^{(k)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \varphi_F^{(k)} &= 0
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Bu denklem takımının çözümlenebilmesi için yer değiştirmeler ve elektrik potansiyel ifadeleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned}
u_F^{(k)} &= A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad u_F'^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad u_F''^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \\
w_F^{(k)} &= B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad w_F'^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad w_F''^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \\
\varphi_F^{(k)} &= C^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad \varphi_F'^{(k)} = C^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \quad \varphi_F''^{(k)} = C^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z}
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Bu tanımlamalar kullanılarak (2.43) düzenlenirse aşağıdaki denklem takımları elde edilir.

$$\begin{aligned}
A \left(\lambda^2 + \left(\left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) + B \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda + C \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda &= 0 \\
A \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda + B \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) + C \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) &= 0 \\
A \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda \right) + B \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) + C \left(-\frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) &= 0
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Denklem takımı matris formda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix}
\lambda^2 + \left(\left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda & \left(\frac{e_{31}^{(k)} + e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda \\
\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda & \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) & \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \\
\left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda \right) & \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) & \left(-\frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right)
\end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \tag{2.46}$$

bağıntısı elde edilir. Katsayılar matrisindeki imajiner terimden kurtulmak için ikinci ve üçüncü satır $i = \sqrt{-1}$ ile çarpılır ve ikinci, üçüncü sütundaki imajiner terimler bilinmeyen katsayılarının içine katılır.

$$\begin{bmatrix} \lambda^{(k)2} + \left(\frac{C_{11}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^{(k)2} & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (s) \lambda^{(k)} & \left(\frac{e_{31}^{(k)} + e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (s) \lambda^{(k)} \\ \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} & \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^{(k)2} \right) & \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \\ \left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} & \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) & \left(-\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ Bi \\ Ci \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.47)$$

Katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesiyle $\lambda^{(k)}$ değerlerinin bulunacağı karakteristik denklem elde edilir. Aşağıda bu determinant verilmektedir.

Denklem $a^{(k)} \lambda^{(k)6} + b^{(k)} \lambda^{(k)4} + c^{(k)} \lambda^{(k)2} + d^{(k)} = 0$ formunda yazılırsa bu durumda,

$$\begin{aligned} a^{(k)} &= -\left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ b^{(k)} &= -\Omega^2 \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - \Omega^2 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ &\quad - s^2 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ &\quad - 2s^2 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - \Omega^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ &\quad + s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned}
c^{(k)} = & -\Omega^4 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^4 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^4 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^4 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + 2s^4 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + s^2 \Omega^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^2 \Omega^2 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + 2s^4 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
& - 2s^4 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^4 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + 2s^2 \Omega^2 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \Omega^2 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
d^{(k)} = & + s^6 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^4 \Omega^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^4 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^4 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^6 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + s^6 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^6 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^4 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \Omega^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

(2.47) denklemi kullanılarak $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları $A^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları cinsinden yazılabilir. Buna göre $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
B^{(k)} i = A^{(k)} & \left(\frac{-\left(\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) + \left(\left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(-\frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)}{\left(\left(\left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) - \left(\left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(-\frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) \right)} \\
C^{(k)} i = A^{(k)} & \left(\frac{-\left(\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) \right) + \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(\frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right)}{\left(\left(\left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) \right) - \left(\left(-\frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) \right)}
\end{aligned}$$

$B^{(k)}i = A^{(k)}\bar{B}^{(k)}$ ve $C^{(k)}i = A^{(k)}\bar{C}^{(k)}$ tanımlaması yapılırsa $\bar{B}^{(k)} = \frac{B^{(k)}i}{A^{(k)}}$, $\bar{C}^{(k)} = \frac{C^{(k)}i}{A^{(k)}}$ olarak

aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{B}^{(k)} = \frac{\left(-\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) + \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(-\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) \right)}{\left(\left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) - \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(-\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)}$$

$$\bar{C}^{(k)} = \frac{\left(-\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) + \left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)}{\left(\left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) - \left(-\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)}$$

(2.49)

$a^{(k)} \lambda^{(k)6} + b^{(k)} \lambda^{(k)4} + c^{(k)} \lambda^{(k)2} + d^{(k)} = 0$ denkleminin çözümünden $\lambda^{(k)}$ değerleri problem parametrelerine göre bulunur ve (2.44) denkleminde yerine yazılacak olursa $u_F^{(k)} = A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ ve $w_F^{(k)} = B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ yer değiştirme fonksiyonları ve $\varphi^{(k)} = C^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ elektrik potansiyeli $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ katsayılarına bağlı olarak bulunmuş olur.

$A^{(k)}$ dolayısıyla $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları sınır ve temas koşullarından elde edilen denklem takımının çözümünden bulunacaktır. Bu nedenle sınır ve temas koşullarındaki büyüklükler $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları kullanılarak yazılacak ve cebrik denklem takımı elde edilecektir. Gerilmelerin ve elektriksel yer değiştirmenin Fourier integral dönüşümü sonrasındaki ifadeleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\sigma_{xx}^{(k)} = C_{11}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial z}, \quad \sigma_{xxF}^{(k)} = C_{11}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{13}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{31}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz}$$

$$\sigma_{zz}^{(k)} = C_{13}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{33}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} + e_{33}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial z}, \quad \sigma_{zzF}^{(k)} = C_{13}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{33}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{33}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz},$$

$$\sigma_{xz}^{(k)} = C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial x}, \quad \sigma_{xzf}^{(k)} = C_{44}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is) w_F^{(k)} \right) + e_{15}^{(k)} (is) \varphi_F^{(k)},$$

$$D_x^{(k)} = e_{15}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x} \right) - \varepsilon_{11}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial x}, \quad D_{xF}^{(k)} = e_{15}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is) w_F^{(k)} \right) - \varepsilon_{11}^{(K)} (is) \varphi_F^{(k)},$$

$$D_z^{(k)} = e_{31}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial z}, \quad D_{zF}^{(k)} = e_{31}^{(k)} \left((is) u_F^{(k)} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{dw_F^{(k)}}{dz} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz}.$$

(2.50)

Bu terimlerde $u_F^{(k)}$, $w_F^{(k)}$ ve $\varphi_F^{(k)}$ yerine yazılacak olursa gerilme ve elektriksel yer değiştirme denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xxF}^{(k)}(z) &= C_{11}^{(k)}(is)u_F^{(k)} + C_{13}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{31}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz} \\
\sigma_{xxF}^{(k)}(z) &= C_{11}^{(k)}(is) \left(A_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + A_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + A_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ C_{13}^{(k)} \left(B_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + B_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + B_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ e_{31}^{(k)} \left(C_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + C_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + C_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + C_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + C_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + C_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
\sigma_{zzF}^{(k)}(z) &= C_{13}^{(k)}(is)u_F^{(k)} + C_{33}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{33}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz} \\
\sigma_{zzF}^{(k)}(z) &= C_{13}^{(k)}(is) \left(A_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + A_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + A_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ C_{33}^{(k)} \left(B_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + B_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + B_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ e_{33}^{(k)} \left(C_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + C_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + C_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + C_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + C_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + C_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
\sigma_{xzF}^{(k)}(z) &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is)w_F^{(k)} \right) + e_{15}^{(k)}(is)\varphi_F^{(k)} \\
\sigma_{xzF}^{(k)}(z) &= C_{44}^{(k)} \left(A_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + A_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + A_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ C_{44}^{(k)}(is) \left(B_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + B_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + B_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ e_{15}^{(k)}(is) \left(C_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + C_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + C_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + C_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + C_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + C_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
D_{xF}^{(k)}(z) &= e_{15}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is)w_F^{(k)} \right) - \varepsilon_{11}^{(K)}(is)\varphi_F^{(k)} \\
D_{xF}^{(k)}(z) &= e_{15}^{(k)} \left(A_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + A_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + A_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ e_{15}^{(k)}(is) \left(B_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + B_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + B_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&- \varepsilon_{11}^{(K)}(is) \left(C_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + C_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + C_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + C_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + C_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + C_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{zF}^{(k)}(z) &= e_{31}^{(k)} \left((is) u_F^{(k)} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{dw_F^{(k)}}{dz} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz} \\
D_{zF}^{(k)}(z) &= e_{31}^{(k)} (is) \left(A_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + A_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + A_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + A_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + A_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + A_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&+ e_{33}^{(k)} \left(B_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + B_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + B_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + B_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + B_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + B_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right) \\
&- \varepsilon_{33}^{(k)} \left(C_1^{(k)} \lambda_1^{(k)} e^{\lambda_1^{(k)} z} + C_2^{(k)} \lambda_2^{(k)} e^{\lambda_2^{(k)} z} + C_3^{(k)} \lambda_3^{(k)} e^{\lambda_3^{(k)} z} + C_4^{(k)} \lambda_4^{(k)} e^{\lambda_4^{(k)} z} + C_5^{(k)} \lambda_5^{(k)} e^{\lambda_5^{(k)} z} + C_6^{(k)} \lambda_6^{(k)} e^{\lambda_6^{(k)} z} \right)
\end{aligned} \tag{2.51}$$

2.2.3 Ortamın x Yönünde Polarizasyonlu Piezoelektrik Malzeme Olması Durumunda Çözüm Yöntemi

Problemi çözebilmek için bünye bağıntıları hareket denkleminde yerine yazılırsa hareket denklemleri yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
C_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} + e_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}, \\
C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + C_{11}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \sigma_{11}^{(k),0} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= \rho^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial t^2} \\
e_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + e_{15}^{(k)} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) - \varepsilon_{11}^{(k)} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Probleme ilişkin tüm büyüklükler harmonik olarak değişmektedir. Bu nedenle incelenen değerler aşağıdaki gibi tekrar tanımlanırsa,

$$g(x'_1, x'_2, x'_3, t) = \bar{g}(x'_1, x'_2, x'_3) e^{i\omega t} \tag{2.53}$$

(2.54) denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} &= - \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 u^{(k)}, \\
\left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} \right) + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial xz} + \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial xz} + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial x^2} &= - \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 w^{(k)} \\
\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial z^2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial x^2} \right) + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\partial^2 w^{(k)}}{\partial xz} \right) - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(k)}}{\partial x^2} &= 0
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Bu denklemleri çözebilmek için Fourier integral dönüşümü kullanılır. Bu dönüşüm sayesinde aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 u_F^{(k)}}{dz^2} + \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 \varphi_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(\frac{C_{33}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) u_F^{(k)} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \varphi_F^{(k)} = 0, \\
& \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 w_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \frac{du_F^{(k)}}{dz} + \left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz} + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) w_F^{(k)} = 0 \\
& \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 u_F^{(k)}}{dz^2} - \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{d^2 \varphi_F^{(k)}}{dz^2} + \left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) u_F^{(k)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \varphi_F^{(k)} = 0
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Bu denklem takımının çözümlenebilmesi için yer değiştirmeler ve elektrik potansiyel ifadeleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned}
u_F^{(k)} &= A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, u_F'^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, u_F''^{(k)} = A^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \\
w_F^{(k)} &= B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, w_F'^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, w_F''^{(k)} = B^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z} \\
\varphi_F^{(k)} &= C^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \varphi_F'^{(k)} = C^{(k)} \lambda^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}, \varphi_F''^{(k)} = C^{(k)} \lambda^{(k)2} e^{\lambda^{(k)} z}
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Bu tanımlamalar kullanılarak (2.58) düzenlenirse aşağıdaki denklem takımları elde edilir.

$$\begin{aligned}
& A \left(\lambda^2 + \left(\left(\frac{C_{33}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) + B \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda + C \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) = 0 \\
& A \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is) \lambda + B \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) + C \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda \right) = 0 \\
& A \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) + B \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is) \lambda \right) + C \left(-\frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) = 0
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Denklem takımı matris formda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \left(\lambda^2 + \left(\left(\frac{C_{33}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is)\lambda & \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \\ \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (is)\lambda & \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \left(\frac{\omega}{c_2^{(k)}} \right)^2 \right) \right) & \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is)\lambda \right) \\ \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) & \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (is)\lambda \right) & \left(-\frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^2 - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.60)$$

bağıntısı elde edilir. Katsayılar matrisindeki imajiner terimden kurtulmak için ikinci ve üçüncü satır $i = \sqrt{-1}$ ile çarpılır ve ikinci, üçüncü sütundaki imajiner terim bilinmeyen katsayılarının içine katılır.

$$\begin{bmatrix} \left(\lambda^{(k)2} + \left(\left(\frac{C_{33}^{(k)} + \sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^{(k)2} \right) \right) & \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (s)\lambda^{(k)} & \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \\ \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s)\lambda^{(k)} & \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(\left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^{(k)2} \right) \right) & \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s)\lambda^{(k)} \right) \\ \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) & \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s)\lambda^{(k)} \right) & \left(-\frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ Bi \\ Ci \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.61)$$

Katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşitlenmesiyle $\lambda^{(k)}$ değerlerinin bulunacağı karakteristik denklem elde edilir. Aşağıda bu determinant verilmektedir.

Determinant $a^{(k)} \lambda^{(k)6} + b^{(k)} \lambda^{(k)4} + c^{(k)} \lambda^{(k)2} + d^{(k)} = 0$ formunda yazılırsa bu durumda,

$$\begin{aligned} a^{(k)} &= -\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ b^{(k)} &= -\Omega^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^2 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^2 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - \Omega^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - \Omega^2 \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\ &\quad + s^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\ &\quad + s^2 \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\varepsilon_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^{(k)} = & -\Omega^4 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& - s^2 \Omega^2 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^2 \Omega^2 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^4 \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^4 \left(\frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + 2s^4 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^4 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^2 \Omega^2 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \Omega^2 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
& - s^4 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^4 \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \\
& - 2s^4 \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 2s^4 \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& + s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^2 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
d^{(k)} = & + s^6 \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 - s^4 \Omega^2 \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^2 \Omega^4 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \left(\frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \left(\frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right)^2 + s^6 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \\
& - s^4 \Omega^2 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} - s^4 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \frac{C_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} + s^6 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} - 2s^4 \Omega^2 \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

(2.61) denklemi kullanılarak $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları $A^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları cinsinden yazılabilir. Buna göre $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
B^{(k)} i = A^{(k)} & \left(\frac{- \left(\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) + \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(- \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)}{\left(\left(\left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) \right) - \left(\left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(- \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right)} \right) \\
C^{(k)} i = A^{(k)} & \left(\frac{- \left(\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) + \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right)}{\left(\left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) \right) - \left(\left(- \frac{\mathcal{E}_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{\mathcal{E}_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) \right)} \right)
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} i = A^{(k)} \bar{B}^{(k)} \text{ ve } C^{(k)} i = A^{(k)} \bar{C}^{(k)} \text{ tanımlaması yapılırsa } \bar{B}^{(k)} = \frac{B^{(k)} i}{A^{(k)}}, \bar{C}^{(k)} = \frac{C^{(k)} i}{A^{(k)}} \text{ olarak}$$

aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\bar{B}^{(k)} &= \frac{\left(-\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) + \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(-\frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) \right)}{\left(\left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) - \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)} + e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(-\frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) \right) \right)} \\ \bar{C}^{(k)} &= \frac{\left(-\left(\frac{C_{13}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + 1 \right) (-s) \lambda^{(k)} / \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) + \left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) \right)}{\left(\left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) / \left(\frac{C_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} + \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(k),0}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s^2) + \Omega^2 \right) - \left(-\frac{e_{11}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \lambda^{(k)2} - \frac{e_{33}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} (-s^2) \right) / \left(\left(\frac{e_{15}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} + \frac{e_{31}^{(k)}}{C_{44}^{(k)}} \right) (-s) \lambda^{(k)} \right) \right) \right)}\end{aligned}\quad (2.63)$$

$a^{(k)} \lambda^{(k)6} + b^{(k)} \lambda^{(k)4} + c^{(k)} \lambda^{(k)2} + d^{(k)} = 0$ denkleminin çözümünden $\lambda^{(k)}$ değerleri problem parametrelerine göre bulunur ve (2.57) denkleminde yerine yazılacak olursa $u_F^{(k)} = A^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ ve $w_F^{(k)} = B^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ yer değiştirme fonksiyonları ve $\varphi^{(k)} = C^{(k)} e^{\lambda^{(k)} z}$ elektrik potansiyeli $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ katsayılarına bağlı olarak bulunmuş olur.

$A^{(k)}$ dolayısıyla $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları sınır ve temas koşullarından elde edilen denklem takımının çözümünden bulunacaktır. Bu nedenle sınır ve temas koşullarındaki büyüklükler $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ ve $C^{(k)}$ bilinmeyen katsayıları kullanılarak yazılacak ve cebrik denklem takımı elde edilecektir. Gerilmelerin ve elektriksel yer değiştirmenin Fourier integral dönüşümü sonrasındaki ifadeleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= C_{33}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{13}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} + e_{33}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial x}, \quad \sigma_{xxF}^{(k)} = C_{33}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{13}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{33}^{(k)} (is) \varphi_F^{(k)}, \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= C_{13}^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} + C_{11}^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} + e_{31}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial x}, \quad \sigma_{zzF}^{(k)} = C_{13}^{(k)} (is) u_F^{(k)} + C_{11}^{(k)} \frac{dw_F^{(k)}}{dz} + e_{31}^{(k)} (is) \varphi_F^{(k)}, \\ \sigma_{xz}^{(k)} &= C_{44}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial z}, \quad \sigma_{xzf}^{(k)} = C_{44}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is) w_F^{(k)} \right) + e_{15}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz}, \\ D_x^{(k)} &= e_{33}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} \right) + e_{31}^{(k)} \left(\frac{\partial w^{(k)}}{\partial z} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial x}, \quad D_{xF}^{(k)} = e_{33}^{(k)} \left((is) u_F^{(k)} \right) + e_{31}^{(k)} \left(\frac{dw_F^{(k)}}{dz} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} (is) \varphi_F^{(k)}, \\ D_z^{(k)} &= e_{15}^{(k)} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x} \right) - \varepsilon_{11}^{(k)} \frac{\partial \varphi^{(k)}}{\partial z}, \quad D_{zf}^{(k)} = e_{15}^{(k)} \left(\frac{du_F^{(k)}}{dz} + (is) w_F^{(k)} \right) - \varepsilon_{11}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz}.\end{aligned}\quad (2.64)$$

Bu terimlerde $u_F^{(k)}$, $w_F^{(k)}$ ve $\varphi_F^{(k)}$ yerine yazılacak olursa gerilme ve elektriksel yer değiştirme denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

27

2.3 Sınır ve Temas Koşullarının Analitik Denklemleri

2.3.1 Sistemin Ortotrop Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması

Durumu

Ortotrop tabaka ve ortotrop yarı sonsuz düzlemden oluşan sistemin sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= 0; \quad \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -P; \quad \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\ \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \quad \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\ u^{(1)} \Big|_{z=-h} - u^{(2)} \Big|_{z=-h} &= \frac{F}{\mu_{xz}^{(1)}} \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{x_2=-h}; \quad w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h} \end{aligned} \quad (2.67)$$

(2.37)-(2.39) denklemleri (2.66) denklemlerinde yerine yazılırsa sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= -P; \\ \sigma_{zz}^{(1)} &= \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} \right) \\ &+ \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} \right) \\ &= -\frac{1}{C_{44}^{(1)}} \\ B^{(k)} &= \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} \\
& = -\frac{1}{C_{44}^{(1)}} \\
& A_1^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\
& A_2^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\
& A_3^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\
& A_4^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} \\
& = -\frac{1}{C_{44}^{(1)}} \tag{2.68}
\end{aligned}$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(\left(A_1^{(1)}\lambda_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)0}} + A_2^{(1)}\lambda_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)0}} + A_3^{(1)}\lambda_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)0}} + A_4^{(1)}\lambda_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)0}} \right) \right. \\
\left. + (is) \left(B_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)0}} + B_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)0}} + B_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)0}} + B_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)0}} \right) \right) = 0$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)}\bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\lambda_1^{(1)} + (is)(-i)*\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\
& A_2^{(1)} \left(\lambda_2^{(1)} + (is)(-i)*\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\
& A_3^{(1)} \left(\lambda_3^{(1)} + (is)(-i)*\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\
& A_4^{(1)} \left(\lambda_4^{(1)} + (is)(-i)*\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\lambda_1^{(1)} + s \bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\
\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} &= \frac{A_2^{(1)} i \left(\lambda_2^{(1)} + s \bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} +}{A_3^{(1)} i \left(\lambda_3^{(1)} + s \bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} +} = i0 \\
& A_4^{(1)} i \left(\lambda_4^{(1)} + s \bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0}
\end{aligned} \tag{2.69}$$

$$\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\begin{aligned}
& \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(1)} + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(1)}}{dz} \\
& - \frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(2)} - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(2)}}{dz} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} (-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} (-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} (-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} (-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)} (-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)} (-h)}
\end{aligned} = 0$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \\
A_1^{(1)} i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned}
= 0 \tag{2.70}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h} &= 0 \\
C_{44}^{(1)} \left(\frac{du_F^{(1)}}{dz} + (is) w_F^{(1)} \right) - C_{44}^{(2)} \left(\frac{du_F^{(2)}}{dz} + (is) w_F^{(2)} \right) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\lambda_1^{(1)} + (is)B_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\lambda_2^{(1)} + (is)B_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\lambda_3^{(1)} + (is)B_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\lambda_4^{(1)} + (is)B_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + (is)B_1^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + (is)B_3^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\lambda_1^{(1)} + (is)(-i)\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\lambda_2^{(1)} + (is)(-i)\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\lambda_3^{(1)} + (is)(-i)\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\lambda_4^{(1)} + (is)(-i)\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + (is)(-i)\bar{B}_1^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + (is)(-i)\bar{B}_3^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} / A^{(k)} = (-i) * \bar{B}^{(k)}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} i & \left(\lambda_1^{(1)} + s\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} i & \left(\lambda_2^{(1)} + s\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} i & \left(\lambda_3^{(1)} + s\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} i & \left(\lambda_4^{(1)} + s\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(2)} i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + s\bar{B}_1^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + s\bar{B}_3^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.71}$$

$$\begin{aligned}
& u^{(1)} \Big|_{z=-h} - u^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \\
& \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} \right) \\
& - \left(A_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + A_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i - e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i - e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} = 0
\end{aligned} \tag{2.72}$$

$$\begin{aligned}
& w^{(1)} \Big|_{z=-h} - w^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0; \\
& \left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} \right) \\
& - \left(B_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + B_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(B_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left(B_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left(B_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left(B_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \left(-B_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \left(-B_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left((-i)\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + & A_1^{(1)} i \left(-\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left((-i)\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + & A_2^{(1)} i \left(-\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left((-i)\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + & A_3^{(1)} i \left(-\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left((-i)\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + & A_4^{(1)} i \left(-\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \left(-(-i)\bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + & A_1^{(2)} i \left(+\bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \left(-(-i)\bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} & A_3^{(2)} i \left(+\bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned} = 0 \Rightarrow \quad (2.73)$$

2.3.2 Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Ortotrop Yarı Düzlemden Oluşması Durumu

Piezoelektrik tabaka ve ortotrop yarı sonsuz düzlemde oluşan sistemin sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}
& \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -p; \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\
& \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h} \\
& \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} = 0; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = 0
\end{aligned} \quad (2.74)$$

Durum 1. $\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış)

Durum 2. $D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış)

Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}
& \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u_1^{(1)} \Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-h} = \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_2=-h}; \\
& w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} = \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h}
\end{aligned} \quad (2.75)$$

(2.51) denklemleri (2.74) denklemlerinde yerine yazılırsa sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -P;$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zzF}^{(1)} &= \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \\ &+ \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \\ &+ \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) = -\frac{1}{C_{44}^{(1)}} \end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned} A_1^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ A_2^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ A_3^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ A_4^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ A_5^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ A_6^{(1)} &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \\ A_1^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ A_2^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ A_3^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ A_4^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ A_5^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ A_6^{(1)} i &\left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \end{aligned} \quad = -1 \quad (2.76)$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(\begin{aligned} & \left(A_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + A_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + A_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + A_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + A_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + A_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \\ & + (is) \left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + B_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + B_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \end{aligned} \right)$$

$$+ \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) = 0$$

$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i}$ ve $C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i}$ tanımlaması kullanılırsa

$$\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = \begin{aligned} & A_1^{(1)} i \left(\lambda_1^{(1)} + s \bar{B}_1^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\ & A_2^{(1)} i \left(\lambda_2^{(1)} + s \bar{B}_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} + \\ & A_3^{(1)} i \left(\lambda_3^{(1)} + s \bar{B}_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} + \\ & A_4^{(1)} i \left(\lambda_4^{(1)} + s \bar{B}_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0} + \\ & A_5^{(1)} i \left(\lambda_5^{(1)} + s \bar{B}_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)} 0} + \\ & A_6^{(1)} i \left(\lambda_6^{(1)} + s \bar{B}_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)} 0} \end{aligned} = i0 \quad (2.77)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(1)} + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(1)}}{dz} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(1)}}{dz}$$

$$- \frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(2)} - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(2)}}{dz} = 0$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& = 0 \\
A_5^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
A_6^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (-i) \bar{B}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
& A_1^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned}
& \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \\
& C_{44}^{(1)} \left(\frac{du_F^{(1)}}{dz} + (is)w_F^{(1)} \right) + e_{15}^{(1)}(is)\varphi_F^{(1)} - C_{44}^{(2)} \left(\frac{du_F^{(2)}}{dz} + (is)w_F^{(2)} \right) = 0 \\
& A_1^{(1)} \left(\left(\lambda_1^{(1)} + (is)B_1^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left(\left(\lambda_2^{(1)} + (is)B_2^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left(\left(\lambda_3^{(1)} + (is)B_3^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left(\left(\lambda_4^{(1)} + (is)B_4^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \left(\left(\lambda_5^{(1)} + (is)B_5^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} \left(\left(\lambda_6^{(1)} + (is)B_6^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + (is)B_1^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + (is)B_3^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\left(\lambda_1^{(1)} + s \bar{B}_1^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \left(\left(\lambda_2^{(1)} + s \bar{B}_2^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \left(\left(\lambda_3^{(1)} + s \bar{B}_3^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \left(\left(\lambda_4^{(1)} + s \bar{B}_4^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \left(\left(\lambda_5^{(1)} + s \bar{B}_5^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} i \left(\left(\lambda_6^{(1)} + s \bar{B}_6^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + s \bar{B}_1^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + s \bar{B}_3^{(2)} \right) \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} = 0
\end{aligned} \tag{2.79}$$

$$\begin{aligned}
& u^{(1)} \Big|_{z=-h} - u^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \\
& \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) \\
& - \left(A_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + A_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} i e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i - e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i - e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} = 0
\end{aligned} \tag{2.80}$$

$$w^{(1)}\Big|_{z=-h} - w^{(2)}\Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + B_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + B_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) - \left(B_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + B_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} A_1^{(1)} & \left(B_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\ A_2^{(1)} & \left(B_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\ A_3^{(1)} & \left(B_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\ A_4^{(1)} & \left(B_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\ A_5^{(1)} & \left(B_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\ A_6^{(1)} & \left(B_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\ A_1^{(2)} & \left(-B_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\ A_3^{(2)} & \left(-B_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \end{aligned} = 0$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned} A_1^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + & A_1^{(1)} i & \left(-\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\ A_2^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + & A_2^{(1)} i & \left(-\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\ A_3^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + & A_3^{(1)} i & \left(-\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\ A_4^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + & A_4^{(1)} i & \left(-\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\ A_5^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + & A_5^{(1)} i & \left(-\bar{B}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\ A_6^{(1)} & \left((-i) \bar{B}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + & A_6^{(1)} i & \left(-\bar{B}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\ A_1^{(2)} & \left(-(-i) \bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + & A_1^{(2)} i & \left(+\bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\ A_3^{(2)} & \left(-(-i) \bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} & A_3^{(2)} i & \left(+\bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} \end{aligned} = 0 \Rightarrow \quad (2.81)$$

$$\varphi^{(1)}\Big|_{z=-h} = 0$$

$$\left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) = 0$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

$$C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(-\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \left(-\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \left(-\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \left(-\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \left(-\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} i \left(-\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} = 0
\end{aligned}$$

(2.82)

$$D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = 0$$

$$D_{zF}^{(k)} = e_{31}^{(k)} \left((is) u_F^{(k)} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{dw_F^{(k)}}{dz} \right) - \varepsilon_{33}^{(k)} \frac{d\varphi_F^{(k)}}{dz}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)}
\end{aligned}$$

= 0

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \\
& A_6^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)}
\end{aligned}$$

(2.83)

Durum 1. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış ise,

$$\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\varphi_F^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) = 0;$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\
& A_2^{(1)} \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} + \\
& A_3^{(1)} \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} + \\
& A_4^{(1)} \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0} + \\
& A_5^{(1)} \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)} 0} + \\
& A_6^{(1)} \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)} 0} = 0
\end{aligned}$$

$$C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(-\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\
& A_2^{(1)} i \left(-\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} + \\
& A_3^{(1)} i \left(-\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} + \\
& A_4^{(1)} i \left(-\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0} + \\
& A_5^{(1)} i \left(-\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)} 0} + \\
& A_6^{(1)} i \left(-\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)} 0} = 0
\end{aligned} \tag{2.84}$$

Durum 2. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış ise,

$$D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$$

$$D_{zF}^{(k)} = e_{31}^{(k)} \left((is) u_F^{(k)} \right) + e_{33}^{(k)} \left(\frac{dw_F^{(k)}}{dz} \right) - \epsilon_{33}^{(k)} \frac{d\phi_F^{(k)}}{dz}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) = 0
\end{aligned} \tag{2.85}$$

2.3.3 Sistemin Piezoelektrik Örtü Tabakası ve Piezoelektrik Yarı Düzlemden Oluşması Durumu

2.3.3.1 z Yönünde Polarizasyon

Piezoelektrik tabaka ve piezoelektrik yarı sonsuz düzlemden oluşan sistemin sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= 0; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -P; \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\
\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\
\phi^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \phi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h}.
\end{aligned} \tag{2.86}$$

Durum 1. $\phi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış)

Durum 2. $D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış)

Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u_1^{(1)} \Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-h} = \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_2=-h}; \\
w^{(1)} \Big|_{z=-h} &= w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \phi^{(1)} \Big|_{z=-h} = \phi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h}
\end{aligned} \tag{2.87}$$

(2.51) denklemleri (2.88) denklemlerinde yerine yazılırsa sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= -P; \\
\sigma_{zz}^{(1)} &= \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \\
&+ \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \\
&+ \frac{e^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) = -\frac{1}{C_{44}^{(1)}}
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}0} + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}0} + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}0} + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}0} + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}0} + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{C}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}0} \\
& A_1^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}0} + \\
& A_2^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}0} + \\
& A_3^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}0} + \\
& A_4^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}0} + \\
& A_5^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}0} + \\
& A_6^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}0}
\end{aligned}
\tag{2.89}$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} &= \left(\left(A_1^{(1)}\lambda_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + A_2^{(1)}\lambda_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + A_3^{(1)}\lambda_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + A_4^{(1)}\lambda_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + A_5^{(1)}\lambda_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + A_6^{(1)}\lambda_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) \right. \\
&\quad \left. + (is) \left(B_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + B_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + B_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + B_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + B_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + B_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) \right) \\
&+ \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) \left(C_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + C_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + C_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + C_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + C_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + C_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)}\bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)}\bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\lambda_1^{(1)} + s \bar{B}_1^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\
& A_2^{(1)} i \left(\lambda_2^{(1)} + s \bar{B}_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} + \\
& A_3^{(1)} i \left(\lambda_3^{(1)} + s \bar{B}_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} + \\
& A_4^{(1)} i \left(\lambda_4^{(1)} + s \bar{B}_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0} + \\
& A_5^{(1)} i \left(\lambda_5^{(1)} + s \bar{B}_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)} 0} + \\
& A_6^{(1)} i \left(\lambda_6^{(1)} + s \bar{B}_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)} 0} \\
\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} &= \dots = i0 \tag{2.90} \\
\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h} &= 0; \\
\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(1)} + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(1)}}{dz} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(1)}}{dz} \\
- \frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(2)} - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(2)}}{dz} - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(2)}}{dz} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}(is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}(is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}(is) - \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} + \\
B^{(k)} & = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \quad = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(2)}\lambda_1^{(2)} + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_1^{(2)}\lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(2)}\lambda_3^{(2)} + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_3^{(2)}\lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(2)}\lambda_5^{(2)} + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_5^{(2)}\lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.91}$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0$$

$$C_{44}^{(1)} \left(\frac{du_F^{(1)}}{dz} + (is)w_F^{(1)} \right) + e_{15}^{(1)}(is)\varphi_F^{(1)} - C_{44}^{(2)} \left(\frac{du_F^{(2)}}{dz} + (is)w_F^{(2)} \right) - e_{15}^{(2)}(is)\varphi_F^{(2)} = 0$$

$$A_1^{(1)} \left(\left(\lambda_1^{(1)} + (is)B_1^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} +$$

$$A_2^{(1)} \left(\left(\lambda_2^{(1)} + (is)B_2^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} +$$

$$A_3^{(1)} \left(\left(\lambda_3^{(1)} + (is)B_3^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} +$$

$$A_4^{(1)} \left(\left(\lambda_4^{(1)} + (is)B_4^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} +$$

$$A_5^{(1)} \left(\left(\lambda_5^{(1)} + (is)B_5^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0$$

$$A_6^{(1)} \left(\left(\lambda_6^{(1)} + (is)B_6^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is)C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} +$$

$$A_1^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + (is)B_1^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is)C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} +$$

$$A_3^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + (is)B_3^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is)C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} +$$

$$A_5^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_5^{(2)} + (is)B_5^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is)C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\left(\lambda_1^{(1)} + s\bar{B}_1^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\left(\lambda_2^{(1)} + s\bar{B}_2^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\left(\lambda_3^{(1)} + s\bar{B}_3^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\left(\lambda_4^{(1)} + s\bar{B}_4^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\left(\lambda_5^{(1)} + s\bar{B}_5^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\left(\lambda_6^{(1)} + s\bar{B}_6^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + s\bar{B}_1^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + s\bar{B}_3^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_5^{(2)} + s\bar{B}_5^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{C}_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} + \\
& \hspace{15em} (2.92) \\
D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} - D_z^{(2)} \Big|_{z=-h} & = 0 \\
\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left((is)u_F^{(1)} \right) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\frac{dw_F^{(1)}}{dz} \right) - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(1)}}{dz} \\
- \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left((is)u_F^{(2)} \right) - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\frac{dw_F^{(2)}}{dz} \right) + \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(2)}}{dz} & = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \quad = 0 \\
A_6^{(1)} & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)} & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \\
B^{(k)} & = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_1^{(2)}\lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(2)}\lambda_3^{(2)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_3^{(2)}\lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{e_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(2)}\lambda_5^{(2)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{C}_5^{(2)}\lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \\
u^{(1)}\Big|_{z=-h} - u^{(2)}\Big|_{z=-h} & = 0 \\
\left(A_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + A_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + A_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + A_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + A_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + A_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) \\
- \left(A_1^{(2)}e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + A_3^{(2)}e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + A_5^{(2)}e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) & = 0 \\
A_1^{(1)}i & e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & -e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & -e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & -e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.93}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & -e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & -e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & -e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.94}$$

$$\begin{aligned}
& \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} - \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \\
& \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) \\
& - \left(C_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + C_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + C_5^{(2)} e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) = 0 \\
& A_1^{(1)} \quad \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \quad \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \quad \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \quad \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \quad \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
& A_6^{(1)} \quad \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \quad \left(-C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \quad \left(-C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
& A_5^{(2)} \quad \left(-C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned}$$

$$C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \quad \left(-C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \quad \left(-C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \quad \left(-C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \quad \left(-C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \quad \left(-C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
& A_6^{(1)} i \quad \left(-C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i \quad \left(+C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i \quad \left(+C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
& A_5^{(2)} i \quad \left(+C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.95}$$

$$w^{(1)} \Big|_{z=-h} - w^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + B_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + B_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) - \left(B_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + B_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + B_5^{(2)} e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} A_1^{(1)} & \quad (B_1^{(1)}) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\ A_2^{(1)} & \quad (B_2^{(1)}) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\ A_3^{(1)} & \quad (B_3^{(1)}) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\ A_4^{(1)} & \quad (B_4^{(1)}) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\ A_5^{(1)} & \quad (B_5^{(1)}) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\ A_6^{(1)} & \quad (B_6^{(1)}) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\ A_1^{(2)} & \quad (-B_1^{(2)}) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\ A_3^{(2)} & \quad (-B_3^{(2)}) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\ A_5^{(2)} & \quad (-B_5^{(2)}) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned} A_1^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_1^{(1)}) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + & A_1^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_1^{(1)}) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\ A_2^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_2^{(1)}) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + & A_2^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_2^{(1)}) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\ A_3^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_3^{(1)}) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + & A_3^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_3^{(1)}) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\ A_4^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_4^{(1)}) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + & A_4^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_4^{(1)}) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\ A_5^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_5^{(1)}) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \Rightarrow & A_5^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_5^{(1)}) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\ A_6^{(1)} & \quad ((-i) \bar{B}_6^{(1)}) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + & A_6^{(1)} i & \quad (-\bar{B}_6^{(1)}) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\ A_1^{(2)} & \quad (-(-i) \bar{B}_1^{(2)}) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + & A_1^{(2)} i & \quad (+\bar{B}_1^{(2)}) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\ A_3^{(2)} & \quad (-(-i) \bar{B}_3^{(2)}) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + & A_3^{(2)} i & \quad (+\bar{B}_3^{(2)}) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\ A_5^{(2)} & \quad (-(-i) \bar{B}_5^{(2)}) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} & A_5^{(2)} i & \quad (+\bar{B}_5^{(2)}) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \end{aligned} \tag{2.96}$$

Durum 1. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış ise,

$$\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\varphi_F^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) = 0;$$

$$\begin{aligned} & A_1^{(1)} \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ & A_2^{(1)} \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ & A_3^{(1)} \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ & A_4^{(1)} \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ & A_5^{(1)} \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ & A_6^{(1)} \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \end{aligned} = 0$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned} & A_1^{(1)} i \left(-\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ & A_2^{(1)} i \left(-\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ & A_3^{(1)} i \left(-\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ & A_4^{(1)} i \left(-\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ & A_5^{(1)} i \left(-\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ & A_6^{(1)} i \left(-\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \end{aligned} = 0 \tag{2.97}$$

Durum 2. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış ise,

$$\begin{aligned} & D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \\ & \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left((is) \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \right) \\ & + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\left(B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \right) \\ & - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) \\
& B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} i \left(\frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s - \frac{e_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{B}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{33}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right)
\end{aligned} \tag{2.98}$$

2.3.3.2 x Yönünde Polarizasyon

Piezoelektrik tabaka ve piezoelektrik yarı sonsuz düzlemde oluşan sistemin sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= 0; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = -P; \sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\ \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u^{(1)} \Big|_{z=-h} = u^{(2)} \Big|_{z=-h}; w^{(1)} \Big|_{z=-h} = w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \\ \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h}.\end{aligned}\quad (2.99)$$

Durum 1. $\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış)

Durum 2. $D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0$ (Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış)

Kesme yaylı tip ideal olmayan temas koşulları ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} &= \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; \sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} = \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h}; u_1^{(1)} \Big|_{x_2=-h} - u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-h} = \frac{F}{\mu_{12}^{(1)}} \sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_2=-h}; \\ w^{(1)} \Big|_{z=-h} &= w^{(2)} \Big|_{z=-h}; \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} = \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h}; D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} = D_z^{(2)} \Big|_{z=-h}\end{aligned}\quad (2.100)$$

(2.101) denklemleri (2.102) denklemlerinde yerine yazılırsa sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} &= -P; \\ \sigma_{zz}^{(1)} &= \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \\ &+ \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) \\ &+ \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)} 0} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)} 0} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)} 0} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)} 0} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)} 0} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)} 0} \right) = -\frac{1}{C_{44}^{(1)}}\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa,}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}0} + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}0} + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}0} + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}0} + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}0} + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(-i)\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}0} \\
& A_1^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}0} + \\
& A_2^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}0} + \\
& A_3^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}0} + \\
& A_4^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}0} + \\
& A_5^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}0} + \\
& A_6^{(1)}i \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}(s) - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}0}
\end{aligned} \tag{2.103}$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\begin{aligned}
& \sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(A_1^{(1)}\lambda_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + A_2^{(1)}\lambda_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + A_3^{(1)}\lambda_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + A_4^{(1)}\lambda_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + A_5^{(1)}\lambda_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + A_6^{(1)}\lambda_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) \\
& + (is) \left(B_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + B_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + B_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + B_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + B_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + B_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) \\
& + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(C_1^{(1)}\lambda_1^{(1)}e^{\lambda_1^{(1)}0} + C_2^{(1)}\lambda_2^{(1)}e^{\lambda_2^{(1)}0} + C_3^{(1)}\lambda_3^{(1)}e^{\lambda_3^{(1)}0} + C_4^{(1)}\lambda_4^{(1)}e^{\lambda_4^{(1)}0} + C_5^{(1)}\lambda_5^{(1)}e^{\lambda_5^{(1)}0} + C_6^{(1)}\lambda_6^{(1)}e^{\lambda_6^{(1)}0} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)}\bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)}\bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\lambda_1^{(1)} + s \bar{B}_1^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)} 0} + \\
& A_2^{(1)} i \left(\lambda_2^{(1)} + s \bar{B}_2^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)} 0} + \\
& A_3^{(1)} i \left(\lambda_3^{(1)} + s \bar{B}_3^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)} 0} + \\
& A_4^{(1)} i \left(\lambda_4^{(1)} + s \bar{B}_4^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)} 0} + \\
& A_5^{(1)} i \left(\lambda_5^{(1)} + s \bar{B}_5^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)} 0} + \\
& A_6^{(1)} i \left(\lambda_6^{(1)} + s \bar{B}_6^{(1)} - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)} 0}
\end{aligned}$$

(2.104)

$$\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{zz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\begin{aligned}
& \frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(1)} + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(1)}}{dz} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \phi_F^{(1)} \\
& - \frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) u_F^{(2)} - \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{dw_F^{(2)}}{dz} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \phi_F^{(2)} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)} & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) + \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} B_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)} & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) - \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} B_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \\
B^{(k)} & = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(1)}\lambda_1^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_2^{(1)}\lambda_2^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(1)}\lambda_3^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_4^{(1)}\lambda_4^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(1)}\lambda_5^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + \quad = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\frac{C_{13}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s - \frac{C_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_6^{(1)}\lambda_6^{(1)} + \frac{e_{31}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_1^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_3^{(2)}\lambda_3^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{C_{13}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s + \frac{C_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}\bar{B}_5^{(2)}\lambda_5^{(2)} - \frac{e_{31}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}}\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}}s\bar{C}_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.105}$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{xz}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0$$

$$C_{44}^{(1)} \left(\frac{du_F^{(1)}}{dz} + (is)w_F^{(1)} \right) + e_{15}^{(1)} \frac{d\phi_F^{(1)}}{dz} - C_{44}^{(2)} \left(\frac{du_F^{(2)}}{dz} + (is)w_F^{(2)} \right) - e_{15}^{(2)} \frac{d\phi_F^{(2)}}{dz} = 0$$

$$A_1^{(1)} \left(\left(\lambda_1^{(1)} + (is)B_1^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} +$$

$$A_2^{(1)} \left(\left(\lambda_2^{(1)} + (is)B_2^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} +$$

$$A_3^{(1)} \left(\left(\lambda_3^{(1)} + (is)B_3^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} +$$

$$A_4^{(1)} \left(\left(\lambda_4^{(1)} + (is)B_4^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} +$$

$$A_5^{(1)} \left(\left(\lambda_5^{(1)} + (is)B_5^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0$$

$$A_6^{(1)} \left(\left(\lambda_6^{(1)} + (is)B_6^{(1)} \right) + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} +$$

$$A_1^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + (is)B_1^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} +$$

$$A_3^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + (is)B_3^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} +$$

$$A_5^{(2)} \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_5^{(2)} + (is)B_5^{(2)} \right) - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\left(\lambda_1^{(1)} + s\bar{B}_1^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\left(\lambda_2^{(1)} + s\bar{B}_2^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\left(\lambda_3^{(1)} + s\bar{B}_3^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\left(\lambda_4^{(1)} + s\bar{B}_4^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\left(\lambda_5^{(1)} + s\bar{B}_5^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\left(\lambda_6^{(1)} + s\bar{B}_6^{(1)} \right) - \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_1^{(2)} + s\bar{B}_1^{(2)} \right) + \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_3^{(2)} + s\bar{B}_3^{(2)} \right) + \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\lambda_5^{(2)} + s\bar{B}_5^{(2)} \right) + \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.106}$$

$$\begin{aligned}
D_z^{(1)} \Big|_{z=-h} - D_z^{(2)} \Big|_{z=-h} &= 0 \\
\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\frac{du_F^{(1)}}{dz} + (is)w_F^{(1)} \right) - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(1)}}{dz} \\
- \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \left(\frac{du_F^{(2)}}{dz} + (is)w_F^{(2)} \right) + \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(2)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{d\varphi_F^{(2)}}{dz} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{315}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)} & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)} & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_1^{(2)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)} & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_3^{(2)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)} & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_5^{(2)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \\
B^{(k)} &= \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_1^{(2)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(2)} \lambda_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_3^{(2)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(2)} \lambda_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & \left(-\frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(2)} - \frac{e_{15}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} s\bar{B}_5^{(2)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(2)} \lambda_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.107}$$

$$\begin{aligned}
u^{(1)} \Big|_{z=-h} - u^{(2)} \Big|_{z=-h} &= 0 \\
\left(A_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + A_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + A_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + A_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + A_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + A_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) \\
- \left(A_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + A_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + A_5^{(2)} e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) &= 0 \\
A_1^{(1)}i & e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
A_2^{(1)}i & e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
A_3^{(1)}i & e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
A_4^{(1)}i & e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
A_5^{(1)}i & e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
A_6^{(1)}i & e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
A_1^{(2)}i & -e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
A_3^{(2)}i & -e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
A_5^{(2)}i & -e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.108}$$

$$\begin{aligned}
& \varphi^{(1)} \Big|_{z=-h} - \varphi^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \\
& \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) \\
& - \left(C_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + C_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + C_5^{(2)} e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) = 0 \\
& A_1^{(1)} \quad \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} \quad \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} \quad \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} \quad \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} \quad \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
& A_6^{(1)} \quad \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} \quad \left(-C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} \quad \left(-C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
& A_5^{(2)} \quad \left(-C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned}$$

$$C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \quad \left(-C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + \\
& A_2^{(1)} i \quad \left(-C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + \\
& A_3^{(1)} i \quad \left(-C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + \\
& A_4^{(1)} i \quad \left(-C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + \\
& A_5^{(1)} i \quad \left(-C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \\
& A_6^{(1)} i \quad \left(-C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} + \\
& A_1^{(2)} i \quad \left(+C_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + \\
& A_3^{(2)} i \quad \left(+C_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + \\
& A_5^{(2)} i \quad \left(+C_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}
\end{aligned} \tag{2.109}$$

$$w^{(1)} \Big|_{z=-h} - w^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0;$$

$$\left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} + B_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + B_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} \right) - \left(B_1^{(2)} e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} + B_3^{(2)} e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} + B_5^{(2)} e^{\lambda_5^{(2)}(-h)} \right) = 0$$

$$A_1^{(1)} \quad \left(B_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} +$$

$$A_2^{(1)} \quad \left(B_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} +$$

$$A_3^{(1)} \quad \left(B_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} +$$

$$A_4^{(1)} \quad \left(B_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} +$$

$$A_5^{(1)} \quad \left(B_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0$$

$$A_6^{(1)} \quad \left(B_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} +$$

$$A_1^{(2)} \quad \left(-B_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} +$$

$$A_3^{(2)} \quad \left(-B_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} +$$

$$A_5^{(2)} \quad \left(-B_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$A_1^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} +$$

$$A_2^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} +$$

$$A_3^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} +$$

$$A_4^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} +$$

$$A_5^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0 \Rightarrow$$

$$A_6^{(1)} \quad \left((-i) \bar{B}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} +$$

$$A_1^{(2)} \quad \left(-(-i) \bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} +$$

$$A_3^{(2)} \quad \left(-(-i) \bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} +$$

$$A_5^{(2)} \quad \left(-(-i) \bar{B}_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}$$

$$A_1^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)}(-h)} +$$

$$A_2^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)}(-h)} +$$

$$A_3^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)}(-h)} +$$

$$A_4^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)}(-h)} +$$

$$A_5^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)}(-h)} + = 0$$

$$A_6^{(1)} i \quad \left(-\bar{B}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)}(-h)} +$$

$$A_1^{(2)} i \quad \left(+\bar{B}_1^{(2)} \right) e^{\lambda_1^{(2)}(-h)} +$$

$$A_3^{(2)} i \quad \left(+\bar{B}_3^{(2)} \right) e^{\lambda_3^{(2)}(-h)} +$$

$$A_5^{(2)} i \quad \left(+\bar{B}_5^{(2)} \right) e^{\lambda_5^{(2)}(-h)}$$

(2.110)

Durum 1. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlu ve topraklanmış ise,

$$\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\varphi_F^{(1)} \Big|_{z=0} = \left(C_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + C_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + C_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + C_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + C_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + C_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) = 0;$$

$$\begin{aligned} & A_1^{(1)} \left(C_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ & A_2^{(1)} \left(C_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ & A_3^{(1)} \left(C_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ & A_4^{(1)} \left(C_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ & A_5^{(1)} \left(C_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ & A_6^{(1)} \left(C_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \end{aligned} = 0$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned} & A_1^{(1)} i \left(-\bar{C}_1^{(1)} \right) e^{\lambda_1^{(1)0}} + \\ & A_2^{(1)} i \left(-\bar{C}_2^{(1)} \right) e^{\lambda_2^{(1)0}} + \\ & A_3^{(1)} i \left(-\bar{C}_3^{(1)} \right) e^{\lambda_3^{(1)0}} + \\ & A_4^{(1)} i \left(-\bar{C}_4^{(1)} \right) e^{\lambda_4^{(1)0}} + \\ & A_5^{(1)} i \left(-\bar{C}_5^{(1)} \right) e^{\lambda_5^{(1)0}} + \\ & A_6^{(1)} i \left(-\bar{C}_6^{(1)} \right) e^{\lambda_6^{(1)0}} \end{aligned} = 0 \quad (2.111)$$

Durum 2. Örtü tabakasının üst yüzeyi elektrodlanmamış ise,

$$\begin{aligned} & D_z^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \\ & \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(A_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + A_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + A_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + A_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + A_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + A_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \\ & + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) \left(B_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + B_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + B_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + B_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + B_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + B_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) \\ & - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \left(C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} e^{\lambda_1^{(1)0}} + C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} e^{\lambda_2^{(1)0}} + C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} e^{\lambda_3^{(1)0}} + C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} e^{\lambda_4^{(1)0}} + C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} e^{\lambda_5^{(1)0}} + C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} e^{\lambda_6^{(1)0}} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_1^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_2^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_3^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_4^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_5^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} (is) B_6^{(1)} - \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} C_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$B^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{B}^{(k)}}{i} \text{ ve } C^{(k)} = \frac{A^{(k)} \bar{C}^{(k)}}{i} \text{ tanımlaması kullanılırsa}$$

$$\begin{aligned}
& A_1^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_1^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_1^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_1^{(1)} \lambda_1^{(1)} \right) + \\
& A_2^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_2^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_2^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_2^{(1)} \lambda_2^{(1)} \right) + \\
& A_3^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_3^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_3^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_3^{(1)} \lambda_3^{(1)} \right) + \\
& A_4^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_4^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_4^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_4^{(1)} \lambda_4^{(1)} \right) + \\
& A_5^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_5^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_5^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_5^{(1)} \lambda_5^{(1)} \right) + \\
& A_6^{(1)} i \left(\frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \lambda_6^{(1)} + \frac{e_{15}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} s \bar{B}_6^{(1)} + \frac{\varepsilon_{11}^{(1)}}{C_{44}^{(1)}} \bar{C}_6^{(1)} \lambda_6^{(1)} \right) = 0
\end{aligned} \tag{2.112}$$

2.4 Ters Fourier İntegral Dönüşümü

Tam temas koşullarına sahip piezoelektrik örtü tabakası ve piezoelektrik yarı sonsuz levhadan oluşan sistemin sınır ve temas koşullarından izleyen cebrik denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının çözümünden $A_n^{(1)}$ ($n=1,2,3,4,5,6$) ve $A_k^{(2)}$ ($k=1,3,5$)

bilinmeyen katsayıları elde edilir. Buna göre Bölüm 2.3 teki sınır ve temas koşulları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{1n}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{zzF}^{(1)} \Big|_{z=0} = -P \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{2n}^{(1)} = -P, \quad (2.113)$$

$$\phi_F^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{3n}^{(1)} = 0, \quad (2.114)$$

$$D_{zF}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{3n}^{(1)} = 0, \quad (2.115)$$

$$\sigma_{xzF}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{xzF}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{4n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{4k}^{(2)} = 0,$$

$$\sigma_{zzF}^{(1)} \Big|_{z=-h} - \sigma_{zzF}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{5n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{5k}^{(2)} = 0,$$

$$u_F^{(1)} \Big|_{z=-h} - u_F^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{6n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{6k}^{(2)} = 0,$$

$$w_F^{(1)} \Big|_{z=-h} - w_F^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{7n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{7k}^{(2)} = 0,$$

$$\phi_F^{(1)} \Big|_{z=-h} - \phi_F^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{8n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{8k}^{(2)} = 0,$$

$$D_{zF}^{(1)} \Big|_{z=-h} - D_{zF}^{(2)} \Big|_{z=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^6 A_n^{(1)} \alpha_{9n}^{(1)} - \sum_{k=1;3;5} A_k^{(2)} \alpha_{9k}^{(2)} = 0. \quad (2.116)$$

$\alpha_{mn}^{(1)}$ ($m=1,2,\dots,9$, $n=1,2,\dots,6$) ve $\alpha_{rk}^{(2)}$ ($r=4,5,\dots,9$, $k=1,3,5$) ifadeleri Bölüm 2.2 deki denklemlerden kolayca elde edilebilir. $A_n^{(1)}$ ($n=1,2,3,4,5,6$) ve $A_k^{(2)}$ ($k=1,3,5$) bilinmeyenleri Durum 1 için (2.113), (2.114) ve (2.116) denklemlerinden veya Durum 2 için (2.113), (2.115) ve (2.116) denklemlerinden elde edilir. Böylece, aranan değerlerin Fourier dönüşümleri belirlenmiş olur. Ters Fourier dönüşümüne göre gerilme ve yer değiştirmeler aşağıdaki gibi olur:

$$\left\{\sigma_{xx}^{(k)}, \sigma_{xz}^{(k)}, \sigma_{zz}^{(k)}, u^{(k)}, w^{(k)}, \varphi^{(k)}\right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{\sigma_{xxF}^{(k)}, \sigma_{zzF}^{(k)}, \sigma_{zzF}^{(k)}, u_F^{(k)}, w_F^{(k)}, \varphi_F^{(k)}\right\} e^{isx} ds. \quad (2.117)$$

$x = 0$ için gerilme ve yer değiştirmelerin simetri-antisimetri özelliklerini kullanarak (2.117) denklemi aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} \left\{\sigma_{xx}^{(k)}, \sigma_{zz}^{(k)}, w^{(k)}, \varphi^{(k)}\right\} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left\{\sigma_{xxF}^{(k)}, \sigma_{zzF}^{(k)}, w_F^{(k)}, \varphi_F^{(k)}\right\} \cos(sx) ds \\ \left\{\sigma_{xz}^{(k)}, u^{(k)}\right\} &= \frac{i}{\pi} \int_0^{+\infty} \left\{\sigma_{xzF}^{(k)}, u_F^{(k)}\right\} \sin(sx) ds \end{aligned} \quad (2.118)$$

(2.118) denkleminin hesaplanması aşağıda açıklanmıştır:

(2.116) denklemine göre, yukarıdaki bilinmeyen sabitler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \left\{A_1^{(1)}(s), A_2^{(1)}(s), \dots, A_6^{(1)}(s), A_1^{(2)}(s), A_3^{(2)}(s), A_5^{(2)}(s)\right\} = \\ \frac{1}{\det \|\beta_{ij}\|} \left\{\det \|\beta_{ij}^{A_1^{(1)}}\|, \det \|\beta_{ij}^{A_2^{(1)}}\|, \dots, \det \|\beta_{ij}^{A_6^{(1)}}\|, \det \|\beta_{ij}^{A_1^{(2)}}\|, \det \|\beta_{ij}^{A_3^{(2)}}\|, \det \|\beta_{ij}^{A_5^{(2)}}\|\right\}, \end{aligned} \quad (2.119) \quad (33)$$

$i, j = 1, 2, \dots, 9$ ve

$$\beta_{kn} = \alpha_{kn}^{(1)}, \quad n = 1, 2, \dots, 6, \quad k = 1, 2, 3; \quad \beta_{k7} = \beta_{k8} = \beta_{k9} = 0;$$

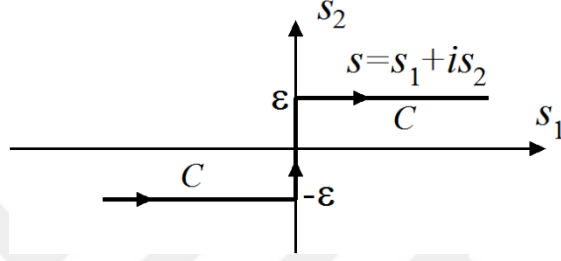
$$\beta_{mn} = \alpha_{mn}^{(1)}, \quad n = 1, 2, \dots, 6; \quad m = 4, 5, \dots, 9; \quad \beta_{mr} = \alpha_{mr}^{(2)}; \quad r = 1, 2, 3. \quad (2.120)$$

$\beta_{ij}^{A_1^{(1)}}, \beta_{ij}^{A_2^{(1)}}, \dots, \beta_{ij}^{A_6^{(1)}}, \beta_{ij}^{A_1^{(2)}}, \beta_{ij}^{A_3^{(2)}} ve \beta_{ij}^{A_5^{(2)}}$ ifadeleri, (2.116) cebirsel denklem sisteminin sağ tarafı ile karşılık gelen β_{ij} sütunu yer değiştirilerek elde edilir. Eğer Fourier dönüşüm parametresi yerine dalga sayısı olarak s alınırsa,

$$\det \|\beta_{ij}\| = 0, \quad (i, j = 1, 2, \dots, 9) \quad (2.121)$$

denklemini ele alınan sistemin Ox eksenini yönündeki dalga yayılım (dispersiyon) denklemi ile çıkarılır. Böylece, (2.121) denkleminin dispersiyon diyagramlarında kullanılan sonsuz sayıda reel kökü vardır, yani $\Omega (= \omega h / c_2^{(1)})$ ve sh arasındaki ilişki belirlenebilir. Bu diyagramlar ilgili sistemin dinamik davranışı hakkında birçok bilgi vermektedir. Bu konu Akbarov [37] de detaylı biçimde ele alınmıştır.

(2.118) integralinin hesaplanmasına dönüldüğünde, Lamb [37], Tsang [38], Jensen ve diğerleri [39] ve bu referanslarda listelenen diğer çalışmalarda belirtildiği gibi (2.118) dalga sayısı integralleri Sommerfeld eğrisi (Şekil 2.2) boyunca hesaplanacaktır. Buna göre, Cauchy teoreminde kullanılan $[-\infty, +\infty]$ integral kontur eğrisi $s = s_1 + is_2$ kompleks düzlemde (Şekil 2.2) C eğrisine indirgenir ve bu yolla (2.121) denkleminin reel kökleri elde edilir.



Şekil 2.2 Sommerfeld konturu

Böylece aranan değerler,

$$\left\{ \sigma_{xx}^{(k)}, \sigma_{xz}^{(k)}, \sigma_{zz}^{(k)}, u^{(k)}, w^{(k)}, \varphi^{(k)} \right\} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_C \left\{ \sigma_{xxF}^{(k)}, \sigma_{xzF}^{(k)}, \sigma_{zzF}^{(k)}, u_F^{(k)}, w_F^{(k)}, \varphi_F^{(k)} \right\} e^{isx} ds \right\}. \quad (2.122)$$

bağıntısından belirlenir. Şekil 2.2 ye göre, aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\int_C f(s) e^{isx} ds = \int_{-\infty}^0 f(s_1 - i\epsilon) e^{i(s_1 - i\epsilon)x} ds_1 + i \int_{-\epsilon}^{\epsilon} f(is_2) e^{-s_2x} ds_2 + \int_0^{\infty} f(s_1 + i\epsilon) e^{i(s_1 + i\epsilon)x} ds_1, \quad (2.123)$$

$$\int_{-\infty}^0 f(s_1 - i\epsilon) e^{i(s_1 - i\epsilon)x} ds_1 = - \int_0^{-\infty} f(s_1 - i\epsilon) e^{i(s_1 - i\epsilon)x} ds_1 = \int_0^{\infty} f(-s_1 - i\epsilon) e^{i(-s_1 - i\epsilon)x} ds_1 =$$

$$\int_0^{\infty} f(-s_1 - i\epsilon) (\cos((-s_1 - i\epsilon)x) + i \sin((-s_1 - i\epsilon)x)) ds_1,$$

$$\int_0^{\infty} f(s_1 + i\epsilon) e^{i(s_1 + i\epsilon)x} ds_1 = \int_0^{\infty} f(s_1 + i\epsilon) (\cos((s_1 + i\epsilon)x) + i \sin((s_1 + i\epsilon)x)) ds_1,$$

(2.123) integralleri aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} \int_C f(s)e^{isx} ds &= \int_0^\infty [f(-s_1 - i\varepsilon) + f(s_1 + i\varepsilon)] \cos((s_1 + i\varepsilon)x) ds_1 \\ &+ i \int_0^\infty [f(s_1 + i\varepsilon) - f(-s_1 - i\varepsilon)] \sin((s_1 + i\varepsilon)x) ds_1 + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} f(is_2)e^{-s_2x} ds_2. \end{aligned} \quad (2.124)$$

$\int_C f(s)e^{isx} ds$ integralinin değerleri $\varepsilon > 0$ parametresinin değerlerinden bağımsızdır (Jensen vd. [39], Tsang [38]). $\int_C f(s)e^{isx} ds$ integralinin hesaplanmasını kolaylaştırmak için, ε parametresi çok küçük bir parametre olarak kabul edilir. Bu varsayıma Akbarov [36] da verilen teoreme göre $\left| \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} f(is_2)e^{-s_2x} ds_2 \right| = O(\varepsilon)$ ilişkisi için, $\int_C f(s)e^{isx} ds$ integralinin hesaplanmasında aşağıdaki yaklaşık ifadeler kullanılır:

Çift fonksiyonlar için,

$$\int_C f(s)e^{isx} ds \approx 2 \int_0^\infty f(s_1 + i\varepsilon) \cos((s_1 + i\varepsilon)x) ds_1, \quad (2.125)$$

Tek fonksiyonlar için,

$$\int_C f(s)e^{isx} ds \approx 2i \int_0^\infty f(s_1 + i\varepsilon) \sin((s_1 + i\varepsilon)x) ds_1. \quad (2.126)$$

ε parametresinin değerlerine göre (2.125) ve (2.126) ifadelerinin doğruluğu Akbarov ve İlhan [29] ve Akbarov [36] da gösterilmiştir. Somut sayısal sonuçlarla, $\int_C f(s)e^{isx} ds$

integralinin değerlerinin ε parametresinin değerlerinden bağımsız olduğu gerçeği Akbarov ve İlhan [29] ve Akbarov [36] da gösterilmiştir. (2.125) ve (2.126) ifadelerinde $\int_0^{+\infty} (\bullet) ds_1$

belirsiz integralin hesaplanmasında $\int_0^{+S_1^*} (\bullet) ds_1$ karşılık gelen belirli integrali ile yer

değiştirilir. S_1^* değerleri belirsiz integralin yakınsaklık özelliğinden belirlenir. Sonraki integralin hesaplanmasında, $[0, +S_1^*]$ aralığı Gauss integrasyon algoritması kullanılarak

daha kısa aralıklara bölünür. Bu integrasyon prosedüründe integre edilen ifadelerin değerleri, yani Gauss integrasyon ifadelerindeki $A_1^{(1)}(s), A_2^{(1)}(s), \dots, A_6^{(1)}(s), A_1^{(2)}(s), A_3^{(2)}(s), A_5^{(2)}(s)$ bilinmeyen katsayıları (2.119) ile belirlenir. Söz konusu integrasyon işleminde, daha kısa aralıkların her birinde Δs_1 nümerik integrasyonunun örnekleme aralığı $|\Delta s_1| \leq \min\{\varepsilon, 1/|x|\}$ ilişkisi ile sağlandığı kabul edilir. Bütün bu işlemler oluşturulan programların kullanımı ile PC de otomatik olarak yapılmaktadır.

Bundan sonra Çizelge 3.1 de elastik, piezoelektrik ve dielektrik sabitleri verilen (Yang [2]) piezoelektrik malzemelerin bazı çiftleri için sayısal sonuçlar elde edilecektir..

BÖLÜM 3

SAYISAL SONUÇLAR VE ANALİZ

Bu problemde zamana göre harmonik değişen yükün boyutsuzlaştırılmış frekansının Ω örtü tabakası ve yarı sonsuz ortamın birleşim düzlemindeki $\sigma_{zz} h / P \left(= \sigma_{zz}^{(2)}(0, -h)h / P \right)$ ve $\sigma_{xz} h / P \left(= \sigma_{xz}^{(2)}(0.7h, -h)h / P \right)$ gerilme dağılımına etkisi incelenmiştir. İncelenen problemlerin sayısal sonuçları Çizelge 3.1’de mekanik, piezoelektrik ve dielektrik sabitleri verilen malzemeler için elde edilmiştir.

Çizelge 3.1 Malzeme özellikleri

	$C_{44} * 10^{10}$ N/m ²	$C_{11} * 10^{10}$ N/m ²	$C_{13} * 10^{10}$ N/m ²	$C_{33} * 10^{10}$ N/m ²	ρ kg/m ³
PZT-5A	2.11	12.1	7.54	11.1	7750
PZT-5H	2.3	12.6	8.39	11.7	7500
PZT-4	2.56	13.9	7.40	11.5	7500
PZT-7A	2.53	14.8	8.13	13.1	7600

	e_{31} C/m ²	e_{33} C/m ²	e_{15} C/m ²	$\epsilon_{11} * 10^{-8}$ C/Vm	$\epsilon_{33} * 10^{-8}$ C/Vm
PZT-5A	-5.4	15.8	12.3	0.811	0.735
PZT-5H	-6.5	23.3	17	1.505	1.302
PZT-4	-5.2	15.1	12.7	0.646	0.562
PZT-7A	-2.1	9.5	9.2	0.407	0.208

Örtü tabakası ve yarı sonsuz levhada piezoelektrik ve dielektrik özellikler üç biçimde ele alınmıştır. Şekillerde P-P olarak gösterilen grafiklerde piezoelektrik ve dielektrik sabitler kullanılmış ($e_{kij}^{(1)} \neq 0, \epsilon_{il}^{(1)} \neq 0$ ve $e_{kij}^{(2)} \neq 0, \epsilon_{il}^{(2)} \neq 0$), P-O olarak gösterilen grafiklerde de yarı sonsuz levha için Tablo 1 de verilen malzemelerin piezoelektrik ve dielektrik sabitleri sıfır kabul edilmiş ($e_{kij}^{(2)} = 0, \epsilon_{il}^{(2)} = 0$ ve $e_{kij}^{(1)} \neq 0, \epsilon_{il}^{(1)} \neq 0$), şekillerde O-O olarak gösterilen

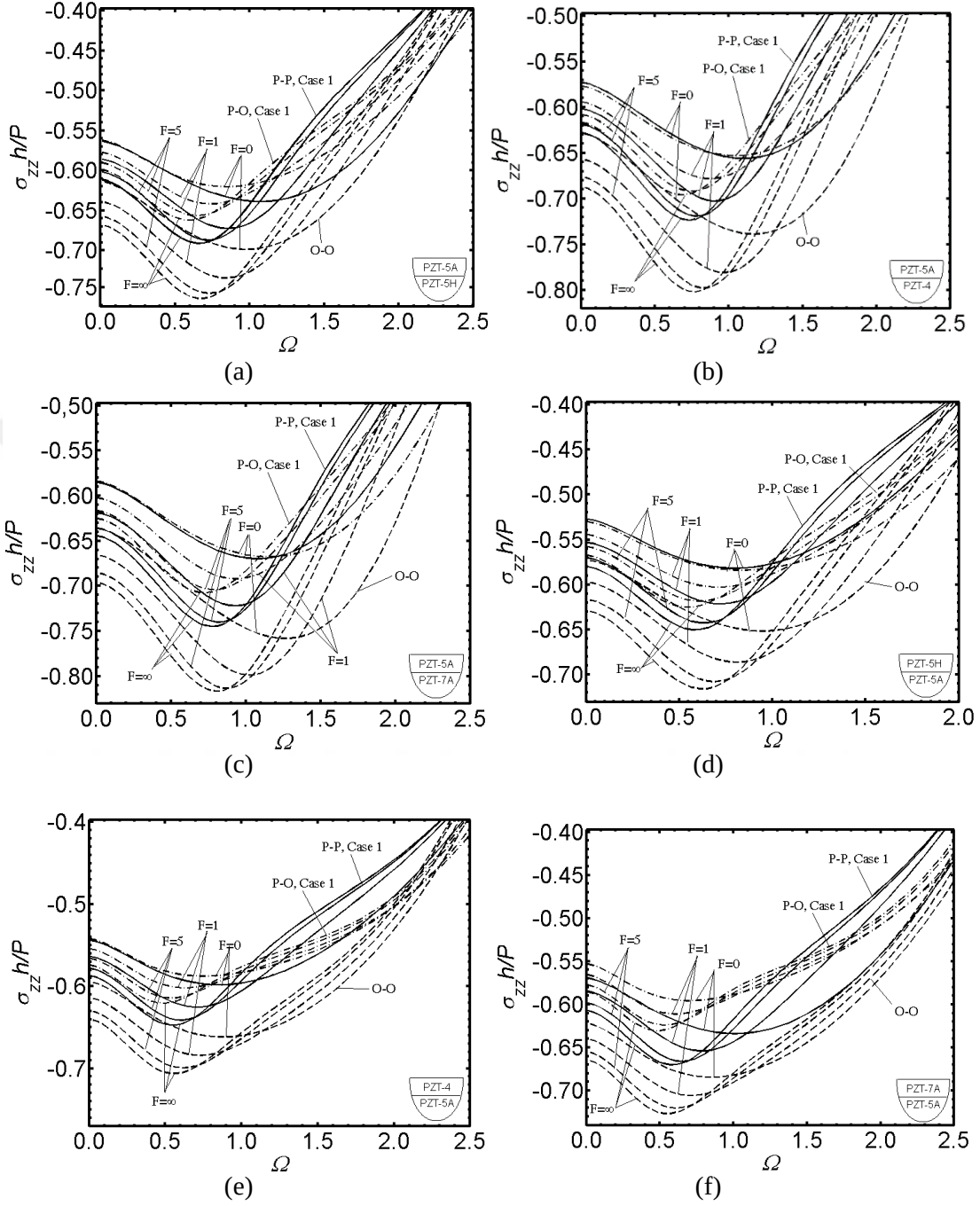
grafiklerde her iki ortamında piezoelektrik ve dielektrik sabitleri sıfır kabul edilmiştir ($e_{kij}^{(1)} = 0, \varepsilon_{il}^{(1)} = 0$ ve $e_{kij}^{(2)} = 0, \varepsilon_{il}^{(2)} = 0$). Böylelikle piezoelektrik ve dielektrik sabitlerin mekanik davranışa etkisi net bir biçimde incelenebilmiştir.

3.1 İdeal Olmayan Temas Koşullarının Etkisi

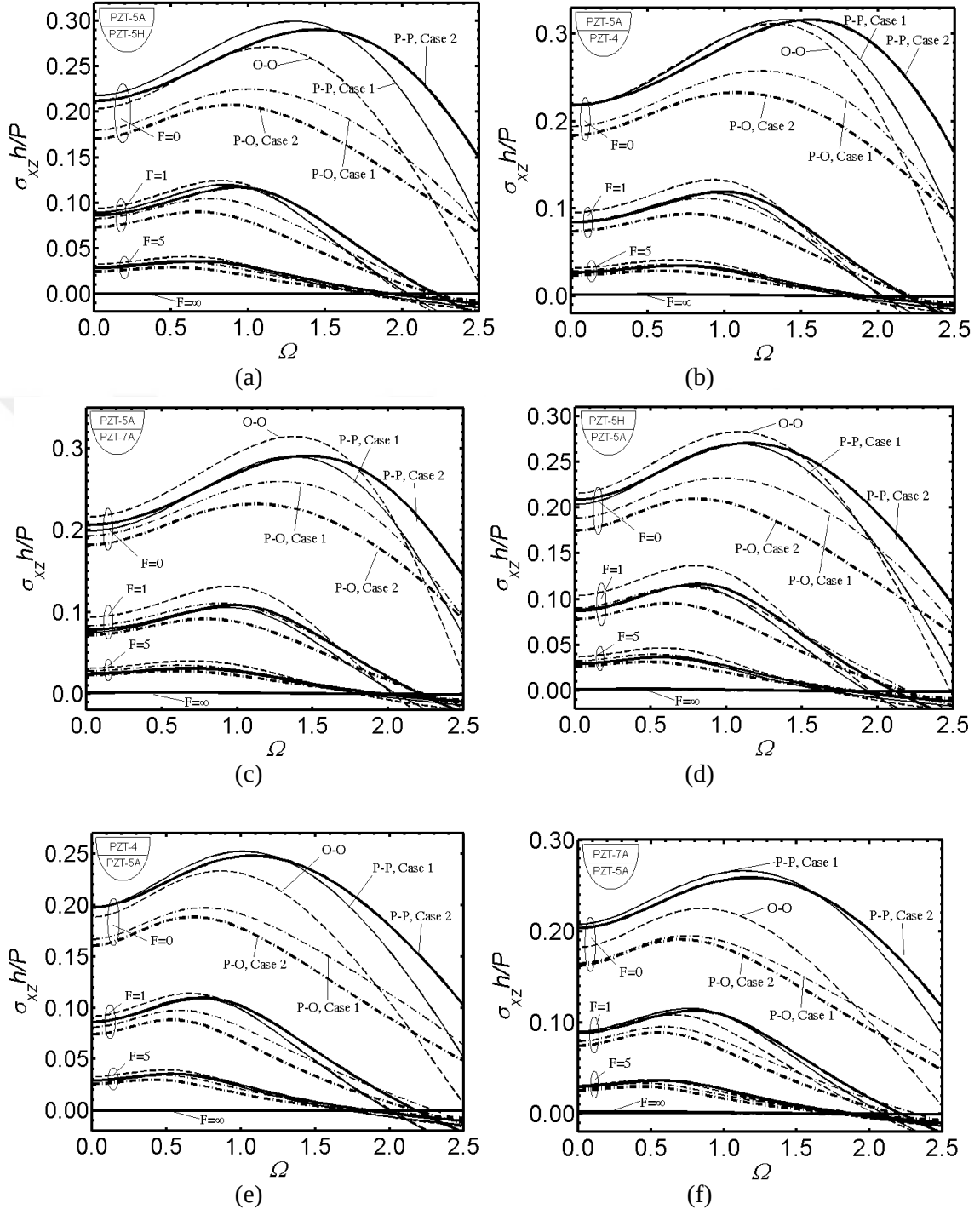
Bu çalışmada düz çizgiler örtü tabakasının ve yarı sonsuz levhanın piezoelektrik olması hali için (P-P), noktalı çizgiler örtü tabakasının piezoelektrik, yarı sonsuz levhanın ortotrop olması hali için (P-O), kesikli çizgiler örtü tabası ve yarı sonsuz levhanın ortotrop olması hali için (O-O) elde edilmiştir. Ayrıca ince çizgiler Durum 1 ve kalın çizgiler Durum 2 için oluşturulmuştur.

Şekil 3. 1(a, b ve c) (Şekil 3. 2(a, b ve c)) yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilme σ_{zz} (kayma gerilmesi σ_{xz}) ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantıyı göstermektedir. Örtü tabakasının sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilme σ_{zz} (kayma gerilmesi σ_{xz}) ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantı sırasıyla Şekil 3.1(d, e ve f) (Şekil 3.2(d, e ve f)) de verilmiştir. Boyutsuz elektrik potansiyeli Φ ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantının nümerik sonuçları yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda sırasıyla Şekil 3.3(a, b ve c) de, örtü tabakasının sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda ise sırasıyla Şekil 3.3(d, e ve f) de verilmiştir.

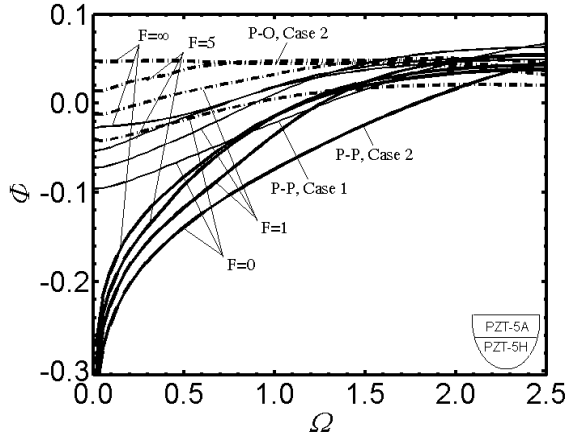
Sayısal sonuçların analizi gösterir ki, F parametresinin büyümesi söz konusu gerilmelerin mutlak maksimum değerlerini artırmaktadır. Görüldüğü gibi F parametresinin (yani yay-kayma tipli ideal olmayan temas koşullarının) dinamik gerilme ile boyutsuz frekans ilişkisine etkisi çok belirgindir ve göz önüne alınması önemini arz etmektedir.



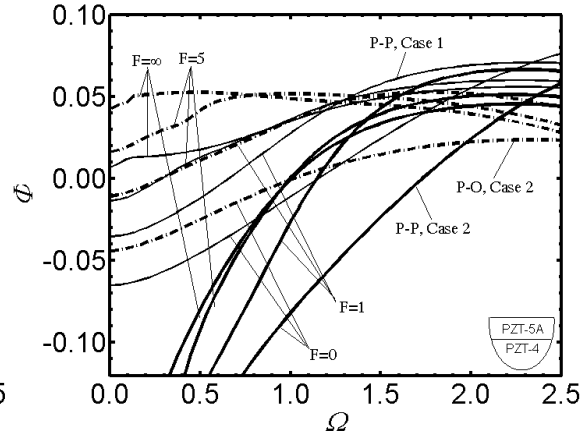
Şekil 3.1 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi



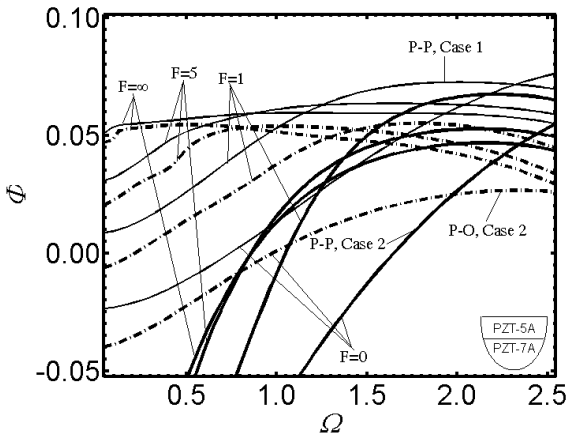
Şekil 3.2 σ_{xz} ($x = 0.7h$, $z = -h$) kayma gerilmesinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi



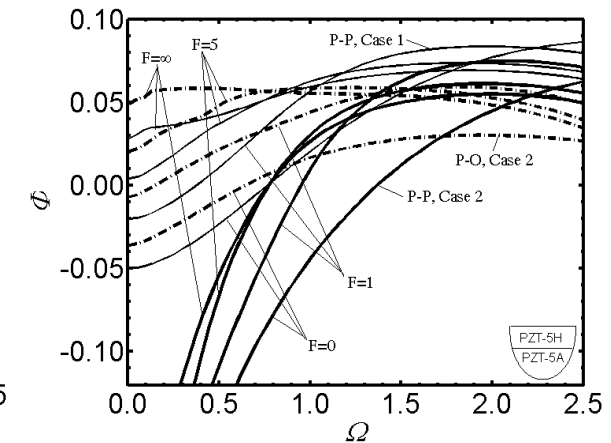
(a)



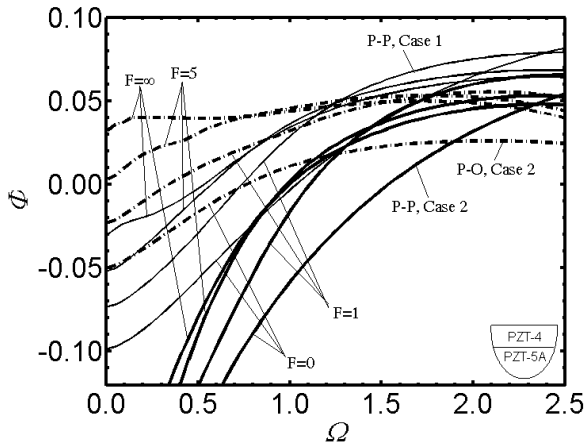
(b)



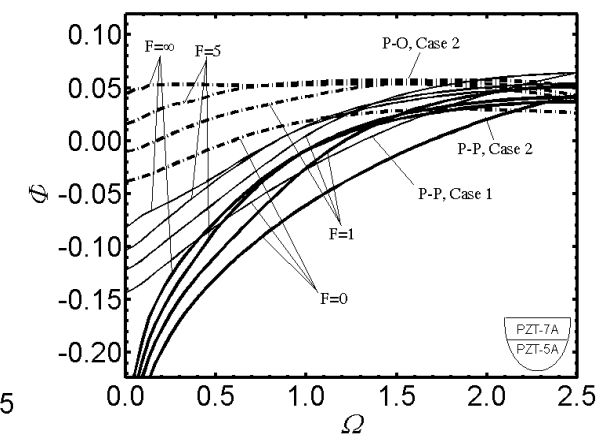
(c)



(d)



(e)



(f)

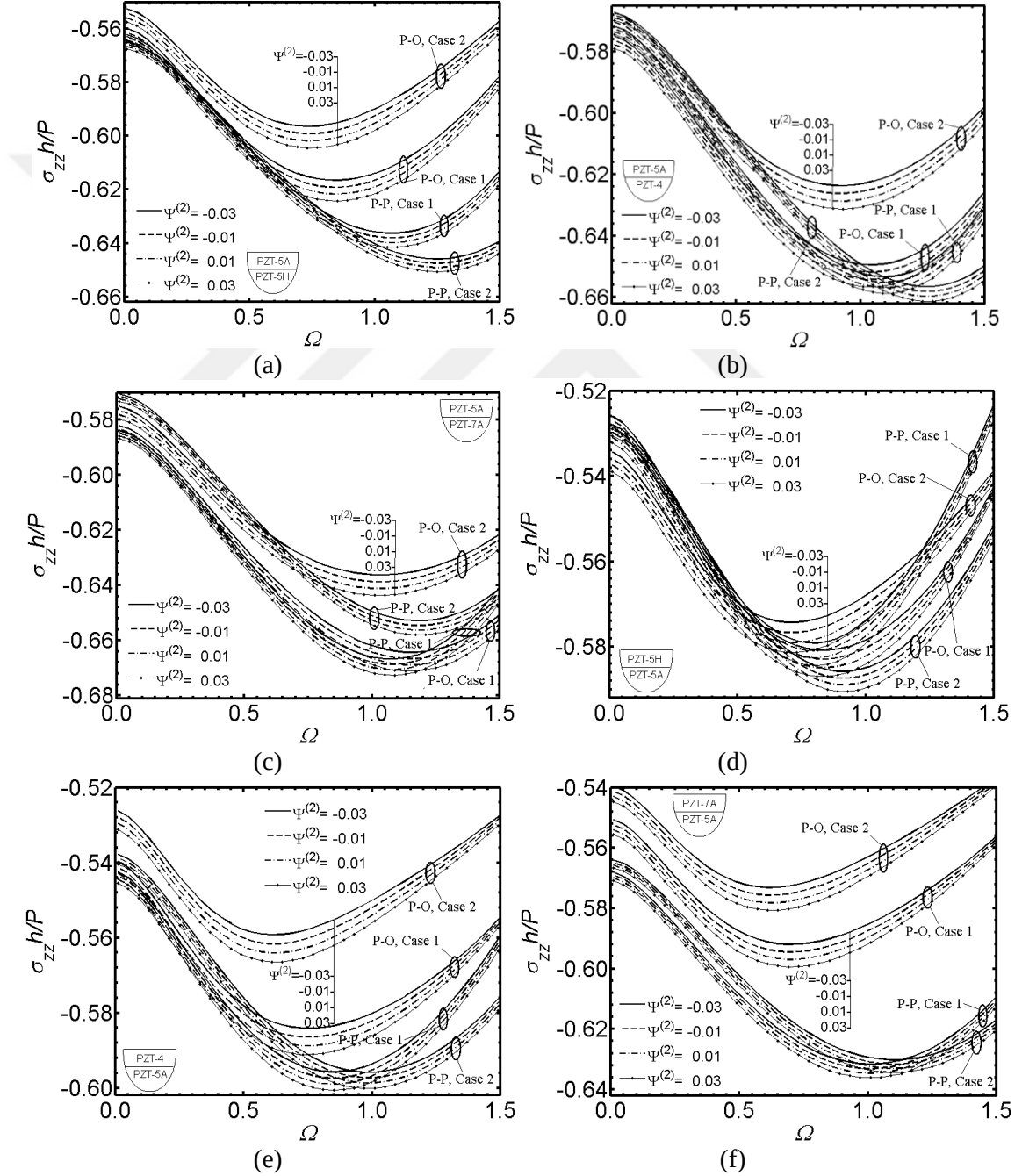
Şekil 3.3 $\Phi(=\varphi^{(1)}(x=0, z=-h)e_{15}^{(1)}/C_{44}^{(1)}h)$ boyutsuz elektrik potansiyelinin çeşitli F değerleri için Ω ya göre değişimi

3.2 Ön gerilmenin Etkisi

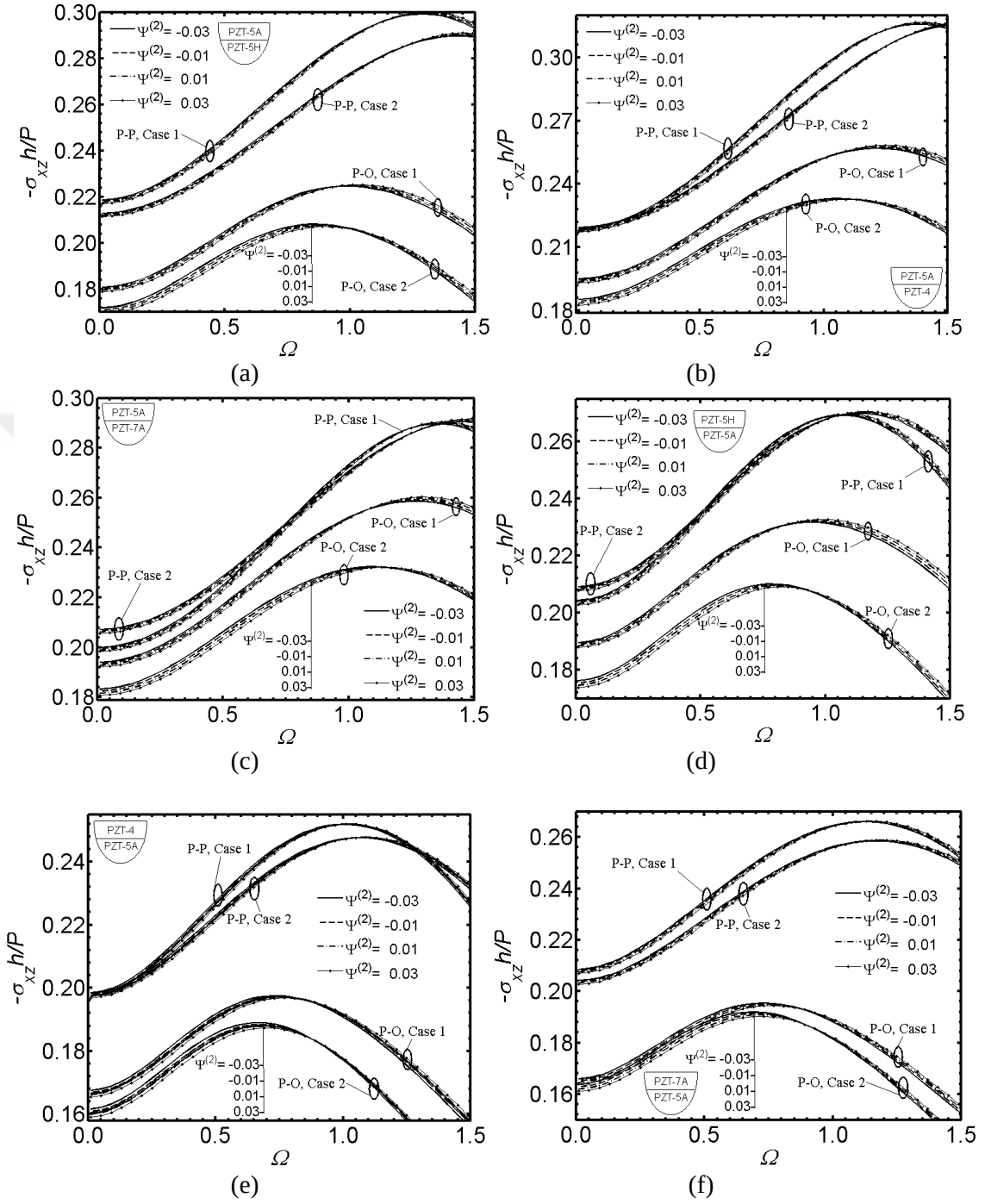
Bu bölümde tabakalara etkiyen ön gerilmelerin etkisi incelenecektir.

Ön gerilmeler aşağıdaki gibi boyutsuzlaştırılmıştır.

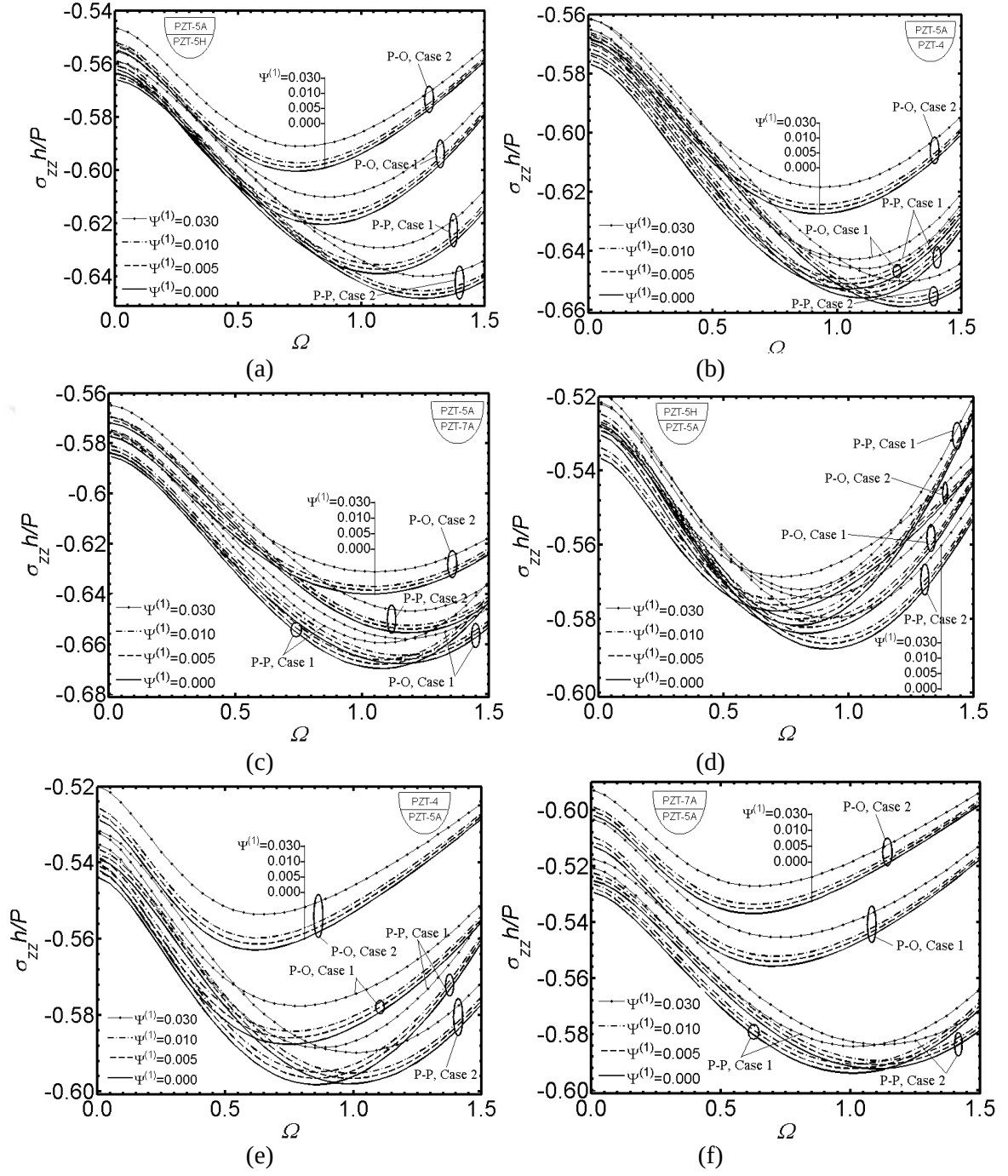
$$\psi^{(1)} = \frac{\sigma_{11}^{(1)0}}{c_{44}^{(1)}} \text{ ve } \psi^{(2)} = \frac{\sigma_{11}^{(2)0}}{c_{44}^{(2)}} \quad (3.1)$$



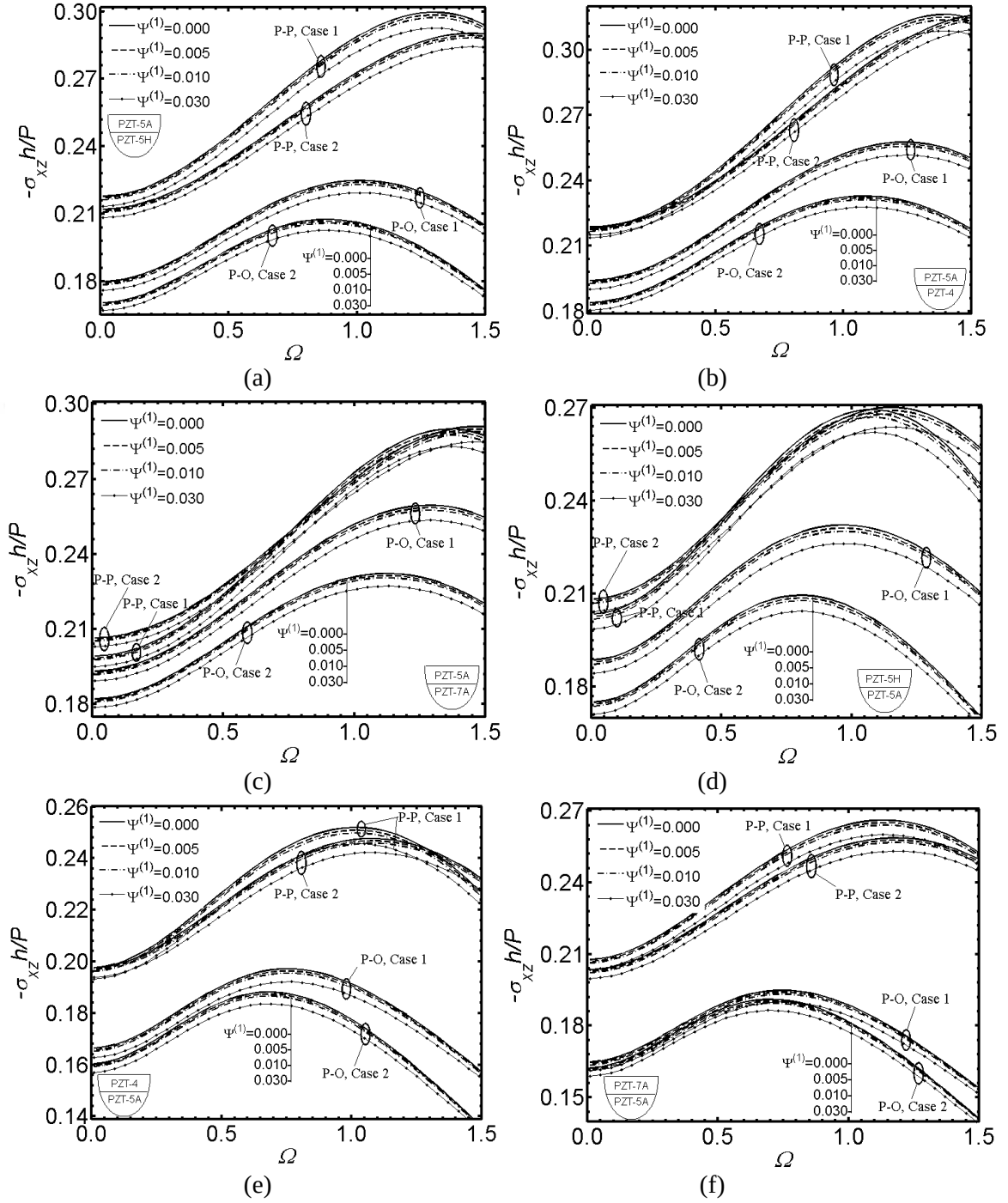
Şekil 3.4 $\sigma_{zz} (x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli $\psi^{(2)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi



Şekil 3.5 $\sigma_{xz}(x=0.7h, z=-h)$ kayma gerilmesinin çeşitli $\psi^{(2)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi



Şekil 3.6 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin çeşitli $\psi^{(1)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi



Şekil 3.7 σ_{xz} ($x = 0.7h, z = -h$) kayma gerilmesinin çeşitli $\psi^{(1)}$ değerleri için Ω ya göre değişimi

Şekil 3.4(a, b ve c) (Şekil 3. 5(a, b ve c)) yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilmenin σ_{zz} (kayma gerilmesinin σ_{xz}) frekans tepkisindeki $\psi^{(1)} = 0$ altında $\psi^{(2)}$ parametresinin etkisini

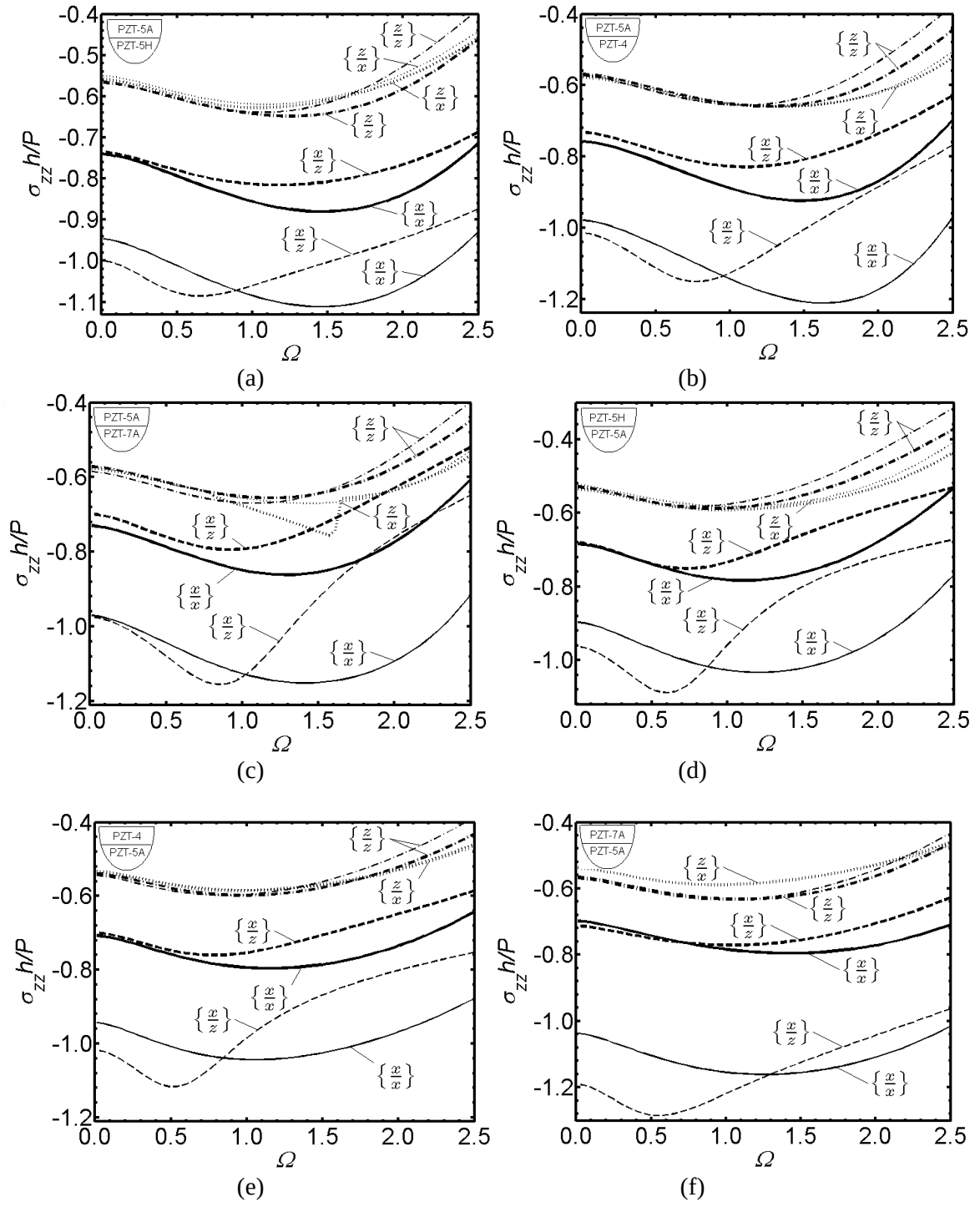
göstermektedir. Örtü tabakasının sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilmenin σ_{zz} (kayma gerilmesinin σ_{xz}) frekans tepkisindeki $\psi^{(1)} = 0$ altında $\psi^{(2)}$ parametresinin etkisi sırasıyla Şekil 3.4(d, e ve f) (Şekil 3.5(d, e ve f)) de verilmiştir.

Şekil 3.6(a, b ve c) (Şekil 3.7(a, b ve c)) yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumda normal gerilmenin σ_{zz} (kayma gerilmesinin σ_{xz}) frekans tepkisindeki $\psi^{(2)} = 0$ altında $\psi^{(1)}$ parametresinin etkisini göstermektedir. Örtü tabakasının sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilmenin σ_{zz} (kayma gerilmesinin σ_{xz}) frekans tepkisindeki $\psi^{(2)} = 0$ altında $\psi^{(1)}$ parametresinin etkisi sırasıyla Şekil 3. 6(d, e ve f) (Şekil 3. 7(d, e ve f)) de verilmiştir.

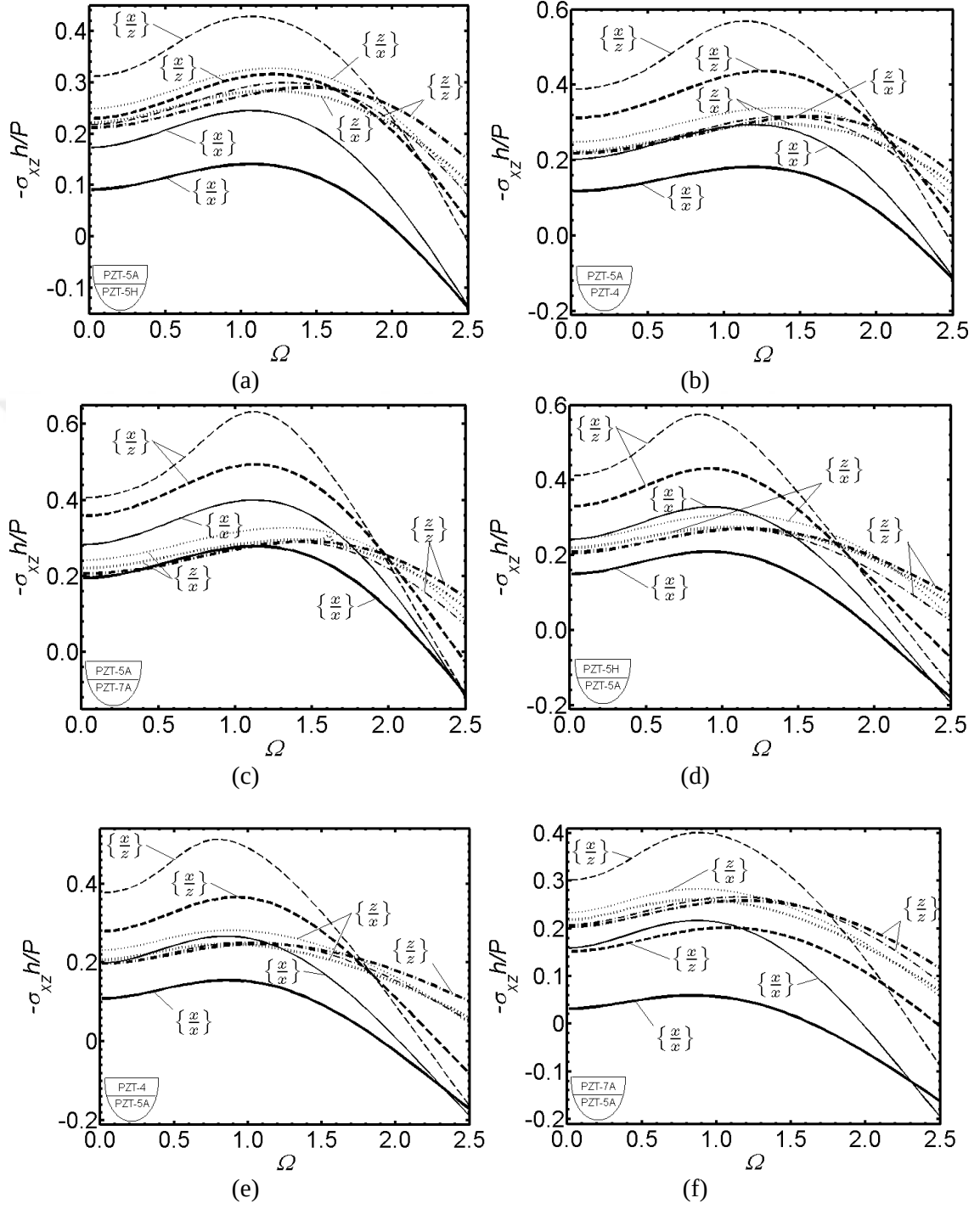
3.3 Farklı Yöndeki Polarizasyonun Etkisi

Bu çalışmada elde edilen şekillerde a/b sembolü kullanılmıştır. Bu sembolde a örtü tabakasındaki malzemenin polarizasyon yönünü, b ise yarı düzlemdeki malzemenin polarizasyon yönünü göstermektedir. Örneğin, x/z sembolü örtü tabakasındaki malzemenin polarizasyon yönünün Ox yönü ile çakıştığını, yarı düzlemdeki malzemenin polarizasyon yönünün ise Oz yönü ile çakıştığını belirtmektedir. Ayrıca ince çizgiler Durum 1 ve kalın çizgiler Durum 2 için oluşturulmuştur.

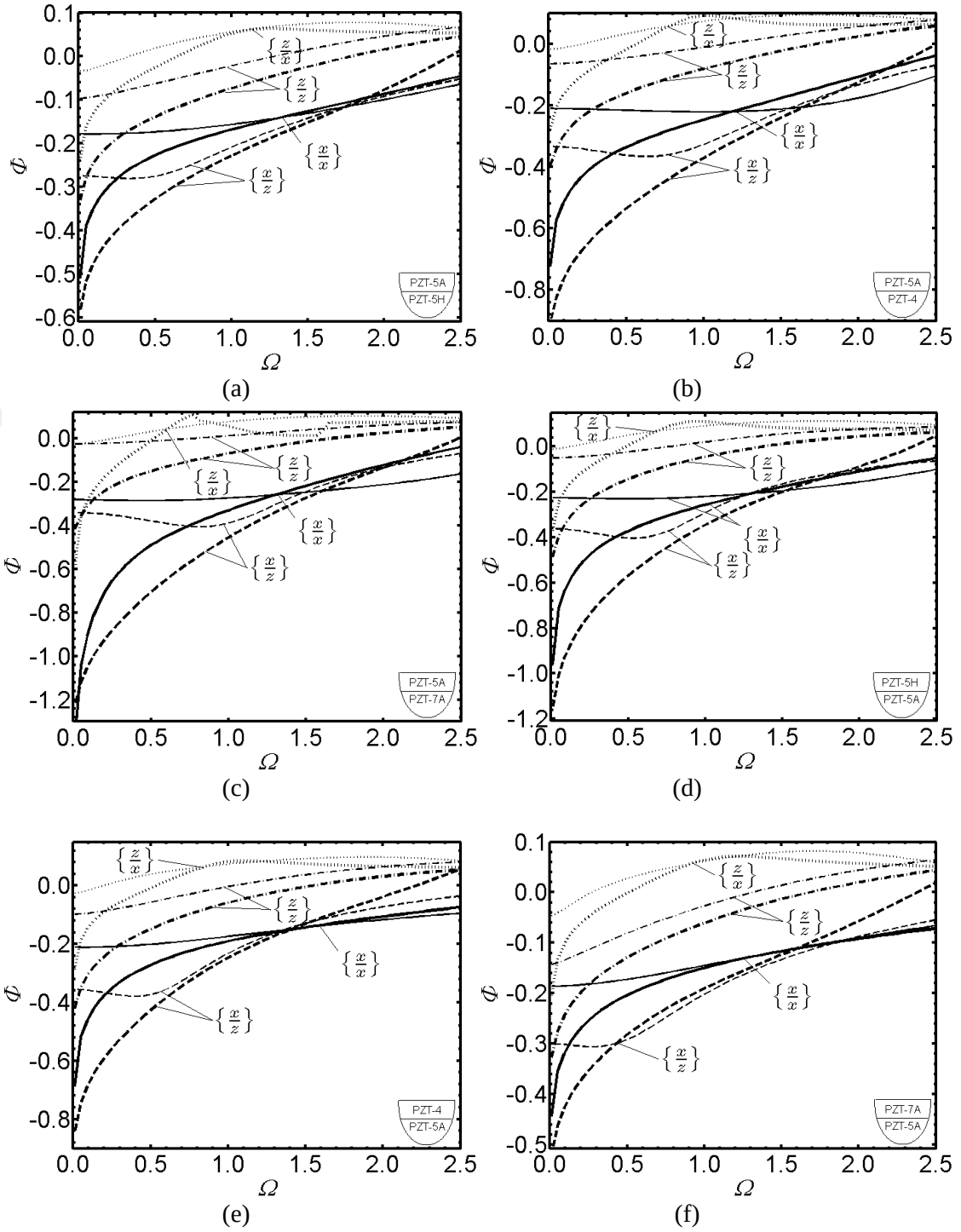
Şekil 3.8(a, b ve c) (Şekil 3.9(a, b ve c)) yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilme σ_{zz} (kayma gerilmesi σ_{xz}) ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantıyı göstermektedir. Örtü tabakasının sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda normal gerilme σ_{zz} (kayma gerilmesi σ_{xz}) ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantı sırasıyla Şekil 3.8(d, e ve f) (Şekil 3.9(d, e ve f)) de verilmiştir.



Şekil 3.8 $\sigma_{zz}(x=0, z=-h)$ normal gerilmesinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi



Şekil 3.9 σ_{xz} ($x = 0.7h, z = -h$) kayma gerilmesinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi



Şekil 3.10 $\Phi(=\varphi^{(1)}(x=0, z=-h)e_{15}^{(1)}/C_{44}^{(1)}h)$ boyutsuz elektrik potansiyelinin polarizasyon yönleri için Ω ya göre değişimi

Boyutsuz elektrik potansiyeli Φ ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantının nümerik sonuçları yarı düzlemin sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, örtü tabakasının ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda sırasıyla Şekil 3.10 (a, b ve c) de, örtü tabakasının

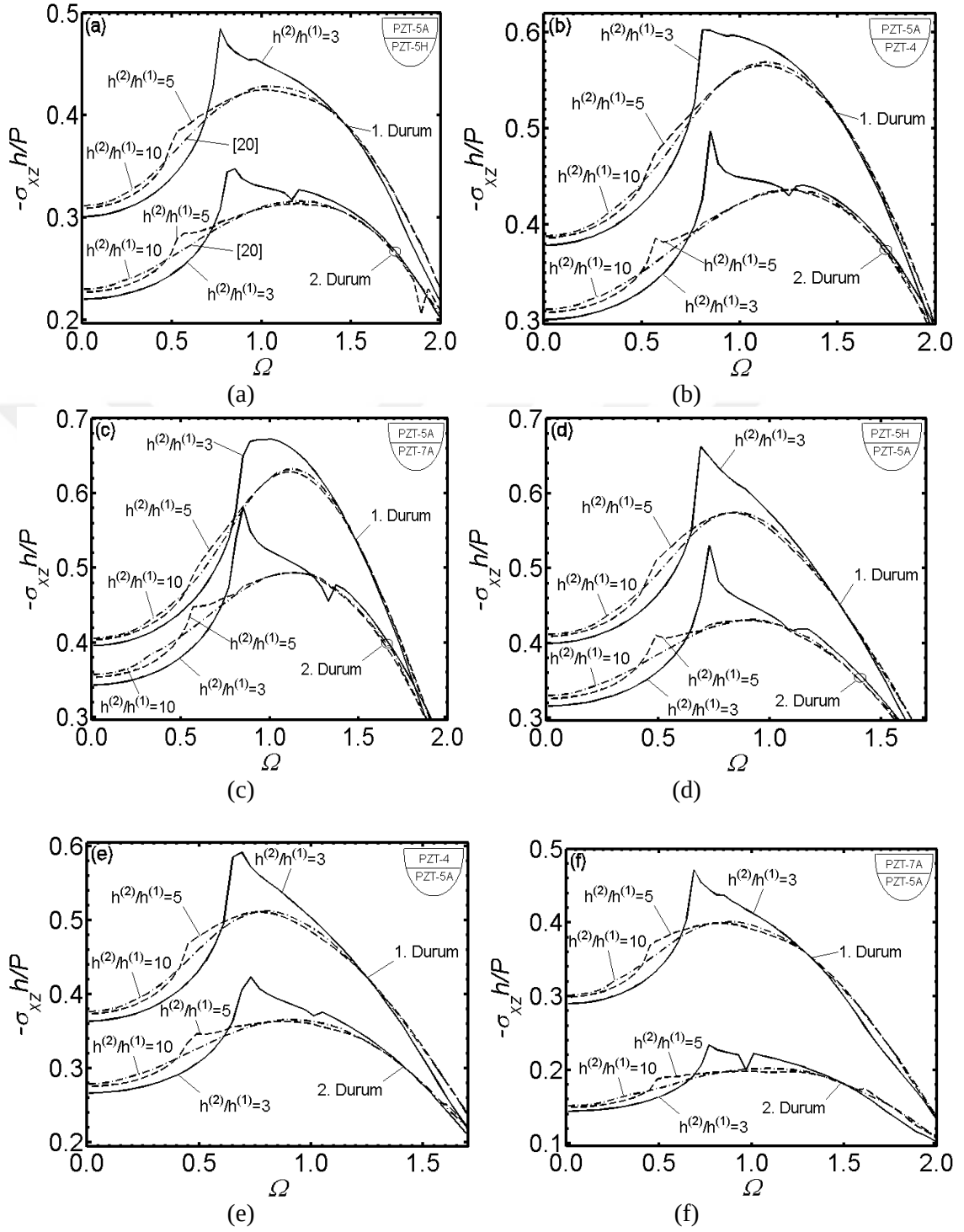
sırasıyla PZ-5H, PZ-4 ve PZ-7A, yarı düzlemin ise PZ-5A malzemelerinden olması durumunda ise sırasıyla Şekil 3.10(d, e ve f) de verilmiştir.

Elde edilen sonuçların formülasyonunu basitleştirmek için örtü tabakasındaki (yarı düzlemdeki) malzemenin polarizasyon yönünün a (b) yönünde olduğu durumda gerilmeler σ_{zz} , σ_{xz} ve boyutsuz elektrik potansiyeli Φ ifadeleri $\sigma_{zz}|_{a/b}$, $\sigma_{xz}|_{a/b}$ ve $\Phi|_{a/b}$ notasyonları ile tanımlanmaktadır.

3.4 Tabaka Kalınlıklarının Etkisi

Sayısal sonuçlar Çizelge 3.1 de mekanik, piezoelektrik ve dielektrik sabitleri verilen malzemeler için elde edilmiştir. Bu çalışmada zamana göre harmonik değişen yükün boyutsuzlaştırılmış frekansının örtü tabakası ve yarı sonsuz ortamın birleşim düzlemindeki $\sigma_{xz} h / P (= \sigma_{xz}^{(2)} (0.7h^{(1)}, -h^{(1)}) h^{(1)} / P)$ gerilme dağılımına etkisi incelenmiştir. İncelemede üst tabakanın polarizasyon yönü O_x yönünde alt tabakanın polarizasyon yönü O_z yönünde alınmıştır. Farklı malzeme çiftleri için $h^{(2)} / h^{(1)}$ tabaka kalınlığı oranlarının gerilme dağılımına etkisi incelenmiştir. $h^{(2)} / h^{(1)}$ oranı büyüdükçe elde edilen sonuçların yarı sonsuz levha problemi için elde edilen sonuçlara yakınsaması beklenmektedir. Yapılan sayısal incelemede $h^{(2)} / h^{(1)} = 10$ için elde edilen grafiklerin [34] ile çakıştığı görülmüş böylece problem için geliştirilen algoritmanın doğruluğu kanıtlanmış olmaktadır.

İncelenen tüm malzeme çiftleri için elde edilen grafiklerde 1. durum için elde edilen gerilmelerin 2. durum için elde edilen gerilmelerden daha büyük olduğu görülmektedir. Tabaka kalınlıkları oranı $h^{(2)} / h^{(1)}$ 5 ve 10 olması durumunda gerilme dağılımının çok değişmediği, az bir farkla da olsa $\Omega = 0.5$ değerine kadar $h^{(2)} / h^{(1)} = 10$ için elde edilen gerilme değerlerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 5$ için elde edilen gerilme değerlerinden beklenenin aksine daha küçük olduğu ve en düşük gerilme değerlerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 3$ te olduğu görülmektedir. Ancak Ω büyüdükçe bu davranışın değiştiği ve en büyük gerilme değerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 3$ te olduğu görülmektedir.



Şekil 3.11 σ_{xz} ($x = 0.7h^{(1)}$, $z = -h^{(1)}$) kayma gerilmesinin tabaka kalınlıları için Ω ya göre değişimi

BÖLÜM 4

SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

İdeal olmayan temas koşullarının etkisi, ön gerilmenin etkisi, farklı polarizasyonun etkisi ve tabaka kalınlıklarının etkisi incelenerek elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi yorumlanmıştır.

F parametrelerinin tüm değerleri için, gerilmeler σ_{zz} , σ_{xz} ve boyutsuz frekans Ω bağlantıları tek düze olmayan karaktere sahiptir, yani gerilmeler mutlak maksimum değerdeyken ($|\sigma_{zz}|_{res}$ ve $|\sigma_{xz}|_{res}$ ile belirtilir) boyutsuz frekansın Ω (Ω_{res} ile belirtilir) belli değerleri vardır.

$|\sigma_{zz}|_{res}$ değerleri artar, fakat F parametresi ile Ω_{res} tekdüze bir şekilde azalır ve $|\sigma_{zz}|_{res}$, $F \rightarrow \infty$ (tam olmayan temas koşulu) gibi belirli bir limite yaklaşır.

$|\sigma_{xz}|_{res}$ değerleri F parametresi ile tek düze bir şekilde azalır ve $F \rightarrow \infty$ gibi her Ω için $|\sigma_{xz}| \rightarrow 0$ olur. Bu sonuç aynı zamanda tahmin edilebilir, çünkü ara yüzey düzleminde kayma gerilmesi sıfıra eşit olduğunda $F = \infty$ örtü tabakası ve yarı düzlem arasındaki ideal olmayan kayma teması belirtmektedir. Ayrıca bu sonuç mevcut sayısal sonuçları elde etmek için bilgisayar programları ve algoritmalarının doğrulanması olarak alınabilir.

F parametrelerinin tüm değerleri için yarı düzlemdeki malzemenin piezoelektrikliği $|\sigma_{zz}|_{res}$ değerlerinin artmasına, fakat örtü tabakasındaki malzemenin piezoelektrikliği $|\sigma_{zz}|_{res}$ değerlerinin azalmasına neden olur.

Φ boyutsuz elektrik potansiyelinin frekansa etkisindeki F parametresinin etkisi frekansın değerine bağlıdır, yani Φ nin mutlak değerlerinin F ile artmasından (azalmasından) önce

(sonra) Ω frekansın belli değeri vardır ve $F \rightarrow \infty$ gibi belirli bir limite yaklaşır. Ω' nin değerleri malzemenin seçilen çiftlerine ve Durum 1 ve Durum 2' nin seçimlerine bağlıdır. Gerilmeler σ_{zz} , σ_{xz} ve boyutsuz frekans Ω arasındaki bağlantı tek düze olmayan karaktere sahiptir, yani söz konusu gerilmeler mutlak maksimum değerdeyken ($|\sigma_{zz}|_{res}$ ve $|\sigma_{xz}|_{res}$ ile belirtilir) boyutsuz frekansın Ω (Ω_{res} ile belirtilir) belli değerleri vardır.

Yarı düzlemdeki malzemenin piezoelektrikliği $|\sigma_{zz}|_{res}$, $|\sigma_{xz}|_{res}$ ve Ω_{res} değerlerinin artmasına neden olur, yani P.-P. çifti için elde edilen $|\sigma_{zz}|_{res}$, $|\sigma_{xz}|_{res}$ ve Ω_{res} değerleri P.-O. çifti için elde edilen değerlerden daha büyüktür.

Durum 1' de P.-O. çifti için elde edilen $|\sigma_{zz}|_{res}$, $|\sigma_{xz}|_{res}$ ve Ω_{res} değerleri Durum 2 için elde edilenden daha büyüktür.

Durum 1' de P.-P. çifti için elde edilen Ω_{res} değerleri Durum 2 için elde edilenden daha küçüktür, fakat Durum 1 ve Durum 2 için elde edilen $|\sigma_{zz}|_{res}$, $|\sigma_{xz}|_{res}$ ilişkisi örtü tabakası ve yarı düzlem malzemelerinin seçimine bağlıdır. Örneğin, örtü tabakası malzemesi PZT-5A ve yarı düzlem malzemesi PZT-4 ise o zaman Durum 1' de elde edilen $|\sigma_{zz}|_{res}$, $|\sigma_{xz}|_{res}$ değerleri Durum 2 için elde edilenden daha büyük olur.

Yukarıda anılan tüm bu sonuçlar ile örtü tabakasındaki (yarı düzlemdeki başlangıç gerilimi yokken) başlangıç geriliminin, σ_{zz} , σ_{xz} gerilmelerinin mutlak değerlerinin azalmasına neden olduğu sonucuna varabiliriz.

Bunun yanı sıra örtü tabakasındaki başlangıç gerilimi Ω_{res} değerlerinin azalmasına neden olur.

Örtü tabakasında başlangıç gerilimi (basıncı) yokken yarı düzlemin başlangıç gerilimi σ_{zz} , σ_{xz} gerilmelerinin mutlak değerlerinin artmasına (azalmasına) neden olur.

Dikkate alınan tüm durumlarda σ_{zz} , σ_{xz} gerilmeleri ve Ω frekans arasındaki bağılıklar tek düze olmayan bir karaktere sahiptir., yani σ_{zz} ve σ_{xz} ($|\sigma_{zz}|_{res}$ ve $|\sigma_{xz}|_{res}$ ile belirtilir) gerilmeleri mutlak maksimumdayken Ω (Ω_{res} ile belirtilir) boyutsuz frekansın belli bir değeri vardır ve Ω_{res} değerleri sadece malzemelerin seçilen çiftleri için değil aynı zamanda bu malzemelerin polarizasyon yönleri için de önemlidir.

Malzemelerin tüm seçilen çifti ve Durum 1 ve Durum 2 için ilişkiler,

$$\left| \sigma_{zz} \right|_{x/x} > \left| \sigma_{zz} \right|_{z/z}, \left| \sigma_{xz} \right|_{x/x} < \left| \sigma_{xz} \right|_{z/z}, \left| \Phi \right|_{x/x} > \left| \Phi \right|_{z/z}$$

şeklindedir.

Aşağıdaki ilişkilerin gerçekleşmesine göre Durum 2' de malzemelerin seçilen tüm çiftleri için Ω (Ω^* ile belirtilir) boyutsuz frekansın belli değeri vardır.

$$\Omega < \Omega_{\sigma_{zz}}^* \text{ ise } \left| \sigma_{zz} \right|_{x/z} > \left| \sigma_{zz} \right|_{x/x}, \Omega > \Omega_{\sigma_{zz}}^* \text{ ise } \left| \sigma_{zz} \right|_{x/z} < \left| \sigma_{zz} \right|_{x/x},$$

$$\Omega < \Omega_{\Phi}^* \text{ ise } \left| \Phi \right|_{x/z} > \left| \Phi \right|_{x/x}, \Omega > \Omega_{\Phi}^* \text{ ise } \left| \Phi \right|_{x/z} < \left| \Phi \right|_{x/x},$$

$$\Omega \text{ tüm değerleri için } \left| \sigma_{xz} \right|_{x/z} > \left| \sigma_{xz} \right|_{x/x}.$$

Durum 1' de malzemelerin seçilen tüm çiftleri için aşağıdaki ilişkiler sağlanır:

$$\Omega < \Omega'_{\Phi} \text{ için } \left| \sigma_{zz} \right|_{x/x} > \left| \sigma_{zz} \right|_{x/z}, \left| \sigma_{xz} \right|_{x/x} < \left| \sigma_{xz} \right|_{x/z} \text{ ve } \left| \Phi \right|_{x/x} < \left| \Phi \right|_{x/z}; \Omega > \Omega'_{\Phi} \text{ için } \left| \Phi \right|_{x/x} > \left| \Phi \right|_{x/z}, \Omega'_{\Phi} \text{ değerleri malzemelerin seçilen çiftleri ve onların polarizasyon yönlerine bağlıdır.}$$

Durum 1 ve Durum 2 için malzemelerin seçilen tüm çiftleri için aşağıdaki ilişkiler sağlanır:

$$\Omega \text{ tüm değerleri için } \left| \sigma_{zz} \right|_{x/z} > \left| \sigma_{zz} \right|_{z/x}, \Omega < \Omega''_{\sigma_{xz}} \text{ için } \left| \sigma_{xz} \right|_{x/z} > \left| \sigma_{xz} \right|_{z/x}, \Omega > \Omega''_{\sigma_{xz}} \text{ için } \left| \sigma_{xz} \right|_{x/z} < \left| \sigma_{xz} \right|_{z/x} \text{ ve } \Omega \text{ tüm değerleri için } \left| \Phi \right|_{x/z} > \left| \Phi \right|_{z/x}.$$

İncelenen tüm malzeme çiftleri için elde edilen grafiklerde 1. durum için elde edilen gerilmelerin 2. durum için elde edilen gerilmelerden daha büyük olduğu görülmektedir. Tabaka kalınlıkları oranı ($h^{(2)} / h^{(1)}$) 5 ve 10 olması durumunda gerilme dağılımının çok değişmediği, az bir farkla da olsa $\Omega = 0.5$ değerine kadar $h^{(2)} / h^{(1)} = 10$ için elde edilen gerilme değerlerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 5$ için elde edilen gerilme değerlerinden beklenenin aksine daha küçük olduğu ve en düşük gerilme değerlerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 3$ te olduğu görülmektedir. Ancak Ω büyüdükçe bu davranışın değiştiği ve en büyük gerilme değerinin $h^{(2)} / h^{(1)} = 3$ te olduğu görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Parton, V. Z. ve Kudryavtsev, B. A. (1988). Electromagnetoelasticity: Piezoelectrics and Electrically Conductive Solids, Gordon & Breach, NY.
- [2] Yang, J. (2005). An Introduction to the theory of Piezoelectricity, Springer.
- [3] Shul'ga, N. A. ve Bolkisev A. M. (1999). Vibration of Piezoelectric Bodies, (in Russian), Naukova Dumka, Kyiv.
- [4] Bardzohas, D. I., Filshinsky, M. L. ve Filshinsky, L. A. (2007). Mathematical Methods in Electro - Magneto – Elasticity, Springer - Verlag Berlin Heidelberg.
- [5] Kuang, Z. B., Zhou, Z. D. ve Zhou, K. L. (2004). “Electroelastic analyses of a piezoelectric half-plane with finite surface electrodes”, International Journal of Engineering Science, 42:1603-1619.
- [6] Liou, J. Y. ve Sung, J. C. (2008). “Electrostatic stress analysis of an anisotropic piezoelectric half-plane under surface electromechanical loading”, International Journal of Solids and Structures, 39:2547-2556.
- [7] Khoroshev, K. G. (2010). “Electroelastic state of an infinite multiply connected piezoelectric plate with known electric potentials applied to its boundaries”, International Applied Mechanics, 46(6):687-695.
- [8] Nowacki, J. P., Alshits, V. I. ve Radowicz, A. (2002). “2D electro-elastic fields in a piezoelectric layer-substrate structure”, International Journal of Engineering Science, 40:2057-2076.
- [9] Jin, F., Wang, Z. K. ve Wang, T. J. (2001). “The Bleustein-Gulyayev (B-G) wave in piezoelectric layered half-space”, International Journal of Engineering Science, 39:1271-1285.
- [10] Lui, H., Wang, Z. K. ve Wang, T. J. (2001). “Effect of initial stress on the propagation behavior of Love waves in a layered piezoelectric structure”, International Journal of Solids and Structures, 38:37-51.
- [11] Jin, J., Wang, Q. ve Quek, S.T. (2002). “Lamb wave propagation in a metallic semi-infinite medium covered with piezoelectric layer”, International Journal of Solids and Structures, 39:2547-2556.

- [12] Shul'ga, N. A. ve Grigor'eva, L. O. (2008). "Method of characteristic in analysis of the propagation of electroelastic thickness oscillations in a piezoceramic layer under electric excitation", *International Applied Mechanics*, 44(11):1093-1097.
- [13] Shul'ga, N. A. ve Grigor'eva, L. O. (2009). "Method of characteristic in electroelastic analysis of a layer subject to dynamic mechanical loading", *International Applied Mechanics*, 45(1):66-72.
- [14] Vatul'yan, A. O. ve Skripochka, L. N. (2000). "Oscillations of a piezoelectric plate on top of an elastic half-space", *Acoustic Methods Russian Journal of Nondestructive testing*, 36(1):58-63.
- [15] Kochetkov, I. D. ve Rogacheva, N. N. (2005). "Contact interaction of a piezoelectric actuator and elastic half-space", *Journal Applied Mathematics and Mechanics*, 69:792-804.
- [16] Huang, G. L. ve Sun, C. T. (2006). "The dynamic behavior of a piezoelectric actuator bonded to an anisotropic elastic medium", *International Journal of Solids and Structures*, 43:1291-1307.
- [17] Akbarov, S. D. (2006). "Dynamical (time-harmonic) axisymmetric interface stress field in the finite pre-strained half-space covered with the finite pre-stretched layer", *Int. J. Eng. Sci.*, 44:93-112.
- [18] Akbarov, S. D. (2006). "The influence of the third order elastic constants on the dynamical interface stress field in a half-space covered with a pre-strained layer", *Int. J. Non-Linear Mec.*, 41:417- 425.
- [19] Akbarov, S. D. (2006). "On the dynamical axisymmetric stress field in a finite pre-stretched bilayered slab resting on a rigid foundation", *J. Sound Vib.*, 294:221-237.
- [20] Akbarov, S. D. (2006). "Frequency response of the axisymmetrically finite pre-stretched slab from incompressible functionally graded material on a rigid foundation", *Int. J. Eng. Sci.*, 44:484-500.
- [21] Akbarov, S. D. (2013). "On the time-harmonic Lamb's problem for a system Comprising a half-space and a covering layer with finite initial strains", *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 95(3):173-205.
- [22] Akbarov, S. D. ve Guler, C. (2007). "On the stress field in a half-plane covered by the pre-stretched layer under the action of arbitrary linearly located time-harmonic forces", *Appl. Math. Model.*, 31:2375-2390.
- [23] Akbarov, S. D. ve Ilhan, N. (2008). "Dynamics of a system comprising an orthotropic layer and pre-stressed orthotropic half-plane under the action of a moving load", *International Journal of Solids and Structures*, 45(14-15):4222-4235.
- [24] Akbarov, S. D. ve Ilhan, N. (2009). "Dynamics of a system comprising an orthotropic layer and pre-stressed orthotropic half-plane under the action of an oscillating moving load", *International Journal of Solids and Structures*, 46(21):3873-3881.

- [25] Akbarov, S. D. ve Ilhan, N. (2010). "Time-harmonic dynamical stress field in a system comprising a pre-stressed orthotropic layer and pre-stressed orthotropic half-plane", *Archive of Applied Mechanics*, 80:1271-1286.
- [26] Akbarov, S. D. ve Salmanova, K. A. (2009). "On the dynamics of a finite pre-strained bi-layered slab resting on a rigid foundation under the action of an oscillating moving load", *Journal of Sound and Vibration*, 327:454-472.
- [27] Akbarov, S. D., Hazar, E. ve Eroz, M. (2013). "Forced vibration of the pre-stressed and imperfectly bonded bi-layered plate strip resting on a rigid foundation", 36(1):23-48.
- [28] Emiroglu, I., Tasci, F. ve Akbarov, S. D. (2009). "Dynamical response of two-axially pre-strained system comprising of a covering layer and half-space to rectangular time-harmonic forces", *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 49:47-68.
- [29] Akbarov, S. D. ve Ilhan, N. (2013). "Time-harmonic lamb's problem for a system comprising a piezoelectric layer and piezoelectric half-plane", *Journal of Sound and Vibration*, 332:5375-5392.
- [30] Akbarov, S. D. ve Ipek, C. (2010). "The influence of the imperfectness of the interface conditions on the dispersion of the axisymmetric longitudinal waves in the pre-strained compound cylinder", *CMES: Computer Modeling in Engineering and Science*, 70(2):93-121.
- [31] Akbarov, S. D. ve Ipek, C. (2012). "Dispersion of axisymmetric longitudinal waves in a pre-strained imperfectly bonded bi-layered hollow cylinder", *CMC: Computers, Materials, & Continua*, 32(2):99-144.
- [32] Berger, J. R., Martin, P. A. ve McCaffery, S. J. (2000). "Time-harmonic torsional waves in a composite cylinder with an imperfect interface", *J. Acoust. Soc. Amer*, 107(3):1161-1167.
- [33] Kepceler, T. (2010). "Torsional wave dispersion relations in a pre-stressed bi-material compound cylinder with an imperfect interface", *Applied Mathematical Modelling*, 34:4058-4073.
- [34] Ilhan, N. ve Koç, N. (2015). "Influence of polled direction on the stress distribution in piezoelectric materials", *Structural Engineering and Mechanics*, 54(5):955-971.
- [35] Akbarov, S.D., Ilhan, N. ve Koç, N. (2015). "Time-harmonic lamb problem for a system consisting of a prestressed piezoelectric covering layer and a prestressed half-plane", *Mechanics of Composite Materials*, 51(4):427-436.
- [36] Akbarov S. D., (2015). *Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems*, Springer.
- [37] Lamb, H. (1904). "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 203:1-42.

- [38] Tsang, L. (1978). "Time-harmonic solution of the elastic head wave problem incorporating the influence of Rayleigh poles", J. Acoustic Soc. Am., 65(5):1302-1309.
- [39] Jensen, F.B., Kuperman, W.A., Porter, M.B. ve Schmidt, H. (2011). Computational Ocean Acoustic.Sd. Ed, Springer.
- [40] Dieterman, H. A. ve Metrikine, A. (1997). "Critical velocities of a harmonic load moving uniformly along an elastic layer", Trans. ASME J. Appl. Mechan, 64:596-600.



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı :Nagihan KOÇ
Doğum Tarihi ve Yeri :31.01.1986/ SARIYER
Yabancı Dili :İngilizce
E-posta :nagihan_3458@hotmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Doktora	Matematik	Yıldız Teknik Üniversitesi	2016
Y. Lisans	Matematik	Afyon Kocatepe Üniversitesi	2010
Lisans	Matematik	Afyon Kocatepe Üniversitesi	2008
Lise	Fen	Dr. Sadık Ahmet Süper Lisesi	2004

YAYINLARI

Makale

1. İlhan, N. ve Koç, N. (2015). “Influence of polled direction on the stress distribution in piezoelectric materials”, Structural Engineering and Mechanics, 54(5):955-971.
2. Akbarov, S.D., İlhan, N. ve Koç, N. (2015). “Time-harmonic lamb problem for a system consisting of a prestressed piezoelectric covering layer and a prestressed half-plane”, Mechanics of Composite Materials, 51(4):427-436.

Bildiri

1. İlhan, N. ve Koç, N. (2014). “Time-harmonic Lamb’s problem for the system consisting of pre-stressed piezoelectric covering layer and pre-stressed half-plane”, MCM, Riga.
2. Akbarov, S.D., İlhan, N. ve Koç, N. (2013). “İdeal olmayan temas koşullarıyla birleşmiş piezoelektrik tabaka ve piezoelektrik yarı sonsuz düzlemde oluşan sistemin harmonik yükleme etkisindeki dinamik davranışı”, XVIII. Ulusal Mekanik Kongresi, Manisa.
3. İlhan, N. ve Koç, N. (2015). “Rijit ortam üzerindeki piezoelektrik örtü tabakası ve piezoelektrik levhadan oluşan sistemin dinamik davranışı”, XIX. Ulusal Mekanik Kongresi, Trabzon.