

172694

**YILDIZ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ**

**İYONOSFERİN FİZİKSEL VE ELEKTROMAGNETİK
BÜYÜKLÜKLERİNİN PLASMA TEORİSİYLE BULUNMASI**

**Yıldız Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsünde
"DOKTOR MÜHENDİS"**

Ünvanı verilmesi için kabul edilen tezdır.

**Yük. Müh.
M. Emin YILDIZ**

**Tezin Enstitüye verildiği tarih : 29 Ocak 1985
Tezin savunulduğu tarih : 19 Nisan 1985**

**Doktora Yöneticisi : Prof. Dr. Sebahattin ÇAĞLAYAN (T.Ü.)
Jüri Üyesi : Doç. Şefik SARIKAYALAR (Y.Ü.)
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Selim ŞEKER (B. Ü.)**

İstanbul, 1985

**FÜRKİYE
BİLİMSEL ve TEKNİK
ARAŞTIRMA KURUMU
KÜTÜPHANESİ**

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
Özet	iii
BİRİNCİ BÖLÜM - GİRİŞ	1
1.1. Tarihçe	1
1.2. Araştırma Konusu	1
İKİNCİ BÖLÜM	4
2.1. İyonosfer Tabakaları	4
2.2. Atmosferin Sıcaklığı	5
2.3. Plasma Teorisi	7
2.3.1. Önemli Plasma Büyüklükleri	7
2.3.2. Tanecikler Arasında Etkileşme	16
2.3.3. Saçılma Tesir Kesiti	19
2.3.4. Ortalama Serbest Yol ve Çarpışma Frekansı	21
2.3.5. Saçılma Tesir Kesitinin Enerjiye Bağıllılığı	23
2.3.6. Tanecik Hızlarının Dağılımı	29
2.3.7. Ortam Parametreleri	32
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	37
3.1. Maxwe'll ve Ortam Denklemleri	37
3.2. Süreklilik Denklemi	38
3.3. Boltzmann Denklemi	39
3.4. Toplam Tanecik Sayısı ve Sürüklenme Hızı	40
3.5. Enerjinin Korunumu Denklemi	42
3.6. Tam İyonize Olmuş Plasmada Spitzer Denklemi	43

	<u>Sayfa</u>
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	45
4.1. Süreklilik Denklemi	45
4.2. Elektron Yoğunluğunun Sıcaklıkla Değişimi	47
4.3. Kırılma İndeksinin Spitzer Denklemlerinden Giderek Çıkarılması	52
4.4. Dalğa Denklemi ve Alfyén Hızının Spitzer Denkleminden Faydalanarak Çıkarılması	56
4.5. Plasma Frekansı ve Dielektrik Geçirgenliğin Sıcaklıkla Değişimi	61
SONUÇ	67
KAYNAKLAR	68
TEŞEKKÜR	74
ÖZGEÇMİŞ	75

ÖZET

Bu tezde, iyonosferdeki elektromagnetik ve fiziksel karakteristikler temel plasma teorisi ile incelenmiştir.

Giriş kısmında, kısa tarihçe ve araştırma konusu izah edilmiştir.

Bundan sonra, iyonosfer tabakaları, temel plasma teorisi içinde de, Debye yarıçapı, plasma frekansı, tanecikler arasındaki etkileşim, iki sert küre benzeşimi ile saçılma tesir kesiti, ortalama serbest yol ve çarpışma frekansı, saçılma tesir kesitinin enerjiye bağlılığı, tanecik hızlarının Maxwell ve Boltzmann dağılım fonksiyonu ile izahı ve ortam denklemleri verilmiştir.

Daha sonra, Maxwell ve ortam denklemleri, süreklilik denkleminin Maxwell denklemlerinden faydalanarak çıkarılması, tanecik sayısı ve sürüklenme hızı, enerjinin korunumu denklemi ve tam iyonize olmuş plasmada Spitzer denklemleri anlatılmıştır.

Son olarak ise, Boltzmann hız dağılım fonksiyonundan faydalanarak yeni bir yaklaşımla süreklilik denklemi, Poisson denkleminin giderek elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki bağıntı, Spitzer denklemlerinden faydalanarak, kırılma indisi, dielektrik sabiti, dalga denklemi ve Alfvén hızı bulunmuştur. Bahsedilen yaklaşımlarla bulunan sonuçların, literatürdeki sonuçlarla uyum içinde olduğu görülmüştür. Elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki bağıntı esas alınarak, plasma frekansının ve dielektrik geçirgenliğin sıcaklıkla değişim bağıntıları ve bu bağıntılara ilişkin eğriler verilmiştir.

SUMMARY

In this thesis, the electromagnetic and physical characteristics of ionosphere are investigated by the plasma theory.

In the introductory chapter; a short historical background and the research subject are reviewed.

In the following chapter, the ionosphere layers, within the general plasma theory Debye radius, plasma frequency, the interaction between the particles, the scattering cross-sections with hard sphere model, mean free path and the collision frequency, the dependence of the scattering cross-section to energy, the explanation of the particle velocity by Maxwell and Boltzmann distribution functions and the medium equations are given.

Later, Maxwell and the medium equations, the derivation of the continuity equations by means of Maxwell equations, the number of particles and the drift velocity, the equation of the energy conservation and the Spitzer equations in fully ionized plasma are explained.

Finally, as a new approach, the continuity equation using Boltzmann velocity distribution functions, again using Poisson equation, the relation-ship between temperature and electron density and with the help of Spitzer equations; the refraction index, dielectric permittivity, wave equation and Alfvén velocity are found. The results obtained by this approach agree with the results existing in the literature. Starting from the relation between electron density and temperature the changes of plasma frequency and dielectric permittivity with the temperature are developed and the respective curves are given.

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Tarihçe

Elektromagnetik dalgaların varlığı 1864'de Maxwell tarafından keşfedildi. Maxwell'in teorisini Alman bilim adamı Henrich Rodolph Hertz yaptığı laboratuvar çalışmaları ile doğruladı. Aynı yıllarda Branly laboratuvar tipi ilk alıcıyı buldu. 1885'de Marconi telsizi buldu. Marconi 1901'de de kıtalar arası telsiz haberleşmesini gerçekleştirdi. Radyo yayıncılığı ise, Amerikalı bilim adamı Lee De Foret'nin 1906 yılında Triode elektron tübünü bulmasıyla başladı.

1901'de Marconi'nin kıtalar arası haberleşmeyi gerçekleştirmesinden sonra, bilim adamları bu olayı açıklamak için çalışmalar yaptılar. 1902'de Kenelly ve Heaviside birbirinden habersiz olarak iyonosferi keşfettiler. Bundan sonra, binlerce bilim adamı bu konuda çalışmalar yaptı. Teorik olarak yapılan bu çalışmalar, 1933 yılında Amerika'da kurulan iyonosfer sondaj vericileri ile yeni bir gelişme kaydetti. 1960'larda uyduların iyonosfer araştırmalarında kullanılmasıyla çalışmalar bir merhale daha kaydetti. İyonosferin plazma yapısında olduğu belirlendi.

1.2. Araştırmanın Konusu

Bu çalışmada, kullanılacak metotlara esas teşkil etmesi bakımından, ikinci bölümde temel plazma teorisi anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde, Maxwell ve ortam denklemleri, Boltzmann dağılım fonksiyonu, süreklilik denkleminin Maxwell denklemlerinden çıkarılışı, toplam tanecik sayısı, enerjinin korunumu denklemleri ve tam iyonize olmuş plasmada Spitzer denklemleri verilmiştir.

Bugüne kadar, yapılan çalışmalarda iyonosferin elektromagnetik ve fiziksel büyüklükleri, geometrik optik, Snell kanunları, Lorentz kuvvet denklemleri ve polarizasyon vektörü esas alınarak incelenmiştir [1-16].

Bu çalışmanın dördüncü bölümünde ise, kullanıla gelmiş metotların dışında, süreklilik denklemleri, fiziksel bir yaklaşımla Boltzmann hız dağılım ifadesinden faydalanarak bulunmuştur.

Ayrıca, elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki bağıntı Poisson denklemleri esas alınarak elde edilmiştir. Taranan literatür arasında Dawson ve Oberman'ın (1963) [5] de elde edilen ifadeye yakın bir bağıntıyı

$$\frac{n_e^2}{T_e^3} \cong K$$

şeklinde verdikleri tesbit edilmiştir. Bu ifadedeki sabit

$$K = K_0 \left(\frac{n_e}{n_0} \right) / \tilde{n}^2$$

şeklinde olup, K_0 , kırılma indeksi ve maksimum elektron yoğunluğuna bağlı bir orandır. Buna karşılık bu çalışmada bulunan, elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki oran ise

$K_{\text{yeni}} = 4.766 \times 10^9 \left| \frac{\cos \theta}{I} \right|^2$ şeklinde tek bir sabite indirgenmiştir.

Bunlara ilave olarak, dalga denklemi, Alfvén hızı, kırılma indeksi ve dielektrik sabiti, kullanılan metotların dışında, Spitzer denklemleri esas alınarak bulunmuştur. Bulunan sonuçların literatürdeki ifadelerle aynı olduğu tesbit edilmiştir [2-5,10,11,17]. Yeni bulunan elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki bağıntı esas alınarak plazma frekansı ve dielektrik geçirgenliğin sıcaklıkla değişimi ifadeleri çıkarılmış ve eğrileri verilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM

2.1. İyonesfer Tabakaları

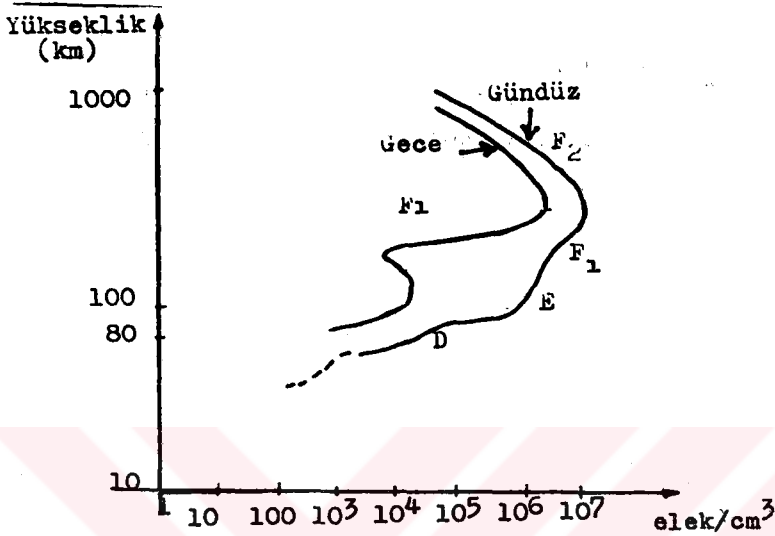
Radyo dalgaları bakımından önemli olan iyonosfer bölgesi, sıcaklık ve yoğunluk farklılıklarından dolayı farklı özellik gösterirler. Bunları D,E,F tabakaları şeklinde incelemek mümkündür.

D- Tabakası : Bu bölgenin yer yüzünden yüksekliği 60-90 Km. kadardır. Bu bölgenin plasma frekansı, sondaj vericilerinin frekansından küçük olduğu için yayın bakımından önemli değildir. Ancak hava moleküllerinin yoğunluğu 10^6-10^8 molekül/cm³ olduğundan gündüzleri eğik gelen dalgalar zayıflamaktadır.

E- Tabakası : Bu tabakanın yüksekliği 90-130 Km. kadardır. Bu bölgede plasma frekansı günden güne pek değişmez. Ancak gece ile gündüz arasında değişebilir. Güneş aktivitesinin zayıf bir etkisi vardır. Bu tabakadan elektromagnetik dalgaın yapması, gönderilen frekansa bağlıdır.

F- Tabakası : Yüksekliği 220-400 Km. arasındadır. Elektron yoğunluğunun yüksek olduğu iki tabaka şeklindedir. Kısa dalgaların yayılması bakımından önemli bir bölgedir. F₁ tabakasının özellikleri E- Tabakasına yakındır. F₂ tabakası ile E arasında bir geçiş gibidir. F₂ tabakası ise, gece ve gündüz arasında elektron yoğunluğunun en az değiştiği bölgedir. Yapısı çok karışık olduğu için bugüne kadar ampirik bir ifade verilememiştir.

Şekil 2.1'de elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi verilmiştir [18].



Şekil 2.1 : Elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi

2.2. Atmosferin Sıcaklığı

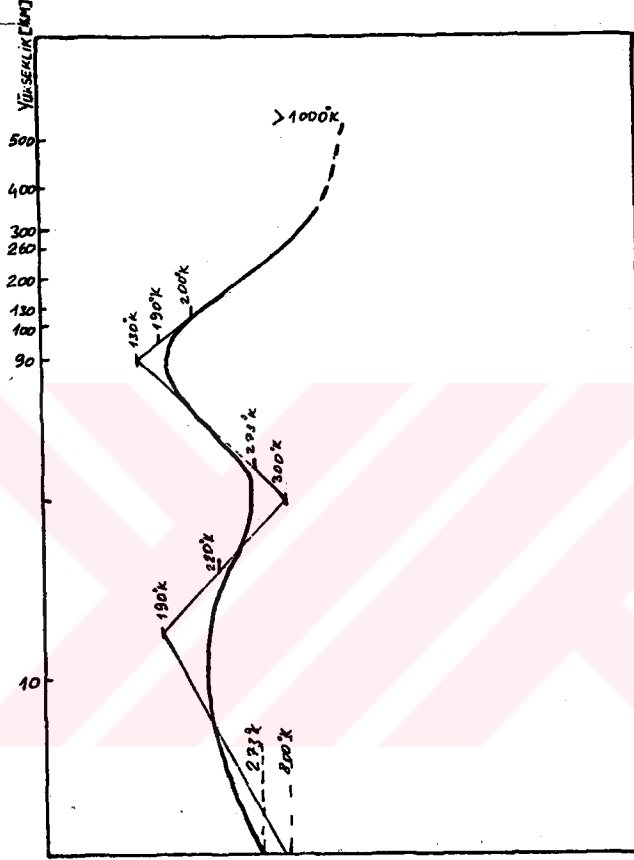
Atmosfer, yer yüzünden başlayarak 1000 Km. yüksekliğe kadar çıkan, muhtelif oranda çeşitli gaz ihtiva eden bir ortamdır. İlk 15 Km.de atmosferik olaylar cereyan eder. Radyo dalgalarının yayılması bakımından atmosferin iyonizasyon yüksekliği, kullanılacak frekansa bağlıdır. Yükseklik arttıkça iyonizasyonda artar ve serbest elektron yoğunluğu 200-300 Km. de maximuma erişir. Bu yükseklikten sonra 500-1000 Km. arası elektron yoğunluğu tekrar düşmeye başlar. Radyo dalgaları bakımından atmosferin en önemli kısmı 90-500 Km. arasındır. 1000 Km.nin üstünde elektrik bakımından nötr olan parçacıkların ortalama serbest yolları çok büyüktür. Bunlar diğer molekül-

lere çarpmadan kilometrelerce yol alabilirler. Bu bölgeye Exosfer denilir.

Atmosferin, diğer bir sınıflaması, ısı esas alınarak yapılmaktadır. Bu sınıflamada, 85 Km.ye kadar olan kısım ve bunun üstündeki kısım olmak üzere iki durumda incelenebilir. İlk 85 km'ye kadar olan yükseklikte, moleküler yapıda önemli bir değişiklik olmadığı için bu bölgeye Homosfer denilmiştir. İlk 85 Km.nin üstünde kimyasal yapı yükseklikle değişmektedir. Bu bölgeye Hetērosfer denir. Yere yakın kısımlarda sıcaklık 6.5°K/Km. olarak azalır. Azalma ekvator bölgesinde : 300°K' den başlayıp 17 Km.de 190°K iner. Kutuplarda ise 273°K den başlar 220°K'e kadar iner. Bu sıcaklık azalımı bölgesine Troposfer adı verilir. Sıcaklık bir minimuma geldikten sonra tekrar artmaya başlar. Sıcaklığın minimum olduğu bölgeye Tropoz denir. Tropozun yüksekliği enlemlere bağlıdır. Kutuplarda 10 Km.den başlayıp ekvatorda 17 Km.'ye erişir. Tropoz yüksekliği aynı zamanda hava şartlarına da bağlıdır. Tropozun üstünde, sıcaklık 3°K/Km. olarak artarak 50 Km.'de 300°K ulaşır. Sıcaklığın yükseldiği bu bölgeye Stratosfer denir. Stratosferde ozon konsantrasyonu en yüksek değerine ulaşır. Bu bölge, turbulansların olduğu bölgedir. 50 ± 5 Km.lik yüksekliğe Strapoz adı verilir. 50-85 Km. arasında sıcaklık tekrar azalarak 130°K düşer. Bu bölgeye Mezosfer denir. Mezosferin üst limitine Mezopoz adı verilir.

Mezopozun üstünde sıcaklık tekrar artmaya başlar ve bu bölgede atmosferi teşkil eden esas elemanlar foto-kimyasal olaylara maruz kalır. İşte bu bölgeye İyonosfer denir. 85-300 km. kadar olan İyonosfer bölgesinde sıcaklık artarak 1000°K civarına ulaşır.

Şekil 2.2'de yükseklikle sıcaklığın değişimi verilmiştir [19].



Şekil 2.2 : Sıcaklığın yükseklikle değişimi

2.3. Plasma Teorisi

2.3.1. Önemli Plasma Büyüklükleri

İyonosfer, plasma yapısına sahip olduğu için bu bölümde genel plasma teorileri verilecektir.

Plasma pozitif ve negatif olarak yüklenmiş olan taneciklerin bir karışımıdır. Çünkü pozitif yüklerin yoğunluğu ne-

gatif yüklerin yoğunluğuna eşittir. Plasma nötr tanecikleri veya tamamen iyonlaşmış yüklü tanecikleride ihtiva edebilir. Bu tanecikler elektronlar ve pozitif olarak yüklenmiş olan iyonlardır. Plasma, bazen negatif iyonlara ve birden daha fazla pozitif iyon çeşitine de sahip olabilir. İyonlar tek veya çok yüklü olabilirler. Yüklü taneciklere ayrıştırılmış olan gaz atomu veya moleküllerinin başlangıçtaki gaz atomlarına oranı olarak tarif edilen iyonlaşma derecesi önemli bir parametredir. Şayet plasma nötr taneciklere de sahipse, iyonlaşma derecesi birden daha küçük olacaktır. İyonlaşma derecesi, plasma kuvvetli iyonize olduğu zaman bire, zayıf iyonize olduğu zaman ise sifıra daha yakındır. İyonlaşma derecesinin birden daha büyük olabilmesi için çoğalan iyonlaşmış atomlar konvansiyonel olarak hesaba katılır. İyonize olmuş bir plasma maddenin dört halinden biridir (Katı, Sıvı, Gaz, Plasma). Katı bir maddeye yeteri kadar enerji verildiğinde katı halden sıvı hale geçer. Enerjiyi vermeye devam edersek taneciklerin kinetik enerjileri artarak ve moleküller arası çarpışmalar şiddetlenerek elektronların bazıları ile her bir molekülün kalan kısmı arasında çözüme meydana gelecektir. Gaz nihayet bir plasma olacaktır. Verilen enerjinin bir kısmı kinetik enerjiye diğer kısmı ise çözüme enerjisine çevrilir. Böylece, maddenin fiziksel yapısında değişiklik olur. Plasma maddenin tekamül etmiş en genel şeklidir. Plasma maddenin evrende en yüksek enerjili halidir. Bir katı madde sıvı hale veya sıvı halden katı hale geçerken tanecik başına ortalama olarak 10^{-2} ev'luk bir enerji isterken gaz halinden plasma haline geçişte ortalama 30 ev'luk bir enerjiye ihtiyaç vardır.

Plasma soğuk ve sıcak olmak üzere iki kısımda incelenir. Bu tezde incelenecek olan iyonosfer plasması soğuk plasma şartlarındadır. Fen ve Mühendislik bilgisinin artmasına paralel olarak plasmanın uygulama alanları hızla artmaktadır. Elektriksel olarak deşarjlar, ışık kaynağının doğrultulması, gazlarda meydana gelen elektriksel deşarjların incelenmesi, ayrıca tanecik arama cihazları ve özel tip deşarjlarda (iyonlaşma odaları, orantılı sayıcılar ve Geiger-Müller sayıcıları gibi...) iyonosferin fiziksel yapısının incelenmesinde de uygulama alanları bulunmaktadır.

Genellikle hızlandırma maksatları ve kütle spektrofrafı için kullanılan elektriksel deşarjlar, her iki işaretime taşıyan elektrik kaynakları olarak geniş bir şekilde kullanılmışlardır. Çok yüksek sıcaklıklarda meydana gelmesi beklenen "Plasma topları" kesme maksadı ile kullanılacaklardır. Plasma torku uzayda roket şeklinde kullanılan cihazlara plasmanın uygulanması için ilk adım olacaktır. Ayrıca askeri amaçla plasma bir silah olarak kullanılacaktır. Plasmanın en önemli kullanma sahalarından biride; Plasma Toplarıdır. Plasma topları manyetik şişeler içine plasmanın enjektesinde kullanılmaktadır. Bu usul plasmanın nükleer reaktörlerde kullanılmasının yolunu açmıştır. Manyetik alanlarda, plasmanın durumu ise fevkalade önemlidir. Ayrıca, uzayda yüksek hızlarda yapılan havacılık çalışmalarında nükleer denizaltılar üzerindeki çalışmalarda plasma ile ilgili sayısız araştırmalar vardır.

Bir plasmayı tanımlayabilmek için Debye yarıçapını (r_D), Plasma frekansını (w_p), plasma uzunluğunu (l) belirlemek gerekir.

Debye Yarıçapı (r_D) : Plasma, ya nötr durumda veya nötr durumdan ayrılmıştır. Nötr durumdaki plasma, n^+ pozitif taneciklerin yoğunluğu ve n^- negatif taneciklerin yoğunluğu olmak üzere $n = n^+ = n^-$ şeklinde gösterilir. Plasma nötr durumdan ayrıldığı zaman $\Delta n = n^+ - n^-$ şeklinde ifade edilir. Bu kısa gösterilimden sonra Debye yarıçapı şöyle tarif edilir.

Yüklü herhangi bir taneciği merkez kabul eden, kürenin yüzeyindeki taneciklerin ortalama kinetik enerjileri, elektrostatik potansiyel enerjiye eşittir. İşte bu şartı sağlayan kürenin yarıçapına Debye yarıçapı (r_D) denir [20].

Geniş bir bölgede plasmanın nötr durumdan ayrıldığını düşünürsek, bu sapmanın denklemi Poisson denklemiyle verilebilir.

$$\nabla^2 V(r) = - \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

Burada; $V(r)$ bir (r) mesafesindeki uzayın potansiyeli, ϵ_0 boşluğun dielektrik sabiti, ρ hacımsal yük yoğunluğudur. Diğer taraftan yük yoğunluğunun tanımından $\rho = e\Delta n$ yazabiliriz.

Sadece elektronların etkili olduğu düşünülür ve pozitif iyonların uniform olarak dağıldıkları kabul edilirse (2.1) denkleminin küresel koordinatlarda yalnız radyal bileşeni mevcut olur.

$$\nabla^2 V(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right] = \frac{e\Delta n^-}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

Burada, " Δn^- " nin koordinat ve zamana bağlı olmadığı kabul edilirse $\Delta n^- \rightarrow n^-$ olacaktır. Bu değer (2.2) denkleminde yerine konulur ve integral alınırsa

$$V(r) = \frac{en^{-2}r^2}{6\epsilon_0} \quad (2.3)$$

elde edilir. Burada, r ; r_D olarak ifade ettiğimiz Debye yarıçapıdır. Diğer taraftan, Debye yarıçapının tanımından, kinetik enerjinin ortalama değeri potansiyel enerjiye eşit olduğundan, k_B Boltzmann sabiti, T plazma sıcaklığı olmak üzere kinetik enerji $(3/2) k_B T$ şeklinde yazılır. Bu değer, (2.3) denklemiyle "e" nin çarpımından meydana gelen enerji ifadesine eşit yazılırsa,

$$\frac{e^2 n^{-2} r_D'^2}{6\epsilon_0} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$r_D' = 3 \left[\frac{\epsilon_0 k_B T}{e^2 n^{-2}} \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

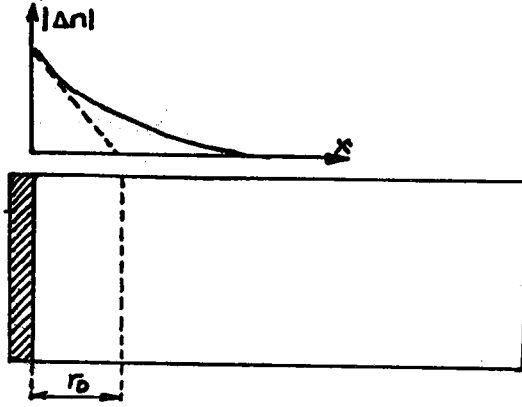
bulunur. Bu denklem yaklaşıklıklar yapılarak çıkarıldığı için deneysel olarak plazmalarda Debye yarıçapı $r_D = \frac{r_D'}{3}$ bulunmuştur [18].

Bir plasmanın mevcut olabilmesi için ilk şart $r_D > (n)^{-1/3}$ olmalıdır. Plasmanın ikinci var olma şartı ise $r_D < l$ dir. Burada, l plasmanın uzunluğudur. Lineer bir plasmada (2.1) denklemi plazma uzunluğu cinsinden [1,2]

$$\Delta V = - \frac{l^2 \Delta n^{-2} e}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilebilir. (2.5) denkleminden görüleceği gibi " Δn " ve " l " çok küçük ise " ΔV " potansiyel farkı belirlenemeyecektir. Bu yüzden plazma uzunluğu (l), Debye yarıçapı ile verilir.

ÜNİVERSİTE
FİZİK BÖLÜMÜ
AKADEMİK KURULU
KUTUPHANESİ



Şekil 2.3 : Debye Yansıma uzunluğu için basitleştirilmiş bir model

Şimdi de Şekil 2.3'de taralı olmayan parçanın arkasında pozitif iyonların toplandığını farzedelim. Pozitif iyonları çevreleyen negatif yüklü plasma bulunsun. Bu parçayı plasma büyüklüğüne göre pozitif veya negatif olarak polarlayalım. Bu kabuller altında, sistemin denklemi şu şekilde yazılabilir [18].

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp [e(V_1 - V_2)/k_B T] \quad (2.6)$$

Burada; V_1 : n_1 elektron yoğunluğundaki potansiyel, V_2 : n_2 elektron yoğunluğundaki potansiyel, k_B Boltzmann sabiti, T plasmanın sıcaklığıdır. (2.6) denkleminde, $n_2 = n_\infty$ ve $V_2 = 0$ alınırsa kaynağa çok yakın bir noktada

$$\frac{n}{n_\infty} = e^{ev/k_B T} \quad (2.7)$$

olur.

Şayet, $ev/k_B T < 1$ ise, $e^{ev/k_B T} \cong 1 + \frac{ev}{k_B T}$ olur. İyonlar için-

de $e^{-ev/k_B T} \cong 1 - \frac{ev}{k_B T}$ yazılabilir. Bu değerler (2.7) denkle-

minde yerine konulursa pozitif ve negatif iyonlar için aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$n^- \cong n_\infty \left(1 + \frac{ev}{k_B T}\right) \quad (2.7 a)$$

$$n^+ \cong n_\infty \left(1 - \frac{ev}{k_B T}\right) \quad (2.7 b)$$

Kartezyen koordinatlar sisteminde tek boyutlu Poisson denklemi ise,

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -e(n_\infty - n)/\epsilon_0 \quad (2.8)$$

şeklinde yazılabilir. (2.7) denkleminde "n" çekilir, (2.8)

de yerine konulursa

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -e \left[n_\infty - n_\infty e^{\frac{ev}{k_B T}} \right] / \epsilon_0$$

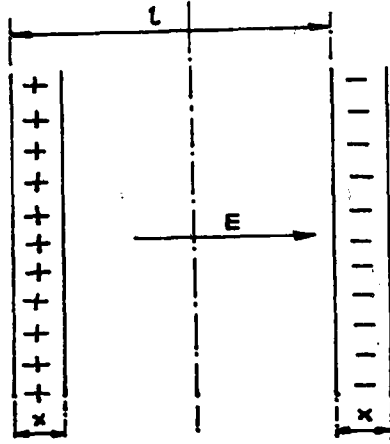
(2.7 a) denklemi kullanılarak;

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -en_\infty \left[1 - e^{\frac{ev}{k_B T}} \right] / \epsilon_0 = \frac{e^2 n_\infty V}{\epsilon_0 k_B T}$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} - \frac{e^2 n_\infty}{\epsilon_0 k_B T} V = 0 \quad (2.9)$$

bulunur. Bu denklemin çözümü $V(x) = V_0 e^{jkx}$ şeklindedir.

Plasma Frekansı (ω_p) : Şekil 2.4'de gösterildiği gibi "y" genişliğinde bir plasma parçasını ele alalım. Elektronların, plasmanın bir kenarında "x" kadar yer değiştirdiğini kabul edelim.



Şekil 2.4 : Nötr durumdan ayrılan lineer bir plasma

plasma diliminin bir yüzünde birim alan başına " $-e.n.x$ " kadar negatif elektron yükü, diğer yüzünde de " $+e.n.x$ " kadar pozitif iyon yükü toplanacaktır. Elektronların kütlesi iyonlarınkinden küçük olduğundan etkileri büyük olacaktır. Bu yüzden iyonların yükü ihmal edilebilecektir. Bu takdirde kuvvetler dengesi

$$\vec{F} = -e\vec{E} = -M\frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} \quad (2.10)$$

yazılabilir. Burada; $\vec{E}$ elektrik alan vektörü, $\vec{i}$ birim vektör, M elektron kütlesidir. Diğer taraftan (2.8) Poisson denklemi tek boyutta çözülüp $E = -\nabla V$ denklemi de gözönüne alınırsa

$$E = -\frac{en^-x}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

elde edilir. (2.11) denklemi (2.10) de yerine konulursa

$$-e \left[-\frac{en^-x}{\epsilon_0} \right] = -M^- \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{e^2 n^- x}{\epsilon_0} + M^- \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e^2 n^-}{\epsilon_0 M^-} x = 0 \quad (2.12)$$

bulunur. Bu, salınım denkleminin çözümü, $x = x_0 e^{j\omega_p t}$ şeklindedir. Burada; ω_p 'ye karakteristik plasma frekansı denir. Denklem çözülürse plasma frekansı

$$\omega_p = \left[\frac{e^2 n^-}{M^- \epsilon_0} \right]^{1/2} \quad (2.13)$$

bulunur. Plasma denge durumu civarında $f = \frac{\omega_p}{2\pi}$ frekansı ile salınır. Çarpışmalar ihmal edilirse salınım sonsuza gider. Çarpışma sayısı arttıkça frekans küçülür. Salınımın devam edebilmesi için çarpışma frekansının (ω_c) plasma frekansından (ω_p) küçük olması gerekir.

ω_p , plasma frekansını çıkarırken pozitif iyonların hareketini ihmal etmiştik. Pozitif iyonların salınımı

$$\omega_{p1} = \left[\frac{e^2 n^+}{\epsilon_0 M^+} \right]^{1/2}$$

şeklindedir, gerçek plasma frekansı ise

$$\Omega_p = \left[\omega_p^2 + \omega_{p1}^2 \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

dir. Ancak, $\omega_p \gg \omega_{p1}$ olduğundan genellikle $\Omega_p \approx \omega_p$ olarak alınır.

Sonuç olarak, plasmanın dört özelliğinden, plazma uzunluğu ve sıcaklık, plazma değişkenlerinden bağımsızdır. Debye yarıçapı ve plazma frekansı ise plazma değişkenlerine bağımlıdır.

Sonuç olarak plasmanın varolma şartlarını da şöyle sıralayabiliriz.

1. Debye yarıçapı (r_D), tanecikler arası mesafeden daha büyük olmalıdır.
2. Debye yarıçapı plasmanın toplam boyundan çok küçük olmalıdır.
3. Plazma frekansı (ω_p), çarpışma frekansından çok büyük olmalıdır.

2.3.2. Tanecikler Arasında Etkileşme

Plazma; Negatif yüklü elektronlar, pozitif yüklü iyonlar ve nötr atomlardan meydana gelmiştir. Bu tanecikler, çarpışmalar esnasında birbirlerine enerji alış verişinde bulunurlar. Bunun sonucunda bazıları sönümlü hale gelirken bazıları yön değiştirir. Bu kısımda, kuvvetlerin iki taneciğin merkezini birleştiren doğru boyunca değiştiğini kabul ederek, çarpışmalardan meydana gelen etkileşimi, Elastik ve İnelastik modellerle inceleyeceğiz.

Elastik çarpışmada, toplam kinetik enerji korunmakta ve taneciklerin yarı çaplarında bir değişiklik olmamaktadır. Bu çeşit çarpışmalara bilardo topları gibi r_1 ve r_2 yarıçaplı sert küreler arasındaki çarpışmalar misal verilebilir.

inelastik çarpışmada, taneciklerden birinin veya ikisinin iç yapısı değişir. Toplam kinetik enerji korunamaz. Tanecikler arasındaki elektrostatik kuvvetler çok büyük olduğundan değme noktasına gelmeden tanecikler birbirini etkileyebilirler. Etkileşen taneciklerin herbirinin yolu bir hiperboldür. İlk hız ve etkileşim kuvveti aynı düzlem içindedir. Bu çarpışma modellerini açıklayabilmek için Coulomb Kanunu ve polarizasyon vektörünü vermemiz gerekir.

Coulomb Potansiyeli : Coulomb 1875 yılında yaptığı bir deneyle kendi adıyla anılan şu ifadeyi çıkarmıştır.

$$\vec{F} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \vec{e}_r \quad (2.15)$$

Burada; q_1 ve q_2 yükler, ϵ ortamın dielektrik sabiti, r iki yük arasındaki mesafe, $\vec{e}_r$ yükleri birleştiren doğru üzerindeki birim vektördür. q_1 yüküne ilişkin elektrik alan ifadesi

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_1} \quad (2.16)$$

şeklindedir. Potansiyel farkı ise

$$V(r) = - \int E(r) dr \quad (2.17)$$

ile tanımlanır. (2.15) ve (2.16) denklemi (2.17)'de yerine konulursa

$$V(r) = - \int \frac{F}{q_1} dr$$

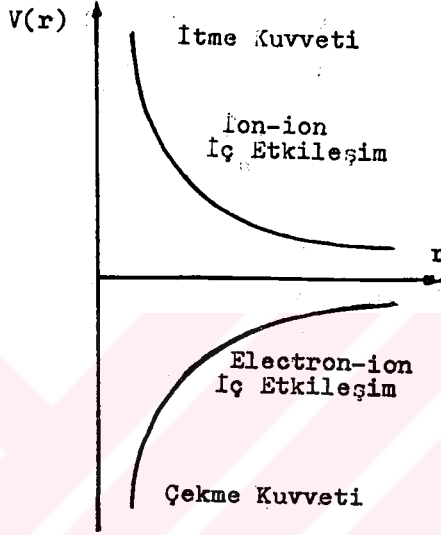
$$V(r) = - \int \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} \frac{1}{q_1} dr$$

olur. İntegral alındığında,

$$V(r) = \pm \frac{q_2}{4\pi\epsilon r}$$

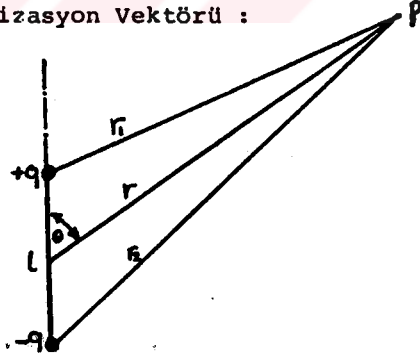
(2.18)

bulunur. Şekil 2.5'de Coulomb potansiyelinin uzaklıkla değişimi verilmiştir.



Şekil 2.5 : Coulomb potansiyelinin r ile değişimi

Polarizasyon Vektörü :



Şekil 2.6 : Elektrik dipol

-q ve +q gibi iki yük düşünelim. Yükler arasındaki mesafe "l", herhangi bir "P" noktası ile yükler arasındaki

uzaklık r_1 ve r_2 olsun. Yüklerin "P" noktasında meydana getirdiği potansiyel ifadesi [21]

$$V(r) = \frac{q l}{4\pi\epsilon r^2} \cdot \cos\theta \quad (2.19)$$

olarak ifade edilebilir. Diğer taraftan dipol momenti $P = ql$ (2.19) denkleminde yerine konulursa

$$V(r) = \frac{P}{4\pi\epsilon r^2} \cos\theta \quad (2.20)$$

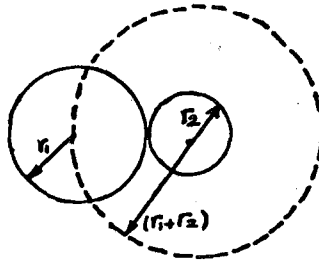
bulunur. $\vec{E} = -\nabla V$ ifadesinden faydalanarak elektrik alanı küresel koordinatlardaki radyal yöndeki bileşeni,

$$\vec{E} = \frac{2P\cos\theta}{4\pi\epsilon r^3} \vec{e}_r = \frac{\vec{P}}{2\pi\epsilon r^3} \cos\theta \quad (2.21)$$

şeklinde yazılabilir.

2.3.3. Saçılma Tesir Kesiti

Şekil 2.7'de gösterildiği gibi, r_1 ve r_2 yarıçaplı birbirinden etkileşen iki taneciği ele alalım. Etkileşimi sert küre modeli ile inceleyelim. Küre merkezleri arasındaki mesafe ($r_1 + r_2$), ikinci tip tanecik sabit ve uniform yoğunluğa sahip, birinci tanecik ikinciye doğru hareket ediyor olsun. Hareketli taneciği maddesel bir nokta, sabit taneciği ise ($r_1 + r_2$) yarıçaplı bir küre olarak düşünelim.



Şekil 2.7 : İki sert küre arasındaki çarpışma

Yukarıdaki kabullerle saçılma tesir kesiti, parçacığın saçıcı tanecikler tarafından yakalanma alanı olarak tanımlanır [1] ve

$$Q_t = \pi(r_1 + r_2)^2$$

şeklinde ifade edilir. Şayet $r_2 \gg r_1$ ise

$$Q_t = \pi r_2^2 \quad (2.22)$$

olur. $r_1 = r_2$ ise bu takdirde

$$Q_t = \pi(r_1 + r_2)^2 = \pi(2r_2)^2 = 4\pi r_2^2 \text{ bulunur.}$$

Olay tek boyutlu olmayıp üç boyutlu olarak cereyan etmektedir. Küresel koordinatlar sisteminde θ ve ϕ katı açıları içinde ve "r" doğrultusunda taneciklerin saçılma tesir kesiti, tanımdan faydalanarak şöyle yazılabilir.

$$Q_t = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} d\vec{s}$$

$$ds = r^2 \cdot \sin\theta \, d\theta d\phi, \quad d\vec{s} = ds \cdot \vec{e}_r \text{ değerleri yerine konu-}$$

lursa

$$Q_t = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi$$

$$Q_t = 2\pi r^2 (\cos\theta) \Big|_0^\pi = 4\pi r^2 \quad (2.23)$$

Burada, Q_t toplam çarpışma tesir kesiti ve "x" tanecik yarı-çapıdır.

2.3.4. Ortalama Serbest Yol ve Çarpışma Frekansı

Gaz içinde yüklü bir parçacığın X noktasından "X + dx" kadar yer değiştirdiğini düşünelim. Bu parçacığın yüklü bir iyon veya elektrona çarpma ihtimali, (n) birim hacimdeki hedef taneciklerin sayısı olmak üzere [1] " $\ell^2 \cdot n \cdot dx$ " ve Q_t saçılma tesir kesiti alınarak toplam hedef alanı [22] " $Q_t \cdot \ell^2 \cdot n \cdot dx$ " olarak yazılabilir. Parçacığın X'deki akım yoğunluğu $N(x)$, X + dx noktasındaki akım yoğunluğu farkı $dN(x)$ olsun. Bu takdirde [23]

$$\frac{dN(x)}{N(x)} = - \frac{Q_t \cdot \ell^2 \cdot n \cdot dx}{\ell^2} = -Q_t \cdot n \cdot dx \quad (2.24)$$

yazılabilir. Bu denklemi integre eder ve çözersek

$$\int_{N_0}^N - \frac{dN(x)}{N(x)} = \int_0^x Q_t \cdot n \cdot dx$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -Q_t \cdot n \cdot x$$

$$N = N_0 e^{-nQ_t x} \quad (2.25)$$

bulunur. Ortalama serbest yol ise şöyle tanımlanabilir [23]:

$$\text{Ortalama serbest yol} = \frac{\text{Toplam yol}}{\text{Toplam Çarpışma adedi}}$$

Yukarıdaki değerler tanım denkleminde yerine konur ve düzenlenirse

$$\lambda = \frac{N \cdot dx}{N \cdot n \cdot Q_t \cdot dx} = \frac{1}{nQ_t}$$

Bu denklemde Q_t tanımı olan

$$Q_t = \pi(r_1 + r_2)^2$$

denklemini kullanılırsa,

$$\lambda = \frac{1}{n\pi(r_1 + r_2)^2} \quad (2.26)$$

elde edilir. Şimdi de çarpışma frekansını bulalım. Gelen taneciklerin hızlarının hedef taneciklerin hızından büyük olduğunu kabul edelim. Gelen taneciklerin hızı v_1 olsun. Taneciklerin, bir "dt" süresinde aldığı yol, " $dx = v_1 dt$ " olur. dx değeri (2.24) denkleminde yerine konulur ve denklem taraf tarafa integre edilirse

$$-\frac{dN(t)}{N(t)} = Q_t \cdot n \cdot v_1 dt$$

$$-\int_{N_0}^N \frac{dN(t)}{N(t)} = \int_0^t Q_t \cdot n \cdot v_1 dt \quad (2.27)$$

$$\ln \frac{N(t)}{N(0)} = -Q_t \cdot n \cdot v_1 \cdot t$$

$$N(t) = N_0 e^{-Q_t \cdot n \cdot v_1 \cdot t}$$

bulunur. Burada; " $W_c = n \cdot Q_t \cdot v_1$ " ye çarpışma frekansı,

" $\tau_c = 1/W_c$ " ye çarpışma zamanı denir.

2.3.5. Saçılma Tesir Kesitinin Enerjiye Bağılılığı

Bunun için, önce çarpışma parametresini bulalım. ϕ akılı, birbirine paralel, bir ışın demetini ele alalım. Bu ışının sabit saçılma merkezli, ağır bir iyonla karşılaştığını farzedelim. Gelen ışık demeti optik kanunlarına uygun olarak saçılacaktır. Saçılan taneciklerin sayısını, diferansiyel saçılma tesir kesitini kullanarak bulabiliriz. Küresel koordinatlar sisteminde (θ, ϕ) yönünde $d\Omega$ katı açısı içerisinde birim zamanda saçılan taneciklerin sayısına dN_1/dt diyelim [1].

$$\frac{dN_1}{dt} = \phi \cdot Q_t \cdot d\Omega \quad (2.28)$$

olacaktır. Burada, $d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$ dir. Gelen taneciğin çarpışmadan önceki geliş hızı doğrultusundaki eksen ile hedef tanecikler arasındaki en kısa yola Çarpışma Parametresi denir. Çarpışma parametresinin X_b ile $X_b + dX_b$ arasında değiştiğini farz edelim. Bu taktirde birim zamanda saçılan taneciklerin sayısı

$$\frac{dN}{dt} = 2\pi \phi_i X_b \cdot dX_b \quad (2.29)$$

clur. (2.29) denklemi (2.28)'de yerine yazılır ve düzenlenirse

$$2\pi \phi_i X_b \cdot dX_b = \phi_i \cdot Q_t \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

$$2\pi \cdot X_b \cdot dX_b = Q_t \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

bulunur. Burada $Q_t = 4\pi r^2$ yerine konulursa, (2.30)

$$x_b \cdot dx_b = 2r^2 \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

bulunur. Bu ifadenin iki taraflı integrali alınır ve düzenlenirse

$$x_b \cdot dx_b = 2 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} r^2 \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

$$\frac{x_b^2}{2} = 2r^2 (2\pi) \cos \theta \Big|_0^{\pi} \quad (2.31)$$

$$x_b^2 = 16\pi r^2$$

$$x_b = 4r\sqrt{\pi}$$

bulunur.

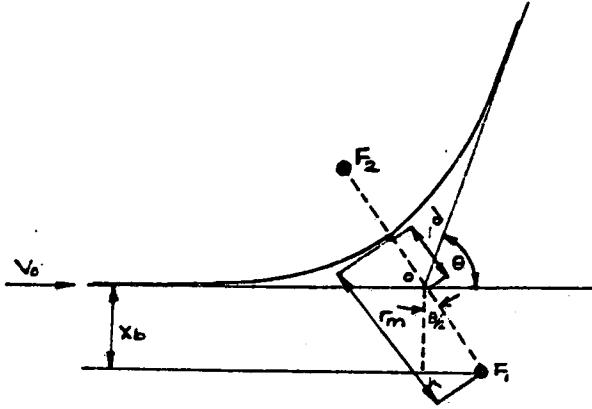
Tanımdan giderek çarpışma parametresinin $4r\sqrt{\pi}$ olduğu bulundu. Şimdi Şekil 2.8'de olduğu gibi, gelen bir taneciğin Coulomb potansiyelinin etkisi altında, çizdiği yörüngeyi ele alalım. Bir düzlem içinde F_1 ve F_2 gibi sabit iki noktanın merkeze uzaklıkları " $2d$ " olsun. Bu kabullerle Rutherford, taneciğin yörünğesinin bir hiperbol olduğunu bulmuştur. Şekil 2.8'den faydalanarak

$$r_m = \overline{F_1 O} + d = \frac{x_b}{\cos \frac{\theta}{2}} + d \quad (2.32)$$

ve

$$d = x_b \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (2.33)$$

yazılabilir.



Şekil 2.8 : Gelen bir taneciğin Coulomb potansiyeli alkındaki yörüngesi

Diğer taraftan OKF_1 üçgeninden $\cos \frac{\theta}{2} = 1 / [1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}]^{1/2}$ yazılabilir. " $\cos \frac{\theta}{2}$ " ve " d " nin değerleri (2.32) denkleminde yerine konulur ve düzenlenirse

$$r_m = \frac{x_b}{1 / [1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}]^{1/2}} + x_b \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$$

$$r_m = x_b [(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2})^{1/2} + \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}] \quad (2.34)$$

bulunur. Diğer taraftan enerjinin korunumu prensibi ve açısal momentumdan aşağıdaki ifade yazılabilir [1,24].

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{v^2 x_b^2}{r^2} + \frac{2ev}{M} \text{ olur.}$$

$$r = r_m, \quad \frac{dr}{dt} = 0, \quad v_m = v(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon r}$$

olduğu zaman

$$v^2 = v^2 x_b^2 / r_m^2 + 2 e e / 4\pi\epsilon r_m$$

şeklini alır. Bu denklem düzenlenirse

$$r_m^2 - \frac{e^2}{2\pi\epsilon Mv^2} r_m - x_b^2 = 0 \quad (2.35)$$

olur. (2.34) denklemindeki " r_m " değeri (2.35) de yerine konur ve $\tan \frac{\theta}{2} > 1$ için sadeleştirme yapılırsa

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon Mv^2 x_b} \quad (2.36)$$

bulunur. Şimdi de,

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon Mv^2 x_b}, \quad \tan \frac{\theta}{2} = \frac{d}{x_b}$$

$$Q(\theta, x_b) = \frac{x_b \cdot dx_b}{\sin \theta \cdot d\theta}$$

denklemlerini ele alalım. (2.36) denkleminin θ ve x_b ye göre diferansiyeli alınırsa

$$\frac{d\theta}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{e^2 \cdot dx_b}{4\pi\epsilon Mv^2 x_b^2} \Rightarrow 4\pi\epsilon Mv^2 x_b^2 \cdot d\theta = e^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} dx_b$$

olur.

Her iki taraf " x_b " ile çarpılıp düzenlenirse

$$x_b \cdot dx_b \cdot e^2 \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon Mv^2 x_b^3 d\theta$$

$$x_b dx_b = \frac{4\pi\epsilon Mv^2 x_b^3}{e^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

olur. Bu denklem $x_b \cdot dx_b = \sin \theta Q(\theta, x_b) d\theta$ denklemi ile karşı-

laştırılırsa

$$\frac{4\pi\epsilon Mv^2 x_b^3}{e^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} d\theta = \sin\theta d\theta Q(\theta, x_b)$$

$$Q(\theta, x_b) = \frac{4\pi\epsilon Mv^2 x_b^3}{e^2 \cdot \sin \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

bulunur. Şekil 2.8'deki geometrik yapıdan

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{x_b}{2d}$$

$$x_b = 2d \cdot \cos \frac{\theta}{2}$$

$$x_b^3 = 8d^3 \cos^3 \frac{\theta}{2}$$

yazılır, denklemde yerine konulur ve düzenlenirse

$$Q(\theta, d) = \frac{4\pi\epsilon Mv^2 \cdot 8 \cdot d^3 \cdot \cos^3 \frac{\theta}{2}}{e^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$Q(\theta, d) = \frac{32\pi\epsilon Mv^2 d^3 \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{e^2 \cdot \sin\theta}$$

Diğer taraftan $\sin(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}) = 2 \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2}$ yazılırsa

$$Q(\theta, d) = \frac{32\pi\epsilon Mv^2 \cdot d^3 \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{2e^2 \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2}}$$

$$Q(\theta, d) = \frac{16\pi\epsilon Mv^2 d^3}{e^2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

elde edilir. Diğer taraftan,

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon Mv^2 x_b}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{d}{x_b}$$

denklemleri taraf tarafa bölünür ve "d" değeri bulunarak yerine yazılırsa

$$d^3 = \left[\frac{e^2}{4\pi\epsilon Mv^2} \right]^3$$

$$Q_4(\theta) = \frac{4 e^4}{[4\pi\epsilon Mv^2]^2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \quad (2.37)$$

bulunur. Diğer taraftan enerji denklemi $\xi = \frac{1}{2} Mv^2$ olup $Mv^2 = 2\xi$ değeri (2.37) denkleminde yerine konulursa

$$Q_4(\theta) = \frac{4 e^4}{[8\pi\epsilon \xi]^2} \quad (2.38)$$

bulunur. Şimdi bu sonuçtan faydalanarak ortalama serbest yolu ve çarpışma frekansını bulalım. Ortalama serbest yolu (2.26) denklemi ile $\lambda = 1/n \cdot Q_4$ şeklinde vermiştik.

$$\lambda = \frac{1}{n \cdot Q} = \frac{1}{n \left[\frac{e^2}{4\pi\epsilon \xi} \right]^2 \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}} \quad (2.39),$$

$$\lambda = \frac{[4\pi\epsilon \xi]^2}{ne^4} \cdot \sin \frac{\theta}{2}$$

çarpışma frekansı ise $W_C = n Q_t v_1$ olarak çıkarılmıştı.

Değerler yerine konulur ve düzenlenirse

$$W_C = n \frac{e^4}{[4\pi\epsilon\xi]^2} \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} v_1$$

$$W_C = \frac{n e^4}{16[\pi\epsilon\xi]^2} \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} v \quad [v_1 = v]$$

$$W_C = \frac{n e^4}{4[\pi^2\epsilon^2 M^2 v^3]} \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

bulunur. Diğer taraftan $w_p^2 = \frac{e^2 n}{\epsilon_0 M}$ değerinde gözönüne alırsak

$$W_C = \frac{e^2}{4\pi^2\epsilon_0 M} \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2} v^3} w_p^2 \quad (2.40)$$

elde edilir.

2.3.6. Tanecik Hızlarının Dağılımı

Bu konuyu incelerken, Maxwell-Boltzmann ve Gauss dağılım fonksiyonundan faydalanacağız. Maxwell-Boltzmann hız dağılım fonksiyonu [25,26]

$$f(v) = n \left[\frac{M}{2\pi k_B T} \right]^{3/2} e^{-\frac{Mv^2}{2k_B T}} \quad (2.41)$$

şeklinde yazılabilir. Burada; M molekül kütlesi, n tanecik yoğunluğu, k_B Boltzmann sabitidir. (2.41) denklemi, türevleri sürekli ve sonsuz sayıda olduğundan çok eleştiriye uğramış-

tır. Ancak, bugüne kadar bundan daha iyi bir sonuçta elde edilememiştir.

Diğer taraftan gaz içindeki taneciklerin serbest hareketleri üç boyutlu uzayda Gauss dağılım fonksiyonuna tabii tutulursa [27]

$$f(v_x) dv_x = A e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x$$

$$f(v_y) dv_y = A e^{-v_y^2/v_0^2} dv_y$$

(2.42)'

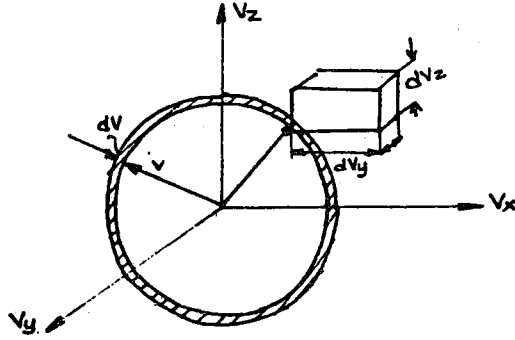
$$f(v_z) dv_z = A e^{-v_z^2/v_0^2} dv_z$$

yazılır. Burada; v_x, v_y, v_z hız bileşenleri, v_0 olabilecek en büyük hız ve A bir katsayıdır. Kaynakta verildiğine göre vektörel hızın büyüklüğü (2.42) denklemi ile verilen bütün ihtimallerin çarpımına eşittir. Bu durumda

$$f(v) dv = A^3 e^{-v^2/v_0^2} dv \quad (2.43)$$

olur. Burada hacim elemanı $dv = dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z$ ve hız bileşenleri $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ şeklindedir.

Şekil 2.9'da görülen " v " ve " $v + dv$ " arasındaki hacim elemanını ele alalım. Bu değer $4\pi v^2 dv$ olarak bulunur.



Şekil 2.9 : bir uzayda dv_x , dv_y , dv_z ve $4\pi v^2 dv$ hacim elemanlarını gösteren şekildir.

Bulunan değer (2.43) denkleminde yerine konulursa

$$f(v) = \text{Sabit} \times v^2 e^{-v^2/v_0^2} \quad (2.44)$$

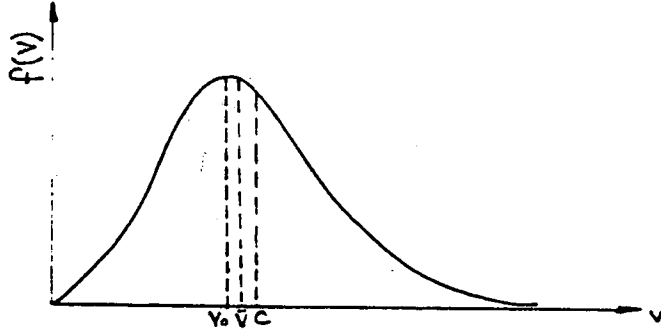
olur. Bu ihtimal Delta Distrüksiyon fonksiyonu

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv = 1 \text{ ve } \frac{1}{2} M v_0^2 = kT$$

şartlarını sağlamalıdır. Bu takdirde (2.44) denklemi

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{v^2}{v_0^2} \cdot e^{-Mv^2/2kT} \quad (2.45)$$

elde edilir. Bu ifadeye Maxwell hız dağılım fonksiyonu denilmektedir. Şekil 2.10'da Maxwell hız dağılım fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Şekil 2.10 : Maxwell hız dağılım fonksiyonu

Ortalama hız ($\bar{v}$), en büyük hız (v_0) ve hızın karekökü (c) olmak üzere [26,27]

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0$$

ve

$$\left. \frac{df(v)}{dv} \right|_{v=v_0} = 0, \quad v_0 = \left[\frac{2k_B T}{M} \right]^{1/2} \quad (2.46)$$

ve

$$c = \left[\int_0^{\infty} v^2 f(v) dv \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_0$$

yazılabilir.

2.3.7. Ortam Parametreleri :

Bir plasmaya dışardan bir elektromagnetik dalga uygulandığı zaman parçacık yoğunluğuna, basınca ve sıcaklığa bağlı olarak bir bölgeden diğer bölgeye doğru parçacık akımı meydana gelir. Bu akımı belirleyen beş parametre vardır. Bunlar Diffusion (D), Akışkanlık (b), Elektriksel iletkenlik (σ), Termal iletkenlik (κ) ve Viskozite (η) dir. Burada Diffusion,

akışkanlık ve iletkenlik incelenecektir.

DIFFUSION :

" ϕ ", " $\phi + d\phi$ " ve " θ ", " $\theta + d\theta$ " birim yarıçaplı bir küreyi ele alalım. Rast gele bir yön seçilerek bir yüzey içersinden kürenin geçme ihtimalinin $f(\theta, \phi)$ olduğunu kabul edelim. Geçişin ifadesi [28]

$$f(\theta, \phi) d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi} \sin\theta d\theta \cdot d\phi$$

şeklinde verilebilir. Şimdi, uzayı iki parçaya ayıralım. Sol tarafındaki düzlemi düşey olarak alalım, bu yüzeye parçacıkların (v) hızıyla geldiğini düşünelim. Paralel kenar uzunlukları " v ", " $v + dv$ " olan prizmadan (v) hızına sahip parçacıkların, " t ", " $t + dt$ " zamanında geçtiğini farzedelim. Prizmanın hacmi " $V \cdot \cos\theta \cdot dt$ " ve " θ ", yüzeyin normali ile v hızı doğrultusu arasında kalan açı ve parçacıkların yoğunluğu (n) olsun. Bu durumda düzleme gelen toplam parçacık [18]

$$dN = v \cos\theta \cdot dt \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \sin\theta d\theta d\phi \cdot n \cdot f(v) dv \quad (2.47)$$

olur. Burada $f(v)dv$ hız dağılım fonksiyonudur. Serbest parçacık akısı ise

$$\Gamma_r = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{v=0}^{\infty} \frac{dN}{dt}$$

şeklinde dir. (2.46) ve (2.47) denklemlerindeki değerleri yukarıdaki denklemde yerine yazar ve integralini alırsak

$$\Gamma_r = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{v=0}^{\infty} v \cos \theta \frac{1}{4\pi} \sin \theta d\theta d\phi n f(v) dv$$

$$\Gamma_r = \frac{n\bar{v}}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

(2.48)

$$\Gamma_r = \frac{n\bar{v}}{4\pi} (2\pi) \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$\Gamma_r = \frac{n\bar{v}}{4}$$

bulunur. İki düzlemin sağ ve sol yüzeyindeki akılar birbirine eşittir.

$$\Gamma_{dif} = \Gamma_{sağ} = \Gamma_{sol}$$

Diğer taraftan $n = n(+x) - n(-x)$ değeri (2.48) de yerine yazılırsa

$$\Gamma_{dif} = [n(+x) - n(-x)] \frac{\bar{v}}{4} \quad (2.49)$$

olur. $n(+x) - n(-x)$ değerini $x = 0$ civarında Taylor serisine açıp yerine yazılırsa

$$\Gamma_{dif} = 2x \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right) \frac{\bar{v}}{4} \quad (2.50)$$

elde edilir. Burada, $2x$ ortalama serbest yol olup $\lambda = 2x$ denirse

$$\Gamma_{dif} = \frac{\lambda \bar{v}}{4} v_n \quad (2.51)$$

bulunur. Burada, $\lambda \bar{v}/4$ çarpanına Diffusion Katsayısı denir ve "D" ile gösterilir.

AKIŞKANLIK :

Bir plasmada, parçacıklar dış kuvvetlerin etkisi altında " v_d " hızıyla sürüklenirler. Sürüklenme hızı uygulanan elektrik alandan meydana geldiği taktirde [1,29]

$$v_d = e \left\langle \frac{1}{w_c} \right\rangle \frac{E}{M} \quad (2.52)$$

yazılır. Burada $\left\langle \frac{1}{w_c} \right\rangle$ çarpışma süresinin ortalama değeridir.

Akışkanlık ise [9]

$$b = \frac{v_d}{E} = e \left\langle \frac{1}{w_c} \right\rangle / M \quad (2.53)$$

şeklinde verilmektedir.

ELEKTRİKSEL İLETKENLİK

Uygulanan elektrik alanına tepki gösteren yüklerin akısı olarak tanımlanır [1].

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = -\sigma \nabla V = e(n^+ \vec{V}_d^+ - n^- \vec{V}_d^-) \quad (2.54)$$

şeklinde ifade edilebilir. (2.53) denkleminde " v_d " yi bulup (2.54)'de yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \sigma \vec{E} &= e(n^+ b^+ - n^- b^-) \vec{E} \\ \sigma &= e(n^+ b^+ - n^- b^-) \end{aligned}$$

olur. Burada iyonların hareketi ihmal edilir ve "b" değeri yerine konulursa

$$\sigma = -en^-b^- = \frac{-n^-e^2}{M^-} < \frac{1}{W_c} > \quad (2.55)$$

elde edilir. Daha önce bulduğumuz $W_c = n \cdot Q_t \cdot V_i$ değeri yukarıdaki denklemde yerine yazılırsa

$$\sigma = - \frac{n^-e^2}{M^-} < \frac{1}{n^-Q_t V_i} > \quad (2.56)$$

bulunur.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

İYONESFER DENKLEMLERİ

3.1. Maxwell ve Ortam Denklemleri

Maxwell'in elektromagnetik dalgalar için çıkardığı diferansiyel denklemler [2]

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(3.1)

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

şeklindedir. Bu denklemlerde altı bilinmeyen olduğundan çözümü sağlamak için ortam denklemlerinin de bilinmesi gerekir. Ortam denklemleri, ϵ, μ, σ parametreler olmak üzere

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

(3.2)

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

şeklinde ifade edilebilir.

3.2. Süreklilik Denklemi

Maxwell denklemlerinden faydalanılarak çıkarılır.

(3.1)'deki

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

denklemini ele alalım. Bu denklemde her iki tarafın diverjansı alınırsa

$$\nabla \cdot [\nabla \times \vec{H}] = \nabla \cdot \vec{J} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{E}$$

olur. Burada, $\nabla \cdot [\nabla \times \vec{H}] = 0$ ve $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$ dır. Yerine konulur ve düzenlenirse

$$\epsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

(3.3) -

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

olur. (3.3) ifadesine süreklilik denklemi denir. Diğer taraftan ortam denklemlerinden $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ nin her iki tarafının diverjansı alınır ve (3.3)'de yerine yazılırsa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon} \rho = 0 \quad (3.4)$$

bulunur. Bu denklemin çözümü $\rho = \rho_0 e^{-t/\tau}$ şeklindedir. Burada, $\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$ ya röleksasyon sabiti denir.

3.3. Boltzmann Denklemi

Boltzmann dağılım fonksiyonundan faydalanarak hız dağılım ifadesini çıkaracağız. Klasik mekanikten, kuvvet ifadesini

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{a}_i = \frac{\vec{F}_i}{M} = \frac{e}{M} \vec{E} \quad (3.5)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada, ($\vec{a}_i$) ivme, (M) kütle, ($\vec{F}_i$) kuvvet, ($\vec{v}_i$) hızdır. Diğer taraftan, Boltzmann hız dağılım denklemi [1]

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_r \vec{f} + \vec{a}_i \cdot \nabla_v \vec{f} = 0 \quad (3.6)$$

şeklinde dir. (3.5) denklemindeki " $\vec{a}_i$ " değeri (3.6)'da yerine yazılırsa

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_r \vec{f} + \frac{\vec{F}_i}{M} \cdot \nabla_v \vec{f} = 0 \quad (3.7)$$

olur. Burada

$$\nabla_v = \vec{i} \frac{\partial}{\partial v_x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial v_y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial v_z}$$

dir. Yukarıdaki denklemde gözüken $\vec{F}$ kuvveti ise, iyonosferdeki yer çekimi kuvveti, harici kuvvetler ve tanecikler arasında meydana gelen kuvvetler toplamıdır. Boltzmann bu denklemi çarpışmaları da hesaba katarak [30]

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} \vec{f} + \frac{\vec{F}_1}{M} \cdot \nabla_{\vec{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{1\varphi}$$

(3.8) ,

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} \vec{f} + \frac{\vec{F}_1}{M} \cdot \nabla_{\vec{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{çarp.}}$$

şeklinde ifade etmiştir.

3.4. Toplam Tanecik Sayısı ve Sürüklenme Hızı

$f(x, y, z, v_x, v_y, v_z) = f(r, v, t)$ şeklindeki bir dağılım fonksiyonunu ele alalım. Altı boyutlu uzayda en küçük hacim elemanı $dx \cdot dy \cdot dz \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z = dr \cdot dv$ şeklindedir. Hızı ihmal edilen bir " $\vec{r}$ " nün meydana getirdiği " dv " hacim elemanı içindeki toplam tanecik sayısı [25]

$$n(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, v, t) dv \quad (3.9)$$

şeklindedir. Diğer taraftan sürüklenme hızı (v) hızının ortalama değeridir. Bu yüzden sürüklenme hızı taneciklerin sayısına bölünmüş olan toplam hız vektörüne eşit olup [25]

$$v_d = \frac{1}{n(r, t)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v f(r, v, t) dv \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir. Daha genel olarak, (3.9) denkleminin her iki tarafını keyfi bir $\varphi(r, v, t)$ fonksiyonu ile çarpalım.

$$\varphi(r, v, t) n(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(r, v, t) f(r, v, t) dv \quad (3.11)$$

olur. " φ " fonksiyonunun " r " noktası civarındaki değeri

$$\varphi(r, v, t) = \frac{1}{n(r, t)} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(r, v, t) f(r, v, t) dv \quad (3.12)$$

şeklindedir. Şimdi, keyfi seçilen " φ " fonksiyonunun alacağı değerlere göre, dağılım fonksiyonunu inceliyelim. Şayet (3.12)'de $\varphi = 1$ alınırsa (3.9) denklemi elde edilir.

$\varphi = v_d$ ve $v_d = \bar{v}$ alınırsa

$$v_d = \frac{1}{n(r, t)} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} f(r, v, t) \bar{v} dv \quad (3.13)$$

bulunur. Şimdi de, (3.8) denklemini " φ " ile çarpıp " v " nin bütün değerleri üzerinden integre edelim.

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \frac{\partial f}{\partial t} dv + \sum_{i=1}^3 \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} dv \quad (3.14)$$

$$+ \sum_{i=1}^3 \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \frac{\vec{F}_i}{M} \frac{\partial f}{\partial v_i} dv = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) dv \text{ çar.}$$

olur. Bu denklemin sol tarafı üç ayrı türden yedi değişkene sahiptir. Sol taraftaki fonksiyonları bir $f(r, v, t)$ fonksiyonu içinde düşünebiliriz.

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \frac{\partial f}{\partial t} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) f(r, v, t) dv = \frac{\partial}{\partial t} (n\varphi) \quad (3.15)$$

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} dv = \frac{\partial}{\partial x_i} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) v_i f. dv = \frac{\partial}{\partial x_i} (n\varphi v_i) \quad (3.16)$$

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \frac{\partial f}{\partial v_i} \frac{F_i}{M} dv = \varphi(v) \frac{F_i}{M} f(r, v, t) dv \Big|_{-\infty}^{\infty} \quad (3.17)$$

$$- \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(r, v, t)}{M} \frac{\partial}{\partial v_i} [\varphi F_i] dv = - \frac{n}{M} \frac{\partial}{\partial v_i} (\varphi F_i) \quad (3.18)$$

olur. Diğer taraftan, $F(-\infty) = f(\infty) = 0$ olduğundan (3.17) denklemindeki integrasyon terimi sıfır olur. Bulunan bu değerler (3.14) denkleminde yerine yazılır ve ∇ operatörü de kullanılırsa

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\varphi) + \frac{\partial}{\partial x_1} [n\varphi \vec{v}_1] + \frac{n}{M} \vec{F}_1 \frac{\partial}{\partial v_1} [\varphi] = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v) \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) dv \quad \text{çarp} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(n\varphi) + \nabla \cdot [n\vec{v}\varphi] + \frac{n}{M} \vec{F} \cdot \nabla_v [\varphi(v)] = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \varphi \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) dv \quad \text{çarp}$$

şeklini alır. Böylece iyonosferdeki manyetik ve elektrik kuvvetlerin hıza bağlı olmadığı, ancak $\frac{\partial \vec{F}}{\partial v_1} \neq 0$ olması halinde manyetik kuvvetlerin hıza bağlı olduğu görülür. [Bu konuyla ilgili daha geniş bilgi için Bak. Kaynak (18) Sayfa (74-76)]

3.5. Enerjinin korunumu Denklemi

İyonosfer tabakaları, izotropik, hız dağılımı

Maxwellian, $\vec{F}$ kuvveti bir manyetik alana ait ve sabit manyetik indüksiyon kuvvetide ihmal edilirse $\varphi = Mv^2/2$ için (3.19) denklemi [31]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{nMv^2}{2} \right\} + \nabla \cdot \left[nM\vec{v} \frac{v^2}{2} \right] = \frac{n\vec{F}}{M} \cdot \nabla_v \left[\frac{Mv^2}{2} \right] + \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} Mv^2 \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) dv \quad \text{çarp} \quad (3.20)$$

olur. Dalganın z-yönünde ilerlediğini varsayalım. $\vec{v} = v_d$ olduğunda hesaba katarsak $\frac{n\vec{F}}{M} \cdot \nabla_v \left[\frac{Mv^2}{2} \right]$ terimi

$$\frac{n\vec{F}}{M} \cdot \nabla_v \left[\frac{Mv^2}{2} \right] = \frac{n\vec{F}}{M} \cdot \frac{M}{2} \frac{\partial}{\partial z} (v_d^2) = n\vec{F} \cdot \vec{v}_d \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer taraftan, $\vec{F} = -e\vec{E}$

$$\vec{J} = -en\vec{V}_d$$

(3.22)

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

(3.22) değerleri (3.21)'de yerine konulursa

$$\frac{n\vec{F}}{M} \nabla_v \left[\frac{Mv^2}{2} \right] = \sigma \vec{E}^2 \quad (3.23)$$

elde edilir. (3.23) denklemi (3.20)'de yerine konulur ve düzenlenirse

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{nMv^2}{2} \right] + \frac{M}{2} \nabla_v \cdot [nv^2 \vec{v}] = \sigma E^2 + \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} Mv^2 \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) dv_{\text{çarp}} \quad (3.24)$$

bulunur. Burada, birinci terim taneciklerin kinetik enerjilerindeki artışı, ikinci terim elektronların iyonlaşması için harcanan enerjiyi, üçüncü terim elektromagnetik dalganın güç yoğunluğunu, dördüncü terim ise ilk üç terimin çarpışmalarla meydana gelen, değişimlerinin mertebelerini göstermektedir.

3.6. Tam İyonize Olmuş Plasmada Spitzer Denklemi

Spitzer, tam iyonize olmuş plasmayı; yarı izotropik, perturbasyonları çok küçük, nötr durumda ve iyonların hareketi ihmal edilebilir, iki tanecik arasındaki momentum değişiminin sadece çarpışmaların etkisi ile olduğunu kabul ederek [18,32]

$$\rho \frac{\partial v_d}{\partial t} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla P_r - \rho \nabla G \quad (3.25)$$

$$\frac{M^-}{n^- e} \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B} + \frac{1}{ne} \nabla P_{re} - \frac{1}{ne} \vec{J} \times \vec{B} - \frac{\vec{J}}{\sigma} \quad (3.26)$$

olarak kendi adıyla anılan denklemleri bulmuştur. Burada, P_r toplam basınç, P_{re} elektron basıncı, σ plasmanın iletkenliği ve G yer çekimidir. (3.26) denkleminin sol tarafı, plasmanın iletkenliğinin büyük olmasından dolayı meydana gelen endüktif tesirleri göstermektedir. $(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B})$ terimi ise uygulanan elektromagnetik dalganın, elektromotor kuvvetini ve ∇P_{re} basınç değişimini, eşitliğin sağındaki terim kaynak etkisini, J/σ ise direnç etkisini belirler.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
İYONOSFERDE ELEKTROMAGNETİK ve FİZİKSEL
BÜYÜKLÜKLERİN BULUNMASI

4.1. Süreklilik Denklemi

Süreklilik denklemi, bugüne kadar Maxwell denklemlerinden giderek (Böl 3.2) ifade edile gelmiştir. Bu çalışmada yenibir yaklaşımla Boltzmann hız dağılım ifadesinden faydalanılarak çıkarılacaktır. Bunun için, (3.19) denkleminde $\varphi = 1$ alınır

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot [n \vec{V}_d] = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{çar.}} dv \quad (4.1)$$

elde edilir. Bu denklemin sağ tarafı ele alınır

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{çar.}} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int \int \int_{-\infty}^{\infty} f(r, v, t) dv \quad (4.2)$$

olur. Diğer taraftan (3.9) denklemi (4.2)'de yerine konulursa

$$\int \int \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{çar.}} dv = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\text{çar.}} \quad (4.3)$$

bulunur. (4.3) denklemi (4.1)'de yerine yazılırsa

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot [n \vec{V}_d] = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\text{çar.}} \quad (4.4)$$

olur. İyonosferde, iyonlaşma ve tekrar birleşme işlemleri

$\left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\text{çar.}}$ terimi ile belirlenir. Tam iyonlaşma durumunda

$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{çar.}} = 0$ olur. Şayet, iyonosfer kısmen iyonlaşmış ise, kimyasal reaksiyonlar meydana gelir. Bu durumda $\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{çar.}}$ istatistiki olarak bulunur. Bu çalışmada, iyonosfer tam iyonize kabul edilmektedir. Bu durumda (4.4) denklemi

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot [\vec{V}_d n] = 0 \quad (4.5)$$

olur. Ayrıca elektronlar ve iyonlar için süreklilik denklemleri

$$\frac{\partial n^+}{\partial t} + \nabla \cdot [n^+ \vec{V}_d^+] = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial n^-}{\partial t} + \nabla \cdot [n^- \vec{V}_d^-] = 0$$

şeklinde yazılabilir. (4.6) denklemleri "e" ile çarpılıp taraf tarafa çıkarılırsa

$$\frac{\partial}{\partial t} [e(n^+ - n^-)] + e \nabla \cdot [n^+ \vec{V}_d^+ - n^- \vec{V}_d^-] = 0 \quad (4.7)$$

olur. Akım yoğunluğu $J = e(n^+ \vec{V}_d^+ - n^- \vec{V}_d^-)$ ve yük yoğunluğu $\rho = e(n^+ - n^-)$ değerleri (4.7)'de yerine konulursa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (4.8)$$

bulunur. Diğer taraftan $\nabla \cdot \vec{J} = \sigma \nabla \cdot \vec{E} - \frac{\sigma}{\epsilon} \rho$ değeri (4.8)'de yerine yazılırsa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon} \rho = 0 \quad (4.9)$$

bulunur. Bu netice (Böl. 3.2)'de Maxwell denklemlerinden giderek bulunan ifadenin aynısıdır. Maxwell denklemlerinden giderek bulunan sonuçta matematiksel bir yaklaşım olduğu halde, bu çalışmada Boltzmann dağılım fonksiyonundan faydalanarak bulunan ifade de fiziksel bir yol takip edilmiştir.

Süreklilik denkleminin, taranan kaynaklarda Maxwell denklemleri kullanılarak çıkarıldığı görülmüş ancak Boltzmann dağılım fonksiyonundan giderek bulunuşuna raslanmamıştır [2,14]

4.2. Elektron Yoğunluğunun Sıcaklıkla Değişimi

İyonosfer tabakasının genişçe bir bölgesinde, plamanın denge durumundan düzenli bir şekilde ayrıldığını düşünelim. Bu sapmanın denklemi Poisson kanunu ile verilebilir.

$$\nabla^2 V(r) = - \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.10)$$

Burada, $V(r)$ iyonosferde bir bölgenin potansiyeli, ϵ_0 boşluğun dielektrik geçirgenliğidir.

Elektronların kütlesi, iyonlarınkinden küçük olduğundan iyonların hareketi ihmal edilebilir. Yük dağılımının üniform olduğu kabul edilirse (4.10) denkleminin radyal bileşeni mevcut olacaktır.

$$\nabla^2 V(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right] = \frac{en^-}{\epsilon_0} \quad (4.11)$$

olur. Bu denklem çözülürse,

$$V(r) = \frac{en^-r^2}{6\epsilon_0} \quad (4.12)$$

bulunur. Burada, $r = r_D'$ Debye yarıçapıdır [18].

Debye yarıçapının tanımından dolayı, r_D' yarıçaplı kürenin yüzeyinde potansiyel enerji, kinetik enerjiye eşit olacağından

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \quad (4.13)$$

yazılır.

$$E_p = eV(r) = e \frac{en^-r_D'^2}{6\epsilon_0} = \frac{e^2 n^- r_D'^2}{6\epsilon_0}$$

$$E_k = \frac{3}{2} k_B T$$

değerleri (4.13)'de yerine konulur ve düzenlenirse

$$\frac{e^2 n^- r_D'^2}{6\epsilon_0} = \frac{3}{2} k_B T \quad (4.14)$$

$$n = \frac{9 k_B \epsilon_0}{e^2 r_D'^2} T$$

bulunur. Diğer taraftan laboratuvar çalışmaları [18]

$r_D' = 3r_D$ şeklinde olduğunu göstermiştir. Bu değer (4.14) de yerine konulursa

$$n = \frac{k_B \epsilon_0}{e^2 r_D'^2} T \quad (4.15)$$

olur. Dalga düzlamsel olup Z-yönünde ilerlediğine göre,

küresel koordinatlarda yazılmış olan (4.15) ifadesini kartezyen koordinatlar sistemine çevirmemiz gerekir. Bunun için

$$z = r_D \cdot \cos \theta \quad (4.16)$$

$$r_D = \frac{z}{\cos \theta}$$

olur. Diğer taraftan, iyonosfer plesmesında $10^{-3} < r_D < 10^{-2}$

[18] değerindedir. Bu durumda, $0 \leq \cos \theta \leq 1$ aralığında değişirken, "z" de $10^{-3} < z < 10^{-2}$ değerlerini alacaktır.

Bu değerler (4.15)'de yerine konulursa

$$n(z) = \frac{\epsilon_0 k_B}{e^2} \left[\frac{\cos \theta}{z} \right]^2 \cdot T(z) \quad (4.17)$$

bulunur. Denklem(4.17) $\theta < \pi/2$ için geçerlidir.

Hesap kolaylığı sağlaması açısından, $10^{-3} < z < 10^{-2}$ arasında değişen "z" yi, $z = I \cdot 10^{-3}$ şeklinde tanımlayabiliriz. Burada, I = (1-10) arasında değişen bir katsayıdır. Bu değer (4.17) de yerine konulursa

$$n(z) = \frac{\epsilon_0 k_B}{e^2} \cdot 10^6 \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z) \quad (4.18)$$

bulunur. ϵ_0 , k_B ve "e" nin değerleri (4.18)'de yerine konulursa

$$n(z) = 4.766 \times 10^9 \times \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z) \quad (4.19)$$

olur. Burada, θ açısı elektromagnetik dalganın iyonosfere giriş açısı veya r_D yarıçaplı kürenin yörüngesinin her noktada yüzeyin normali ile yaptığı açıdır. Her noktada

yüzeyin normali, karteziyen koordinatlarda z-ekseni olarak alınmıştır. Sıcaklık yüksekliğe göre arttıkça, r_D yarıçaplı küre bir yörünge boyunca hareket edecektir. Bu hareketin yolu bütün iyonosfer tabakasıdır. İyonosferin üst kısımlarında sıcaklık 1000°K 'in üzerine çıktığı zaman, serbest uzayda elektron yoğunluğu çok düşüş göstermekte ve Coulomb etkisi kalkmaktadır. Coulomb etkisinin kalktığı bölgede (4.17) denklemi geçersiz olmaktadır.

Mevcut literatür arasında [5,14,17,33-52] bu çalışmada bulunan sonuca yakın bir ifadenin DAWSON ve OBERMAN tarafından (1963) [5] da çarpışmalar teorisi esas alınarak kararsız plazmalar için

$$\frac{n_e^2}{T_e} \approx K$$

buldukları tesbit edilmiştir. Bu ifade de

$$K = K_0 \left(\frac{n_e}{n_0} \right) / \tilde{n}^2$$

dir. Burada; K_0 gelen dalganın durumuna bağlı bir büyüklük, n_e elektron yoğunluğu, n_0 maximum elektron yoğunluğu, $\tilde{n}$ kırılma indsidir. Bu ifade de, K_0 sabiti, (n_0) elektron yoğunluğu ve $\tilde{n}$ kırılma indksi bilinirse, elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki oran tek bir sabite indirgenebilir.

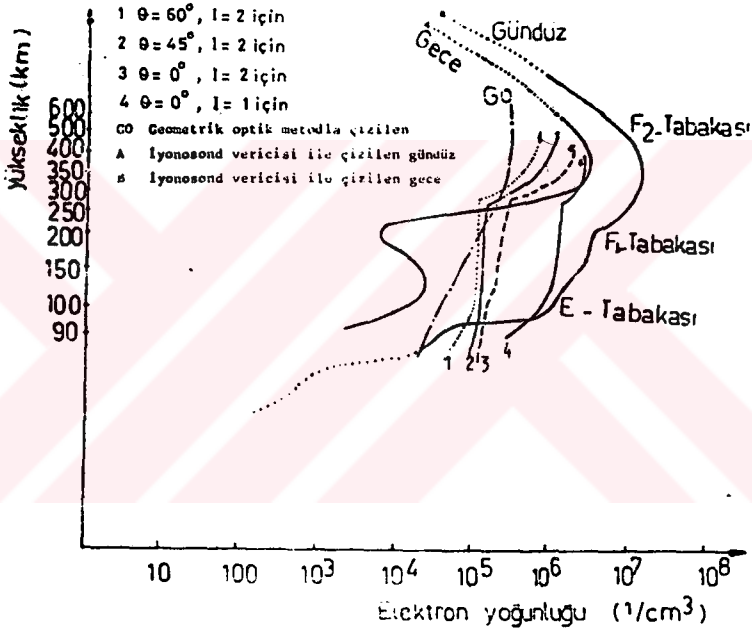
Halbuki, bu çalışmada bulunan ifadedeki oran ise

$$4.766 \times 10^9 \left| \frac{\cos \theta}{I} \right|^2$$

gibi tek bir sabite indirgenmiştir. Diğer taraftan, bulduğumuz elektron yoğunluğunun sıcaklıkla değişimini veren eğri, yükseklik-elektron yoğunluğu koordinatına taşınarak, Kettaninin (1973) [18] de iyonosond cihazı ile çıkardığı ve Kelly Baker ve Chayt'ın (1976) [16] da geometrik optik metoddan giderek buldukları eğrilerle, Şekil 4.1'de aynı koordinat eksenlerinde gösterilmiştir.

Bu çalışmada bulunan eğrilerin, " θ " nın ve " I " nın büyük değerleri için gece eğrisine doğru kaydığı, " θ " nın ve " I " nın küçük değerleri için gündüz eğrisiyle uyum içinde olduğu görülmüştür.

Ayrıca, bu çalışmada bulunan eğrilerle, iyonosond cihazıyla çıkarılan eğrilerin, geometrik optik metotla hesaplanan eğriden daha iyi bir uyum içinde oldukları da tesbit edilmiştir.



Şekil 4.1 : Elektron yoğunluğunun yükseklikle değişimi

4.3. Kırılma İndisinin Spitzer Denklemlerinden Giderek Çıkarılması

Sabit Manyetik alanın bulunmadığı zaman, bir elektromagnetik dalga, iyonlaşmış bir gaz üzerine düşürülürse,

elektronlar, gelen dalganın elektrik alanı altında salınırlar. Bu hareket kırılma indisinin değişimine eşdeğer biçimde ikinci dalgaların emisyonunu sağlar. Emisyondan dolayı çarpışmalar meydana gelir. Budurumda, elektromagnetik dalgalarda, yük yoğunluğunun sıfır olduğu, bir başlangıç kabul edilebilir. Magnetik akının minimum olduğu az çarpışmalı bir plasmada (3.26) Spitzer denklemi

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \frac{e^2 n^-}{m^-} \vec{E} \quad (4.20)$$

şekline gelir. Diğer taraftan Maxwell denklemlerinden

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4.21)$$

yazılabilir. (4.21)'de zamana göre türev alınırsa

$$\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (4.22)$$

olur. $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ifadeleri (4.22) de yerine yazılırsa

$$-\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (4.23)$$

elde edilir. Burada $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ dir. Diğer taraftan $\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$ konulur ve " ρ " bir bölge için sabit kabul edilirse $-\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla^2 \vec{E}$ bulunur. Bulunan denklemler (4.23)'de yerine konulur ve $\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$ çekilirse

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{E} - \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (4.24)$$

elde edilir. Bu değer (4.20)'de yerine konulursa

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{e^2 n^-}{M^-} \vec{E} = 0 \quad (4.25)$$

elde edilir. İyonlaşmaya gelen elektromagnetik dalga z-yönünde ilerlesin ve $\vec{E} = E_0 e^{-jkz + j\omega t} \vec{e}_x$ şeklinde olsun. Bu takdirde

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$$

olur. Değerler bulunup yerine konulursa

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -k^2 \vec{E}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}$$

$$-k^2 \vec{E} + \epsilon \mu \omega^2 \vec{E} - \mu \frac{n^- e^2}{M^-} \vec{E} = 0$$

$$k^2 = \epsilon \mu \omega^2 - \mu \frac{n^- e^2}{M^-}$$

$$k^2 = \epsilon \mu \omega^2 - \mu \epsilon_0 \frac{n^- e^2}{M^-} \quad (4.26)$$

elde edilir. Burada, $\omega_p^2 = \frac{n^- e^2}{\epsilon_0 M^-}$ konulursa

$$k^2 = \omega^2 (\epsilon \mu - \mu \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2})$$

olur. Özel halde, boşlukta $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$ olduğundan

$$k^2 = w^2 (\epsilon_0 \mu_0 - \epsilon_0 \mu_0 \frac{w_p^2}{w^2}) \quad (4.27)$$

$$k = \frac{w}{c} [1 - \frac{w_p^2}{w^2}]^{1/2}$$

bulunur. Kırılma indisinin ise [8] de $\tilde{n} = \frac{k_1}{k_0}$ olarak verilmektedir. Burada, $\tilde{n}$ kırılma indisi, k_0 boşlukta dalga sayısı, k_1 ortamda dalga sayısıdır.

$$k_0 = \frac{w}{c}$$

$$k_1 = \frac{w}{c} [1 - \frac{w_p^2}{w^2}]^{1/2}$$

yerine yazılırsa ortamın sınırındaki kırılma indisi

$$\tilde{n} = \frac{k}{k_0} = [1 - \frac{w_p^2}{w^2}]^{1/2}$$

bulunur. Bu ifade literatürdeki ifadelerin aynısıdır

[2-5,10,11,17]

Diğer taraftan, (4.26) denkleminde $\mu = \mu_0$ ve

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ olarak alınırsa ki bu genel olarak iyonosferi tanımlamaktadır.

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r w^2 - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{w_p^2}{w^2} \quad (4.28)$$

$$k = \frac{w}{c} [\epsilon_r (1 - \frac{w_p^2}{w^2})]^{1/2}$$

bulunur. Bu, genel bir denklem olup her tabaka için uygulanabilir. Meselâ, k_1 , ϵ_{r1} , k_2 ve ϵ_{r2} sırasıyla birinci ve ikinci tabakadaki dalga sayısı ve dielektrik sabiti olsun.

Bu takdirde, iki tabakanın sınırındaki kırılma indisi,

$$\tilde{n} = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}} \quad (4.29)$$

bulunur. Taranan kaynaklarda, aynı sonuç Snell kanunları, geometrik optik, Lorentz kuvvet denklemleri ve polarizasyondan faydalanarak çıkarılmıştır [2-5,10-13,15-17].

Geometrik optik ve Snell kanunlarında, elektromagnetik dalga ışığa benzetilerek sonuçlar elde edilmiş, Lorentz kuvvet denkleminde ise Maxwell denklemlerinin yanında polarizasyon vektörü de kullanılmıştır.

Bu çalışmada ise, Spitzer ve Maxwell denklemleri kullanılmış ve olaya fiziksel bir yaklaşım getirilmiştir.

4.4. Dalga Denklemi ve Alfvén Hızının Spitzer Denkleminden Faydalanarak Çıkarılması

1942'de Alfvén, iyonosferdeki Mağnetik yapının, arızın iyonosferde meydana getirdiği Mağnetik indüksiyon (B_0) ile yerden bir verici vasıtasıyla, iyonosfere gönderilen elektromagnetik dalganın, mağnetik alanının toplamına eşit olabileceğini ortaya atmıştır. Bu teori bugüne kadar da geçer-

liliğini korumaktadır. Bu düşünüşle magnetik alan

$$\vec{\tilde{B}} = \vec{B}_0 + \vec{B}(t) \quad (4.30)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer taraftan Ortamın iletkenliği iyi ve gravitasyonel alan ve basınç değişimi ihmal edilirse (3.26) denklemi

$$\vec{E} + \vec{V}_d \times \vec{\tilde{B}} = 0 \quad (4.31)$$

şeklinde yazılabilir. (4.31). denkleminin her iki tarafının rotasyoneli alınırsa

$$\nabla \times \vec{E} + \nabla \times [\vec{V}_d \times \vec{\tilde{B}}] = 0 \quad (4.32)$$

olur. (4.32) denkleminde, ikinci terim açılır (3.1) denklemlerinden

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{ve} \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

değerleri yerine konulur ve ikinci derece terimler ihmal edilirse

$$\begin{aligned} \nabla \times (\vec{V}_d \times \vec{\tilde{B}}) &= \vec{\tilde{B}} \cdot \nabla \vec{V}_d - \vec{\tilde{B}} \nabla \cdot \vec{V}_d - \vec{V}_d \nabla \cdot \vec{\tilde{B}} + \vec{V}_d \nabla \cdot \vec{\tilde{B}} \\ \nabla \times (\vec{V}_d \times \vec{\tilde{B}}) &= \vec{\tilde{B}} \nabla \vec{V}_d - \vec{V}_d \nabla \cdot \vec{\tilde{B}} \\ - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\tilde{B}} \nabla \vec{V}_d - \vec{V}_d \nabla \cdot \vec{\tilde{B}} &= 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

elde edilir. (4.30) denklemi (4.33) de yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{B}_0 + \vec{B}) \nabla v_d - \vec{v}_d \nabla (B_0 + B) &= 0 \\
 -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{B}_0 \nabla v_d + \vec{B} \nabla v_d - \vec{v}_d \nabla \vec{B}_0 - \vec{v}_d \nabla B &= 0
 \end{aligned}$$

olur. Buradan, B_0 sabit kabul edilir, $\vec{B} \nabla v_d$ ve $\vec{v}_d \nabla B$ ikinci dereceden terimlerin biri artı, diğeri eksi işaretli olup farkları çok küçük kalacağından ihmal edilirse

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{B}_0 \nabla v_d = 0 \quad (4.34)$$

elde edilir. Arzın mağnetik yapısının iyonosfer tabakaları üzerindeki etkisi, geçici olaylar hariç tutulursa sabit kabul edilebilir. Uzay şokları, güneş patlamaları iyonosfer fırtınaları dışında basınç değişiminin de olmadığı kabul edilebilir. Bu taktirde, (3.25) Spitzer denklemi

$$\rho \frac{\partial \vec{v}_d}{\partial t} \cong \vec{J} \times \vec{B} \quad (4.35)$$

olur. (4.34) denkleminin zamana göre türevi alınır (4.35) ile birleştirilirse

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \vec{B}_0 \nabla \left(\frac{\partial v_d}{\partial t} \right) &= 0 \\
 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \vec{B}_0 \nabla \left(\frac{1}{\rho} \vec{J} \times \vec{B} \right) &= 0
 \end{aligned} \quad (4.36)$$

olur. Diğer taraftan, $\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ifadesinde, deplasman akımı ihmal edilir ve " ρ " bir tabaka için sabit kabul edilirse

$$-\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \frac{\vec{B}_0}{\mu\rho} \nabla [\nabla \times \vec{B} \times \vec{B}] = 0 \quad (4.37)$$

elde edilir. Burada, ikinci terimin açılımı yapılır,

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$, $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ kullanılırsa

$$\nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = \vec{B} \cdot \nabla \vec{B} - \vec{B} \nabla \cdot \vec{B} - \vec{B} \nabla [\vec{B}] + \vec{B} \nabla \cdot \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = \vec{B} \nabla \vec{B} - \vec{B} \nabla \cdot \vec{B}$$

olur. $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}(t)$ denklemde yerine yazılırsa

$$\nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = (\vec{B}_0 + \vec{B}(t)) \nabla \cdot \vec{B} - \vec{B} \nabla [\vec{B}_0 + \vec{B}(t)]$$

$$\nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = \vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{B} + \vec{B} \nabla \cdot \vec{B} - \vec{B} \nabla \cdot \vec{B}_0 - \vec{B} \nabla \cdot \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{B} \times \vec{B} = \vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{B} \quad (4.38)$$

elde edilir. (4.38) değeri (4.37) de yerine konulursa

$$-\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \frac{\vec{B}_0}{\mu\rho} \nabla [\vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{B}] = 0$$

$$-\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \frac{\vec{B}_0^2}{\mu\rho} \nabla^2 \vec{B} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{\mu\rho}{\vec{B}_0^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (4.39)$$

bulunur. Bu ifade, bilinen dalga denklemidir. Diğer taraftan, elektromagnetik dalganın z-yönünde ilerlediği ve düzlemsel olduğu kabul edilirse, Mağnetik alanı

$$\vec{B} = B_{0m} e^{-jkz + j\omega t} \vec{k}$$

yazılabilir. Burada, B_{0M} elektromagnetik dalganın genliğidir. Bu takdirde;

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial z^2} = -k^2 \vec{B}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -w^2 \vec{B}$$

olur. Bulunan değerler (4.39)'da yerine konulursa

$$-k^2 \vec{B} + \frac{\mu \rho}{2 B_0} w^2 \vec{B} = 0$$

$$k^2 = \frac{\mu \rho}{2 B_0} w^2$$

$$k = \frac{w}{B_0} \sqrt{\mu \rho} \quad (4.40)$$

elde edilir. Burada; k dalga sayısı, w gelen dalganın açısal frekansı, μ ortamın manyetik geçirgenlik katsayısı, ρ yük yoğunluğudur. Alfvén hızı ise [3] $V_A = \frac{w}{k}$ olarak tanımlandığına göre

$$V_A = \frac{w}{\frac{w}{B_0} \sqrt{\mu \rho}} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu \rho}}$$

$$V_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu \rho}} \quad (4.41)$$

bulunur. Alfvén hızı birçok kaynakta Lorentz kuvvet denkleminden gidilerek bulunmuştur. Bir Misal olmak üzere, (1979) da GINZBUR [3] Alfvén hızını

$$v_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi\rho}}$$

olarak çıkarmıştır. Bu kaynakta $H_0=B_0$ ve $\mu=4\pi$ olarak alındığına göre, değerler yerine konulursa sonuçların aynı olduğu görülür.

4.5. Plasma Frekansı ve Dielektrik Geçirgenliğin Sıcaklıkla Değişimi

Mevcut literatür arasında, soğuk plazmalarda, plasma frekansının ve dielektrik geçirgenliğin sıcaklıkla değişim ifadelerine rastlanmamıştır. Halbuki, iyonosferin fiziksel büyüklüklerine, en büyük etkiyi güneş ışınları yapmaktadır. Tabakayı, plasma yapısına getiren ana unsurlardan birisi sıcaklık, diğeri basınçtır. İyonosfer problemlerinde basınç sabit kabul edildiğine göre, yapının meydana gelmesinde en büyük etken sıcaklıktır. O halde plasma frekansı ve dielektrik geçirgenliğin sıcaklıkla değişimi önem kazanmaktadır. Bu konuyu incelemek için Bölüm 4.2'deki yaklaşım esas alınacaktır. Elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki ifade denklem (4.18)'de

$$n(z) = \frac{\epsilon_0 k_B}{e^2} \cdot 10^6 \left[\frac{\cos\theta}{I} \right]^2 T(z) \quad (4.42)$$

şeklinde bulunmuştu. Diğer taraftan, Bölüm 2'de plasma frekansı da,

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n}{\epsilon_0 M^-} \quad (4.43)$$

olarak verilmişti. (4.42) denklemindeki $n(z)$ değeri (4.43) de yerine konulur ve düzenlenirse

$$w_p^2 = \frac{e^2}{\epsilon_0 M^-} \cdot \frac{\epsilon_0 k_B}{e^2} \cdot 10^6 \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z)$$

$$w_p^2 = \frac{k_B \cdot 10^6}{M^-} \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z)$$

$$w_p^2 = 0.15148 \times 10^{14} \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z)$$

$$w_p = 0.3892 \times 10^7 \left[\frac{\cos \theta}{I} \right] \sqrt{T(z)} \quad (4.44)$$

bulunur. Bir misal olmak üzere $\theta = 0$, $I = 2$, $T = 1000^\circ K$ için $w_p = 6.153 \times 10^7$ [Rad/sn.] olur. Bu değer literatürdeki değerler mertebesinde dir [4].

Bu konuya daha iyi bir açıklık getirmek için $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ve $I = 1 - 10$ arasında değişirken, w_p nin $T(z)$ ile değişim eğrileri Şekil 4.2'de verilmiştir.

Diğer taraftan, $\epsilon_r = 1 - \frac{w_p^2}{w^2}$ olduğunu biliyoruz. (4.44)

denklemindeki w_p^2 değeri yukarıdaki ifadede yerine konulursa

$$\epsilon_r = 1 - \frac{0.15148 \times 10^{14}}{w^2} \left[\frac{\cos \theta}{I} \right]^2 T(z)$$

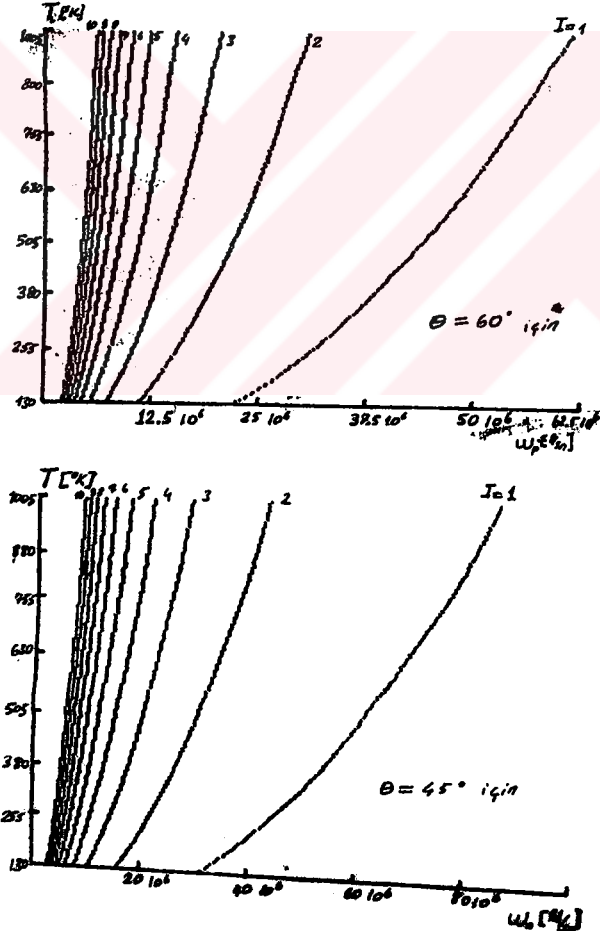
$$\epsilon_r = 1 - 0.15148 \times 10^{14} \left[\frac{\cos \theta}{wI} \right]^2 T(z) \quad (4.45)$$

bulunur. Bir misal olmak üzere : $\theta = 45^\circ$ $w = 20 \times 10^6$, $I = 10$

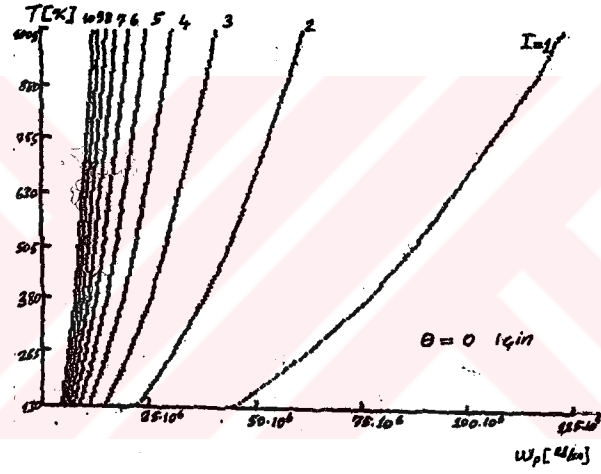
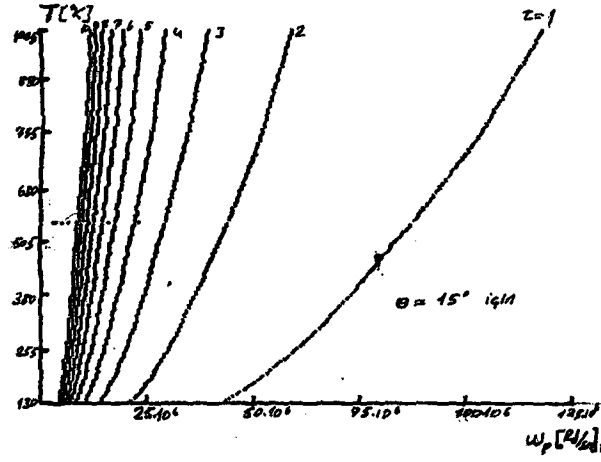
ve $T = 1000^{\circ}\text{K}$ için

$\epsilon_r = 0.81065$ olarak bulunur.

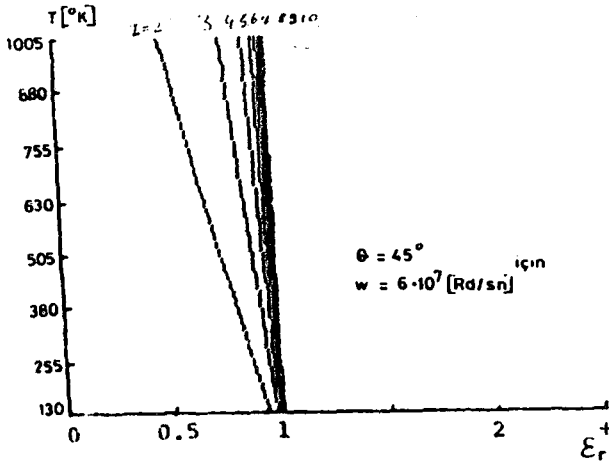
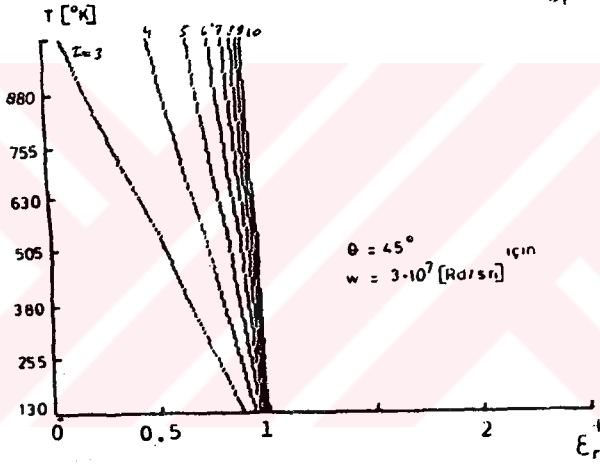
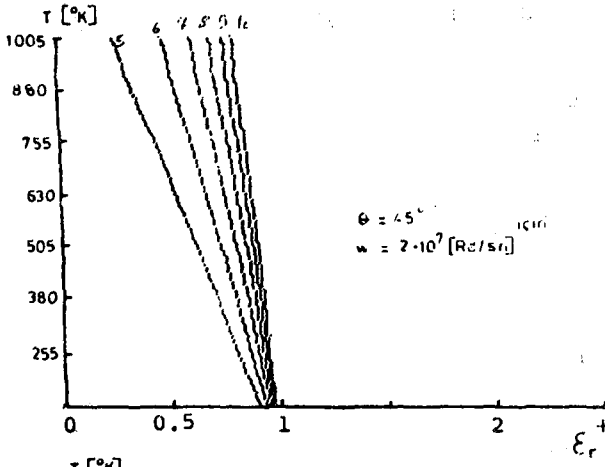
Çeşitli θ , I ve w değerleri için dielektrik geçirgenliğin sıcaklıkla değişim eğrileri Şekil 4.3'de verilmiştir. Eğrilerden görüleceği üzere " θ ", " I " ve " w " nın büyük değerleri için eğri "1" e yaklaşmaktadır. " θ ", " I " ve " w " nın küçük değerleri için sıcaklıkla değişim eksi olmaktadır. İyonosfer için optimum değerler I , ve " w "nın büyük değerleri için bulunmaktadır.



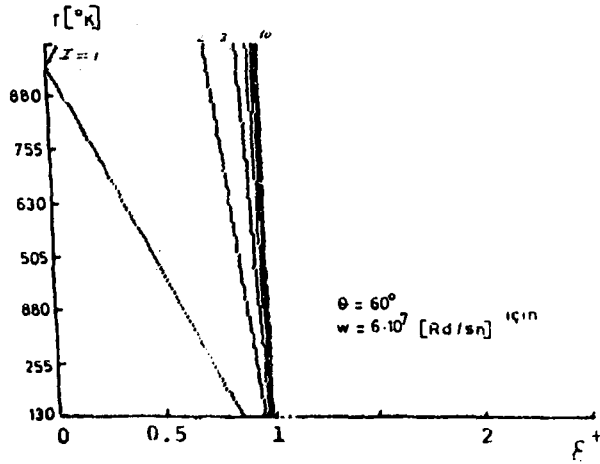
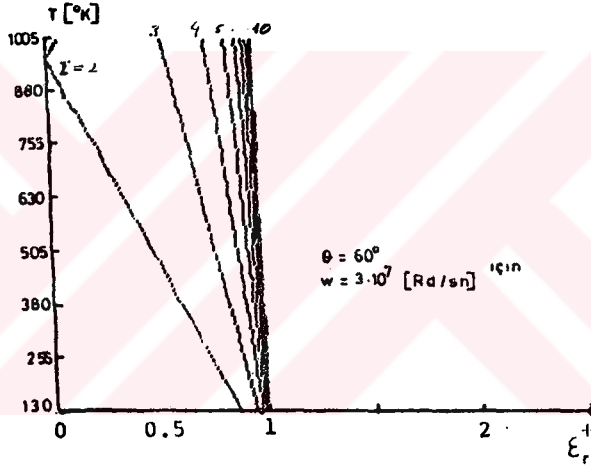
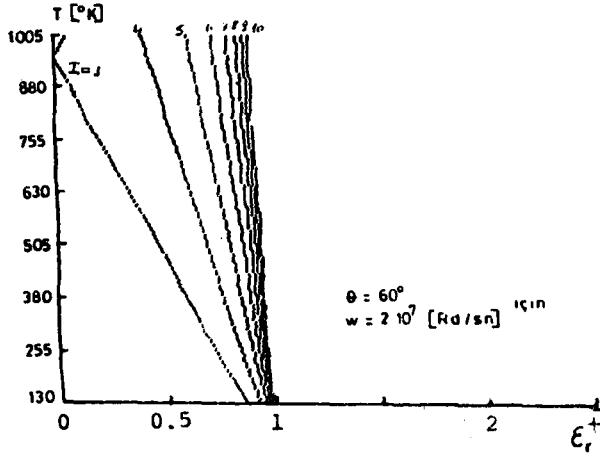
Şekil 4.2.1. Plasma frekansının sıcaklıkla değişimi



Şekil 4.2 : Plazma Frekansının Sıcaklık ile Değişimi



Şekil 4.3.1: Dielektrik sabitinin sıcaklıkla değişimi



Şekil 4.3.2 Dielektrik sabitinin
ile değişimi

Sıcaklık

SONUÇ

İyonosferde, elektromagnetik dalga yayını bakımından önemli olan fiziksel büyüklükler, bugüne kadar yapılan çalışmalarda, Geometrik optik, Snell kanunları, Lorentz kuvvet denklemleri ve Polarizasyon vektörü esas alınarak incelenmiştir. Bu çalışmada ise, Boltzmann, Poisson ve Spitzer denklemlerinden faydalanarak yeni bir yaklaşımla izah edilmiştir.

Literatürde, matematiksel bir modelle elde edilen süreklilik ve dalga denklemi Boltzmann ve Spitzer denklemleri esas alınarak fiziksel bir yaklaşımla bulunmuştur.

İyonosferin önemli parametrelerinden olan kırılma indeksi ve Alfvén hızı elde edilip, literatürdeki sonuçlarla aynı olduğu görülmüştür. Ayrıca, Elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki oran yeni bir yaklaşımla tek bir katsayıya indirgenmiş, literatürdeki ifadelerle iyi bir uyum içinde olduğu görülmüştür.

Diğer taraftan, elektron yoğunluğu ile sıcaklık arasındaki bağıntı esas alınarak, plazma frekansının ve elektrik geçirgenliğinin sıcaklığa bağlı ifadeleri bulunmuş ve eğrileri çizilmiştir. Bulunan değerlerin literatürdeki değerler mertebesinde olduğu tesbit edilmiştir.

Yapılan bu teorik çalışma imkanlar elverdiği ölçüde deneylerle de desteklenmesi halinde, iyonosferle ilgili araştırmalara yeni boyutlar kazandıracaktır.

KAYNAKLAR

1. CHERRINGTON, B.E., "GASEOUS ELECTRONICS AND GAS LASERS" Page (4-27), Pergamon press, New York, USA (1980).
2. STRATTON, J.A., "Electromagnetic Theory", Page (1-28, 490), McGraw-Hill Book Company, London (1941).
3. GINZBURG, V.L., "Theoretical Physics and Astrophysics" Page (249-280), Lebeolev Physical Institute, Academy of Sciences of the USSR, MOSCOW (1979).
4. JACKSON, J.D., "Classical Electrodynamics", Page (284-292), John Wiley Sons, New York (1973).
5. "Plasma Physics", Volume 25, Number 4, Page (388-390), April (1983).
6. BUDDEN, K.G., "Radio Waves in the Ionosphere", Cambridge University Press (1961).
7. BAYRAKÇI, H.E., "ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN TEMELLERİ" Sayfa (188), İTÜ Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi İSTANBUL (1980).
8. AYDIN, Z., "Elektromagnetik Teori", Bölüm 7, Sayfa (9), Denklem (37), Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları (1978).
9. Vassy, E., "Physique de l'Atmosphère", V., Paris, (1959).
10. JONES, D.S., "Methods in Electromagnetics Waves Propagations", Pages (583-782), Clarendon Press Oxford (1979).

11. LORRAIN, P., and CORSON, D.R., "Electromagnetism" Page (466-483), W.H.Freeman and Company, San Francisco (1979).
12. DUFFIN, W.J., "Advanced Elektricitiy and Magnetism", McGraw-Hill London (1968).
13. HAMMOND, P., "Applied Elektromagnetism" Page (284), Pergamon Press, Oxford, New York, Paris (1978).
14. HUGHES, T.P., "Plasma and Laser Light", Page (2,3,5), The Institute of Physics, Bristol (1975).
15. LORRAIN, P. and CORSON, D., "Electromagnetic Field and Wave" Page (547), W.H. Freeman and Company, San Francisco (1970).
16. KELLY, J.F., BAKER, J.D., and CHAYT, A.G., "Radio Science", Volume II, Number 2, Pages (93-106), Pebruary (1976).
17. TUCKER, W.H., "Radiation Processes in Astrophysics", Page (47), The MIT Press, Cambridge and London (1977).
18. KETTANI, M.A., "Plasma Engineering", Page (1-10, 73-76) John Wiley Sons, New York (1973).
19. ÜNAL, H., "Memleketimizde ve Ortadoğu Bölgesinin günün önemli bir kısmında rahatça dinlenebilecek bir Radyo Şebekesine Kavuşturulmasının Elektromagnetik ve İyonosferik şartlarının incelenmesi", Sayfa (115), Atatürk Üniversitesi Yayınları No:220, Doktora Tezi (1973).
20. DEBYE, P. and HUCKEL, W., "Physical Z.", Pages (24, 183, 305), (1923).

21. BLEANEY, B.I., "Electricity and Magnetism", Page (13), Oxford University Press (1965).
22. MEIENS, C., "Diffusion and Elastic Collision Losses of Fast Electrons in Plasma", J.Appl. Phys.Pages (29-903), (1958).
23. ENGE, WEHR., Richards "Introduction to atomic Physics", Page (20-24), Addison-Wesley Publishing Company, California (1981).
24. ENGE, W. Richards, "Introduction to Atomic Physics", Page (90-94), Addison-Wesley Publishing Company, London, Sydney, Manila (1981).
25. HORA, H., "Physics of Laser Driven Plasmas", Page (39-49), University of New South Wales, Sydney, Australia (1980).
26. MORSE, P.M., ALLIS, W.P. and LAMAR, E.S., "Velocity Distribution for Elastically Colliding Electron", Phys. Rev., Pages (48,412), (1935).
27. HRESENT, R.D., "Kinetic Theory of Gases", McGraw-Hill New York (1958).
28. CRANK, J., "The Mathematics of Diffusion", Oxford University Press (1956).
29. COMPTON, K.T., "Mobilities of Electrons in Gases", Phys. Rev., Page (22), November (1923).
30. BOLTZMANN, L., "Lectures On Gas Theory", University California Press (1964).

31. PAIS, I., "Energy Equation of Magnetogasdynamics", Phys. Rev. 105, No.5, 1427, (1957).
32. SPITZER, L. Jr., "Physics of Fully Ionized Gases", Interscience New York (1956).
33. Nippon Electric Company "Training Material for Medium and Short Wave Transmitter", Page (184), Tokyo (1979).
34. KARL E.L. "Soliton Experiment Plasma", Plasma physics, Vol.25, Num.9, page (903-910), 1983
35. HINATA S. "Nonlinear interaction of magnetogravity waves with Alfvén and sound waves" Plasma Physics, vol.25. Num.8, Page (793-701), 1983
36. "IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society, "Plasma Science" , Vol.PS-11, Num.1, March 1983
37. ROSENBERG M. and WALTZ R.E., "Stability Of Drift Waves", plasma physics, Vol.25, Num.3, page (307) , 1983
38. IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society, "Plasma Science", Vol.PS-11, Num.2, June 1983
39. MONTEATH, G.D., "Application of the Electromagnetic Reciprocity Principles", Parmagon Press, Oxford, New York (1973).
40. DUFFIN, W.J., "Electricity and Magnetism", Page (312), McGraw-Hill, London (1965).

41. HORA, H., "Physics of Laser Driven Plasma", Page (91),
John Wiley Sons Inc. (1981).
42. SIEGMAN, A.E., "An Introduction to Lasers and Masers"
McGraw-Hill Bokk Company, New York, London (1971).
43. HOYLE, F. and NARLIKAR, J., "The Physics-Astronomy
Frintier", W.H., Freeman and Company, San Francisco (1980).
44. EISBERG, R. and RESNICK, R. "Quantum Physics", Jihn
Wiley Sons, New York (1976).
45. ARTUNYAN S.G., BONDAR F., RUKHADZE A.A., (at. al.)
"Relativistic Electron Beam injection into Neutral Gases",
plasma physics, Vol.25, Num.1. Page(11-24), 1983
46. BUDDEN K.G. , "Heating processes in the ionosphers",
plasma physics, Vol.25, Num.2, Page(113-128) , 1983
47. KRISHNA P. and RAY D., "On the self- similar solution
for the distribution function of particles accelerated
By Alfvén Waves", plasma physics, Vol.25, Num.5,
Page(531-537), 1983
48. OVENDEN C.R., STATHAM G. and HAAR D., "Strong turbulence
of a magnetized plasma" plasma physics, Vol.25, Num.6,
Page(665-701), 1983
49. AMERIYA H., "Charecteristics of the nonlinear suppression
of ionization waves", plasma physics, Vol.25, Num.7,
Page(735-754), 1983
50. YAGURA S. and FUJITA H., "Potential double layer for-
med by a laminar Shock wave in a collissonless plasma",
plasma physics, Vol.25, Num.10, Page(1087-1095), 1983

51. YOSHIOKA N., SOGO N., SATO M, (et. al.), "Gas-embedded Z- pinch in a gas cylinder with deep density minimum on axis", plasma physics, Vol.25, Num.11, Page(1199-1215), 1983
52. IEEE Nuclear and plasma Sciences Society, "Magnetic insulation", plasma science, Vol.PS-11, Num.3, Page (205-215), 1983



TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında, bana destek olan Sayın Hocam Prof. Dr. Sabahattin Çağlayan'a, Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü Sayın Doç. Dr. Turgut Uzel'e, Doç. Dr. Ergun Bayrakçı'ya ayrıca eşim Suna'ya içten teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZGEÇMİŞ

1950'de Mucur'da doğdum. 1963'de ilkokulu, 1966'da Ortaokulu, 1969'da Liseyi bitirdim. 1969-1974 yıllarında Karadeniz Teknik Üniversitesi Elektrik Bölümünden mezun oldum. Askerlikten sonra, 1976-1980 yıllarında TRT Trabzon Bölge Radyosu Teknik Müdürlüğünde bulundum.

TRK'deki görevim sırasında iki yıl süreyle yurt içinde, 6 ay süreyle yurt dışında TV ve Radyo tekniği ve dalga yayınımlı konusunda kurs gördüm. Bundan sonra Samsun TV vericisi, Ordu TV vericisi, Trabzon TV vericisi ve 300 KW.lık orta dalga Trabzon radyosunun montajlarında ve Karadeniz bölgesinin elektromagnetik haritasının çıkarılmasında bulundum. TV vericileri hakkında basılmaya hazır notum, stüdyo tekniği ile ilgili bir çevirim vardır.

1980'de Kayseri DMM Akademisine asistan olarak girdim. Elektronik ve devreleri, Lojik devreler, Elektrik ölçme, Devre teorisi ve Mikrodalga laboratuarlarını kurdum. 1980'de Kocaeli DMM Akademisinde doktora başladım. 1982'de İstanbul Teknik Üniversitesi Elektronik Bölümünden Elektromagnetik Dalgalarda Asimtotik Teori ve Elektromagnetik Dalgalara ilişkin Matematik Teori adlı doktora derslerini ayrıca Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesinde de genel Matematik dersi aldım. Ders notları şeklinde Mikrodalga Tekniği ve Telekomünikasyon Tekniği adı altında iki kitabım, Elektromagnetik dalgalar adı altında basılmaya hazır notlarım ve Magneto

Hydrodynamic Genarator (MHD) hakkında (14-15) Ocak 1985 tarihinde Erciyes Üniversitesindeki Enerji Sempozyumuna sunulmuş bir çalışmam, Malzeme yüzey pürüzlülüğünün opto elektronik olarak bilgisayarla ölçülmesi hakkında tamamlanmış bir projem mevcuttur.

