T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

# PİEZOELEKTRİK LEVHA VİSKOZ AKIŞKAN VE RİJİT DUVARDAN OLUŞAN SİSTEMİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

**Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ**

DOKTORA TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman
Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV

Kasım, 2020

**T.C.**
**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# PİEZOELEKTRİK LEVHA VİSKOZ AKIŞKAN VE RİJİT DUVARDAN OLUŞAN SİSTEMİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ tarafından hazırlanan tez çalışması 23.11.2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

**Jüri Üyeleri**

Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi ____________________

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi ____________________

Prof. Dr. ATA MUĞAN, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi ____________________

Prof. Dr. Nihal ERATLI , Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi ____________________

Doç. Dr. Semih SEZER , Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi ____________________

Danışmanım Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV sorumluluğunda tarafımca hazırlanan PİEZOELEKTRİK LEVHA VİSKOZ AKIŞKAN VE RİJİT DUVARDAN OLUŞAN SİSTEMİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ

İmza

*En değerlim, oğlum Özgür Aras'a*

# TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmalarım boyunca, değerli bilgilerini ve fikirlerini benden esirgemeyen, her zaman bir sonraki adımım konusunda beni yönlendiren, akademik hayatımda daima örnek olarak alacağım, tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez izleme komitemde yer alan ve danışman hocam ile yolumun kesişmesini sağlayan, tez sürecimde önerileriyle bana katkı sunan sayın Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye ve yine tez izleme komitemde yer alan tecrübesiyle, ufkumu açan tavsiyelerde bulunan sayın Prof. Dr. Ata MUĞAN'a müteşekkirim. Tez çalışmalarım süresince benden desteğini esirgemeyip, çalışmalarımı sürdürmem için odasını paylaşan sayın Dr. Öğretim Üyesi Tamer KEPÇELER'e de çok teşekkür ederim. Güler yüzüyle beni her zaman motive eden ve tez süreçlerimde bana her daim yardımcı olan sayın Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU'na ayrıca teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca bana güvenen, her süreçte arkamda duran, ellerinden gelenin fazlasını sunarak benim ben olmamı sağlayan, ve her adımda kendimi geliştirmemi gururla izleyen canım babam ve anneme minnettarım.

Üniversite yıllarımdan bu yana; öğrenciliği, yeni mezunluğu, iş hayatını, hayat arkadaşlığını, ebeveynliği birlikte tattığım ve son on beş yılımın yakın şahidi her zorluğu birlikte omuzladığım eşime, her zaman beni düştüğümde kaldırdığı ve özverileri için teşekkürü borç bilirim. Güzel oğlum Özgür Aras'a ise, onun zamanından kısarak elde ettiğim evdeki ders çalışma sürelerime, küçük yaşına rağmen gösterdiği anlayış için teşekkür ederim.

Son olarak aynı akademik dönemlerden geçtiğim doktora öğrencisi arkadaşım Esra ÇELİK'e, her zaman manevi ve psikolojik olarak destek olduğu için teşekkür ederim.

Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ

# İÇİNDEKİLER

# SİMGE LİSTESİ

| | |
|---|---|
| $\omega$ | Açısal Frekans |
| $\psi$ | Akışkan Akımı Potansiyeli |
| $\phi$ | Akışkan Akımı Potansiyeli |
| $a_0$ | Akışkanda Ses Hızı |
| $\theta$ | Akışkan Hacim Değişim Hızı |
| $V_i$ | Akışkan Hızı Vektörü Bileşenleri |
| $h_d$ | Akışkanın Derinliği |
| $e_{ij}$ | Akışkan Şekil Değiştirme Hızı Tensörü Bileşenleri |
| $\rho^{(1)}$ | Akışkan Yoğunluğunun Pertürbasyonu |
| $\Omega_1$ | Boyutsuz Frekans |
| $\varepsilon_{ij}$ | Dielektrik Sabitler |
| $\mu^{(1)}$ | Dinamik viskozite |
| $\delta$ | Dirac Delta Fonksiyonu |
| $c_{ij}$ | Elastik Sabitler |
| $\varphi$ | Elektrik Potansiyeli |
| $D_i$ | Elektrik Yer Değiştirme Vektörü Bileşenleri |
| $T_{ij}$ | Gerilme Tensörü Bileşenleri |
| $p^{(1)}$ | Hidrostatik Basıncın Pertürbasyonu |
| $\lambda^{(1)}$ | İkinci Viskozite Sabiti |
| $\nu^{(1)}$ | Kinematik Viskozite |
| h | Levhanın kalınlığı |
| $\sigma_{ij}$ | Mekanik Gerilme Tensörü Bileşenleri |
| $U_i$ | Mekanik Yer Değiştirme Vektörü Bileşenleri |

| | |
|---|---|
| $\rho_0^{(1)}$ | Pertürbasyondan Önceki Akışkan Yoğunluğu |
| $p_0^{(1)}$ | Pertürbasyondan Önceki Hidrostatik Basınç |
| $e_{ij}$ | Piezoelektrik Sabitler |
| $N_w$ | Womersley Sayısı |

# KISALTMA LİSTESİ

| | |
|---|---|
| NAVMI | Boyutsuz Sanal Kütle Artımı |
| PZT | Kurşun Zirkonat Titanat ($PbZr_{0.52}Ti_{0.48}O_3$) |

# ŞEKİL LİSTESİ

# TABLO LİSTESİ

# ÖZET

## PİEZOELEKTRİK LEVHA VİSKOZ AKIŞKAN VE RİJİT DUVARDAN OLUŞAN SİSTEMİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Doktora Tezi

Danışman: Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV

Zamana göre harmonik mekanik bir kuvvet uygulanan, piezoelektrik levha, sonlu derinlikli sıkıştırılabilir viskoz akışkan ve rijit duvardan oluşan hidro-piezoelektrik sistemin zorlanmış titreşimleri araştırılmıştır. Piezoelektrik plakanın hareketi, doğrusal elektro-elastisite teorisinin kesin hareket denklemleri ile tanımlanmıştır. Akışkanın akımı ise, sıkıştırılabilir viskoz akışkan için yazılan doğrusallaştırılmış Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmiştir. Plakanın düzlemsel gerilme durumu ve akışkanın düzlemsel akışı dikkate alınmıştır. Bu duruma karşılık gelen matematiksel problemler, plakanın uzunluğu yönündeki koordinat eksenine göre Fourier dönüşümü uygulanarak çözülmüştür. Uygun Fourier dönüşümü ifadeleri analitik olarak belirlenmiş ancak, ters dönüşümleri sayısal olarak bulunmuştur. Çeşitli piezoelektrik malzemeler için; plaka ve akışkan ara yüzeyindeki basınç, hız ve elektriksel potansiyel sonuçları elde edilmiştir ve bu sayısal sonuçlar tartışılmıştır. Özellikle elektromekanik birleşme etkisinin, basınç ve hız değerleri üzerinde azalmaya neden olduğu belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Piezoelektrik levha, sıkıştırılabilir viskoz akışkan, zorlanmış titreşim

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# ABSTRACT

## FORCED VIBRATION OF THE SYSTEM CONSISTING OF PIEZOELECTRIC LAYER, VISCOUS FLUID AND RIGID WALL

Zeynep EKİCİOĞLU KÜZECİ

Department of Mechanical Engineering
Doctor of Philosophy Thesis

Advisor: Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV

The thesis deals with the study of the mechanical time-harmonic forced vibration of the hydro-piezoelectric system consisting of the piezoelectric plate and compressible viscous fluid with finite depth. The exact equations of motion of the theory of linear electro-elasticity for piezoelectric materials are employed for describing of the plate motion, however, the fluid flow is described by employing the linearized Navier-Stokes equations for a compressible (barotropic) viscous fluid. The plane-strain state in the plate and the plane flow of the fluid are considered and the corresponding mathematical problems are solved by employing the Fourier transform with respect to the space coordinate which is on the coordinate axis directed along the plate-lying direction. The expressions of the corresponding Fourier transform are determined analytically, however, the inverse transforms are found numerically. Numerical results on the interface pressure, on the fluid velocity and on the electrical potential are obtained for various piezoelectric materials and these results are discussed. According to these results, in particular, it is established that the electromechanical coupling effect can significantly decrease the interface pressure and velocity.

**Keywords:** Piezoelectric layer, compressible viscous fluid, forced vibration

**YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY**
**GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

# 1
# GİRİŞ

## 1.1 Literatür Özeti

Akışkan ile etkileşime giren rijit veya esnek cisimlerin dinamiği, hareketi ve titreşimi; mekanik,fizik ve uygulamalı matematiğin temel klasik problemlerinden birisi olarak günümüze kadar gelmiştir .Bugün ise mühendislik açısından bakıldığında; plaka ve akışkan etkileşiminin analizi denizcilik, havacılık, uzay, nükleer, robotik gibi alanların özellikle sensör teknolojilerinde oldukça büyük önem arz etmektedir. Levha ile akışkan etkileşimlerinin dinamik açıdan incelenmesi ilk olarak,1921 yılında Lamb'ın [1] dairesel bir levha ile sudan oluşan sistemin titreşimlerini araştıran çalışmasıyla başlamıştır. Bu çalışmada boyutsuz sanal kütle artımı (NAVMI) metodu kullanılmıştır. Bu metotta; durgun su ile temas halindeki plakanın titreşim modlarının, boşluktaki bir plakanın titreşim modlarıyla aynı olduğu kabul edilmiştir ve plakanın doğal frekansı Rayleigh tekniği ile belirlenmiştir. Bu araştırmanın ardından McLachlan [2] tarafından yayınlanan makalede, Lamb'ın sabitlenmiş uçlu levha için çözümlemesi geliştirilerek serbest uçlu levhaya uygulanmıştır. Daha sonraları Lamb'ın problemini, doğruluğu daha yüksek bir yaklaşık teori ile çözen araştırmacılar da olmuştur [3] [4][5]. Bahsedilen çalışmalarda levhanın bir yüzünün, yarı sonsuz hacime sahip akışkan ile temas ettiği kabul edilmiştir. Araştırmacılardan Amabili ilk defa, viskoz olmayan akışkanın derinliğinin dairesel şekildeki levhanın titreşimleri üzerindeki etkisini incelemiştir [6]. Diğer bir çalışmada ise, yine viskoz olmayan akışkanın derinliğinin, akışkan yüzeyinde duran serbest uçlu bir dairesel levhanın serbest titreşimine etkisi araştırılmıştır [7].

Bir başka çalışmada ise akışkana yarım ve tam batırılmış bir ucu sabit kiriş plakanın titreşimi incelenmiş ve serbest yüzeyinin plakanın rezonans frekansı üzerindeki etkisine bakılmıştır [8]. Zhao ve Yu'nun [9] makalesinde ise sabit uçlu dairesel levhanın başlangıç gerilmesinin hidro-elastik sistemin titreşimi üzerindeki etkisi araştırılmış ve bu gerilimin NAVMI faktörleri üzerindeki etkisi dikkate alınmıştır. Batırılmış dikdörtgen bir mikro plakaya dağıtılmış bir yük uygulanarak tireşimine bakılan bir başka çalışmada, Rayleigh ve Ritz yöntemi kullanılmış ve doğal frekanslar ve mod şekilleri için analitik bir çözüm elde edilmiştir [10].

Sıkıştırılamaz akışkan modeli üzerinde çalışılan bazı makalelerde, akışkan viskozitesinin akışkan-plaka titreşimi üzerindeki etkileri incelenmiştir [11] [12]. Bunlardan [11] nolu çalışmada, sonsuz bir viskoz sıvıya batırılmış dikdörtgen kiriş plakanın frekans cevabı incelenmiştir. Diğer [12] numaralı çalışmada ise, Lamb'ın plaka modeli üzerinde akışkanın viskoz olduğu durum için çalışılmış ve viskozitenin NAVMI katsayılarına etkisi ön plana çıkarılmıştır. Ayela ve Nicu [13], deneysel çalışmalarında, akışkan viskozitesinin dairesel piezoelektrik plakanın rezonans frekansları üzerindeki etkisini araştırmışlardır.

Ayrıca, bahsedilen çalışmalarda genellikle NAVMI yaklaşım metodu kullanıldığını belirtmek gerekmektedir. Atkinson ve Lara [11] tarafından yapılan çalışmada ise, problemin çözümü için Winer-Hopf metodu önerilmiş ve plakanın kalınlığı boyuncaki basınç değişiminin frekans cevabına etkisi irdelenmiştir. NAVMI yaklaşık metodunun kullanılmadığı bir diğer makalede ise, eksenel sıvı akışına daldırılmış dikdörtgen bir plakanın titreşimi ve kararlılığı araştrılmıştır [14].

Literatürdeki çalışmalara bakıldığında akışkan üzerine yapılan kabullerin ilk araştırmalarda, sıkıştırılamaz ve ideal akışkanın basit modeli üzerinden ilerlediği görülmektedir. Ancak dinamik süreçlere daha derinlemesine bakılması gerektiğinde ve araştırma tekniklerinin de ilerlemesiyle birlikte daha gelişmiş akışkan modelleri zamanla ortaya çıkmıştır [15]. Örneğin titreşim analizinin yapılması gereken sistemlerde ideal sıkıştırılamaz akışkan modelinin yerini, ideal sıkıştırılabilir akışkan modelinin aldığı görülmektedir.

Yukarıda bahsedilen araştırmaların tümünde sıkıştırılamaz ve viskoz/viskoz olmayan akışkan ile çalışıldığı kabul edilmiştir. Jeong ve Kim [16] adlı araştırmacılar tarafından , sıkıştırılabilir viskoz olmayan bir akışkan ile doldurulmuş bir rijit silindirik konteynerda batırılmış haldeki dairesel plakanın hidro-elastik tireşimine , sıkıştırılabilirliğin etkisi incelenmiştir. Ayrıca, bu çalışmada plakanın konteyner tabanına olan mesafesinin, doğal frekanslara etkisi de göz önünde tutulmuştur.

Sıkıştırılabilir viskoz olmayan (inviscid) akışkan ile temas halindeki plakaların zorlanmış titreşimleri, vibroakustik bakış açısı ile incelenmektedir, bu araştırmalara örnek olarak [17] ve referansları verilebilir.

Ayrıca, atıfta bulunulan tüm makalelerde sonlu plaka modeli kullanılmış ve plakaların kenar durumlarının etkisi akışkan ile olan etkileşimleri inecelenerek araştırılmıştır. Ancak bazı akışkan-levha tipi etkileşim problemlerinde, örneğin titreşimli plaka üzerindeki akışkan basıncının asimptotik ifadelerinin belirlenmesinde, sonsuz plaka modelinin kullanılması ve kenar durmunun etkisinin ihmal edilmesi daha uygun olabilir [18]. Bu tarz araştırma örnekleri Chapman ve Sorokin'in [19] araştırmasında bahsedilmiştir ve ayrıca, bu çalışmalarda NAVMI metodunun kullanılmadığı da belirtilmelidir.

Dalga yayılımı modelleme problemlerinde de, plaka ve akışkandan oluşan sistemler incelenmiştir. Örneğin Sorokin'in çalışmasında [20], farklı bir bakış açısı ile sonsuz uzunlukta bir plaka modeli kullanılmış ve bir sandviç plaka, sıkıştırılabilir viskoz akışkan ve rijit duvardan oluşan plaka-akışkan sistemindeki dalga yayılımı üzerindeki viskozitenin rolü araştırılmıştır. Dalga yayılımı konusunda ayrıntılı bilgi için bu makalede referans verilen araştırmalara bakılmalıdır.
Dalga yayılımı araştırmalarında plakanın hareket denklemlerinin yazılmasında Kirchhoff plaka teorisi gibi yaklaşık teoriler kullanılmıştır. Bu yaklaşık metodların kullanılmasının, dalga modlarının analiz aralığını ve bunlara karşılık gelen dispersiyon eğrilerini önemli ölçüde azalttığı açıktır.Ancak bir çok durumda (örneğin dalga uzunluğunun plaka kalınlığından çok küçük olduğu durumlarda) nicel ve nitel anlamda daha doğru sonuçların eldesi için plaka hareketini tanımlayan kesin denklemlerin kullanılması önemlidir. Aynı zamanda bahsedilen Zhao ve Yu'nun [9] çalışmasında , plakadaki başlangıç gerilmeleri onun karakteristik özelliği olarak algılanır ve plaka hareketlerinde dikkate alınmaz. Ancak plaka hareketinin kesin denklemleri ile ifade edildiği ve plakadaki başlangıç gerilmelerinin dikkate alındığı çalışmalara örnek olarak [21][22] gösterilebilir ayrıca, bu konuda genel bir inceleme makalesi de mevcuttur [23]. Bu makalelerde ön gerilmeli plaka + sıkıştırılabilir viskoz akışkandaki dalga dispersiyonu incelenirken, plaka hareketinin üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga elastik teorisi dahilinde yazıldığı belirtilmiştir. Bununla birlikte viskoz akışkanın hareketi, lineerleştirilmiş Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmiştir. İlgili sonuçların detaylı değerlendirmesi Guz'un [24] monografında verilmiştir.

Ön gerilmeli plaka, sıkıştırılabilir viskoz akışkandan oluşan sistemin zorlanmış titreşimi problemine; üç boyutlu lineerleştirilmiş dalga teorisi ve doğrusal Navier Stokes denklemleri çerçevesinde yaklaşan ilk çalışma Akbarov ve İsmailov tarafından sunulmuştur [25] [26]. Yine aynı araştırmacılar tarafından viskoelastik plaka ve sıkıştırılabilir viskoz akışkan etkileşimi için, hem plaka hareketinin kesin denklemleri kullanılarak hem de yaklaşık plaka teorileri kullanılarak yapılan çalışma alanında ilk olmuştur. [27].

Akışkan alanın sınırlı tutulduğu ve akışkan derinliğinin, akışkan basıncına ve akışkan hızına etkisinin araştırıldığı çalışma ise yine Akbarov ve İsmailov [28] tarafından yayınlanmıştır. Bu makalede, yazarların daha önceki çalışmalarında olduğu gibi, plaka hareketleri kesin denklemler ile, akışkan hareketi ise lineerleştirilmiş Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmiştir. Bu çalışmadakine benzer bir sistem, denizaltının gövde modellenmesinde kullanılmıştır [29].

Elastik plaka, sıkışabilir viskoz akışkan ve rijit duvardan oluşan sistem için ayrık analitik çözüm yöntemi de Akbarov ve Panakhli [30] tarafından önerilmiştir. Ayrıca, yine aynı sistem için; odak noktası olarak plaka malzemesinin parametrelerinin ve akışkan viskozitesinin bu sistemin frekans tepkisi üzerindeki etkileri seçilmiş ve başka bir yayında araştırılmıştır [31].

Hareketli yükün katmanlı ortamdaki dinamik etkisiyle ilgili çalışmalar da literatürde mevcuttur ve önemlidir. Örneğin, öngerilmenin ve anizotropi özelliğinin, öngerilmeli izotrop ve öngerilmeli anizotrop yarı düzlemden oluşan sistemin dinamik davranışına etkisi 2007 yılında Akbarov ve İlhan tarafından araştırılmıştır [32]. Başka çalışmada rijit ortam üzerindeki visko elastik bir tabaka ve bunun da üzerindeki ön gerilmeli elastik bir tabakadan oluşan sistemin zamana göre değişen hareketli yük etkisindeki dinamik davranışının incelenmesi de mevcuttur [33]. Ayrıca, tabakalı ortamların zorlanmış titreşim hareketlerinin dinamik davranışının, kütle-yay-sönüm sistemlerinin davranışı ile benzerlik gösterdiğinden bahsedilmiştir. Yine yazarın başka bir çalışmasında sert zemin üzerineki nonlinear elastik çift katmanlı bir levha ile ilgili dinamik problemler incelenmiştir [34].

Tezin giriş bölümünde şimdiye kadar levha akışkan etkileşiminin olduğu çalışmaların literatür özeti verilmiştir.Bu tez kapsamında piezoelektriklik özelliği olan bir levha ve akışkan etkileşimi incelendiği için, piezoelektrik malzemelerin tarihçesi de araştırılmış ve aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

Son yıllarda titreşim, kontrol ve ölçüm alanında çalışan araştırmacıların piezoelektrik malzeme kullanma oranları artmaktadır. Bunun nedeni esnek sistemlerin çalışmalarda artması ve bu mekanizmaların dağıtık (distributed) algı mekanizmalarında, kontrolünde piezoelektrik malzemelerin çok yaygın olarak tercih edilmesidir [35].

Piezoelektrik teorisi ilk kez 1880 yılında Cruie [36] kardeşler tarafından ortaya atılmıştır. Teori ile ilgili iki temel elektromekanik etkiden bahsedilmiş olup, bunlar doğrudan piezoelektrik etki ve tersine piezoelektrik etki olarak tanımlanmıştır. Doğrudan piezoelektrik etki, malzemeye uygulanan mekanik kuvvet sonucunda ortaya bir elektriksel potansiyel çıkmasıdır. Bir çok sensör çeşitinde, ivme ve basınç ölçerlerde bu etkiden faydalanılmaktadır [37].Tersine piezoelektrik etki ise, dışarıdan uygulanan bir elektriksel potansiyel nedeniyle, malzemede bir titreşim meydana gelmesidir [38] [39].Başka bir deyişle, elektroelastik malzemeler, bir elektriksel alana yerleştirildiğinde mekanik deformasyona uğrarlarken mekanik yükler altında da elektriksel olarak polarize olmaktadırlar [40]. Piezoelektriğin ayrıntılı tarihçesi ve ilk uygulamaları hakkında bilgi almak için Mason'un [41] makalesi incelenmelidir.

Piezoelektrik malzemeler üzerine farklı alanlarda yapılan bir kısım çalışmalardan ve sonuçlarından burada bahsedilecektir.

1991 yılında Tzou tarafından yapılan çalışmada piezoelektrik katmanlar, sensör ve aktüatör olarak kullanılmış ve dağıtık parametreli sistemlerin izlenmesi ve kontrolünde yararlanılmıştır [42].

Bu konuda yapılan çalışmalardan bir tanesi de Yang ve Lee'ye aittir [43]. Katmanların kütle ve rijitliğinin göz ardı edilmesi durumunda, sistem frekansı ve mod şekillerinde önemli hataların oluşabileceğini göstermişlerdir. Hong ve Chopra'nın [44] yaptığı araştırmada ise, piezoelektrik malzeme lamine içerisine özel katlar olarak yerleştirilmiştir. Bu metod ile akıllı piezoelektrik kompozit plakaların dinamik tepkileri tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Bir çok transdüser tasarımında, sonar uygulamalarda, tıbbi ultrasonik cihazlarda, robot dokunma sensörlerinde, hidro-akustik alıcılarda, kuvvet ve gerilim ölçümlerinde çeşitli piezoelektrik malzemeler kullanılmaktadır [35]. Ayrıca, piezoelektrik malzeme aeroelastisite ve turbo makinalarının titreşim, çarpıntı ve ses kontrolü için de yaygın olarak kullanılmaktadır [45].

Lamine kompozitlerin, piezoelektrik malzeme ile birlikte kullanılması aktif, hafif, akıllı ve önemli ölçüde pratiklik sağlayan bir yapı ortaya çıkarmıştır. Ancak diğer yandan, kontrol algoritmasının sonlu elemanlar analizine dahil edilmesi, lamine katların kompozit mekanik özelliklerinin hesaba katılması ve piezoelektrik malzemelerin elektriksel etkileri gibi durumlar da çalışmalarda zorluk teşkil etmiştir [46].

Akışkan ile piezoelektrik levha veya katmandan oluşan sistemlere hidro-piezoelektrik sistemler denilmektedir. Özellikle enerji hasadı yapılan çalışmalarda bu sistemlerden söz edilebilir. Örnek olarak, deniz dalgalarının kıyı yüzeylere, özellikle dik kayalık uçlara ya da dalgakıran yapılara önemli miktarda basınç uyguladığı Athanassoulis ve arkadaşının araştırması [47] verilebilir. Bahsi geçen çalışmada, okyanustan gelen hidro dinamik basıncın kayalıklara tutturulmuş piezoelektrik plakayı hareketlendirdiği, karada bulunan bir elektrik devresinin ise plakaya bağlı olduğu kabul edilmiştir. Tüm hidro-piezoelektrik sistem doğrusal dalga teoremi ile modellenmiştir. Piezoelektrik malzeme harmonik su dalgalarının etkisinde titreşime başlar. Sistemin verimliliğinin parametrelere ve malzemeye bağlı olarak % 30-% 50 arasında olduğu belirtilmiştir.

Piezoelektrik malzeme ile dalga enerjsinin hasat edildiği bir başka araştırmada ise, uçları sabitlenmiş esnek bimorf plaka kullanılarak okyanus yüzey dalgalarından elde edilen enerjiyi dönüştürücü bir sistemin modellemesi yapılmıştır [48]. Plakanın doğrusal piezoelektrik bünye denklemleri ile yüzey dalgalarının potansiyel akış denklemleri dağıtık parametreli analitik bir yaklaşım metodu ile birleştirilmiştir. Tasarlanan piezeoelektrik cihazın dalga sönümleyicisi olarak kullanılabileceği gösterilmiştir.

Enerji hasadı yapan başka bir hidro-piezoelektrik sistem ise akıllı su sayacı uygulamasında kullanılmıştır [49]. Sistemde iki tane enerji hasadı yapan, elektromanyetik ve piezoelektrik yapı bulunmakta ve bunlar akan suyun kinetik enerjisinden elektrik enerjisi üretmektedir. Elektromanyetik enerji hasatından toplanan enerji, akıllı su sayacı sistemi için bir güç kaynağı olarak kullanılırken, piezoelektrik enerji hasatından toplanan enerji, su kaçağı uyarı sistemi için kullanılmıştır. Çalışmada deneysel olarak; akışkan debisi 1 m/s, 15.26 L/min alındığında , elektromanyetik ve piezoelektrik enerji hasat makinelerinin ortalama çıkış voltajı ve ortalama çıkış akımı sırasıyla; 200 ohm yük direnci altında 11.38 V. ve 57 mA, 10 kohm yük direnci altında ise 1.4 V. ve 0.14 mA olarak elde edilmiştir.

Başka bir çalışmada ise, hidro-piezoelektrik araştırmalarında incelenen akışkanın hangi hareketinden daha çok enerjinin elde edildiği sorgulanmıştır [50]. Yapay dalga yaratılan akışkan, doğal halinde akan akışkan ve yüksekten düşen akışkandan elde edilen elektriksel enerjiler deneysel olarak karşılaştırılmıştır.

Piezoelektrik malzeme, akustik dalgaları alan ya da üreten hidro-akustik transdüser cihazlarında da kullanılmaktadır. Piezo-akustik cihazlara katı-akışkan birleşiminin etkisi, Huang'ın çalışmasında hem deneysel hem de sonlu elemanlar analizi ile incelenmiştir [51]. Akışkan olarak hava, su, gliserin seçilmiş, bimorf piezoelektrik plakadan oluşan hidroakustik sensörün yer değişimi ölçülmüştür. Ayrıca, cihazın akışkan yüzeyindeki ve akışkan içine batırılımış haldeki verdiği sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Literatürdeki diğer bir yayında ise, piezoelektrik malzeme ile hidroakustik bir dalga yayan cihaz geliştirilmiştir [52]. Bu sistemin ses ile görüntü imgeleme ya da su içindeki nesnelerin konumlarının bulunması uygulamalarında kullanılabileceği ifade edilmiştir.

Piezoelektrik malzemeler, mekanik deformasyondan elektriksel potansiyel farkı üretebildikleri için, günümüzde doğal bir akışa bağlı olan, yani rüzgara maruz kalan bir bayrak ya da su altı akımına maruz kalan bir deniz bitkisi formunda cihazlar oluşturmak için de kullanılmışlardır [53]. Hatta yapılan bir çalışmada piyasadaki mevcut piezoelektrik polimerler kullanılarak, yılan balığına benzer tasarım ile enerji depolayan bir sistem geliştirilmiş ve 1 m/s akışta 1 W'lık elektrik enerjisi üretebileceğinden bahsedilmiştir [54]. Piezoelektrik malzemeler üzerinden enerji hasadı amacıyla yapılan çalışmaların sayısı oldukça fazladır. Ayrıca, bu yapılardaki devre optimizasyonu ve doğrusal olmayan devre çözümlemeleri konusunda çalışmalar hala devam etmektedir [55] [56] [57] [58].

Örneğin okyanustaki dalga enerjisinden, piezoelektrik malzemenin kullanıldığı şamandıralı ve iki basamaktan oluşan bir sistem ile sabit ve yüksek frekanslı mekanik titreşim elde edilmiştir [59].

Piezoelektrik malzemelerin tercih edildiği bir diğer alan ise, ilerleyen teknolojiyle birlikte ortaya çıkan kablosuz ve portatif elektronik ihtiyacıdır. Şöyle ki; mevcut taşınabilir ve kablosuz elektronik cihazların güç kaynakları ömürleri kısa elektrokimyasal pillerden oluşmaktadır. Enerji hasadı yapan cihazlar ise, bulunulan ortamdaki enerjiyi yakalayıp kullanılabilir enerjiye dönüştürmek için tasarlanmaktadır. Bu kavram aslında, değiştirilebilir güç kaynakları gerektirmeyen, kendi kendine çalışan cihazlar geliştirmeye yöneliktir. Atık ısı, titreşim, elektromanyetik dalgalar, rüzgar, akan su ve güneş enerjisi dahil olmak üzere bir dizi harcanabilir ortam enerjisi kaynağı mevcuttur. Bu enerji kaynaklarının her biri, güç sağlamak için etkili bir şekilde kullanılabilir. Böylece piezoelektrik enerji hasadı ile kendi kendine güç sağlayabilen portatif cihazlar geliştirilmesi amaçlanmaktadır [60]. Bazı araştırmacılar ise insan enerjisiyle çalışan enerji hasat sistemlerini modellemiş ve deneysel olarak test etmişlerdir. Örneğin insanın kan akışı gibi dalganan basınç kaynaklarından güç hasat eden bir piezoelektrik mikro film üzerine çalışmalar yapılmış ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılan teorik çalışma sonuçları, deneysel olarak teyit edilmiştir [61]. İnsanın yürürkenki hareket enerjisinden yararlanılmak istenerek geliştirilen PZT entegre edilmiş, enerji hasadı yapan ayakkabı tasarımı da bu konuda yapılan araştırmalar arasındadır [62]. Piezoelektrik malzemeden yararlanılan farklı bilim alanlarından bir tanesi de, balıkların göç hareketlerinin izlenmesi için yapılan araştırmadır. Balığın kuyruğuna takılan ve enerjisini viskoz akışkana maruz kalan biyomimetrik kuyruk titreşiminden, hasat eden bir piezoelektrik malzeme ile uzun süreli balık etiketlemesi mümkün kılınmıştır [63].

Tabandan rastgele titreşimlere maruz kalan nispeten büyük doğrusal elastik yapısal sistemlere bağlanan piezoelektirik şeritler ile de enerji eldesi üzerine analitik çalışma yapılmıştır [64]. Elde edilen enerjinin ise kablosuz bağlantı uygulamaları için kullanılabileceği belirtilmiştir.

Piezoelektrik malzemelerin otomatik kontrol alanında tercih edildiğine dair örnek bir çalışma olarak, esnek kiriş plakanın aktif titreşim kontrolünün piezoelektirik sensör yardımıyla yapıldığı makale gösterilebilir [65]. Bu çalışmada kiriş plakasının titreşim genliğinin, piezoelektrik malzeme yardımıyla azaltılabildiğinden ve kontrol altına alındığından bahsedilmiştir.

Liu ve arkadaşlarının [66], piezoelektrik levha ve akışkandan oluşan sistem üzerine yayınladığı makalede ise, bir yüzeyi viskoz bir akışkan ile temas halinde olan sonlu kalınlıklı bir piezoelektrik kristal levhanın titreşimi incelenmektedir. Piezoelektrik plaka yan yüzeylerinden tahrik edilmiş ve piezoelektrik teorisi ile Newton akışkanları teorisi yardımıyla hem serbest hem de zorlanmış titreşim çözümlemeleri yapılmıştır. Üstündeki viskoz akışkan katmanının varlığına bağlı olarak kristal plakadaki frekans kayması için yaklaşık bir ifade sunulmuş ve yapının admitansı da hesaplanmıştır. Bu çalışmaya göre akışkan yoğunluğunun veya vizkozitesinin artması frekans kaymasında artışa neden olmaktadır.

Viskoz akışkan, piezoelektrik malzeme ve katı yarı düzlemlerinden oluşan bir sistemdeki dalga dispersiyonu analizi de Wu ve Chang [67] tarafından yapılmıştır.

Bir başka çalışmada ise dielektrik bir sıvının içine batırılmış piezoelektrik malzemenin dalga yayılımları deneysel olarak incelenmiştir. Dielektrik sıvı yüklemesinin yayılım davranışını nasıl etkilediği ve temel simetrik modda beklenmeyen dispersiyona neden olabileceği açıklanmıştır [68]. Hidro-piezoelektrik ve hidro-akustik çalışmalar hakkında ayrıntılı bilgi Sharapov'un kitabında mevcuttur [69].

Çalışmalara bakıldığında hidro-piezoelektrik sistemlerin dinamiği üzerine yapılan teorik çalışmaların, uygulama anlamında büyük önemi vardır. Ancak bu konuda yapılan çalışmaların henüz yeterli olmadığı görülmüştür. Örneğin, Belkourchia ve arkadaşları [70], piezoelektrik yamaları olan dikey bir konsol kiriş üzerine okyanus dalgalarının hareketinden gelen basıncın belirlenmesi için sayısal çözüm yapan bir algoritma geliştirmişlerdir. Bu çalışmanın ayrıntılarına bakıldığında; konsol kirişin hareketi Euler-Bernoulli kiriş teoremi ile ifade edilmiş, ancak akış kısmı, sıkıştırılamaz viskoz akışkan için Navier-Stokes denklemleri ile açıklanmıştır. Yamaların pieozelektrikliği dikkate alınmamış, kirişin sağ ve sol taraflarına etki eden akışkan basınçlarının, piezoelektrik yamalarda ortaya çıkan elektriksel potansiyelden hesaplanabileceği varsayılmıştır. Bu şekilde akışkan hareketinden gelen enerji hasadı kontrol edilmiştir. Benzer bir yaklaşım, konsol kiriş malzemesinin piezoelektrik olarak alındığı Akaydın ve arkadaşlarının [58] makalesinde ve referanslarında kullanılmıştır. Enerji hasadı ile alakalı bir çok araştırmanın verildiği Elvin ve arkadaşlarının kitabına [71] ayrıntılı bilgi için bakılabilir. Ayrıca, tüm bu çalışmalarda konsol Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiş ve hareket denklemleri bu çerçevede yazılmıştır. Diğer yandan Amini ve arkadaşları [45] tarafından, farklı bir yaklaşımda bulunularak piezoelektrik konsolun hareketini tanımlayan üç boyutlu elektro-elastodinamik kesin denklemleri önerilmiştir.

Dikkat edilmesi gereken nokta; şimdiye kadar bahsedilen tüm çalışmalarda akışkan, sıkıştırılamaz viskoz veya viskoz olmayan Newtonian akışkan olarak kabul edilmiş ve hareketi doğrusal Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmiştir. Ayrıca, bu çalışmalarda sonlu boyutlu piezoelektrik konsol kirişin titreşimi kabul edilmiştir. Ancak sonlu uzunluklu piezoelektrik modellemelerinde, sınır koşullarının etkisi olmadan lokal elektro-mekanik ve lokal hidro-elektromekanik birleşme etkilerinin düzgün hesaplanamayacağı bilinmektedir. Bu tez çalışmasında, bahsedilen lokal etkilerin doğru hesabı için sonsuz uzunluklu plaka modeli araştırılmıştır. Bu sebeplerden dolayı, dalga yayılımı problemlerinin çözümünde de sonlu boyutlu piezoelektrik konsol modelinin kullanılması uygun olmamaktadır.

Yukarıda belirtilen çalışmalarda, piezoelektrik malzemenin piezoelektriklik etkisinin, akışkan ile plaka arasındaki arayüz yüzeyi üzerindeki basıncı nasıl etkileyebileceği sorusunun incelenmediğine dikkat edilmelidir. Enerji hasadı yapan sistemlerde enerji eldesi bu basınç değerinden geldiği için, teorik olarak bu etkinin dikkate alınması önemlidir.

Bu tez çalışmasında sonsuz piezoelektrik plaka ve sonlu derinliğe sahip sıkıştırılabilir (barotropik) viskoz/viskoz olmayan Newton akışkandan oluşan hidro-piezoelektrik sistemin zorlanmış titreşimi araştırıldı. Akışkan hareketi doğrusallaştırılmış Navier-Stokes denklemleri ile tanımlandı, plakanın hareketi ise elektro-elastisite teorisinin piezeoelektrik malzemeler için olan kesin denklemleri kullanılarak ifade edildi. Ayrıca bu tez çalışması, danışmanım Prof. Dr. Surkay AKBAROV'un daha önceki visko-elastik malzemeden oluşan plaka araştırmalarının devamı niteliğindedir. Bu konudaki detaylı bilgiler Akbarov'un derleme makalesinde [18] bulunabilir.

Ön gerilmeli plaka katmanı ve sıkıştırılabilir viskoz akışkanın zorlanmış titreşimine ait çalışmada; plakanın haraketi üç boyutlu doğrusal dalga denklemleri ile akışkan ise doğrusal Navier-Stokes denklemleri ile modellenmiştir. Akışkan ile plaka arayüz düzlemindeki hız ve kuvvetin sürekli olduğu varsayılmış iki boyutlu ifade edilmiştir [26].

Bu konuda Akbarov ve İsmailov'un yaptığı başka bir çalışmada ise hareketli yük etkisi altındaki sıkıştırılabilir viskoz akışkan tabakası, elastik plaka ve rijit duvardan oluşan sistemin dinamiği araştırılmıştır [72]. Viskoelastik plaka ve sıkıştırılabilir viskoz akışkan ile ilgili ayrıntılı bilgiler şu makalelerde; [73] [74] [75] [18] [76] ve konuyla ilgili monografide [72] bulunmaktadır.

Literatüre genel olarak bakıldığında, plaka akışkan etkileşiminin incelendiği ilk araştırma, Lamb'ın [1] çalışmasıdır. İlerleyen yıllarda, plaka hareketinin yaklaşık teorilerle yazıldığı ve akışkanın viskoz olmayan akışkan kabul edildiği [3], [6], [16],[12],[5], [7], [2] ve [20] araştırmaları ile bu alandaki literatür genişletilmiştir. Plaka ve akışkan etkileşimi problemlerini, kesin alan denklemleri çerçevesinde inceleyen çalışmalara örnek olarak ise; [21], [22], [23] araştırmaları verilebilir. Ayrıca, araştırmacı Guz tarafından, plaka hareketinin kesin denklemler ile ifade edildiği bir derleme makalesi [77] ve bir de monograf [24] literatüre kazandırılmıştır.

Bu tezde piezoelektrik plaka hareketi elektro-elastodinamiğin kesin denklemleri ile ifade edilmiş, akışkan akışı ise doğrusallaştırılmış Navier-Stokes denklemleri ile açıklanmıştır. Bu çalışmayı, literatürdeki diğer araştırmalardan ayıran en önemli özellik plakanın elektromekanik birleşme etkilerinin hesaplamalara katılmış olmasıdır. İlerleyen bölümlerde araştırılan problemin matematiksel formülasyonu, problemin çözüm yöntemi, sayısal sonuçlar ile elde edilen sonuç ve öneriler kısmı verilmiştir.

## 1.2 Tezin Amacı

Bir çok mühendislik alanının özellikle sensör teknolojilerinde, plaka ve akışkan etkileşiminin analizi önem arz etmektedir. Akışkan ve piezoelektrik malzemenin bir arada bulunduğu hidro-piezoelektrik sistemler ise; enerji hasadı işleminin yapıldığı ya da akustik transdüser kullanılan çalışmalarda geniş çaplı yer almaktadırlar. Bu sistemlerin dinamik analizleri üzerine yapılan teorik araştırmaların artması, bu alanda yapılan deneysel çalışmaların başarısı konusunda önemlidir.
Bu sebeple piezoelektrik plakanın elektromekanik etkisinin, plaka ve akışkan ara yüzeyindeki basınca, akışkan hızına ve plakanın yüzeyindeki elektrik potansiyeline etkisi tez kapsamında araştırılmıştır. Ayrıca, akışkanın sıkıştırılabilir viskoz akışkan olarak tanımlanmasının ve plakanın sonsuz uzunlukta kabul edilmesinin hidro-piezoelektrik sistemlerin gelişimine katkı sunması amaçlanmıştır. Farklı piezoelektrik malzeme seçiminin, plaka kalınlığının, akışkan derinliğinin araştırılan büyüklüklere etkisi gösterilmiştir. Piezeolektrik plakanın polarizasyon doğrultusu ile açık veya kapalı devre olması durumunun da basınç, hız ve potansiyel değerleri üzerindeki etkisinin açıklanması tezin amaçlarındandır.

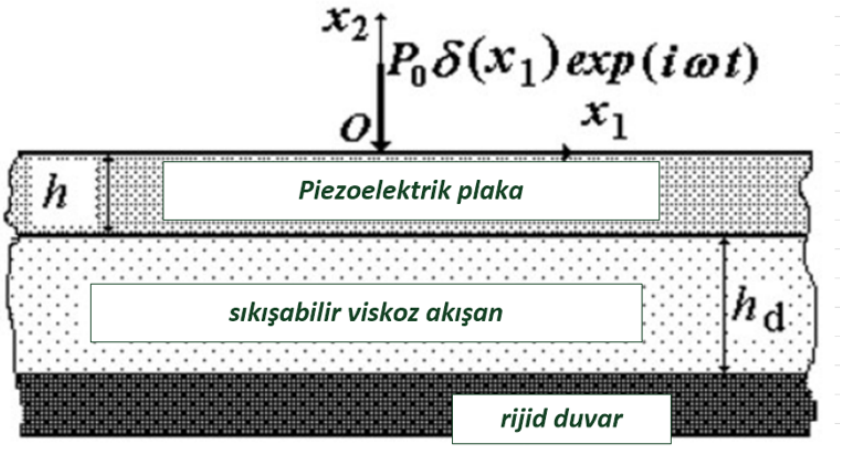
## 1.3 Orjinal Katkı

Literatürde plaka ve sıkıştırılamaz viskoz/viskoz olmayan Newton akışkan etkileşiminin olduğu bir çok çalışma mevcuttur. Diğer yandan özellikle enerji hasadı yapan sistemlerin anlatıldığı araştırmalarda, piezoelektrik plaka ve akışkan

etkileşiminin incelendiği görülmektedir.
Ancak sonsuz uzunlukta piezoelektrik bir levhanın titreşiminin, malzemenin elektromekanik etkileri de göz önüne alınarak incelenmesinin ve bu levhanın sıkıştırılabilir viskoz bir akışkan ile etkileşiminin çalışılmadığı görülmektedir.
Enerji hasadı yapan sistemler için, piezoelektrik plaka ile akışkan arasındaki basınçtan güç üretildiği bilinmektedir ve plakanın elektromekanik özelliğinin basınç değeri üzerindeki etkisi tayin edildiğinde bu alana bir katkı yapıldığı söylenebilir.
Tez çalışmam, sonsuz piezoelektrik plaka ve sıkıştırılabilir viskoz akışkan sisteminin, elektromekanik etkiler ihmal edilmeyerek incelenmesi açısından alanındaki çalışmaların gelişmesinde pay sahibi olacaktır.

# 2
# PROBLEMİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU

Bu tezde piezoelektrik plaka, sıkıştırılabilir (barotropik) viskoz akışkan ve rijit duvardan oluşan hidro-piezoelektrik sistem araştırılmıştır. Sistemin şeması Şekil 2.1'de verilmiştir. Plakanın üst yüzeyinde $Ox_1x_2x_3$ kartezyen koordinat sistemi tanımlanmıştır. Piezoelektrik plaka kısmı, $\left\{-\infty < x_1 < +\infty; -h < x_2 < 0; -\infty < x_3 < +\infty\right\}$ bölgesini, akışkan ise, $\left\{-\infty < x_1 < +\infty; -h - h_d < x_2 < -h; -\infty < x_3 < +\infty\right\}$ bölgesini kapsamaktadır. Ayrıca $h$, plaka kalınlığını , $h_d$ ise akışkanın derinliğini, yani plakanın alt yüzeyinin rijit duvara olan uzaklığını göstermektedir. Koordinat sistemine göre $Ox_3$ yönü, şekil düzlemine diktir ve plakadaki düzlem şekil değiştirme durumu iki boyutlu $Ox_1Ox_2$ yönlerinde ele alınacağı için, $Ox_3$ yönü Şekil 2.1 'de gösterilmemiştir. Bununla birlikte, k, $-\infty < x_3 < +\infty$ , $x_1 = 0$ ve $x_2 = 0$ koordinatında, şiddeti $P_0$ olan homojen dağıtılmış zamana göre harmonik çizgisel mekanik kuvvetin plakanın üst yüzeyine uygulandığı kabul edilmiştir.




**Şekil 2.1** Araştırılan hidro-piezoelektrik sistemin çizimi

Bu varsayımlar dahilinde, söz konusu hidro-piezoelektrik sistemi oluşturan mekanik ve elektriksel alanların matematiksel ifadelerinin, bunlara karşılık gelen kesin alan denklemleri ve ilişkileri ile belirlenmesi gerekmektedir. Ayrıca, sistem parametrelerinin plaka ve akışkan arasındaki arayüz düzlemindeki gerilme, hız ve elektriksel potansiyelin frekans tepkisine etkisi belirlenmelidir. Bu amaç doğrultusunda sistemin her bir bileşeni için alan denklemleri yazılmıştır.

## 2.1 Piezoelektik Levhanın Hareket Denklemleri

Piezoelektrik plakanın hareketini aşağıdaki denklemler ile ifade edebiliriz [40]

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial D_1}{\partial x_1} + \frac{\partial D_2}{\partial x_2} = 0. \tag{2.3}$$

### 2.1.1 Piezoelektrik Malzemeler için Elektro-Elastisite İlişkileri

Piezoelektirik levhaya ait, elektro-mekanik ilişkileri veren bünye denklemleri plakanın farklı polarizasyon durumları için aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

#### 2.1.1.1 Kalınlık Yönünde Polarizasyon Durumu

Piezoelektrik malzeme polazrizayon doğrultusunun $Ox_2$ ekseni (plaka kalınlığı yönü) ile çakıştığı durum için bünye denklemleri aşağıdaki gibi yazılır,

$$\sigma_{11} = C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{13} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + e_{31} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2},$$

$$\sigma_{22} = C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + e_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2},$$

$$\sigma_{12} = C_{44}(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \tag{2.4}$$

$$D_1 = e_{15}(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) - \varepsilon_{11} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

$$D_2 = e_{31} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + e_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \varepsilon_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}.$$

#### 2.1.1.2 Uzunluk Yönünde Polarizasyon Durumu

Piezoelektrik malzeme polarizasyon doğrultusunun $Ox_1$ ekseni (plaka uzunluğu yönü) ile çakıştığı durum için bünye denklemleri aşağıdaki gibi yazılır,

$$\sigma_{11} = C_{33}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{13}\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + e_{33}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

$$\sigma_{22} = C_{13}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{11}\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + e_{31}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

$$\sigma_{12} = C_{44}(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) + e_{15}\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, \tag{2.5}$$

$$D_1 = e_{33}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + e_{31}\frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \varepsilon_{33}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

$$D_2 = e_{15}\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \varepsilon_{11}\frac{\partial \varphi}{\partial x_2}.$$

Verilen 2.1-2.5 denklemlerinde şu notasyon kullanılmıştır; $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$, mekanik gerilme tensörünün bileşenlerini, $u_1, u_2$ ise mekanik yer değiştirme vektörünün bileşenlerini temsil etmektedir. $\rho$ sabiti ise plakanın kütle yoğunluğunu gösterirken, $\varphi$, elektriksel potansiyeli, $D_1$ ve $D_2$ elektriksel yer değiştirme vektörünün bileşenlerini göstermektedir. Ayrıca, buradaki $c_{ij}$'ler elastik, $e_{ij}$'ler piezoelektrik, $\epsilon_{ij}$'ler dielektrik sabitleri ifade etmektedir. Böylece piezoelektrik plakanın hareketini tanımlayan alan denklemleri tamamlanmıştır.

## 2.2 Akışkan Alan Denklemleri

Bu kısımda, sıkıştırılabilir (barotropik) viskoz akışkan akımı için hareket denklemleri ve diğer alan denklemleri verilecektir.

Söz konusu durumda, akış için doğrusallaştırılmış Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki gibidir [24],

$$\rho_0^{(1)}\frac{\partial V_1}{\partial t} - \mu^{(1)}(\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_2^2}) + \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_1} - (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})\frac{\partial \theta}{\partial x_1} = 0, \tag{2.6a}$$

$$\rho_0^{(1)}\frac{\partial V_2}{\partial t}-\mu^{(1)}\Big(\frac{\partial^2 V_2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 V_2}{\partial x_2^2}\Big)+\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_2}-(\lambda^{(1)}+\mu^{(1)})\frac{\partial \theta}{\partial x_2}=0. \tag{2.6b}$$

Süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t}+\rho_0^{(1)}\Big(\frac{\partial V_1}{\partial x_1}+\frac{\partial V_2}{\partial x_2}\Big)=0. \tag{2.7}$$

doğrusal bünye denklemleri,

$$\begin{aligned}&T_{11}=-p^{(1)}+\lambda^{(1)}\theta+2\mu^{(1)}e_{11},\ \ T_{22}=-p^{(1)}+\lambda^{(1)}\theta+2\mu^{(1)}e_{22},\\ &T_{12}=2\mu^{(1)}e_{12},\ \ T_{33}=-p^{(1)}+\lambda^{(1)}\theta.\end{aligned} \tag{2.8}$$

şekil değiştirme hızı ve hız bağıntısı denklemleri,

$$\begin{aligned}&e_{11}=\frac{\partial V_1}{\partial x_1},\ \ e_{22}=\frac{\partial V_2}{\partial x_2},\\ &e_{12}=\frac{1}{2}\Big(\frac{\partial V_1}{\partial x_2}+\frac{\partial V_2}{\partial x_1}\Big),\ \ \theta=\frac{\partial V_1}{\partial x_1}+\frac{\partial V_2}{\partial x_2},\end{aligned} \tag{2.9}$$

ve durum denklemi,

$$p^{(1)}=a_0^2\rho^{(1)},\ \ a_0^2=\frac{\partial p}{\partial \rho}. \tag{2.10}$$

biçiminde verilir.

Ayrıca bu ifadelerde; $\rho_0^{(1)}$ pertürbasyondan önceki akışkan yoğunluğunu, $p_0^{(1)}$ pertürbasyondan önceki hidrostatik basıncı, $\rho^{(1)}$ akışkan yoğunluğunun pertürbasyonunu, $p^{(1)}$ hidrostatik basıncın pertürbasyonunu, $V_1$ ve $V_2$ sırasıyla $Ox_1$ ve $Ox_2$ eksenleri yönündeki akış hızı vektörünün bileşenlerini, $T_{ij}$ ve $e_{ij}$ $(ij = 11;22;12)$ akışkanın gerilme ve şekil değiştirme hızı tensörü bileşenlerini, $a_0$ akışkandaki ses hızını, ve $\mu^{(1)}$ dinamik viskoziteyi, $\lambda^{(1)}$ ise ikinci viskozite sabitini ifade eder.

(2.6)-(2.10) akışkan alan denklemlerinin çözümü için, problem iki potansiyelin $\varphi^{(1)}$ ve $\psi^{(1)}$ nin bulunmasına indirgenir [24]. Bu potansiyeller aşağıdaki denklemlerden bulunur,

$$\left[\left(1+\frac{\lambda^{(1)}+2\mu^{(1)}}{a_0^2\rho_0^{(1)}}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta-\frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t}\right]\varphi^{(1)}=0,$$

$$\left(\nu^{(1)}\Delta-\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi^{(1)}=0, \quad \Delta=\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}. \tag{2.11}$$

buradaki $\nu^{(1)}$ kinematik viskozitedir ve $\nu^{(1)}=\mu^{(1)}/\rho_0$ olarak ifade edilir.

Guz'un monografına [24] göre; $V_1$ $V_2$ hızları ve $p^{(1)}$ basıncı, potansiyeller cinsinden aşağıdaki ifadelerle belirlenir.

$$V_1=\frac{\partial\varphi^{(1)}}{\partial x_1}+\frac{\partial\psi^{(1)}}{\partial x_2},$$

$$V_2=\frac{\partial\varphi^{(1)}}{\partial x_2}-\frac{\partial\psi^{(1)}}{\partial x_1}, \tag{2.12}$$

$$p^{(1)}=\rho_0^{(1)}\left(\frac{\lambda^{(1)}+2\mu^{(1)}}{\rho_0}^{(1)}\Delta-\frac{\partial}{\partial t}\right)\varphi^{(1)}.$$

Eğer $p^{(1)}=-(T_{11}+T_{22}+T_{33})/3$ olarak kabul edilirse, (2.8) denkleminden $\lambda^{(1)}=-2\mu^{(1)}/3$ olarak bulunur. Böylece akışkan alan denklemlerinin yazılımı bitmiş olur.

Ancak dikkat edilmelidir ki; yukarıdaki denklemler sıkıştırılabilir viskoz akışkan için yazılmıştır. Diğer yandan bu denklemler kolaylıkla sıkıştırılabilir viskoz olmayan (inviscid) akışkan için olan denklemlere dönüştürülebilir. Eğer akışkan ile ilgili denklemlerde $\mu^{(1)}=\lambda^{(1)}=0$ ve $\psi^{(1)}=0$ alınırsa, ve uyum - sızdırmazlık koşullarının (bu koşullar bir sonraki kısımda verilecektir) $V_1$ hızına göre yazılan kısmı göz ardı edilirse, viskoz olmayan akışkan için gerekli denklemler elde edilir. Bu denklemler aşağıdaki gibidir.

Viskoz olmayan akışkan hareket denklemleri aşağıda verlmiştir,

$$\rho_0^{(1)}\frac{\partial V_1}{\partial t}+\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_1}=0, \tag{2.13a}$$

$$\rho_0^{(1)}\frac{\partial V_2}{\partial t}+\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_2}=0. \tag{2.13b}$$

Viskoz olmayan akışkan için süreklilik denklemi 2.7 ile aynıdır. Viskoz olmayan akışkan için bünye denklemleri,

$$T_{11}=T_{22}=T_{33}=-p^{(1)}. \tag{2.14}$$

Viskoz olmayan akışkan için $\varphi^{(1)}$ potansiyelinin sağlandığı denklem,

$$\left[\Delta-\frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\varphi^{(1)}=0. \tag{2.15}$$

Viskoz olmayan akışkanın hız ve basıncının $\varphi^{(1)}$ potansiyeli ile ifadeleri,

$$\begin{gathered} V_2=\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_2}, \\ p^{(1)}=-\rho_0^{(1)}\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t}. \end{gathered} \tag{2.16}$$

## 2.3 Sınır ve Temas Koşulları

Hidro-piezelektirk sistemin mekanik büyüklüklerine ait sınır koşullarını yazarsak, plakanın üst yüzüne ait sınır koşulları aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\sigma_{21}|_{x_2=0}=0, \tag{2.17}$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=0}=-P_o\delta(x_1)e^{(i\omega t)}. \tag{2.18}$$

burada $\delta(x_1)$ Dirac delta fonksiyonudur.

Plakanın alt yüzünde, plaka ve akışkan ara düzleminde sağlanan uyumluluk koşulları aşağıdaki gibi verilebilir,

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}|_{x_2=-h}=V_1|_{x_2=-h}, \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t}|_{x_2=-h} = V_2|_{x_2=-h}, \tag{2.20}$$

$$\sigma_{21}|_{x_2=-h} = T_{21}|_{x_2=-h}, \tag{2.21}$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=-h} = T_{22}|_{x_2=-h}. \tag{2.22}$$

Son olarak rijit duvar üzerindeki sızdırmazlık koşulları şu şekilde verilir,

$$V_1|_{x_2=-h-h_d} = 0, \tag{2.23}$$

$$V_2|_{x_2=-h-h_d} = 0. \tag{2.24}$$

Bu tez kapsamında sistemin elektriksel kısmı için aşağıdaki alt başlıklarda açıklanan iki farklı sınır koşulu incelenmiştir ("$D_2|_{x_2=0} = 0, D_2|_{x_2=-h} = 0$" ve "$\varphi|_{x_2=0} = 0, \varphi|_{x_2=-h} = 0$"). Ancak burada bahsedilmeyecek olan "$D_2|_{x_2=0} = 0, \varphi|_{x_2=-h} = 0$" ve "$\varphi|_{x_2=0} = 0, D_2|_{x_2=-h} = 0$" koşulları da araştırılabilir.

### 2.3.1 Açık Devre Durumu

Piezoelektrik plakanın alt ve üst yüzeylerinde açık devre koşulunun sağlandığı durumdur. Bu koşulların sağlanması matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$D_2|_{x_2=0} = 0, \tag{2.25}$$

$$D_2|_{x_2=-h} = 0. \tag{2.26}$$

### 2.3.2 Kapalı Devre Durumu

Piezoelektrik plakanın alt ve üst yüzeylerinde kapalı devre durumu oluşursa, bu durumun matematiksel formülasyonu aşağıdaki gibi yazılır;

$$\varphi|_{x_2=0} = 0, \tag{2.27}$$

$$\varphi|_{x_2=-h} = 0. \tag{2.28}$$

Problemin matematiksel formülasyonu kısmı bu kadardır. Bu bölümü aşağıdaki gibi özetleyebilriz;

- İlk olarak piezoelektrik plakanın hareket denklemleri ile $Ox_1$ ve $Ox_2$ yönünde polarizasyon durumu için bünye denklemleri verilmiştir.
- Daha sonra viskoz ve viskoz olmayan akışkan modeli için alan denklemlerinin matematiksel ifadeleri açıklanmıştır.
- Son olarak ise incelenen hidro-piezoelektrik sistemi tanımlayan sınır-temas koşulları, piezoelektrik plakanın açık veya kapalı devre olduğu durumlar için ayrı ayrı verilmiştir.

# 3
# PROBLEMİN ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu bölümde, bir önceki bölümde formüle edilen sınır-değer problemlerinin çözümü elde edilmeye çalışılacaktır. Piezoelektrik malzemenin polarizasyon doğrultusunun hem plaka kalınlığı ($Ox_2$), hem de plaka uzunluğu ($Ox_1$) boyunca olduğu ve piezoelektik plakanın elektriksel açık ve kapalı devre olduğu durumlar ele alınacaktır. Diferansiyel denklemlerin çözümleri, plaka uzunluğu boyunca uzatılan koordinata göre ($x_1$'e göre) Fourier dönüşümü uygulanarak elde edilecektir. Zamana bağlı harmonik titreşimin özelliği ve (2.18)'de verilen sınır- temas koşulu göz önüne alınarak, problemin tüm aranan değerleri $g(x_1,x_2,t) = \bar{g}(x_1,x_2)e^{i\omega t}$ biçiminde gösterilecektir. Böylece, $\partial(.)/\partial t$ ve $\partial^2(.)/\partial t^2$ türevleri yerine, sırasıyla $i\omega(\bar{.})$ ve $-\omega^2(\bar{.})$ yazılacaktır ve aranan büyüklüklerin genliklerinin bulunması için uygun denklemler; sınır, uyum ve sızdırmazlık koşulları elde edilecektir. Elde edilen bu sınır problemleri, Fourier dönüşümü (3.1), uygulanarak bulunacaktır.

$$f_F(s,x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_F(x_1,x_2)e^{-isx_1}dx_1, \tag{3.1}$$

Bu uygulamada aranan büyüklüklerin genlikleri (genlikler üzerindeki ($^{-}$) kaldırılmıştır) aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$u_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} u_{1F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, u_2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} u_{2F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2a}$$

$$\sigma_{11} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{11F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \sigma_{22} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{22F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2b}$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{12F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, D_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} D_{1F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2c}$$

$$D_2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} D_{2F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \varphi = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_F(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2d}$$

$$\varphi^{(1)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_F^{(1)}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \psi = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_F(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2e}$$

$$\psi^{(1)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_F^{(1)}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, V_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} V_{1F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2f}$$

$$V_2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} V_{2F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, T_{11} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} T_{11F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, \tag{3.2g}$$

$$T_{22} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} T_{22F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds, T_{12} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} T_{12F}(s,x_2)e^{-isx_1}ds. \tag{3.2h}$$

Şimdi aranan büyüklüklerin Fourier dönüşümlerinin bulunması kısmı plaka ve akışkan için ayrı ayrı ele alınabilir.

## 3.1 Piezoelektrik Levhanın Hareket Denklemlerinin Çözümü

Hatırlatmak gerekirse, ele alınan piezoelektrik plakanın üst yüzeyine genliği $P_0$ olan noktasal harmonik yük etki etmektedir ve plakada $Ox_1x_2$ düzleminde düzlem şekil değiştirme hali oluşmaktadır. İlk önce plaka genliğinin denklemlerini mekanik yer değiştirmeler ve elektriksel potansiyel cinsinden yazalım ve daha sonra bu denklemlere Fourier dönüşümü uygulayalım. Plaka malzemesinin polarizasyon yönünün $Ox_2$ (kalınlık) ve $Ox_1$ (uzunluk) yönünde olduğu durumları ayrı ayrı ele alalım

### 3.1.1 Kalınlık Yönünde Polarizasyon Durumu

Piezoelektrik plakanın malzeme polarizasyon doğrultusunun $Ox_2$ ekseni ile çakıştığı durum için mekanik yer değiştirmeler ve elektrik potansiyeli cinsinden elde edilen elektromekanik hareket denklemleri, (2.4) ifadelerinin (2.1),(2.2) ve (2.3)'te yerlerine yazılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

$$C_{11}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + (C_{13}+C_{44})\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (e_{15}+e_{31})\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} = \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \tag{3.3}$$

$$(C_{13}+C_{44})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2}+C_{44}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}+C_{33}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}+e_{15}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}+e_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}=\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \tag{3.4}$$

$$(e_{15}+e_{31})\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2}+e_{15}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}+e_{33}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2}-\varepsilon_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}-\varepsilon_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2}=0 \tag{3.5}$$

3.3,3.4 ve 3.5 hareket denklemlerine, 3.2'de ki uygun ifadeleri yazarsak mekanik yer değiştirmelerin ve elektriksel potansiyelin genlikleri için aşağıdaki denklemleri buluruz,

$$-\overline{C}_{11}u_{1F}+\frac{d^2u_{1F}}{d(sx_2)^2}-i(\overline{C}_{13}+1)\frac{du_{2F}}{d(sx_2)}-i(1+\frac{e_{31}}{e_{15}})\frac{d\overline{\varphi}_F}{d(sx_2)}+\frac{C_0^2}{s^2}u_{1F}=0, \tag{3.6}$$

$$-i(\overline{C}_{13}+1)\frac{du_{1F}}{d(sx_2)}-u_{2F}+(\overline{C}_{33})\frac{d^2u_{2F}}{d(sx_2)^2}-\overline{\varphi}_F+\frac{e_{33}}{e_{15}}\frac{d^2\overline{\varphi}_F}{d(sx_2)^2}+\frac{C_0^2}{s^2}u_{2F}=0, \tag{3.7}$$

$$-i(1+\frac{e_{31}}{e_{15}})\frac{du_{1F}}{d(sx_2)}-u_{2F}+\frac{e_{33}}{e_{15}}\frac{d^2u_{2F}}{d(sx_2)^2}+\overline{\varepsilon}_{11}\overline{\varphi}_F-\overline{\varepsilon}_{33}\frac{d^2\overline{\varphi}_F}{d(sx_2)^2}=0, \tag{3.8}$$

burada,

$$\begin{gathered}\overline{C}_{11}=\frac{C_{11}}{C_{44}},\overline{C}_{13}=\frac{C_{13}}{C_{44}},\overline{C}_{33}=\frac{C_{33}}{C_{44}},\overline{\varphi}_F=\frac{e_{15}}{C_{44}}\varphi_F,\\ \overline{\varepsilon}_{11}=\frac{\varepsilon_{11}C_{44}}{e_{15}^2},\overline{\varepsilon}_{33}=\frac{\varepsilon_{33}C_{44}}{e_{15}^2},C_0^2=\frac{\omega^2h^2}{C_{44}/\rho}.\end{gathered} \tag{3.9}$$

Ayrıca, (3.6),(3.7),(3.8) denklemlerinde $x_2$,$x_2/h$ olarak kabul edilmektedir.

Aynı şekilde (2.4)'de verilen ilişki denklemlerine de (3.2)'de ki uygun ifadeleri yazarsak aşağıdaki denklemeri elde ederiz,

$$\sigma_{11F}=(-is)C_{11}u_{1F}+C_{13}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2}+e_{31}\frac{\mathrm{d}\varphi_F}{\mathrm{d}x_2} \tag{3.10a}$$

$$\sigma_{22F}=(-is)C_{13}u_{1F}+C_{33}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2}+e_{33}\frac{\mathrm{d}\varphi_F}{\mathrm{d}x_2}, \tag{3.10b}$$

$$\sigma_{12F} = C_{44}\frac{\mathrm{d}u_{1F}}{\mathrm{d}x_2} + C_{44}(-is)u_{2F} + e_{15}(-is)\varphi_F \tag{3.10c}$$

$$D_{1F} = e_{15}\frac{\mathrm{d}u_{1F}}{\mathrm{d}x_2} + e_{15}(-is)u_{2F} - \varepsilon_{11}(-is)\varphi_F, \tag{3.10d}$$

$$D_{2F} = e_{31}(-is)u_{1F} + e_{33}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2} - \varepsilon_{33}\frac{\mathrm{d}\varphi_F}{\mathrm{d}x_2}. \tag{3.10e}$$

(3.6), (3.7),(3.8) denklemlerinin özel çözümleri Euler metoduna göre aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$u_{1F} = iAe^{bsx_2}, \quad u_{2F} = Be^{bsx_2}, \quad \overline{\varphi}_F = Ce^{bsx_2} \tag{3.11}$$

Buradaki A,B,C ile b bilinmeyen sabitlerdir ve ilerleyen kısımlarda hesaplanacaklardır. 3.11 'da verilen özel çözüm ifadelerini, piezoelektrik plakaya ait Fourier dönüşümü uygulanmış hareket denklemlerinde (3.6),(3.7),(3.8) yerine yazarak ve uygun matematiksel işlemleri yaparak, A,B,C bilinmeyen sabitleri için aşağıda verilen homojen lineer cebirsel denklem takımı elde edilir.

$$(b^2 + (-\overline{C}_{11} + C_0^2/s^2))A - (\overline{C}_{13} + 1)bB - (1 + e_{31}/e_{e15})bC = 0, \tag{3.12}$$

$$(\overline{C}_{13} + 1)bA + (-1 + \overline{C}_{33}b^2 + C_0^2/s^2)B + (e_{33}/e_{e15}b^2 - 1)C = 0, \tag{3.13}$$

$$(e_{31}/e_{15} + 1)bA + (e_{33}/e_{15}b^2 - 1)B + (\overline{\varepsilon}_{11} - \overline{\varepsilon}_{33}b^2)C = 0. \tag{3.14}$$

Bilindiği üzere, (3.12),(3.13),(3.14) denklem takımının sıfırdan farklı çözümünün olabilmesi için (A,B,C bilinmeyen sabitlerinin sıfırdan farklı olması için), katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekir. Yani, aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

$$\det\begin{bmatrix} -\overline{C}_{11} + b^2 + C_0^2/s^2 & -(\overline{C}_{13} + 1)b & -(1 + e_{31}/e_{15})b \\ (\overline{C}_{13} + 1)b & -1 + \overline{C}_{33}b^2 + C_0^2/s^2) & (-1 + e_{33}/e_{e15}b^2) \\ (e_{31}/e_{15} + 1)b & (-1 + e_{33}/e_{15}b^2) & (\overline{\epsilon}_{11} - \overline{\epsilon_{33}}b^2) \end{bmatrix} = 0 \tag{3.15}$$

buradan (3.15)'ün sağlanması,(3.11) ifadelerine dahil olan b parametresinin özel değerleri ile mümkün olur. Bu değerlerin bulunması için (3.15)'den aşağıdaki bi-kübik denklemi elde ederiz.

$$d_1^3 + a_4 d_1^2 + a_2 d_1 + a_0 = 0, \tag{3.16}$$

bu denklemde aşağıdaki işaretlemeler kabul edilmiştir,

$$d_1 = b^2, \tag{3.17a}$$

$$\begin{aligned} a_4 = [&\bar{C}_{33}\bar{\varepsilon}_{11} - \varepsilon_{33}\alpha_{22} - \varepsilon_{33}\alpha_{11}\bar{C}_{33} - e_{33}/e_{15}(\alpha_{21}\alpha_{13} + \alpha_{13}\alpha_{31}) + \alpha_{13}\alpha_{31}\bar{C}_{33} \\ &- \bar{\varepsilon}_{33}\alpha_{12}\alpha_{21} - \alpha_{11}(e_{33}/e_{15})^2 + 2e_{33}/e_{15}](-\bar{\varepsilon}_{33}\bar{C}_{33} - (e_{33}/e_{15})^2)^{-1}, \end{aligned} \tag{3.17b}$$

$$\begin{aligned} a_2 = [&\bar{\varepsilon_{11}}\alpha_{22} + \bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{11}\bar{\varepsilon}_{33} - \bar{\varepsilon}_{33}\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{21}\alpha_{13} + \alpha_{12}\alpha_{31} + \alpha_{13}\alpha_{31}\alpha_{22} \\ &+ \bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{12}\alpha_{21} - 2\alpha_{11}(e_{33}/e_{15})^{-1}] \end{aligned} \tag{3.17c}$$

$$a_0 = [\bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{11}](-\bar{\varepsilon}_{33}\bar{C}_{33} - (e_{33}/e_{15})^2)^{-1}. \tag{3.17d}$$

(3.17) denkleminde aşağıdaki notasyon kullanılmıştır,

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{C_0^2}{s^2} - \bar{C}_{11}, & \alpha_{12} &= 1 + \bar{C}_{13}, & \alpha_{13} &= 1 + \frac{e_{31}}{e_{15}}, \\ \alpha_{21} &= 1 + \bar{C}_{13}, & \alpha_{22} &= \frac{C_0^2}{s^2} - 1, & \alpha_{31} &= 1 + \frac{e_{31}}{e_{15}}. \end{aligned} \tag{3.18}$$

(3.16)'te verilen bi-kübik denklemin köklerini bulmak için, Vieta'nın trigonametrik formüllerini uygulayalım. Bu yöntemde birinci adım olarak aşağıdaki ifadelerin değerleri hesaplanır,

$$Q = (a_4^2 - 3a_2)/9, \quad R = (2a_4^3 - 9a_4a_2 + 27a_0)/54. \tag{3.19}$$

İkinci adım olarak ise aşağıdaki ifadenin değeri belirlenir,

$$S = Q^3 - R^2. \tag{3.20}$$

S'in değerinin belirlenmesinin ardından, $S > 0$ ve $S < 0$ şeklinde iki farklı durum ortaya çıkabilir. Eğer $S > 0$ ise, (3.16) bi-kübik denkleminin kökleri aşağıdaki ifadeler ile elde edilir,

$$b_{11} = -2(Q)^{\frac{1}{2}}\cos\varphi - \frac{a_4}{3}, \quad b_{12} = -2(Q)^{\frac{1}{2}}\cos(\varphi + 2\pi/3) - \frac{a_4}{3},$$
$$b_{13} = -2(Q)^{\frac{1}{2}}\cos(\varphi - 2\pi/3) - \frac{a_4}{3}, \quad \varphi = \arccos(R/Q^{3/2})/3. \tag{3.21}$$

Eğer $S < 0$ ise, (3.16) bi-kübik denkleminin kökleri aşağıdaki ifadeler ile bulunur,

$$b_{11} = -2sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3},$$
$$b_{12} = sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3} + i(3 \mid Q \mid)^{\frac{1}{2}} \sinh\varphi$$
$$b_{13} = sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3} - i(3 \mid Q \mid)^{\frac{1}{2}} \sinh\varphi, \tag{3.22}$$
$$\varphi = Arcosh(\mid R \mid / \mid Q \mid^{3/2})/3.$$

Böylece, (3.16) karakteristik denkleminin kökleri bulunmuş olur ve altı kökü şu şekilde yazılır,

$$b_1 = \sqrt{b_{11}}, \quad b_2 = -b_1, \quad b_3 = \sqrt{b_{12}},$$
$$b_4 = -b_3, \quad b_5 = \sqrt{b_{13}}, \quad b_6 = -b_5. \tag{3.23}$$

ve (3.6),(3.7),(3.8) adi diferansiyel denklem takımının genel çözümü aşağıdaki gibi bulunur.

$$u_{1F} = iA_1 e^{b_1 s x_2} + iA_2 e^{b_2 s x_2} + iA_3 e^{b_3 s x_2} + iA_4 e^{b_4 s x_2} + iA_5 e^{b_5 s x_2} + iA_6 e^{b_6 s x_2},$$
$$u_{2F} = B_1 e^{b_1 s x_2} + B_2 e^{b_2 s x_2} + B_3 e^{b_3 s x_2} + B_4 e^{b_4 s x_2} + B_5 e^{b_5 s x_2} + B_6 e^{b_6 s x_2}, \tag{3.24}$$
$$\bar{\varphi}_F = C_1 e^{b_1 s x_2} + C_2 e^{b_2 s x_2} + C_3 e^{b_3 s x_2} + C_4 e^{b_4 s x_2} + C_5 e^{b_5 s x_2} + C_6 e^{b_6 s x_2}.$$

(3.24)'ü (3.6), (3.7),(3.8)'de tekrar yerine yazarak ve uygun matematiksel işlemleri yaparak , $B_k$ ve $C_k$'ları $B_k = Y_k \times A_k$ ve $C_k = Z_k \times A_k$ biçiminde buluruz.Burada ($k = 1,..,6$) olmak üzere, $Y_k$ ve $Z_k$ gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$Y_k = \frac{-(b_k + \alpha_{11})(\bar{\varepsilon}_{11} - \bar{\varepsilon}_{33} b_k^2) - \alpha_{31}\alpha_{13} b_k^2}{(e_{13}/e_{15}) b_k((e_{13}/e_{15}) b_k^2 - 1) - \alpha_{12} b_k(\bar{\varepsilon}_{11} - \bar{\varepsilon}_{13} b_k^2)},$$

$$Z_k = \frac{b_k^2 + \alpha_{11})((e_{13}/e_{15}) b_k^2 - 1) + \alpha_{31}\alpha_{12} b_k^2}{(e_{13}/e_{15}) b_k((e_{13}/e_{15}) b_k^2 - 1) - \alpha_{12} b_k(\bar{\varepsilon}_{11} - \bar{\varepsilon}_{13} b_k^2)}. \tag{3.25}$$

Nihayetinde (3.6),(3.7),(3.8) denklemlerinin genel çözümü bu şekilde bulunur,

$$u_{1F} = iA_1 e^{b_1 s x_2} + iA_2 e^{b_2 s x_2} + iA_3 e^{b_3 s x_2} + iA_4 e^{b_4 s x_2} + iA_5 e^{b_5 s x_2} + iA_6 e^{b_6 s x_2}, \tag{3.26a}$$

$$u_{2F} = A_1 Y_1 e^{b_1 s x_2} + A_2 Y_2 e^{b_2 s x_2} + A_3 Y_3 e^{b_3 s x_2} + A_4 Y_4 e^{b_4 s x_2} + A_5 Y_5 e^{b_5 s x_2} + A_6 Y_6 e^{b_6 s x_2}, \tag{3.26b}$$

$$\bar{\varphi}_F = A_1 Z_1 e^{b_1 s x_2} + A_2 Z_2 e^{b_2 s x_2} + A_3 Z_3 e^{b_3 s x_2} + A_4 Z_4 e^{b_4 s x_2} + A_5 Z_5 e^{b_5 s x_2} + A_6 Z_6 e^{b_6 s x_2}. \tag{3.26c}$$

(3.26) genel çözümü göz önüne alınarak, plaka malzemesinin $Ox_2$ yönünde polarizasyon durumu için verilen ilişki denklemlerinin Fourier dönüşümü ifadeleri (3.10) aşağıdaki gibi yeniden yazılır,

$$\sigma_{11F}/C_{44} = \sum_{k=1}^{6} s A_k e^{b s x_2}(\bar{C}_{11} + \bar{C}_{13} b_k Y_k + e_{31}/e_{15} b_k Z_k)\} \tag{3.27a}$$

$$\sigma_{22F}/C_{44} = \sum_{k=1}^{6} s A_k e^{b_k s x_2}(\bar{C}_{13} + \bar{C}_{33} b_k Y_k + \frac{e_{33}}{e_{15}} b_k Z_k), \tag{3.27b}$$

$$\sigma_{12F}/C_{44} = i \sum_{k=1}^{6} s A_k e^{b_k s x_2} (b_k - Y_k - Z_k), \tag{3.27c}$$

$$D_{1F}/e_{15} = i\sum_{k=1}^{6} A_k s e^{bsx_2}(b_k - Y_k + \bar{\varepsilon}_{11} Z_k), \tag{3.27d}$$

$$D_{2F}/e_{15} = \sum_{k=1}^{6} sA_k e^{b_k s x_2}(e_{31}/e_{15} + e_{33}/e_{15} b_k Y_k - \bar{\varepsilon}_{33} b_k Z_k), \tag{3.27e}$$

$$\varphi_F = (\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k e^{b_k s x_2}. \tag{3.27f}$$

Şunu belirtmek gerekir ki; kapalı devre durumu için yazılacak sınır ve uyum koşullarında, (3.27)'de verilen elektriksel potansiyel değişimi ifadesi ($\varphi_F$) dikkate alınacaktır.

Böylelikle, $Ox_2$ doğrultusunda polarize edilmiş piezoelektrik plakanın hareketi ile ilgili ifadelerin Fourier dönüşümü kısmı tamamlanmıştır. (3.27) ifadeleri, sınır ve uyum koşullarında gerekli yerlere yazılacaktır.

### 3.1.2 Uzunluk Yönünde Polarizasyon Durumu

Piezoelektrik plakanın malzeme polarizasyon doğrultusunun $Ox_1$ ekseni ile çakıştığı durum için mekanik yer değiştirmeler ve elektrik potansiyeli cinsinden elde edilen elektromekanik hareket denklemleri; (2.5)'deki bünye denklemlemi ifadelerinin, (2.1),(2.2) ve (2.3)'te yerlerine yazılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

$$C_{33}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + C_{13}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + e_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{44}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} + e_{15}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = \rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \tag{3.28}$$

$$C_{44}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}\right) + e_{15}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{13}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} + C_{11}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + e_{31}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_2}$$
$$= \rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \tag{3.29}$$

$$e_{33}\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + e_{31}\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \varepsilon_{33}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + e_{15}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) - \varepsilon_{11}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} = 0 \tag{3.30}$$

(3.3),(3.4) ve (3.5) hareket denklemlerine, (3.2)'de ki uygun ifadeleri yazarsak mekanik yer değiştirmelerin ve elektriksel potansiyelin genlikleri için aşağıdaki denklemleri buluruz,

$$-\bar{C}_{33}u_{1F} - i(\bar{C}_{13}+1)\frac{du_{2F}}{d(sx_2)} - \frac{e_{33}}{e_{15}}\bar{\varphi}_F + \frac{d^2u_{1F}}{d\,(sx_2)^2} + \frac{d^2\bar{\varphi}_F}{d\,(sx_2)^2} + \frac{C_0^2}{s^2}u_{1F} = 0, \qquad (3.31)$$

$$-i\left(1+\bar{C}_{13}\right)\frac{du_{1F}}{d\,(sx_2)} - u_{2F} - i\left(1+\frac{e_{31}}{e_{15}}\right)\frac{d\bar{\varphi}_F}{d\,(sx_2)} + \bar{C}_{11}\frac{d^2u_{2F}}{d\,(sx_2)^2} + \frac{C_{0^2}}{s^2}u_{2F} = 0, \quad (3.32)$$

$$-\frac{e_{33}}{e_{15}}u_{1F} - i\left(1+\frac{e_{31}}{e_{15}}\right)\frac{du_{2F}}{d\,(sx_2)} + \bar{\varepsilon}_{33}\bar{\varphi}_F + \frac{d^2u_{1F}}{d\,(sx_2)^2} - \bar{\varepsilon}_{11}\frac{d^{2\bar{\varphi}_F}}{d\,(sx_2)} = 0 \qquad (3.33)$$

burada,

$$\begin{gathered}\overline{C}_{11} = \frac{C_{11}}{C_{44}}, \overline{C}_{13} = \frac{C_{13}}{C_{44}}, \overline{C}_{33} = \frac{C_{33}}{C_{44}}, \overline{\varphi}_F = \frac{e_{15}}{C_{44}}\varphi_F \\ \bar{\varepsilon}_{11} = \frac{\varepsilon_{11}C_{44}}{e_{15}^2}, \bar{\varepsilon}_{33} = \frac{\varepsilon_{33}C_{44}}{e_{15}^2}, C_0^2 = \frac{\omega^2h^2}{C_{44}/\rho}.\end{gathered} \qquad (3.34)$$

Ayrıca, bu denklemlerde $x_2$, $x_2/h$ olarak düşünülmelidir.

Aynı şekilde (2.5)'de verilen ilişki denklemlerine de (3.2)'de ki uygun ifadeleri yazarsak aşağıdaki denklemleri elde ederiz,

$$\sigma_{11F} = (-is)C_{33}u_{1F} + C_{13}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2} + e_{33}(-is)\bar{\varphi}_F, \qquad (3.35a)$$

$$\sigma_{22F} = (-is)C_{13}u_{1F} + C_{11}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2} + e_{31}(-is)\varphi_F, \qquad (3.35b)$$

$$\sigma_{12F} = C_{44}\frac{\mathrm{d}u_{1F}}{\mathrm{d}x_2} + C_{44}(-is)u_{2F} + e_{15}\frac{\mathrm{d}\varphi_F}{\mathrm{d}x_2}, \qquad (3.35c)$$

$$D_{1F} = e_{33}(-is)u_{1F} + e_{31}\frac{\mathrm{d}u_{2F}}{\mathrm{d}x_2} - \varepsilon_{33}(-is)\varphi_F, \qquad (3.35d)$$

$$D_{2F} = e_{15}\frac{\mathrm{d}u_{1F}}{\mathrm{d}x_2} + e_{15}(-is)u_{2F}. \qquad (3.35e)$$

(3.31),(3.32),(3.33) denklemleri özel çözümlerini Euler metoduna göre aşağıdaki gibi ifade edelim,

$$u_{1F} = iAe^{bsx_2}, \quad u_{2F} = Be^{bsx_2}, \quad \overline{\varphi}_F = iCe^{bsx_2} \tag{3.36}$$

Buradaki A,B,C ile b bilinmeyen sabitlerdir ve bunların değerleri ileride bulunacaktır. (3.36) 'de verilen özel çözüm ifadelerini, piezoelektrik plakaya ait Fourier dönüşümü uygulanmış hareket denklemlerinde (3.31),(3.32),(3.33) yerine yazarak ve uygun matematiksel işlemleri yaparak, A,B,C bilinmeyen sabitleri için aşağıda verilen homojen lineer cebirsel denklem takımı elde edilir.

$$\left( (\frac{C_0}{s^2} - \bar{C}_{33}) + b^2 \right) A - (\bar{C}_{13} + 1) bB + \left( b^2 - \frac{e_{33}}{e_{15}} \right) C = 0,$$

$$\left( 1 + \bar{C}_{13} \right) bA + (\bar{C}_{11} b^2 - 1 + \frac{C_0^2}{s^2}) B + (1 + \frac{e_{31}}{e_{15}}) bC = 0, \tag{3.37}$$

$$(b^2 - \frac{e_{33}}{e_{15}}) A - (\frac{e_{31}}{e_{15}} + 1) bB + (\bar{\varepsilon}_{33} - \bar{\varepsilon}_{11} b^2) C = 0.$$

Bilindiği üzere, (3.37) denklem takımının sıfırdan farklı çözümünün olabilmesi için (A,B,C bilinmeyen sabitlerinin sıfırdan farklı olması için), katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekir. Yani, aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

$$\det \begin{bmatrix} -\overline{C}_{33} + b^2 + C_0^2/s^2 & -(\overline{C}_{13} + 1) b & (b^2 - e_{33}/e_{15}) \\ (\overline{C}_{13} + 1) b & (-1 + \overline{C}_{11} b^2 + C_0^2/s^2) & (1 + e_{31}/e_{e15} b) \\ (b^2 - e_{33}/e_{15}) & -(1 + e_{31}/e_{15}) b & (\overline{\epsilon}_{33} - \overline{\epsilon}_{11} b^2) \end{bmatrix} = 0 \tag{3.38}$$

buradan (3.38)'nin sağlanması,(3.36) ifadelerine dahil olan b parametresinin özel değerleri ile mümkün olur. Bu değerlerin bulunması için (3.38)'de verilen determinant ifadesinden aşağıdaki bikübik denklemi elde ederiz.

$$d_1^3 + a_4 d_1^2 + a_2 d_1 + a_0 = 0, \tag{3.39}$$

bu denklemde aşağıdaki işaretler kabul edilmiştir,

$$d_1 = b^2, \tag{3.40a}$$

$$\begin{aligned} a_4 = [&\bar{C}_{11}\bar{\varepsilon}_{33} - \bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{22} - \bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{11}\bar{C}_{11} + e_{31}/e_{15}\alpha_{21} - \alpha_{21} - \alpha_{12}e_{31}/e_{15} - \alpha_{12} + \\ &2e_{33}/e_{15}\bar{C}_{11} - \alpha_{22} + (e_{31}/e_{15})^2 + 2e_{31}/e_{15} + 1 - \alpha_{21}\alpha_{12}\bar{\varepsilon}_{11}](-\bar{\varepsilon}_{11}\bar{C}_{11} - \bar{C}_{11})^{-1}, \end{aligned} \tag{3.40b}$$

$$\begin{aligned} a_2 = [&\bar{\varepsilon}_{33}\alpha_{22} + \bar{\varepsilon}_{33}\alpha_{11}\bar{C}_{11} - \bar{\varepsilon}_{11}\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{21}(e_{33}/e_{15})(e_{31}/e_{15}) + \alpha_{21}(e_{33}/e_{15}) \\ &+ \alpha_{12}(e_{33}/e_{15})(e_{31}/e_{15}) + (e_{33}/e_{15})\alpha_{12} - (e_{33}/e_{15})^2\bar{C}_{11} + 2\alpha_{22}(e_{33}/e_{15}) \\ &+ (e_{31}/e_{15})^2\alpha_{11} + 2(e_{31}/e_{15})\alpha_{11} + \alpha_{11} + \alpha_{21}\alpha_{12}\bar{\varepsilon}_{33}](-\bar{\varepsilon}_{11}\bar{C}_{11} - \bar{C}_{11})^{-1}, \end{aligned} \tag{3.40c}$$

$$a_0 = [\bar{\varepsilon}_{33}\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{22}(e_{33}/e_{15})^2](-\bar{\varepsilon}_{11}\bar{C}_{11} - \bar{C}_{11})^{-1}. \tag{3.40d}$$

(3.40) denkleminde aşağıdaki notasyon kullanılmıştır,

$$\begin{aligned} \alpha_{11} = \frac{C_0^2}{s^2} - \bar{C}_{33}, \quad \alpha_{12} = 1 + \bar{C}_{13}, \\ \alpha_{21} = 1 + \bar{C}_{13}, \quad \alpha_{22} = \frac{C_0^2}{s^2} - 1. \end{aligned} \tag{3.41}$$

(3.39)'te verilen kübik denklemin köklerini bulmak için, Vieta'nın trigonametrik formüllerini uygulayalım. Bu yöntemde birinci adım olarak aşağıdaki ifadelerin değerleri hesaplanır,

$$Q = (a_4^2 - 3a_2)/9, R = (2a_4^3 - 9a_4a_2 + 27a_0)/54. \tag{3.42}$$

İkinci adım olarak aşağıdaki ifadenin değeri belirlenir,

$$S = Q^3 - R^2. \tag{3.43}$$

S'in değerinin belirlenmesinin ardından, $S > 0$ ve $S < 0$ şeklinde iki farklı durum ortaya çıkabilir. Eğer $S > 0$ ise, (3.39) kübik denkleminin kökleri aşağıdaki ifadeler ile elde edilir,

$$b_{11} = -2(Q)^{\frac{1}{2}} \cos\varphi - \frac{a_4}{3}, \quad b_{12} = -2(Q)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi + 2\pi/3) - \frac{a_4}{3},$$
$$b_{13} = -2(Q)^{\frac{1}{2}} \cos(\varphi - 2\pi/3) - \frac{a_4}{3}, \quad \varphi = \arccos(R/Q^{3/2})/3. \tag{3.44}$$

Eğer $S < 0$ ise, (3.39) kübik denkleminin kökleri aşağıdaki ifadeler ile bulunur,

$$b_{11} = -2sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3},$$
$$b_{12} = sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3} + i(3 \mid Q \mid)^{\frac{1}{2}} \sinh\varphi$$
$$b_{13} = sgn(R) \mid Q \mid^{\frac{1}{2}} \cosh\varphi - \frac{a_4}{3} - i(3 \mid Q \mid)^{\frac{1}{2}} \sinh\varphi, \tag{3.45}$$
$$\varphi = Arcosh(\mid R \mid / \mid Q \mid^{3/2})/3.$$

Böylece, (3.39) karakteristik denkleminin kökleri bulunmuş olur ve altı kökü şu şekilde yazılır,

$$b_1 = \sqrt{b_{11}}, \quad b_2 = -b_1, \quad b_3 = \sqrt{b_{12}},$$
$$b_4 = -b_3, \quad b_5 = \sqrt{b_{13}}, \quad b_6 = -b_5. \tag{3.46}$$

(3.31),(3.32),(3.33) adi diferansiyel denklem takımının genel çözümü aşağıdaki gibi bulunur.

$$u_{1F} = iA_1 e^{b_1 s x_2} + iA_2 e^{b_2 s x_2} + iA_3 e^{b_3 s x_2} + iA_4 e^{b_4 s x_2} + iA_5 e^{b_5 s x_2} + iA_6 e^{b_6 s x_2},$$
$$u_{2F} = B_1 e^{b_1 s x_2} + B_2 e^{b_2 s x_2} + B_3 e^{b_3 s x_2} + B_4 e^{b_4 s x_2} + B_5 e^{b_5 s x_2} + B_6 e^{b_6 s x_2}, \tag{3.47}$$
$$\bar{\varphi}_F = iC_1 e^{b_1 s x_2} + iC_2 e^{b_2 s x_2} + iC_3 e^{b_3 s x_2} + iC_4 e^{b_4 s x_2} + iC_5 e^{b_5 s x_2} + iC_6 e^{b_6 s x_2}.$$

(3.47) genel çözümünü (3.31), (3.32),(3.33)'de tekrar yerine yazarak ve uygun matematiksel işlemleri yaparak , $B_k$ ve $C_k$'ları $B_k = Y_k \times A_k$ ve $C_k = Z_k \times A_k$ biçiminde buluruz. Burada $(k = 1,..,6)$ olmak üzere, $Y_k$ ve $Z_k$ gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$Y_k = \frac{-(b_k^2+\alpha_{11})(\bar{\varepsilon}_{33}-\bar{\varepsilon}_{11}b_k^2)+(b_k^2-(e_{33}/e_{15}))^2}{(b_k^2-(e_{33}/e_{15}))(1+(e_{31}/e_{15}))b_k-\alpha_{12}b_k(\bar{\varepsilon}_{33}-\bar{\varepsilon}_{11}b_k^2)},$$

$$Z_k = \frac{-b_k(1+e_{31}/e_{15})(b_k^2+\alpha_{11})+(\alpha_{12}b_k)(b_k^2-e_{33}/e_{15})}{(b_k^2-(e_{33}/e_{15}))(1+(e_{31}/e_{15}))b_k-\alpha_{12}b_k(\bar{\varepsilon}_{33}-\bar{\varepsilon}_{11}b_k^2)}. \tag{3.48}$$

Nihayetinde (3.31),(3.32),(3.33) denklemlerinin genel çözümü bu şekilde bulunur,

$$u_{1F} = iA_1e^{b_1sx_2}+iA_2e^{b_2sx_2}+iA_3e^{b_3sx_2}+iA_4e^{b_4sx_2}+iA_5e^{b_5sx_2}+iA_6e^{b_6sx_2},$$

$$u_{2F} = A_1Y_1e^{b_1sx_2}+A_2Y_2e^{b_2sx_2}+A_3Y_3e^{b_3sx_2}+A_4Y_4e^{b_4sx_2}+A_5Y_5e^{b_5sx_2}+A_6Y_6e^{b_6sx_2},$$

$$\bar{\varphi}_F = iA_1Z_1e^{b_1sx_2}+iA_2Z_2e^{b_2sx_2}+iA_3Z_3e^{b_3sx_2}+iA_4Z_4e^{b_4sx_2}+iA_5Z_5e^{b_5sx_2}+iA_6Z_6e^{b_6sx_2}. \tag{3.49}$$

(3.49) genel çözümü göz önüne alınarak, plaka malzemesinin $Ox_1$ yönünde polarizasyon durumu için verilen ilişki denklemlerinin Fourier dönüşümü ifadeleri (3.35) aşağıdaki gibi yeniden yazılır,

$$\sigma_{11F}/C_{44} = \sum_{k=1}^{6} sA_ke^{bsx_2}(\bar{C}_{33}+\bar{C}_{13}b_kY_k+e_{33}/e_{15}Z_k), \tag{3.50a}$$

$$\sigma_{22F}/C_{44} = \sum_{k=1}^{6} sA_ke^{b_ksx_2}(\bar{C}_{13}+\bar{C}_{11}b_kY_k+\frac{e_{31}}{e_{15}}Z_k), \tag{3.50b}$$

$$\sigma_{12F}/C_{44} = i\sum_{k=1}^{6} sA_ke^{b_ksx_2}\left(b_k-Y_k+b_kZ_k\right), \tag{3.50c}$$

$$D_{1F}/e_{15} = \sum_{k=1}^{6} A_kse^{bsx_2}(\frac{e_{33}}{e_{15}}+\frac{e_{31}}{e_{15}}b_kY_k-\bar{\varepsilon}_{33}Z_k), \tag{3.50d}$$

$$D_{2F}/e_{15} = i\sum_{k=1}^{6} sA_k e^{b_k s x_2}(b_k - Y_k - \bar{\varepsilon}_{11} b_k Z_k), \tag{3.50e}$$

$$\varphi_F = i(\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k e^{b_k s x_2}. \tag{3.50f}$$

Şunu belirtmek gerekir ki; kapalı devre durumu için yazılacak sınır ve uyum koşullarında ,(3.50)'de verilen elektriksel potansiyel değişimi ifadesi ($\varphi_F$) dikkate alınacaktır.

Böylelikle, $Ox_1$ doğrultusunda polarize edilmiş piezoelektrik plakanın hareketi ile ilgili ifadelerin Fourier dönüşümü kısmı tamamlandı. (3.50) ifadeleri, sınır ve uyum koşullarında gerekli yerlere yazılacaktır.

## 3.2 Akışkan Alan Denklemlerinin Çözümü

Bu bölümde, akışkan akımına ait denklemlerin çözümü yapılacaktır. İlk önce bu denklemlere 3.2'de verilen Fourier dönüşümleri uygulanacaktır. Daha sonra akışkana ait büyüklüklerin Fourier dönüşümleri, $\varphi_F^{(1)}$ ve $\psi_F^{(1)}$ fonksiyonlarının Fourier dönüşümleri ile ifade edilecektir. $\varphi_F^{(1)}$ ve $\psi_F^{(1)}$ potansiyellerini belirlemeden önce aşağıdaki işaretlemeler yapılır;

$$\varphi_F^{(1)} = \omega h^2 \tilde{\varphi}_F{}^{(1)}, \quad \psi_F^{(1)} = \omega h^2 \tilde{\psi}_F{}^{(1)} \tag{3.51}$$

(2.11) ve (3.51) ifadeleri kullanılarak, $\lambda^{(1)} = -2\mu^{(1)}/3$ ilişkisinden yararlanılarak ve bazı matematiksel işlemlerden sonra, $\tilde{\varphi}_F{}^{(1)}$ ve $\tilde{\psi}_F{}^{(1)}$ fonksiyonları için aşağıdaki denklemleri elde ediyoruz;

$$\begin{gathered}\frac{d^2\tilde{\varphi}_F{}^{(1)}}{dx_2^2} + \left(\frac{\Omega_1^2}{1 + i4\Omega_1^2/(3N_w^2)} - s^2\right)\tilde{\varphi}_F{}^{(1)} = 0, \\ \frac{d^2\tilde{\psi}_F^{(1)}}{dx_2^2}(s^2 + iN_w^2)\tilde{\psi}_F{}^{(1)} = 0\end{gathered} \tag{3.52}$$

burada $N_w$, boyutsuz bir Womersley sayısını ifade eder ve akışkan viskozitesinin söz konusu sistemin mekanik davranışı üzerindeki etkisini karakterize eder. Boyutsuz frekans $\Omega_1$ ise akışkanın sıkıştırılabilirliğinin, hidro-piezoelektrik sistemin mekanik davranışı üzerindeki etkisini karakterize eden bir parametre olarak tanımlanır. Bu anlatılan boyutsuz ifadelerin gösterimi aşağıdaki gibi verilir,

$$\Omega_1 = \frac{\omega h}{a_0}, \quad N_w^2 = \frac{\omega h^2}{\nu^{(1)}} \tag{3.53}$$

Bilinen adi diferansiyel denklem çözüm yöntemleri uygulanarak, (3.52) denklemlerinin çözümü aşağıdaki gibi gösterilir,

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi_F}^{(1)} &= A_7 e^{\delta_1 x2} + A_8 e^{-\delta_1 x_2}, \\ \tilde{\psi_F}^{(1)} &= A_9 e^{\gamma_1 x2} + A_{10} e^{-\gamma_1 x_2}, \end{aligned} \tag{3.54}$$

burada $A_7, A_8, A_9, A_{10}$ bilinmeyen sabitlerdir ve $\delta_1$ ile $\gamma_1$ aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$\delta_1 = \sqrt{s^2 - \frac{\Omega_1^2}{1 + i4\Omega_1^2/(3N_w^2)}}, \quad \gamma_1 = \sqrt{s^2 + iN_w^2} \tag{3.55}$$

Akışkana ait alan denklemlerin verildiği (2.6)-(2.10) ifadelerine Fourier dönüşümü uygulanırsa aşağıdaki denklemler elde edilir,

$$\begin{aligned} &\rho_0^{(1)} V_{1F} + \mu^{(1)} s^2 V_{1F} - \mu^{(1)} \frac{\mathrm{d}^2 V_{1F}}{\mathrm{d}x_2^2} - isp_F^{(1)} + (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})(is)\theta_F = 0, \\ &\rho_0^{(1)} V_{2F} + \mu^{(1)} s^2 V_{2F} - \mu^{(1)} \frac{\mathrm{d}^2 V_{2F}}{\mathrm{d}x_2^2} + \frac{\mathrm{d}p_F^{(1)}}{\mathrm{d}x_2} - (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)}) \frac{\mathrm{d}\theta_F}{\mathrm{d}x_2} = 0. \end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\rho_F^{(1)} - \rho_0^{(1)} isV_{1F} + \rho_0^{(1)} \frac{\mathrm{d}V_{2F}}{\mathrm{d}x_2} = 0. \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned} &T_{11F} = -p_F^{(1)} + \lambda^{(1)}\theta_F - 2\mu^{(1)} isV_{1F}, \quad T_{22F} = -p_F^{(1)} + \lambda^{(1)}\theta_F + 2\mu^{(1)} \frac{\mathrm{d}V_{2F}}{\mathrm{d}x_2}, \\ &T_{12F} = \mu^{(1)} \frac{\mathrm{d}V_{1F}}{\mathrm{d}x_2} + \mu^{(1)} V_{2F}, \quad T_{33F} = -p_F^{(1)} + \lambda^{(1)} V_{1F} + \lambda^{(1)} \frac{\mathrm{d}V_{2F}}{\mathrm{d}x_2}. \end{aligned} \tag{3.58}$$

$$e_{11F}=-isV_{1F},\ \ e_{22F}=\frac{\mathrm{d}V_{2F}}{\mathrm{d}x_2},$$
$$e_{12F}=\frac{1}{2}(\frac{\mathrm{d}V_{1F}}{\mathrm{d}x_2}-isV_{2F}),\ \ \theta_F=-isV_{1F}+\frac{\mathrm{d}V_{2F}}{\mathrm{d}x_2}. \tag{3.59}$$

Buraya kadar verilen denklemlerden yola çıkılarak ve bazı matematiksel işlemler uygulandıktan sonra akışkana ait denklemlerin Fourier dönüşümleri (3.60) denklemlerinde gösterildiği gibi bulunur.

$$V_{1F}=\omega h\left[-A_7se^{\delta_1x_2}-A_8se^{-\delta_1x_2}+A_9e^{\gamma_1x_2}+A_{10}e^{-\gamma_1x_2}\right], \tag{3.60a}$$

$$V_{2F}=\omega h\left[A_7\delta_1e^{\delta_1x_2}-A_8\delta_1e^{-\delta_1x_2}-A_9se^{\gamma_1x_2}-A_{10}se^{-\gamma_1x_2}\right], \tag{3.60b}$$

$$T_{22F}=\mu^{(1)}\omega[A_7(\frac{4}{3}\delta_1^2+\frac{2}{3}s^2-R_0)e^{\delta_1x_2}+A_8(\frac{4}{3}\delta_1^2+\frac{2}{3}s^2-R_0)e^{-\delta_1x_2}$$
$$+A_9(-s\gamma_1-\frac{2}{3}s\gamma_1)e^{\gamma_1x_2}+A_{10}(s\gamma_1+\frac{2}{3}s\gamma_1)e^{-\gamma_1x_2}], \tag{3.60c}$$

$$T_{21F}=-\mu\omega[2s\delta_1A_7e^{\delta_1x_2}-2s\delta_1A_8e^{-\delta_1x_2}+(s^2+\gamma_1^2)A_9e^{\gamma_1x_2}+(s^2+\gamma_1^2)A_{10}e^{-\gamma_1x_2}], \tag{3.60d}$$

$$p_F^{(1)}=\mu^{(1)}\omega R_0(A_7e^{\delta_1x_2}+A_8e^{-\delta_1x_2}). \tag{3.60e}$$

burada

$$R_0=-\frac{4}{3}\frac{\Omega_1^2}{1+i4\Omega_1^2/(3N_w^2)}-iN_w^2. \tag{3.61}$$

Böylece akışkan alan denklemlerinin çözümü kısmı tamamlanmıştır. Burada bulunan ifadeler uyum ve sızdırmazlık koşullarında uygun yerlerde kullanılacaktır.

## 3.3 Sınır, Uyum ve Sızdırmazlık Koşullarının Sağlanması

Şimdiye kadar ki gelinen noktada, piezoelektrik plaka hareketine ve akışkan akımına ait ifadeler bilinmeyen sabitler cinsinden bulundu. Bunlar; sınır, uyum ve sızdırmazlık koşulları ifadelerinde uygun yerlere yazılacak ve sisteme ait matematiksel denklemler bu bölümde elde edilecektir. Piezoelektrik plakanın polarizasyon doğrultusuna bağlı olarak iki çeşit ilişki denklem sistemi (2.4 ve 2.5) kullanılacaktır. Bu nedenle sistemin koşullarını ifade eden iki farklı cebirsel denklem takımı bulunacaktır. Bu bölümde akışkanın sıkıştırılabilir viskoz olduğu kabul edilir. Ayrıca, plakanın polarizasyon doğrultusuna göre akışkan denklemlerinin değişmediği belirtilmelidir.

### 3.3.1 Kalınlık Yönünde Polarizasyon Durumu

Plakanın polarizasyon doğrultusunun $Ox_2$ ekseni olduğu durumdaki plaka hareketi denklem sisteminin genel çözümü(3.24), gerilme ve elektriksel yer değiştirmeye ait ifadeleri (3.27) ve akışkan akımını tanımlayan (3.60) ifadeleri; sınır koşullarında (2.25),(2.17) ve uyum koşullarında (2.19) ve de sızdırmazlık koşullarında (2.23) yerine yazılırsa, tüm sistemin matematiksel ifadesi bilinmeyen sabitler cinsinden, aşağıdaki denklem 3.62'deki gibi elde edilir. Bu denklem takımı on bilinmeyenli on denklemden oluşmaktadır.

$$D_{2F}\mid_{x_2=0}=0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\left(se_{31}+b_k s e_{33}Y_k-\varepsilon_{33}C_{44}sb_kZ_k\right)A_k=0, \tag{3.62a}$$

$$\sigma_{21F}\mid_{x_2=0}=0 \Rightarrow i\sum_{k=1}^{6}(b_k s-sY_k-sZ_k)A_k=0, \tag{3.62b}$$

$$\sigma_{22F}\mid_{x_2=0}=-P_0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\left(sC_{13}+C_{33}b_k sY_k+\frac{e_{33}}{e_{15}}C_{44}b_k sZ_k\right)A_k=-P_0, \tag{3.62c}$$

$$\sigma_{21F}\mid_{x_2=-h}-T_{21F}\mid_{x_2=-h}=0 \Rightarrow i\sum_{k=1}^{6}(b_k s-sY_k-sZ_k)\,e^{-b_k sh}A_k+$$
$$\mu^{(1)}\omega[2s\delta_1A_7e^{-\delta_1 h}-2s\delta_1A_8e^{+\delta_1 h}+(s^2+\gamma_1^2)A_9e^{-\gamma_1 h}+(s^2+\gamma_1^2)A_{10}e^{+\gamma_1 h}]=0, \tag{3.62d}$$

$$\sigma_{22F}\mid_{x_2=-h} - T_{22F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{6}\left(sC_{13} + C_{33}b_k sY_k + \frac{e_{33}}{e_{15}}C_{44}b_k sZ_k\right)e^{-b_k sh}A_k -$$

$$\mu^{(1)}\omega[A_7(\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0)e^{-\delta_1 h} + A_8(\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0)e^{+\delta_1 h} + \tag{3.62e}$$

$$A_9(-s\gamma_1 - \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{-\gamma_1 h} + A_{10}(s\gamma_1 + \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{+\gamma_1 h}],$$

$$D_{2F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\left(se_{31} + b_k se_{33}Y_k - \varepsilon_{33}C_{44}sb_k Z_k\right)e^{-b_k sh}A_k = 0, \tag{3.62f}$$

$$\frac{\partial u_{1F}}{\partial t}\mid_{x_2=-h} - V_{1F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$-\omega\sum_{k=1}^{6}A_k e^{-b_k sh} - \omega h\left[-A_7 se^{-\delta_1 h} - A_8 se^{+\delta_1 h} + A_9 e^{-\gamma_1 h} + A_{10}e^{+\gamma_1 h}\right] = 0, \tag{3.62g}$$

$$\frac{\partial u_{2F}}{\partial t}\mid_{x_2=-h} - V_{2F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$i\omega\sum_{k=1}^{6}A_k Y_k e^{-b_k sh} - \omega h\left[A_7\delta_1 e^{-\delta_1 h} - -A_8\delta_1 e^{+\delta_1 h} - A_9 se^{-\gamma_1 h} - A_{10}se^{+\gamma_1 h}\right], \tag{3.62h}$$

$$V_{1F}\mid_{-h-h_d} = 0 \Rightarrow -A_7 se^{-\delta_1(h+h_d)} - A_8 se^{+\delta_1(h+h_d)} + A_9 e^{-\gamma_1(h+h_d)} + A_{10}e^{+\gamma_1(h+h_d)} = 0, \tag{3.62i}$$

$$V_{2F}\mid_{-h-h_d} = 0 \Rightarrow A_7\delta_1 e^{-\delta_1(h+h_d)} - A_8\delta_1 e^{+\delta_1(h+h_d)} - A_9 se^{-\gamma_1(h+h_d)} -$$

$$sA_{10}e^{+\gamma_1(h+h_d)} = 0. \tag{3.62j}$$

Böylece sistem hareketlerini tanımlayan on denklem, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$, $A_7$, $A_8$, $A_9$, $A_{10}$ on bilinmeyen ile ifade edilir. Sabitler (3.62) denklemlerinden belirlendikten sonra, bütün aranan değerlerin Fourier dönüşümleri bulunur. Ayrıca, (3.62) de verilen denklemlerin piezoelektrik plakanın açık devre durumu (2.25) için verildiğini belirtmek gerekir. Açık devre durumuna karşılık gelen ifadeler (3.62a) ve (3.62f) da görülmektedir. Eğer piezolektrik plaka kapalı devre durumunda olsaydı, (3.62a) ve (3.62f) yerine sırasıyla aşağıdaki ifadeler yazılması gerekirdi,

$$\begin{aligned} \varphi_F|_{x_2=0} = 0 \Rightarrow (\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k = 0, \\ \varphi_F|_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow (\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k e^{-sb_k h} = 0. \end{aligned} \tag{3.63}$$

Plakanın $Ox_2$ doğrultusunda polarizasyon durumu için, bilinmeyen sabitlerin belirlenmesi kısmı burada tamamlandı.

### 3.3.2 Uzunluk Yönünde Polarizasyon Durumu

Plakanın polarizasyon doğrultusunun $Ox_1$ ekseni olduğu durumdaki plaka hareketi denklem sisteminin genel çözümünü(3.47), gerilme ve elektriksel yer değiştirmeye ait ifadeleri (3.50) ve akışkan akımını tanımlayan (3.60) ifadelerini; sınır koşullarında (2.25),(2.17), uyum koşullarında (2.19) ve sızdırmazlık koşullarında (2.23) yerine yazarsak, tüm sistemin matematiksel ifadesini bilinmeyen sabitler cinsinden aşağıdaki gibi elde ederiz,

$$D_{2F}\ |_{x_2=0} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\big(se_{15}b_k + se_{15}Y_k - \varepsilon_{11}(C_{44}/e_{15})sb_kZ_k\big)A_k = 0, \tag{3.64a}$$

$$\sigma_{21F}\ |_{x_2=0} = 0 \Rightarrow i\sum_{k=1}^{6}(b_ks - sY_k + b_ksZ_k)A_k = 0, \tag{3.64b}$$

$$\sigma_{22F}\ |_{x_2=0} = -P_0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\left(sC_{13} + C_{11}b_ksY_k + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_ksZ_k\right)A_k = -P_0, \tag{3.64c}$$

$$\begin{aligned} &\sigma_{21F}\ |_{x_2=-h} - T_{21F}\ |_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow i\sum_{k=1}^{6}(b_ks - sY_k + b_ksZ_k)\,e^{-b_ksh}A_k + \\ &\mu^{(1)}\omega[2s\delta_1A_7e^{-\delta_1h} - 2s\delta_1A_8e^{+\delta_1h} + (s^2+\gamma_1^2)A_9e^{-\gamma_1h} + (s^2+\gamma_1^2)A_{10}e^{+\gamma_1h}] = 0, \end{aligned} \tag{3.64d}$$

$$\sigma_{22F}\mid_{x_2=-h} - T_{22F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{6}\left(sC_{13}+C_{11}b_k sY_k+\frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_k sZ_k\right)e^{-b_k sh}A_k -$$

$$\mu^{(1)}\omega[A_7(\frac{4}{3}\delta_1^2+\frac{2}{3}s^2-R_0)e^{-\delta_1 h}+A_8(\frac{4}{3}\delta_1^2+\frac{2}{3}s^2-R_0)e^{+\delta_1 h}+ \tag{3.64e}$$

$$A_9(-s\gamma_1-\frac{2}{3}s\gamma_1)e^{-\gamma_1 h}+A_{10}(s\gamma_1+\frac{2}{3}s\gamma_1)e^{+\gamma_1 h}],$$

$$D_{2F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{6}\left(se_{15}b_k+se_{15}Y_k-\varepsilon_{11}(C_{44}/e_{15})sb_kZ_k\right)e^{-b_k sh}A_k=0, \tag{3.64f}$$

$$\frac{\partial u_{1F}}{\partial t}\mid_{x_2=-h} - V_{1F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$-\omega\sum_{k=1}^{6}A_k e^{-b_k sh}-\omega h\left[-A_7 se^{-\delta_1 h}-A_8 se^{+\delta_1 h}+A_9 e^{-\gamma_1 h}+A_{10}e^{+\gamma_1 h}\right]=0, \tag{3.64g}$$

$$\frac{\partial u_{2F}}{\partial t}\mid_{x_2=-h} - V_{2F}\mid_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow$$

$$i\omega\sum_{k=1}^{6}A_k Y_k e^{-b_k sh}-\omega h\left[A_7\delta_1 e^{-\delta_1 h}--A_8\delta_1 e^{+\delta_1 h}-A_9 se^{-\gamma_1 h}-A_{10}se^{+\gamma_1 h}\right], \tag{3.64h}$$

$$V_{1F}\mid_{-h-h_d} = 0 \Rightarrow -A_7 se^{-\delta_1(h+h_d)}-A_8 se^{+\delta_1(h+h_d)}+A_9 e^{-\gamma_1(h+h_d)}+A_{10}e^{+\gamma_1(h+h_d)}=0, \tag{3.64i}$$

$$V_{2F}\mid_{-h-h_d} = 0 \Rightarrow A_7\delta_1 e^{-\delta_1(h+h_d)}-A_8\delta_1 e^{+\delta_1(h+h_d)}-A_9 se^{-\gamma_1(h+h_d)}-$$

$$A_{10}se^{+\gamma_1(h+h_d)}=0. \tag{3.64j}$$

Böylece sistem hareketlerini tanımlayan on denklem, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$, $A_7$, $A_8$, $A_9$, $A_{10}$ on bilinmeyen ile ifade edilir. Sabitler (3.64) denklemlerinden belirlendikten sonra, bütün aranan değerlerin Fourier dönüşümleri bulunur. Ayrıca, (3.64) de verilen denklemlerin piezoelektrik plakanın açık devre durumu (2.25) için verildiğini belirtmek gerekir. Açık devre durumuna karşılık gelen ifadeler (3.64a) ve (3.64f) da görülmektedir. Eğer piezolektrik plaka kapalı devre durumunda olsaydı, (3.64a) ve (3.64f) yerine sırasıyla aşağıdaki ifadeler yazılması gerekir,

$$\varphi_F|_{x_2=0} = 0 \Rightarrow i(\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k = 0,$$
$$\varphi_F|_{x_2=-h} = 0 \Rightarrow i(\frac{C_{44}}{e_{15}})\sum_{k=1}^{6} A_k Z_k e^{-sb_k h} = 0. \tag{3.65}$$

Plakanın $Ox_1$ doğrultusuda polarizasyon durumu için, bilinmeyen sabitlerin belirlenmesi kısmı böylece tamamlandı.

## 3.4 Ters Fourier Dönüşümlerinin Sayısal Hesaplama Algoritması

Bu bölümde, denklem (3.2)'de verilen integral ifadelerinin hesaplama algoritması üzerine bilgiler verilmiştir. Bahsedilen integral ifadeleri, genel olarak dalga numarası (wavenumber) integralleri olarak adlandırılmaktadırlar ve bu çalışmada bu tip integrallerin çözümüne uygun bir algoritma geliştirilmiştir. Eğer $\omega/s$ oranı hız olarak alınırsa, bu durumda (|| $a_{nm}$ || n;m=1,2,...,10 ile gösterilen) determinant, söz konusu sistemdeki $\omega/s$ hızıyla ilerleyen dalga yayılımı dispersiyon denkleminin sol tarafı ile çakışmaktadır.

Sözü geçen ($a_{nm}$) matrisi, plakanın kalınlık doğrultusunda polarizasyon durumunu tanımlayan (3.62) denklemleri ve plakanın uzunluk doğrultusunda polarizasyon durumunu tanımlayan (3.64) denklemlerinden kolayca elde edilmiştir. Her iki durum için de ($a_{nm}$) matrisinin genel görünümü aşağıdaki gibi verilmiştir, ancak matrisi oluşturan 'a' elemanları, polarizasyon doğrultusunun yönüne göre farklılık göstermektedir. Matriste görülen $A_k$'lar, sisteme ait Fourier ifadelerinde bulunan ve bulunmak istenen sabitleri temsil etmektedir. Matris eşitliğinin sağ tarafı ise, sistemdeki girişleri açıklamaktadır. Görüldüğü gibi siteme sadece $Ox_2$ yönünde ve $P_0$ büyüklüğünde bir kuvvet etki etmektedir. ($P_0$'ın $C_{44}$'e bölünmesi ise; 3.64c denkleminde, ifadeleri basitleştirmek amacıyla uygulanan matematiksel işlemden kaynaklanmaktadır.)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & \cdots & a_{46} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & a_{52} & \cdots & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} & a_{510} \\ a_{61} & a_{62} & \cdots & a_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{71} & a_{72} & \cdots & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} & a_{710} \\ a_{81} & a_{82} & \cdots & a_{86} & a_{87} & a_{88} & a_{89} & a_{810} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{97} & a_{98} & a_{99} & a_{910} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{107} & a_{108} & a_{109} & a_{1010} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \\ A_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P_0/C_{44} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.66}$$

Bilinmeyen sabitler $A_k(k = 1, 2, ..., 10)$ aşağıdaki gösterim ile bulunmaktadır,

$$A_k = \frac{det \parallel b_{nm}^k \parallel}{det \parallel a_{nm} \parallel}, \tag{3.67}$$

buradaki $b_{nm}^k$ matrisi, $a_{nm}$ matrisinden hesaplanmaktadır. Denklem (3.68)'in seçilmiş her $\omega$ için, s 'e göre belirli sayıda kökü bulunmaktadır.

$$det \parallel a_{nm} \parallel = 0 \tag{3.68}$$

Sistem bileşenlerinden en az birinin zamana bağımlı olduğu durumlarda, bu kökler karmaşık sayılar olarak bulunmaktadırlar. Diğer durumlarda ise kökler gerçek sayılardır ve bu durum denklem (3.2)'de gösterilen integrallerin, iyi bilinen klasik algoritmalar ile doğrudan hesaplanmasını oldukça zorlaştırmaktadır. Bu gibi durumlarda dalga sayısı integrallerinin hesabı için Sommerfeld kontör yöntemi kullanılmaktadır. Bu usül, Akbarov'un monografında [30] uygulanmıştır ve yine Akbarov'un inceleme makalesinde [31] bu teknik ile yapılan çalışmalar özetlenmiştir.

Böylece yukarıda verilen bilgiler ışığında, sistemdeki akışkanın sıkıştırılabilir viskoz akışkan olarak modellendiği durum için denklem (3.2) 'de ki integraller iyi bilinen Gauss integrasyon algoritması kullanılarak sayısal olarak hesaplanmıştır.
Uygulanan hesaplama prosedürü altında, $g(x_1, x_2, t) = \bar{g}(x_1, x_2, )e^{i\omega t}$ ilişkisi

kullanılmakta ve esas aranan değerler aşağıdaki ifadeler ile bulunmaktadır,

$$\{\sigma_{22},\sigma_{12},\sigma_{11},D_1,D_2,\varphi,u_1,u_2,T_{22},T_{12},T_{11},V_1,V_2\}=\frac{1}{2\pi}Re(e^{i\omega t})$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty}[\sigma_{22F},\sigma_{12F},\sigma_{11F},D_{1F},D_{2F},\varphi_F,u_{1F},u_{2F},T_{22F},T_{12F},T_{11F},V_{1F},V_{2F}]\,e^{isx_1}ds \tag{3.69}$$

Ayrıca, geliştirilen hesaplama yöntemi gereği denklem (3.2)'de ki belirsiz

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(s)cos(sx_1)ds$ ve $\int_{-\infty}^{+\infty} f(s)sin(sx_1)ds$ integralleri, sırasıyla belirli integraller

$\int_{-S_1^*}^{+S_1^*} f(s)cos(sx_1)ds$ ve $\int_{-S_1^*}^{+S_1^*} f(s)sin(sx_1)ds$ ile değiştirilmiştir.

$S_1^*$'in değeri ise sayısal sonuçların yakınsama gereksinimine göre belirlenmiştir. Bu integral ifadesi değişiminden sonra; $[-S_1^*,+S_1^*]$ integrasyon aralığı , N ile ifade edilen küçük aralıklara bölünmüştür. Daha sonra her $S_1^*/N$ aralığında, Gauss integrasyon algoritması kullanılarak, integral ifadelerinin sayısal değerleri hesaplanmıştır. $S_1^*$ ve N parametrelerine göre yakınsama grafiklerine sonuçlar bölümünde yer verilmiştir.
$0x_2$ ekseni yönündeki plaka polarizasyon durumu için, İntegral ifadelerinin belirlenen noktalardaki değerleri (3.24), (3.25), (3.27),(3.60) ve (3.62) denklemleri kullanılarak hesaplanmıştır. $0x_1$ ekseni yönündeki plaka polarizasyon durumu için ise, integral ifadelerinin belirlenen noktalardaki değerleri (3.47), (3.48), (3.50),(3.60) ve (3.64) denklemleri kullanılarak hesaplanmıştır.

### 3.4.1 Kalınlık Yönünde Polarizasyon Durumu İçin Matris Katsayıları

Burada piezoelektrik plakanın $Ox_2$ ekseni yönündeki polarizasyonu için, (3.66)'da verilen matrisi oluşturan, $a_{nm}$ elemanlarının ifadeleri, (3.62) denklemleri referans alınarak aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$n:1$ ve $m:1,..,6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.70 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{11}=\left(se_{31}+b_1se_{33}Y_1-\varepsilon_{33}C_{44}sb_1Z_1\right), \tag{3.70a}$$

$$a_{12}=\left(se_{31}+b_2se_{33}Y_2-\varepsilon_{33}C_{44}sb_2Z_2\right), \tag{3.70b}$$

$$a_{13} = \left(se_{31} + b_3 se_{33} Y_3 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_3 Z_3\right), \tag{3.70c}$$

$$a_{14} = \left(se_{31} + b_4 se_{33} Y_4 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_4 Z_4\right), \tag{3.70d}$$

$$a_{15} = \left(se_{31} + b_5 se_{33} Y_5 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_5 Z_5\right), \tag{3.70e}$$

$$a_{16} = \left(se_{31} + b_6 se_{33} Y_6 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_6 Z_6\right). \tag{3.70f}$$

$n : 2$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.71 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{gathered} a_{21} = i\left(b_1 s - sY_1 - sZ_1\right), a_{22} = i\left(b_2 s - sY_2 - sZ_2\right), \\ a_{23} = i\left(b_3 s - sY_3 - sZ_3\right), a_{24} = i\left(b_4 s - sY_4 - sZ_4\right), \\ a_{25} = i\left(b_5 s - sY_5 - sZ_5\right), a_{26} = i\left(b_6 s - sY_6 - sZ_6\right), \end{gathered} \tag{3.71}$$

$n : 3$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.72 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{31} = \left(sC_{13} + C_{33} b_1 s Y_1 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_1 s Z_1\right), \tag{3.72a}$$

$$a_{32} = \left(sC_{13} + C_{33} b_2 s Y_2 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_2 s Z_2\right), \tag{3.72b}$$

$$a_{33} = \left(sC_{13} + C_{33} b_3 s Y_3 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_3 s Z_3\right), \tag{3.72c}$$

$$a_{34} = \left(sC_{13} + C_{33} b_4 s Y_4 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_4 s Z_4\right), \tag{3.72d}$$

$$a_{35} = \left(sC_{13} + C_{33} b_5 s Y_5 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_5 s Z_5\right), \tag{3.72e}$$

$$a_{36} = \left( sC_{13} + C_{33} b_6 sY_6 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_6 sZ_6 \right). \tag{3.72f}$$

$n : 4$ ve $m : 1, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.73 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
&a_{41} = (b_1 s - sY_1 - sZ_1)\, e^{-b_1 sh}, a_{42} = (b_2 s - sY_2 - sZ_2)\, e^{-b_2 sh}, \\
&a_{43} = (b_3 s - sY_3 - sZ_3)\, e^{-b_3 sh}, a_{44} = \left(b_4 s - sY_4 - sZ_4\right) e^{-b_4 sh}, \\
&a_{45} = (b_5 s - sY_5 - sZ_5)\, e^{-b_5 sh}, a_{46} = (b_6 s - sY_6 - sZ_6)\, e^{-b_6 sh}, \\
&a_{47} = \mu^{(1)} \omega (2s\delta_1 e^{-\delta_1 h}), a_{48} = \mu^{(1)} \omega (-2s\delta_1 e^{+\delta_1 h}), \\
&a_{49} = \mu^{(1)} \omega ((s^2 + \gamma_1^2) e^{-\gamma_1 h}), a_{410} = \mu^{(1)} \omega ((s^2 + \gamma_1^2) e^{+\gamma_1 h}).
\end{aligned} \tag{3.73}$$

$n : 5$ ve $m : 1, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.74 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{51} = \left( sC_{13} + C_{33} b_1 sY_1 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_1 sZ_1 \right) e^{-b_1 sh}, \tag{3.74a}$$

$$a_{52} = \left( sC_{13} + C_{33} b_2 sY_2 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_2 sZ_2 \right) e^{-b_2 sh}, \tag{3.74b}$$

$$a_{53} = \left( sC_{13} + C_{33} b_3 sY_3 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_3 sZ_3 \right) e^{-b_3 sh}, \tag{3.74c}$$

$$a_{54} = \left( sC_{13} + C_{33} b_4 sY_4 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_4 sZ_4 \right) e^{-b_4 sh}, \tag{3.74d}$$

$$a_{55} = \left( sC_{13} + C_{33} b_5 sY_5 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_5 sZ_5 \right) e^{-b_5 sh}, \tag{3.74e}$$

$$a_{56} = \left( sC_{13} + C_{33} b_6 sY_6 + \frac{e_{33}}{e_{15}} C_{44} b_6 sZ_6 \right) e^{-b_6 sh}, \tag{3.74f}$$

$$a_{57} = \mu^{(1)}\omega(\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0)e^{-\delta_1 h}), \tag{3.74g}$$

$$a_{58} = \mu^{(1)}\omega(\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0)e^{+\delta_1 h}), \tag{3.74h}$$

$$a_{59} = \mu^{(1)}\omega(-s\gamma_1 - \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{-\gamma_1 h}), \tag{3.74i}$$

$$a_{510} = \mu^{(1)}\omega(s\gamma_1 + \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{+\gamma_1 h}), \tag{3.74j}$$

$n : 6$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.75 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
a_{61} &= \left(se_{31} + b_1 se_{33} Y_1 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_1 Z_1\right) e^{-b_1 sh}, \\
a_{62} &= \left(se_{31} + b_2 se_{33} Y_2 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_2 Z_2\right) e^{-b_2 sh}, \\
a_{63} &= \left(se_{31} + b_3 se_{33} Y_3 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_3 Z_3\right) e^{-b_3 sh}, \\
a_{64} &= \left(se_{31} + b_4 se_{33} Y_4 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_4 Z_4\right) e^{-b_4 sh}, \\
a_{65} &= \left(se_{31} + b_5 se_{33} Y_5 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_5 Z_5\right) e^{-b_5 sh}, \\
a_{66} &= \left(se_{31} + b_6 se_{33} Y_6 - \varepsilon_{33} C_{44} s b_6 Z_6\right) e^{-b_6 sh},
\end{aligned} \tag{3.75}$$

$n : 7$ ve $m : 1, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.76 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
&a_{71} = -\omega e^{-b_1 sh}, a_{72} = -\omega e^{-b_2 sh}, a_{73} = -\omega e^{-b_3 sh}, a_{74} = -\omega e^{-b_4 sh}, \\
&a_{75} = -\omega e^{-b_5 sh}, a_{76} = -\omega e^{-b_6 sh}, a_{77} = \omega hse^{-\delta_1 h}, a_{78} = \omega hse^{+\delta_1 h}, \\
&a_{79} = -\omega hse^{-\gamma_1 h}, a_{710} = -\omega hse^{+\gamma_1 h},
\end{aligned} \tag{3.76}$$

$n:8$ ve $m:1,..,10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.77 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{81} = i\omega Y_1 e^{-b_1 sh}, a_{82} = i\omega Y_2 e^{-b_2 sh}, a_{83} = i\omega Y_3 e^{-b_3 sh}, a_{84} = i\omega Y_4 e^{-b_4 sh},$$

$$a_{85} = i\omega Y_5 e^{-b_5 sh}, a_{86} = i\omega Y_6 e^{-b_6 sh}, a_{87} = \omega h\delta_1 s e^{-\delta_1 h}, a_{88} = -\omega h\delta_1 s e^{+\delta_1 h}, \quad (3.77)$$

$$a_{89} = -\omega hse^{-\gamma_1 h}, a_{810} = -\omega hse^{+\gamma_1 h},$$

$n:9$ ve $m:7,..,10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.78 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{gathered} a_{97} = -se^{-\delta_1(h+h_d)}, a_{98} = -se^{+\delta_1(h+h_d)}, \\ a_{99} = e^{-\gamma_1(h+h_d)}, a_{910} = e^{+\gamma_1(h+h_d)}, \end{gathered} \quad (3.78)$$

$n:10$ ve $m:7,..,10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.79 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{gathered} a_{107} = \delta_1 e^{-\delta_1(h+h_d)}, a_{108} = -\delta_1 e^{+\delta_1(h+h_d)}, \\ a_{109} = -se^{-\gamma_1(h+h_d)}, a_{1010} = -se^{+\gamma_1(h+h_d)}. \end{gathered} \quad (3.79)$$

### 3.4.2 Uzunluk Yönünde Polarizasyon Durumu İçin Matris Katsayıları

Burada piezoelektrik plakanın $Ox_1$ ekseni yönündeki polarizasyonu için, (3.66) denkleminde verilen matrisi oluşturan, $a_{nm}$ elemanlarının ifadeleri, (3.64) denklemleri referans alınarak aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$n:1$ ve $m:1,..,6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.80 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{11} = \left( se_{15}b_1 + se_{15}Y_1 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_1 Z_1 \right), \quad (3.80a)$$

$$a_{12} = \left( se_{15}b_2 + se_{15}Y_2 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_2Z_2 \right), \tag{3.80b}$$

$$a_{13} = \left( se_{15}b_3 + se_{15}Y_3 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_3Z_3 \right), \tag{3.80c}$$

$$a_{14} = \left( se_{15}b_4 + se_{15}Y_4 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_4Z_4 \right), \tag{3.80d}$$

$$a_{15} = \left( se_{15}b_5 + se_{15}Y_5 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_5Z_5 \right), \tag{3.80e}$$

$$a_{16} = \left( se_{15}b_6 + se_{15}Y_6 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_6Z_6 \right), \tag{3.80f}$$

$n : 2$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.81 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{gathered} a_{21} = i\left(b_1s - sY_1 + b_1sZ_1\right), a_{22} = i\left(b_2s - sY_2 + b_2sZ_2\right), \\ a_{23} = i\left(b_3s - sY_3 + b_3sZ_3\right), a_{24} = i\left(b_4s - sY_4 + b_4sZ_4\right), \\ a_{25} = i\left(b_5s - sY_5 + b_5sZ_5\right), a_{26} = i\left(b_6s - sY_6 + b_6sZ_6\right), \end{gathered} \tag{3.81}$$

$n : 3$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.82 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{31} = \left( sC_{13} + C_{11}b_1sY_1 + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_1sZ_1 \right), \tag{3.82a}$$

$$a_{32} = \left( sC_{13} + C_{11}b_2sY_2 + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_2sZ_2 \right), \tag{3.82b}$$

$$a_{33} = \left( sC_{13} + C_{11}b_3sY_3 + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_3sZ_3 \right), \tag{3.82c}$$

$$a_{34} = \left( sC_{13} + C_{11}b_4sY_4 + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_4sZ_4 \right), \tag{3.82d}$$

$$a_{35} = \left( sC_{13} + C_{11}b_5sY_5 + \frac{e_{31}}{e_{15}}C_{44}b_5sZ_5 \right), \tag{3.82e}$$

$$a_{36} = \left( sC_{13} + C_{11} b_6 s Y_6 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_6 s Z_6 \right), \tag{3.82f}$$

$n : 4$ ve $m : 1, .., 6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.83 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{gathered}
a_{41} = i\,(b_1 s - sY_1 + b_1 s Z_1)\, e^{-b_1 sh}, a_{42} = i\,(b_2 s - sY_2 + b_2 s Z_2)\, e^{-b_2 sh}, \\
a_{43} = i\,(b_3 s - sY_3 + b_3 s Z_3)\, e^{-b_3 sh}, a_{44} = i\left(b_4 s - sY_4 + b_4 s Z_4\right) e^{-b_4 sh}, \\
a_{45} = i\,(b_5 s - sY_5 + b_5 s Z_5)\, e^{-b_5 sh}, a_{46} = i\,(b_6 s - sY_6 + b_6 s Z_6)\, e^{-b_6 sh}, \\
a_{47} = \mu^{(1)} \omega (2s\delta_1 e^{-\delta_1 h}), a_{48} = \mu^{(1)} \omega (-2s\delta_1 e^{+\delta_1 h}), \\
a_{49} = \mu^{(1)} \omega ((s^2 + \gamma_1^2) e^{-\gamma_1 h}), a_{410} = \mu^{(1)} \omega ((s^2 + \gamma_1^2) e^{+\gamma_1 h}),
\end{gathered} \tag{3.83}$$

$n : 5$ ve $m : 1, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.84 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{51} = \left( sC_{13} + C_{11} b_1 s Y_1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_1 s Z_1 \right) e^{-b_1 sh}, \tag{3.84a}$$

$$a_{52} = \left( sC_{13} + C_{11} b_2 s Y_2 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_2 s Z_2 \right) e^{-b_2 sh}, \tag{3.84b}$$

$$a_{53} = \left( sC_{13} + C_{11} b_3 s Y_3 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_3 s Z_3 \right) e^{-b_3 sh}, \tag{3.84c}$$

$$a_{54} = \left( sC_{13} + C_{11} b_4 s Y_4 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_4 s Z_4 \right) e^{-b_4 sh}, \tag{3.84d}$$

$$a_{55} = \left( sC_{13} + C_{11} b_5 s Y_5 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_5 s Z_5 \right) e^{-b_5 sh}, \tag{3.84e}$$

$$a_{56} = \left( sC_{13} + C_{11} b_6 s Y_6 + \frac{e_{31}}{e_{15}} C_{44} b_6 s Z_6 \right) e^{-b_6 sh}, \tag{3.84f}$$

$$a_{57} = \mu^{(1)} \omega (\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0) e^{-\delta_1 h}), \tag{3.84g}$$

$$a_{58} = \mu^{(1)}\omega(\frac{4}{3}\delta_1^2 + \frac{2}{3}s^2 - R_0)e^{+\delta_1 h}), \tag{3.84h}$$

$$a_{59} = \mu^{(1)}\omega(-s\gamma_1 - \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{-\gamma_1 h}), \tag{3.84i}$$

$$a_{510} = \mu^{(1)}\omega(s\gamma_1 + \frac{2}{3}s\gamma_1)e^{+\gamma_1 h}). \tag{3.84j}$$

$n:6$ ve $m:1,..,6$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.85 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
a_{61} &= \left(se_{15}b_1 + se_{15}Y_1 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_1Z_1\right)e^{-b_1sh}, \\
a_{62} &= \left(se_{15}b_2 + se_{15}Y_2 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_2Z_2\right)e^{-b_2sh}, \\
a_{63} &= \left(se_{15}b_3 + se_{15}Y_3 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_1Z_3\right)e^{-b_3sh}, \\
a_{64} &= \left(se_{15}b_4 + se_{15}Y_4 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_1Z_4\right)e^{-b_4sh}, \\
a_{65} &= \left(se_{15}b_5 + se_{15}Y_5 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_5Z_5\right)e^{-b_5sh}, \\
a_{66} &= \left(se_{15}b_6 + se_{15}Y_6 - \varepsilon_{11}\frac{C_{44}}{e_{15}}sb_6Z_6\right)e^{-b_6sh},
\end{aligned} \tag{3.85}$$

$n:7$ ve $m:1,..,10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.86 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$a_{71} = -\omega e^{-b_1sh}, a_{72} = -\omega e^{-b_2sh}, \tag{3.86a}$$

$$a_{73} = -\omega e^{-b_3sh}, a_{74} = -\omega e^{-b_4sh}, \tag{3.86b}$$

$$a_{75} = -\omega e^{-b_5sh}, a_{76} = -\omega e^{-b_6sh}, \tag{3.86c}$$

$$a_{77} = \omega hse^{-\delta_1 h}, a_{78} = \omega hse^{+\delta_1 h}, \tag{3.86d}$$

$$a_{79} = -\omega he^{-\gamma_1 h}, a_{710} = -\omega he^{+\gamma_1 h}. \tag{3.86e}$$

$n : 8$ ve $m : 1, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.87 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
&a_{81} = i\omega Y_1 e^{-b_1 sh}, a_{82} = i\omega Y_2 e^{-b_2 sh},\\
&a_{83} = i\omega Y_3 e^{-b_3 sh}, a_{84} = i\omega Y_4 e^{-b_4 sh},\\
&a_{85} = i\omega Y_5 e^{-b_5 sh}, a_{86} = i\omega Y_6 e^{-b_6 sh},\\
&a_{87} = -\omega h\delta_1 e^{-\delta_1 h}, a_{88} = -\omega h\delta_1 e^{+\delta_1 h},\\
&a_{89} = \omega hse^{-\gamma_1 h}, a_{810} = \omega hse^{+\gamma_1 h},
\end{aligned} \tag{3.87}$$

$n : 9$ ve $m : 7, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.88 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
&a_{97} = -se^{-\delta_1 (h+h_d)}, a_{98} = -se^{+\delta_1 (h+h_d)},\\
&a_{99} = e^{-\gamma_1 (h+h_d)}, a_{910} = e^{+\gamma_1 (h+h_d)},
\end{aligned} \tag{3.88}$$

$n : 10$ ve $m : 7, .., 10$ alındığında, buna karşılık gelen matris elemanlarının açık ifadeleri, 3.89 denklemleri ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
&a_{107} = \delta_1 e^{-\delta_1 (h+h_d)}, a_{108} = -\delta_1 e^{+\delta_1 (h+h_d)},\\
&a_{109} = -se^{-\gamma_1 (h+h_d)}, a_{1010} = -se^{+\gamma_1 (h+h_d)}.
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Buraya kadar verilen tüm matematiksel ifadeler, piezoelektrik levhanın, kalınlık ($Ox_2$) ekseni ve uzunluk ekseni ($Ox_1$) doğrultusunda polarizasyon durumlarını tanımlamaktadır. Ayrıca, piezoelektrik plakanın elektriksel açık veya kapalı devre olması durumuna göre değişen farklı matematiksel formüller ortaya konulmuştur. Anlatılan tüm bu adımlar ve işlemler MATLAB'de oluşturulan yazılım programı ile gerçekleştirilmiştir. Diğer yandan, akışkanın viskoz olmayan akışkan olarak modellendiği durum için, aranan büyüklüklere ait integral ifadelerinin Sommerfeld kontör yöntemi ile elde edildiği belirtilmelidir.

# 4
# HİDRO-PİEZOELEKTRİK SİSTEMİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİNİN SAYISAL SONUÇLARININ ANALİZİ

Bu bölümde piezoelektrik plaka, sıkıştırılabilir akışkan ve rijit duvardan oluşan hidro-piezoelektrik sistemin farklı durumlar altında, elde edilen gerilme, hız ve elektriksel potansiyel değişimi sonuçları incelenmiştir. İlk olarak seçilen piezoelektrik malzemelerin özellikleri verilmiş, daha sonra geliştirilen algoritmanın sayısal yakınsama sonuçları gösterilmiştir. İlerleyen kısımlarda ise plakanın piezoelektrikliğinin, arayüz düzlemindeki gerilmeye ve hıza etkisi grafikler ile incelenmiş ve son olarak sistemin elektriksel potansiyel değişiminin frekans cevap grafikleri verilmiştir. Bu alt bölümlerde, piezoelektrik plaka ve akışkan için farklı kabuller yapılarak sistem ayrıntılı olarak analiz edilmiştir.
Akışkan için;
I. Sıkıştırılabilir viskoz akışkan,
II. Sıkıştırılabilir viskoz olmayan akışkan olarak iki ayrı model incelenmiştir.
Piezoelektrik plaka için ise:
I. Piezeolektrik plaka açık devre durumunda ve $Ox_2$ doğrultusunda polarize edilmiş,
II. Piezeolektrik plaka kapalı devre durumunda ve $Ox_2$ doğrultusunda polarize edilmiş olarak iki farklı model analiz edilmiştir.

Problemin matematiksel formülasyon kısmında ve problemin çözüm yöntemi kısmında bahsedilen, $Ox_1$ doğrultusunda polarize edilmiş piezoelektrik plaka modeline ait sonuçlar tezin boyutu açısından burada verilememiştir. Ancak önceki bölümlerde verilen bilgiler ışığında bu modele ait sayısal sonuçların kolaylıkla elde edilebileceği düşünülmektedir.

## 4.1 Malzeme Seçimi

Plaka malzemesi, Tablo 4.1'de özellikleri verilen piezoelektrik malzemelerden seçilmiş ve sayısal analizler burada verilen değerlere göre yapılmıştır. Akışkan olarak ise Gliserin seçilmiş olup, viskozite katsayısı $\mu^{(1)} = 1.393 kg/(ms)$, yoğunluğu $\rho_0^{(1)} =$

$1260 kg/m^3$ ve ses hızı $a_0 = 1927 m/s$ olarak alınmıştır.

**Tablo 4.1** Seçilen piezoelektrik malzemelere ait özellikler

| Malzeme Özellikleri \ Malzemeler | **PZT-2** | **PZT-4** | **PZT-5H** | **PZT-6B** |
|---|---|---|---|---|
| $\rho(kg/m^3)$ | 7600 | 7500 | 7500 | 7550 |
| $C_{11} x 10^{-10} (N/m^2)$ | 13.5 | 13.2 | 12.6 | 16.8 |
| $C_{13} x 10^{-10} (N/m^2)$ | 6.81 | 7.30 | 8.39 | 8.42 |
| $C_{33} x 10^{-10} (N/m^2)$ | 11.3 | 11.5 | 11.7 | 16.3 |
| $C_{44} x 10^{-10} (N/m^2)$ | 2.22 | 2.60 | 2.30 | 3.55 |
| $e_{31}(C/m^2)$ | -1.9 | -5.2 | -6.5 | -0.90 |
| $e_{33}(C/m^2)$ | 9.0 | 15.1 | 23.3 | 7.10 |
| $e_{15}(C/m^2)$ | 9.8 | 12.7 | 17.0 | 4.60 |
| $\varepsilon_{11} x 10^{-8} (F/m)$ | 8.7615 | 0.646 | 1.505 | 3.60 |
| $\varepsilon_{33} x 10^{-8} (F/m)$ | 3.9825 | 0.562 | 1.302 | 3.42 |

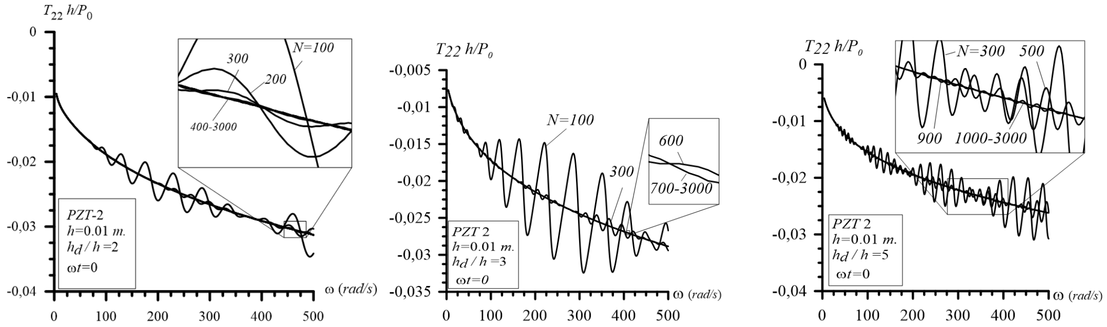
Bu tezde verilen tüm sayısal sonuçlar Tablo 4.1'de gösterilen malzemeler için verilmiştir. Bu sonuçlar, piezoelektrik plaka ve akışkan arasındaki arayüz düzlemi gerilmesi, arayüz düzlemi hızı ve plakanın yüzeyindeki elektriksel potansiyeli ifadesi için elde edilmiştir. Sayısal analiz sonuçları kısmında asıl dikkat edilen gereken nokta, elektrik ve mekanik alanlar arasındaki birleşme etkisinin, incelenen parametrelerin frekans cevabı üzerindeki etkisi olmuştur. Aynı zamanda piezoelektrik plaka malzemesi tipinin, plakanın kalınlığının ($h$) ve akışkan derinliğinin plaka kalınlığına oranının ($h_d/h$), bu frekans cevapları üzerindeki etkisi incelenmiştir.

## 4.2 Geliştirilen Algoritmanın Sayısal Yakınsama Sonuçları

Geliştirilen algoritma ile elde edilen sayısal sonuçların yakınsaması, $N$ ve $[-S_1^*, +S_1^*]$ parametrelerine göre test edilmiştir. $S_1^*$, integrasyon alanının büyüklüğünü simgelerken, ikinci parametre $N$ ise bu alanın kaç tane alt bölgeye bölüneceğini göstermektedir. Yakınsamayı göstermesi amacıyla farklı PZT malzemeler için plaka-akışkan arayüz düzlemindeki gerilme ve hız grafiklerinin frekans cevapları aşağıda verilmiştir.

Grafikleri incelediğimizde plaka kalınlığının (h) ve akışkan derinliğinin-plaka kalınlığına oranının ($h_d/h$), gerilme ve hızın yakınsama grafikleri üzerindeki etkisinin araştırıldığı görülecektir.

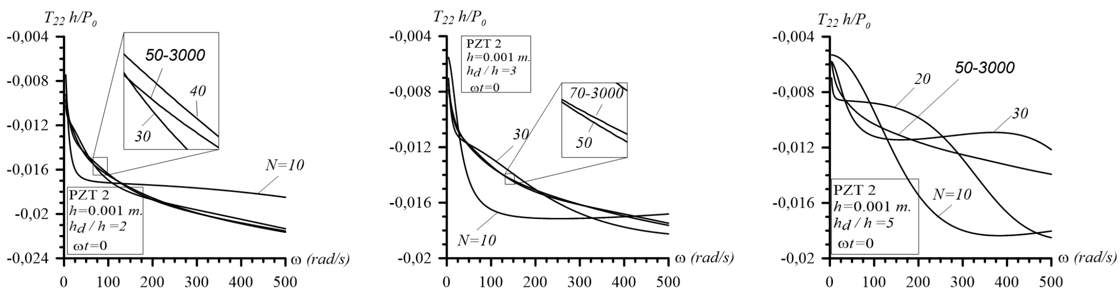
Yakınsamayı göstermek için PZT-2 malzemesinin seçildiği ve plaka kalınlığının h=0.01 m alındığı durumu inceleyelim. N sayısına göre verilen yakınsama sonuçlarında $S_1^* = 5$ olarak alınmıştır. Şekil 4.1'de $h_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, plaka ve akışkan ara düzlemine etki eden boyutsuz normal stresin $T_{22}h/P_0$ frekans cevabı grafikleri verilir.




(a) (b) (c)

**Şekil 4.1** PZT2, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

Şekil 4.2'de ise PZT-2 malzemesinin ve plaka kalınlığının h=0.001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, plaka ve akışkan ara düzlemine etki eden boyutsuz normal stresin $T_{22}h/P_0$ frekans cevabı grafikleri verildi.

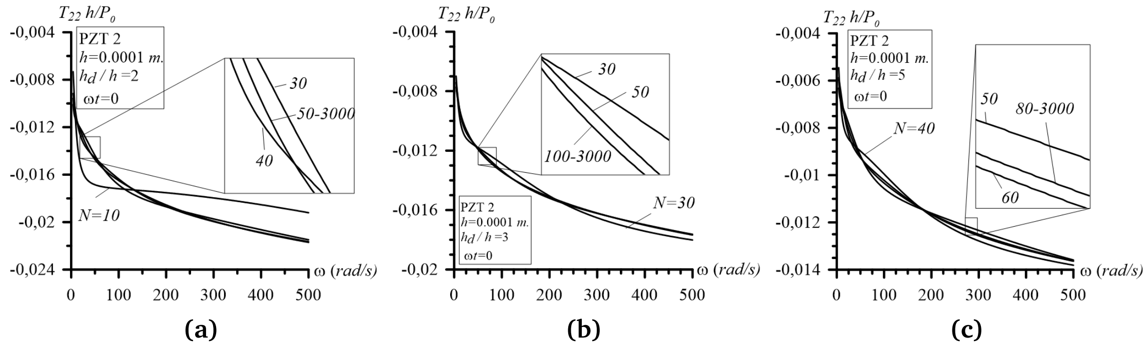



(a) (b) (c)

**Şekil 4.2** PZT2, $h = 0.001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

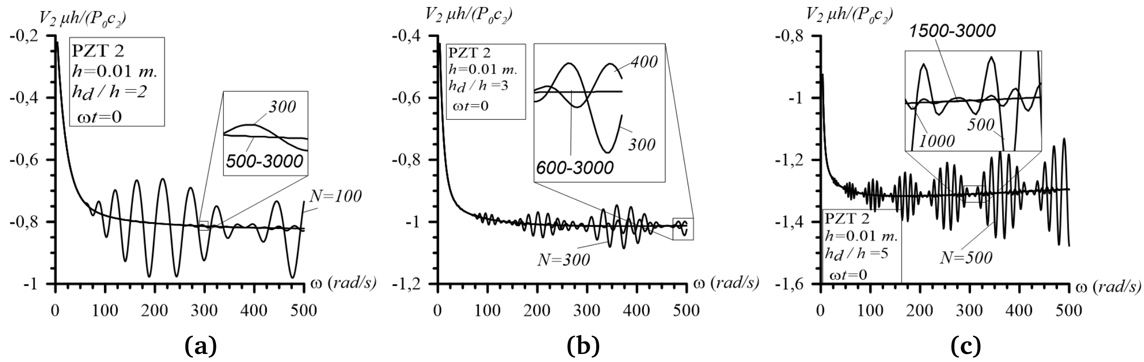
Şekil 4.3'de ise PZT-2 malzemesinin ve plaka kalınlığının h=0.0001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, plaka ve akışkan ara düzlemine etki eden boyutsuz normal stresin $T_{22}/P_0$ frekans cevabı grafikleri verildi.

Bu yakınsama grafiklerinde, eğer bir N değerinin sayısal sonucu, kendinden sonraki N değerinin sayısal sonucu ile $10^{-5}$ hassasiyetinde çakışıyorsa, bu değer $N^*$ ile gösterilir. Bu $N^*$ değeri, her durum için farklı olabilmekte ve $h_d/h$ oranına göre değişmektedir. Örneğin Şekil 4.1a grafiğinde $N^* = 400$ olduğu tespit edilir, ancak 4.1c grafiğinde $N^* = 1000$ olarak bulunur. Ayrıca, ilerleyen kısımlarda sayısal sonuçların N'e göre yakınsamasının, seçilen PZT tipine, plaka kalınlığı h değerine ve akışkanın viskozitesine de bağlı olduğu gösterilecektir.




**Şekil 4.3** PZT2, $h = 0.0001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

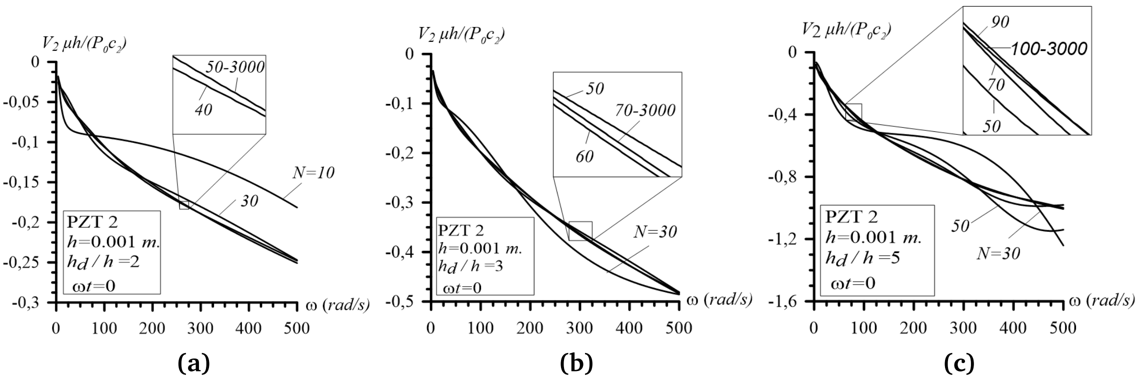
Plaka ve akışkan ara düzlemindeki $V_2\mu h/P_0c_2$ hız grafiklerinin, N değerine göre yakınsama sonuçlarına bakarsak, yine $N^*$'in, seçilen duruma göre değiştiği görürürüz. Şekil 4.4'de plaka malzemesinin PZT-2 ve plaka kalınlığının h=0.01 m olduğu durumda arayüz düzlemindeki boyutsuz hızın frekans cevabı grafikleri verilir. Buradan görüldüğü gibi, $h_d/h = 2$ için $N^* = 500$, $h_d/h = 3$ için $N^* = 600$ ve $h_d/h = 5$ için $N^* = 1000$ olarak tespit edilir.



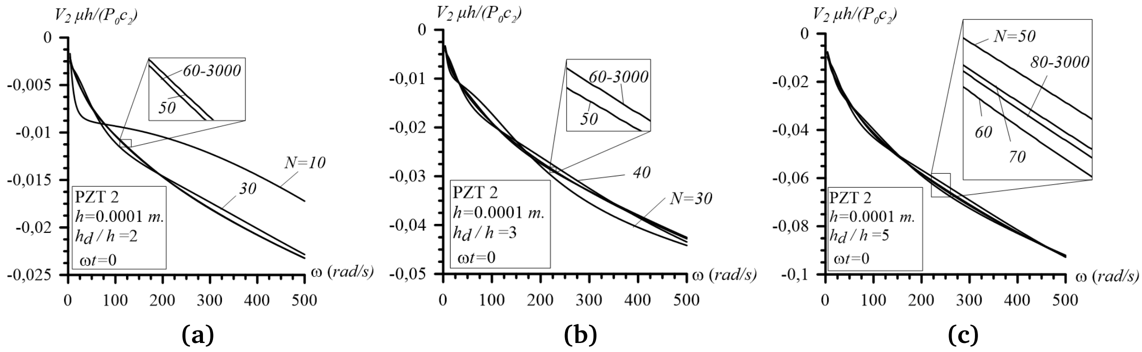

**Şekil 4.4** PZT2 malzemesi seçildiği ve plaka kalınlığı $h = 0.01m$ olduğu durumda a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

Şekil 4.5'de ise PZT-2, h=0.001 m ve $h_d/h = 2,3,5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için, plaka ve akışkan ara düzlemindeki boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ hızının frekans cevabı grafikleri verilir. Burada da; $h_d/h = 2$ için $N^* = 50$, $h_d/h = 3$ için $N^* = 70$ ve $h_d/h = 5$ için $N^* = 100$ olarak tespit edilir.

Şekil 4.6'da PZT-2, h=0.0001 m ve $h_d/h = 2,3,5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için , plaka ve akışkan ara düzlemindeki boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ hızının frekans cevabı grafikleri verilmiştir. Burada $h_d/h = 2$ ve $h_d/h = 3$ için $N^* = 60$ , $h_d/h = 5$ için $N^* = 80$ olarak tespit edilmiştir.




**Şekil 4.5** PZT2 malzemesi seçildiği ve plaka kalınlığı $h = 0.001m$ olduğu durumda a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri



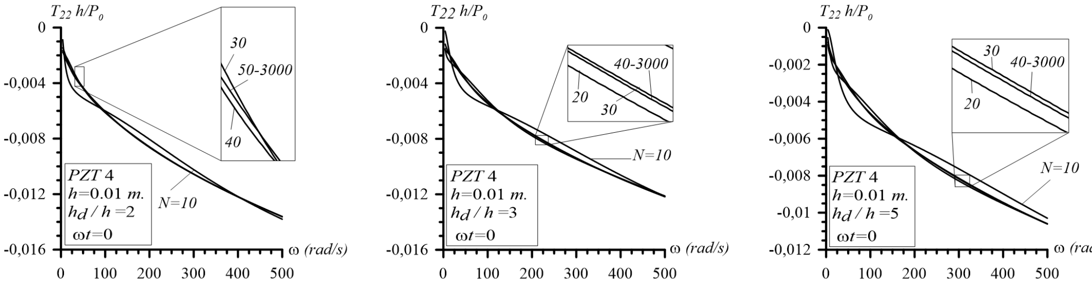

**Şekil 4.6** PZT2 malzemesi seçildiği ve plaka kalınlığı $h = 0.0001m$ olduğu durumda a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

PZT malzeme seçiminin N'e göre yakınsama grafiklerini nasıl etkilediğini incelemek amacıyla, PZT-4 ve PZT-6B malzemeleri için yapılan analizler aşağıda verilmiştir. Burada, N'e göre verilen yakınsama sonuçlarında yine $S_1^* = 5.0$ olarak alındığını hatırlatmak gerekir.

PZT-4 malzemesinin seçildiği, plaka kalınlığının h=0.1 m alındığı ve $h_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, plaka ve akışkan ara düzlemine etki eden boyutsuz normal stresin $T_{22}h/P_0$, frekans cevabı grafikleri Şekil 4.7'de verilmiştir. Burada $h_d/h = 2$ için $N^* = 50$, $h_d/h = 3$ için $N^* = 40$ ve $h_d/h = 5$ için $N^* = 40$ olarak tespit edilmiştir.

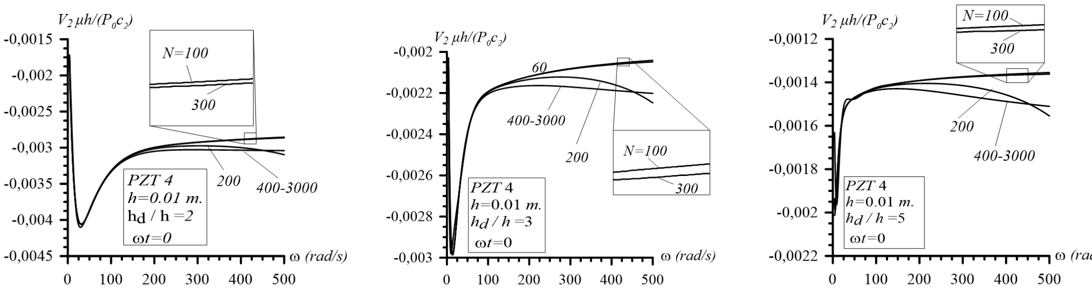
PZT-4 malzemesine ait plaka ve akışkan ara düzlemindeki boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ hızının N'e göre yakınsama grafikleri Şekil 4.8'de verilmiştir. Bu grafiklerde h=0.01 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ durumları gösterilir ve $h_d/h = 2, 3, 5$ için $N^* = 400$ olarak bulunmuştur.

PZT-6B malzemesinin seçildiği ve plaka kalınlığının h=0.01m alındığı durum Şekil 4.9'da gösterilmiştir. Bahsedilen şekilde, $h_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli




(a) (b) (c)

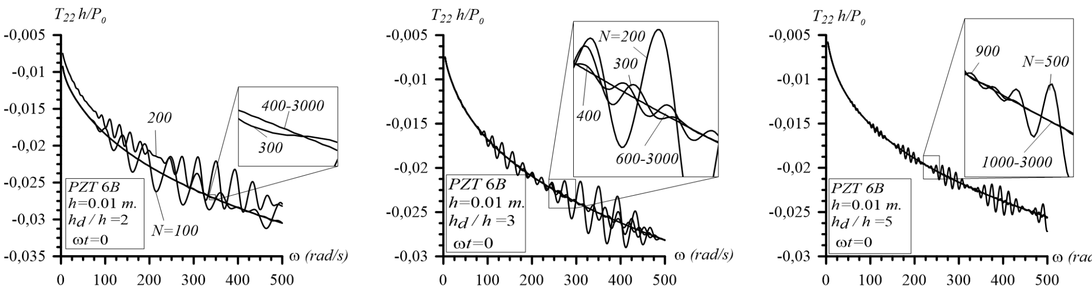
**Şekil 4.7** PZT4, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri




(a) (b) (c)

**Şekil 4.8** PZT4, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

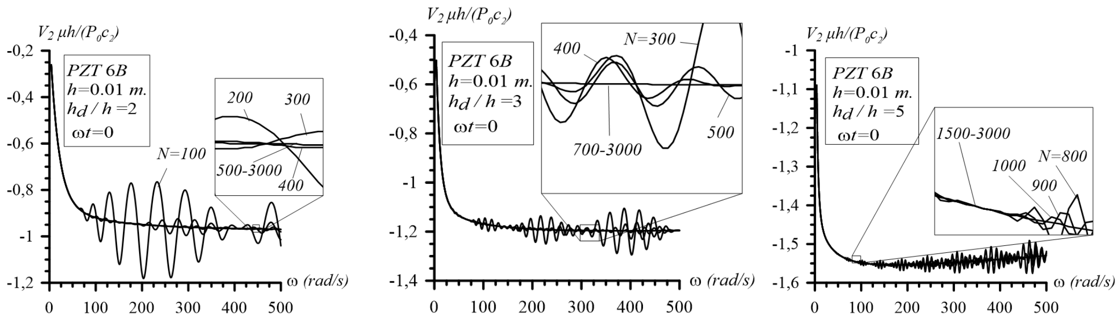
değerleri için $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, plaka ve akışkan ara düzlemine etki eden boyutsuz normal stresin $T_{22}h/P_0$, frekans cevabı grafikleri verilmiştir. Bu kabuller altında, $h_d/h = 2$ için $N^* = 400$, $h_d/h = 3$ için $N^* = 600$ ve $h_d/h = 5$ için $N^* = 1000$ olarak bulunur. Ayrıca PZT-6B'ye ait, N değerine göre verilen yakınsama sonuçlarında yine $S_1^* = 5.0$ olduğu bilinmelidir.




(a) (b) (c)

**Şekil 4.9** PZT6B, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

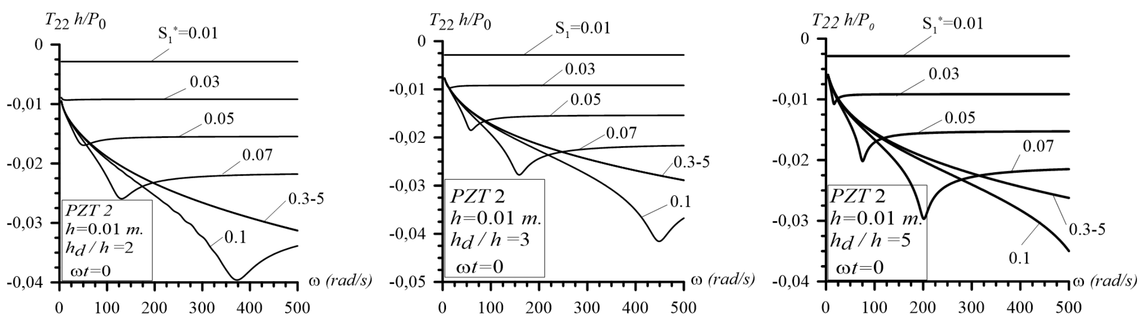
Şekil 4.10'da ise PZT-6B, h=0.01 m ve $hd_d/h = 2, 3, 5$ olduğu durumlarda N'in çeşitli değerleri için, plaka ve akışkan ara düzlemideki boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ hızının, frekans cevabı grafikleri verilmiştir. Burada $h_d/h = 2$ için $N^* = 500$, $h_d/h = 3$ için $N^* = 700$ ve $h_d/h = 5$ için $N^* = 1500$ olarak bulunmuştur.




**Şekil 4.10** PZT6B, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için N'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

Buraya kadar verilen sayısal sonuç yakınsama grafiklerinin N'e göre çizdirildiği görülmektedir. Uygulanan algoritmada sayısal yakınsamayı test edebileceğimiz diğer parametrenin $S_1^*$ olduğunu tekrar belirterek, yukarıda verilen sayısal sonuçların bu defa $S_1^*$'e göre yakınsama grafikleri aşağıdaki gibi verilmektedir.

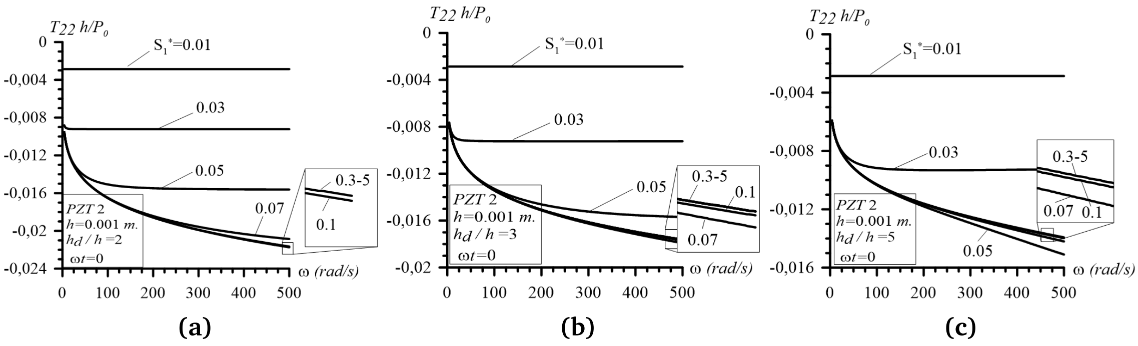
Plaka malzemesi olarak PZT-2 seçildiği, plaka kalınlığının $h = 0.01m$ alındığı ve $h_d/h$ oranının sırasıyla 2,3,5 olarak kabul edildiği durumlar için, plaka- akışkan arayüz düzleminin $x_1/h = 0$ noktasındaki normal $T_{22}h/P_0$ gerilmesinin frekans cevabının $S_1^*$'e göre yakınsama grafikleri 4.11'de verildi. Bu grafiklerde N=2000 olarak alınmıştır. Şekil 4.1 grafiği ile karşılaştırıldığında N'in ilgili değeri ile sayısal sonuçların uyuştuğu görülmektedir.




**Şekil 4.11** PZT2, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

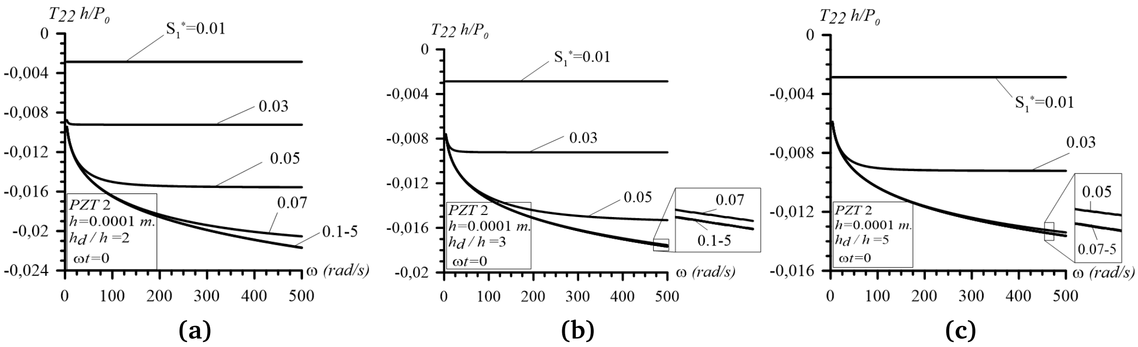
Şekil 4.11'de piezoelektrik malzeme olarak PZT-2 seçilip, plaka kalınlığı ise h=0.01 m alınır. Sırasıyla grafikler $h_d/h = 2, 3, 5$ oranları için elde edilir. $S_1^* = 0.3$

olduğunda arayüz düzlemindeki gerilme grafiğinin tüm $h_d/h$ oranları için nihai değerine oturduğu görülmektedir.




**Şekil 4.12** PZT2, $h = 0.001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

Şekil 4.12'de plaka malzemesi PZT-2 , plaka kalınlığı h=0.001 m ve sırasıyla $h_d/h = 2, 3, 5$ alınır. $S_1^* = 0.3$ olduğunda arayüz düzlemindeki gerilme grafiğinin tüm $h_d/h$ oranları için son değerine oturduğu görülmektedir.

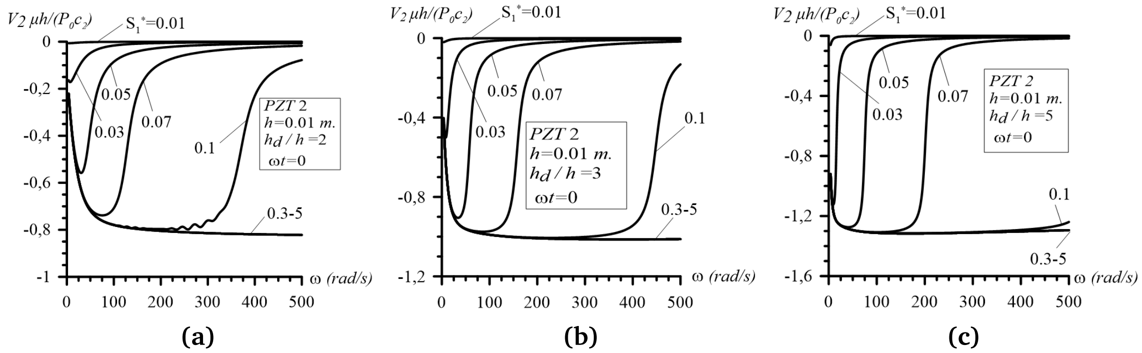



**Şekil 4.13** PZT2, $h = 0.0001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

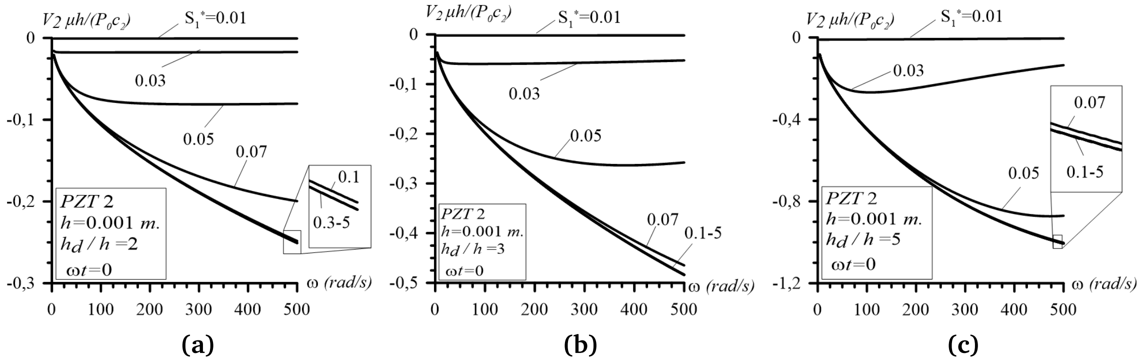
Şekil 4.13'de ise piezoelektrik malzeme olarak PZT-2 seçilir ve plaka kalınlığı h=0.0001 m alınır. Sırasıyla grafikler $h_d/h = 2, 3, 5$ için elde edilmiştir. $S_1^* = 0.1$ olduğunda $h_d/h = 2, 3$ oranları için, $S_1^* = 0.07$ olduğunda $h_d/h = 5$ oranı için arayüz düzlemindeki gerilme grafiğinin nihai değerine oturduğu görülmektedir.

Arayüz düzlemindeki $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının $S_1^*$ 'e göre yakınsama grafiklerine bakacak olursak, PZT-2 malzemesi seçildiğinde ve h=0.01 m /0.001 m/0.0001 m için sonuçlar sırasıyla Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve Şekil 4.16'da gösterilmektedir.

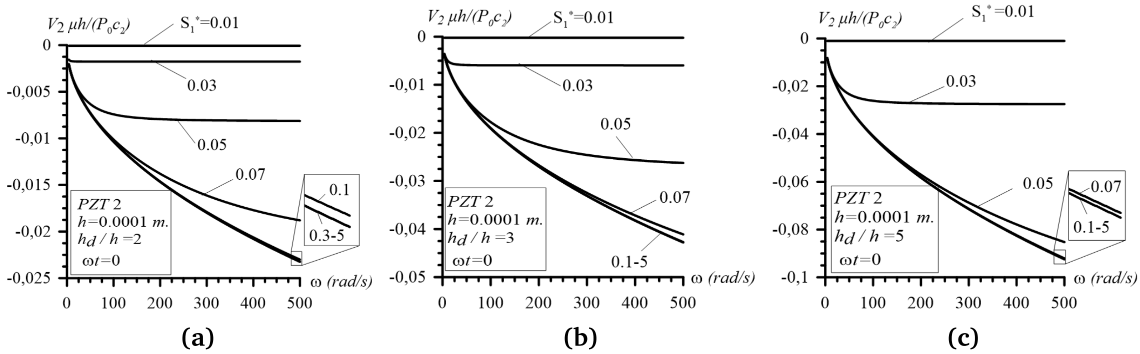
Farklı piezoelektrik malzemeler seçildiğinde, yakınsama grafiklerinde $S_1^*$ 'in hangi değerlerde sayısal sonuçlara yakınsayacağını göstermek amacıyla PZT-4 ve PZT-6B malzemeleri için $S_1^*$ 'e göre yakınsama grafikleri aşağıda incelenmiştir.




**Şekil 4.14** PZT2, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^{*}$'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

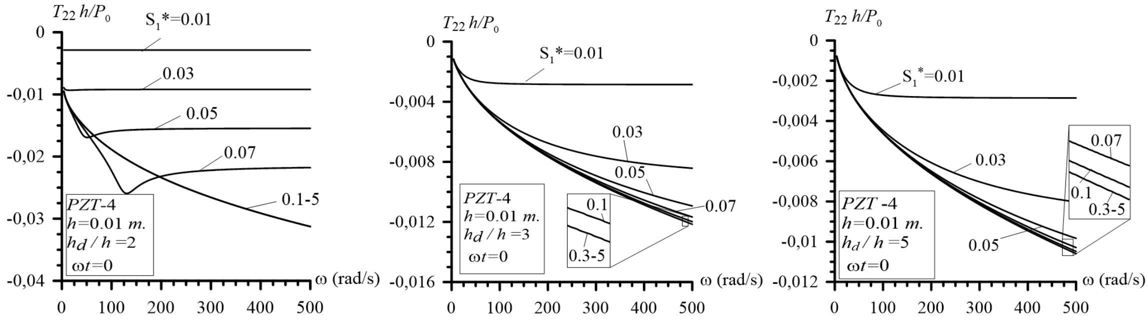



**Şekil 4.15** PZT2, $h = 0.001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^{*}$'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri



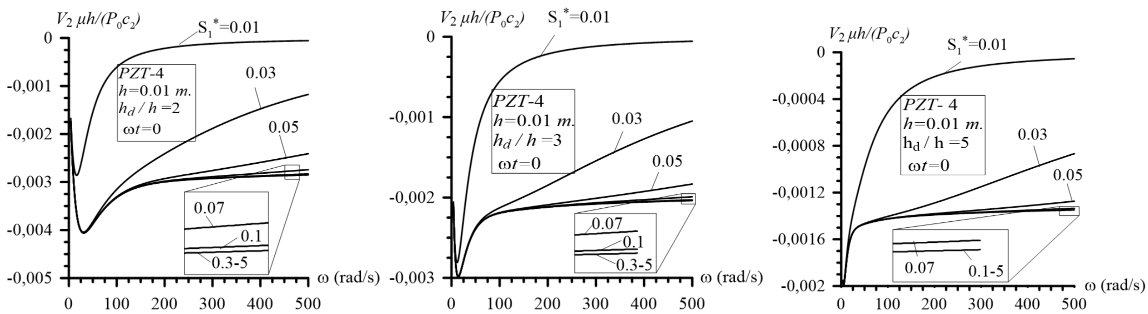

**Şekil 4.16** PZT2, $h = 0.0001m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^{*}$'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

Şekil 4.17'de PZT-4 malzemesinin plaka kalınlığının h=0.01 m alındığı ve $h_d/h = 2, 3, 5$ durumları için , arayüz düzlemindeki boyutsuz $T_{22}h/P_0$ gerilmesi sayısal sonuçlarının $S_1^{*}$'e göre yakınsama grafikleri verilmiştir. İncelenen aynı durumlar için arayüz düzlemindeki boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ hızı sayısal sonuçlarının $S_1^{*}$'e göre yakınsama grafikleri de Şekil 4.18'de sunulmuştur.




**(a)** **(b)** **(c)**

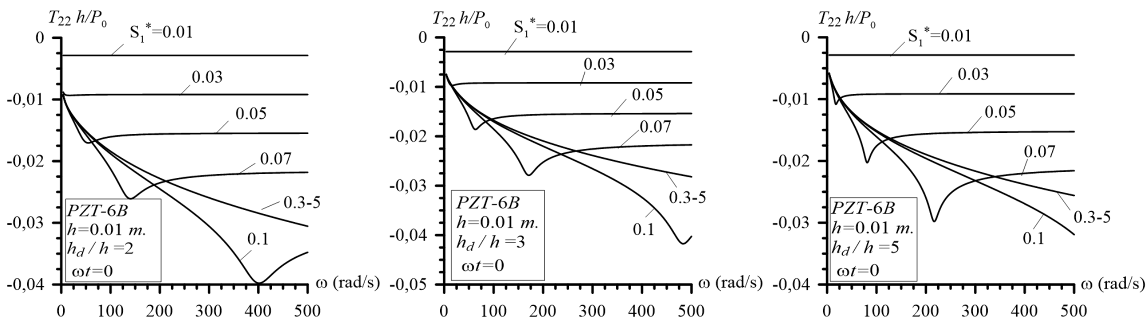
**Şekil 4.17** PZT-4, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri




**(a)** **(b)** **(c)**

**Şekil 4.18** PZT-4, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

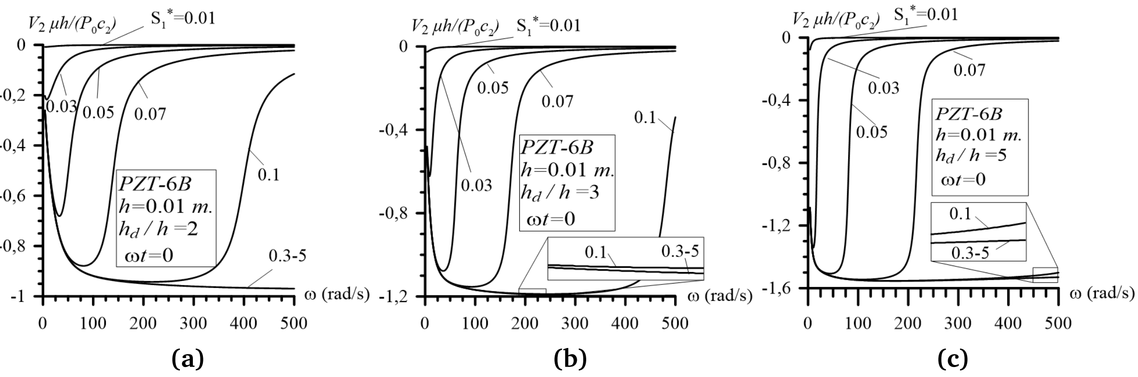
Piezoelektrik malzeme olarak PZT-6B malzemesi seçildiğinde, h=0.01 m plaka kalınlığı için, $T_{22}h/P_0$ arayüz düzlemi gerilmesinin ve $V_2\mu h/P_0c_2$ arayüz düzlemi hızının $S_1^*$'e göre yakınsama grafikleri sırasıyla 4.19 ve 4.20'de verilmiştir.




**(a)** **(b)** **(c)**

**Şekil 4.19** PZT-6B, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $T_{22}h/P_0$ yakınsama grafikleri

Bu tez çalışmasında, incelenen durumlar için yapılan algoritma hesaplamalarında $N^*$



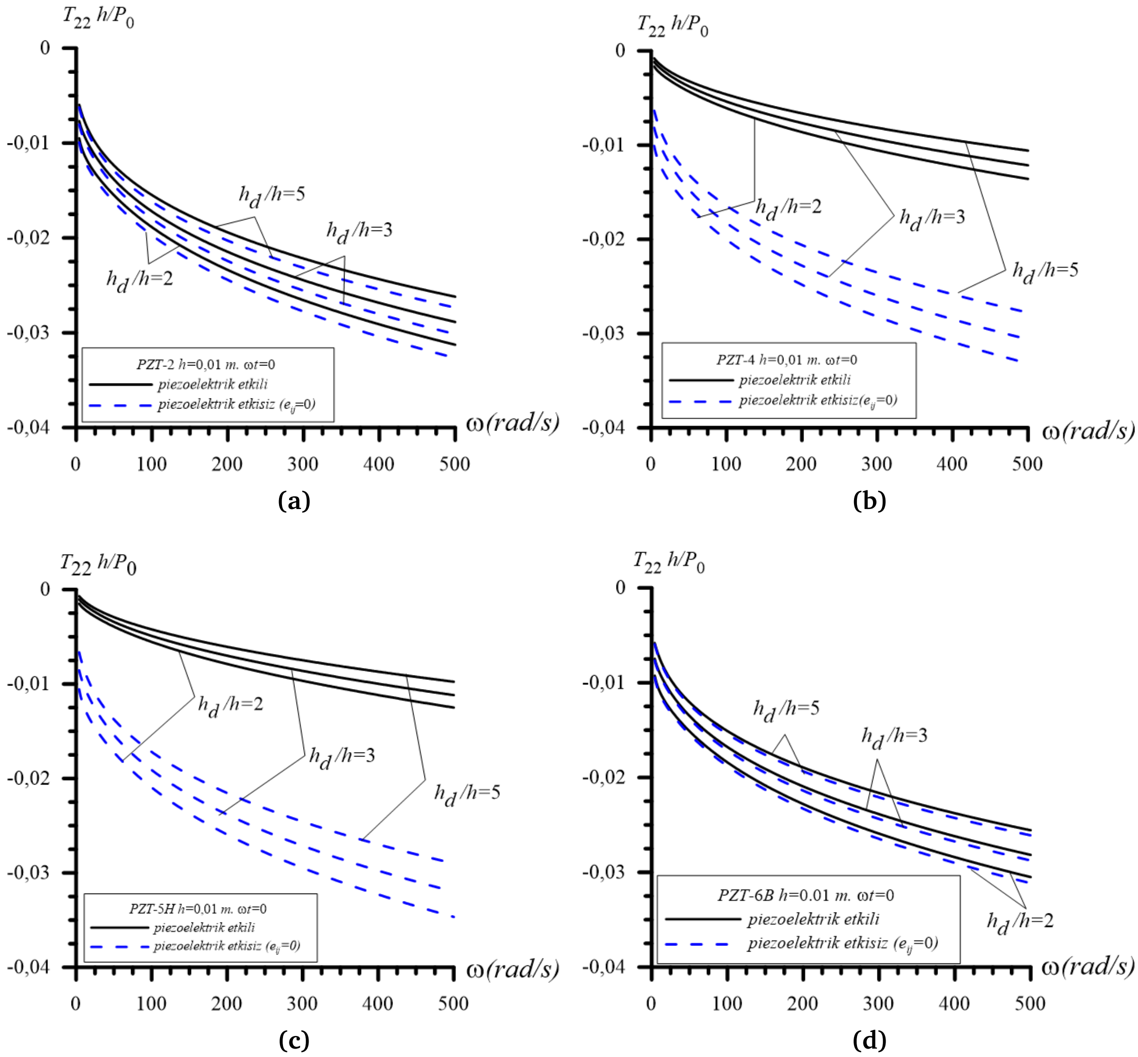

**Şekil 4.20** PZT-6B, $h = 0.01m$ ve a) $h_d/h = 2$ , b) $h_d/h = 3$ ve c) $h_d/h = 5$ için $S_1^*$'e göre $V_2\mu h/P_0c_2$ yakınsama grafikleri

değeri, $2000 \leq N \leq 10000$ arasında alınmıştır. Fakat her bir durumun kendine özel bir N değerinin olduğunun altını çizmek gerekmektedir.

## 4.3 Elektromekanik Birleşme Etkisinin Arayüz Gerilmesine Etkisi

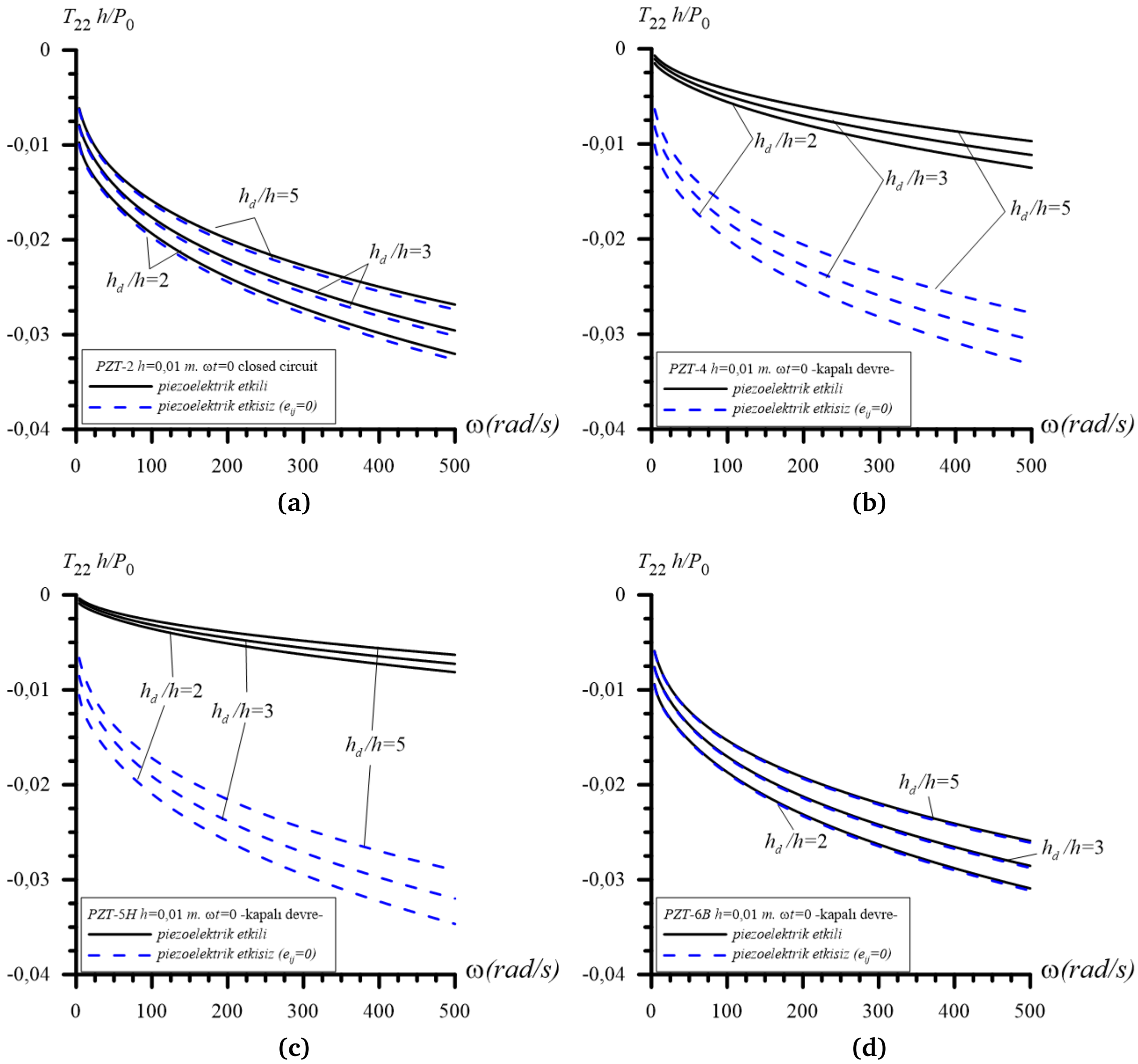
Bu bölümde $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan, arayüz düzlemindeki boyutsuz $T_{22}h/P_0$ normal gerilmesinin frekans cevabı grafikleri incelenecek ve bu grafiklere elektro-mekanik birleşmenin etkisi gösterilecektir. Frekans cevabı önemli ölçüde titreşim fazına bağlı olduğundan,fazın $\omega t = 0$ ve $\omega t = \pi/2$ olduğu durumlar dikkate alınacaktır. Faz seçiminin bu şekilde yapılması Akbarov ve Ismailov'un [74] çalışmasına dayandırılmaktadır. Bahsedilen çalışmada, viskoz olmayan akışkan içeren hidro-elastik sistemin arayüz düzlemindeki $T_{22}h/P_0$ gerilmesinin maksimum mutlak değerinin, titreşim fazı $\omega t = 0$ durumunda elde edildiği belirtilmiştir. Ayrıca akışkanın viskoz olduğu durum için de maksimum gerilme değeri, titreşim fazı $\omega t = 0$ civarındayken tespit edilmiştir. Dikkat edilmesi gereken nokta, bu sonuçlar plaka malzemesi homojen ve izotropik seçildiğinde elde edilmiştir. Bahsedilen çalışmanın sonuçları göz önünde bulundurularak, bu bölümde ilk önce titreşim fazının $\omega t = 0$ kabul edildiği durum için gerilme grafikleri analiz edilecektir.

Boyutsuz $T_{22}h/P_0$ gerilmesinin, h=0.01 m alındığı ve sırasıyla $h_d/h = 2, 3, 5$ kabul edildiği durum için frekans cevabı grafikleri Şekil 4.21'de gösterilmiştir. Şekilde a,b,c ve d grafikleri sırasıyla plaka malzemesinin PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B olduğu durumlara karşılık gelmektedir. Ayrıca grafiklerdeki kesikli çizgi, plakanın elektromekanik birleşme etkisinin göz önüne alınmadığı durumu (yani $e_{31} = e_{33} = e_{15} = 0$ ve $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} = 0$ varsayıldığı durumu) göstermektedir. Sürekli çizgi ise plakanın elektromekanik birleşme etkisinin göz önüne alındığı durumu ifade eder. Yani, grafiklerdeki kesikli çizgiler ile sürekli çizgiler arasındaki fark elektromekanik birleşme etkisinin büyüklüğüdür.




**Şekil 4.21** Arayüz normal gerilmesinin, $\omega t = 0$, h=0.01 m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

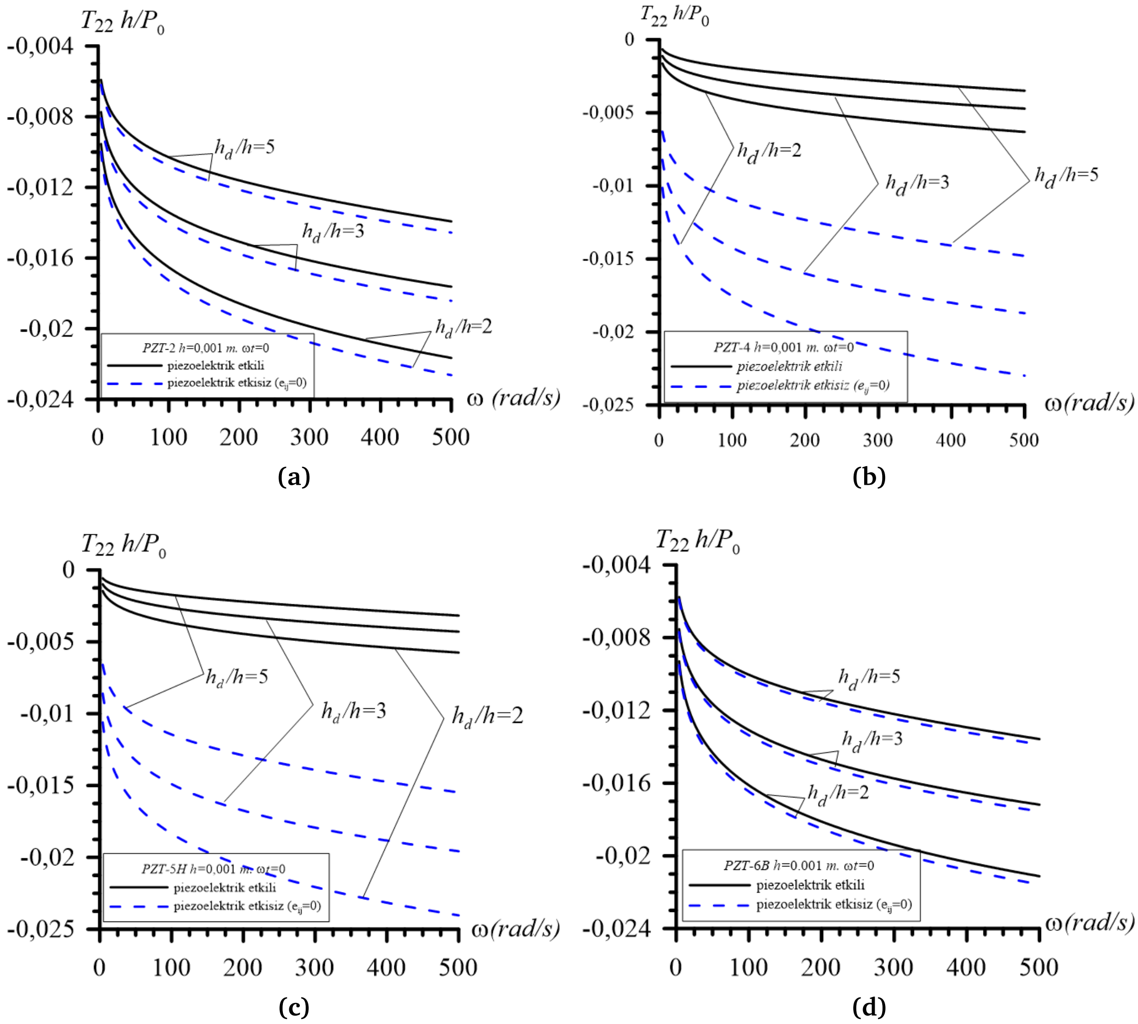
Bu grafiklerden anlaşıldığı üzere $\omega t = 0$ durumunda, plaka malzemesinin pizeoelektriklilliği boyutsuz arayüz $T_{22}h/P_0$ gerilmesinin mutlak değeri üzerinde azalmaya neden olmaktadır. Ayrıca bu azalmanın (yani arayüz düzlemindeki gerilmemin mutlak değerinin elektromekanik birleşme etkisiyle azalmasının) miktarı seçilen piezoelektrik malzemenin tipine göre değişmektedir. Başka bir deyişle ilgili grafiğe göre; plaka malzemesinin PZT-4 veya PZT-5H olduğu durumlarda, ortaya çıkan elektromekanik birleşme etkisinin büyüklüğü, plaka malzemesinin PZT-2 veya PZT-6B olduğu durumlarda ortaya çıkandan önemli ölçüde daha fazladır. Ayrıca, bu grafiklerde plakanın açık devre durumunda modellendiğini belirtmek gerekmektedir. Eğer piezoelektrik plaka kapalı devre olarak modellenirse; h=0.01 m, $\omega t = 0$ durumunda Şekil 4.22'de ki grafikler PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plaka malzemeleri için elde edilir.




**Şekil 4.22** Kapalı devre durumunda, arayüz normal gerilmesinin, $\omega t = 0$, h=0.01 m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

Açık devre durumu grafiklerinin verildiği Şekil 4.21 ile kapalı devre durumu grafikleri Şekil 4.22 karşılaştırıldığında; açık devre durumunda piezoelektrik etkinin $T_{22}h/P_0$ gerilmesi mutlak değeri üzerinde daha fazla düşüşe neden olduğu görülmektedir. Yani açık devre durumunda pizeoelektrik etkinin büyüklüğü, kapalı devre durumuna göre biraz daha fazladır.

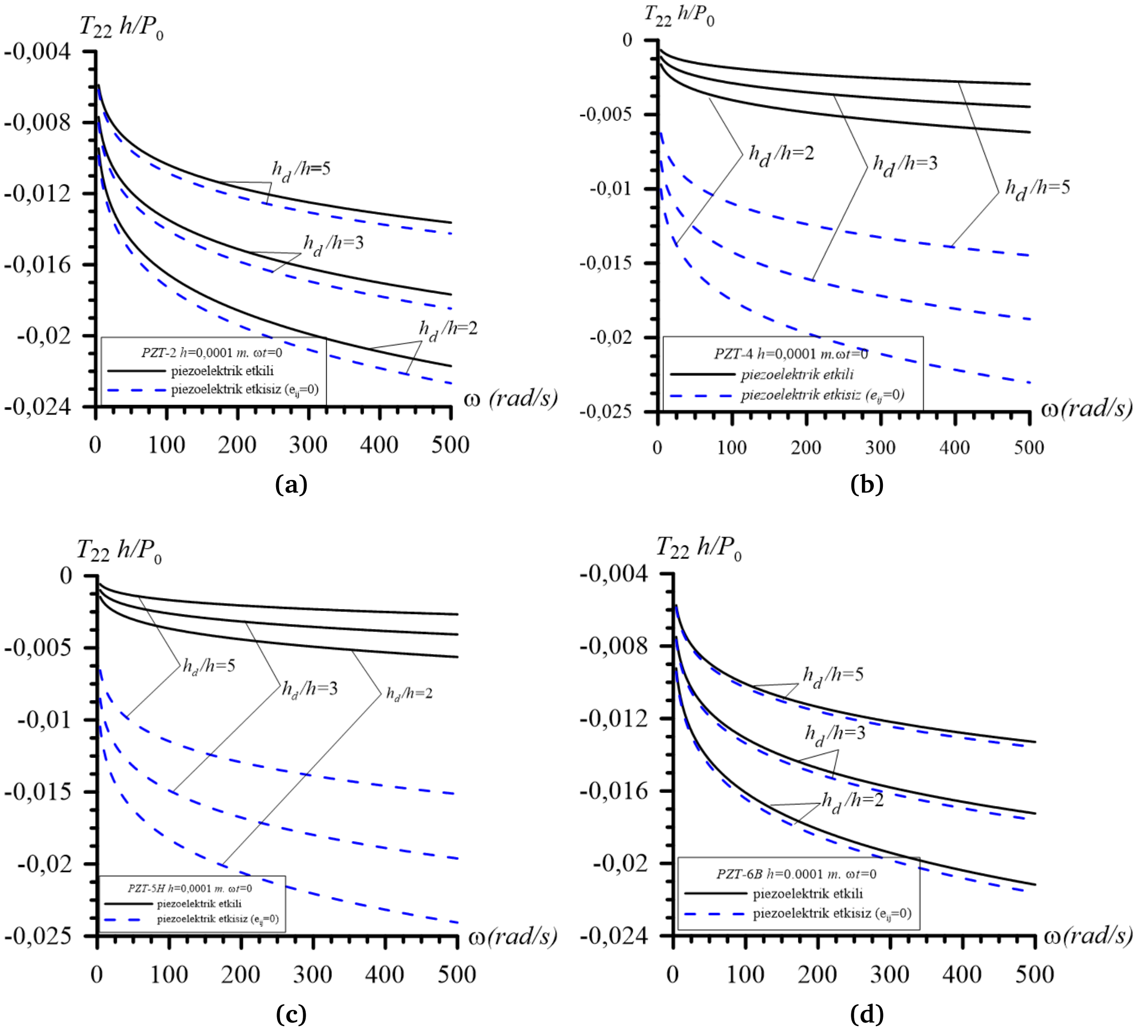
Plaka kalınlığının arayüz düzlemindeki gerilmenin büyüklüğüne etkisini göstermek için Şekil 4.23 ve Şekil 4.24 verilmiştir. Burada yukarıdaki grafikten farklı olarak daha ince plaka kalınlıkları (h=0.001 m ve h=0.0001 m) için PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B piezoelektrik malzemelerinin frekans cevapları çizdirilmiştir.




**Şekil 4.23** Arayüz normal gerilmesinin, $\omega t = 0$ durumunda, h=0.001 m plaka kalınlığı için a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B'ye ait frekans cevapları

Bu grafiklerden, plaka kalınlığının azalmasıyla arayüz düzlemindeki gerilmenin mutlak değerinin de azaldığı sonucuna varılır. Yukarıdaki sayısal sonuçlar, titreşim frekansının $4(rad/s) \leq \omega \leq 500(rad/s)$ aralığında kabul edildiği durumlar için elde edilir. Frekansın bu değişim aralığında, arayüz düzlemindeki gerilmenin mutlak değeri ve elektromekanik birleşme etkisinin büyüklüğü, $\omega$ ile düzenli olarak artmaktadır.

Şimdiye kadar tartışılan sonuçların hepsinin $\omega t = 0$ titreşim fazı durumu için verildiğni hatırlatıp, şimdi $\omega t = \pi/2$ ve h=0.01 m durumu için arayüz gerilmesinin frekans cevabı sonuçlarına bakalım. Şekil 4.25'de gösterilen gerilme grafikleri

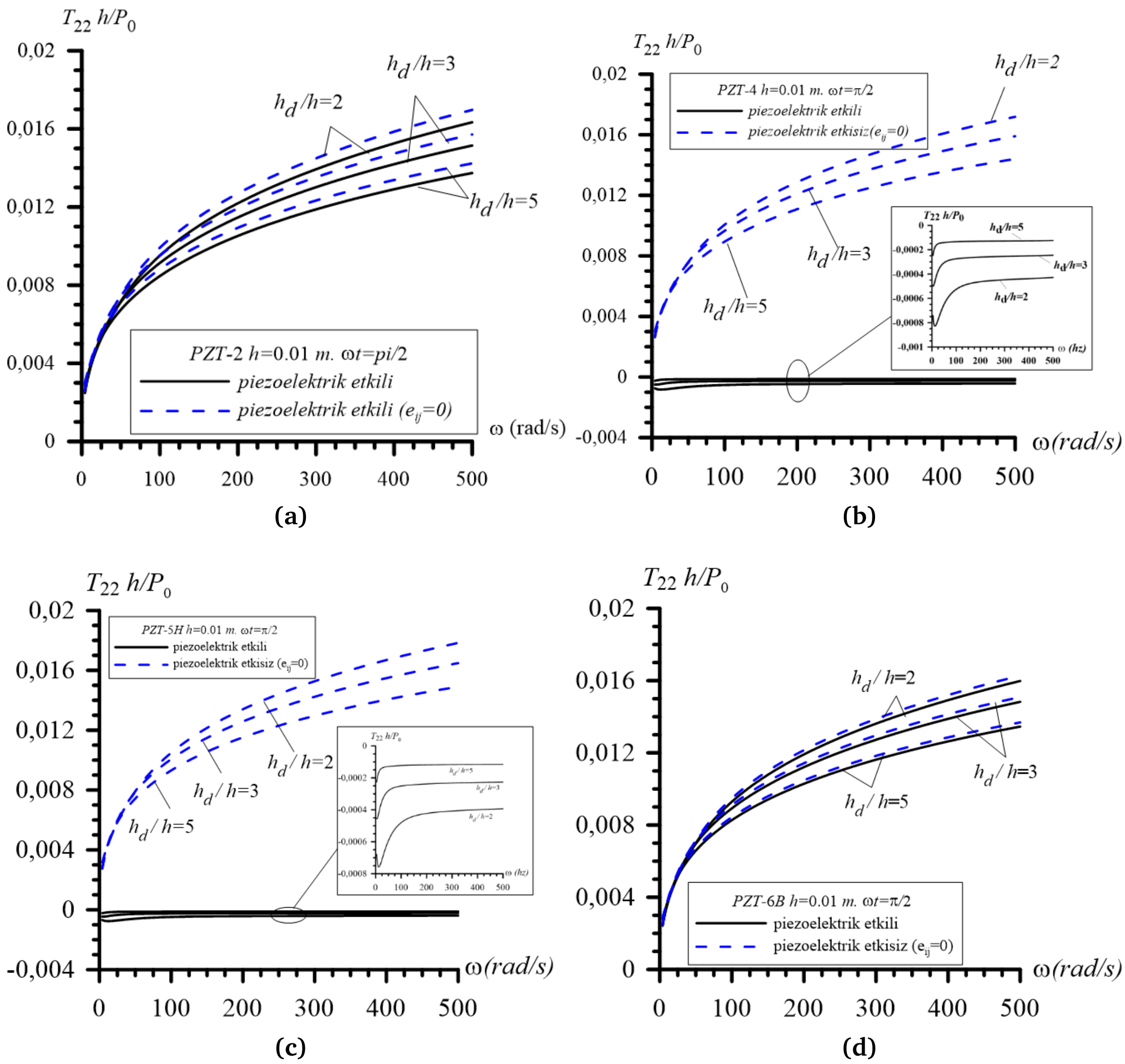



**Şekil 4.24** Arayüz normal gerilmesinin, $\omega t = 0$ durumunda, h=0.0001 m plaka kalınlığı için a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B'ye ait frekans cevapları

sırasıyla, PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B malzemelerine aittir. Grafikten anlaşıldığı üzere, PZT-2 ile PZT-6B ve PZT-4 ile PZT-5H'ın sonuçları benzerlik göstermektedir.

Şekil 4.25'de verilen sonuçlar analiz edelirse, titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu durum ile $\omega t = 0$ olduğu durum arasında frekans cevaplarında önemli farklılıklar olduğu görülmektedir (Şekil 4.21 ve Şekil 4.25 karşılaştırılmalıdır). Ayrıca, Şekil 4.25'de ki mevcut durumda, elektromekanik birleşme etkisi arayüz gerilmesinin mutlak değerinde azalmaya neden olmaktadır, tıpkı $\omega t = 0$ olduğu durumdaki gibi. Ayrıca, birleşme etkisinin büyüklüğünün, plaka malzemesi PZT-4 ve PZT-5H seçildiğinde PZT-2 ve PZT-4'e oranla daha fazla olduğu görülmektedir.

Burada ise titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu ve piezoelektrik plakanın kapalı devre olduğu durumda elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir. Kapalı devre modelinde

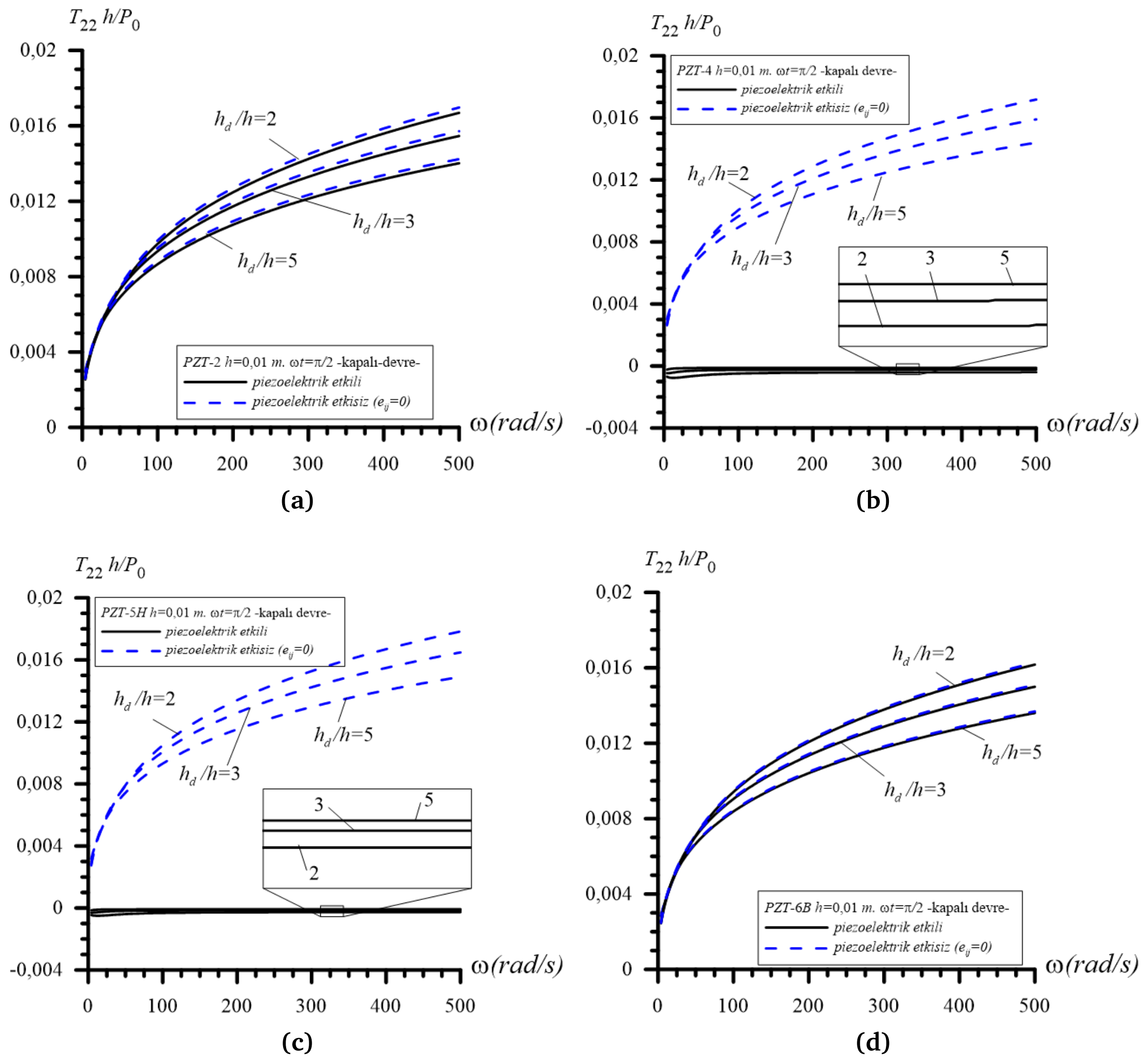



**Şekil 4.25** Arayüz gerilmesinin, $\omega t = \pi/2$, h=0.01 m durumunda frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

plaka kalınlığı h=0.01 m alındığında Şekil 4.26'da verilen grafikler sırasıyla PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B malzemeleri için elde edilmiştir.

Açık devre ve kapalı devre modelinin farklılığını analiz etmek için; h=0.01 m plaka kalınlığı ve $\omega t = \pi/2$ durumunda çizdirilen Şekil 4.25 ve Şekil 4.26 karşılaştırılabilir. Buradan görüldüğü gibi açık devre durumunda, piezeolektrik etkili frekans cevapları grafikleri (sürekli çizgi ile gösterilir) ile pizeoelektrik etkisiz frekans cevapları grafikleri (kesikli çizgi ile gösterilir) arasında fark daha fazladır. Yani titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu durumda, açık devre modelinde plakanın piezoelektriklik etkisi gerilme üzerinde daha fazladır.
Diğer bir deyişle kapalı devre durumunda; piezoelektriklilik etkisi arayüz gerilmesinin mutlak değeri üzerinde açık devreye kıyasla daha az bir düşüşe neden olmaktadır.

Titreşim fazının, araştırılan arayüz gerilme değerinin üzerindeki etkisinin önemli

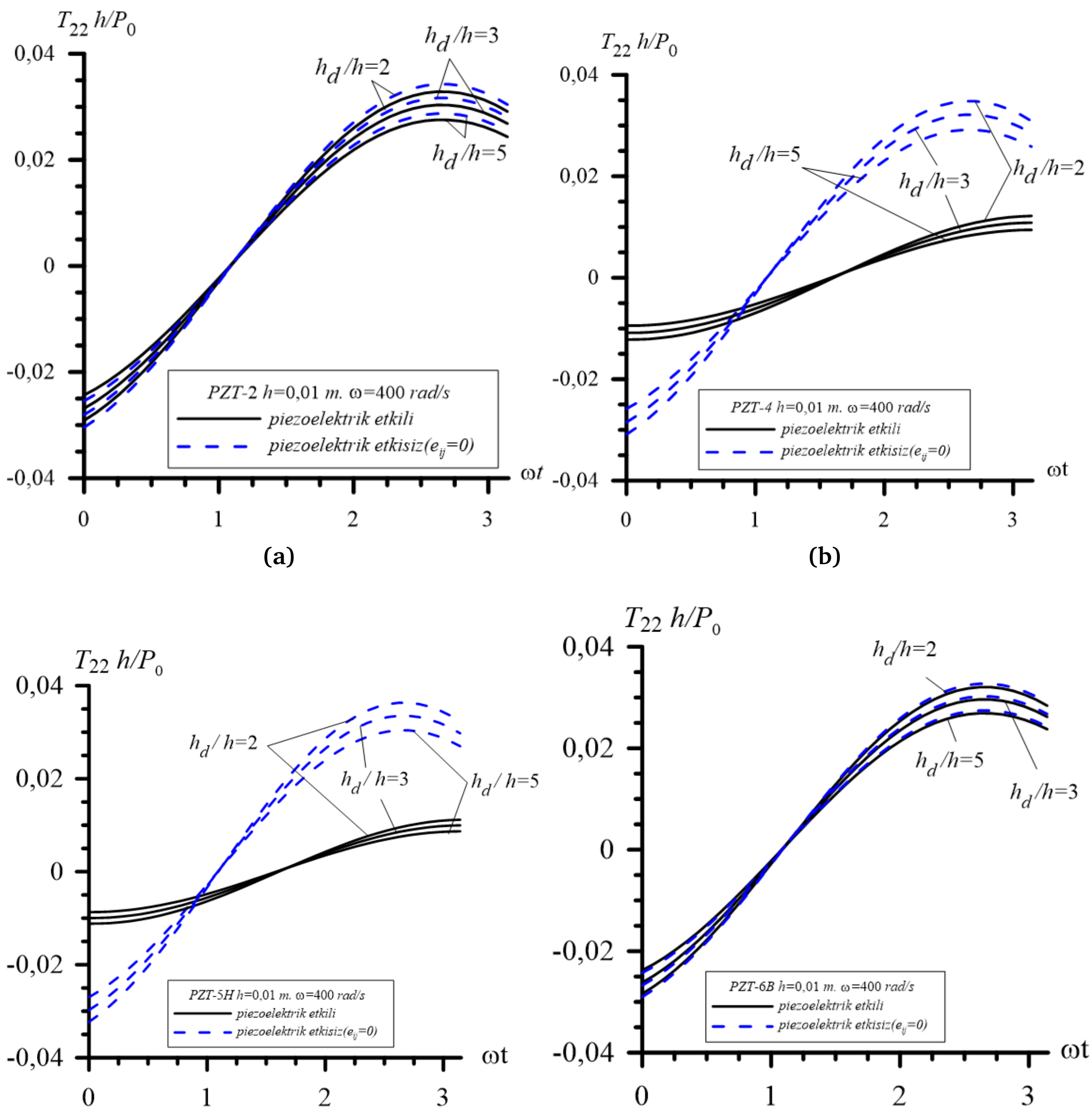



**Şekil 4.26** Kapalı devre durumunda, arayüz gerilmesinin, $\omega t = \pi/2$, h=0.01 m durumunda frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

olduğu yukarıdaki grafiklerden anlaşılmıştır ve bu konuda daha ayrıntılı incelemeler yapılmıştır. Bu amaçla, Şekil 4.27'de gerilme ve titreşim fazı arasındaki bağımlılığı gösteren grafikler analiz edilmiştir. Bu grafiklerde $\omega = 400 rad/sn$ olduğuna ve a,b,c,d grafiklernin sırasıyla PZT-2 , PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plaka malzemelerine ait olduğuna dikkat edilmelidir. Bu sonuçlara bakarak; plakanın anizotropikliğinin yanısıra piezoelektriklilik özelliğinin de, stresin mutlak değerinin maksimum olduğu titreşim fazını önemli ölçüde değiştirebildiği söylenebilir.

Plakanın kapalı devre olarak modellendiği durumda, titreşim fazının arayüz gerilme değeri üzerindeki etkisini incelemek için Şekil 4.28'de verilen grafikler elde edilmiştir. Bu grafiklerde plaka kalınlığı h=0.01 m ve titreşim frekansı $\omega = 400(rad/s)$ olarak kabul edilmiştir.

Şekil 4.28'den yola çıkılarak, kapalı devre durumu için de arayüz gerilmesinin

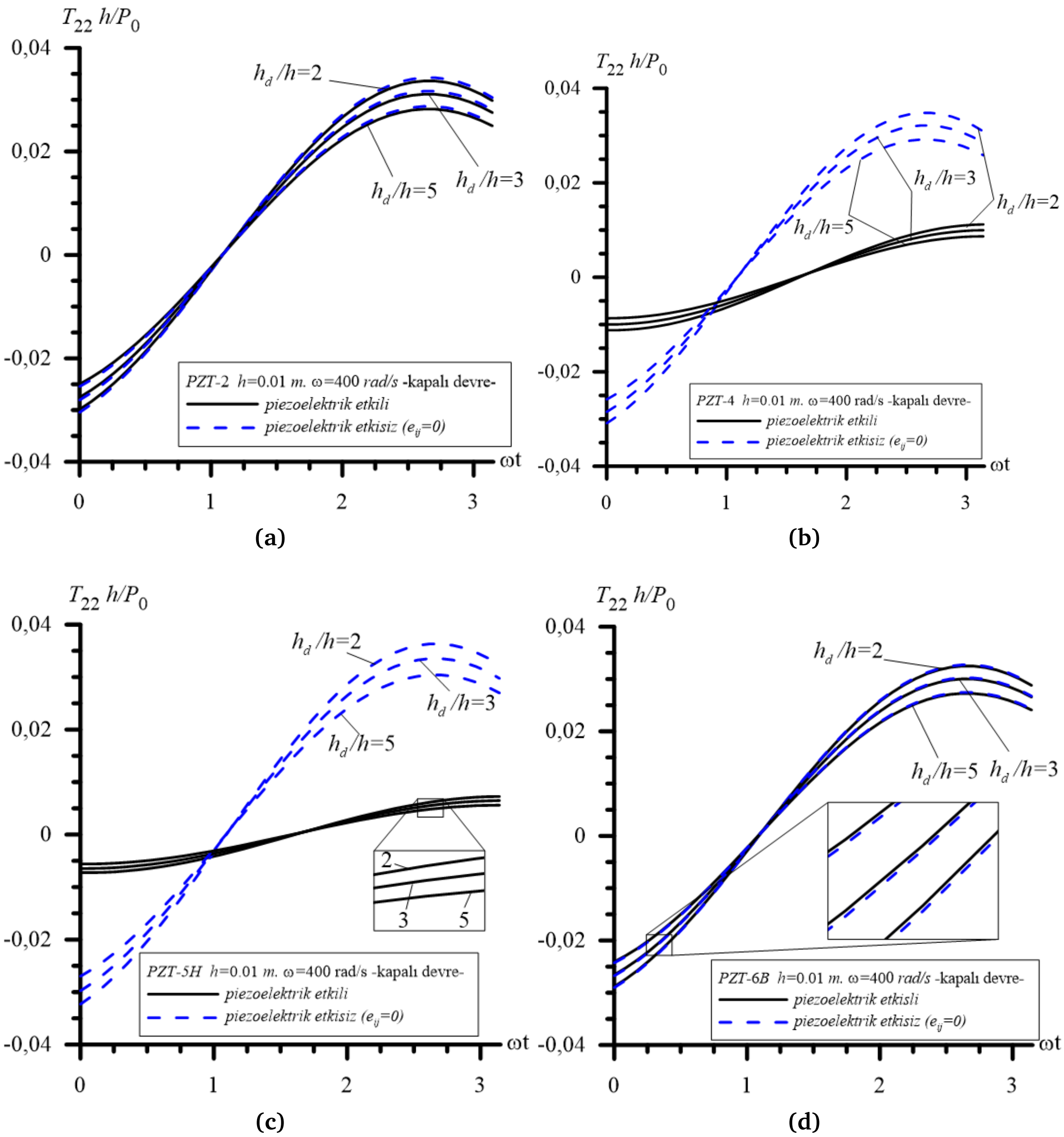



**Şekil 4.27** Arayüz gerilmesi ve titreşim fazı arasındaki bağıntının a) PZT-2 b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemeleri için grafikleri

maksimum olduğu titreşim fazını, plakanın elektromekanik etkisinin önemli ölçüde etkilediği söyleynebilir.

Şekil 4.29'da PZT-2 (4.29a), PZT-4 (4.29b), PZT-5H (4.29c) ve PZT-6B (4.29d) plakalarının h=0.01 m ve $\omega t = 0$ durumunda $h_d/h = 2, 3, 5$ için $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesi frekans cevabı grafikleri verilmiştir.

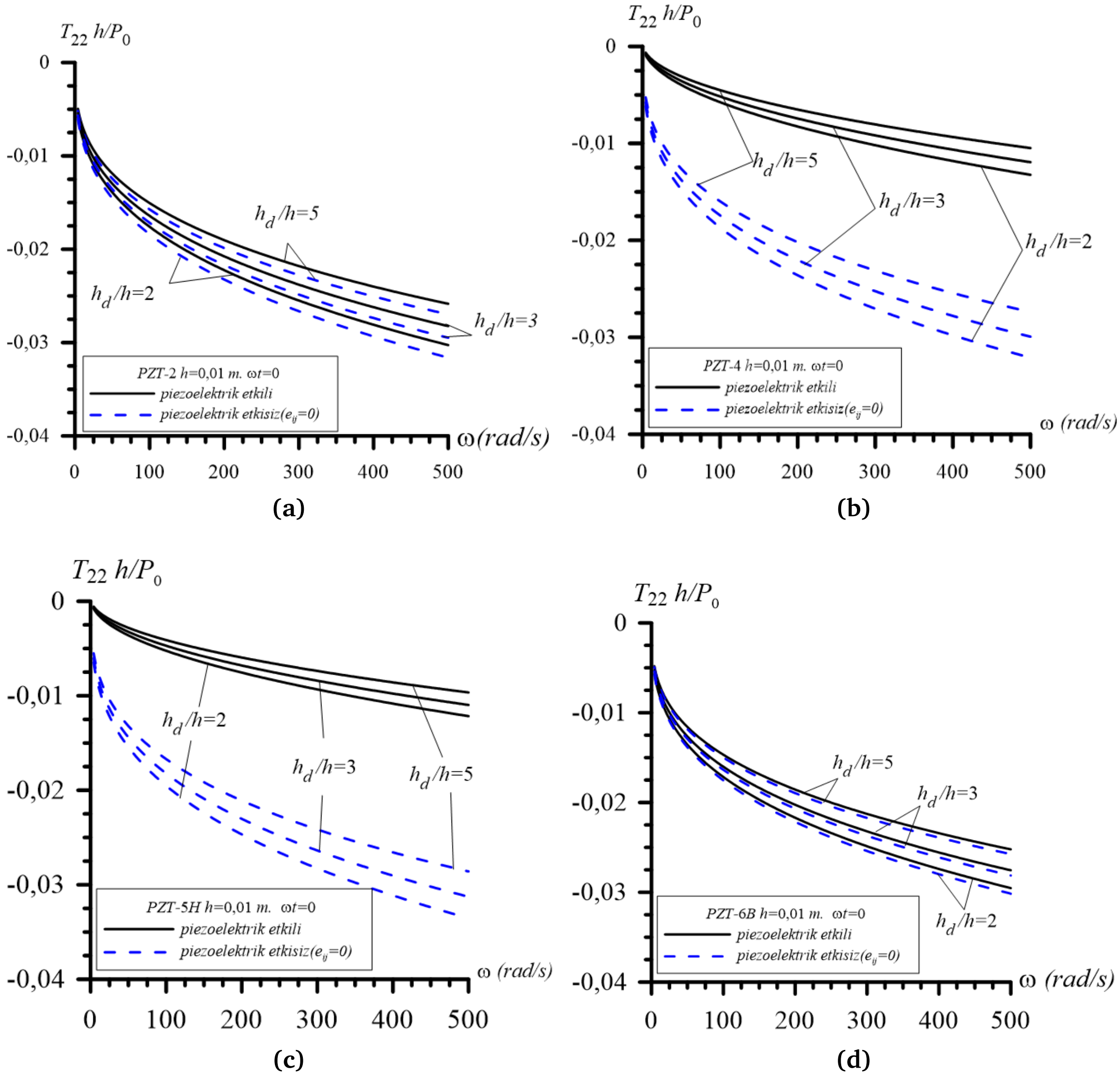
Aslında maksimum gerilmenin elde edildiği titreşim fazındaki kayma esas olarak akışkan viskozitesinin bir sonucudur. Bu çalışmada vizkoz akışkan olarak seçilen gliserin, viskoz olmayan bir akışkan gibi modellenirse Şekil 4.29'de ki $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesi frekans cevapları farklı piezoelektrik malzemeler için elde edilmiştir. Bu




**Şekil 4.28** Kapalı devre durumunda, arayüz gerilmesi ve titreşim fazı arasındaki bağıntının a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemeleri için grafikleri

grafikler incelendiğinde, viskoz akışkan durumu için bulunan grafiklere (bkz. Şekil 4.21) benzediği görülmüştür.

Ayrıca, viskoz olmayan akışkan durumunda $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesi ile $\omega t$ titreşim fazı arasındaki grafiklerde (Şekil 4.30'da) faz kaymasının olmadığı görülmektedir. Şekil 4.30'da ise h=0.01 m ve $\omega = 400(rad/s)$ alınarak, PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plakalarının frekans cevapları $h_d/h$ oranına göre çizdirilmiştir.
Şekil 4.30 analiz edilirse, incelenen tüm plakaların $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesinin mutlak değerinin maksimum olduğu nokta $\omega t = 0$ olduğu noktadır sonucuna varılır. Yani tüm $\omega t = 0 + n\pi$ (n=1,2,3...) durumlarında arayüz gerilmesi maksimum değerini

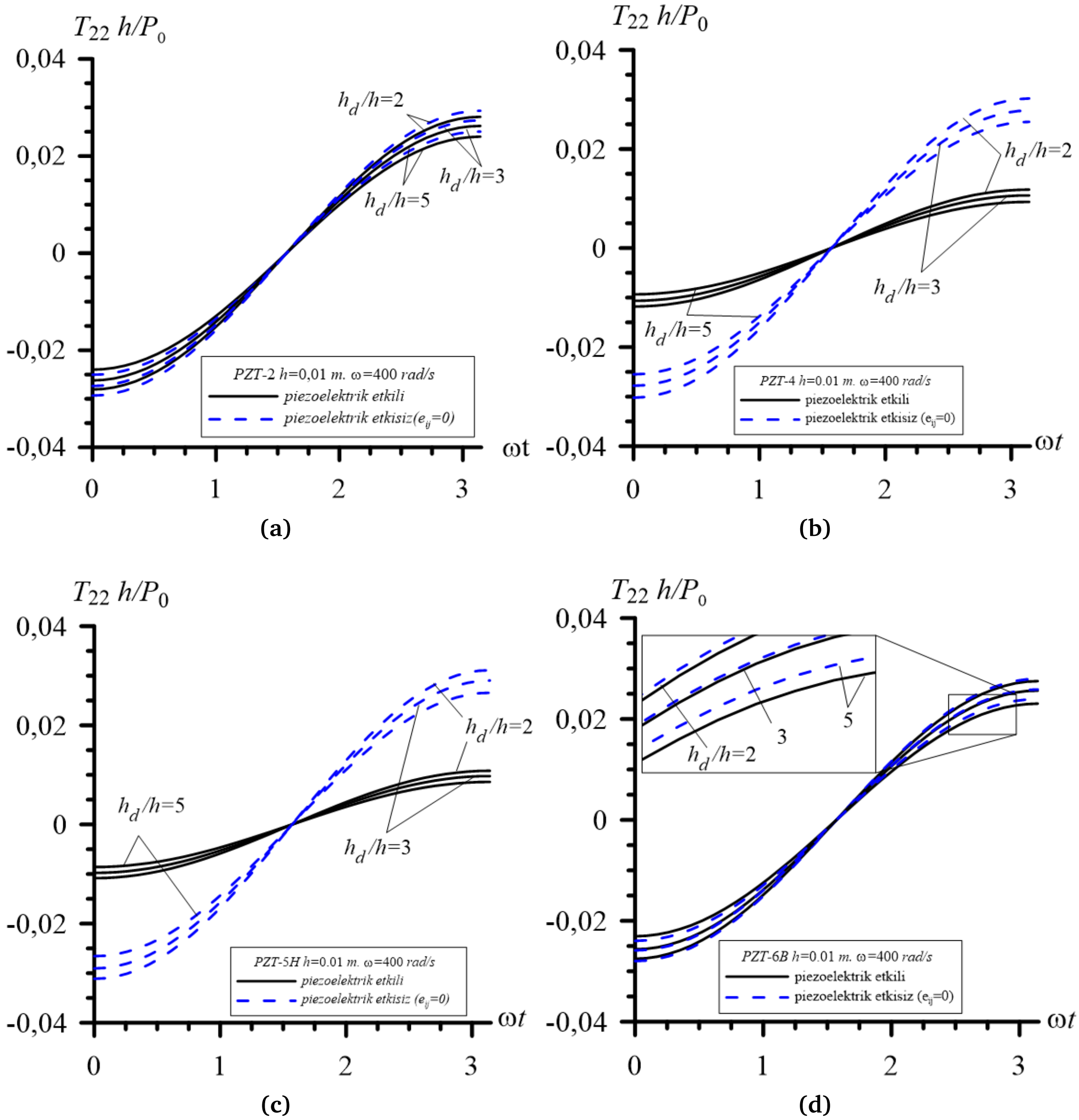



**Şekil 4.29** Viskoz olmayan akışkan, h=0.01 m ve $\omega t = 0$ durumunda a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemeleri için arayüz gerilmesinin frekans cevabı

alır. Ayrıca, incelenen gerilmenin mutlak değerinin maksimum değeri aldığı, $\omega t = 0 + n\pi$ titreşim fazlarında, elektromekanik birleşme etkisinin de mutlak değerinin maksimum değeri aldığına dikkat edilmelidir.

Plaka kalınlığının azalmasıyla, viskoz olmayan akışkan için arayüz gerilmesinin maksimum olduğu nokta yine $\omega t = 0$ olduğu noktadır. Bunu Şekil 4.31'de dört plaka malzemesi ve h=0.001 m durumu için çizdirilen arayüz gerilmesi-titreşim fazı bağıntısı grafiklerinden görebiliriz. Ayrıca, plaka kalınlığı azalmasının maksimum gerilmenin mutlak değerinde düşmeye neden olduğu sonucuna varılır.

Plakanın kapalı devre olması halinde ve akışkanın viskoz olmayan modeli kabul edildiği durumda, arayüz gerilmesi $T_{22}h/P_0$'nin frekans cevabı araştırılmıştır ve Şekil

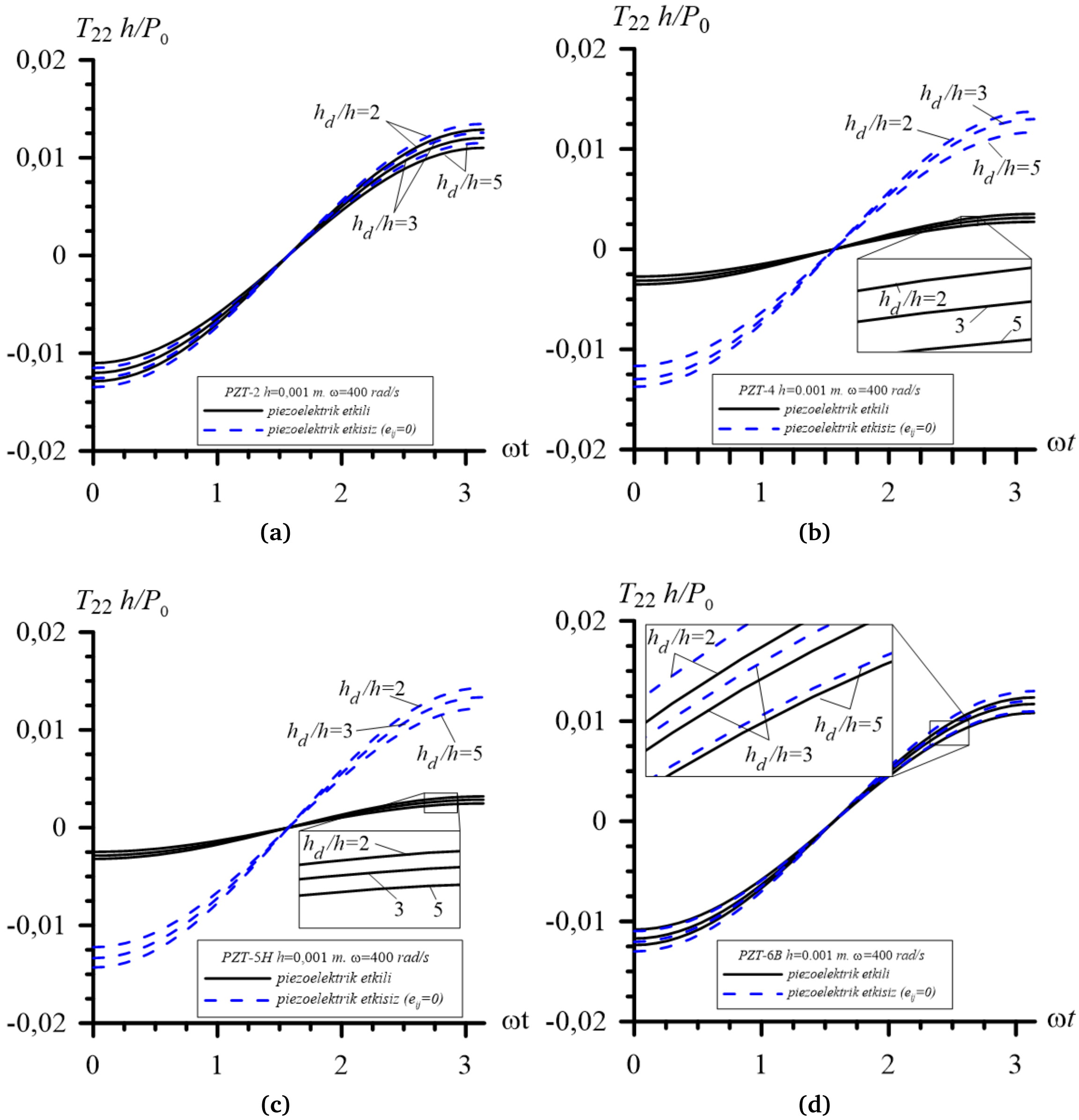



**Şekil 4.30** Arayüz gerilmesi ve titreşim fazı arasındaki bağıntının, viskoz olmayan akışkan ve h=0.01 m durumu için, a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine ait grafikleri

4.32'de sonuçlar verilmiştir.

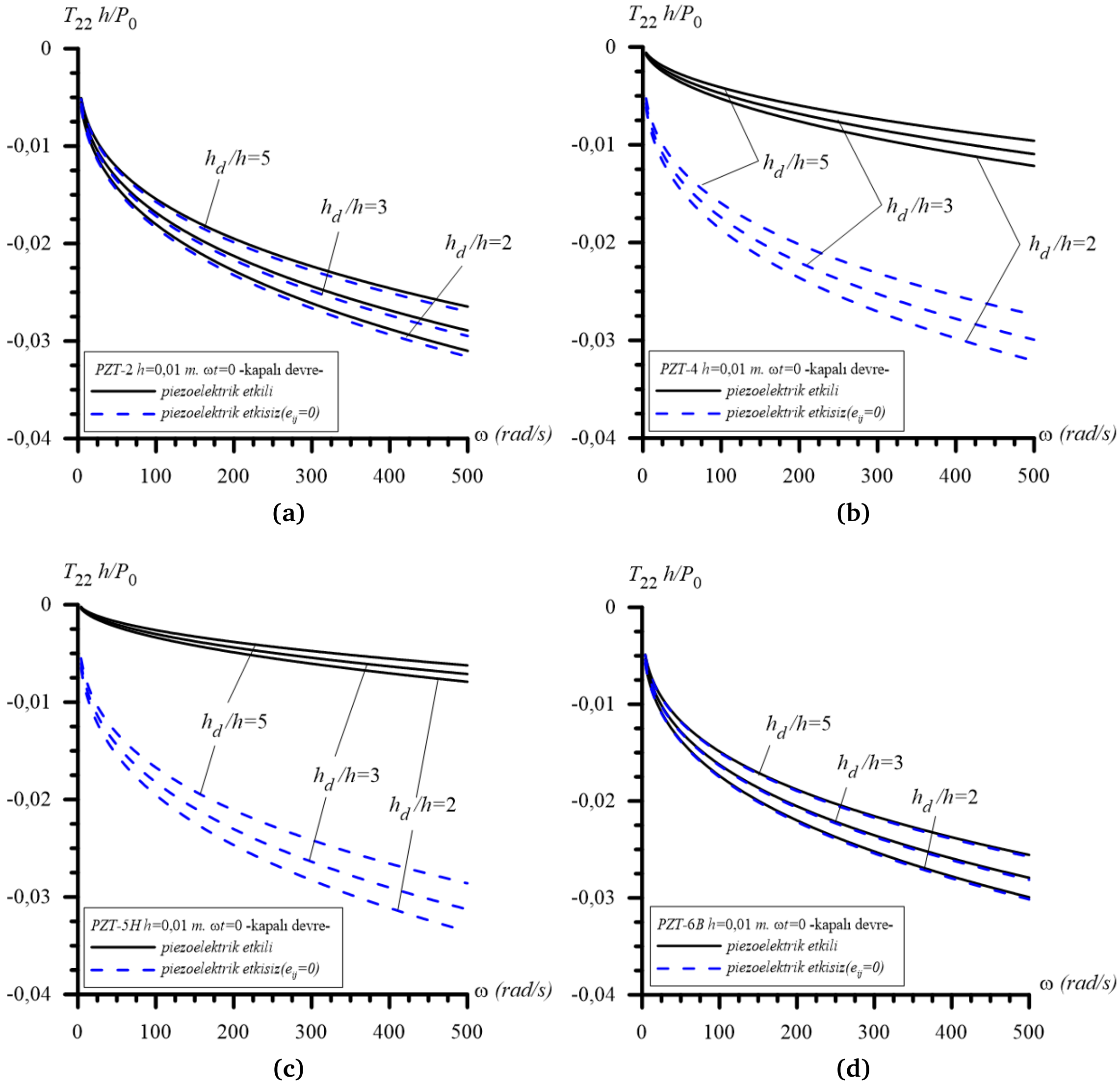
Kapalı devre durumu için de; maksimum gerilmenin elde edildiği titreşim fazındaki kaymanın nedeni akışkan viskozitesidir. İncelenen sistemdeki akışkan viskoz olmayan model ile, piezoleketrik plaka da kapalı devre durumu ile modellenirse Şekil 4.32'de veriken grafikler PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B için elde edilmiştir.

Ayrıca, kapalı devre ve viskoz olmayan akışkan durumunda $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesi ile $\omega t$ titreşim fazı arasındaki ilişkiyi gösteren Şekil 4.33'de ki grafiklerde faz kaymasının olmadığı görülmektedir.




**Şekil 4.31** Arayüz gerilmesi ve titreşim fazı arasındaki bağıntının, viskoz olmayan akışkan ve h=0.001 m durumu için, a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine ait grafikleri

İncelenen tüm plaka malzemelerinin kapalı devre modellendiği ve akışkanın viskoz olmayan modeli alındığı durumda, $T_{22}h/P_0$ arayüz gerilmesinin mutlak değerinin maksimum olduğu nokta, Şekil 4.33'de görülüdüğü üzere $\omega t = 0$ noktasıdır. Ayrıca, arayüz gerilmesinin maksimum mutlak değeri aldığı $\omega t = 0 + n\pi$ (n=1,2,3...) titreşim fazlarında, elektromekanik birleşme etkisinin mutlak değerinin de maksimum değeri aldığına dikkat edilmelidir.

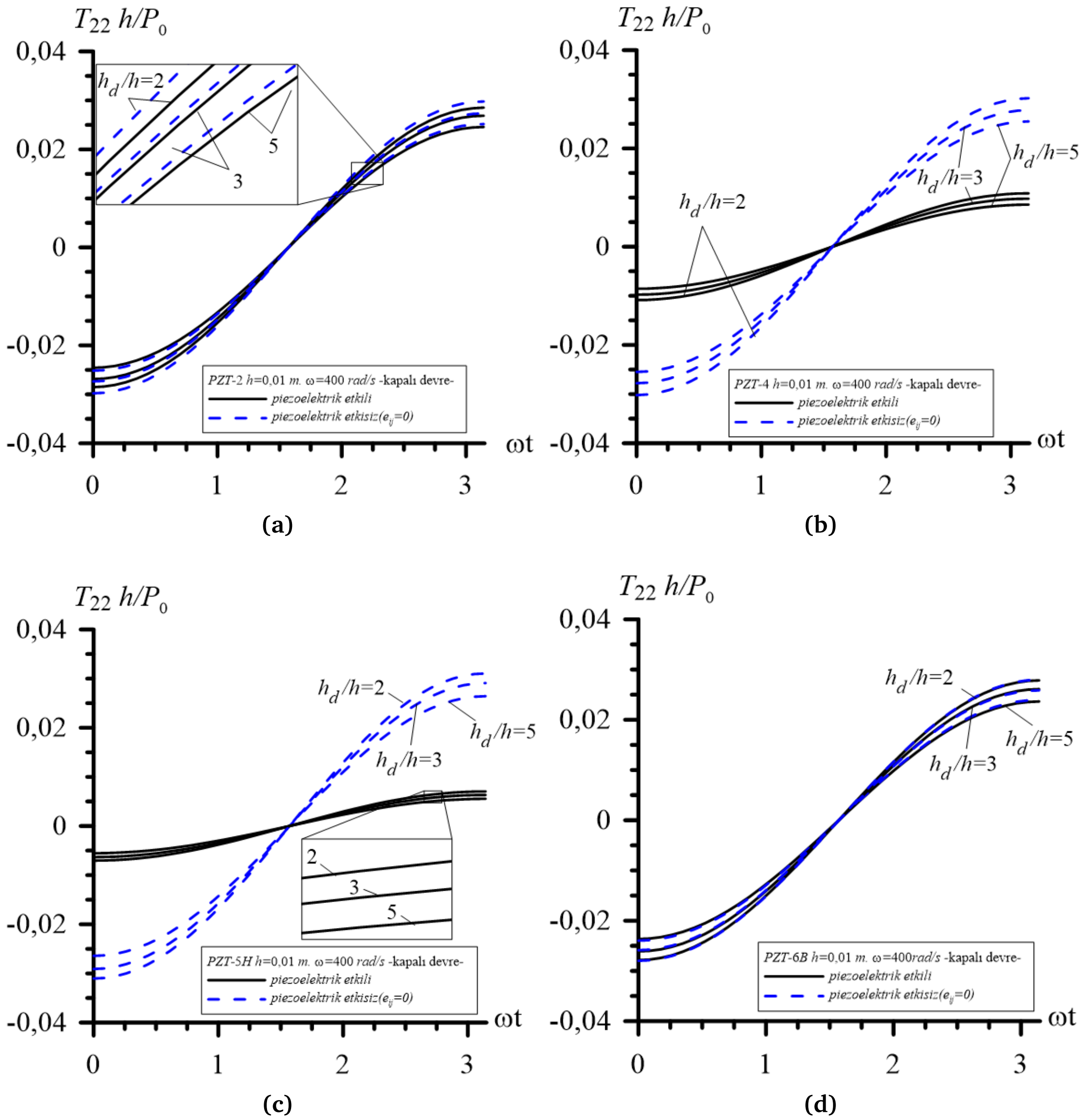



**Şekil 4.32** Plakanın kapalı devre olduğu ve akışkanın viskoz olmayan modeli alındığı durumda, h=0.01 m ve $\omega t = 0$ kabulleri altında a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemelerine ait arayüz gerilmesinin frekans cevapları

## 4.4 Elektromekanik Birleşme Etkisinin Akışkan Hızına Etkisi

Bu bölümde, $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının farklı durumlar için frekans cevabı incelenecek ve bu cevaba elektromekanik birleşmenin etkisi araştırılacaktır. Bahsedilen farklı durumlardan kasıt; plaka kalınlığı, akışkan derinliği-plaka kalınlığı arasındaki oran, titreşim fazı, değişik piezoelektrik plaka seçimi gibi parametrelerdir. Özellikle titreşim fazının, frekans cevabını önemli ölçüde etkilediğinden bir önceki kısımda bahsedilmiştir. Bu nedenle bu bölümde de $\omega t = 0$ ve $\omega t = \pi/2$ titreşim fazları için analizler yapılacaktır.

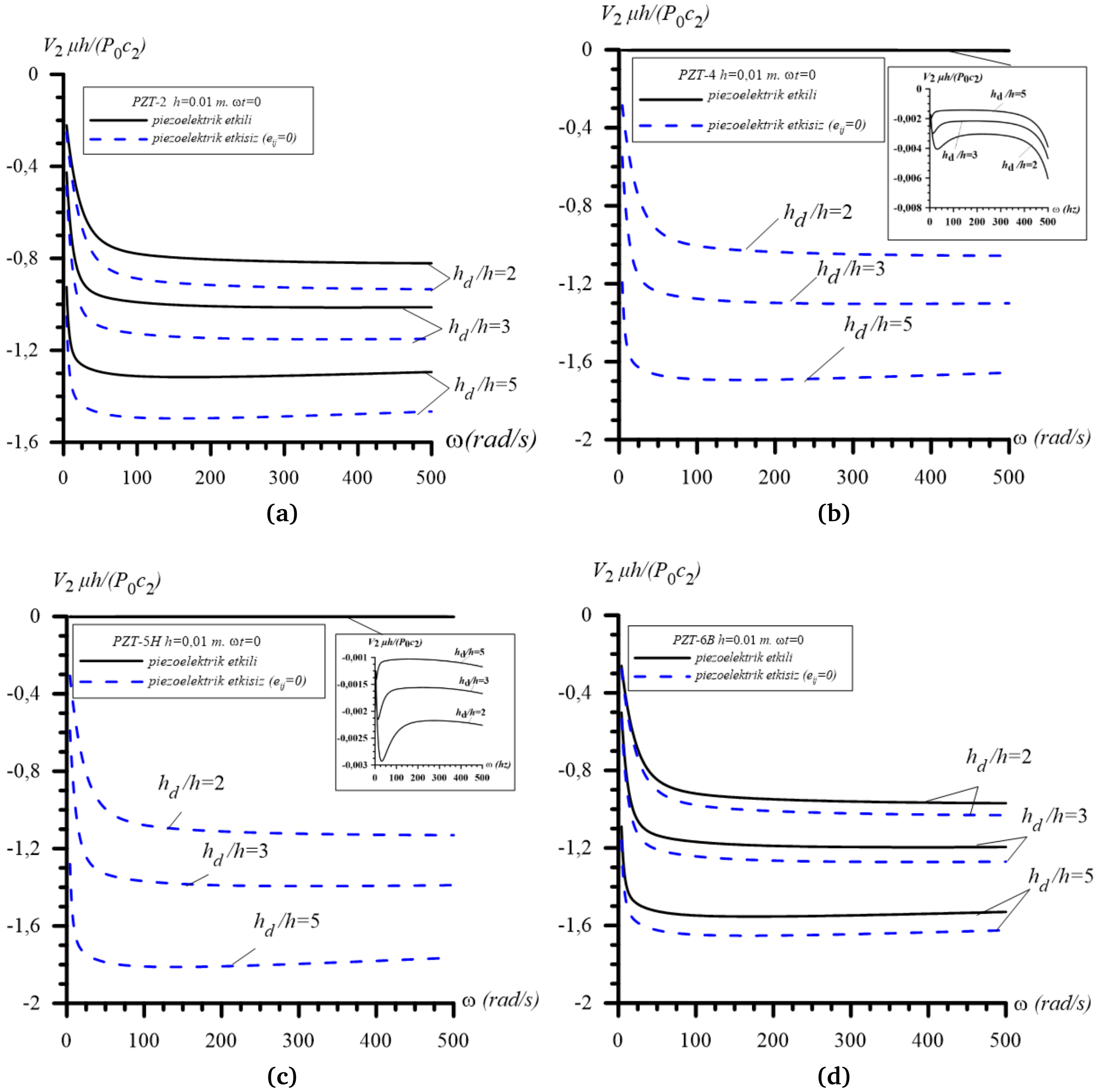
Boyutsuz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, plaka kalınlığının h=0.01 m alındığı ve sırasıyla $h_d/h = 2, 3, 5$ kabul edildiği durumlar için frekans cevabı grafikleri Şekil 4.34'de




**Şekil 4.33** Kapalı devre ve viskoz olmayan akışkan durumunda arayüz gerilmesi ve titreşim fazı arasındaki a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine ait bağıntı grafikleri

verilmiştir. Şekilde a, b, c ve d grafikleri sırasıyla plaka malzemesinin PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B olduğu durumlara karşılık gelmektedir. Ayrıca grafiklerdeki kesikli çizgi, plakanın elektromekanik birleşme etkisinin göz önüne alınmadığı durumu (yani $e_{31} = e_{33} = e_{15} = 0$ ve $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} = 0$ varsayıldığı durumu) göstermektedir. Sürekli çizgi ise plakanın elektromekanik birleşme etkisinin göz önüne alındığı durumu ifade eder. Yani grafiklerdeki kesikli çizgiler ile sürekli çizgiler arasındaki fark elektromekanik birleşme etkisinin büyüklüğüdür.

Bu grafiklerden anlaşıldığı üzere titreşim fazının sıfır olduğu durumda ($\omega t = 0$) , plaka malzemesinin pizeoelektrikliliği boyutsuz arayüz $V_2 \mu h / P_0 c_2$ akışkan hızının mutlak

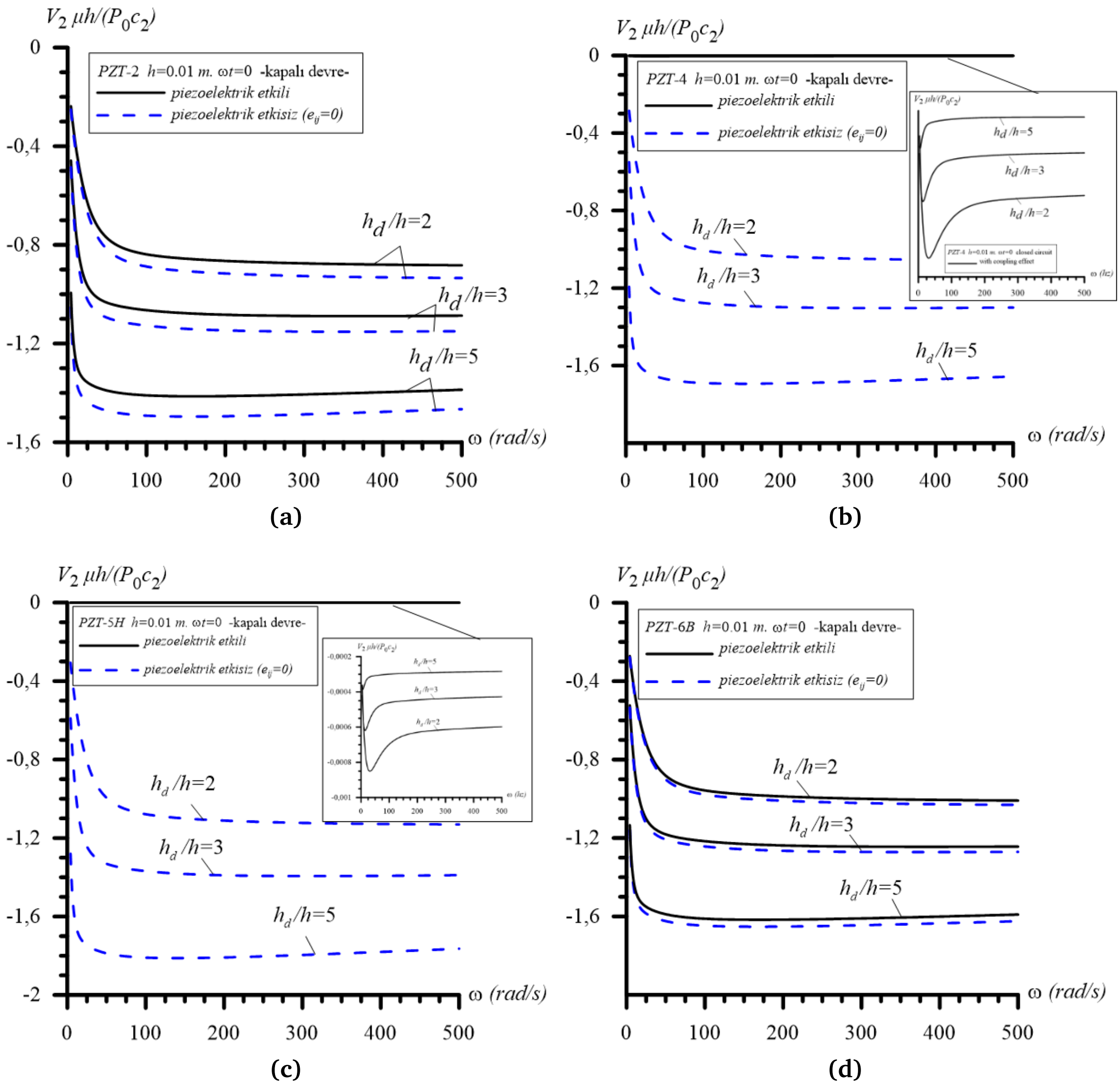



**Şekil 4.34** Arayüz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, $\omega t = 0$, h=0.01 m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

değeri üzerinde azalmaya neden olmaktadır. Ayrıca, bu azalmanın (yani arayüz düzlemindeki hızın mutlak değerinin elektromekanik birleşme etkisiyle azalmasının) miktarı seçilen piezoelektrik malzemenin tipine göre değişmektedir. Başka bir deyişle ilgili grafiğe göre; plaka malzemesinin PZT-4 veya PZT-5H olduğu durumlarda, ortaya çıkan elektromekanik bağlantı etkisinin büyüklüğü, plaka malzemesinin PZT-2 veya PZT-6B olduğu durumlarda ortaya çıkandan önemli ölçüde daha fazladır.

Plakanın kapalı devre olduğu durum için, h=0.01 m ve $\omega t = 0$ koşulları altında PZT-2, PZT-4, PZT-5H, PZT-6B'ye ait $V_2\mu h/P_0c_2$ hızı grafikleri Şekil 4.35'de gösterilmiştir.

Şekil 4.35'da görüldüğü gibi, kapalı devre durumunda piezoelektrik etkili

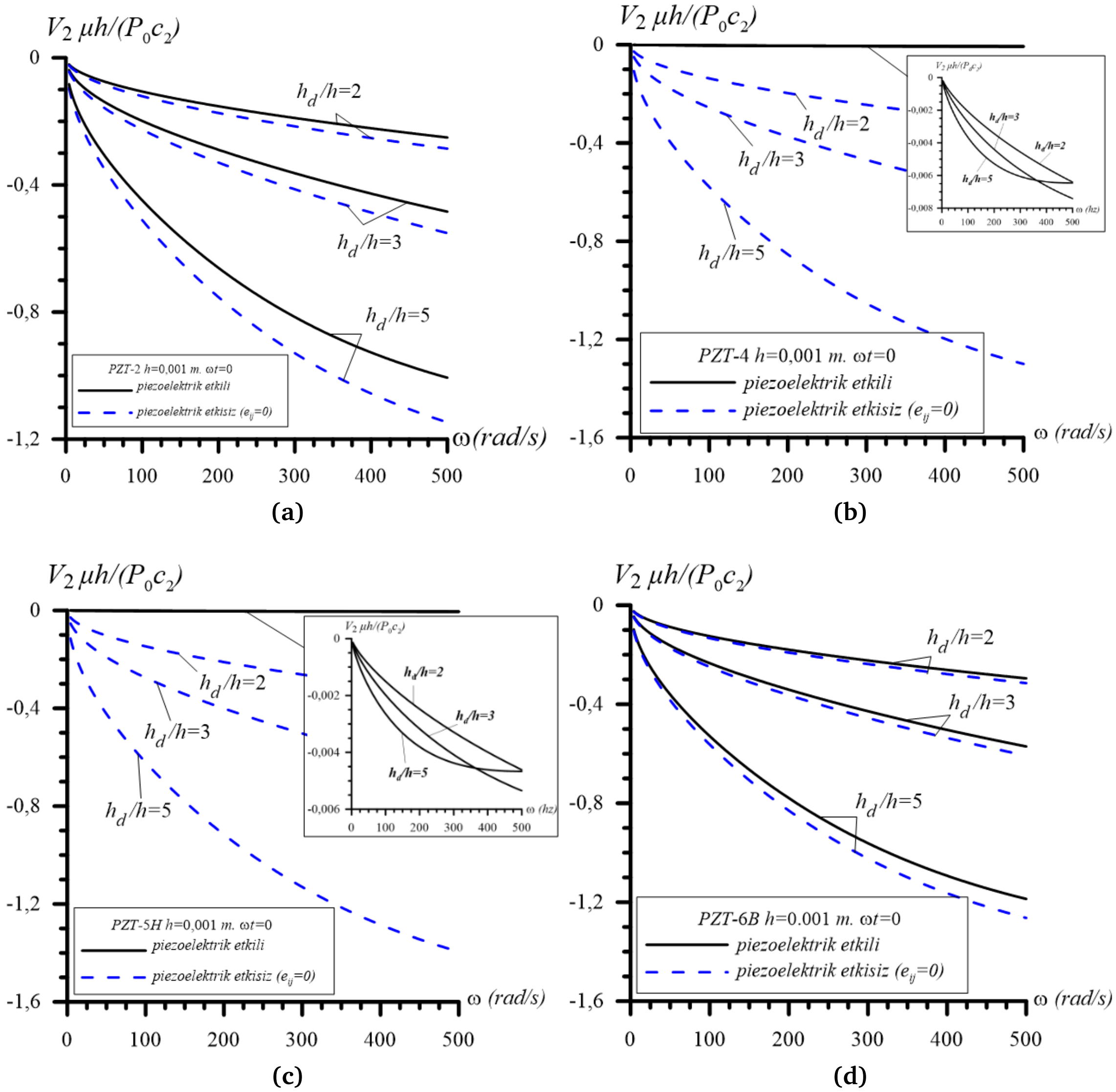



**Şekil 4.35** Kapalı devre durumunda, $V_2\mu h/P_0c_2$ arayüz akışkan hızının, $\omega t = 0$, h=0.01m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

frekans cevabı grafikleri ile piezoelektrik etkisiz frekans cevabı grafikler birbirine yakınlaşmaktadır. Yani kapalı devre durumunda, piezoelektirk etki açık devre durumuna göre büyüklük olarak daha azdır ve bu çıkarım tüm pizeoelektrik plaka malzemeleri için geçerlidir.

Plaka kalınlığının arayüz düzlemindeki akışkan hızının büyüklüğüne etkisini göstermek için Şekil 4.36 ve Şekil 4.37 verilmiştir. Burada yukarıdaki Şekil4.34'den farklı olarak daha ince plaka kalınlıkları (h=0.001 m ve h=0.0001 m) için PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B piezoelektrik malzemelerinin frekans cevapları çizdirilmiştir.

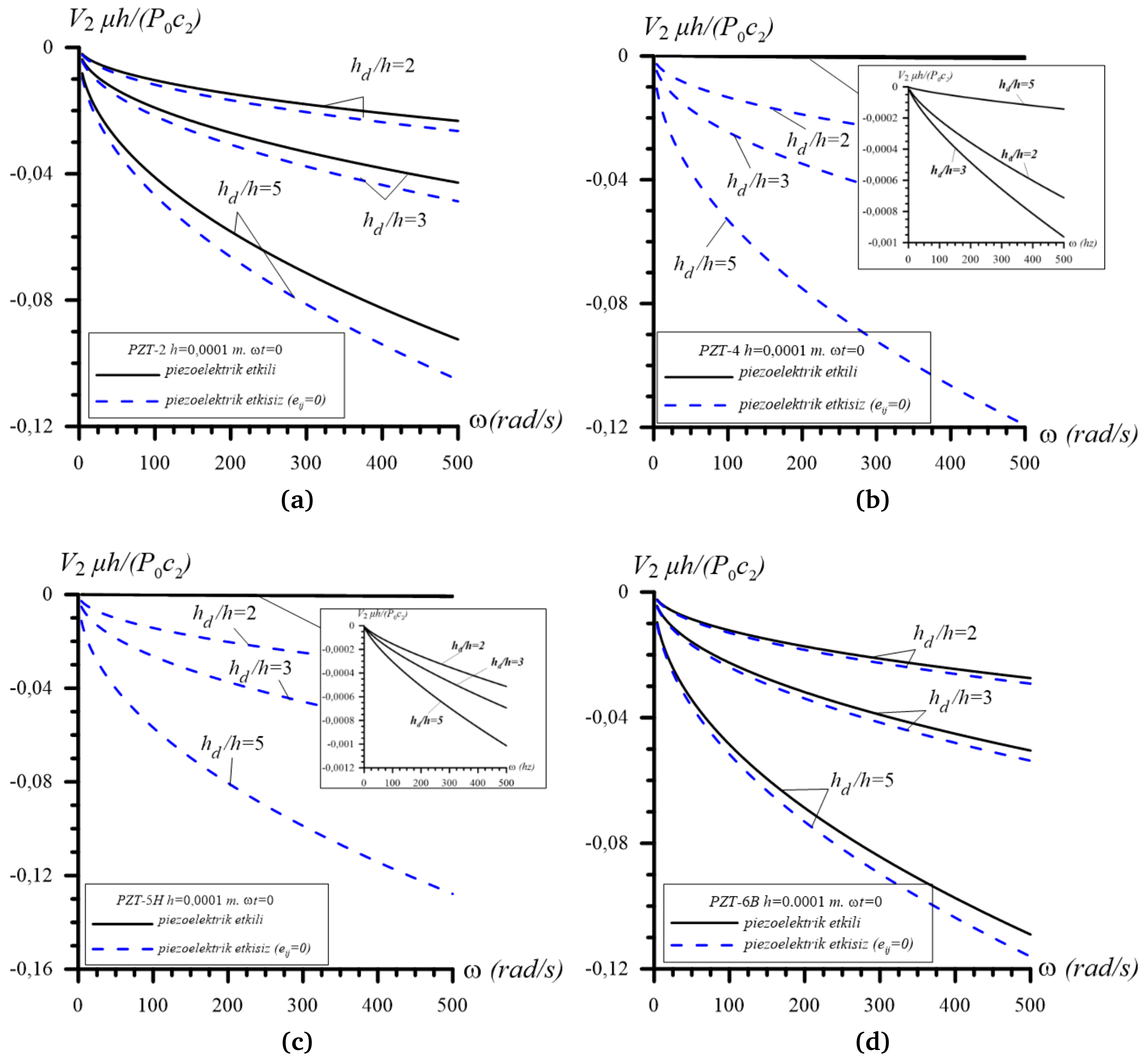
Şekil 4.34, Şekil 4.36 ve Şekil 4.37 karşılaştırılıdığında, plaka kalınlığı azaldıkça, $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının mutlak değerinin de azaldığı görülmektedir. Özellikle




**Şekil 4.36** Arayüz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, $\omega t = 0$, h=0.001 m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

h=0.001 m ve h=0.0001 m kalınlıklarında $V_2\mu h/P_0c_2$ hızının büyüklüğündeki fark neredeyse on kata kadar çıkmaktadır. Ayrıca, plaka kalınlığının azalması ile akışkan hızının mutlak değerinin azalması sonucu, incelenen tüm piezoelektrik malzemeler için elde edilmiştir. Diğer yandan yukarıdaki sayısal sonuçların, $4(rad/s) \leq \omega \leq 500(rad/s)$ durumunda elde edildiği bilinmelidir. Frekansın bu değişim aralığında, akışkan hızının mutlak değeri ve elektromekanik birleşme etkisinin büyüklüğü belli bir $\omega$ değerine kadar artmakta daha sonra bir değerde sabitlenmektedir.

Bu bölümde şimdiye kadar verilen sonuçların hepsinin titreşim fazının sıfıra eşit olması durumu ($\omega t = 0$) için bulunmuştur, şimdi $\omega t = \pi/2$ ve h=0.01 m durumu için akışkan hızının frekans cevabı sonuçlarına bakabiliriz. Şekil 4.38'de gösterilen

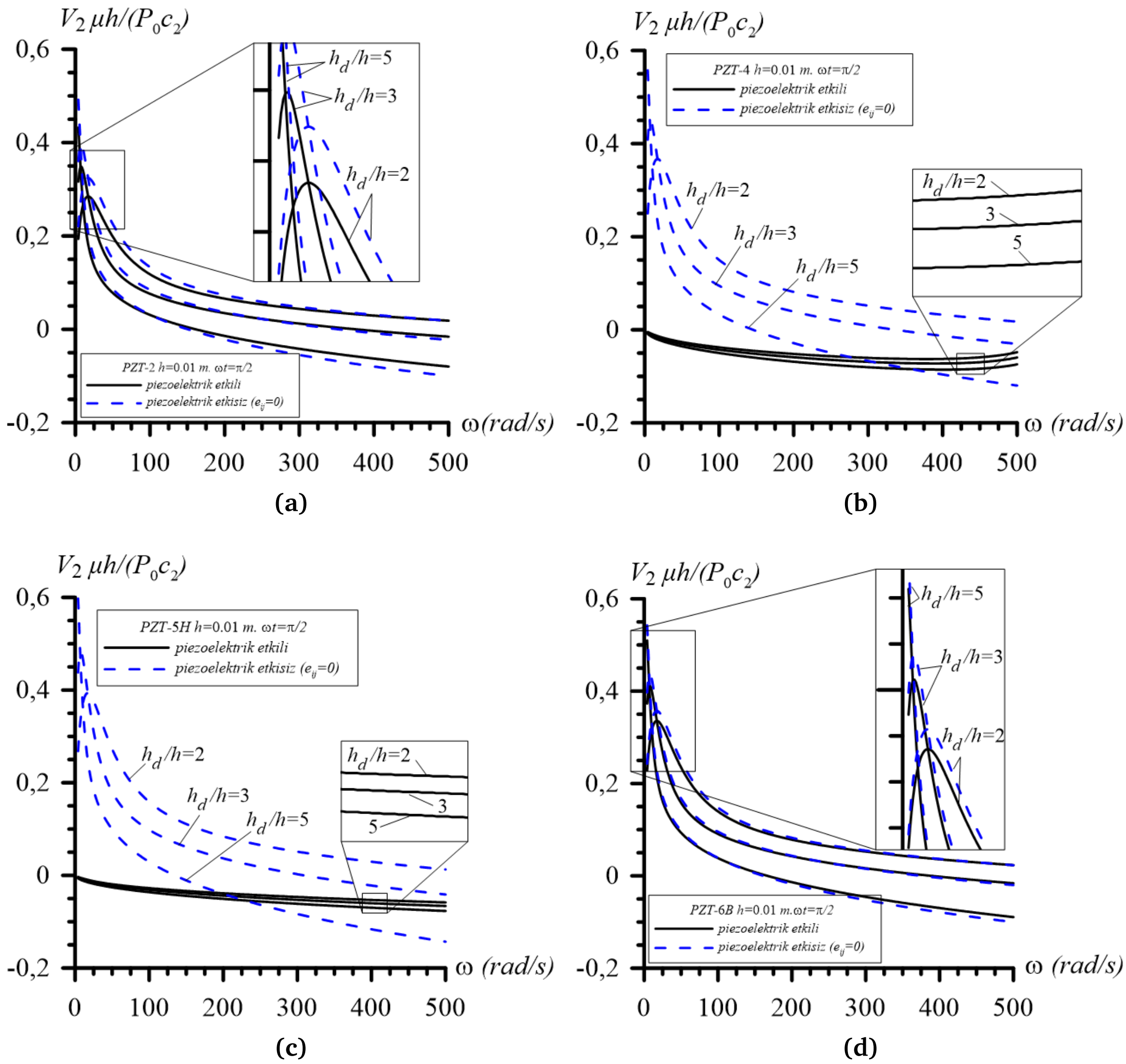



**Şekil 4.37** Arayüz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, $\omega t = 0$, h=0.0001 m durumunda farklı piezoelektrik mazlemelere göre frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

$V_2\mu h/P_0c_2$ hız grafikleri sırasıyla, PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B malzemelerine aittir. Grafikten anlaşıldığı üzere, PZT-2 ile PZT-6B ve PZT-4 ile PZT-5H'ın sonuçları benzemektedir.

$\omega t = \pi/2$ olduğu titreşim fazı durumunda, piezoelektrik etki akışkan hızının mutlak değerinde azalmaya neden olmaktadır. Ancak titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu durum ile $\omega t = 0$ olduğu durum arasında frekans cevaplarında önemli farklılıklar vardır (Şekil4.34 ve Şekil 4.38 karşılatırılmalıdır). Şekil 4.34'de ki grafiklerin sayısal sonuçları, tüm piezoelektrik malzemeler için negatif bölgedeyken, titreşim fazı $\omega t = \pi/2$ olduğunda, tüm grafiklerin sayısal sonuçları pozitif bölgeye geçmiştir.

Ayrıca, piezoelektrik etkinin büyüklüğünün plaka malzemesi ile doğrudan ilişkili olduğu görülmektedir. Örneğin PZT-4 ve PZT-5H malzemelerinde piezoelektrik etkinin



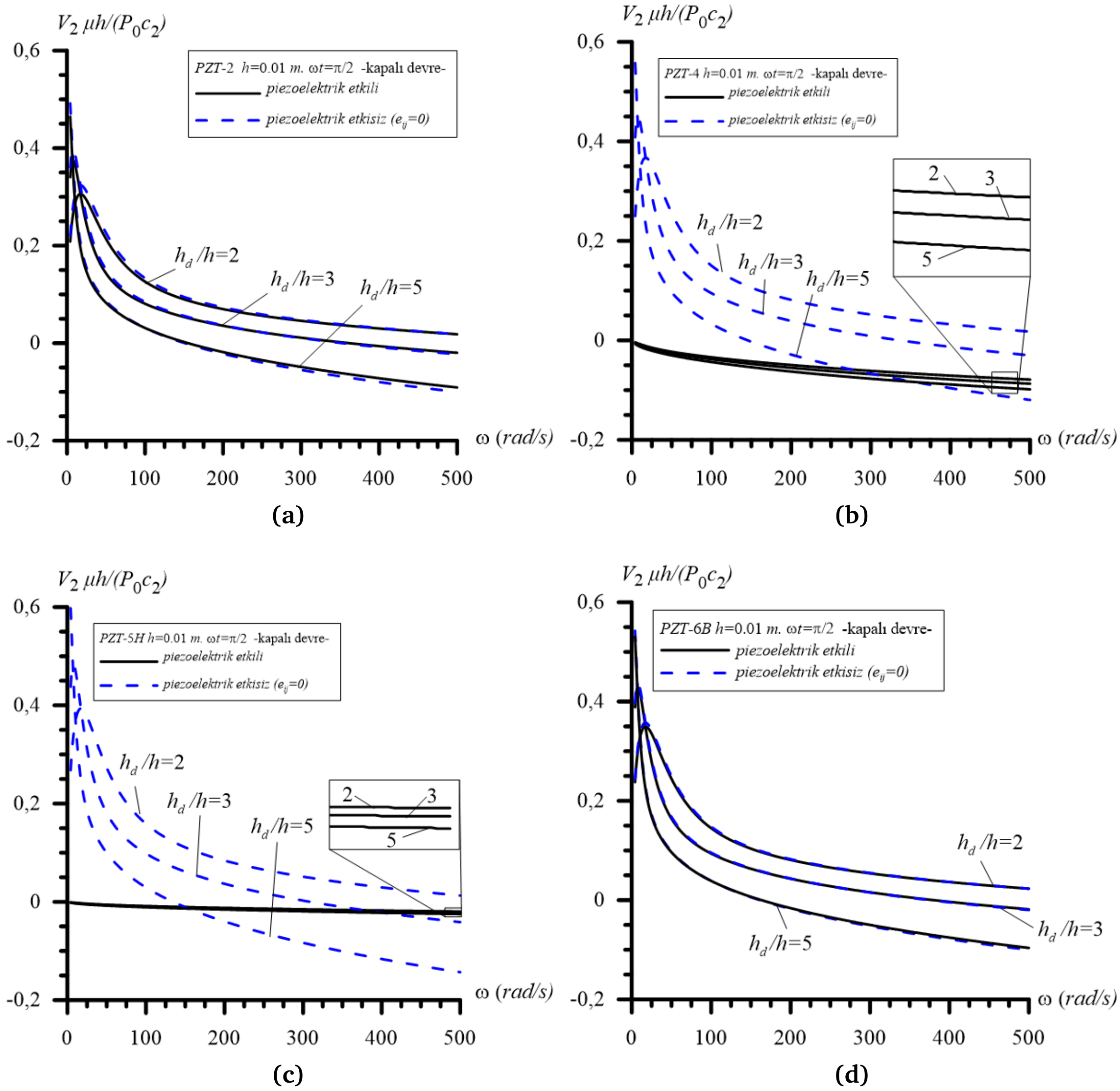

**Şekil 4.38** Arayüz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, $\omega t = \pi/2$, h=0.01 m durumunda frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

daha büyük olduğu grafiklerden anlaşılmaktadır.

Kapalı devre ve h=0.01 m, $\omega = \pi/2$ kabulü durumunda; $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının sırasıyla PZT-2,PZT-4,PZT-5H,PZT-6B plaka malzemelerine ait grafikleri Şekil 4.39'de verilmiştir.

Dört farklı piezoelektrik plaka malzemesine ait akışkan hızının frekans cevapları, titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu durumda açık ve kapalı devre kabulleri altında sırasıyla Şekil 4.38 ve Şekil 4.39'da çizdirilmiştir. Bu şekiller karşılaştırıldığında, kapalı devre durumunda plakanın piezoelektiriklik etkisinin açık devre durumuna göre daha az olduğu görülmektedir.

Araştırılan hız değeri üzerindeki, titreşim fazı etkisinin önemli ölçüde olduğu verilen grafiklerden anlaşılmaktadır. Bu nedenle, titreşim fazı ile akışkan hızı arasındaki

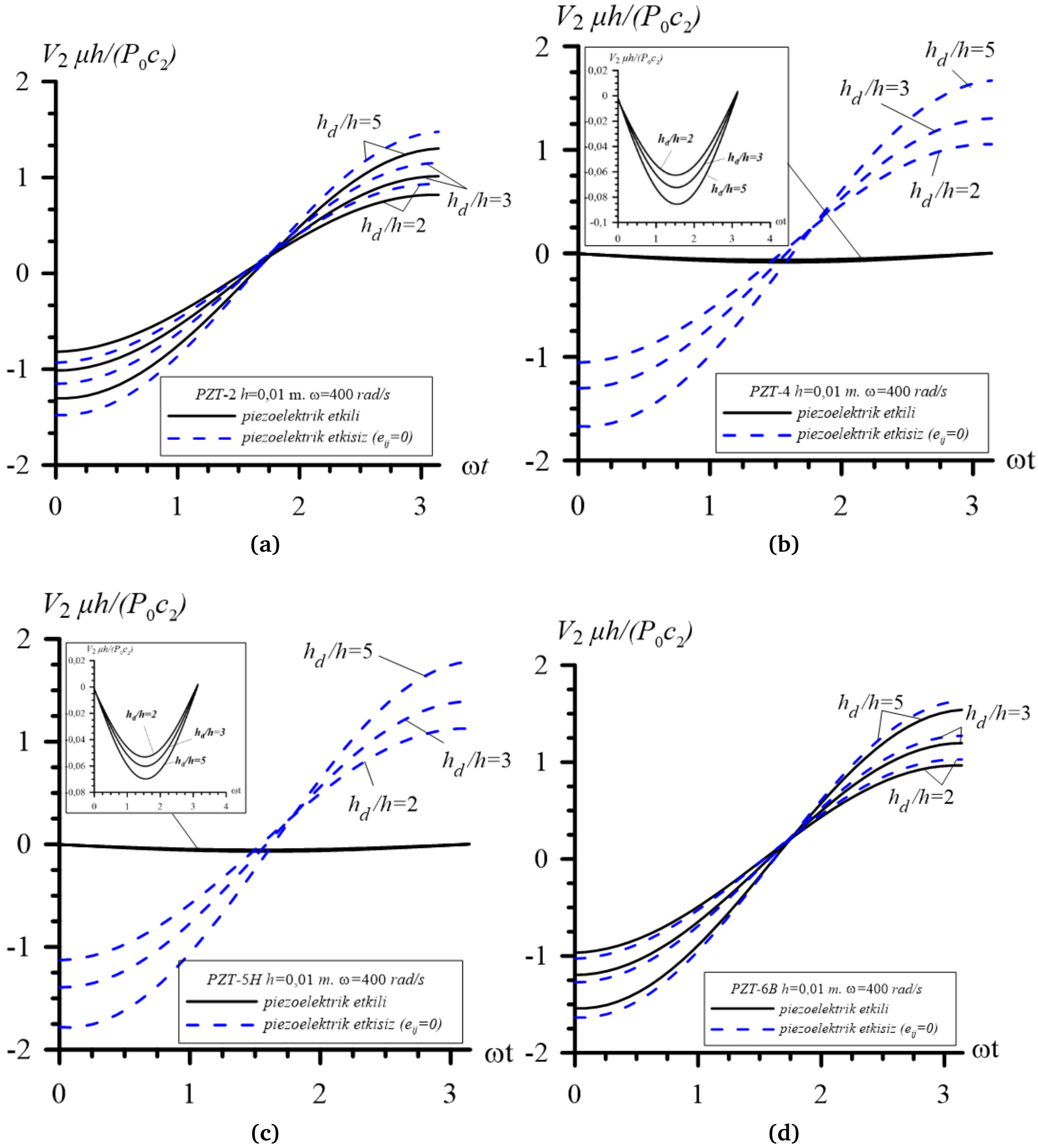



**Şekil 4.39** Kapalı devre durumunda, arayüz $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızının, $\omega t = \pi/2$, h=0.01 m durumunda frekans cevabı a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B

bağıntı araştırılmıştır. Şekil 4.40'de $\omega = 400 rad/s$ kabul edilmiştir ve a, b, c, d grafikleri sırasıyla PZT-2 , PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plaka malzemelerine aittir. Titreşim fazının $\omega t = 0$ olduğu noktada, PZT-2 ve PZT-4 piezoelektrik malzemeleri için hızın mutlak değeri maksimum olurken, PZT-4 ve PZT-5H piezoelektrik malzemeleri için hız sıfırdır. Titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu noktada ise, PZT-2 ve PZT-4 piezoelektrik malzemeleri için hız sıfır olurken , PZT-4 ve PZT-5H piezoelektrik malzemeleri için hızın mutlak değeri maksimum olmaktadır.

Piezoelektrik plakanın kapalı devre kabul edildiği durum için arayüz düzlemi akışkan hızı ile titreşim fazı bağıntı grafikleri Şekil 4.41'da görülmektedir.

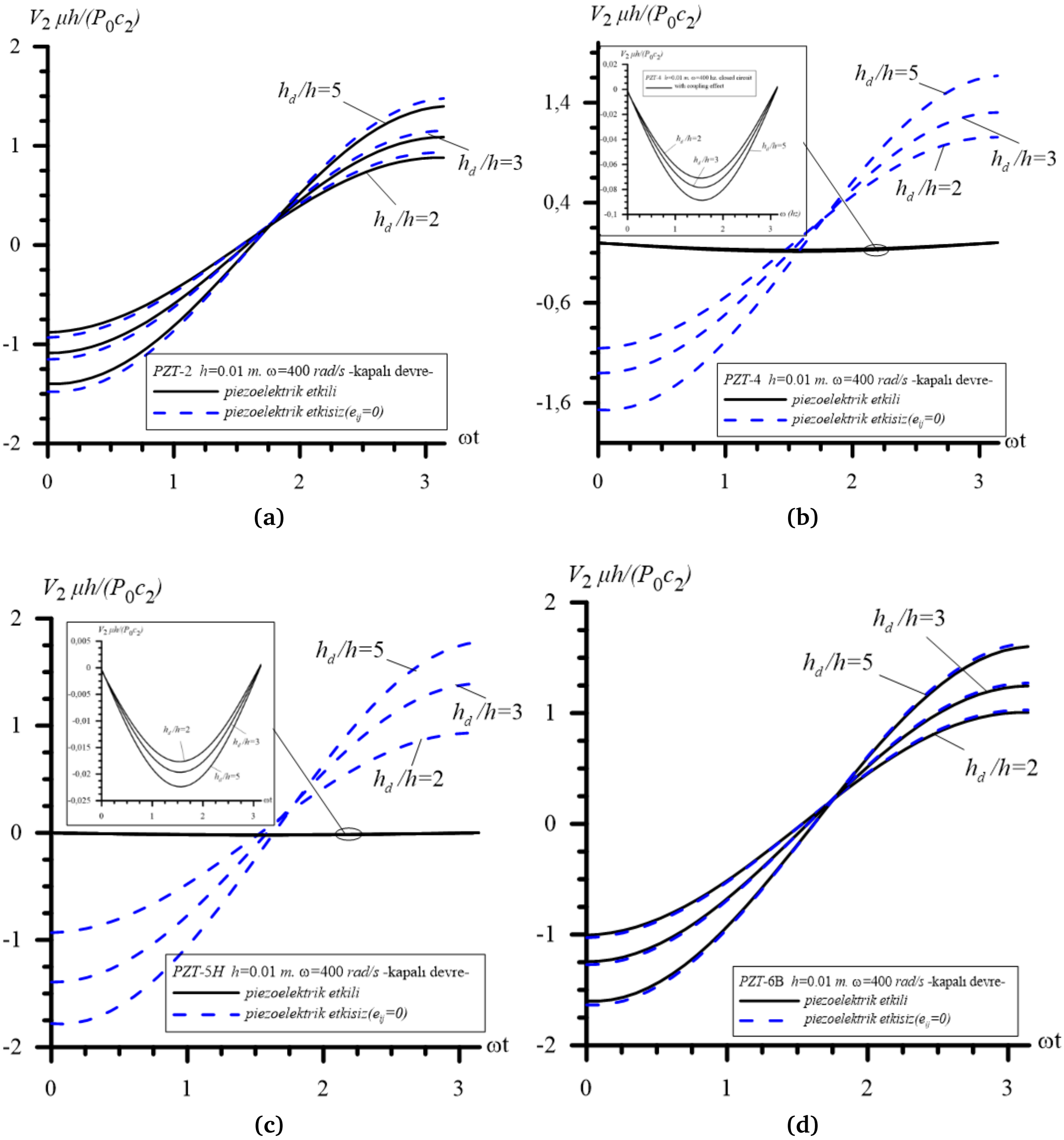
Açık ve kapalı devre plaka modelleri için verilen akışkan hızı ile titreşim fazı bağıntısını




**Şekil 4.40** a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemelerine ait, akışkan hızı ve titreşim fazı arasındaki bağıntı grafikleri

gösteren grafiklerdeki, maksimum hızın elde edildiği titreşim fazı kayması akışkanın viskoz olmasından kaynaklanmaktadır. Akışkan olarak seçilen gliserin, eğer viskoz olmayan akışkan olarak modellenirse Şekil 4.42 'deki $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızı frekans cevapları, $\omega t = \pi/2$ titreşim fazı durumunda farklı piezoelektrik malzemeler için elde edilir.

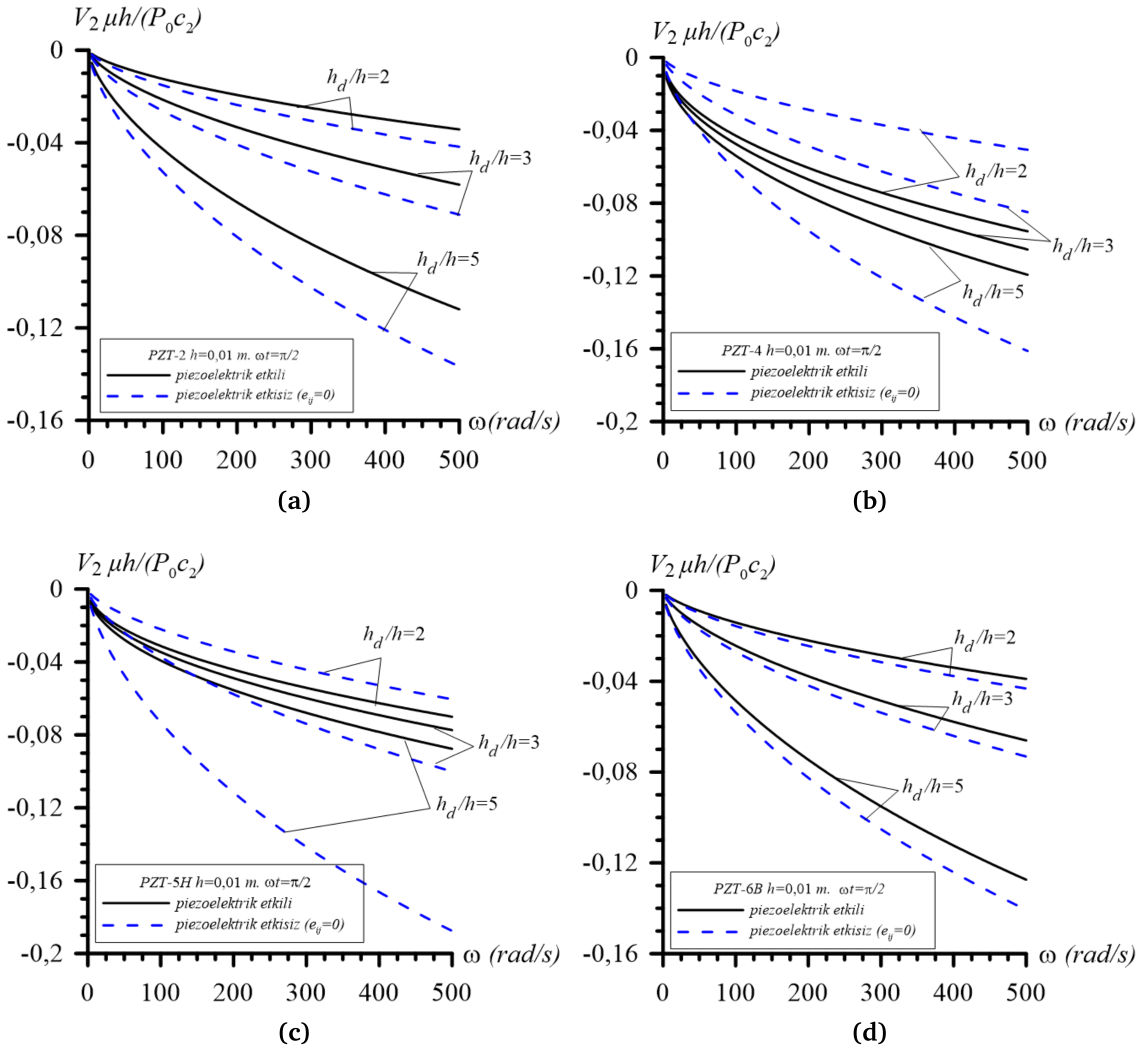
Şekil 4.42'da PZT-2 (4.42a), PZT-4 (4.42b), PZT-5H (4.42c) ve PZT-6B (4.42d) plakalarının h=0.01 m ve $\omega t = 0$ durumunda $h_d/h = 2,3,5$ için $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızı frekans cevabı grafikleri verilmiştir. Şekil 4.43'de ise viskoz olmayan akışkan




**Şekil 4.41** Kapalı devre durumunda a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemelerine ait, akışkan hızı ve titreşim fazı arasındaki bağıntı grafikleri

durumu için $\omega = 400(rad/s)$ alınarak, PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plakalarına ait akışkan hızı-titreşim fazı bağıntısı grafikleri $h_d/h$ oranına göre çizdirilmiştir.

Şekil 4.43'den görüldüğü üzere, incelenen tüm plakaların $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızı mutlak değerinin maksimum olduğu nokta $\omega t = \pi/2$ olduğu noktadır. Yani tüm $\omega t = \pi/2 + n\pi$ (n=1,2,3...) durumlarında akışkan hızı maksimum mutlak değerini alır. Sonuç olarak, incelenen hızın mutlak değerinin maksimum değeri aldığı, $\omega t = \pi/2 + n\pi$ titreşim fazlarında, elektromekanik birleşme etkisinin de mutlak değerinin maksimum değeri aldığına dikkat edilmelidir.

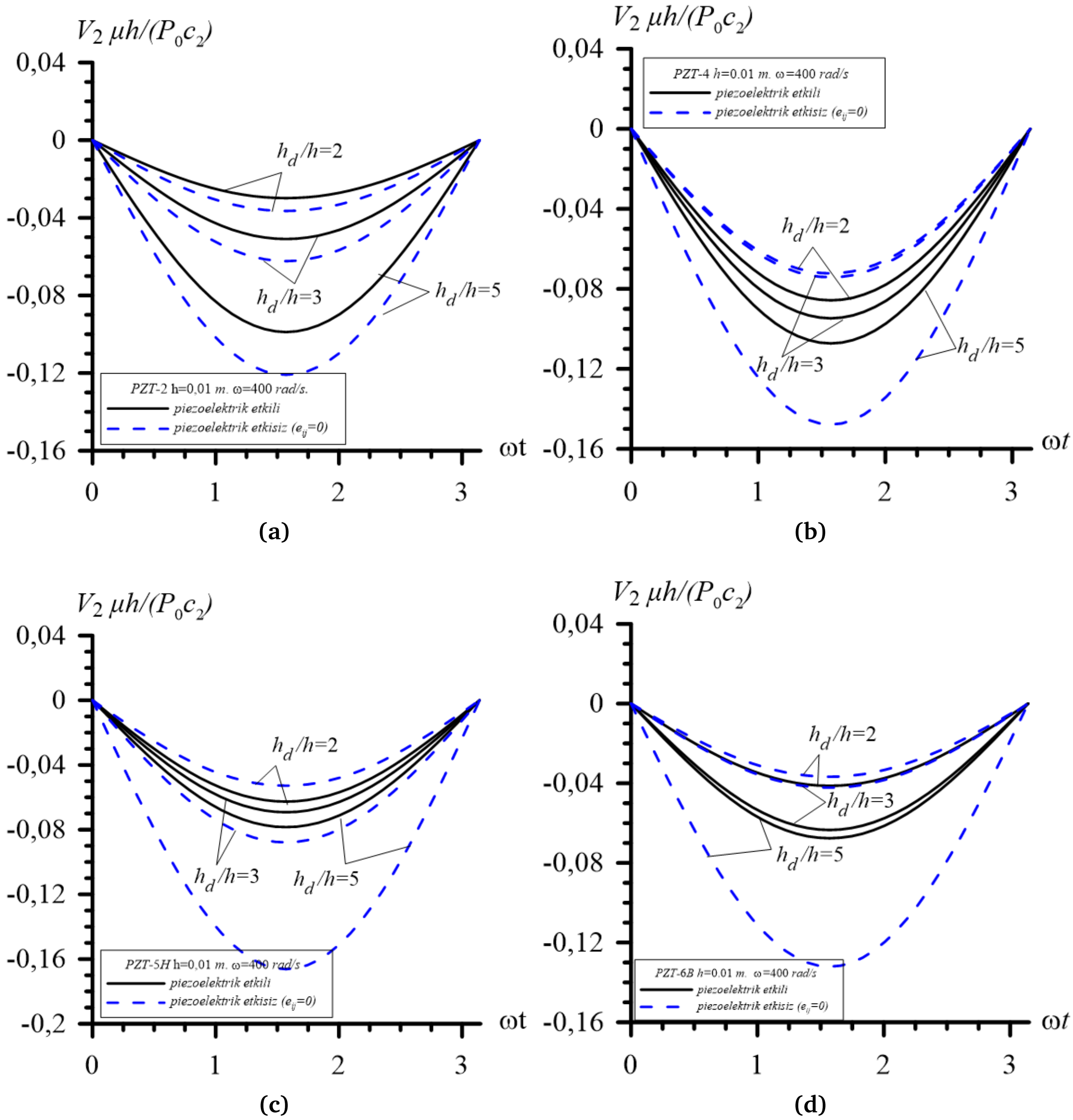



**Şekil 4.42** Viskoz olmayan akışkan, h=0.01 m ve $\omega t = \pi/2$ durumunda a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemeleri için akışkan hızının frekans cevabı

Plaka kalınlığının, viskoz olmayan akışkan modelinde, akışkan hızı-titreşim fazı bağıntısı grafiklerini nasıl etkilediğini analiz etmek için Şekil 4.44 incelenmiştir.

Plaka kalınlığının azalmasıyla, viskoz olmayan akışkan için akışkan hızının maksimum olduğu nokta yine $\omega t = \pi/2$ olduğu noktadır. Bunu Şekil 4.44'de dört plaka malzemesi ve h=0.001 m durumu için çizdirilen akışkan hızı-titreşim fazı bağıntısı grafiklerinden görebiliriz. Ayrıca, plaka kalınlığı azaldıkça akışkan hızının maksimum mutlak değerinin de azaldığı sonucuna varılır.

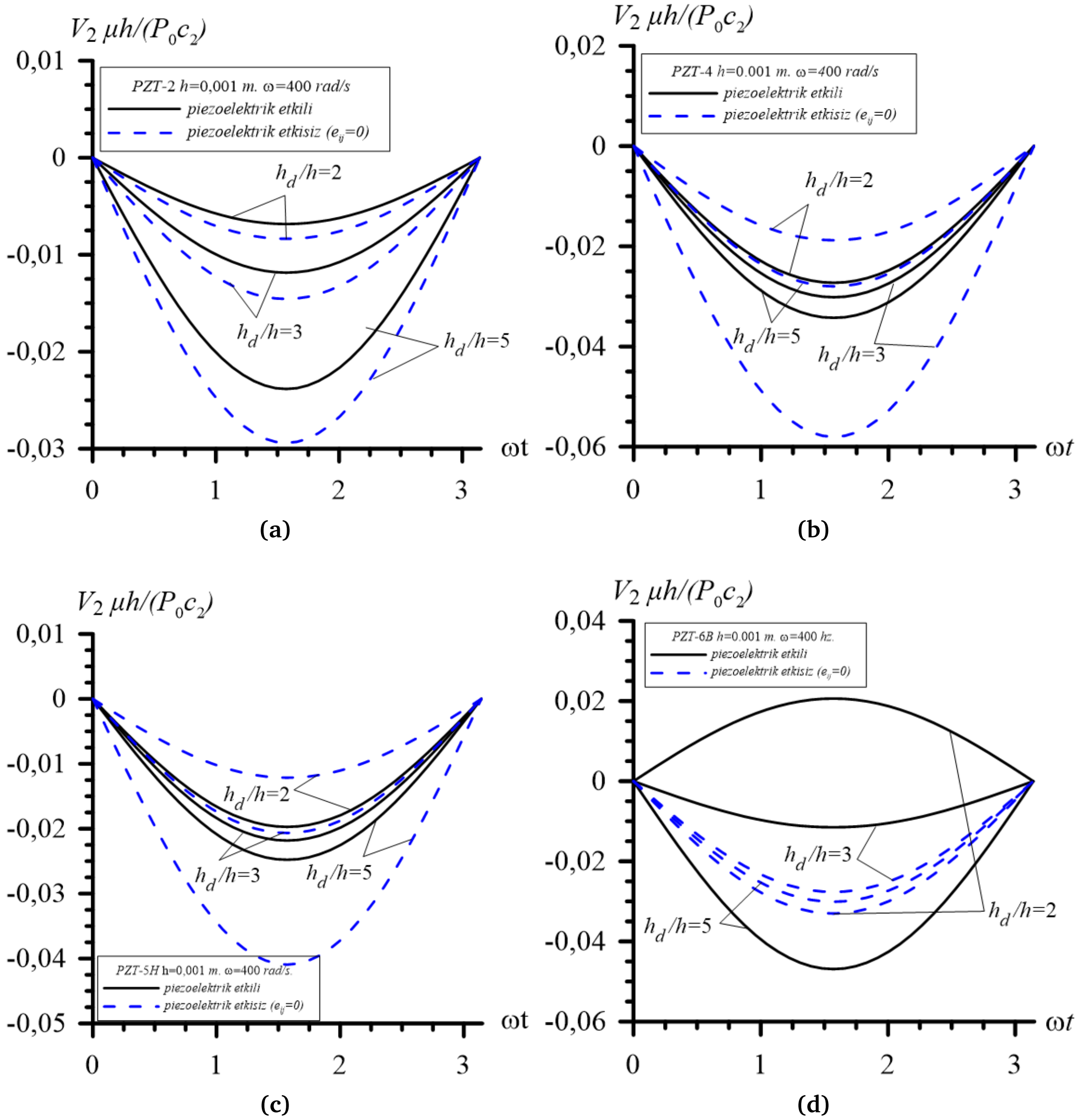
Diğer yandan piezoelektrik plakanın kapalı devre olduğu ve akışkanın viskoz olmayan modeli alındığı durumda; $V_2\mu h/P_0c_2$ akışkan hızı frekans cevabı grafikleri PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B malzemeleri için sırasıyla Şekil 4.45'da verilmiştir.




**Şekil 4.43** Akışkan hızı ve titreşim fazı arasındaki bağıntının, viskoz olmayan akışkan ve h=0.01 m durumu için, a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine ait grafikleri

Bu şekilden anlaşıldığı üzere, plakanın piezoelektrik etkisi akışkan hızının sayısal sonuçlar üzerinde düşüşe neden olmaktadır. Ancak kapalı devrede bu düşüşün miktarı açık devreye göre daha azdır. Frekansın ($\omega$) düzenli artışıyla, akışkan hızının mutlak değerinin de arttığı görülmektedir. , PZT-4 ve PZT-5H piezoelektrik malzemelerinin akışkan hızı grafiklerinde, piezoelektrik etki diğer malzemelere göre daha fazla hissedilmektedir.

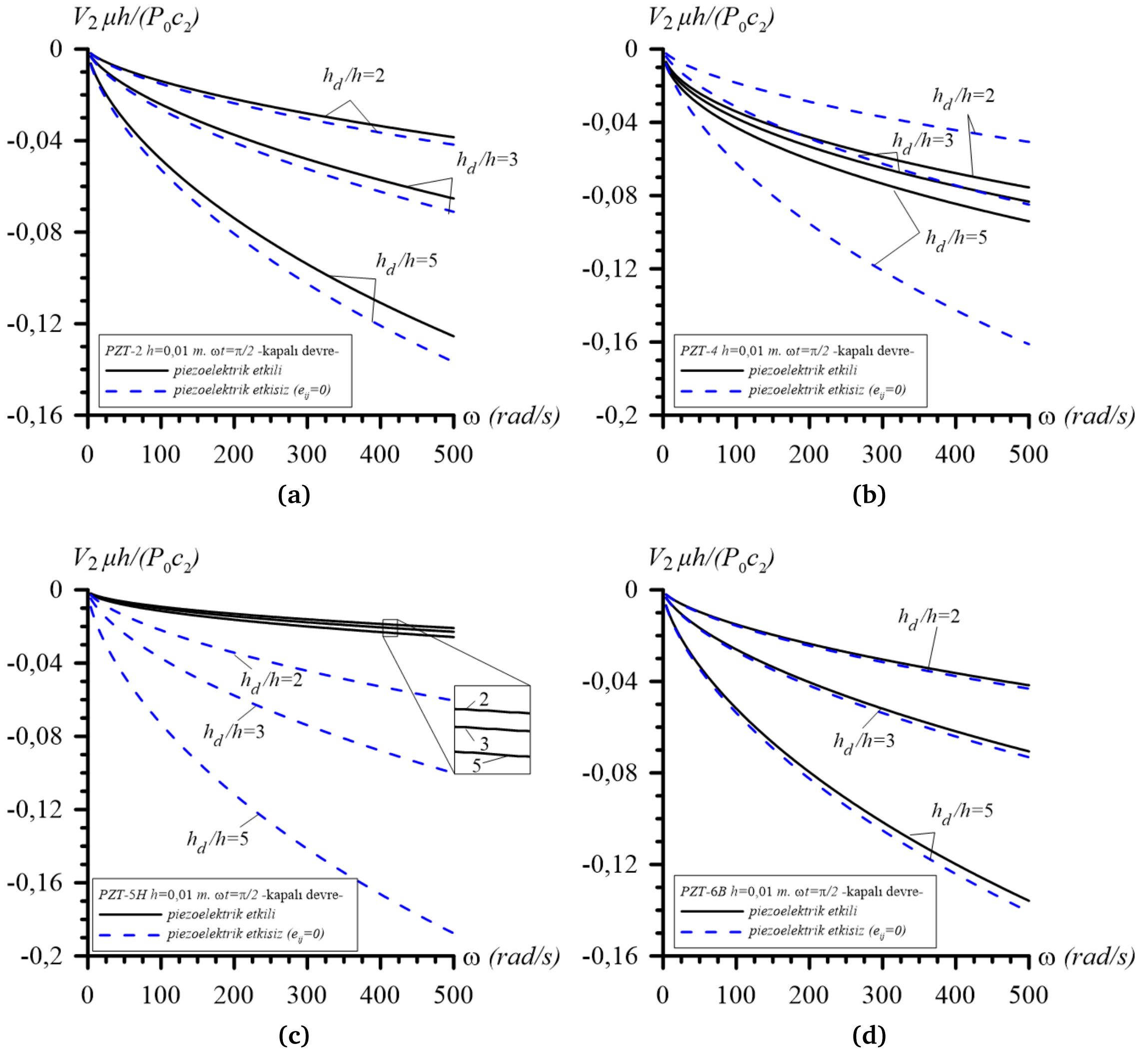
Şekil 4.46'de ise plaka kalınlığı h=0.01 m, kapalı devre ve viskoz olmayan akışkan durumunda, $\omega = 400(rad/s)$ alınarak, PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B plakalarının




**Şekil 4.44** Akışkan hızı ve titreşim fazı arasındaki bağıntının, viskoz olmayan akışkan ve h=0.001 m durumu için, a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine ait grafikleri

titreşim fazı-akışkan hızı bağıntı grafikleri çizdirilmiştir.

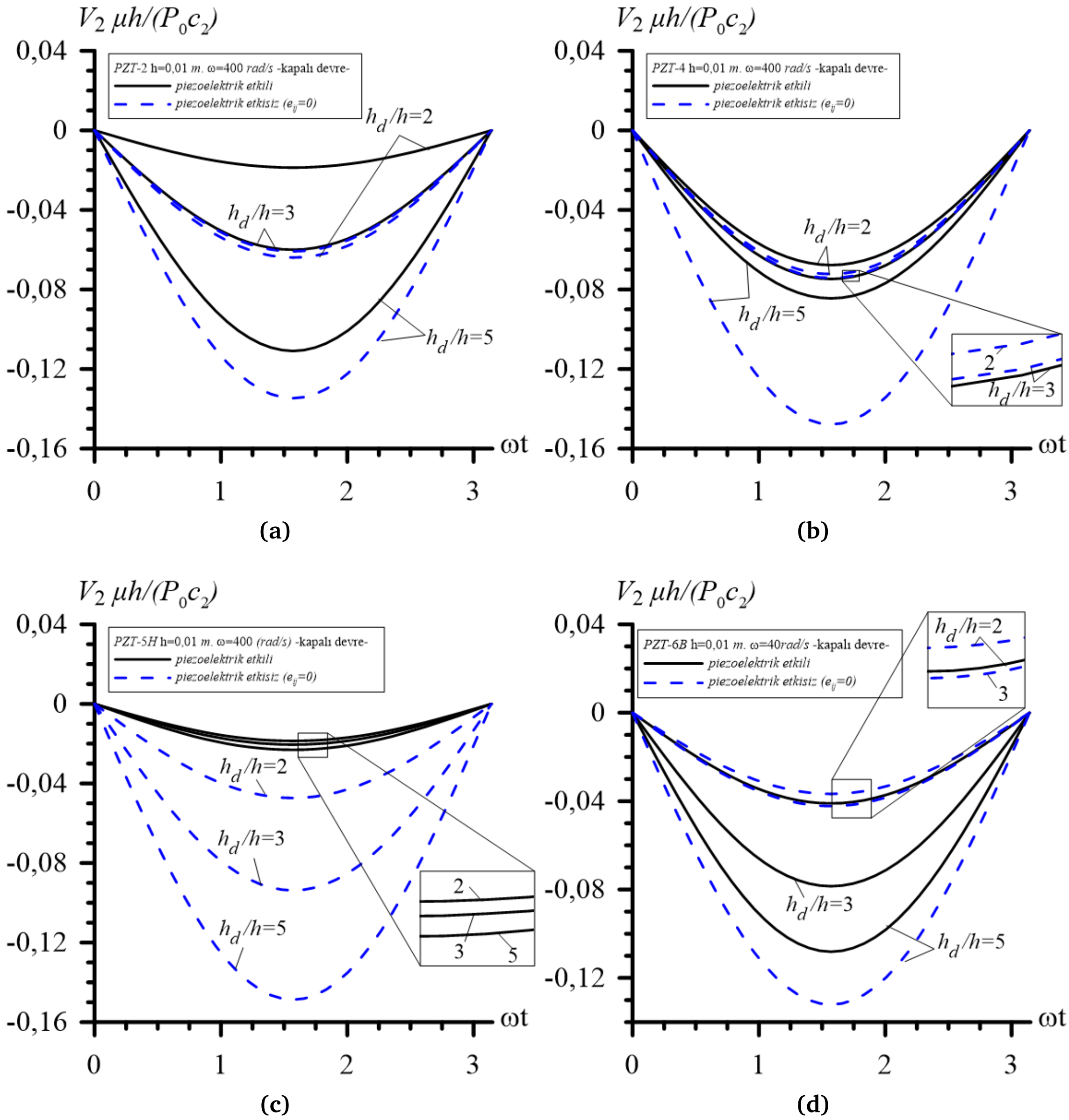
Yine Şekil 4.46 grafiklerinde de, akışkan hızının maksimum mutlak değeri aldığı nokta titreşim fazının $\omega t = \pi/2$ olduğu noktadır. Bu sonuç Şekil 4.46'de verilen dört plaka malzemesi için geçerlidir. Titreşim fazının $\omega t = 0$ olduğu noktada ise tüm malzemelerin akışkan hızları sıfır olmaktadır.




**Şekil 4.45** Kapalı devre ve viskoz olmayan akışkan modelinde h=0.01 m ve $\omega t = \pi/2$ koşulları altında a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H ve d) PZT-6B plaka malzemelerine ait akışkan hızının frekans cevabı grafikleri

## 4.5 Elektrik Potansiyeli Değişimi

Bu bölümde $e_{15}h\varphi/P_0$ boyutsuz elektriksel potansiyelinin frekans cevabı ve ele alınan sistem parametrelerinin bu cevap üzerindeki etkisi araştırılacaktır. Bu elektrik potansiyel değeri, piezoelektrik plakanın alt düzleminde ve $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanmaktadır.Ayrıca, piezoelektrik plakanın üst yüzey düzlemindeki elektrik potansiyeli ile alt yüzey düzlemindeki elektrik potansiyeli, nispeten ince plakalarda (h=0.001 m ve h=0.0001 m gibi) $10^{-5}$ hassasiyetiyle örtüşmektedir. Bunun yanında, plaka kalınlığının arttığı durumlarda (h=0.01 m ve h=0.1 m gibi) üst yüzey düzlemi ile alt yüzey düzlemi elektrik potansiyelleri arasında fark ortaya çıkmaktadır ve üst yüzey düzlemindeki elektrik potansiyeli mutlak değerinin, alt yüzey düzlemindeki elektrik potansiyelinden önemli ölçüde küçük olduğu görülmektedir. Bu nedenle bu tez kapsamında sadece piezoelektrik plakanın alt yüzey düzlemindeki elektrik

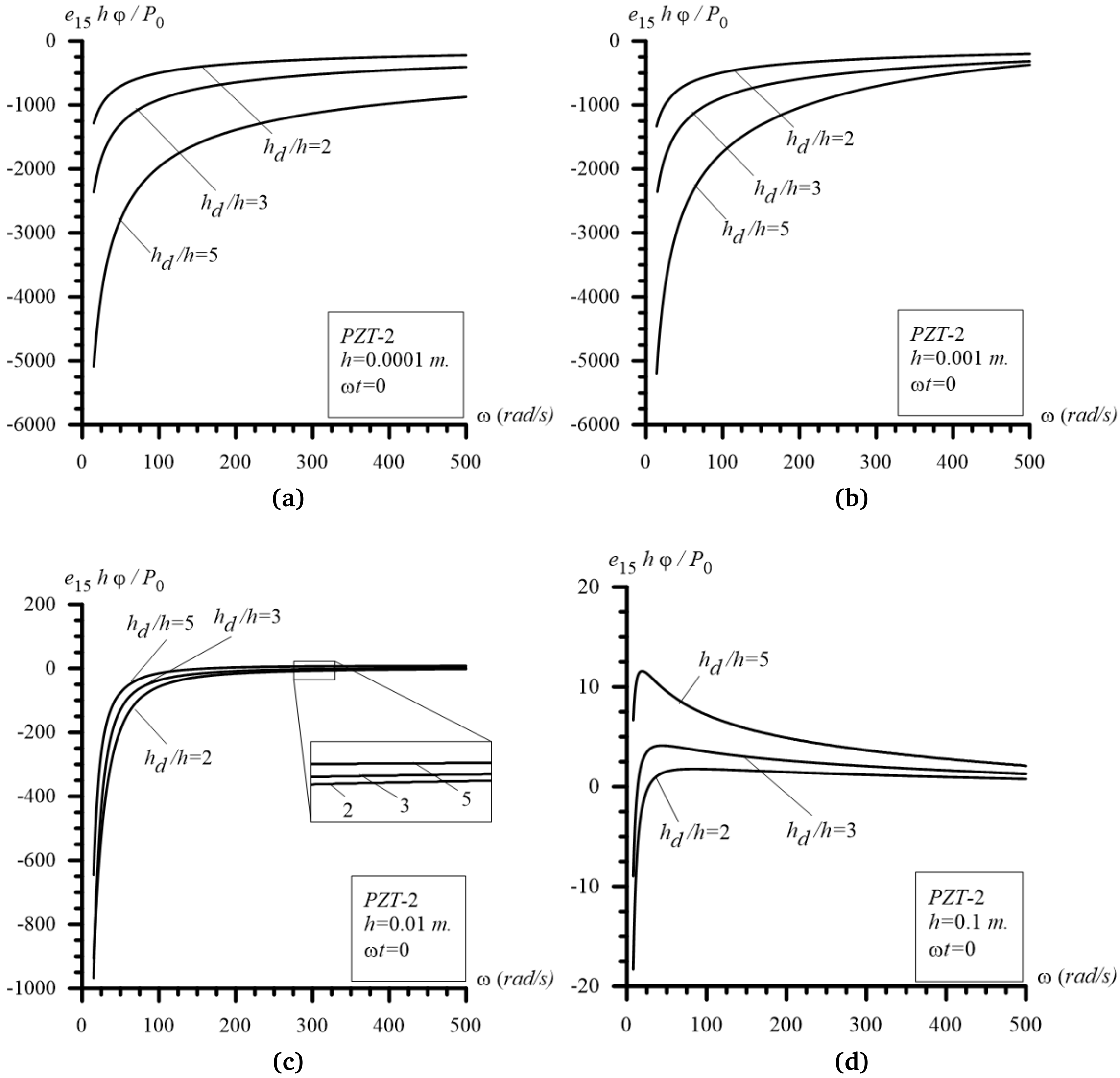



**Şekil 4.46** Kapalı devre ve viskoz olmayan akışkan durumu için, akışkan hızı ve titreşim fazı arasındaki bağıntının, a) PZT-2 , b) PZT-4 c) PZT-5H d) PZT-6B plaka malzemelerine göre grafikleri

potansiyeli değerleri incelenecektir. Bu bölümdeki analizlerde piezoelektik plaka malzemesi olarak PZT-2 ve PZT-4 seçilmiştir.

Şekil 4.47'de PZT-2 plakası için plaka kalınlığı sırasıyla h=0.0001 m, h=0.001 m, h=0.01 m, h=0.1 m alınır ve $\omega t = 0$ kabul edilirse, boyutsuz $e_{15}h\varphi/P_0$ elektrik potansiyeli frekans cevaplarının nasıl olacağı araştırılmıştır.

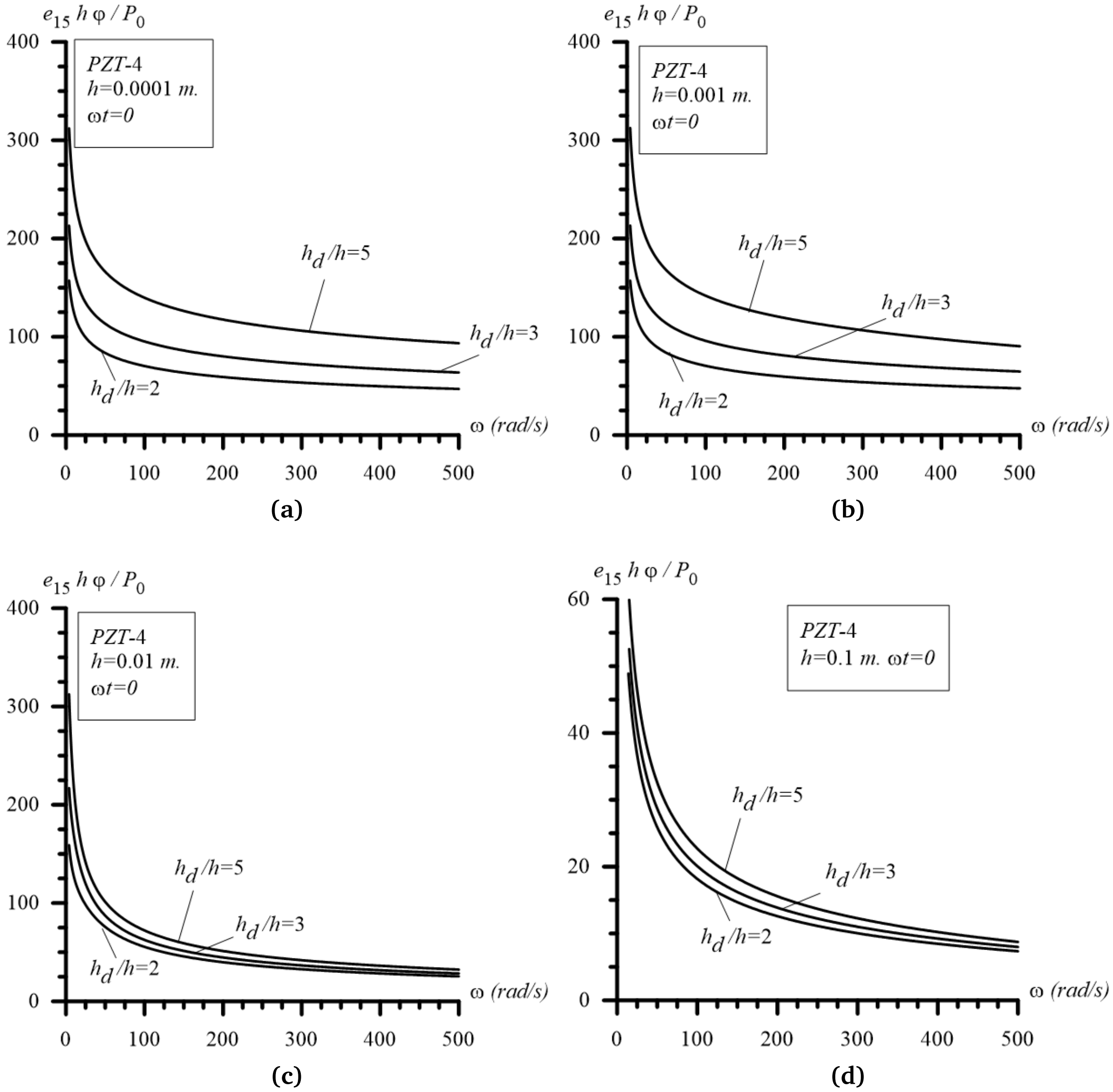
Şekil 4.48'de ise PZT-4 plakası için h=0.0001 m, h=0.001 m, h=0.01 m, h=0.1 m ve $\omega t = 0$ durumları altında, boyutsuz $e_{15}h\varphi/P_0$ elektrik potansiyeli frekans cevapları verilmiştir.




**Şekil 4.47** PZT-2 piezolektrik plakasının viskoz akışkan ve $\omega t = 0$ durumunda elektrik potansiyeli frekans cevabı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

Şekil 4.47 ve Şekil 4.48 sırasıyla PZT-2 ve PZT-4'e ait, $e_{15}h\varphi/P_0$ boyutsuz elektrik potansiyeli frekans cevaplarını göstermektedir. Tüm gösterimlerde $\omega t = 0$ kabul edilerek, h=0.0001 m durumunda Şekil 4.47a ve 4.48a , h=0.001 m durumunda Şekil 4.47b ve 4.48b , h=0.01 m durumunda Şekil 4.47c ve 4.48c , h=0.01 m durumunda Şekil 4.47d ve 4.48d elde edilmiştir.

Şekil 4.47'de verilen sonuçları analiz edersek; nispeten ince plaka kalınlıklarında (h=0.0001 m, h=0.001 m ve h=0.01 m gibi) elektrik potansiyelin mutlak değeri frekans arttıkça azalır ve elektrik potansiyelin işareti eksidir. Bununla birlikte daha kalın plakalar için (örneğin h=0.1 m), elektrik potansiyelin işareti frekansa ($\omega$) bağlıdır. Belli bir frekans noktasına kadar potansiyelin değerleri eksi, o noktadan sonra ise artı olur. Ayrıca, potansiyelin maksimum değerine sahip olduğu frekans bu



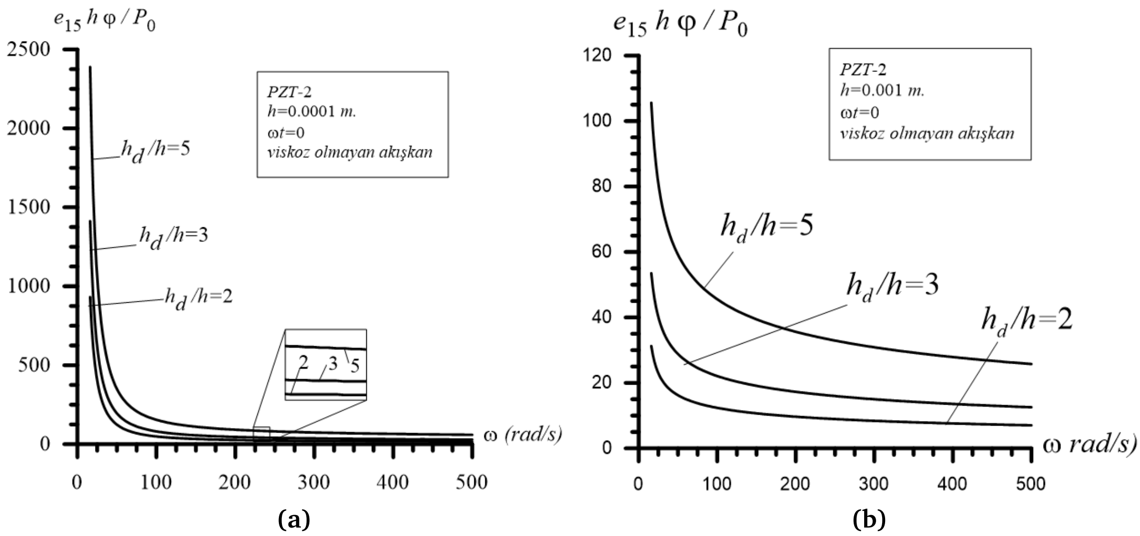

**Şekil 4.48** PZT-4 piezolektrik plakasının, viskoz akışkan ve $\omega t = 0$ durumunda elektrik potansiyeli frekans cevabı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

potansiyel değerinin pozitif olduğu bölgededir.

Şekil 4.48'deki PZT-4 malzemesine ait sonuçlara bakılarak; incelenen frekans aralığında tüm plaka kalınlıkları için, elektrik potansiyeli değerinin pozitif değerler aldığını ve frekans arttıkça potansiyel değerinde azalma görüldüğü söylenebilir. Ayrıca, bahsedilen şekilde verilen grafiklerden plaka kalınlığındaki artışın, elektrik potansiyelinin sayısal değerinde düşüşe neden olduğu sonucu çıkarılır. Tüm bu grafiklerde akışkanın viskoz olarak modellendiğine dikkat edilmelidir.

Akışkan viskozitesinin elektrik potansiyelinin frekans cevabı üzerindeki etkisini incelemek için ise Şekil 4.49 ve Şekil 4.50 analiz edilmelidir.

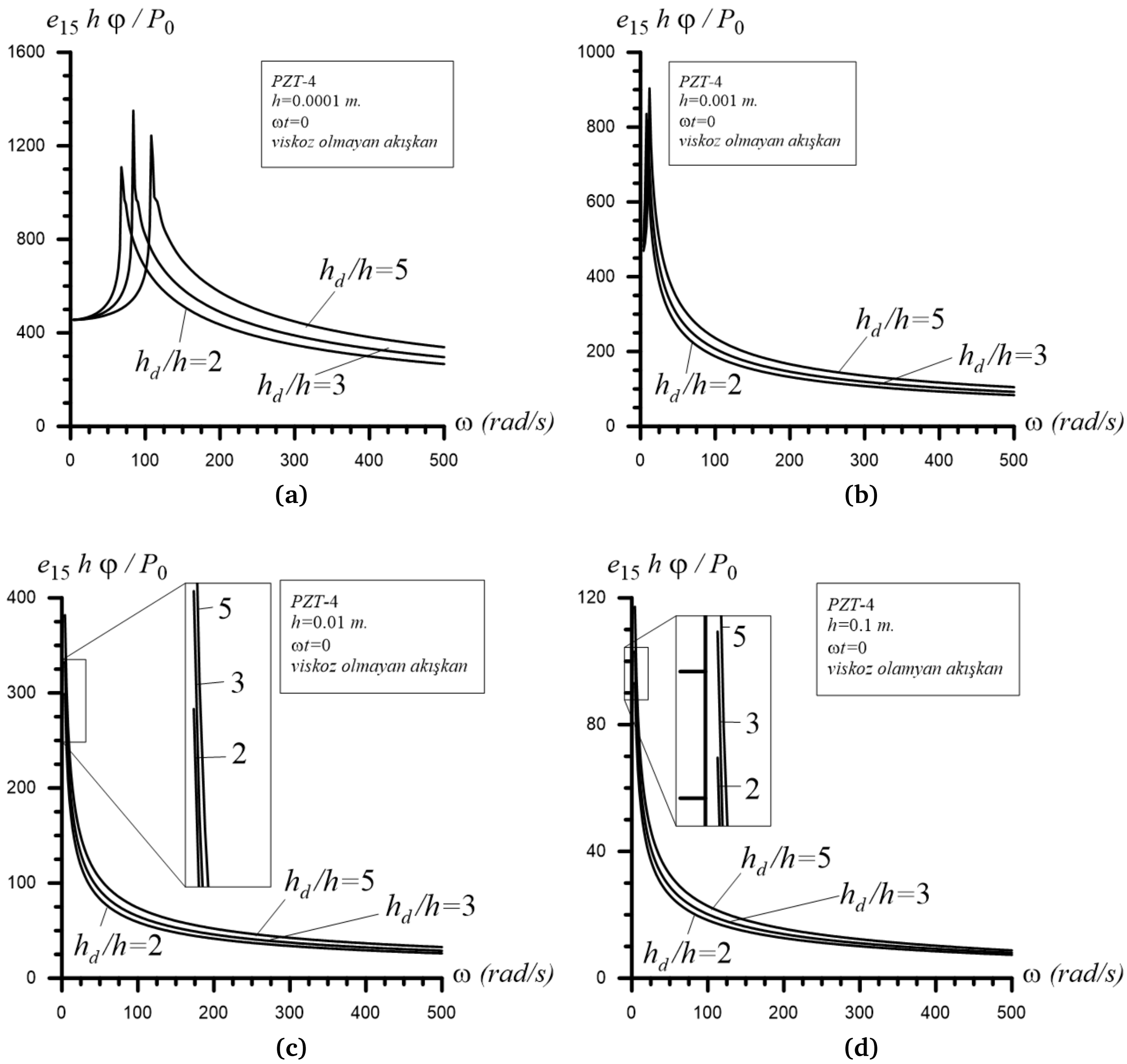
Şekil 4.49'de PZT-2 plakası ve viskoz olmayan akışkan modeli için h=0.0001 m, h=0.001 m, h=0.01 m, h=0.1 m ve $\omega t = 0$ durumları altında, boyutsuz $e_{15}h\varphi/P_0$ elektrik potansiyeli frekans cevapları görülmektedir.




**Şekil 4.49** PZT-2 piezolektrik plakasının, viskoz olmayan akışkan ve $\omega t = 0$ durumunda elektrik potansiyeli frekans cevabı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

PZT-2 malzemesine ait, akışkanın viskoz olarak modellendiği Şekil 4.47'yi ve akışkanın vizkoz olmayan akışkan olarak modellendiği Şekil 4.49'yi karşılaştırırsak; viskozitenin PZT-2 elektrik potansiyeli üzerinde sadece sayısal anlamda değil nitelik anlamında da önemli ölçüde etkisi olduğu sonucuna varırız.

Şekil 4.50'de PZT-4 plakası ve viskoz olmayan akışkan modeli için h=0.0001 m, h=0.001 m, h=0.01 m, h=0.1 m ve $\omega t = 0$ durumları altında, boyutsuz $e_{15}h\varphi/P_0$ elektrik potansiyeli frekans cevapları görülmektedir.

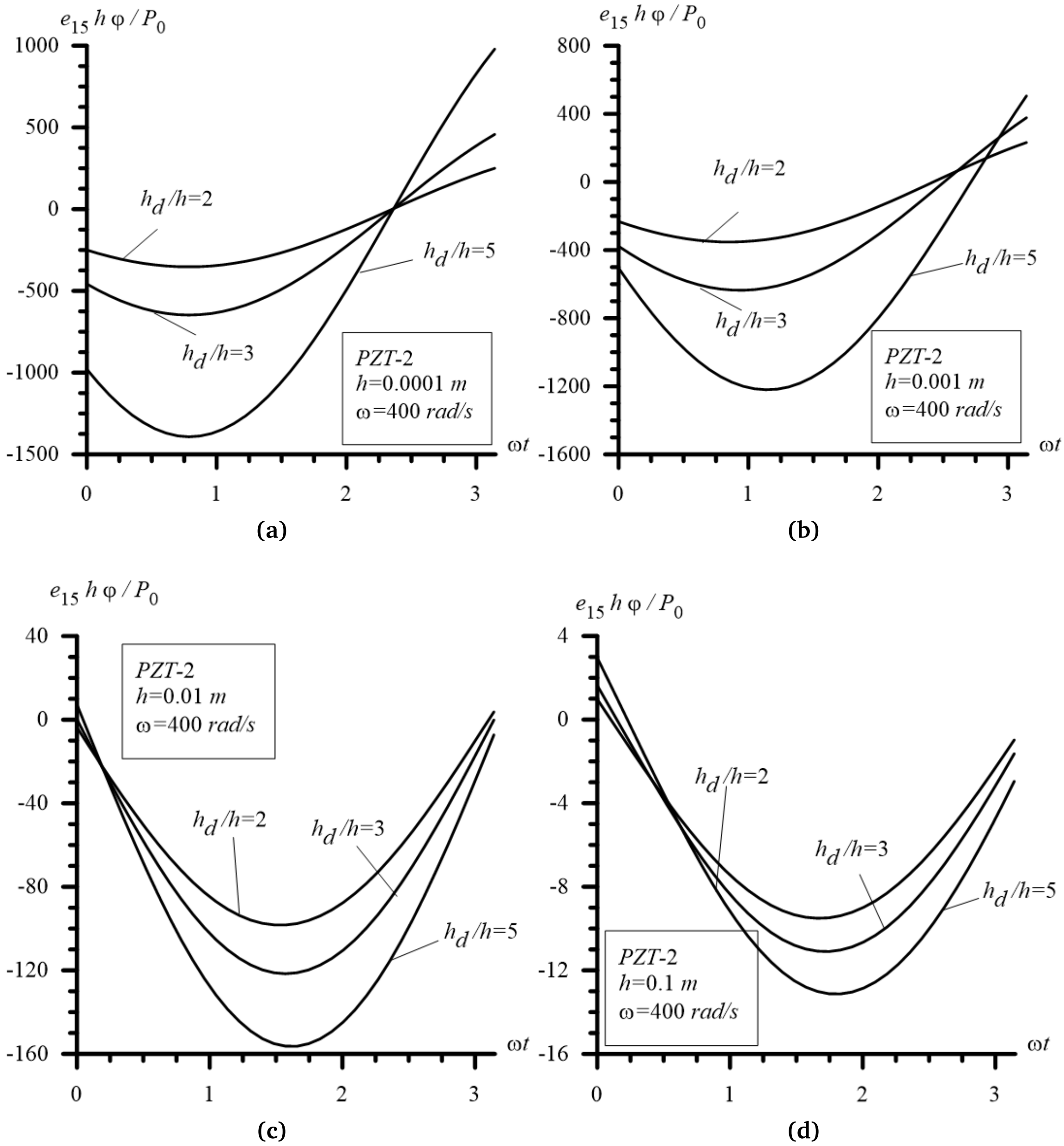



**Şekil 4.50** PZT-4 piezolektrik plakasının, viskoz olmayan akışkan ve $\omega t = 0$ durumunda elektrik potansiyeli frekans cevabı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m d) h=0.1 m

PZT-4 malzemesine ait, akışkanın viskoz olarak modellendiği Şekil 4.48'yi ve akışkanın vizkoz olmayan akışkan olarak modellendiği Şekil 4.50'yi karşılaştırırsak; viskozitenin PZT-4'ün elektrik potansiyeli üzerinde sayısal anlamda etkisi olduğu sonucuna varırız.

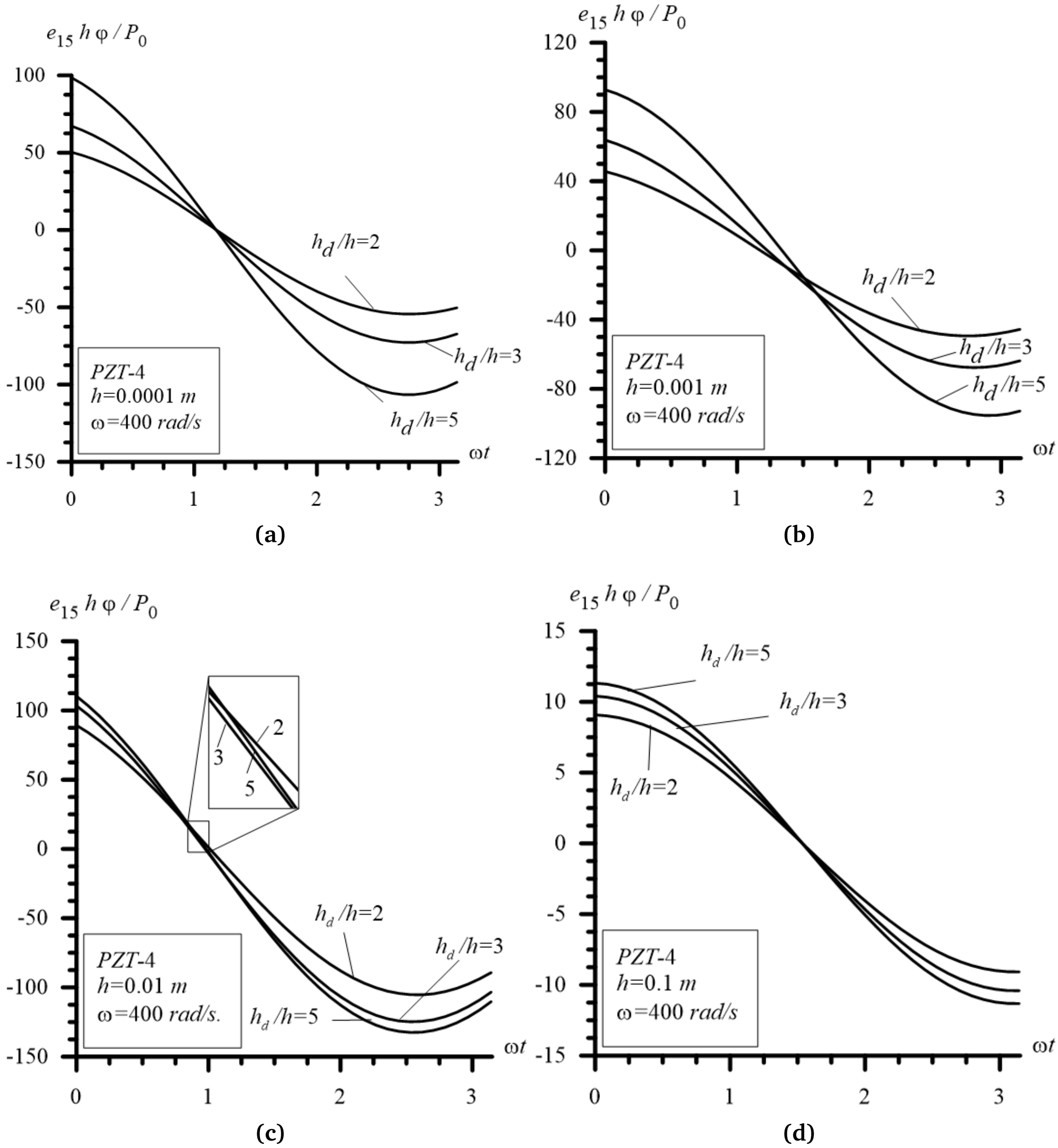
Şekil 4.47, Şekil 4.48, Şekil 4.49 ve Şekil 4.50'da verilen tüm sayısal sonuçlarda, akışkan derinliğinin, yani $h_d/h$ oranının artmasıyla elektriksel potansiyelin mutlak değeri de artmaktadır. Bu sonuçların titreşim fazı $\omega t = 0$ için elde ediliğini ve $x_1/h = 0$ noktasıyla ilgili olduğunu tekrar belirtiyoruz.

Şimdi mekanik kuvvetin titreşim fazının $(\omega t)$ değişiminin, $\omega = 400(rad/s)$ alındığı durumda $x_1/h = 0$ noktasında hesaplanan elektrik potansiyeli değerleri üzerindeki etkisini gösteren sayısal sonuçları inceleyelim. Bu sonuçlar PZT-2 ve PZT-4 malzemeleri için sırasıyla Şekil 4.51 ve 4.52'de verilir. Plaka kalınlığının h=0.0001 m olduğu durumlar Şekil 4.51a ve Şekil 4.52a'da, h=0.001 m olduğu durumlar 4.51b ve 4.52b'da, h=0.01 m olduğu durumlar 4.51c ve 4.52c'da, son olarak h=0.1 m olduğu durumlar 4.51d ve 4.52d'de görülmektedir.




**Şekil 4.51** PZT-2 piezolektrik plakası için, viskoz akışkan ve $\omega = 400 rad/s$ durumunda elektrik potansiyeli-titreşim fazı bağımlılığı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

Şekil 4.51 ve 4.52 'den görüldüğü üzere; akışkan viskozitesi, titreşim fazının-elektrik potansiyeli grafiklerinin karakteristiğini önemli ölçüde etkilemektedir. Ayrıca, bu sonuçlara göre titreşim fazının etkisinin karakteristiği plakanın kalınlığına göre değişmektedir. Şekil 4.51 ile Şekil 4.52'de birbirine karşılık gelen durumların grafikleri karşılaştırıldığında; akışkan viskozitesinin, PZT-2 malzemesine ait bağımlılık

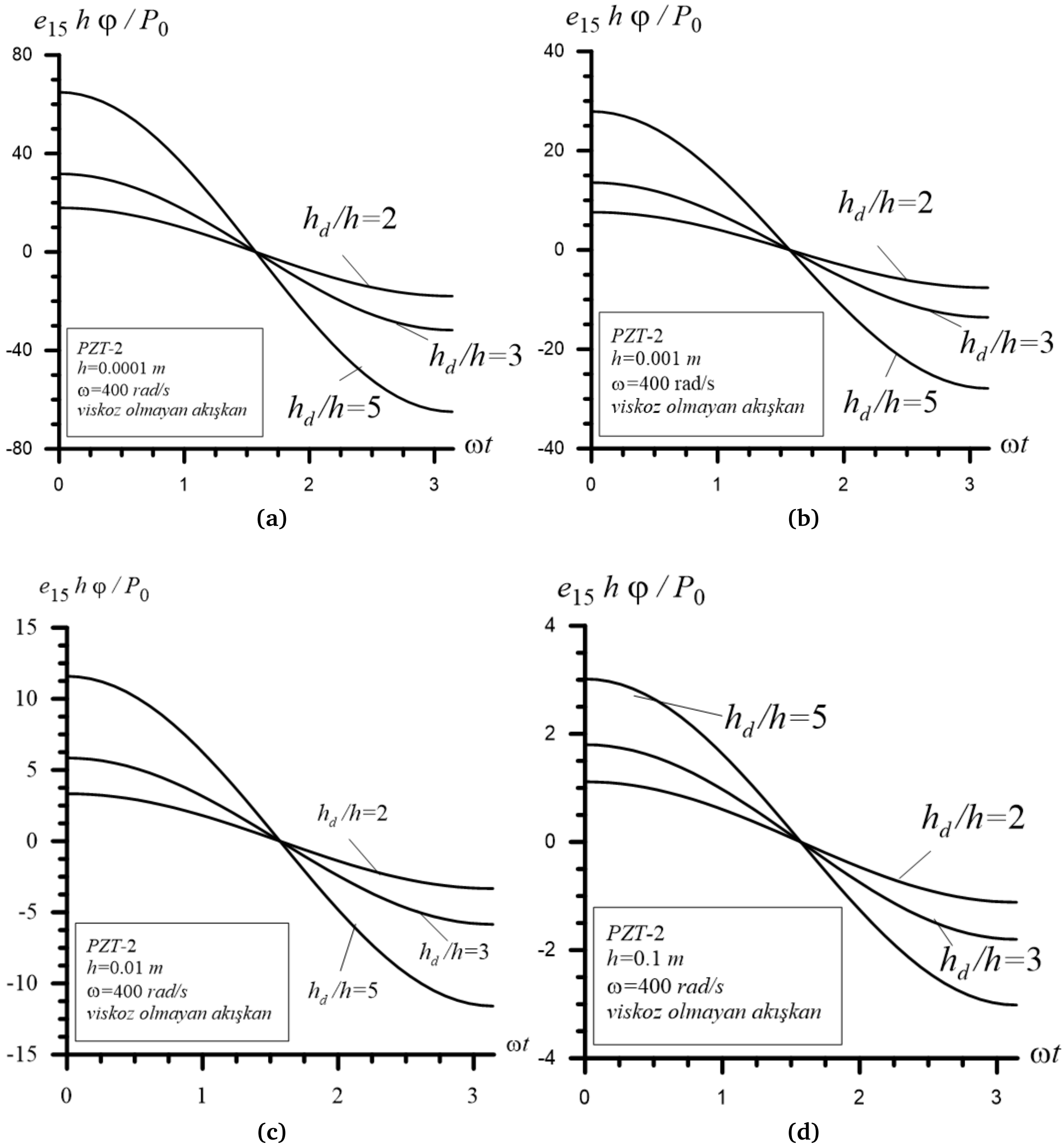



**Şekil 4.52** PZT-4 piezolektrik plakası için, viskoz akışkan ve $\omega = 400 rad/s$ durumunda elektrik potansiyeli-titreşim fazı bağımlılığı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

grafiklerinde daha etkili olduğu görülmektedir. Yani PZT-4 malzemesi için akışkanın viskozitesi, titreşim fazı bağımlılık grafiklerini PZT-2'ye göre biraz daha az etkilemektedir.

Akışkan viskozitesinin, titreşim fazı-elektriksel potansiyeli bağımlılık grafiklerine etkisine, viskoz olmayan akışkan modeli için elde edilen Şekil 4.53 ve 4.54'yi inceleyerek devam edelim.

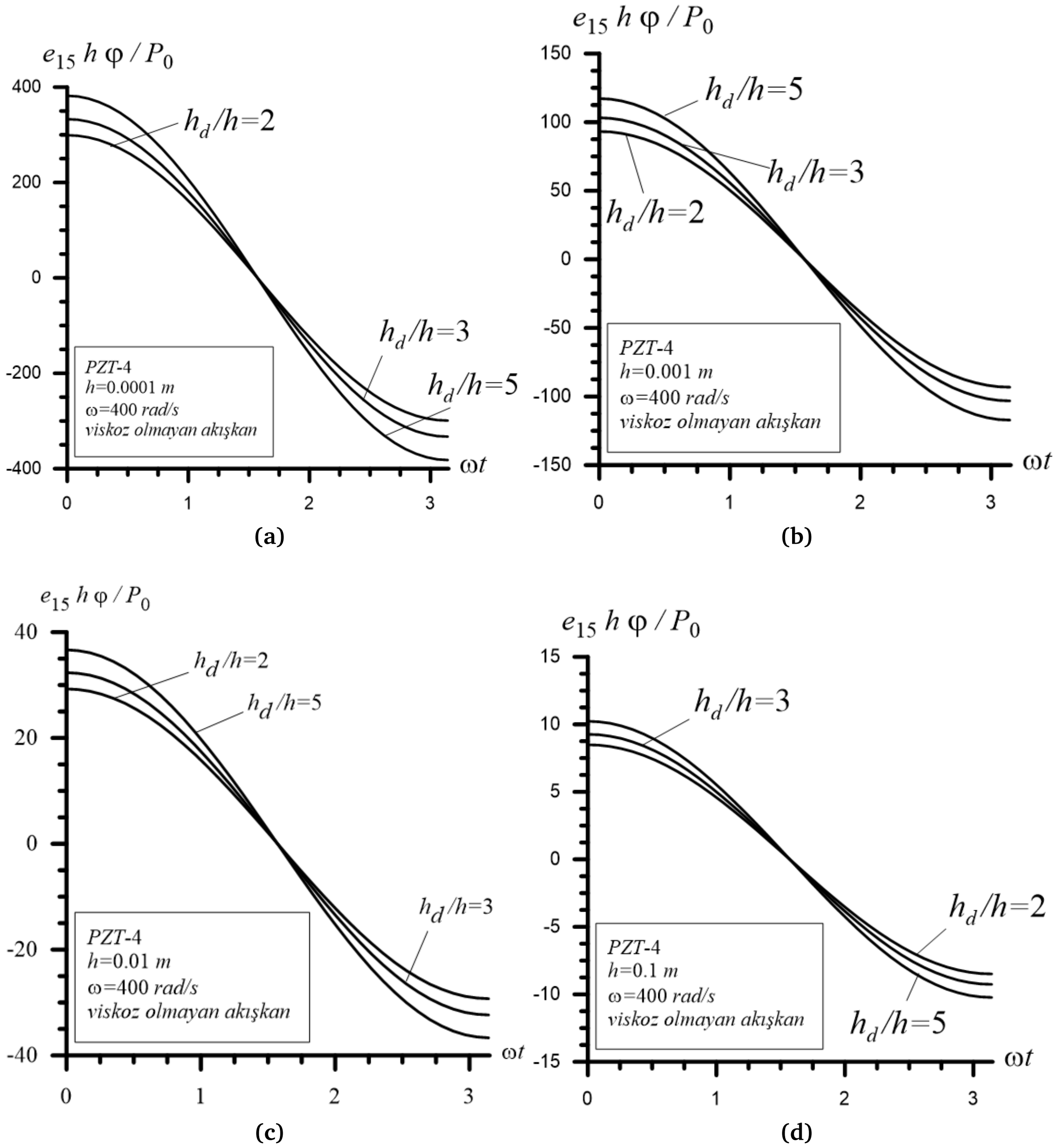
Viskoz olmayan akışkan modeli için bulunan titreşim fazı-elektrik potansiyeli




**Şekil 4.53** PZT-2 piezolektrik plakası için, viskoz olmayan akışkan ve $\omega = 400 rad/s$ durumunda elektrik potansiyeli-titreşim fazı bağımlılığı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m, d) h=0.1 m

bağımlılık grafikleri PZT-2 ve PZT-4 için sırasıyla, Şekil 4.53 ve 4.54'da görülmektedir. Buradan viskoz olmayan akışkan modeli kabulünde, elektrik potansiyelinin mutlak değeri; $\omega t = 0 + n\pi$ durumunda maksimum, $\omega t = \pi/2 + n\pi$ durumunda ise sıfır olduğu sonucu elde edilir.

Örneğin PZT-2 malzemesine ait, viskoz akışkan modeli için çizdirilmiş Şekil 4.51 ile viskoz olmayan akışkan modeli için çizdirilmiş Şekil 4.53 karşılaştırıldığında; elektrik potansiyelinin sıfır olduğu titreşim fazı noktasındaki kayma miktarı açıkca görülmektedir. Yani akışkan viskozitesinin PZT-2 malzemesinin elektrik potansiyeli



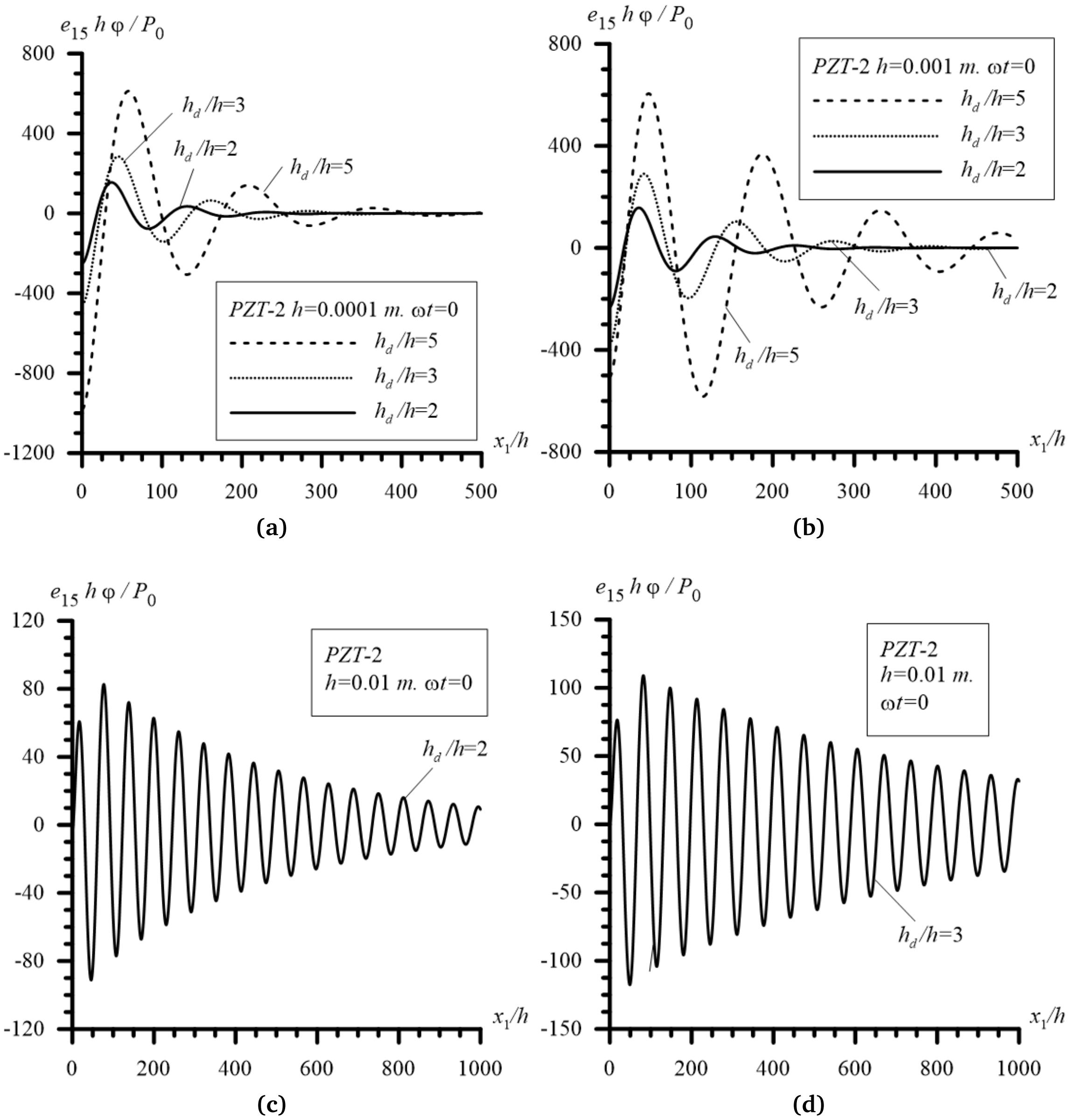

**Şekil 4.54** PZT-4 piezolektrik plakası için, viskoz olmayan akışkan ve $\omega = 400 rad/s$ durumunda elektrik potansiyeli-titreşim fazı bağımlılığı a)h=0.0001 m b) h=0.001 m c)h=0.01 m d) h=0.1 m

grafikleri üzerinde oldukça fazla etkisi olduğu söylenebilir.

Buraya kadar verilen tüm sayısal sonuçların $x_1/h = 0$ noktasında hesaplandığını düşünürsek, $x_1/h = 0$ noktasına olan uzaklığın, elektrik potansiyelinin mutlak değerinin üzerindeki etkisini araştırmak önemlidir. Fiziksel ve mekanik kanunlar gereği, sadece elektrik potansiyeli değil stres ve hız değerlerinde de $x_1/h = 0$ noktasından uzaklaştıkça azalma görülmesi normaldir. Bu azalmayı göstermek için ve akışkan derinliği ile plaka kalınlığının bu azalmaya etkisini incelemek için Şekil 4.55

ve 4.56 verilmiştir. Bu grafiklerde boyutsuz $e_{15}h\varphi$ elektrik potansiyelinin, boyutsuz koordinat $x_1/h$'a göre dağılımı görülmektedir.

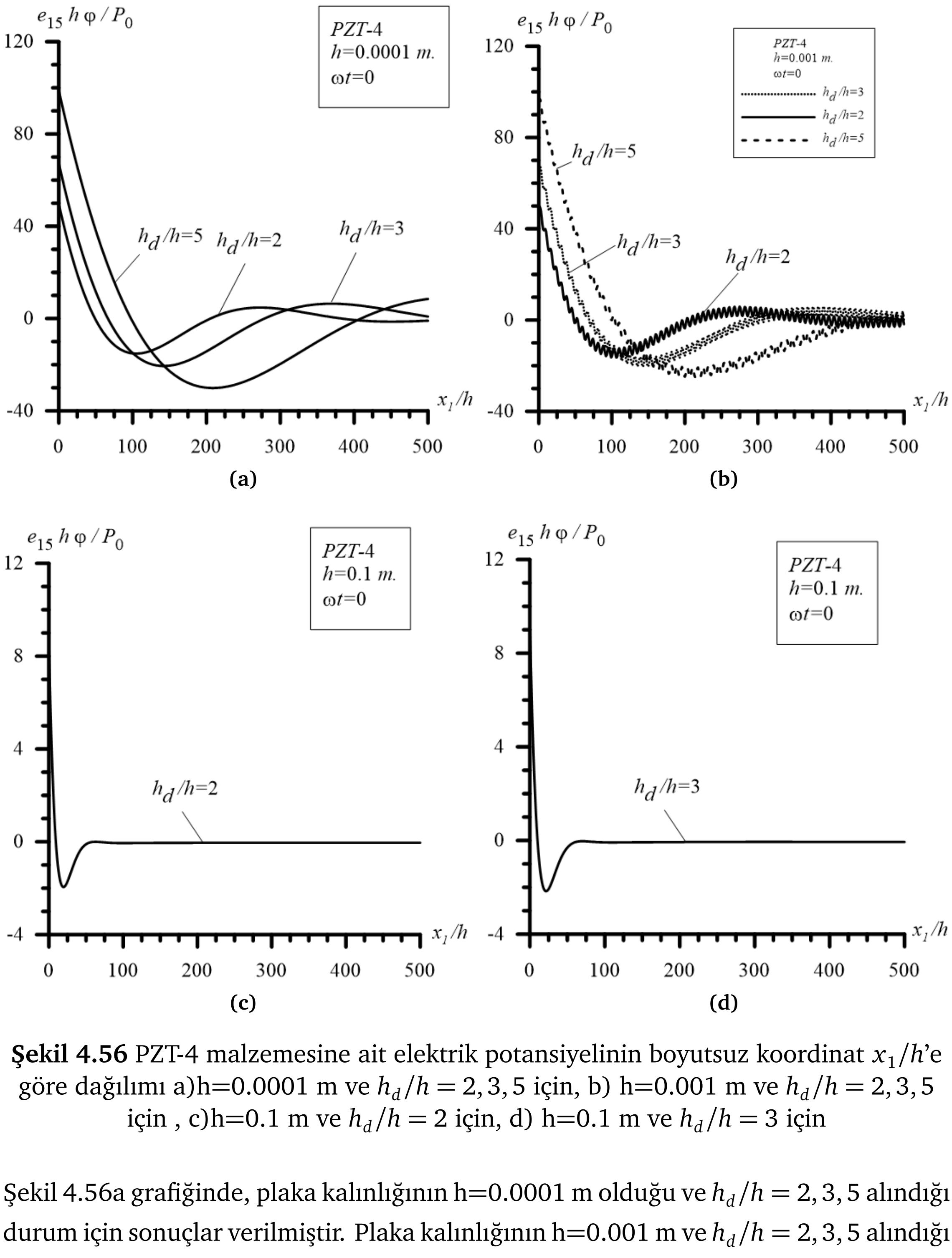
Şekil 4.55 grafiklerinin eldesinde, piezoelektrik malzemenin PZT-2 alındığına ve $\omega t = 0$ olduğuna dikkat edilmelidir.




**Şekil 4.55** Elektrik potansiyelinin boyutsuz koordinat $x_1/h$'e göre dağılımı a)h=0.0001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ için, b) h=0.001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ için , c)h=0.01 m ve $h_d/h = 2$ için, d) h=0.01 m ve $h_d/h = 3$ için

PZT-2 malzemesine ait Şekil 4.55a grafiğinde, h=0.0001 m olduğu ve $h_d/h = 2, 3, 5$ alındığı durum için sonuçlar verilmiştir. h=0.001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ alındığı durumda ise Şekil 4.55b elde edilmiştir. h=0.01 m durumu için ise $h_d/h = 2$ ve $h_d/h = 3$ için sırasıyla, 4.55c ve 4.55d grafikleri çizdirilmiştir.

PZT-4 malzemesine ait, elektrik potansiyelinin boyutsuz $x_1/h$ koordinatına göre dağılımı Şekil 4.56'daki grafikler ile gösterilmiştir.




**Şekil 4.56** PZT-4 malzemesine ait elektrik potansiyelinin boyutsuz koordinat $x_1/h$'e göre dağılımı a)h=0.0001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ için, b) h=0.001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ için , c)h=0.1 m ve $h_d/h = 2$ için, d) h=0.1 m ve $h_d/h = 3$ için

Şekil 4.56a grafiğinde, plaka kalınlığının h=0.0001 m olduğu ve $h_d/h = 2, 3, 5$ alındığı durum için sonuçlar verilmiştir. Plaka kalınlığının h=0.001 m ve $h_d/h = 2, 3, 5$ alındığı durumda ise 4.56b grafiği elde edilmiştir. Plaka kalınlığı h=0.1 m alındığında ise $h_d/h = 2$ ve $h_d/h = 3$ için sırasıyla, 4.56c ve 4.56d grafikleri çizdirilmiştir.

Böylece incelenen sonuçlardan, $e_{15}h\varphi$ ile $x_1/h$ arasındaki bağıntının titreşimsel karaktere sahip olduğu ortaya çıkar ve bu titreşimin genliklerinin $x_1/h = 0$ noktasından uzaklaştıkça genel olarak azaldığı sonucuna varılır. Grafiklerden görüldüğü gibi maksimum genlik, $x_1/h = 0$ noktasında görülür, daha sonra bu genlik $x_1/h$ ile düzenli olarak düşer. Bu sonuçlardan yola çıkılarak, plaka kalınlığının ve akışkan derinliğinin azalmasının, grafiklerdeki düşüşün azalmasına neden olduğu söylenebilir. Probleme ait parametrelerin farklı değerleri için de, $x_1/h$ koordinatına göre dağılımı çizdirilmiş ve benzer sonuçlar elde edilmiştir.

# 5
# SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, piezoelektrik plaka ve sonlu derinlikte sıkıştırılabilir viskoz akışkandan oluşan hidro-piezoelektrik sistemin mekanik zorlanmış titreşimi incelenmiştir. Plakanın hareketi, elasto elektro dinamiğin piezoelektrik malzemeler için olan kesin denklemleri ile ifade edilmiştir. Akışkanın akım denklemleri ise, doğrusallaştrılmış Navier-Stokes denklemleri ile açıklanmıştır.

Çalışmanın temel amacı; PZT plaka malzemesinin piezoelektriklik etkisinin, akışkan ve plaka ara düzlemindeki basınca (veya normal gerilme değerine)ve yine ara düzlemdeki akışkan hızına nasıl etkilediğini araştırmaktır.

Piezoelektriklik özelliğinin incelenen ifadeler üzerindeki etkileri araştırılırken, bazı sistem parametrelerinin de farklı kabulleri ile çalışma geliştirilmiştir.

Örneğin; akışkan derinliğinin, akışkan viskozitesinin, farklı plaka malzemesi özelliklerinin, plaka kalınlığının, titreşim fazının ve titreşim frekansının izlenen ifadelere etkileri tez kapsamında araştırılımıştır. Ayrıca, piezoelektrik malzemenin elektrik potansiyeli frekans cevaplarının da , alınan farklı parametre değerleri doğrultusunda nasıl değiştiği incelenmiştir.

Yapılan teorik çalışmalarda; plaka malzemesi PZT-2, PZT-4, PZT-5H ve PZT-6B olarak seçilmiş olup, sisteme uygulanan mekanik kuvvetin frekansı $4(rad/s) \leq \omega \leq 500(rad/s)$ aralığında kabul edilmiştir. Akışkan olarak ise gliserin seçilmiştir. Yukarıda bahsedilen araştırma konularına ilişkin elde edilen sonuçların tümü aşağıda verilmiştir. Arayüz düzlemindeki gerilme, arayüz düzlemi akışkan hızı ve plakanın elektriksel potansiyeli ile ilgili sonuçların özeti aşağıdaki gibi verilebilir:

- Piezoelektrik etki, tüm titreşim fazı değerlerinde, plaka akışkan arayüz düzlemindeki basınç değerinin azalmasına neden olmaktadır ve bu azalmanın büyüklüğü PZT-4 ve PZT5H malzemeleri için, PZT-2 ve PZT-6B'ye kıyasla daha belirgindir,

- Piezoelektrik etkinin arayüz düzlemi basıncı üzerindeki azaltıcı etkisi, frekans arttıkça düzenli olarak artmaktadır ve bu artış miktarı titreşim fazının $(\omega t)$

değerine önemli ölçüde bağlıdır,

- Viskoz olmayan akışkan modelinde, titreşim fazı $\omega t = 0 + n\pi$ iken arayüz düzlemi basıncının mutlak değeri maksimum değerini almaktadır. Titreşim fazı $\omega t = \pi/2 + n\pi$ iken de basınç sıfır olmaktadır.

- Viskoz akışkan modelinde, arayüz düzlemi basıncı mutlak değerinin maksimum değeri aldığı titreşim fazı ise seçilen PZT malzemesinin tipine, akışkanın derinliğine ve plakanın kalınlığına bağlıdır;

- Titreşim fazından ve diğer parametrelerden bağımsız olarak piezoelektrik etki, plaka ve akışkan ara düzlemindeki akışkan hızının azalmasına neden olmaktadır. Bu azalmanın miktarı plaka malzemesinin türüne göre değişmektedir. Azalma etkisi PZT-4 ve PZT-5H malzemelerinde PZT-2 ve PZT-6B malzemelerine göre belirgindir.

- Piezoelektrik etkinin arayüz akışkan hızı üzerindeki azaltıcı etkisi, frekans arttıkça düzenli olarak artmaktadır ve bu artış miktarı titreşim fazının ($\omega t$) değerine önemli ölçüde bağlıdır,

- Viskoz olmayan akışkan modelinde, titreşim fazı $\omega t = \pi/2 + n\pi$ iken arayüz düzlemi akışkan hızının mutlak değerleri maksimum değerini almaktadır. Titreşim fazı $\omega t = 0 + n\pi$ iken de akışkan hızının değeri sıfır olmaktadır,

- Viskoz akışkan modelinde, arayüz düzlemi akışkan hızının mutlak değerininin maksimumu aldığı titreşim fazı ise seçilen PZT malzemesi tipine, akışkan derinliğine ve plaka kalınlığına bağlıdır,

- Elektrik potansiyelinin mutlak değeri titreşim frekansı ile azalır ve bu potansiyelin işareti ise seçilen PZT malzeme tipine göre değişir,

- Viskoz olmayan akışkan modelinde, titreşim fazı $\omega t = 0 + n\pi$ iken plaka elektrik potansiyelinin mutlak değeri maksimum değerini almaktadır. Titreşim fazı $\omega t = \pi/2 + n\pi$ iken de elektrik potansiyeli değeri sıfır olmaktadır.

- Viskoz akışkan modelinde, plakanın elektrik potansiyelinin maksimum mutlak değerine karşılık gelen titreşim fazı ise seçilen PZT malzemesinin tipine, akışkanın derinliğine ve plakanın kalınlığına bağlıdır,

- Uygulanan mekanik kuvvetten uzaklaştıkça, elektrik potansiyelinde görülen düşüş miktarı, önemli ölçüde plaka kalınlığına ve akışkan derinliğine bağlıdır. Yani bahsedilen elektrik potansiyelindeki düşüş, kuvvet uygulanan noktadan uzaklaştıkça zayıflamaktadır.

Bu açıklanan maddeler göz önüne alındığında, tez çalışmasında hidro-piezoelektrik sistemin dinamik davranışlarının analizi için faydalı bir yöntemin geliştirildiği söylenebilir. Bu yöntem özellikle plakanın sonsuz uzunlukta modellendiği bir çok araştırma için kullanılabilir. Plakanın sonsuz uzunlukta modellenmesi; lokal elektromekanik ve lokal hidro-elektromekanik etkilerin bulunmasına olanak sağlamıştır. Özellikle piezoelektrik malzemelerin kullanıldığı son zamanlarda ilgi çeken enerji hasadı yapan sistemlerin tasarlanması ve kontrol edilmesi çalışmalarında, piezoelektrik malzemeye etkiyen kuvvetin ve malzemede oluşan elektriksel potansiyelin ve arayüz basıncının analizi büyük öneme sahiptir. Bu anlamda denizcilik, havacılık, uzay gibi alanlardaki gelişmelere katkı sunabilecek bir tez çalışması yapılmıştır.

Ayrıca, piezoelektirk malzemeye mekanik kuvvet yerine, elektriksel alan uygulandığında malzemenin vereceği mekanik tepki incelenebilir ve böylece yapılan çalışmalar ilerletilebilir.

Diğer yandan yapılan çalışmalara kontrol kısmı da eklenirse piezoelektrik malzemenin eyleyici olarak kullanımına olanak sağlanır ve çalışma farklı bir alana genişletilebilir.

# Kaynakça


[1] H. Lamb, “Axisymmetric vibration of circular plates in contact with water,” *Proceedings of The Royal Society (London) A*, vol. 98, pp. 205–216, 1921.

[2] N. McLachlan, “The accession to inertia of flexible discs vibrating in a fluid,” *Proceedings of the Physical Society (London)*, vol. 44, pp. 546–555, 1932.

[3] M. Amabili M. Kwak, “Free vibrations of circular plates coupled with liquids: Revising the lamb problem,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 7, pp. 743–761, 1996.

[4] H. Kwak K. Kim, “Axisymmetric vibration of circular plates in contact with water,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 146, pp. 381–389, 1991.

[5] M. Kwak, “Hydroelastic vibration of circular plates (fourier – bessel series approach),” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 201, pp. 293–303, 1997.

[6] M. Amabili, “Effect of finite fluid depth on the hydroelastic vibrations of circular and annular plates,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, pp. 909–925, 1996.

[7] M. Kwak S. Han, “Effect of fluid depth on the hydroelastic vibration of free-edge circular plate,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 230, no. 1, pp. 125–171, 2000.

[8] Y. Fu W. Price, “Interactions between a partially or totally immersed vibrating cantilever plate and surrounding fluid,” *Journal Sound and Vibration*, vol. 118, no. 3, pp. 495–513, 1987.

[9] J. Zhao S. Yu, “Effect of residual stress on the hydro-elastic vibration on circular diaphragm,” *World Journal of Mechanics*, vol. 2, pp. 361–368, 2012.

[10] W. Zhangming M. Xianghon, “Vibration analysis of submerged rectangular microplates with distributed mass loading,” *Proceedings of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, vol. 465, pp. 1323–1336, 2009.

[11] C. Atkinson L. Manrique, “The frequency response of a rectangular cantilever plate vibrating in a viscous fluid,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 300, pp. 352–367, 2007.

[12] Y. Kozlovsky, “Vibration of plates in contact with viscous fluid: Extension of lamb’s model,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 326, pp. 332–339, 2009.

[13] C. Ayela L. Nicu, “Micromachined piezoelectric membranes with high nominal quality factors in newtonian liquid: A lamb’s model validation at the microscale,” *Sensors and Actuators B*, vol. 123, pp. 860–868, 2007.

[14] E. Tubaldi M. Armabili, “Vibrations and stability of a periodically supported rectangular plate immersed in axial flow,” *Journal Fluids and Structures*, vol. 39, pp. 391–407, 2013.

[15] A. Guz, "Compressible, viscous fluid dynamics (review):part ı," *International Applied Mechanics*, vol. 36, no. 1, pp. 14–39, 2000.

[16] K. Jeong K. Kim, "Hydroelastic vibration of a circular plate submerged in a bounded compressible fluid," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 283, pp. 153–172, 2005.

[17] W. Graham, "Analytical approximations for the modal acoustic impedances of simply supported, rectangular plates," *Journal Of Acoustic Society of America*, vol. 122, pp. 719–730, 2007.

[18] S. Akbarov, "Forced vibration of the hydro-viscoelastic and elastic systems consisting of the viscoelastic or elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall: A review," *Appl. Comput. Math.*, vol. 17, pp. 221–245, 2018.

[19] S. Charman C.J.and Sorokin, "The forced vibration of an elastic plate under significant fluid loading," *Journal Sound and Vibration*, vol. 281, pp. 719–741, 2005.

[20] S. Sorokin A. Chubinskij, "On the role of fluid viscosity in wave propagation in elastic plates under heavy fluid loading," *Journal Sound and Vibration*, vol. 311, pp. 1020–1038, 2008.

[21] A. Bagno A.M.and Guz G. Shchuruk, "Influence of fluid viscosity on waves in an initially deformed compressible elastic layer interacting with a fluid medium," *The Scientist*, vol. 30, no. 9, pp. 643–649, 1994.

[22] A. Bagno, "The dispersion spectrum of wave process in a system consisting of an ideal fluid layer and compressible elastic layer," *International Applied Mechanics*, vol. 51, no. 6, pp. 52–60, 2015.

[23] A. Bagno A. Guz, "Elastic waves in prestressed bodies interacting with fluid (survey)," *International Applied Mechanics*, vol. 33, no. 6, pp. 435–465, 1997.

[24] A. N. Guz, *Dynamics of compressible Viscous Fluid*. Cambridge Scientific Publishers, 2009.

[25] S. Akbarov, "Frequency response of a pre-stressed elastic metal plate under compressible viscous fluid loading non- newtonian system in the oil and gas industry," *Proceedings of the International Scientific Conference devoted to the 85th Anniversary of The Academician Azad Khalil oglu Mirzajanzadeh*, pp. 21–22, 2013.

[26] S. Akbarov M. Ismailov, "Forced vibration of a system consisting of a pre-strained highly elastic plate under compressible viscous fluid loading," *CMES: Computer Modeling in Engineering and Science*, vol. 97, no. 4, pp. 359–390, 2014.

[27] S. Akbarov M. Ismailov, "Frequency response of a viscoelastic plate under compressible viscous fluid loading," *International Journal of Mechanics*, vol. 8, pp. 332–344, 2014.

[28] S. Akbarov M. Ismailov, "The forced vibration of the system consisting of an elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall," *Journal of Vibration and Control*, vol. 23, no. 11, pp. 1809–1827, 2017.

[29] P. Gangemi S. Kanapathipillai, "Submarine structural and acoustic attenution," *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, no. 14, pp. 3135–3150, 2014.

[30] S. Akbarov P. Panakhli, “On the discrete-analytical solution method of the problems related to the dynamics of hydro-elastic systems consisting of a pre-strained moving elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall,” *CMES: Computer Modeling in Engineering and Sciences*, vol. 108, no. 2, pp. 89–112, 2015.

[31] S. Akbarov M. Ismailov, “The influence of the rheological parameters of a hydro-viscoelastic system consisting of a viscoelastic plate, viscous fluid and rigid wall on the frequency response of this system,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 24, no. 7, pp. 1341–1363, 2018.

[32] S. Akbarov N. İlhan, “Ongerilmeli izotrop levha ve öngerilmeli anizotrop yarı düzlemden oluşan sistemin hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı,” *XV. Ulusal Mekanik Kongresi*, pp. 37–46, 2007.

[33] S. Akbarov N. Ilhan, “Rijit ortam üzerindeki visko-elastik ve elastik levhadan oluşan sistemin hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı,” *XVI. Ulusal Mekanik Kongresi*, pp. 83–94, 2009.

[34] S. Akbarov, “Dynamical (time-harmonic) axisymmetric stress field in the pre-stretched non-linear elastic bi-layered slab resting on the rigid foundation,” *TWMS J. Pure Appl. Math.*, vol. 1, no. 2, pp. 146–154, 2010.

[35] S. Rao M. Sunar, “Piezoelectricity and ıts use ın disturbance sensing and control of flexible structures: A survey,” *Applied Mechanics Reviews*, vol. 47, no. 4, pp. 113–123, 1994.

[36] J. Curie P. Curie, “Comptes rendus,” *Academic de Sciences*, vol. 91, pp. 294–383, 1880.

[37] H. Tzou S. Pandita, “A multi-purpose dynamic and tactile sensor for robot manipulators,” *Journal of Robotic Systems*, vol. 4, no. 2, pp. 719–741, 1987.

[38] H. Tzou M. Gadre, “Active vibration isolation by piezoelectric polymer with variable feedback gain,” *AIAA Journal*, vol. 26, pp. 1014–1017, 1988.

[39] H. Tzoui M. Gadre, “Active vibration isolation and excitation by piezoelectric slab with constant feedback gains,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 136, no. 2, pp. 477–490, 1990.

[40] J. Yang, *An Introduction to the Theory of Piezoelectricity*, 1st ed., ser. Advances in Mechanics and Mathematics 9. Springer US, 2004, ISBN: 0387235736.

[41] W. Mason, “Piezoelectricity, its history and applications,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 6, pp. 1561–1566, 1981.

[42] H. Tzou C. Tseng, “Distributed vibration control and identification of coupled elastic/piezoelectric systems: Finite element formulation and applications,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 5, no. 3, pp. 215–231, 1991.

[43] S. Yang Y. Lee, “Interaction of structure vibration and piezoelectric actuation,” *Smart Materials and Structures*, vol. 3, no. 4, pp. 494–500, 1994.

[44] C. Hong I. Chopra, “Modeling and validation of induced strain actuation of composite coupled plates,” *AIAA Journal*, vol. 37, no. 3, pp. 372–377, 1999.

[45] Y. Amini, H. Emdad, M. Farid, “Fluid-structure interaction analysis of a piezoelectric flexible plate in a cavity filled with fluid,” *Scientia Iranica B*, vol. 23, no. 2, pp. 559–565, 2016.

[46] S. Wang, S. Quek, K. Ang, “Vibration control of smart piezoelectric composite plates,” *Smart Materials and Structures*, vol. 10, no. 4, pp. 637–644, 2001.

[47] G. Athanassoulis K. Mamis, “An onshore hydro/piezo/electric system and its application to energy harvesting from sea waves,” *The 2012 World Congress on Advances in Civil, Environmental, and Materials Research (ACEM’ 12)*, pp. 368–387, 2012.

[48] E. Renzi, “Hydro-electromechanical modelling of a piezoelectric wave energy converter,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and physical sciences*, vol. 472, no. 2195, 2016.

[49] J. Cho, J. Choi, S. Jeong, “Design of hydro electromagnetic and piezoelectric energy harvesters for a smart water meter system,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 261, no. 1, pp. 261–267, 2017.

[50] H. Zakaria C. Loon, “The application of piezoelectric sensor as energy harvester from small- scale hydropower,” *International Conference on Civil and Environmental Engineering (ICCEE 2018)*, vol. 65, 2018.

[51] Y. Huang H. Hsu, “Solid-liquid coupled vibration characteristics of piezoelectric hydroacoustic devices,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 238, pp. 177–195, 2016.

[52] I. Kuznetsova, B. Zaitsev, I. Borodina, “Study of the hydroacoustic emitter based on the antisymmetric lamb wave in a piezoelectric ceramic plate,” *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 56, no. 11, pp. 1382–1386, 2011.

[53] D. Akcabay Y. Young, “Hydroelastic response and energy harvesting potential of flexible piezoelectric beams in viscous flow,” *Physics of Fluids*, vol. 24, no. 054106, pp. 1–19, 2012.

[54] G. Taylor, J. Burns, S. Kammann, W. Powers, T. Welsh, “The energy harvesting eel: A small subsurface ocean/river power generator,” *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 26, no. 4, pp. 1–19, 2001.

[55] A. Erturk D. Inman, “On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 19, pp. 1311–1325, 2008.

[56] H. Sodano, D. Inman, G. Park, “Generation and storage of electricity from power harvesting devices,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 16, pp. 67–75, 2005.

[57] N. Elvin A. Elvin, “A general equivalent circuit model for piezoelectric generators,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, pp. 3–9, 2009.

[58] H. Akaydın, N. Elvin, Y. Andreopoulos, “Energy harvesting from highly unsteady fluid flows using piezoelectric materials,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, pp. 1263–1278, 2010.

[59] R. Murray J. Rastegar, “Novel two – stage piezoelectric – based ocean wave energy harvesters for moored or unmoored buoys,” *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems SPIE*, vol. 7288, 2009.

[60] S. Anton H. Sodano, "A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)," *Smart Materials and Structures*, vol. 16, R1–R21, 2007.

[61] J. W. Sohn, S. Choi, D. Lee, "An investigation on piezoelectric energy harvesting for mems power sources," *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 219, pp. 429–436, 2005.

[62] N. Shenck J. Paradiso, "Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics," *IEEE Micro*, vol. 21, no. 3, pp. 30–42, 2001.

[63] Y. Cha, W. Chae, H. Kim, H. Walcott, S. D. Peterson, M. Porfiri, "Energy harvesting from a piezoelectric biomimetic fish tail," *Renewable Energy*, vol. 86, pp. 449–458, 2016.

[64] F. Trentadue, G. Quaranta, C. Maruccio, "Energy harvesting from piezoelectric strips attached to systems under random vibrations," *Smart Structures and Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 333–343, 2019.

[65] O. Abdeljaber, O. Avci, D. Inman, "Active vibration control of flexible cantilever plates using piezoelectric materials and artificial neural network," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 363, pp. 33–53, 2016.

[66] B. Liu, Q. Jiang, J. Yang, "Fluid-induced frequency shift in a piezoelectric plate driven by lateral electric fields," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 34, no. 3, pp. 171–180, 2010.

[67] T. Wu M. Chang, "Surface acoustic waves in layered piezoelectric medium loaded with viscous liquid," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 41, no. 8, pp. 5451–5457, 2002.

[68] C. Yang D. Chimenti, "Acoustic waves in a piezoelectric plate loaded by a dielectric fluid," *Applied Physics Letters*, vol. 63, no. 6, pp. 1328–1330, 1993.

[69] V. Sharapov, S. Zhanna, L. Kunickaya, *Piezo-Electric Electro-Acoustic Transducers*. Springer, New York, USA, 2014.

[70] Y. Belkourchia, H. Bakhti, L. Azrar, "Numerical simulation of fsı model for energy harvesting from ocean waves and beams with piezoelectric material," *6th International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)*, 2018.

[71] N. Elvin A. Erturk, *Advances in Energy Harvesting Methods*. Springer Science Business Media, 2013.

[72] S. Akbarov M. Ismailov, "Dynamics of the moving load acting on the hydro-elastic system consisting of the elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall," *CMC: Comput. Mater. Continua*, vol. 45, no. 2, pp. 75–100, 2015.

[73] S. Akbarov M. Ismailov, "Frequency response of a pre-stressed metal elastic plate under compressible viscous fluid loading," *Appl. Comput. Math.*, vol. 15, no. 2, pp. 172–188, 2016.

[74] S. Akbarov, M. Ismailov, A. Aliyev, "The influence of the initial strains of the highly elastic plate on the forced vibration of the hydro-elastic system consisting of this plate, compressible viscous fluid, and rigid wall," *Coupled System Mechanics*, vol. 6, no. 4, pp. 287–316, 2017.

[75] S. Akbarov P. Panakhli, “On the particularities of the forced vibration of the hydro-elastic system consisting of a moving elastic plate, compressible viscous fluid and rigid wall,” *Coupled System Mechanics*, vol. 6, no. 3, pp. 287–316, 2017.

[76] S. Akbarov T. Huseyinova, “Forced vibration of the hydro-elastic system consisting of the orthotropic plate, compressible viscous fluid and rigid wall,” *Coupled System Mechanics*, vol. 8, no. 3, pp. 199–218, 2017.

[77] A. Guz, A. Zhuk, A. Bagno, “Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (review),” *International Applied Mechanics*, vol. 52, no. 5, pp. 449–507, 2016.

# Tezden Üretilmiş Yayınlar

**İletişim Bilgileri:** zeynepekicioglu@gmail.com

## Makale

1. Akbarov, S.D. and Ekicioglu Kuzeci, Z.,(2020). " Mechanical forced vibration of the hydro-piezoelectric system consisting of PZT layer and viscous fluid with the finite depth", Smart Structures and Systems, An International Journal, in press.

## Konferans Bildirisi

1. Ekicioglu Kuzeci, Z., Kepceler, T. and Akbarov, S.D.,(2019). " On The Forced Vibration of The Hydro-piezoelectric System", Fifth International Conference on Advances in Mechanical Engineering : ICAME 209, 17-19 Dec 2019 Istanbul, 836.