

768424

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TEK VEYA ÇİFT DAİRESEL DELİK İÇEREN
ŞERİT-LEVHADA GERİLME YIĞILMASININ
SONLU ELEMENLARLA İNCELENMESİ**

Mat. Müh. ve Fizikçi Ülkü (BABUŞCU) YEŞİL

**F.B.E Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında Matematik Mühendisliği Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU (Y.T.Ü)

Doç. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU

Prof. Dr. Surbey DAKBAROV

İSTANBUL, 2005

Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAĞ

Handwritten signatures and initials of the supervisors and the author.

İÇİNDEKİLER

| | Sayfa |
|---|-------|
| ŞEKİL LİSTESİ | iii |
| TABLO LİSTESİ | iv |
| ÖNSÖZ..... | v |
| ÖZET..... | vi |
| ABSTRACT | vii |
| 1 GİRİŞ..... | 1 |
| 1.1 Hooke Yasası ve Anizotrop Malzemelere Ait Genel Bilgiler | 1 |
| 1.2 Yapı Elemanının Mekanikine Etki Eden Faktörler: Gerilme Yığılmaları | 9 |
| 1.3 Tez Konusuna Ait Mevcut Çalışmalar | 10 |
| 1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları | 12 |
| 2 DAİRESEL DELİK İÇEREN YAPI ELEMANLARINDA GERİLME BİRİKİMİ PROBLEMİ..... | 13 |
| 2.1 Matematik Modelleme | 13 |
| 2.1.1 Tek Dairesel Delik Olması Durumu: Problem 1..... | 13 |
| 2.1.2 Çift Dairesel Delik Olması Durumu: Problem 2..... | 15 |
| 2.2 Sonlu Elemanlar Formülasyonu | 17 |
| 2.3 Sayısal İntegral | 24 |
| 3. ELE ALINAN PROBLEMLER VE SAYISAL SONUÇLARI | 28 |
| 3.1 Tek Dairesel Delik Olması Durumu..... | 28 |
| 3.1.1 Transversel Anizotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi..... | 29 |
| 3.1.2 Ortotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi | 33 |
| 3.2 Çift Dairesel Delik Olması Durumu..... | 38 |
| 3.2.1 Transversel Anizotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi..... | 39 |
| 3.2.2 Ortotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi | 52 |
| 4 SONUÇ VE DEĞERLENDİRME | 56 |
| KAYNAKLAR..... | 58 |
| ÖZGEÇMİŞ | 60 |

ŞEKİL LİSTESİ

| | Sayfa |
|---|-------|
| Şekil 2.1 Tek dairesel delik için çözüm bölgesi ve yükleme durumu..... | 13 |
| Şekil 2.2 Çift dairesel delik için çözüm bölgesi ve yükleme durumu..... | 15 |
| Şekil 2.3 a)Dairesel delik civarındaki sonlu eleman ağı, b) Bazı sonlu elemanlar ve nodların konumu..... | 18 |
| Şekil 2.4 Ele alınan bir üçgen sonlu elemanın a)Geometrisi, b) Sayısal integral bölgeleri..... | 25 |
| Şekil 3.1 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, merkezi dairesel tek delik olması durumunda $\theta = \pi/2$ ve $\rho = R$ noktasında R/ℓ 'ye göre grafiği..... | 31 |
| Şekil 3.2 $\rho = R$ için θ 'nın alınan değerlerine göre noktaların konumları..... | 31 |
| Şekil 3.3 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında , $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/2$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği..... | 45 |
| Şekil 3.4 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında , $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/4$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği..... | 46 |
| Şekil 3.5 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında , $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = 0$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği..... | 46 |
| Şekil 3.6 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/2$ noktasında c/R 'ye göre grafiği..... | 47 |
| Şekil 3.7 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/4$ ve $\theta = 3\pi/4$ noktalarında c/R 'ye göre grafikleri..... | 48 |
| Şekil 3.8 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = 0$ ve $\theta = \pi$ noktalarında c/R 'ye göre grafikleri..... | 49 |
| Şekil 3.9 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$ için $\theta = \pi/2$ noktasında $c/R = 6$ ve $c/R = 32$ için H_U/ℓ 'ye göre grafikleri..... | 49 |
| Şekil 3.10. $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin $H/\ell = 0.15$, $R/\ell = 0.0625$, $\theta = 0$ için farklı c/R , E_2/E_1 değerleri için Ox_1 'e göre grafiği..... | 50 |

TABLO LİSTESİ

Sayfa

| | | |
|------------|--|-------|
| Tablo 2.1 | Gauss noktaları ve ağırlık fonksiyonları..... | 26-27 |
| Tablo 3.1 | Farklı delik boyutları ve $E_2/E_1 = 1$, $H/\ell = 0.15$, $H_U/\ell = H_A/\ell$, $\rho = R$ değerlerinde $\sigma_{\theta\theta}/P$ 'nin bazı noktalardaki değerleri..... | 29 |
| Tablo 3.2 | $H_A = H_U = (H/\ell - 2R)/2$, $H/\ell = 0.15$, değerlerinde farklı E_2/E_1 , H_U/R ve R/ℓ için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri..... | 30 |
| Tablo 3.3 | $R/\ell = 0.00625$, $\ell_E/\ell = 0.4875$, $\rho = R$ için dairesel deliğin H_U/R parametresi değişiminde bazı noktalardaki $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri..... | 32 |
| Tablo 3.4 | $\nu_{12} = 0.3, \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.2$ ve merkezi dairesel delik olması durumunda, farklı E_3/E_1 , G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerleri için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri..... | 34 |
| Tablo 3.5 | $\nu_{12} = 0.3, \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.2$ ve merkezi dairesel delik olması durumunda, farklı E_2/E_1 , G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerleri için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri..... | 36 |
| Tablo 3.6 | $E_2/E_1 = E_3/E_1$, $G_{12}/E_1 = 0.1$ için farklı R/ℓ ve Poisson oranı değerlerinde bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri..... | 37 |
| Tablo 3.7 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $R/\ell = 0.00625$, $E_2/E_1 = E_3/E_1 = 0.5$, $G_{12}/E_1 = 0.1$ ve $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ olması durumunda farklı H_U/R için değerleri..... | 38 |
| Tablo 3.8 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $c/R = 32$, $\ell_E = 0.2875$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri..... | 40 |
| Tablo 3.9 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $c/R = 18$, $\ell_E = 0.375$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri..... | 41 |
| Tablo 3.10 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $c/R = 12$, $\ell_E = 0.4125$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri..... | 42 |
| Tablo 3.11 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $c/R = 6$, $\ell_E = 0.45$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri..... | 43 |
| Tablo 3.12 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $c/R = 2$, $\ell_E = 0.475$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri..... | 44 |
| Tablo 3.13 | $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H - H_U - 2R$, $E_2/E_1 = 1$ durumunda farklı H_U/R , c/R ve θ için değerleri..... | 51 |
| Tablo 3.14 | $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H_U$, $E_2/E_1 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ durumunda farklı E_3/E_1 , G_{12}/E_1 , θ için yapıda tek veya çift dairesel delik olması durumunda bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri..... | 52-53 |
| Tablo 3.15 | $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H_U$, $E_3/E_1 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ durumunda farklı E_2/E_1 , G_{12}/E_1 , θ ve c/R için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri..... | 53-54 |

ÖNSÖZ

Çalışmalarım sırasında büyük özveriyle bana yardımcı olan, hiçbir zaman yardım ve desteğini esirgemeyen ve bana çok şey öğreten çok değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Nazmiye YAHNIOĞLU' na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Aldığım eğitim ve öğretimin yanında hayatım boyunca daima ilgi, destek, yardım ve fedakarlıklarını esirgemeyen annem Taliye BABUŞCU ile babam Mehmet BABUŞCU' ya ayrıca tezi tamamlamamı canı gönülden isteyen kardeşim Bahar BABUŞCU' ya ve hem görevim hem de tez çalışmam nedeniyle geç saatlere kadar çalışmama anlayışla yaklaşan ve her türlü yardımını esirgemeyen eşim Durmuş YEŞİL' e teşekkür ederim.



ÖZET

Bu çalışmada, yapısında dairesel tek veya çift delik bulunan sonlu anizotrop şerit-levhanın ele alınan yükleme altında dairesel delik civarında oluşan gerilme yığılması, düzlem şekil değiştirme durumunda elastisite teorisinin kesin denklemleri sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla incelenmiştir. Çözüm bölgesi, dairesel delik etrafında altı nodlu eğrisel kenara sahip üçgen sonlu elemanlar, geri kalan kısımda dokuz nodlu dikdörtgen sonlu elemanlar kullanılarak ayrıklaştırılmıştır. Her sonlu eleman üzerindeki işlemler sayısal olarak elde edilmiştir.

Yer değiştirme esaslı sonlu elemanlar yöntemi kullanıldığından her nodda bilinmeyen sadece yer değiştirmeler olarak seçilmiştir. Çözüm sonunda elde edilen yer değiştirmeler kullanılarak bulunan ve sonlu eleman sınırlarında süreksiz olan gerilme fonksiyonları, varyasyonel iyileştirme (variational recovery) yoluyla sürekli hale getirilmiştir. Bütün işlemler kartezyen koordinat sistemi kullanılarak yapılmıştır. Ancak sayısal sonuçların yorumlanabilmesi için kutupsal koordinatlardaki gerilme değerleri daha elverişli olduğundan, tez çerçevesinde gerilmelerin kutupsal koordinatlardaki ifadeleri verilmiştir. Bu gerilme değerlerine, ele alınan durumda şerit-levhanın geometrik ve malzeme parametrelerinin etkisi detaylı şekilde incelenerek sayısal sonuçlar tablo ve grafikler halinde verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gerilme yığılması, sonlu elemanlar yöntemi, anizotropi, şerit levha, ortotrop

ABSTRACT

In this study, the stress concentration around the circular hole in an anisotropic finite strip-plate with a single or double holes in its structure has been examined under the considered boundary conditions in the framework of the exact equations of the theory of elasticity in the plane strain state with the help of finite elements method (FEM). The solution zone has been meshed with the use of triangular finite elements with six nodes and oblique edge around the circular holes and in the remaining region with the use of nine-node rectangular finite elements. All calculations in each finite element were carried out numerically.

Due to the use of the displacement based finite elements method the only unknown at each node has been designed as the displacements. The stress functions which are found by using displacements obtained at the end of the FEM solution and discontinuous at boundary of finite elements have been made continuous by using variational recovery. All operations have been accomplished using Cartesian coordinate system. However, because of stress values at the polar coordinates are more suitable for interpretation of numerical results in thesis polar expressions of stresses are given. The effect of the geometric and material parameters of the strip-plate to the stress values under the considered case has been examined in detail and the numeric results have been presented in the form of tables and graphs.

Key Words : - Stres Concentration, Finite Elements Method, Strip, Orthotrop, Anisotropy

1. GİRİŞ

1.1 Hooke Yasası ve Anizotrop Malzemelere Ait Genel Bilgiler

Şekil Değiştiren Cisimler Mekaniği çerçevesinde, dış kuvvetler etkisinde ele alınan cisimde oluşan şekil değiştirme (ε) ile gerilme (σ) arasındaki bağıntılar lineer olarak alınırsa, buna Hooke yasası denir (Timoshenko ve Goodier, 1970). Hooke yasası, Robert Hooke tarafından 1676' da verilmiş ve malzemeden seçilen prizmatik çubuk numunesine uygulanan çekme deneyi sonucunda, kuvvetin belirli bir değerden düşük kalması durumunda, bu kuvvet etkisinde yapıda oluşan şekil değiştirme-gerilme ilişkisinin her malzeme için lineer olduğunu ve orantılılık katsayısının her malzeme için birbirinden farklı bir değer olarak, malzemeleri birbirinden ayıran bir özellik olduğunu ifade eder. Bu yasa şekil değiştiren cisimler için gerilme-şekil değiştirme arasındaki en basit ilişkiyi verir, bununla beraber mühendislikte kullanımı çok yaygındır.

Hooke yasasına uyan malzemelere elastik malzemeler veya Hooke malzemeleri adı verilir. Bu malzemeden yapılan cisme etki eden kuvvet ortadan kalktıktan sonra, cisim kuvvet etki etmeden önceki formunu alır. Bu malzemelerde seçilen numuneye tek eksenli (örneğin "1" eksenini için) çekme deneyi uygulanırsa şekil değiştirme-gerilme ilişkisi;

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \text{ veya } \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} \quad (1.1)$$

bulunur. (1.1)'de, E Elastisite Modülü veya Young Modülü adını alır ve gerilme boyutunda (F/L^2) bir büyüklüktür. Çekme deneyi esnasında eksen doğrultusunda boy uzaması şeklinde şekil değiştirme meydana gelirken, bu eksene dik doğrultulardaki ("2" ve "3" numaralı eksenler) kesit alanında daralma meydana gelir. Bu tür şekil değiştirmeler;

$$\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1 = -\nu\frac{\sigma_1}{E} \text{ ve } \varepsilon_3 = -\nu\varepsilon_1 = -\nu\frac{\sigma_1}{E} \quad (1.2)$$

ile verilir. (1.2)'deki ν katsayısına Poisson Oranı adı verilir ve boyutsuz bir büyüklüktür. Yine, (1.2) formüllerindeki negatif işaret; numuneye çekme kuvveti uygulandığında en kesit alanında daralma, basınç kuvvet uygulandığında en kesit alanında artma olacağını vurgulamak

için yazılmıştır. Poisson oranı ancak

$$0 \leq \nu \leq 0.5 \quad (1.3)$$

arasında değer alabilir. Dolayısıyla Elastisite modülünden sonra malzemeyi temsil eden diğer büyüklük Poisson Oranı'dır. Bu iki veri ile temsil edilebilen malzemeler, mekaniksel olarak en basit malzemeler olup, bu malzemelere özel olarak *izotrop* malzemeler adı verilir. Çekme deneyi diğer eksenler doğrultusunda alınan numuneler için de tekrarlanırsa (1.1) ve (1.2) ifadelerine benzer eşitlikler elde edilir. Dolayısıyla üç eksenli durumda Hooke yasası;

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (1.4)$$

veya

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

olur. (1.4) veya (1.5) ifadeleri basit çekme durumunda çıkartılmış olup, basit basınç durumunda da geçerlidir. Belirtelim ki, tek eksenli çekme deneyinden elde edilen sonuçların süperpoze edilmesi ancak, dış kuvvetlerin küçük yer değiştirme yaptırdığı veya cismin küçük şekil değiştirme yapması kabulüne dayanır. Dolayısıyla şekil değiştirme sonucunda cismin geometrik boyutlarındaki değişim ihmal edilir.

(1.4) veya (1.5)'de verilen ilişkiler, cismin karşılıklı ikişerli kenarlarından düzgün yayılı çekme ve basınç kuvvetlerinin etki etmesi durumunda, cisimde meydana gelen kayma gerilmeleri ve açı şekil değiştirmeleri için

$$\gamma_{12} = \frac{1}{G} \tau_{12}, \gamma_{23} = \frac{1}{G} \tau_{23}, \gamma_{31} = \frac{1}{G} \tau_{31} \quad (1.6)$$

olur. (1.6)'da, G'ye ele alınan malzemenin Kayma Modülü veya Rijidlik Modülü adı verilir ve

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.7)$$

şeklindedir. (1.5)'de verilen ilgiler ile (1.6)'da verilen ilgiler birbirinden bağımsızdır. Genel durumda çeşitli dış kuvvet etkisinde elastik cismin her noktasında birbirinden bağımsız altı şekil değiştirme ve altı gerilme bileşeni vardır. Dolayısıyla (1.5) ve (1.6) denklemleri birleştirilirse, bu durumda izotrop malzeme için genel Hooke yasası;

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

$$\gamma_{12} = \frac{1}{G} \tau_{12}$$

$$\gamma_{23} = \frac{1}{G} \tau_{23}$$

$$\gamma_{31} = \frac{1}{G} \tau_{31} \quad (1.8)$$

olur (Timoshenko ve Goodier, 1970; Cristensen, 1979). Eğer (1.8) denklemleri gerilmelere göre düzenlenirse;

$$\sigma_1 = \frac{E}{(1+\nu)} \left[\left(1 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \right) \epsilon_1 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_2 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_3 \right]$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{(1+\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_1 + \left(1 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \right) \epsilon_2 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_3 \right]$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{(1+\nu)} \left[\frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_1 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \epsilon_2 + \left(1 + \frac{\nu}{(1-2\nu)} \right) \epsilon_3 \right]$$

$$\tau_{12} = G\gamma_{12}$$

$$\tau_{23} = G\gamma_{23}$$

$$\tau_{31} = G\gamma_{31}$$

(1.9)

bulunur. Gerilme-Şekil değiştirme bağıntıları Lamé sabitleri adı verilen ve

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.10)$$

ile temsil edilen sabitler yardımıyla da verilebilir. Buna göre (1.9) ifadesi;

$$\sigma_1 = (\lambda + 2\mu)\epsilon_1 + \lambda\epsilon_2 + \lambda\epsilon_3$$

$$\sigma_2 = \lambda\epsilon_1 + (\lambda + 2\mu)\epsilon_2 + \lambda\epsilon_3$$

$$\sigma_3 = \lambda\epsilon_1 + \lambda\epsilon_2 + (\lambda + 2\mu)\epsilon_3 \quad (1.11)$$

veya kısaca

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad i,j=1,2,3 \quad (1.12)$$

olarak yazılabilir. (1.12)'de δ_{ij} Kronecker sembolü (deltası), $\sigma_i = \sigma_{ii}$, $\varepsilon_i = \varepsilon_{ii}$ ve $i \neq j$ için $\sigma_{ij} = \tau_{ij}$, $\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij}$ alınmıştır. (1.11)'in matrisel gösterilimi,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.13)$$

olarak verilebilir ve bu denklemlere *Bünye Denklemleri* adı verilir. (1.13)'de verilen \mathbf{D} matrisi, Elastik matris veya Rijidlik (Stiffness) matrisi olarak adlandırılır ve malzemenin mekanik sabitlerini içerir. En genel halde elastik cisim için (1.13) ilişkisi

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

ile verilir (Lektnitskii, 1968; Cristensen, 1979). Elastik cisim için (1.14) denklemindeki \mathbf{D} matrisinin elemanları $C_{ij} = C_{ji}$ özelliğini sağlarlar, dolayısıyla birbirinden bağımsız 21 tane değer elde edilir. (1.14) ilişkilerinin yazıldığı koordinat sistemini eksenlerden biri etrafında φ kadar döndürerek yeni bir $O1'2'3'$ koordinat takımı alınır, bu iki koordinat takımında yazılan gerilme ve şekil değiştirme bileşenlerinin ifadeleri arasında bir simetri düzlemi bulunabiliyor ise, (1.14)'de verilen sabitlerden bir kısmı sıfır olur. Bu durumda, örneğin bu düzlemin normalini "3" numaralı eksen ise, (1.13)'de verilen \mathbf{D} matrisi

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

olur ve bu matris birbirinden bağımsız 13 bileşene sahiptir. (1.14)'de verilen \mathbf{D} matrisinin birbirine dik üç simetri düzlemi var ve simetri düzlemlerinin normalleri koordinat eksenleri ise, bu durumda (1.15)'deki \mathbf{D} matrisi

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

olur ve bu matrisin birbirinden bağımsız 9 bileşeni vardır. Özel hal olarak (1.13) bünye denklemleri (1.16) matrisi yardımıyla verilen malzemeye *ortotrop malzeme* adı verilir. (1.16) matrisinin açık hali,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{31}}{E_1} & \frac{-\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix}; \quad \left(\frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1}; \frac{\nu_{13}}{E_3} = \frac{\nu_{31}}{E_1}; \frac{\nu_{23}}{E_3} = \frac{\nu_{32}}{E_2} \right) \quad (1.17)$$

dir. Eğer (1.16)'daki durumda simetri düzlemlerinden biri aynı zamanda izotropi düzlemi oluyor ve örneğin izotropi düzleminin normal "1" eksenini ise, (1.16) matrisi

$$D = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

veya

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{1}{E_2} + \frac{\nu_{23}}{E_2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

haline gelir. Bu durumda (1.18) veya (1.19) matrisinde birbirinden farklı 5 değer vardır. (1.18) veya (1.19) matrisi ile bünye denklemleri tanımlanan malzemelere özel olarak *transversal izotrop* malzeme denir. Nihayet, bütün simetri düzlemleri aynı zamanda izotropi düzlemleri ise (1.18) matrisi,

$$D = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

şeklinde olur. (1.20)'deki matris (1.9) veya (1.11)'deki ifadelerin matrissel formda yazılmasında oluşan matris ile aynı olur. Yani,

$$C_{11} = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{1+\nu} = \lambda + 2\mu$$

$$C_{12} = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda \quad (1.21)$$

dir. Mekanik özellikleri (1.20) matrisi dışında (1.14)-(1.19) matrislerinden biri ile temsil edilen bütün malzemeler genel olarak *anizotrop* malzeme olarak isimlendirilir. Anizotrop malzemeleri izotrop malzemelerden ayırıcı özellik, mekanik sabitlerin yönden bağımlı olmasıdır.

Tez çerçevesinde ele alınan anizotrop malzeme çok katlı kompozit malzeme olarak modellenmiştir. Bu kompozit malzemenin çok sayıda, birbirini tekrar eden farklı iki tür izotrop levhadan oluştuğu kabul edilsin. Bu levhaların Lamé sabitlerini $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$; Young Modüllerini E_1, E_2 ; Poisson oranlarını ν_1, ν_2 ve kompozit içerisindeki hacim oranlarını η_1, η_2 ile gösterelim (sayısal hesaplamalarda $\eta_1 = \eta_2 = 0.5$ alınmıştır).

Düzlem şekil değiştirme durumunda ele alınan çok katlı kompozit için eşdeğer homojen anizotrop malzemenin elastik sabitlerinin normalize edilmiş mekanik özelliklerinin açık ifadeleri

$$C_{11} = \mu_1\eta_1 + \mu_2\eta_2 + (\mu_1 + \lambda_1)\eta_1 + (\mu_2 + \lambda_2)\eta_2 - \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(2\mu_1 + \lambda_1)\eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2)\eta_1}$$

$$C_{12} = \lambda_1\eta_1 + \lambda_2\eta_2 - (\lambda_1 - \lambda_2)\eta_1\eta_2 \frac{(\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2)}{(2\mu_1 + \lambda_1)\eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2)\eta_1}$$

$$C_{22} = (2\mu_1 + \lambda_1)\eta_1 + (2\mu_2 + \lambda_2)\eta_2 - \eta_1\eta_2 \frac{[(\lambda_1 + 2\mu_1) - (\lambda_2 + 2\mu_2)]^2}{(2\mu_1 + \lambda_1)\eta_2 + (2\mu_2 + \lambda_2)\eta_1}$$

$$C_{66} = \frac{\mu_1\mu_2}{\mu_1\eta_2 + \mu_2\eta_1}$$

şeklinde verilebilir (Christensen, 1979).

1.2 Yapı Elemanının Mekanikine Etki Eden Faktörler: Gerilme Yığılımları

İnşa edilen yapı elemanları veya makine parçalarının yapımında, öncelikle göz önünde bulundurulması gereken önemli üç unsur vardır, bunlar; ekonomik olma, güvenli olma ve göreve uygun olma. Bu koşulların yerine getirilmesi için ilk aşama inşası öngörülen yapı elemanının seçilmesi, ikinci aşama makine parçasının malzemesinin ve bu malzemeye ait kırılma kriterinin belirlenmesidir. Son aşamada ise, o ana kadar elde edilen veriler doğrultusunda yapı elemanı/makine parçasının ölçeklendirilmesi ve kesit alanının belirlenmesi aşamasıdır. Bütün bu aşamaların doğru ve yeterli şekilde yerine getirilmesi, dizayn işlemi ile uğraşan mühendislerin bu alandaki başarılarının temelini oluşturur.

Bilindiği üzere günümüzde pek çok yapı elemanı veya makine parçası karmaşık geometri, karmaşık malzeme özellikleri, karmaşık sınır koşulu ve karmaşık yükleme biçimlerine sahiptirler. Bu nedenle yapı elemanı veya makine parçasının işlev ömrü süresince güvenli olması ve üstlendiği görevi uzun süre yerine getirebilmesi açısından, bu yapı elemanı/makine parçasına ait mukavemet hesaplarının çok iyi yapılması gerekir. Diğer bir deyişle, bu yapı elemanı/makine parçasına etki edebilecek muhtemel yükler için, keyfi noktasındaki gerilme veya şekil değiştirmesinin bilinmesi ve bu değerlerin uygun kritik değerlerden yeterince küçük kalması sağlanmalıdır.

Bir yapı elemanının mekanikine etki eden faktörler:

- i. Yapı elemanının malzemesinin mekanik özelliği,
- ii. Ortam etkileri veya çevre koşulları,
- iii. Yükleme ve yüklemenin zamana göre değişimi,
- iv. Yapı elemanının geometrik formu

olmak üzere dört grupta verilebilir. Bilindiği üzere, mühendislik uygulamalarında bir malzemenin dayanımı, bu malzemelerin içerdiği boşluk, dolgu, çatlak vb gibi çeşitli mikro veya makro kusurlar nedeniyle daima teorik dayanımından küçük kalır. Bu nedenle malzemelerin mukavemeti göz önüne alınırken, bu malzemenin içerdiği veya içermesi muhtemel bu tür kusurlar mutlaka göz önüne alınmalıdır. Diğer taraftan yapı elemanının nemli, asitli vb. ortamlarda yer alması bu yapı elemanının dayanımını önemli ölçüde azaltacaktır. Yine bu yapı elemanına zamanla değişen bir yüklemeye maruz kalması, bu yapı elemanında yorulma adı verilen olayın meydana gelmesine yani, bu yükün belirli tekrarından

sonra ve dayanımının çok altındaki yük şiddeti için malzemenin kırılması veya görevini yerine getirememesine sebep olur. Benzeri şekilde, yapı elemanının içerdiği boşluk, keskin köşe veya kavisler vb. dış yükler etkisinde, bu bölgeler civarında gerilme yığılmalarına neden olduğundan, yapı elemanı/makine parçasının geometrik formu, bu yapı elemanının mukavemetini düşüren diğer faktör olarak ortaya çıkar.

Yukarıda bahsedilen ve yapı elemanının içerdiği çeşitli geometrik ve/veya malzeme süreksizlikleri ile bu yapı elemanı malzemesinin içerdiği kusurların, bu yapı elemanının mukavemetine etkilerinin incelenmesi mühendisliğin temel problemlerindedir. Gelişen yapı teknolojileri, yeni malzemelerin kullanımı gibi nedenler de bu klasik problemlerin önemini azaltmamıştır. Literatürde her dönem bu konuda pek çok çalışmayla karşılaşılır. Bu alandaki çalışmalar kronolojik olarak göz önüne alınırsa, önceleri izotrop ve sonsuz ortamlarda bulunan çeşitli formlardaki delik, dolgu vb. makro kusurların, çeşitli yükleme durumları için bu yapının mekanik davranışına veya gerilme yayılımına etkilerinin araştırıldığı çalışmalar, daha sonraları günümüze doğru, sayısal çözüm yöntemlerinin kullanımının yaygınlaşması ile, anizotrop sonlu ortamlarda farklı kusur geometrileri ve bu kusurların etkileşimleri açısından, çeşitli dış yükler ve mesnet koşulları altında yapıda oluşan gerilme yayılımına belirtilen kusurların etkilerinin incelenmesine yönelik çalışmalarla karşılaşılmaktadır.

Bu tez çerçevesinde, yapı elemanının mukavemetini önemli ölçüde etkileyen makro kusurlardan sadece dairesel formda boşluklar ele alınarak, dairesel tek veya dairesel çift delik içeren sonlu anizotrop şerit-levhada, dış yükler etkisinde dairesel delikler civarında oluşan gerilme yığılmaları, çeşitli malzeme ve geometrik parametreler açısından Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımıyla sayısal olarak incelenecektir.

1.3 Tez Konusuna Ait Mevcut Çalışmalar

Yapı elemanı veya bileşenlerinin içerdiği geometrik süreksizlikler (delik, boşluk, vb.) veya malzeme süreksizliklerinin (dolgu) civarında gerilme birikimlerinin olduğu mühendislik açısından çok önceden bilinen bir gerçektir. Klasik kırılma hipotezlerine göre malzemenin dayanımının belirlenebilmesi için yapıdaki en büyük gerilme veya şekil değiştirmenin belirlenmesi gereklidir. Bu nedenle özellikle çeşitli formlardaki boşluklar civarında dış yükler etkisinde oluşan gerilme yığılmalarının belirlenmesi elastisite teorisinin temel problemleri arasında olmuştur.

Bu alana ait literatürdeki çalışmalar, kronolojik sıraya göre incelendiğinde ilk çalışmalar sonsuz izotrop plakların içerdiği delikler için yapılmıştır (Heller v.d. 1958; Savin, 1961 ve diğerleri). Bu çalışmalardan görüldüğü üzere deliklerin sivri köşeleri civarında gerilme yığılması daha fazladır. Ancak, sivri köşelere sahip delikler (dikdörtgen delik vb) için ele alınan problemlerin analitik çözümü yapılırken, sivri köşelere sahip delik, konform dönüşüm yardımıyla dairesel deliğin içine veya dışına dönüştürülerek yapılmaktaydı. Bu ise, keskin köşeler yerine yuvarlatılmış köşelere sahip deliklerin incelenmesine karşı gelmekteydi (Jong, 1981; Theocaris ve Petrou, 1989 ve diğerleri). Dolayısıyla dikdörtgen formda delik yerine, pek çok çalışmada, gerçekte dejenere olmuş elips formunda delikler kullanılmıştır. Daha sonraları çeşitli delikler civarında oluşan gerilme yığılmaları, sayısal çözüm yöntemleri yardımıyla sonlu izotrop veya anizotrop ortamlar için ele alınabilmektedir (Sayman ve Aksoy, 1982; Nemeth, 1996; Romeo ve Frulla, 1997; Romeo, 2001; Lei v.d., 2001; Sayman ve Aksoy, 2001; Yahnioğlu ve Mermer Yücel, 2001; Mermer Yücel 2002 ve diğerleri). Bu çalışmalardan, sonlu izotrop veya anizotrop ortamların içerdiği delikler civarındaki gerilme yığılmalarının, uygun sonsuz ortamdaki değerinden daima büyük kaldığı görülmektedir. Bu açıdan sonlu ortamlardaki boşluklar civarında gerilme yığılmalarının incelenmesi zorunludur.

Kompozit malzemelerin yaygın uygulanması sonucunda bu malzemelerin mukavemeti açısından, kompozit malzemeyi oluşturan bileşenlerden güçlendiricilerin civarında gerilme birikimlerinin incelenmesi ortaya çıkmıştır. Bu problemler ise dolgu (including) problemleri olarak bilinmektedir. Benzeri problemler yapı elemanının içerdiği boşluklar civarındaki gerilme birikimini düşürebilmek için bu boşlukların herhangi bir dolgu malzemesiyle doldurulması durumunda da ortaya çıkmaktadır. Bu problemlere ait literatürde pek çok çalışma vardır (Hufenbach, 1992; Song ve Kim 1995; Chau ve Wei, 2001; Mermer Yücel, 2002 ve diğerleri). Bu çalışmalardan görüldüğü gibi yapı elemanının içerdiği boşluklar civarındaki gerilme yığılmaları bu yapı elemanın içerdiği dolgular civarındaki gerilme yığılmalarından daha büyüktür. Özellikle yapı elemanındaki boşluklar yarık, çatlak şeklinde ise bu alana ait çalışmalar ayrı bir bilim dalını (Fracture) oluşturmaktadır (Akbarov ve Guz, 2000).

Ele alınan tez çerçevesinde sonlu anizotrop şerit levhanın dairesel delik formunda boşluk içermesi durumunda belirlenen sınır koşulları ve yükleme altında bu delik civarında oluşan gerilme yığılmaları incelenmiştir. Bu alanda şimdiye kadar yapılan çalışmalar sonsuz boyutlu izotrop ortamlar için yapıda tek delik olması durumunda Savin (1961), Timoshenko ve Goodier (1970), yapı elemanının sonlu ve anizotrop (kompozit) olması durumunda yine tek

dairesel delik için Kaltakçı (1990), Hu, v.d. (1997), Xu v.d. (1999), Ukadgaonker ve Rao (2000 a,b,c), Engels v.d. (2001), Wu ve Mu (2002), Dündar (2002) verilebilir. Tez çerçevesinde yukarıda verilen çalışmalardan farklı olarak yapıda iki dairesel delik olması durumu ve bu dairesel deliklerin karşılıklı etkilerine farklı anizotropi parametrelerinin etkisi incelenmiştir. Sayısal sonuçlar ele alınan sonlu ortam ve dairesel delik için sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla belirlenmiştir.

1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları

Bu çalışmada yapılan araştırmaların amaçları aşağıda özetlenmiştir:

1. Dairesel delik içeren kenarlarından basit mesnetle tutturulmuş sonlu anizotrop şerit-levhanın düzlem şekil değiştirme durumunda, ele alınan dış yükler etkisinde delik civarında oluşan gerilme yığılmalarının belirlenmesine yönelik matematiksel modelin ve bu modele ait formülasyonun belirlenmesi,
2. Ele alınan sınır değer problemine ait Sonlu Eleman Modellemesi, algoritma ve programların geliştirilmesi,
3. Sonlu eleman ayrıklaştırmasında dairesel delikler civarında eğri kenarlı, altı nodlu üçgen sonlu elemanların kullanımı ve bu sonlu elemanlar üzerinde gerekli sayısal integrasyonların yapılabilmesi için algoritma ve programların oluşturulması,
4. Geliştirilen algoritma ve yapılan bilgisayar programlarından elde edilen sonuçların literatürdeki uygun sayısal sonuçlarla test edilmesi,
5. Ele alınan şerit-levhada tek delik olması ve yapı elemanının malzemesinin farklı anizotropi özelliklerine (transversal izotrop veya ortotrop) sahip olması durumunda, dış yükler etkisinde, farklı malzeme ve geometrik parametreler için yapıda bulunan delik civarında oluşan gerilme yayılımının incelenmesi,
6. Ele alınan şerit-levhada, merkezleri üst yüzeye paralel bir doğru üzerinde bulunan iki delik olması ve yapı elemanının malzemesinin farklı anizotropi özelliklerine (transversal izotrop veya ortotrop) sahip olması durumunda, dış yükler etkisinde, farklı malzeme ve geometrik parametreler ile farklı delik konumları için yapıda bulunan delikler civarında oluşan gerilme yayılımının incelenmesi,
7. Elde edilen sayısal sonuçların açıklanması

olarak verilebilir.

2. DAİRESEL DELİK İÇEREN YAPI ELEMANLARINDA GERİLME BİRİKİMİ PROBLEMİ

Bu kısımda yapısında dairesel delik bulunan şerit-levhanın karşılıklı iki kenarından çekilmesi durumunda, bu delikler civarında oluşan gerilme yığılmalarının belirlenmesine ait sınır değer problemlerinin matematiksel formülasyonu, Elastisite Teorisi'nin kesin denklemleri ve düzlem şekil değiştirme durumunda ele alınacaktır.

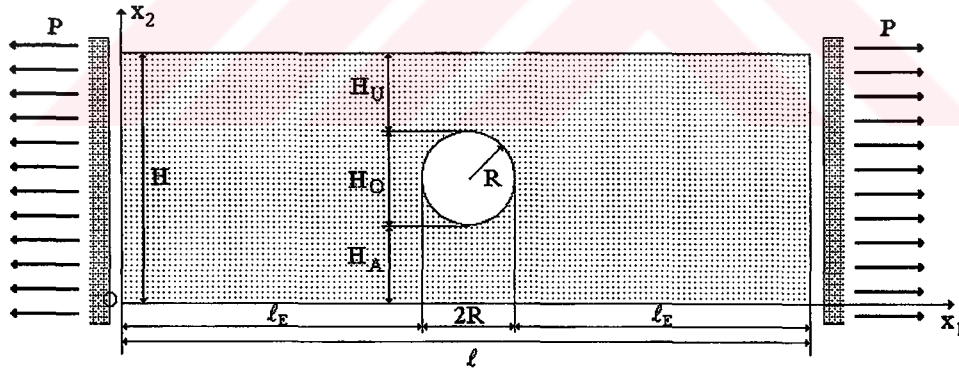
2.1 Matematik Modelleme

Tez çerçevesinde ele alınan şerit-levhada tek veya çift dairesel delik olması durumu ayrı ayrı ele alınmış ve her birine ait matematiksel formülasyon aşağıda verilmiştir.

2.1.1 Tek Dairesel Delik Olan Durumu: Problem 1

Ele alınan sınır değer problemi için, yapı elemanının tek dairesel delik içermesi durumuna ait matematiksel formülasyon aşağıda verilmiştir.

Şerit-levhaya bağlı Ox_1x_2 koordinat takımı ve levhanın geometrik boyutları Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1 Tek dairesel delik için çözüm bölgesi ve yükleme durumu.

Dolayısıyla, ele alınan sınır değer probleminin çözüm bölgesi (Şekil 2.1)

$$\Omega - \Omega_1 \quad (2.1)$$

dir. (2.1)'de,

$$\Omega = (0 \leq x_1 \leq \ell; 0 \leq x_2 \leq H)$$

$$\Omega_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 \leq R^2 \right\} \quad (2.2)$$

dir. (2.2)'de özel olarak $\ell_E = \ell/2 - R$ alınmıştır. Çözüm bölgesinde sağlanan denge denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad i, j = 1, 2 \quad (2.3)$$

Bünye denklemleri ;

$$\sigma = D\varepsilon, \quad (2.4)$$

(2.4)'de

$$\sigma = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}]^T \text{ ve } \varepsilon = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}]^T \quad (2.5)$$

şeklindedir.

Geometrik lineer durumda, yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları;

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2 \quad (2.6)$$

ve sınır koşulları

$$u_2 \Big|_{x_1=0; \ell}^{x_2 \in [0, H]} = 0, \quad \sigma_{11} \Big|_{x_1=0; \ell}^{x_2 \in [0, H]} = P, \quad \sigma_{12} \Big|_{x_1=0; \ell}^{x_2 \in [0, H]} = 0, \quad \sigma_{ij} \Big|_{x_2=0; H}^{x_1 \in [0, \ell]} = 0, \quad i=1, 2$$

$$\sigma_{nn} \Big|_{L_1} = 0, \quad \sigma_{n\tau} \Big|_{L_1} = 0 \quad (2.7)$$

şeklindedir. Burada

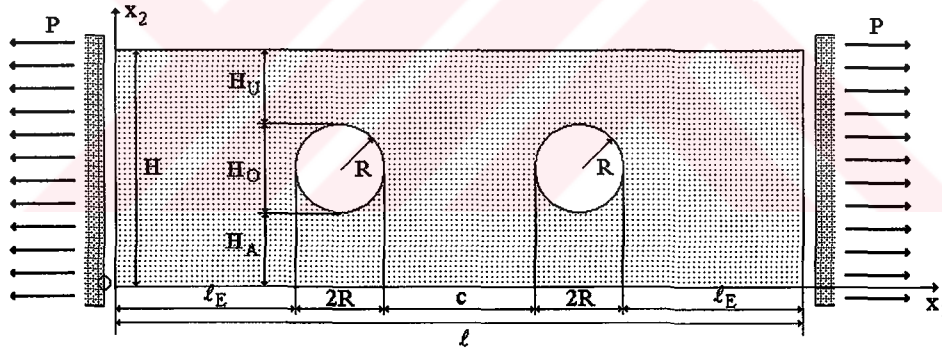
$$L_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 = R^2 \right\} \quad (2.8)$$

olarak verilebilir. Belirtelim ki, (2.4)'de verilen \mathbf{D} matrisi, şerit-levhanın malzemesi izotrop olduğunda (1.20), transversal izotrop olduğunda (1.18) ve ortotrop olduğunda (1.16) matrislerinin düzlem şekil değiştirmedeki formları olacaktır. Dolayısıyla, şerit-levhanın tek delik içermesi durumunda, ele alınan sınır değer probleminin matematiksel modeli (2.1)-(2.8) denklemleri ile verilebilir.

2.1.2 Çift Dairesel Delik Olması Durumu: Problem 2

Ele alınan yapı elemanının iki dairesel delik içermesi durumunda dış yükler etkisinde delikler civarında gerilme yığılmalarının incelenmesine ait sınır değer problemi aşağıdaki şekilde verilebilir.

Şerit-levhaya bağlı Ox_1x_2 koordinat takımı ve levhanın geometrik boyutları Şekil 2.2' de gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Çift dairesel delik için çözüm bölgesi ve yükleme durumu.

Ele alınan sınır değer probleminin çözüm bölgesi (Şekil 2.2)

$$\Omega - (\Omega_1 \cup \Omega_2) \quad (2.9)$$

dir. (2.9)'da,

$$\Omega = \{0 \leq x_1 \leq l; 0 \leq x_2 \leq H\}$$

$$\Omega_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 \leq R^2 \right\}$$

$$\Omega_2 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell - (\ell_E + R)))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 \leq R^2 \right\} \quad (2.10)$$

dir. Çözüm bölgesinde sağlanan denge denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad i, j = 1, 2 \quad (2.11)$$

Bünye denklemleri;

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.12)$$

şeklindedir. (2.12)'de

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}]^T \text{ ve } \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}]^T, \quad (2.13)$$

dir.

Yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları (geometrik lineer durumda);

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, \quad (2.14)$$

ve sınır koşulları,

$$u_2 \Big|_{\substack{x_1=0; \ell \\ x_2 \in [0, H]}} = 0, \quad \sigma_{11} \Big|_{\substack{x_1=0; \ell \\ x_2 \in [0, H]}} = P, \quad \sigma_{12} \Big|_{\substack{x_1=0; \ell \\ x_2 \in [0, H]}} = 0, \quad \sigma_{ij} \Big|_{\substack{x_2=0; H \\ x_1 \in [0, \ell]}} = 0, \quad i=1, 2$$

$$\sigma_{nn} \Big|_{L_1; L_2} = 0, \quad \sigma_{n\tau} \Big|_{L_1; L_2} = 0 \quad (2.15)$$

şeklindedir. Burada

$$L_1 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell_E + R))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 = R^2 \right\}$$

$$L_2 = \left\{ (x_1, x_2) \mid (x_1 - (\ell - (\ell_E + R)))^2 + (x_2 - (H_A + R))^2 = R^2 \right\} \quad (2.16)$$

olarak verilebilir. Belirtelim ki, (2.12)'de verilen \mathbf{D} matrisi, şerit-levhanın malzemesi izotrop olduğunda (1.20), transversal izotrop olduğunda (1.18) ve ortotrop olduğunda (1.16) matrislerinin düzlem şekil değiştirmedeki formları olacaktır. Dolayısıyla, şerit-levhanın iki delik içermesi durumunda, ele alınan sınır değer probleminin matematiksel modeli (2.9)-(2.16) denklemleri ile verilebilir.

2.2 Sonlu Elemanlar Formülasyonu

Tez kapsamında yer değiştirme esaslı Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) kullanılmıştır. Yani, sonlu eleman ayrıklaştırmasında nodlarda bilinmeyen olarak sadece yer değiştirme değerleri alınacaktır. Ele alınan sınır değer problemi için Sonlu Eleman formülasyonu, göz önüne alınan dış kuvvetler ve dolayısıyla iç kuvvetler sonucunda, bu yapı elemanında biriken toplam potansiyel enerji fonksiyoneli (Π) ve Ritz Tekniği yardımıyla yapılacaktır.

Kısım 2.1.1'de verilen Problem 1 için, ele alınan yapı elemanında toplam potansiyel enerjiyi ifade eden fonksiyonel (Zienkiewicz ve Taylor, 1989);

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega - \Omega_1} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_S P_i u_i dS - \int_{L_1} Q_i u_i dS, \quad (2.17)$$

ve Kısım 2.1.2'de verilen Problem 2 için, ele alınan yapı elemanında toplam potansiyel enerjiyi ifade eden fonksiyonel (Zienkiewicz ve Taylor, 1989);

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega - (\Omega_1 \cup \Omega_2)} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_S P_i u_i dS - \int_{L_1} Q_i^{(1)} u_i dS - \int_{L_2} Q_i^{(2)} u_i dS, \quad (2.18)$$

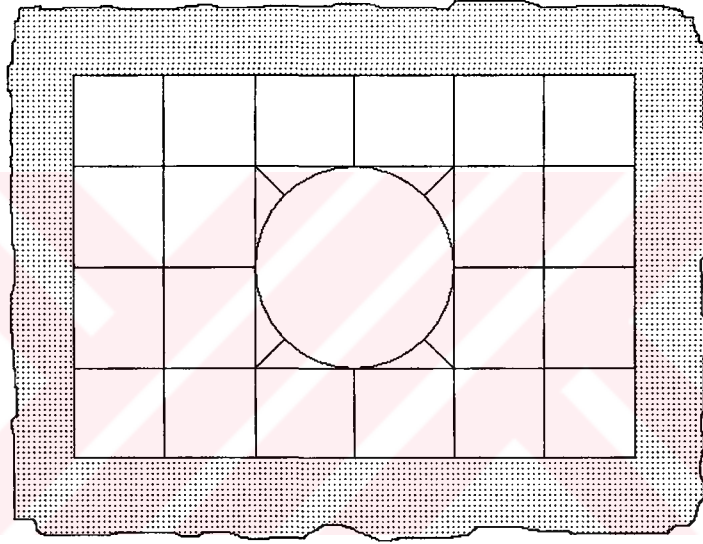
olarak alınır. (2.17) ve (2.18) fonksiyonellerinde $\Omega, \Omega_1, \Omega_2$ bölgeleri (2.10)'da, L_1, L_2 ise (2.16)'da verilmiştir. Yine bu fonksiyonellerdeki $Q_i^{(1)} (Q_i^{(2)})$ çözüm bölgesinde verilen soldaki (sağdaki) dairesel deliğin sınırında etki eden kuvveti; P_i , Ω bölgesinin dış sınırı S 'de etki eden dış kuvvet göstermektedir. Burada S sınırı;

$$S = \ell_1 \cup \ell_2 \cup \ell_3 \cup \ell_4,$$

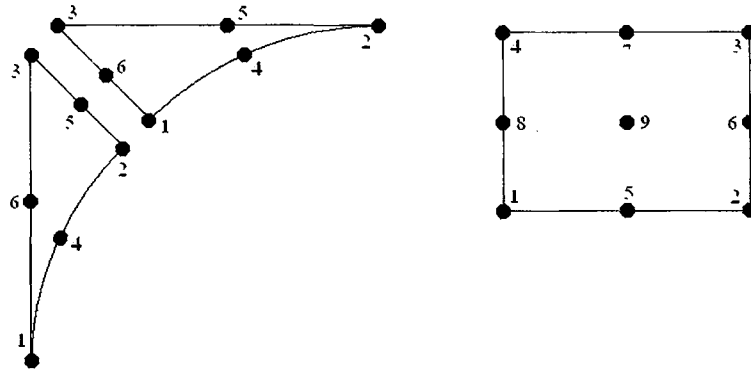
$$\ell_1 = \{(x_1, x_2) | 0 \leq x_1 \leq l, x_2 = 0\}, \ell_2 = \{(x_1, x_2) | 0 \leq x_2 \leq H, x_1 = l\},$$

$$\ell_3 = \{(x_1, x_2) | 0 \leq x_1 \leq l, x_2 = H\}, \ell_4 = \{(x_1, x_2) | 0 \leq x_2 \leq H, x_1 = 0\} \quad (2.19)$$

dır. Ele alınan probleme ait çözüm bölgesi (Problem 1 için Şekil 2.1 ve Problem 2 için Şekil 2.2) sonlu M adet alt bölgeye yani, sonlu elemana ($\Omega_{(k)}$, $k=1,2,\dots,M$) ayrıştırılır. Sonlu elemanlar dairesel delikler civarında eğri kenarlı üçgen eleman, geri kalan kısımda dikdörtgen şeklinde seçilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 2.3 a) Dairesel delik civarındaki sonlu eleman ağı,

b) Bazı sonlu elemanlar ve nodların konumu.

Şekil 2.3'de dairesel delik civarında sonlu eleman ağı ve kullanılan sonlu elemanlar ile nodların konumu verilmektedir. Ele alınan dikdörtgen sonlu elemanların nodlarında tanımlanan ikinci dereceden standart Lagrange şekil fonksiyonlarının normalize edilmiş koordinatlardaki ($O'\xi\eta$) ifadeleri;

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - \eta); N_2 = \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - \eta); N_3 = \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 + \eta); \\ N_4 &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 + \eta); N_5 = \frac{1}{4}(\xi^2 - 1)(\eta^2 - \eta); N_6 = -\frac{1}{2}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - 1); \\ N_7 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(\eta^2 + \eta); N_8 = -\frac{1}{2}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - 1); N_9 = (\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1) \end{aligned} \quad (2.20)$$

olur. Yerel $O'\xi\eta$ koordinat takımı ile genel Ox_1x_2 kartezyen koordinat takımı arasında dönüşümü sağlayan bağıntı;

$$\xi = \frac{2x_1 - (x_{i+1} + x_i)_1}{(x_{i+1} - x_i)_1}, \quad \eta = \frac{2x_2 - (x_{i+1} + x_i)_2}{(x_{i+1} - x_i)_2} \quad (2.21)$$

ile verilebilir. (2.21)'de $(x_{i+1} + x_i)_1$ ($(x_{i+1} + x_i)_2$), Ox_1 (Ox_2) doğrultusunda i. sonlu elemanın üst ve alt nodlarının koordinatları toplamı; $(x_{i+1} - x_i)_1$ ($(x_{i+1} - x_i)_2$), Ox_1 (Ox_2) doğrultusunda i. sonlu elemanın üst ve alt nodlarının koordinatları farkı'dır.

Üçgen sonlu elemanların nodlarında tanımlı şekil fonksiyonlarının genel koordinatlardaki ifadesi (Zienkiewicz ve Taylor, 1989);

$$N_i(x, y) = a_i + b_i x + c_i y + d_i x^2 + e_i xy + f_i y^2 \quad (2.22)$$

dir. (2.22)'deki bilinmeyen katsayılar her sonlu elemana ait nod için;

$$N_i(x_{1j}, x_{2j}) = \delta_{ij} \quad (2.23)$$

tanımından bulunur. (2.23)'de (x_{1j}, x_{2j}) , j. nodun Ox_1x_2 koordinat takımındaki koordinatları, δ_{ij} Kronecker sembolüdür. Dolayısıyla (2.23) kullanılarak oluşturulan lineer

denklemler sistemi yardımıyla bulunan bütün üçgen şekil fonksiyonları, dairesel delik ya da deliklerin boyutları veya konumu değiştiği zaman yeniden, (2.23) özelliği yardımıyla ortaya çıkan lineer denklem sisteminden belirlenmelidir.

Her bir sonlu elemanda aranan yer değiştirme fonksiyonu polinom şeklinde kabul edilir. Bu fonksiyonun şekil fonksiyonları ile ifadesi;

$$\mathbf{u}^{(k)} \approx \mathbf{N}^{(k)} \mathbf{a}^{(k)}, \quad k=1,2,\dots,M \quad (2.24)$$

şeklindedir. (2.24)'de $\mathbf{a}^{(k)}$ ve $\mathbf{N}^{(k)}$ matrisleri dikdörtgen sonlu elemanlar için;

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}^{(k)})^T &= \{u_{11}^k, u_{21}^k, u_{12}^k, u_{22}^k, \dots, u_{18}^k, u_{28}^k, u_{19}^k, u_{29}^k\} \\ \mathbf{N}^{(k)} &= \begin{Bmatrix} N_1^{(k)} & 0 & \dots & N_9^{(k)} & 0 \\ 0 & N_1^{(k)} & \dots & 0 & N_9^{(k)} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ve üçgen sonlu elemanlar için;

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}^{(k)})^T &= \{u_{11}^k, u_{21}^k, u_{12}^k, u_{22}^k, \dots, u_{16}^k, u_{26}^k\} \\ \mathbf{N}^{(k)} &= \begin{Bmatrix} N_1^{(k)} & 0 & \dots & N_6^{(k)} & 0 \\ 0 & N_1^{(k)} & \dots & 0 & N_6^{(k)} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

matrisleridir (Akbarov ve Guz (2000), Zienkiewicz ve Taylor (1989)). (2.24) ifadesi, Problem 1 için (2.17) fonksiyoneliinde, Problem 2 için (2.18) fonksiyoneliinde yerine yazılarak ve Ritz tekniği yardımıyla

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (2.27)$$

lineer cebrik denklem sistemi elde edilir. (2.27) 'da \mathbf{K} Stiffness (Rijitlik) matrisi, \mathbf{a} nodlarda bilinmeyen yer değiştirmeleri ve \mathbf{r} nodlara etki eden kuvvetleri gösteren vektörlerdir. \mathbf{K} matrisinin bileşenleri aşağıdaki şekilde belirlenir.

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^M \mathbf{K}^{(k)}, \quad \mathbf{K}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(k)} & \mathbf{K}_{12}^{(k)} & \dots & \mathbf{K}_{1n}^{(k)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(k)} & \mathbf{K}_{22}^{(k)} & \dots & \mathbf{K}_{2n}^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{K}_{n1}^{(k)} & \mathbf{K}_{n2}^{(k)} & \dots & \mathbf{K}_{nn}^{(k)} \end{Bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_{ij}^{(k)} = \iint_{\Omega_{(k)}} (\mathbf{B}_j^{(k)})^T \mathbf{D}^{(k)} \mathbf{B}_j^{(k)} d\Omega_{(k)}, \quad \begin{matrix} i, j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, M \end{matrix} \quad (2.28)$$

Burada dikdörtgen sonlu elemanlar için $n=9$, üçgen sonlu elemanlar için $n=6$ değerini almaktadır ve

$$\mathbf{D}^{(k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & 2\mathbf{A}_{16} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{22} & 2\mathbf{A}_{26} \\ \mathbf{A}_{16} & \mathbf{A}_{26} & 2\mathbf{A}_{66} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_i^{(k)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_i^{(k)}}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{N}_i^{(k)}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_i^{(k)}}{\partial x_2} & \frac{\partial \mathbf{N}_i^{(k)}}{\partial x_1} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

dır. (2.29)' da \mathbf{D} matrisinin elemanları, ele alınan yapı elemanının mekanik özelliğine göre Bölüm 1.1'den belirlenecektir. Ayrıca (2.28)'de, $\Omega_{(k)}$ ele alınan sonlu elemana ait bölgedir.

(2.27) denkleminin çözülmesi sonucunda her bir nodda aranan yer değiştirmeler bulunur. Bu değerler yardımıyla (2.14) ve (2.12) denklemleri kullanılarak her bir nodda gerilme değerleri;

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DBa} \quad (2.30)$$

dan elde edilir. Fakat, (2.30) formülü ile elde edilen gerilme fonksiyonlarının bütün bölge üzerindeki grafikleri sonlu eleman sınırlarında sıçrama yaparlar, yani süreksiz olurlar. Gerçek fiziksel duruma uygun gelmeyen bu durum, sonlu eleman formülasyonundan kaynaklanmaktadır. Bu durumu ortadan kaldırmak için çeşitli sonlu eleman formülasyonları geliştirilmiştir. Bunlar a) Karışık Sonlu Eleman Formülasyonu (Mixed Finite Element Formulations (Zienkiewicz ve Taylor (1989))), b) İki Aşamalı Karışık Sonlu Eleman

Formülasyonu (Zienkiewicz ve Taylor (1989), Hinton ve Campell (1979) ve diğerleri) 'dur. İlk modellemede, her bir nodda yer değiştirmelerin yanı sıra gerilmelerde bilinmeyen olarak kabul edilir. Uygun işlemler ile bütün bölgede sürekli gerilme dağılımları bulunur. İkinci tip modellemede ise; yer değiştirmeler birinci aşamada bulunduktan sonra, (2.30) yardımıyla elde edilen ve eleman sınırlarında süreksiz olan gerilme dağılımlarının bilinen işlemler dahilinde süreklileştirilmesi yoluna gidilir. Bu süreklileştirme işlemine *varyasyonel iyileştirme* (*variational recover*) adı verilir (Zienkiewicz ve Taylor (1989), Hinton ve Campell (1979) ve diğerleri). Tez kapsamında ikinci tip modelleme kullanılmıştır. Şimdi yapılan süreklileştirme işlemlerini ele alalım.

(2.30) ifadesi ile elde edilen gerilmeleri $\hat{\sigma}$ ile işaret edelim. Daha sonra bütün nodlarda gerilme değerlerini bilinmeyen olarak, gerilme fonksiyonu için aşağıdaki şekilde yaklaşım yapalım.

$$\sigma = N_{\sigma} \bar{\sigma} \quad (2.31)$$

burada,

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}, \quad \bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \dots, \bar{\sigma}_M), \quad \bar{\sigma}_i = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{1i} \\ \bar{\sigma}_{22i} \\ \bar{\sigma}_{12i} \end{pmatrix}, \quad i=1,2,\dots,R \quad (2.32)$$

dir. (2.31) ifadesindeki N_{σ} şekil fonksiyonları matrisini, (2.32)'deki $\bar{\sigma}_i$ vektörünün bileşenleri ise, nodlarda bilinmeyen gerilmeleri ve R toplam nod adedini göstermektedir. Çoğu durumda N_{σ} şekil fonksiyonları matrisi, yer değiştirmelerin bulunmasında kullanılan şekil fonksiyonları matrisiyle aynı alınır. Ele alınan sonlu elemanlar için N_{σ} aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$N_{\sigma} = \{N_{\sigma}^{(1)}, N_{\sigma}^{(2)}, \dots, N_{\sigma}^{(M)}\},$$

$$N_{\sigma}^{(k)} = \begin{pmatrix} N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 & 0 & \dots & N_n^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 & \dots & 0 & N_n^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & \dots & 0 & 0 & N_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Burada dikdörtgen sonlu elemanlar için $n=9$, üçgen sonlu elemanlar için $n=6$ değerlerini almaktadır. $\bar{\sigma}_i$ vektörünün bileşenleri (yani, gerilme fonksiyonlarının nodlardaki değerleri) *En Küçük Kareler Yöntemi* kullanılarak elde edilir (Hinton ve Campell, 1979). Bu durumda,

$$\tilde{Q} = \iint_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}})^2 d\Omega \quad (2.34)$$

fonksiyoneli ele alınır. Bu fonksiyondan bilinmeyenlere göre türev alınarak sıfıra eşitlenirse, $\bar{\sigma}_i$ vektörü bileşenleri için

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \sigma_{ijk}} = 0, \quad i,j=1,2; \quad k=1,2,\dots,R \quad (2.35)$$

denklemler sistemi elde edilir. (2.35) denklemlerinin çözülmesi ile nodlardaki gerilme değerleri ve (2.31) yardımıyla da bütün bölgede sürekli gerilme fonksiyonları elde edilir. Ancak sayısal değerlerin incelenmesinde kutupsal koordinatlardaki değerler daha elverişli olduğundan,

$$x = R \cos \theta; \quad y = R \sin \theta \quad (2.36)$$

koordinat dönüşümü kullanılarak kartezyen koordinatlardaki gerilme fonksiyonları yardımıyla, kutupsal koordinatlarda gerilme fonksiyonları,

$$\sigma_r = \sigma_{11} \cos^2 \theta + \sigma_{22} \sin^2 \theta + 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{11} \sin^2 \theta + \sigma_{22} \cos^2 \theta - 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau_{r\theta} = \sigma_{12} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) - (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \sin \theta \cos \theta \quad (2.37)$$

elde edilir (Timoshenko ve Goodier (1970)).

2.3 Sayısal İntegral

(2.27)'de verilen lineer denklem sisteminde \mathbf{K} matrisinin elemanlarının değerleri (2.28) integrali yardımıyla elde edilecektir. Fakat sonlu eleman sayısı ve her sonlu elemanda belirlenecek değerler çok fazla olduğundan, bu integrallerin elle alınması mümkün değildir. Dolayısıyla sayısal integral kullanılması kaçınılmazdır. Tez kapsamında sayısal integral alma yöntemlerinden Gauss Karelemesi kullanılmıştır (Eren, (2004)). Bu yöntemle göre $[a,b]$ bölgesinde verilen bir fonksiyonun integrali;

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-1}^{+1} f(\xi)J(\xi)d\xi = \sum_{i=1}^n w_i f(\xi_i)J(\xi_i) \quad (2.38)$$

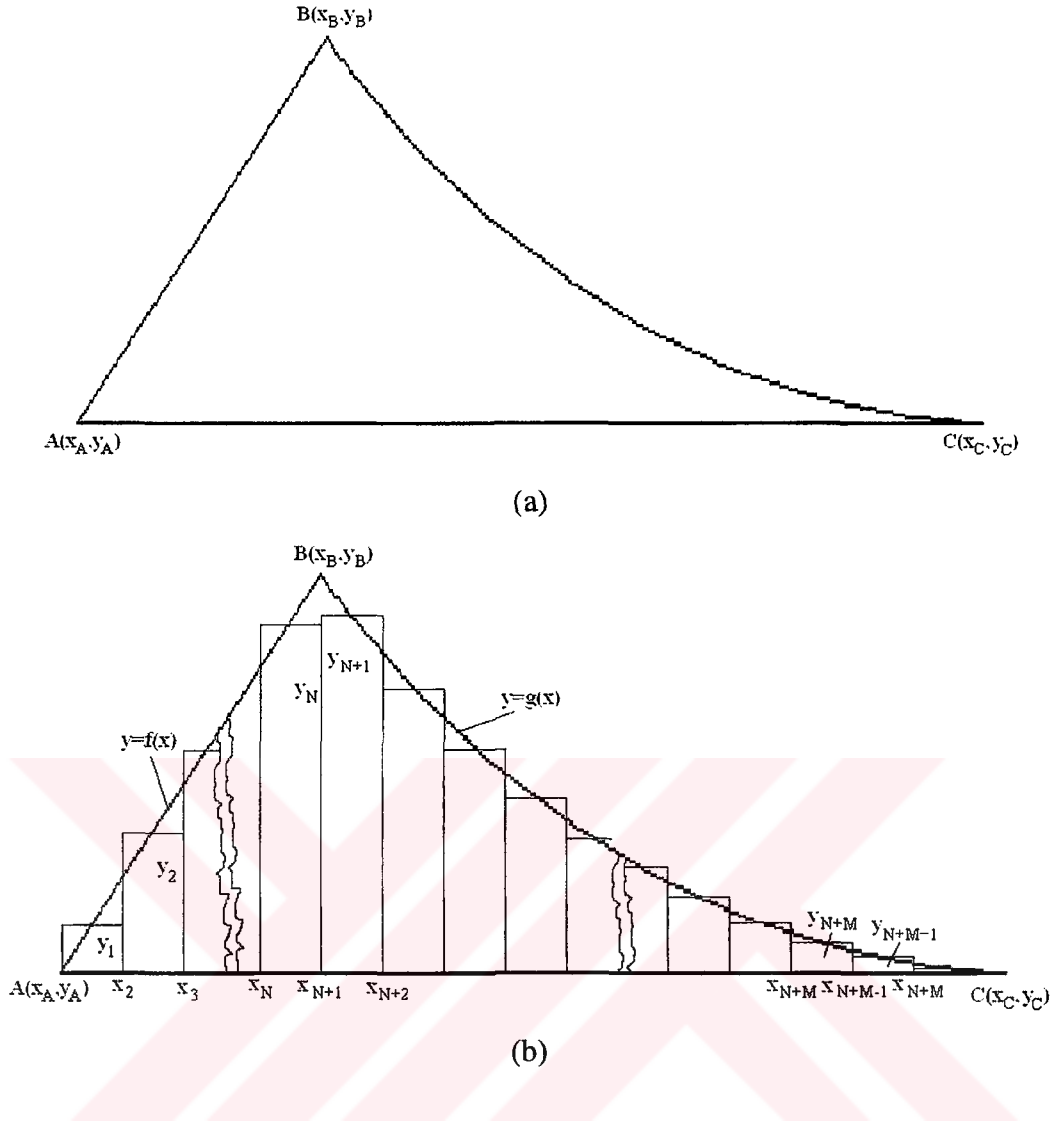
olur. (2.38)'de, n ($1 \leq n \leq 10$) integralin değerini hesaplamada kullanılan nokta adedi, w_i ağırlık fonksiyonları, ξ_j 'ler Gauss noktalarıdır. (2.38)'de verilen Gauss karelemesi ile $(2 \times n - 1)$. dereceden polinomun integrali kesin bulunabilmektedir. (2.28) integrallerinin hesaplanmasında Şekil 2.3'de verilen dikdörtgen sonlu elemanlar için (2.38) sayısal integral formülünün kullanılmasında herhangi bir zorluk yoktur. Bunun için,

$$\int_a^b \int_c^d f(x,y)dx dy = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi,\eta)J(\xi,\eta)d\xi d\eta = \sum_{i=1}^{n_1} \left(\sum_{j=1}^{n_2} w_j f(\xi_j, \eta_i) J(\xi_j, \eta_i) \right) w_i \quad (2.39)$$

dir. Ancak, dairesel delik civarında alınan eğrisel kenarlara sahip üçgen sonlu elemanlar (Şekil 2.3) üzerindeki integrallerin sayısal olarak elde edilmesi, integral sınırlarına fonksiyon geldiğinden dolayı, kolay olmaz. Üçgen elemanlar üzerinde (2.28) integrallerinin hesaplanması Şekil 2.4a.'da ele alınan üçgen sonlu eleman için

$$\iint_{\Omega(k)} F(x,y)d\Omega(k) = \int_{x_A}^{x_B} \int_{y_A}^{f(x)} F(x,y)dx dy + \int_{x_B}^{x_C} \int_{y_A}^{g(x)} F(x,y)dx dy \quad (2.40)$$

olur. Yukarıda belirtildiği gibi (2.40) integralinin sayısal integrasyonu, integral sınırına fonksiyon geldiği için farklı şekilde alınmalıdır. Bunun için ele alınan bölge, B noktasından önce N adet, B noktasından sonra M adet olmak üzere toplam $N+M$ tane dikdörtgen alt bölgeye ayrıştırılır (Şekil 2.4.b).



Şekil 2.4 Ele alınan bir üçgen sonlu elemanın
a) Geometrisi, b) Sayısal integral bölgeleri.

Şekil 2.4.b'de

$$2\Delta x = x_{i+1} - x_i, \quad y_i = f(x_i + \Delta x) \text{ veya } y_i = g(x_i + \Delta x) \quad (2.41)$$

dir. (2.41)'de

$$f(x) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} x + \frac{(x_B - x_A)y_A - (y_B - y_A)x_A}{x_B - x_A},$$

$$g(x) = y_M - \sqrt{R^2 - (x - x_M)^2} \quad (2.42)$$

dir. (2.42)'de (x_M, y_M) , dairesel deliğin merkezinin koordinatları ve R, dairesel deliğin yarıçapıdır. (2.40) integrali, Şekil 2.4b'deki her dikdörtgen alt bölge üzerindeki integraller cinsinden

$$\iint_{\Omega_{(k)}} F(x, y) d\Omega_{(k)} \approx \int_{x_A}^{x_2} \int_{y_A}^{y_1} F(x, y) dx dy + \int_{x_2}^{x_3} \int_{y_A}^{y_2} F(x, y) dx dy + \dots$$

$$+ \int_{x_{N+M-1}}^{x_{N+M}} \int_{y_A}^{y_{N+M-1}} F(x, y) dx dy + \int_{x_{N+M}}^{x_C} \int_{y_A}^{y_{N+M}} F(x, y) dx dy \quad (2.43)$$

olur. (2.43) eşitliğinin sağında bulunan bütün integraller (2.39) yardımıyla sayısal olarak integre edilebilir. Belirtelim ki, üçgen sonlu eleman üzerindeki integrallerde $N+M=500$ olarak alınmış ve (2.39)'daki $n_1 = n_2 = 10$ alınarak, Gauss Karelemesinde kullanılacak en çok noktada integrasyon değeri belirlenmiştir. Gauss noktaları ve ağırlık fonksiyonları Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1 Gauss noktaları ve ağırlık fonksiyonları.

| $\pm x_i$ | | w_i |
|---|-----|---|
| 0 | n=1 | 2.000 000 000 000 000 |
| 0.577 350 269 189 626 | n=2 | 1.000 000 000 000 000 |
| 0.774 596 669 241 483 0.000 000 000 000 000 | n=3 | 0.555 555 555 555 556 0. 888 888 888 888 889 |
| 0.861 136 311 594 953 0.339 981 043 584 856 | n=4 | 0.347 854 845 137 454 0. 652 145 154 862 546 |
| 0.906 179 845 938 664 0.538 469 310 105 683 0.000 000 000 000 000 | n=5 | 0.236 926 885 056 189 0.478 628 670 499 366 0.568 888 888 888 889 |
| 1 | 2 | 3 |

| Tablo 2.1'in devamı | | |
|---|------|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 0.932 469 514 203 152 0.661 209 386 466 265 0.238 619 186 083 197 | n=6 | 0.171 324 492 379 170 0.360 761 573 048 139 0.467 913 934 572 691 |
| 0.949 107 912 342 759 0.741 531 185 599 394 0.405 845 151 377 397 0.000 000 000 000 000 | n=7 | 0.129 484 966 168 870 0.279 705 391 489 277 0.381 830 050 505119 0.417 959 183 673 469 |
| 0.960 289 856 497 536 0.796 666 477 413 627 0.525 532 409 916 329 0.183 434 642 495 650 | n=8 | 0.101 228 536 290 376 0.222 381 034 453 374 0.313 706 645 877 887 0.362 683 783 378 362 |
| 0.968 160 239 507 626 0.836 031 107 326 636 0.613 371 432 700 590 0.324 253 423 403 809 0.000 000 000 000 000 | n=9 | 0.081 274 388 361 574 0.180 648 160 694 857 0.260 610 696 402 935 0.312 347 077 040 003 0.330 239 355 001 260 |
| 0.973 906 528 517 172 0.865 063 366 688 985 0.679 409 568 299 024 0.433 395 394 129 247 0.148 874 338 981 631 | n=10 | 0.066 671 344 308 688 0.149 451 349 150 581 0.219 086 362 515 982 0.269 266 719 309 996 0.295 524 224 714 753 |

3. ELE ALINAN PROBLEMLER VE SAYISAL SONUÇLARI

3.1 Tek Dairesel Delik Olması Durumu

Bu kısımda yapısında merkezi tek dairesel delik bulunan sonlu şerit-levhanın kenarlarından Ox_1 eksenine paralel olacak şekilde düzgün yayılı yük ile çekilmesi durumunda, delik civarında oluşan gerilme birikimlerine ait sayısal sonuçlar verilecektir. Ele alınan problem, izotrop malzemedan yapılmış sonsuz plaklar için daha önceleri incelenmiştir. Buna göre; dairesel delik içeren ve karşılıklı iki kenarından sonsuzda düzgün yayılı çekme yükü uygulanan levhanın, yükleme etkisinde yapısında oluşan gerilme yayılımı dairesel deliğe yaklaştıkça değişir. Bu değişim en büyük değerini dairesel deliğin sınırında alır. Dairesel deliğin sınırında gerilme fonksiyonları;

$$\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0, \sigma_{\theta\theta} = P - 2P \cos 2\theta \quad (3.1)$$

olur. (3.1)'de P sonsuzda uygulanan düzgün yayılı çekme kuvvetinin yoğunluğudur ve $\theta = \pm\pi/2$ için $\sigma_{\theta\theta}/P = 3$ dir.

Tek dairesel delik içeren şerit-levhanın karşılıklı iki kenarından çekilmesi problemine ait matematiksel model ve sonlu eleman formülasyonu Bölüm 2'de verilmiştir. Belirtelim ki, yapı elemanının tek veya iki dairesel delik içermesi durumlarında bölgenin, problem ve sınır koşullarının $x_1 = \ell/2$ 'ye göre simetrik olması özelliğinden yararlanılarak, çözüm yarım bölgede yapılmıştır. Buna göre tek (çift) dairesel delik olması durumunda sonlu eleman ağı; 4 (8) eğrisel kenara sahip üçgen sonlu eleman ve 958 (956) dikdörtgen sonlu eleman, 4027 (4032) nod ve 8004 (8014) serbestlik derecesine sahiptir.

Tablo 3.1 Farklı delik boyutları ve $E_2/E_1 = 1$ için $H/\ell = 0.15$, $H_U/\ell = H_A/\ell$, $\rho = R$ değerlerinde $\sigma_{\theta\theta}/P$ 'nin bazı noktadaki değerleri.

| ℓ_E/R | H_U/R | R/ℓ | θ | | |
|------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| | | | $\pi/2$ | $3\pi/4$ | π |
| 17.4107 | 4.4642 | 0.0140 | 3.2156 | 1.0388 | -0.9513 |
| 18.7500 | 4.8076 | 0.0130 | 3.1751 | 1.0319 | -0.9382 |
| 19.5000 | 5.0000 | 0.0125 | 3.1538 | 1.0284 | -0.9317 |
| 20.3125 | 5.2083 | 0.0120 | 3.1316 | 1.0247 | -0.9252 |
| 22.1590 | 5.6818 | 0.0110 | 3.0839 | 1.0173 | -0.9122 |
| 24.3750 | 6.2500 | 0.0100 | 3.0303 | 1.0099 | -0.8987 |
| 25.3906 | 6.5104 | 0.0096 | 3.0068 | 1.0071 | -0.8931 |
| ∞ | ∞ | - | 3.0000 | 1.0000 | -1.0000 |

Problemin sayısal çözümü için yapılan algoritma ve programlardan elde edilen sonuçlar, dairesel deliğin yarıçapı küçültülerek, sonsuz ortamdaki dairesel delik durumuna yaklaşılmaya çalışılmış ve yapı elemanının malzemesi izotrop alındığında elde edilen sayısal değerler ile (3.1)'de verilen kesin sonuçlara ait uygun değerler Tablo 3.1'de, $\sigma_{\theta\theta}/P$ için verilmiştir. Tablo 3.1'de verilen değerlerden tez çerçevesinde yapılan algoritma ve programlardan elde edilen sayısal değerlerin, dairesel deliğin yarıçapı azaldıkça, sonsuz ortamdaki uygun değerlere yaklaştığı görülmektedir. Dolayısıyla, yapılan algoritma ve programlara olan güven teyit edilmiştir.

3.1.1 Transversel Anizotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi

Bu kısımda, ele alınan yapı elemanının malzemesinin, birbirini tekrar eden farklı iki izotrop levhanın $x_2 = 0$ düzlemine paralel olacak şekilde üst üste konmasından oluşan ve izotropi eksenini Ox_2 olan transversel izotrop malzeme olduğu kabul edilecektir.

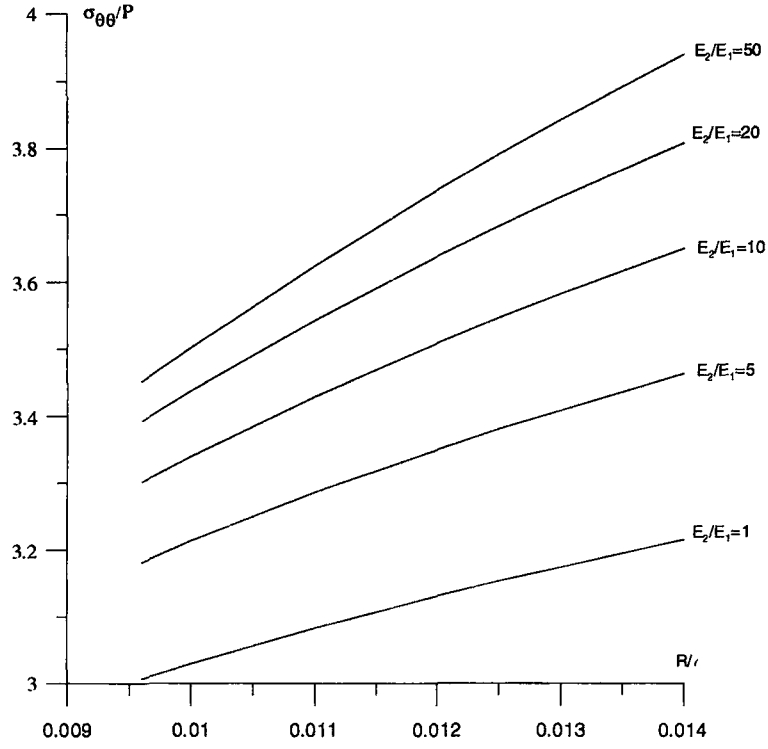
Şekil 2.1'de verilen şerit-levha için elde edilen sayısal sonuçlar farklı E_2/E_1 , R/ℓ ve θ için Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2 $H_A = H_U = (H - 2R)/2$, $H/\ell = 0.15$, değerlerinde farklı E_2/E_1 , H_U/R ve R/ℓ için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri.

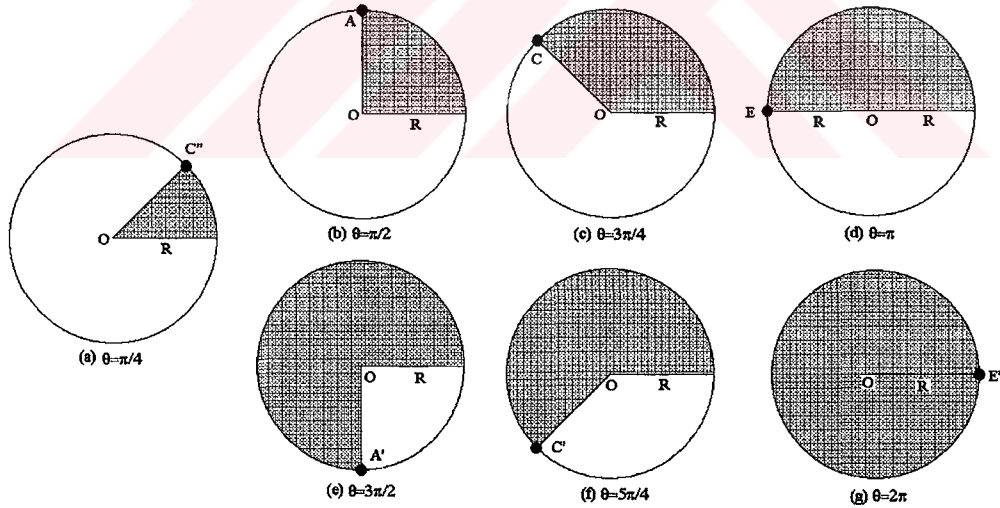
| H_U/R | R/ℓ | θ | E_2/E_1 | | | | | |
|---------|----------|----------|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | | 1 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 6.8125 | 0.0096 | $\pi/2$ | 3.0068 | 3.1816 | 3.3022 | 3.3934 | 3.4517 | 3.4731 |
| | | $3\pi/4$ | 1.0071 | 0.5962 | 0.3039 | 0.0405 | -0.2283 | -0.3776 |
| | | π | -0.8931 | -0.6902 | -0.5456 | -0.4139 | -0.2773 | -0.2020 |
| 5.8181 | 0.0110 | $\pi/2$ | 3.0839 | 3.2860 | 3.4296 | 3.5434 | 3.6248 | 3.6605 |
| | | $3\pi/4$ | 1.0173 | 0.6057 | 0.3118 | 0.0447 | -0.2326 | -0.3902 |
| | | π | -0.9122 | -0.7048 | -0.5568 | -0.4220 | -0.2822 | -0.2054 |
| 5.0000 | 0.0125 | $\pi/2$ | 3.1538 | 3.3811 | 3.5471 | 3.6840 | 3.7904 | 3.8424 |
| | | $3\pi/4$ | 1.0284 | 0.6160 | 0.3207 | 0.0504 | -0.2349 | -0.4004 |
| | | π | -0.9317 | -0.7197 | -0.5684 | -0.4304 | -0.2875 | -0.2090 |
| 4.3571 | 0.0140 | $\pi/2$ | 3.2156 | 3.4643 | 3.6500 | 3.8083 | 3.9394 | 4.0084 |
| | | $3\pi/4$ | 1.0388 | 0.6258 | 0.3296 | 0.0567 | -0.2354 | -0.4082 |
| | | π | -0.9513 | -0.7346 | -0.5800 | -0.4390 | -0.2929 | -0.2129 |

Tablo 3.2'de verilen değerlerin incelenmesi sonucunda; anizotrop (kompozit) şerit-levhayı oluşturan bileşenlerin Elastisite modül oranları arttıkça, $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $\theta = \pi/2$ noktasındaki şiddeti artmakta, $\theta = 3\pi/4$ noktasındaki gerilme değeri azalmakta ve $\theta = \pi$ noktasında gerilme birikiminin mutlak değerce azaldığı görülmektedir. Ayrıca, merkezi deliğin büyüklüğü (R/ℓ) arttıkça diğer bir deyişle, deliğin şerit-levhanın üst yüzeyi ile arasındaki mesafe (H_U/R) azaldıkça $\theta = \pi/2$, $\theta = 3\pi/4$ ve $\theta = \pi$ noktalarındaki gerilme şiddetinin, kenar etkileri nedeniyle mutlak değerce arttığı tespit edilmiştir.

Tablo 3.2'de verilen sayısal değerlerden yararlanılarak, R/ℓ parametresinin farklı E_2/E_1 değerlerinde $\theta = \pi/2$ için grafikleri Şekil 3.2'de gösterilmektedir. Şekil 3.1' de verilen grafiklerden R/ℓ değeri attıkça her E_2/E_1 için $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerinin sürekli olarak arttığı görülmektedir. Ancak E_2/E_1 artış oranı ile gerilme birikiminin şiddetinin artış oranı farklıdır. Yani, E_2/E_1 oranı büyüdükçe, $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin artış oranı düşmektedir.



Şekil 3.1 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, merkezi dairesel tek delik olması durumunda $\theta = \pi/2$ ve $\rho = R$ noktasında R/ℓ 'ye göre grafiği.



Şekil 3.2 $\rho = R$ için θ 'nin alınan değerlerine göre noktaların konumları.

Tablo 3.3'de sabit yarıçaplı deliğin merkezinin, Ox_2 eksenine paralel olacak şekilde pozitif doğrultuda hareket ettirilmesi durumuna ait bazı θ değerleri için, $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin delik yüzeyi üzerindeki değerleri verilmektedir. θ için alınan değerler ve noktaların konumları Şekil 3.2'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere bazı noktalar koordinat eksenlerine paralel olan ve deliğin merkezinden geçen doğrulara göre simetriktir. Bu simetrik noktalarda,

delik şerit-levhanın merkezinden uzaklaştıkça, $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesi değeri olan farklılıklar Tablo 3.3' de verilmektedir. Tablo 3.3' de, $H_U/R = 5$ deliğin şerit-levhanın merkezinde yer almasına karşı gelmektedir. Bu durumda θ 'nın farklı değerleri için simetrik noktalarda gerilme değerleri aynıdır. Fakat deliğin merkezi Ox_2 eksenine paralel olacak şekilde pozitif yönde hareket ettirildikçe, $\theta = \pi/2$ (A) noktasındaki gerilme değeri, $\theta = 3\pi/2$ (A') noktasındaki gerilme değerine göre daha fazla artmaktadır; $\theta = 3\pi/4$ (C) noktasındaki gerilme değeri düşerken, $\theta = 5\pi/4$ (C') noktasındaki gerilme değeri artmaktadır. $\theta = \pi$ noktasındaki gerilme değeri ise, deliğin belirtilen doğrultuda hareket etmesi durumunda, mutlak değerce artmaktadır.

Tablo 3.3 $R/\ell = 0.00625$, $\ell_E/\ell = 0.4875$, $\rho = R$ için dairesel deliğin H_U/R parametresi değişiminde bazı noktalardaki $\sigma_{\theta\theta}/p$ değerleri.

| E_2/E_1 | H_U/R | θ | | |
|-----------|---------|----------------|-----------------|---------|
| | | $\pi/2/3\pi/2$ | $3\pi/4/5\pi/4$ | π |
| 1 | 5 | 3.1538/3.1538 | 1.0315/1.0315 | -0.9317 |
| | 4 | 3.1810/3.1568 | 1.0218/1.0439 | -0.9394 |
| | 3 | 3.2506/3.1906 | 1.0049/1.0660 | -0.9657 |
| | 2 | 3.4059/3.2695 | 0.9470/1.1121 | -1.0230 |
| 10 | 5 | 3.5467/3.5467 | 0.3228/0.3228 | -0.5683 |
| | 4 | 3.5697/3.5509 | 0.3162/0.3281 | -0.5728 |
| | 3 | 3.6297/3.5836 | 0.3028/0.3349 | -0.5884 |
| | 2 | 3.7635/3.6597 | 0.2640/0.3484 | -0.6232 |
| 20 | 5 | 3.6820/3.6820 | 0.0522/0.0522 | -0.4300 |
| | 4 | 3.7030/3.6864 | 0.0466/0.0553 | -0.4333 |
| | 3 | 3.7581/3.7179 | 0.0345/0.0580 | -0.4447 |
| | 2 | 3.8803/3.7906 | 0.0018/0.0625 | -0.4705 |

Belirtilen noktalarda ele alınan parametre değişimi için yukarıda verilen $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesine ait yorumlar $E_2/E_1 = 1$ (izotrop) ve $E_2/E_1 \neq 1$ (anizotrop) durumları için benzer özelliği göstermektedir.

Belirtelim ki, ele alınan problem için dairesel delik sınırında σ_{rr} ve $\sigma_{r\theta}$ gerilmelerinin değeri sıfıra yakın olduğundan verilmemiştir.

3.1.2 Ortotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi

Bu kısımda, ele alınan yapı elemanının malzemesinin birbirini tekrar eden farklı malzemeden yapılmış levhaların $x_2 = 0$ düzlemine paralel olacak şekilde üst üste konmasından oluştuğu kabul edilecektir. Ancak elde edilen kompozit malzemeyi temsil eden birbirinden farklı malzeme sabitinin adedi 9'dur (Bölüm 1.1). Bunlar birbirine dik üç doğrultudaki 3'er tane Elastisite Modülü, Poisson oranı ve Kayma Modülü'dür (Denklem (1.17)). Ancak düzlem şekil değiştirme kullanıldığından;

$$\varepsilon_{33} = 0, \gamma_{13} = 0, \gamma_{23} = 0 \quad (3.2)$$

alınır. (1.13) ve (1.17) ile belirlenen bünye denklemleri;

$$\varepsilon = D^{-1}\sigma \quad (3.3)$$

olarak düzenlenirse, (3.2)'deki ilk eşitlikten σ_{33} belirlenerek (3.3)'de verilen ε_{11} ve ε_{22} ifadelerinde yerine yazılarak ortotrop malzeme için

$$\varepsilon_{11} = \frac{S_{11}S_{33} - S_{13}S_{13}}{S_{33}}\sigma_{11} + \frac{S_{12}S_{33} - S_{23}S_{13}}{S_{33}}\sigma_{22}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{S_{12}S_{33} - S_{13}S_{23}}{S_{33}}\sigma_{11} + \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}S_{23}}{S_{33}}\sigma_{22}$$

$$\gamma_{12} = S_{66}\sigma_{12} \quad (3.4)$$

olur. (3.4)'de verilen S_{ij} 'ler D^{-1} matrisinin elemanları olup, D matrisindeki uygun C_{ij} 'lere karşı gelmektedir.

Sayısal incelemelerde boyutsuz büyüklükler kullanıldığından tablo ve grafiklerde verilen malzeme sabitlerinin değerleri, o büyüklüğün E_1 'e oranı olarak verilmiştir.

Tablo 3.4 $\nu_{12} = 0.3, \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.2$ ve merkezi dairesel tek delik olması durumunda, farklı E_3/E_1 , G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerleri için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri.

| E_2/E_1 | E_3/E_1 | G_{12}/E_1 | R/ℓ | θ | |
|-----------|-----------|--------------|----------|----------|---------|
| | | | | $\pi/2$ | π |
| 0.5 | 0.5 | 0.1 | 0.0096 | 3.2936 | -0.5653 |
| | | | 0.0125 | 3.5464 | -0.5930 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.2012 | -0.6506 |
| | | | 0.0125 | 3.4042 | -0.6764 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1370 | -0.6824 |
| | | | 0.0125 | 3.3122 | -0.7076 |
| | 0.4 | 0.1 | 0.0096 | 3.2927 | -0.5667 |
| | | | 0.0125 | 3.5449 | -0.5942 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.2003 | -0.6507 |
| | | | 0.0125 | 3.4028 | -0.6763 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1361 | -0.6818 |
| | | | 0.0125 | 3.3110 | -0.7068 |
| | 0.3 | 0.1 | 0.0096 | 3.2919 | -0.5680 |
| | | | 0.0125 | 3.5436 | -0.5953 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.1994 | -0.6507 |
| | | | 0.0125 | 3.4014 | -0.6762 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1353 | -0.6812 |
| | | | 0.0125 | 3.3099 | -0.7061 |
| | 0.2 | 0.1 | 0.0096 | 3.2911 | -0.5693 |
| | | | 0.0125 | 3.5423 | -0.5965 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.1985 | -0.6508 |
| | | | 0.0125 | 3.4002 | -0.6762 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1345 | -0.6806 |
| | | | 0.0125 | 3.3088 | -0.7054 |

Tablo 3.4’de $E_2/E_1 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ ve farklı E_3/E_1 , G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerleri için $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri $\theta = \pi/2$ noktası için değerlendirilirse: Tabloda verilen değerlere göre, E_3/E_1 değerinin düşüşü aynı G_{12}/E_1 ile R/ℓ için gerilmenin değerini düşürmekte, G_{12}/E_1 değerinin artması ele alınan E_3/E_1 ve R/ℓ için gerilmenin değerini düşürmektedir. Ancak $\theta = \pi$ noktası için değerlendirilirse: Tabloda verilen değerlere göre, E_3/E_1 değerinin düşüşü aynı G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerlerindeki $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerini mutlak değerce arttırmakta, G_{12}/E_1 değerinin artması da ele alınan E_3/E_1 ve R/ℓ için gerilmenin değerini mutlak değerce arttırmaktadır. Ayrıca her bir durum için R/ℓ değeri yani, merkezi dairesel deliğin boyutları büyüdükçe, ele alınan noktalardaki gerilmenin değeri mutlak değerce artmaktadır.

Tablo 3.5, Tablo 3.4’deki verilerin $E_3/E_1 = 0.5$ için E_2/E_1 parametresinin değişimine göre düzenlenmiştir. Tablo 3.4 için yapılan yorumların benzeri Tablo 3.5 için de geçerlidir. Ancak bu tabloda, E_2/E_1 değerinin düşüşü, ele alınan G_{12}/E_1 ve R/ℓ için gerilmenin değerini $\theta = \pi/2$ noktasında arttırmakta, $\theta = \pi$ noktasında ise gerilmenin değerini mutlak değerce düşürmektedir. Diğer parametre değişimlerinin ele alınan gerilme birikimlerine etkisi Tablo 3.4 ile aynıdır. Ele alınan parametre değerindeki değişim miktarının Tablo 3.5’ de, Tablo 3.4’deki uygun değerden daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.5 $\nu_{12} = 0.3, \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.2$ ve merkezi dairesel delik olması durumunda, farklı E_2/E_1 , G_{12}/E_1 ile R/ℓ değerleri için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri.

| E_3/E_1 | E_2/E_1 | G_{12}/E_1 | R/ℓ | θ | |
|-----------|-----------|--------------|----------|----------|----------------|
| | | | | $\pi/2$ | $\theta = \pi$ |
| 0.5 | 0.5 | 0.1 | 0.0096 | 3.2936 | -0.5653 |
| | | | 0.0125 | 3.5464 | -0.5930 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.2012 | -0.6506 |
| | | | 0.0125 | 3.4042 | -0.6764 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1370 | -0.6824 |
| | | | 0.0125 | 3.3122 | -0.7076 |
| | 0.4 | 0.1 | 0.0096 | 3.3115 | -0.5378 |
| | | | 0.0125 | 3.5670 | -0.5618 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.2294 | -0.6069 |
| | | | 0.0125 | 3.4367 | -0.6296 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.1715 | -0.6307 |
| | | | 0.0125 | 3.3520 | -0.6529 |
| | 0.3 | 0.1 | 0.0096 | 3.3364 | -0.5004 |
| | | | 0.0125 | 3.5960 | -0.5206 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.2675 | -0.5520 |
| | | | 0.0125 | 3.4812 | -0.5715 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.2175 | -0.5675 |
| | | | 0.0125 | 3.4055 | -0.5868 |
| | 0.2 | 0.1 | 0.0096 | 3.3742 | -0.4470 |
| | | | 0.0125 | 3.6405 | -0.4632 |
| | | 0.2 | 0.0096 | 3.3235 | -0.4799 |
| | | | 0.0125 | 3.5473 | -0.4958 |
| | | 0.3 | 0.0096 | 3.2838 | -0.4869 |
| | | | 0.0125 | 3.4835 | -0.5029 |

Tablo 3.6'da farklı $E_2/E_1 (=E_3/E_1)$, Poisson oranı ve R/ℓ değerlerinde bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $G_{12}/E_1=0.1$ için değerleri verilmektedir. Tablodaki değerlerden

görüldüğü gibi, ele alınan $E_2/E_1 (=E_3/E_1)$ için R/ℓ 'nin artışı gerilmenin değerini mutlak değerce arttırmaktadır. Ele alınan R/ℓ değerleri ve $E_2/E_1 (=E_3/E_1)=0.5$ durumu için Poisson oranlarının tümünün sabit olduğu değerlerden tümünün değişken olduğu değerlere geçildikçe gerilmenin değerleri her iki noktada mutlak değerce düşmekte, $E_2/E_1 (=E_3/E_1) \neq 0.5$ durumu için Poisson oranlarının aynı şekilde alınması gerilmenin değerini $\theta = \pi/2$ noktasında arttırmakta, $\theta = \pi$ noktasında ise mutlak değerce düşürmektedir. Ele alınan R/ℓ ve Poisson oranı değerlerinde, $E_2/E_1 (=E_3/E_1)$ 'in değerinin düşmesi $\theta = \pi/2$ noktasında gerilmenin değerini artırırken $\theta = \pi$ noktasında gerilme değerini mutlak değerce düşürmektedir.

Tablo 3.6 $E_2/E_1 = E_3/E_1$, $G_{12}/E_1 = 0.1$ için farklı R/ℓ ve Poisson oranı değerlerinde bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ değerleri.

| E_2/E_1 | E_3/E_1 | R/ℓ | $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.3$ | | $\nu_{12} = 0.3, \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.2$ | |
|-----------|-----------|----------|--|---------|---|---------|
| | | | θ | | | |
| | | | $\pi/2$ | π | $\pi/2$ | π |
| 0.5 | 0.5 | 0.0096 | 3.2939 | -0.5653 | 3.2936 | -0.5653 |
| | | 0.0110 | 3.4257 | -0.5795 | 3.4247 | -0.5788 |
| | | 0.0130 | 3.5852 | -0.5994 | 3.5834 | -0.5978 |
| 0.4 | 0.4 | 0.0096 | 3.3094 | -0.5409 | 3.3110 | -0.5386 |
| | | 0.0110 | 3.4421 | -0.5531 | 3.4433 | -0.5502 |
| | | 0.0130 | 3.6025 | -0.5702 | 3.6033 | -0.5666 |
| 0.3 | 0.3 | 0.0096 | 3.3333 | -0.5048 | 3.3367 | -0.5004 |
| | | 0.0110 | 3.4677 | -0.5149 | 3.4710 | -0.5101 |
| | | 0.0130 | 3.6300 | -0.5290 | 3.6332 | -0.5237 |
| 0.2 | 0.2 | 0.0096 | 3.3731 | -0.4489 | 3.3782 | -0.4430 |
| | | 0.0110 | 3.5108 | -0.4568 | 3.5162 | -0.4506 |
| | | 0.0130 | 3.6771 | -0.4677 | 3.6828 | -0.4610 |
| 0.1 | 0.1 | 0.0096 | 3.4545 | -0.3516 | 3.4616 | -0.3451 |
| | | 0.0110 | 3.6004 | -0.3571 | 3.6080 | -0.3504 |
| | | 0.0130 | 3.7765 | -0.3643 | 3.7849 | -0.3573 |

Tablo 3.7 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $R/l = 0.00625$, $E_2/E_1 = E_3/E_1 = 0.5$, $G_{12}/E_1 = 0.1$ ve $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ olması durumunda farklı H_U/R için değerleri.

| H_U/R | θ | | |
|---------|----------------|-----------------|---------|
| | $\pi/2/3\pi/2$ | $3\pi/4/5\pi/4$ | π |
| 5 | 3.5464/3.5463 | 0.3219/0.3219 | -0.5930 |
| 4 | 3.3935/3.6537 | 0.3095/0.3343 | -0.5918 |
| 3 | 3.1695/3.7294 | 0.3010/0.3451 | -0.5874 |
| 2 | 2.8276/3.7785 | 0.3056/0.3524 | -0.5774 |

Tablo 3.7' de ele alınan yapı elemanındaki dairesel deliğın merkezi Ox_2 eksenine paralel olacak şekilde pozitif yönde hareket ettirilmesi durumuna ait bazı θ değerleri için, $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin delik yüzeyi üzerindeki değerleri verilmektedir. θ için alınan değerler ve noktaların konumları Şekil 3.2'de gösterilmiştir. Buna göre, dairesel delik Ox_2 eksenine paralel kalacak şekilde pozitif yönde hareket ettirildikçe, diğer bir deyişle şerit-levhanın üst yüzeyi ile dairesel delik arasındaki, mesafe azaldıkça $\theta = \pi/2$, $\theta = 3\pi/4$ ve $\theta = \pi$ 'deki $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değeri mutlak değerce düşmekte, $\theta = 3\pi/2$ ve $\theta = 5\pi/4$ noktasındaki gerilme değeri artmaktadır.

3.2 Çift Dairesel Delik Olması Durumu

Bu kısımda, matematik modeli Bölüm 2.1.2, sonlu eleman formülasyonu Bölüm 2.2'de verilen ve ele alınan şerit-levhada merkezleri Ox_1 eksenine paralel bir doğru üzerinde bulunan, $x_1 = \ell/2$ 'ye göre simetrik aynı büyüklükte iki dairesel delik olması durumunda çözümü yapılan sınır değer problemine ait sayısal sonuçlar verilecektir. Yine önceki kısımda olduğu gibi, yapı elemanının malzemesi transversal izotrop veya ortotrop alınarak, her iki durumda elde edilen sayısal sonuçlar iki ayrı kısımda verilecektir.

3.2.1 Transversel Anizotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi

Ele alınan yapı elemanı malzemesinin, izotropi eksenini Ox_2 olan ve bünye denklemleri (1.13) ve (1.19) ile verilen transversal izotrop malzeme olduğu kabul edilecektir. Matematiksel formülasyonu Bölüm 2.1.2 de verilen sınır değer problemine ait sayısal sonuçlar aşağıda tablo ve grafikler halinde verilmiştir.

Tablo 3.8- Tablo 3.12’de farklı parametre değerleri için dairesel deliklerin merkezleri aynı eksen (Ox_1 eksenine paralel) üzerinde hareket ettirilerek birbirlerine yaklaşımları durumunda, dairesel delik sınırındaki bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilme değerleri verilmiştir. Her bir tabloda $H_u/R = 5$ durumu dairesel deliklerin merkezlerinin $x_2 = H/2$ doğrusu üzerinde olduğunu göstermektedir. H_u/R (veya H_u/ℓ) parametresinin değeri küçüldükçe, dairesel deliklerin merkezlerinin Ox_2 eksenine paralel kalacak şekilde, pozitif yönde hareket ettirildiği ve şerit-levhanın üst yüzeyi ile dairesel deliğin $\theta = \pi/2$ (A) noktası arasındaki mesafenin azaldığı anlaşılmalıdır. Ayrıca tablolarda oran şeklinde gösterilen θ değerleri dairesel deliğin merkezinden geçen ve Ox_2 eksenine paralel olan doğruya göre simetrik noktaları göstermektedir (Şekil 3.2).

Tablo 3.8’ de verilen değerlerin incelenmesi sonucunda; $H_U/R = 5$ için $x_1/\ell = (\ell_E + R)/\ell$ doğrusuna göre simetrik noktalarda (Şekil 3.2) gerilmenin değeri aynı kalmakta, delikler birbirinden uzak konumlarını koruyarak Ox_2 eksenine paralel olacak şekilde üst yüzeye doğru hareket ettirildikçe ($H_U/R < 5$ durumu), $\theta = 0; \pi/2; \pi$ noktalarında gerilmenin değeri mutlak değerce artarken, $\theta = \pi/4; 3\pi/4$ noktalarında gerilmenin değeri düşmektedir. Ele alınan H_U/R değerinde E_2/E_1 parametresinin değerinin artırılması, delik sınırındaki her noktada gerilmenin değerini önemli ölçüde değiştirmekte: $\theta = 0; \pi/2; \pi$ noktalarında gerilmenin değerini artırırken, $\theta = \pi/4; 3\pi/4$ noktalarında gerilmenin değerini azaltmaktadır. Ayrıca $\theta = \pi/4; 3\pi/4$ noktalarında gerilmenin değeri, E_2/E_1 değeri arttıkça pozitiften negatife doğru değişmektedir. Burada yer verilen yorumlar aşağıda verilen her bir tablo (Tablo 3.9-Tablo 3.12) için benzer şekilde yapılabilir. Bu tablolarda verilen $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin dairesel deliğin sınırındaki bazı noktalardaki değerlerinin, c/R parametresi değerinin azalması (dairese deliklerin birbirine yaklaştırılması) durumunda, $x_1/\ell = (\ell_E + R)/\ell$ doğrusuna göre simetrik noktalardaki gerilme değerleri çok farklılaşmaktadır. Dairesel deliklerin karşılıklı birbirine yakın noktalarındaki gerilme değeri,

Tablo 3.9 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$,
 $c/R = 18$, $\ell_E = 0.375$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda
farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri.

| $c/R = 18$ | | E_2/E_1 | | | |
|------------|----------|-----------|---------|---------|---------|
| H_U/R | θ | 1 | 10 | 20 | 50 |
| 5 | $\pi/2$ | 3.1542 | 3.5275 | 3.6324 | 3.6545 |
| | $\pi/4$ | 1.0318 | 0.3195 | 0.0475 | -0.2349 |
| | $3\pi/4$ | 1.0318 | 0.3251 | 0.0573 | -0.2173 |
| | 0 | -0.9310 | -0.5584 | -0.4152 | -0.2655 |
| | π | -0.9315 | -0.5623 | -0.4211 | -0.2751 |
| 4 | $\pi/2$ | 3.1814 | 3.5548 | 3.6604 | 3.6821 |
| | $\pi/4$ | 1.0220 | 0.3104 | 0.0389 | -0.2421 |
| | $3\pi/4$ | 1.0220 | 0.3202 | 0.0536 | -0.2210 |
| | 0 | -0.9389 | -0.5640 | -0.4194 | -0.2680 |
| | π | -0.9393 | -0.5675 | -0.4251 | -0.2776 |
| 3 | $\pi/2$ | 3.2508 | 3.6222 | 3.7300 | 3.7524 |
| | $\pi/4$ | 1.0051 | 0.2971 | 0.0257 | -0.2555 |
| | $3\pi/4$ | 1.0048 | 0.3069 | 0.0416 | -0.2323 |
| | 0 | -0.9655 | -0.5825 | -0.4337 | -0.2768 |
| | π | -0.9656 | -0.5851 | -0.4387 | -0.2862 |
| 2 | $\pi/2$ | 3.4059 | 3.7612 | 3.8671 | 3.8917 |
| | $\pi/4$ | 0.9471 | 0.2617 | -0.0037 | -0.2830 |
| | $3\pi/4$ | 0.9469 | 0.2654 | 0.0056 | -0.2628 |
| | 0 | -1.0230 | -0.6209 | -0.4639 | -0.2966 |
| | π | -1.0230 | -0.6221 | -0.4674 | -0.3052 |

Tablo 3.10 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$,
 $c/R = 12$, $\ell_E = 0.4125$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda
farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri.

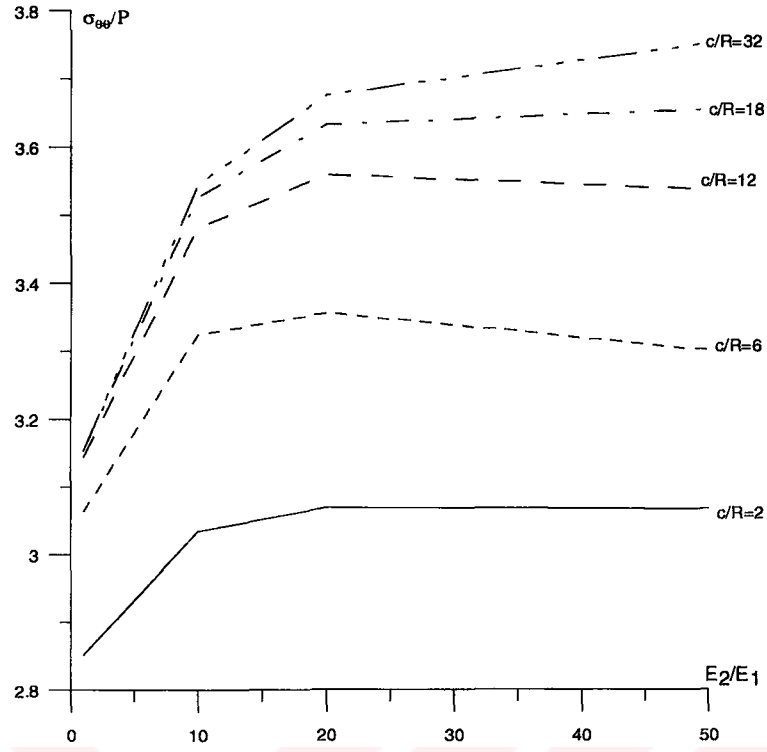
| $c/R = 12$ | | E_2/E_1 | | | |
|------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| H_U/R | θ | 1 | 10 | 20 | 50 |
| 5 | $\pi/2$ | 3.1455 | 3.4820 | 3.5587 | 3.5368 |
| | $\pi/4$ | 1.0291 | 0.3098 | -0.0364 | -0.2447 |
| | $3\pi/4$ | 1.0364 | 0.3300 | 0.0650 | -0.2020 |
| | 0 π | -0.9128 -0.9215 | -0.5362 -0.5492 | -0.3930 -0.4093 | -0.2427 -0.2659 |
| 4 | $\pi/2$ | 3.1758 | 3.5138 | 3.5895 | 3.5645 |
| | $\pi/4$ | 1.0148 | 0.2979 | 0.0269 | -0.2517 |
| | $3\pi/4$ | 1.0292 | 0.3279 | 0.0625 | -0.2056 |
| | 0 π | -0.9232 -0.9308 | -0.5424 -0.5551 | -0.3971 -0.4134 | -0.2449 -0.2682 |
| 3 | $\pi/2$ | 3.2493 | 3.5923 | 3.6675 | 3.6364 |
| | $\pi/4$ | 0.9980 | 0.2829 | 0.0122 | -0.2654 |
| | $3\pi/4$ | 1.0113 | 0.3162 | 0.0520 | -0.2160 |
| | 0 π | -0.9563 -0.9608 | -0.5633 -0.5749 | -0.4114 -0.4275 | -0.2527 -0.2763 |
| 2 | $\pi/2$ | 3.4063 | 3.7461 | 3.8227 | 3.7856 |
| | $\pi/4$ | 0.9449 | 0.2504 | -0.0182 | -0.2949 |
| | $3\pi/4$ | 0.9490 | 0.2722 | 0.0158 | -0.2452 |
| | 0 π | -1.0208 -1.0220 | -0.6076 -0.6161 | -0.4438 -0.4583 | -0.2712 -0.2949 |

Tablo 3.11 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$,
 $c/R = 6$, $\ell_E = 0.45$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda
farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri.

| $c/R = 6$ | | E_2/E_1 | | | |
|-----------|-----------------|-----------|---------|---------|---------|
| H_U/R | θ | 1 | 10 | 20 | 50 |
| 5 | $\pi/2$ | 3.0647 | 3.3249 | 3.3564 | 3.3007 |
| | $\pi/4$ | 0.9875 | 0.2500 | -0.0247 | -0.2958 |
| | $3\pi/4$ | 1.0482 | 0.3438 | 0.0866 | -0.1697 |
| | $\frac{0}{\pi}$ | -0.8285 | -0.4656 | -0.3252 | -0.1832 |
| | π | -0.8675 | -0.5167 | -0.3846 | -0.2499 |
| 4 | $\pi/2$ | 3.1037 | 3.3571 | 3.3854 | 3.3250 |
| | $\pi/4$ | 0.9645 | -0.2408 | -0.0313 | -0.3009 |
| | $3\pi/4$ | 1.0571 | 0.3439 | 0.0843 | -0.1732 |
| | $\frac{0}{\pi}$ | -0.8372 | -0.4692 | -0.3275 | -0.1845 |
| | π | -0.8784 | -0.5213 | -0.3876 | -0.2516 |
| 3 | $\pi/2$ | 3.2008 | 3.4414 | 3.4613 | 3.3890 |
| | $\pi/4$ | 0.9407 | -0.2253 | -0.0446 | -0.3128 |
| | $3\pi/4$ | 1.0534 | 0.3392 | 0.0774 | -0.1819 |
| | $\frac{0}{\pi}$ | -0.8714 | -0.4827 | -0.3360 | -0.1890 |
| | π | -0.9164 | -0.5381 | -0.3984 | -0.2578 |
| 2 | $\pi/2$ | 3.3898 | 3.6210 | 3.6258 | 3.5283 |
| | $\pi/4$ | 0.8978 | 0.1873 | -0.0784 | -0.3418 |
| | $3\pi/4$ | 0.9843 | 0.3055 | 0.0503 | -0.2052 |
| | $\frac{0}{\pi}$ | -0.9563 | -0.5195 | -0.3584 | -0.2003 |
| | π | -0.9966 | -0.5792 | -0.4252 | -0.2726 |

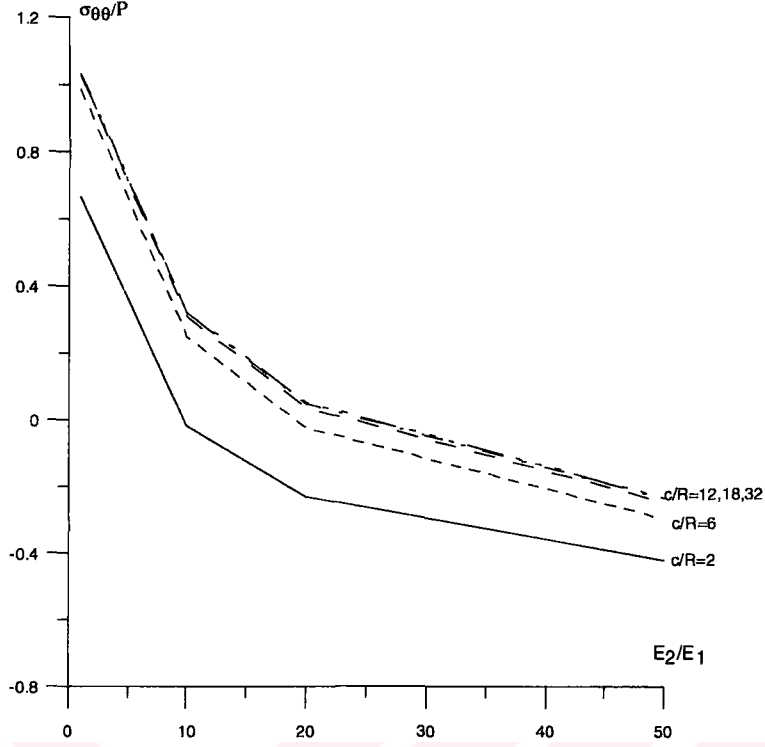
Tablo 3.12 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$,
 $c/R = 2$, $\ell_E = 0.475$, $H_A = H - H_U - 2R$ durumunda
farklı H_U/ℓ , E_2/E_1 ve θ için değerleri.

| $c/R = 2$ | | E_2/E_1 | | | |
|-----------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| H_U/R | θ | 1 | 10 | 20 | 50 |
| 5 | $\pi/2$ | 2.8510 | 3.0351 | 3.0684 | 3.0682 |
| | $\pi/4$ | 0.6653 | -0.0167 | -0.2306 | -0.4208 |
| | $3\pi/4$ | 1.0474 | 0.3670 | 0.1169 | -0.1393 |
| | 0 π | -0.6370 -0.8222 | -0.3058 -0.4915 | -0.2013 -0.3686 | -0.1119 -0.2434 |
| 4 | $\pi/2$ | 2.8798 | 3.0611 | 3.0918 | 3.0881 |
| | $\pi/4$ | 0.6750 | -0.0156 | -0.2317 | -0.4233 |
| | $3\pi/4$ | 1.0416 | 0.3610 | 0.1115 | -0.1438 |
| | 0 π | -0.6384 -0.8241 | -0.3073 -0.4935 | -0.2025 -0.3702 | -0.1127 -0.2446 |
| 3 | $\pi/2$ | 2.9544 | 3.1268 | 3.1516 | 3.1394 |
| | $\pi/4$ | 0.6857 | -0.0178 | -0.2377 | -0.4314 |
| | $3\pi/4$ | 1.0495 | 0.3560 | 0.1043 | -0.1519 |
| | 0 π | -0.6399 -0.8323 | -0.3110 -0.5000 | -0.2059 -0.3757 | -0.1151 -0.2485 |
| 2 | $\pi/2$ | 3.1318 | 3.2719 | 3.2820 | 3.2507 |
| | $\pi/4$ | 0.6540 | -0.0397 | -0.2599 | -0.4535 |
| | $3\pi/4$ | 1.0545 | 0.3440 | 0.0884 | -0.1695 |
| | 0 π | -0.6351 -0.8657 | -0.3143 -0.5169 | -0.2101 -0.3887 | -0.1190 -0.2576 |

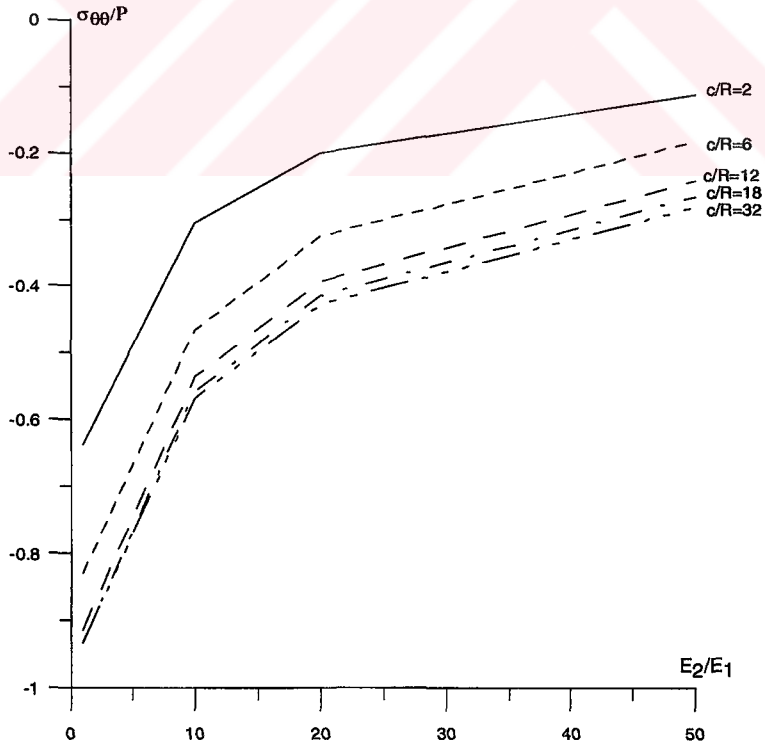


Şekil 3.3 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/2$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği.

Şekil 3.3'de $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $\theta = \pi/2$ noktasında farklı c/R ve E_2/E_1 değerleri için bazı parametre değerlerinde grafiği verilmiştir. Grafikten görüldüğü gibi, E_2/E_1 değeri arttıkça gerilmenin değeri artmakta, fakat c/R parametresinin değeri düştükçe yani, dairesel delikler birbirine yaklaştıkça, ele alınan noktadaki gerilme değeri düşmektedir.

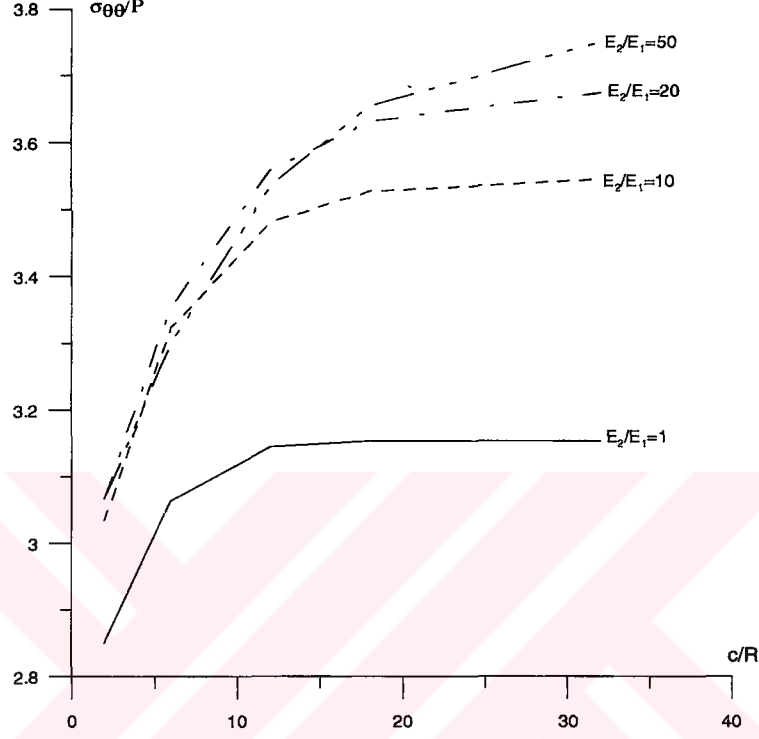


Şekil 3.4 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/4$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği.



Şekil 3.5 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı c/R oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = 0$ noktasında Elastisite modülü oranına göre grafiği.

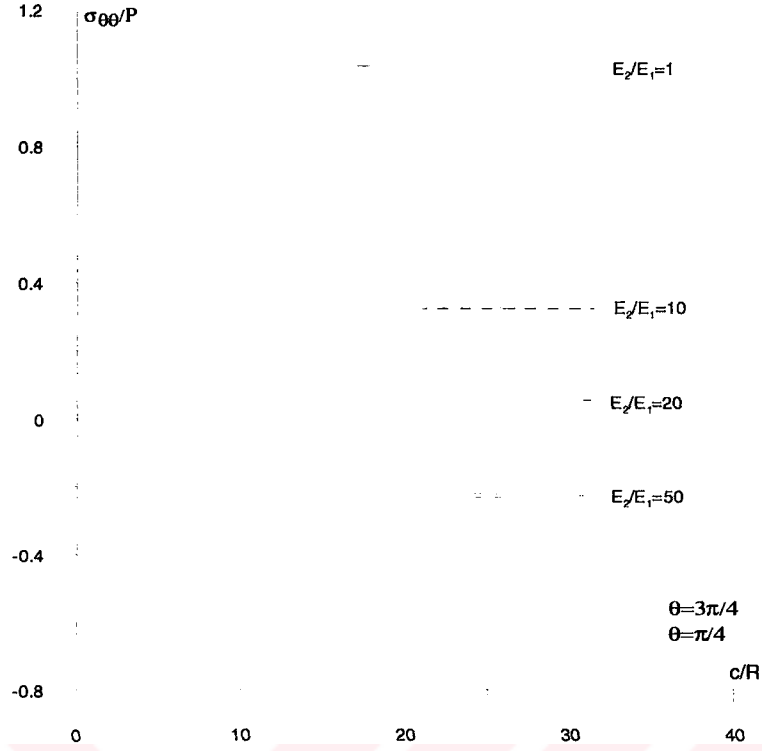
Şekil 3.3 için verilen benzeri yorumlar Şekil 3.4 için de verilebilir. Şekil 3.3 ve Şekil 3.4’de verilen grafiklerden, c/R parametresinin değeri azaldıkça yani, delikler birbirine yaklaştıkça ele alınan noktalardaki gerilme değerleri düşerken, Şekil 3.5’de verilen grafiklerde $\theta = 0$ noktasındaki gerilmenin mutlak değerce arttığı görülmektedir.



Şekil 3.6 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/l = 0.075$, $R/l = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/2$ noktasında c/R 'ye göre grafiği.

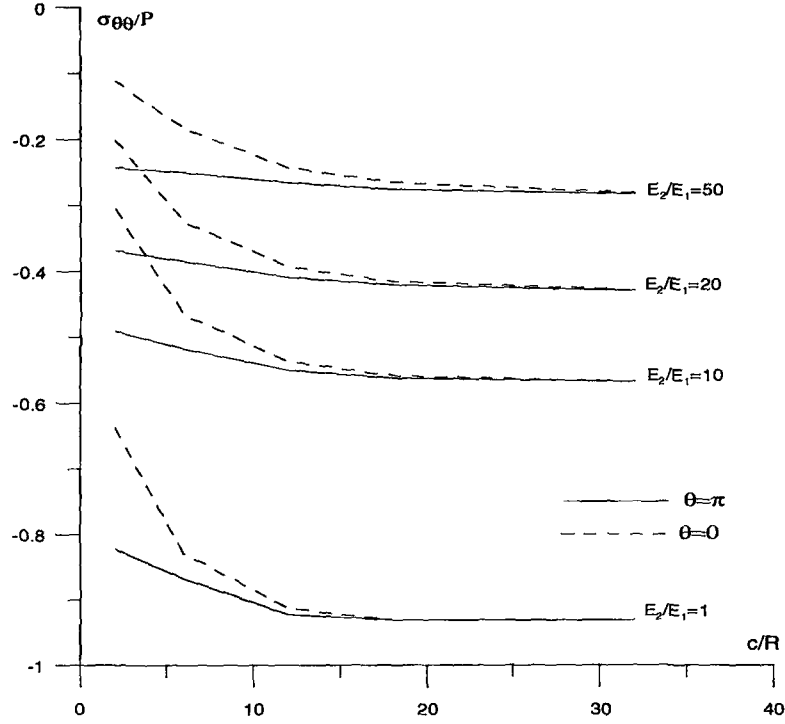
Şekil 3.6' da verilen grafiklerden delikler arasındaki mesafenin büyümesine göre farklı E_2/E_1 değerinde ve parametrelerin ele alınan değerlerindeki grafikleri verilmektedir. Bu şekilden, farklı elastisite modülü oranında, deliklerin birbirine etkilerinin farklı c/R mesafelerinde başladığı görülmektedir. Örneğin $E_2/E_1 = 1$ için deliklerin karşılıklı etkisi $c/R \leq 18$ için görülürken, $E_2/E_1 \neq 1$ olması durumunda, bu sınır daha da büyümektedir.

Şekil 3.7' de $\theta = \pi/4$ (kesikli çizgi) ve $\theta = 3\pi/4$ (düz çizgi) için c/R değeri değişimi farklı E_2/E_1 için verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi, E_2/E_1 değeri arttıkça, ele alınan noktalardaki gerilme değeri düşmektedir. c/R değerinin azalması yani deliklerin birbirine yaklaşması ile $\theta = \pi/4$ noktasındaki gerilme değeri, $\theta = 3\pi/4$ noktasındaki gerilme değerine göre daha fazla etkilenmektedir. Delikler birbirinden uzaklaştıkça bu noktalardaki gerilme değerleri birbirine yaklaşmaktadır.

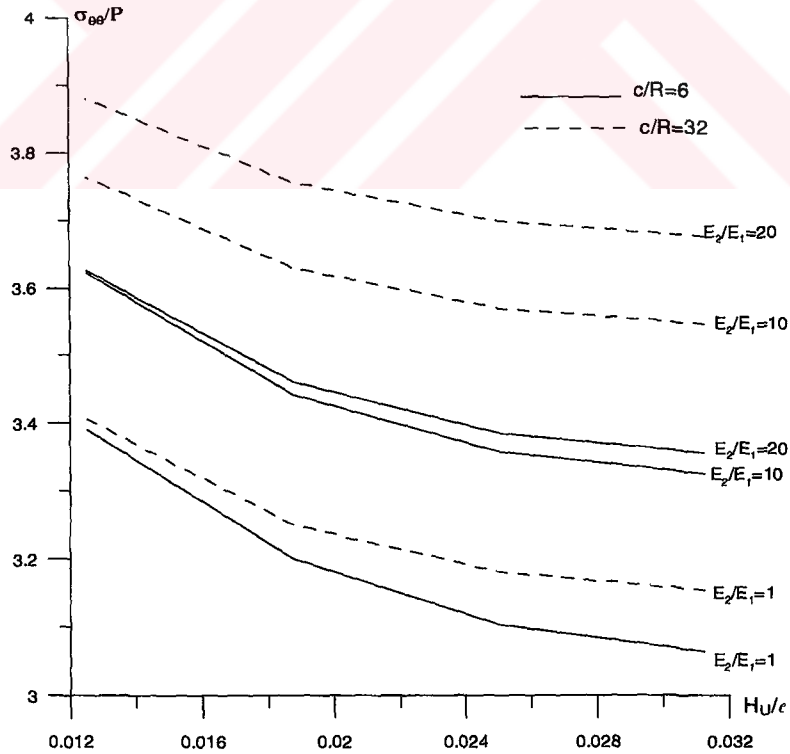


Şekil 3.7 $\sigma_{\theta\theta} / P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = \pi/4$ ve $\theta = 3\pi/4$ noktalarında c/R 'ye göre grafikleri.

Şekil 3.8' de $\theta = 0$ (kesikli çizgi) ve $\theta = \pi$ (düz çizgi) için c/R değeri değişimi farklı E_2/E_1 için verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi E_2/E_1 değeri arttıkça, ele alınan noktadaki gerilme değeri artmaktadır. c/R değerinin azalması yani deliklerin birbirine yaklaşması ile $\theta = 0$ noktasındaki gerilme değeri, $\theta = \pi$ noktasındaki gerilme değerine göre daha fazla etkilenmektedir. Delikler birbirinden uzaklaştıkça bu noktadaki gerilmeler birbirine yaklaşmaktadır.

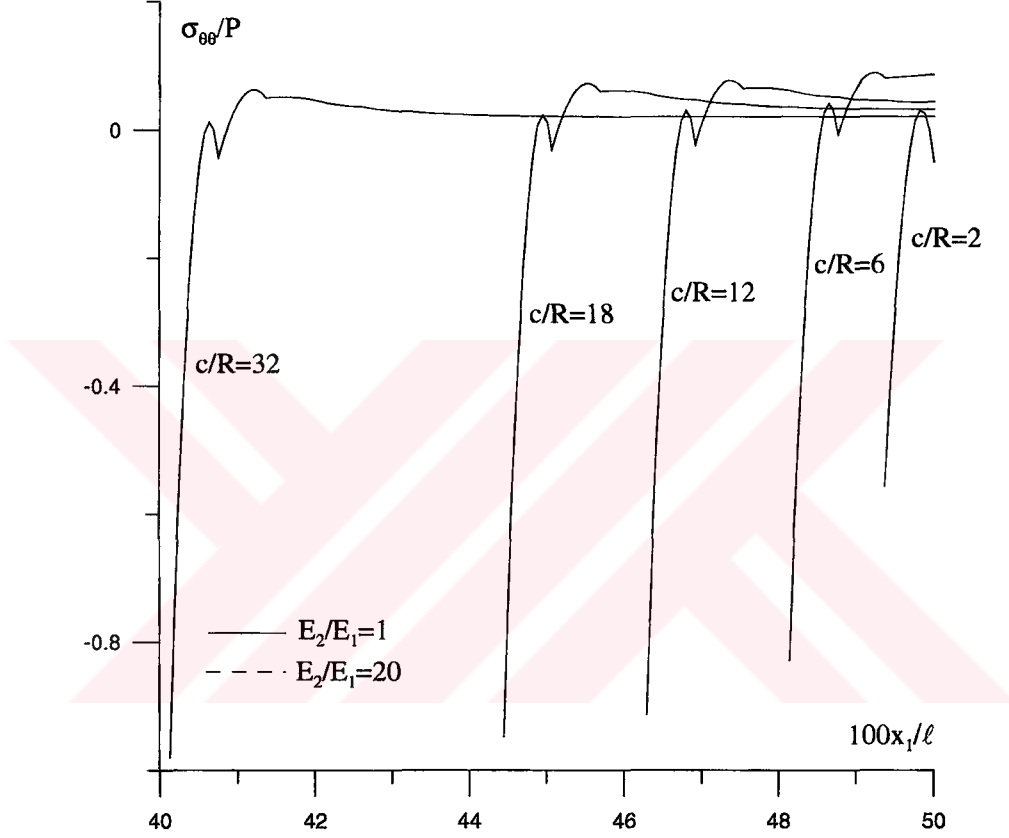


Şekil 3.8 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/l = 0.075$, $R/l = 0.0625$, $H_U/R = H_A/R = 5$ için $\theta = 0$ ve $\theta = \pi$ noktalarında c/R 'ye göre grafikleri.



Şekil 3.9 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin farklı Elastisite modülü oranlarında, $H/l = 0.075$, $R/l = 0.0625$ için $\theta = \pi/2$ noktasında $c/R = 6$ ve $c/R = 32$ için H_U/l 'ye göre grafikleri.

Şekil 3.9' da $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $\theta = \pi/2$ noktasında farklı c/R , E_2/E_1 ve H_U/ℓ değerleri verilmektedir. H_U/ℓ parametresinin değerinin azalması deliğin şerit-levhanın üst yüzeye yaklaşmasını göstermektedir. Grafikten görüldüğü gibi dairesel delik üst yüzeye yaklaştıkça, ele alınan noktadaki gerilme değeri artmaktadır. c/R oranının değeri azaldıkça yani, delikler birbirine yaklaştıkça, Elastisite Modül oranının artışına göre, gerilme birikiminin artış oranı düşmektedir.



Şekil 3.10 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $H/\ell = 0.15$, $R/\ell = 0.0625$, $\theta = 0$ için farklı c/R , E_2/E_1 değerleri için Ox_1 'e göre grafiği.

Şekil 3.10'de $\theta = 0$ için $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin $H/\ell = 0.15$, $R/\ell = 0.0625$ durumunda farklı c/R , E_2/E_1 değerleri için Ox_1 'e göre grafiği verilmiştir. Verilen grafiklerden dairesel delikler arasındaki mesafe azaldıkça (yani c/R küçüldükçe), deliklerin karşılıklı etkisi nedeniyle gerilme değerleri artmaktadır. Şekil 3.10'daki grafikler izotrop ortam ($E_2/E_1 = 1$) ve anizotrop ortam ($E_2/E_1 = 20$) için verilmiştir. Ele alınan durumda, delik yüzeyinden uzaklaştıkça gerilme dağılımına anizotropinin etkisinin olmadığı görülmektedir.

Tablo 3.13 $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin, $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H - H_U - 2R$, $E_2/E_1 = 1$ durumunda farklı H_U/R , c/R ve θ için değerleri.

| H_U/R | θ | c/R | | | | |
|---------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | | 2 | 1 | 0.8 | 0.6 | 0.4 |
| 5 | $\pi/2$ | 2.8510 | 2.7354 | 2.7087 | 2.6812 | 2.6533 |
| | $\pi/4$ | 0.6653 | 0.3096 | 0.2163 | 0.1199 | 0.0264 |
| | $3\pi/4$ | 1.0474 | 1.0501 | 1.0494 | 1.0469 | 1.0410 |
| | 0 π | -0.6370 -0.8222 | -0.5670 -0.8210 | -0.5686 -0.8243 | -0.6045 -0.8307 | -0.7182 -0.8424 |
| 4 | $\pi/2$ | 2.8467 | 2.7313 | 2.7047 | 2.6773 | 2.6495 |
| | $\pi/4$ | 0.6657 | 0.3106 | 0.2175 | 0.1214 | 0.0282 |
| | $3\pi/4$ | 1.0677 | 1.0503 | 1.0496 | 1.0471 | 1.0411 |
| | 0 π | -0.6370 -0.8221 | -0.5669 -0.8209 | -0.5684 -0.8243 | -0.6043 -0.8307 | -0.7180 -0.8424 |
| 3 | $\pi/2$ | 2.8396 | 2.7246 | 2.6981 | 2.6709 | 2.6432 |
| | $\pi/4$ | 0.6666 | 0.3129 | 0.2203 | 0.1246 | 0.0318 |
| | $3\pi/4$ | 1.0483 | 1.0510 | 1.0502 | 1.0477 | 1.0418 |
| | 0 π | -0.6366 -0.8219 | -0.5662 -0.8206 | -0.5677 -0.8240 | -0.6035 -0.8303 | -0.7170 -0.8420 |
| 2 | $\pi/2$ | 2.8214 | 2.7067 | 2.6802 | 2.6530 | 2.6257 |
| | $\pi/4$ | 0.6718 | 0.3230 | 0.2314 | 0.1365 | 0.0439 |
| | $3\pi/4$ | 1.0538 | 1.0576 | 1.0569 | 1.0544 | 1.0483 |
| | 0 π | -0.6336 -0.8200 | -0.5622 -0.8182 | -0.5634 -0.8214 | -0.5986 -0.8276 | -0.7113 -0.8390 |

Tablo 3.13'de verilen değerlerden, yapıda bulunan dairesel deliklerin birbirine çok yaklaşmaları durumunda ancak $\theta = 0; \pi$ için gerilme değerlerinin mutlak değerce arttığı, diğer noktadaki ($\theta = \pi/4; \pi/2; 3\pi/4$) gerilme değerlerinin düştüğü görülmektedir. Ayrıca ele alınan durum için yani, deliklerin birbirine yarıçaplarından daha küçük bir mesafede olmaları ve üst yüzeye yaklaştırılmaları durumunda $\theta = \pi/4; 3\pi/4$ noktalarında gerilmenin değeri artarken, diğer noktalarda mutlak değerce düşüşe sebep olmaktadır

3.2.2 Ortotrop Şerit-Levhada Gerilme Birikimi

Bu kısımda ele alınan yapı elemanı malzemesinin, simetri düzlemlerinin normaleri kartezyen koordinat eksenleri olan ve bünye denklemleri (1.13) ve (1.16) veya (1.17) ile verilen ortotrop malzeme olduğu kabul edilecektir. Matematiksel formülasyonu Bölüm 2.1.2'de verilen sınır değer problemine ait sayısal sonuçlar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

Tablo 3.14 $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H_U$, $E_2/E_1 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ durumunda farklı E_3/E_1 , G_{12}/E_1 , θ için yapıda tek veya çift dairesel delik olması durumunda bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri.

| $\sigma_{\theta\theta} / P$ | | | | |
|-----------------------------|----------------|----------|-----------|--------------------------|
| E_3 / E_1 | G_{12} / E_1 | θ | Tek Delik | Çift Delik $c/R = 32$ |
| 0.5 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.5464 | 3.5458 |
| | | $3\pi/4$ | 0.3219 | 0.3238 |
| | | π | -0.5930 | -0.5928 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.4042 | 3.4041 |
| | | $3\pi/4$ | 0.5488 | 0.5512 |
| | | π | -0.6764 | -0.6764 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 3.3122 | 3.3122 |
| | | $3\pi/4$ | 0.6819 | 0.6844 |
| | | π | -0.7076 | -0.7076 |
| 0.4 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.5449 | 3.5443 |
| | | $3\pi/4$ | 0.3223 | 0.3242 |
| | | π | -0.5942 | -0.5940 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.4028 | 3.4027 |
| | | $3\pi/4$ | 0.5481 | 0.5505 |
| | | π | -0.6763 | -0.6763 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 3.3110 | 3.3110 |
| | | $3\pi/4$ | 0.6803 | 0.6828 |
| | | π | -0.7068 | -0.7068 |
| 0.3 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.5436 | 3.5430 |
| | | $3\pi/4$ | 0.3227 | 0.3247 |
| | | π | -0.5953 | -0.5951 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.4014 | 3.4014 |
| | | $3\pi/4$ | 0.5474 | 0.5498 |
| | | π | -0.6762 | -0.6762 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 3.3099 | 3.3098 |
| | | $3\pi/4$ | 0.6788 | 0.6812 |
| | | π | -0.7061 | -0.7061 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

Tablo 3.14'ün devamı

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|-----|----------|---------|---------|
| 0.2 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.5423 | 3.5417 |
| | | $3\pi/4$ | 0.3231 | 0.3251 |
| | | π | -0.5965 | -0.5963 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.4002 | 3.4002 |
| | | $3\pi/4$ | 0.5468 | 0.5491 |
| | | π | -0.6762 | -0.6762 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 3.3088 | 3.3088 |
| | | $3\pi/4$ | 0.6772 | 0.6797 |
| | | π | -0.7054 | -0.7055 |

Tablo 3.15 $H/\ell = 0.075$, $R/\ell = 0.0625$, $H_A = H_U$, $E_3/E_1 = 0.5$, $\nu_{12} = 0.3$, $\nu_{13} = 0.25$, $\nu_{23} = 0.2$ durumunda farklı E_2/E_1 , G_{12}/E_1 , θ ve c/R için bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri.

| E_2/E_1 | G_{12}/E_1 | θ | c/R | | | | |
|-----------|--------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | | 2 | 6 | 12 | 18 | 32 |
| 0.5 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.0203 | 3.3061 | 3.4705 | 3.5205 | 3.5437 |
| | | $3\pi/4$ | -0.0187 | 0.2392 | 0.3061 | 0.3186 | 0.3234 |
| | | $\pi/4$ | 0.3632 | 0.3412 | 0.3290 | 0.3255 | 0.3240 |
| | | 0 | -0.3114 | -0.4769 | -0.5573 | -0.5809 | -0.5918 |
| | | π | -0.5042 | -0.5358 | -0.5718 | -0.5854 | -0.5922 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 2.9783 | 3.2473 | 3.3698 | 3.3980 | 3.4041 |
| | | $3\pi/4$ | 0.1903 | 0.4913 | 0.5432 | 0.5499 | 0.5512 |
| | | $\pi/4$ | 0.5851 | 0.5690 | 0.5578 | 0.5527 | 0.5512 |
| | | 0 | -0.4048 | -0.5800 | -0.6492 | -0.6707 | -0.6763 |
| | | π | -0.5924 | -0.6223 | -0.6601 | -0.6731 | -0.6764 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 2.9400 | 3.1886 | 3.2920 | 3.3116 | 3.3122 |
| | | $3\pi/4$ | 0.3257 | 0.6394 | 0.6817 | 0.6848 | 0.6844 |
| | | $\pi/4$ | 0.7181 | 0.7048 | 0.6929 | 0.6857 | 0.6844 |
| | | 0 | -0.4484 | -0.6221 | -0.6838 | -0.7047 | -0.7076 |
| | | π | -0.6276 | -0.6559 | -0.6936 | -0.7062 | -0.7076 |
| 0.4 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.0326 | 3.3213 | 3.4890 | 3.5405 | 3.5643 |
| | | $3\pi/4$ | -0.0514 | 0.2024 | 0.2666 | 0.2781 | 0.2824 |
| | | $\pi/4$ | 0.3270 | 0.3033 | 0.2894 | 0.2850 | 0.2829 |
| | | 0 | -0.2936 | -0.4513 | -0.5270 | -0.5499 | -0.5607 |
| | | π | -0.4810 | -0.5078 | -0.5412 | -0.5544 | -0.5610 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 2.9987 | 3.2736 | 3.3999 | 3.4804 | 3.4367 |
| | | $3\pi/4$ | 0.1355 | 0.4319 | 0.4815 | 0.4872 | 0.4881 |
| | | $\pi/4$ | 0.5280 | 0.5086 | 0.4963 | 0.4900 | 0.4881 |
| | | 0 | -0.3713 | -0.5396 | -0.6025 | -0.6238 | -0.6296 |
| | | π | -0.5537 | -0.5795 | -0.6132 | -0.6263 | -0.6296 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

Tablo 3.15'in devamı

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|-----|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.4 | 0.3 | $\pi/2$ | 2.9653 | 3.2221 | 3.3292 | 3.3515 | 3.3521 |
| | | $3\pi/4$ | 0.2556 | 0.5652 | 0.6059 | 0.6081 | 0.6074 |
| | | $\pi/4$ | 0.6474 | 0.6297 | 0.6176 | 0.6091 | 0.6073 |
| | | 0 | -0.4062 | -0.5740 | -0.6290 | -0.6497 | -0.6531 |
| | | π | -0.5807 | -0.6056 | -0.6386 | -0.6514 | -0.6530 |
| 0.3 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.0498 | 3.3429 | 3.5148 | 3.5686 | 3.5933 |
| | | $3\pi/4$ | -0.0956 | 0.1521 | 0.2128 | 0.2229 | 0.2265 |
| | | $\pi/4$ | 0.2777 | 0.2515 | 0.2354 | 0.2297 | 0.2270 |
| | | 0 | -0.2689 | -0.4176 | -0.4869 | -0.5090 | -0.5195 |
| | | π | -0.4491 | -0.4710 | -0.5007 | -0.5134 | -0.5199 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.0260 | 3.3098 | 3.4407 | 3.4745 | 3.4813 |
| | | $3\pi/4$ | 0.0643 | 0.3536 | 0.4005 | 0.4049 | 0.4052 |
| | | $\pi/4$ | 0.4530 | 0.4289 | 0.4155 | 0.4078 | 0.4052 |
| | | 0 | -0.3296 | -0.4895 | -0.5448 | -0.5654 | -0.5715 |
| | | π | -0.5046 | -0.5266 | -0.5552 | -0.5680 | -0.5715 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 2.9985 | 3.2673 | 3.3787 | 3.4050 | 3.4057 |
| | | $3\pi/4$ | 0.1669 | 0.4702 | 0.5089 | 0.5102 | 0.5089 |
| | | $\pi/4$ | 0.5573 | 0.5333 | 0.5213 | 0.5114 | 0.5088 |
| | | 0 | -0.3554 | -0.5155 | -0.5629 | -0.5829 | -0.5870 |
| | | π | -0.5229 | -0.5448 | -0.5721 | -0.5849 | -0.5869 |
| 0.2 | 0.1 | $\pi/2$ | 3.0758 | 3.3763 | 3.5542 | 3.6116 | 3.6379 |
| | | $3\pi/4$ | -0.1595 | 0.0781 | 0.1338 | 0.1418 | 0.1442 |
| | | $\pi/4$ | 0.2051 | 0.1748 | 0.1560 | 0.1486 | 0.1447 |
| | | 0 | -0.2334 | -0.3707 | -0.4313 | -0.4519 | -0.4622 |
| | | π | -0.4029 | -0.4199 | -0.4444 | -0.4562 | -0.4625 |
| | 0.2 | $\pi/2$ | 3.0654 | 3.3639 | 3.5008 | 3.5398 | 3.5478 |
| | | $3\pi/4$ | -0.0327 | 0.2444 | 0.2877 | 0.2904 | 0.2897 |
| | | $\pi/4$ | 0.3488 | 0.3175 | 0.3030 | 0.2935 | 0.2896 |
| | | 0 | -0.2757 | -0.4238 | -0.4704 | -0.4892 | -0.4960 |
| | | π | -0.4395 | -0.4577 | -0.4800 | -0.4920 | -0.4960 |
| | 0.3 | $\pi/2$ | 3.0451 | 3.3334 | 3.4501 | 3.4826 | 3.6379 |
| | | $3\pi/4$ | 0.0502 | 0.3427 | 0.3790 | 0.3791 | 0.1442 |
| | | $\pi/4$ | 0.4368 | 0.4040 | 0.3920 | 0.3807 | 0.1447 |
| | | 0 | -0.2921 | -0.4408 | -0.4799 | -0.4980 | -0.4622 |
| | | π | -0.4488 | -0.4677 | -0.4883 | -0.5004 | -0.4625 |

Tablo 3.14' deki verilerden, ortotrop yapı elemanında çift dairesel delik olması durumuna ait program ve algoritmalarından elde edilen ve dairesel deliklerin karşılıklı etkilerinin olmayacak kadar birbirinden uzak konumda ($c/R=32$) yer almaları durumunda, elde edilen sayısal sonuçların, aynı parametre değerlerinde yapıda tek dairesel delik olması durumunda elde

edilen sayısal değerler ile karşılaştırılması verilmektedir. Tablodan görüldüğü gibi, ele alınan durumda elde edilen sonuçların birbirine yakın olması, yapıda iki dairesel delik olması durumunda yapılan program ve algoritmalara güveni sağlamaktadır.

Tablo 3.15’de farklı E_2/E_1 , G_{12}/E_1 , θ için dairesel deliklerin birbirine aynı eksen üzerinde yaklaştırılmaları (c/R ’nin azalması) sonucunda bazı noktalarda $\sigma_{\theta\theta}/P$ gerilmesinin değerleri verilmektedir. Yukarıda verilen yorumlar benzeri şekilde bu tablo içinde yapılabilir. Sayısal incelemeler neticesinde E_2/E_1 değişiminin, gerilme değerlerine, E_3/E_1 ’in değişimine göre daha fazla etki gösterdiği belirlenmiştir. O nedenle bu kısımda E_3/E_1 ’nin farklı değerlerine göre sayısal sonuç verilmemiştir.

Tablo 3.15’ de verilen değerlerden E_2/E_1 değerinin azalması ile; $\theta = 0, \pi$ noktalarında gerilme değerleri mutlak değerce düşmekte, $\theta = \pi/2, 3\pi/4$ noktasında gerilme değerleri mutlak değerce artmakta ve $\theta = \pi/4$ noktasında gerilmenin değerleri düşmektedir. G_{12}/E_1 değerinin artması $\theta = \pi/2$ noktasındaki gerilme değerini düşürürken diğer noktalarda mutlak değerce artmasına neden olmaktadır. c/R parametre değeri düştükçe yani delikler birbirine yaklaştıkça $\pi/4$ noktasındaki gerilme değeri artarken diğer noktalarda gerilme değeri mutlak değerce düşmektedir.

4. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Tez kapsamında yapılan araştırmalarda elde edilen sayısal sonuçlar ve değerlendirmesi hakkında aşağıdakiler söylenebilir:

1. Tez kapsamında, yapısında tek veya çift dairesel delik (geometrik süreksizlik) içeren anizotrop şerit-levhanın mekaniğine ait bazı sınır değer problemleri lineer elastisite teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde ele alınmıştır.
2. Ele alınan sınır değer problemlerinin çözümü Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımıyla elde edilmiştir. Bunun için gerekli algoritma ve programlar tarafımızdan yapılmış olup, herhangi bir hazır Sonlu Eleman Paket programı kullanılmamıştır.
3. Bölgenin sonlu elemanlara ayrıklaştırılmasında, dairesel delikler etrafında eğrisel kenara sahip altı nodlu üçgen sonlu elemanlar, geri kalan kısımda dokuz nodlu dikdörtgen sonlu elemanlar birlikte kullanılmıştır.
4. Sonlu eleman formülasyonunda nodlarda bilinmeyen olarak sadece yer değiştirmeler seçilmiştir. Bu yer değiştirme fonksiyonları yardımıyla bulunan ve sonlu eleman sınırlarında süreksiz olan gerilme fonksiyonları, varyasyonel iyileştirme yöntemi yardımıyla sürekli hale getirilerek, kutupsal koordinatlardaki ifadeleri bilinen formüller yardımıyla elde edilmiştir.
5. Yapılan algoritma ve sonlu eleman programlarından elde edilen sayısal sonuçlar özel durumda, literatürdeki uygun sonuçlar ile karşılaştırılarak test edilmiştir.
6. Basit mesnet sınır koşulu için tek veya çift dairesel delik içeren transversel anizotrop veya ortotrop (kompozit) şerit-levhanın karşılıklı iki kenarından çekilmesi problemi ele alınmış ve başarıyla çözülmüştür.

Tezde verilen çok sayıdaki sayısal sonucun değerlendirmesi aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Ele alınan sınır değer problemi çerçevesinde, sonlu izotrop ortamdaki merkezi dairesel deliğın yarıçapı küçültüldükçe, sonsuz ortamdaki dairesel delik sınırındaki gerilme yığılması değerlerine yaklaşılmaktadır ve en büyük gerilme yığılması yüklemeye dik olan daire sınırında meydana gelmektedir,
2. Sonlu ortamda dairesel delik civarında oluşan gerilme yığılmaları, sonsuz ortamdaki uygun değerlerden daha büyüktür.
3. Ortamın anizotrop olması izotrop olmasına göre gerilme yığılmasını artırmaktadır.
4. Dairesel deliğın yüklemeye dik doğrultuda hareket ettirilerek üst sınıra yaklaştırılması neticesinde bu deliğın merkezinden geçen ve yüklemeye paralel olan eksene göre simetrik

noktalardaki gerilme değerleri birbirine göre çok farklanmaktadır. st yüzeye yakın noktalarda gerilme değerleri bunların simetriği olan noktalarda gerilme değerlerine göre daha çok büyümektedir.

5. Dairesel deliklerin birbirine yaklaştırılması, dairesel deliklerin karşılıklı birbirlerine yakın olan noktalarında ($\theta = 0$ durumu hariç) gerilme değerlerini düşürürken, bu noktaların simetriği olan noktalarda gerilme değerleri artmaktadır.
6. Simetri düzlemlerinin normalleri kartezyen koordinat eksenleri olarak seçilen ortotrop malzeme için, Ox_3 doğrultusundaki elastisite modülünün değişimi, Ox_2 doğrultusundaki elastisite modülünün değişimine göre gerilme birikimine daha az etki göstermektedir.



KAYNAKLAR

- Akbarov, S.D. ve Guz, A.N., (2000), *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers, London.
- Chau, K.T. ve Wei, X.X., (2001), "Stres Concentration Reduction at a Reinforced Hole Loaded by a Bonded Circular Inclusion", *Journal of Applied Mechanics-Transaction of The ASME*, 68(3):405-411.
- Christensen, R.M., (1979), *Mechanics of Composite Materials*, John Wiley & Sons, Inc.
- Dündar, B.S., (2002), "Dairesel Delikli Dikdörtgen Bir Levhada Gerilme Dağılımının Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Hesaplanması", *Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi*.
- Engels, H., Zakharov, D., ve Becker, W., (2001), "The Plane Problem of an Elliptically Reinforced Circular Hole in an Anisotropic Plate or Laminate", *Archive of Applied Mechanics*, 71:601-612.
- Eren A., (2004), "Düzgün Olmayan Düzlemsel Bölgelerin Sayısal İntegral İle Alanlarının Belirlenmesi", *Yılıçi Projesi, Yıldız Teknik Üniversitesi*.
- Heller, S.R. Jr., Brock, J.S. ve Bart., (1958), "The Stresses Around a Rectangular Opening with Rounded Corners in a Uniformly Loaded Plate", *Trans., 3rd U.S. Congr. On Appl. Mech.*
- Hinton, E. ve Campell, J., (1979), "Local and Global Smoothing of Discontinuous Finite Element Function Using a Least Square Method", *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 8:461-480.
- Hu, F.Z., Soutis, C., ve Edge, E.C., (1997), "Interlaminar Stresses in Composite Laminates with a Circular Hole", *Composite Structures*, 37:223-232.
- Hufenbach, W., (1992), "Stress Concentration Analysis in Fibre-Reinforced Ceramic Components", *J.Euro Ceramic Soc.*, 10:195-203
- Jong, T.D., (1981), "Stres Around Rectangular Holes in Orthotropic Plates", *J. Composite Materials*, 15:311-328
- Kaltakçı M.Y., (1990), "Dairesel Delikli Ortotropik Kompozit Levhalardaki Gerilme Yığılmasının Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Araştırılması", *Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi*.
- Lei, G.H., Charles, W.W. Ng ve Rigby, D.B., (2001), "Stres and Displacement Around an Elastic Artificial Rectangular Hole", *Journal of Engineering Mechanics*, September, 880-890.
- Lektnitskii, S.G., (1968), *Anisotropic Plates*, Gordon & Breach, London.
- Mermer Yücel A., (2002), "Dikdörtgen Delik İçeren Kompozit Kiriş-Plakların Eğilmesindeki Gerilme Dağılımı Problemleri", *Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi*.
- Nemeth, M.P., (1996), "Buckling and Postbuckling Behavior of Laminated Composite Plates with a Cutout", *NASA TP 3586, NASA LaRC, Hampton*.
- Romeo, G. ve Frulla, G., (1997), "Experimental Behaviour of Graphite/Epoxy Panels with Holes under Biaxial Compression and Shear Loads", *ICCM-11, 11th Int. Conf. On Composite Materials, Australian Composite Structures Society, Melbourne, V:635-644*.

Romeo, G., (2001), "Analytical and Experimental Behavior of Laminated Panels with Rectangular Opening under Biaxial Tension, Compression and Shear Loads", *Journal of Composite Materials*, 35(08):639-663.

Savin, G.N., (1961), *Stres Concentration Around Holes*, E. Gros Translator, Pergomon, Oxford.

Sayman, O., ve Aksoy, S., (1982) *Kompozit Malzemeler*, E.Ü. Makine Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Uygulamalı Mekanik Disiplini, Bornova-İzmir.

Sayman, O., ve Aksoy, S., (2001), "Elastic-Plastic Stres Analysis of Simply Supported and Clamped Aluminum Metal-Matrix Laminated Plates with a Hole", *Composite Structures*, 53:355-364.

Song, S.H. ve Kim, J.B., (1995), "Analysis of Stres- Distribution Around Defects and Inclusions by FEM", *The Korean Society of Mechanical Engineers Journal*, 9(3):351-359.

Theocaris, P.S. ve Petrou, L., (1989), "From The Rectangular Hole to The Ideal Crack", *Int. J. Solids and Structures*, 25(3):213-233.

Timoshenko S.P., ve Goodier J.N., (1970), *Theory of Elasticity*, Third Edition, McGraw-Hill International Editions, London.

Ukadgaonker, V.G. ve Rao, D.K.N., (2000a), "A General Solution for Stress Resultants and Moments Around Holes in Unsymmetric Laminates", *Composite Structures*, 49:27-39.

Ukadgaonker, V.G. ve Rao, D.K.N., (2000b), "A General Solution for Moments Around Holes in Symmetric Laminates", *Composite Structures*, 49:41-54.

Ukadgaonker, V.G. ve Rao, D.K.N., (2000c), "A General Solution for Stress Around Holes in Symmetric Laminates under Inplane Loading", *Composite Structures*, 49:339-354.

Wu, H.C., ve Mu, B., (2002), "On Stres Concentrations for Isotropic/Orthotropic Plates and Cylinders with a Circular Hole", *Composites Part B Engineering*, 34:127-134.

Xu, X.W., Yue, T.M., ve Man, H.C., (1999), "Stres Analysis of Finite Composite Laminate with Multiple Loaded Holes", *International Journal of Solids and Structures*, 36:919-931.

Yahnioğlu, N. ve Mermer, A., (2001), "Kare Delik İçeren Çokkatlı Kompozit Malzemenin Oluşan Şerit-Plaktaki Gerilme Dağılımı", XII. Ulusal mekanik Kongresi, 10-14 Eylül 2001, S.Ü., Konya, 853-859.

Zienkiewicz, O.C. ve Taylor, R.L., (1989), *The Finite Element Methods: Basic Formulation and Linear Problems*, Vol. 1, 4th Ed., Mc Graw-Hill Book Company, Oxford.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi : 10.03.1979

Doğum Yeri : İstanbul

Lise : 1993-1997 Şehremini Lisesi

Lisans : 1997-2001 Y.T.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi,
Fizik Lisans Bölümü

1999-2003 Y.T.Ü. Kimya- Metalurji Fakültesi,
Matematik Mühendisliği Bölümü(ÇiftLisans)

Yüksek Lisans 2002-2005 Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü,
Matematik Mühendisliği Anabilimdalı,
Matematik Mühendisliği Programı

Çalıştığı Kurumlar

2002-Devam ediyor Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü
Araştırma Görevlisi