

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DÖRT ROTORLU HAVA ARAÇLARININ
BAĞ-GRAFİK YÖNTEMİ İLE MODELLENMESİ**

Mak. Müh. Ertan HASKÖY

**FBE Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Vasfi Emre Ömürlü

İSTANBUL, 2010

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
ÇİZELGE LİSTESİ	x
ÖNSÖZ	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Dört Pervaneli Hava Aracı Hakkında Genel Bilgi	1
1.1.1 Uçuşun Kısa Tarihçesi	1
1.1.2 Helikopterlerin Tarihi	3
1.1.3 Modern Helikopterin Temel Özellikleri	4
1.1.3.1 Kuyruk Rotoru	5
1.1.3.2 Birden Fazla Ana Rotor	6
1.1.3.3 Notar	7
1.1.3.4 Dört Rotorlu Düzenleme	7
1.1.4 Dört Rotorlu Hava Araçları	8
1.1.4.1 Dört Rotorlu Hava Araçlarının Temel Özellikleri	8
2. BAĞ-GRAFİK YÖNTEMİ	11
2.1 Bağ-Grafik Yönteminin Tarihi	11
2.2 Bağ-Grafik Yönteminde Temel Kavramlar	11
2.3 Bağ-Grafik Yönteminde Nedensellik Çalışması	14
3. DÖRT ROTORLU HAVA ARAÇLARININ DİNAMİĞİ	16
3.1 Dört Rotorlu Hava Araçlarının Klasik Yöntemle Modellenmesi	16
3.2 Dört Rotorlu Hava Aracının Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi	20
3.2.1 Bir DC Motorun Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi ve Klasik Yöntemle Karşılaştırılması	20
3.2.1.1 DC Motorun Klasik Yöntemle Modellenmesi	20
3.2.1.2 DC Motorun Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi	22
3.2.1.3 DC Motorun Bağ-Grafik Modelinden Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri	23
3.2.1.4 DC Motorun Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu	24
3.2.2 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamikleri	25
3.2.2.1 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Klasik Yöntemle Modellenmesi	25

3.2.2.2	DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi	27
3.2.2.3	DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Bağ-Grafik Modelinden Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri	28
3.2.2.4	DC Motor, Dişli ve Pervane Sisteminin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu	30
3.2.3	Dört Rotorlu Hava Aracının, Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Modelinin Dinamikleri	31
3.2.3.1	Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Yöntemi ile Modellenmesi	31
3.2.3.2	Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Yöntemi ile Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri	34
3.2.3.3	Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu.....	36
3.2.4	Dört Rotorlu Hava Aracının, Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Modelinin Dinamikleri.....	37
3.2.4.1	Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ Grafik Yöntemi ile Modellenmesi	37
3.2.4.2	Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ Grafik Yöntemi ile Elde Edilen Durum Uzay Denklemleri.....	39
3.2.4.3	Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu.....	41
3.2.5	Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Dinamiği.....	41
3.2.5.1	Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Yöntemi ile Modellenmesi	41
3.2.5.2	Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Modelinden Çıkarılan Durum Uzay Denklemleri.....	42
3.2.5.3	Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Yöntemi ile Çıkarılan Modelinin Simülasyonu.....	49
3.2.6	Tüm Model, Açısal Hız Girişli Model ve Kuvvet Girişli Modelin Sistem Cevaplarının Karşılaştırılması	50
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	53
	KAYNAKLAR.....	54
	EKLER	55
	Ek 1 DC Motorun bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli.....	56
	Ek 2 DC Motor,dişli ve pervane sisteminin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli	57
	Ek 3 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli	58
	Ek 4 Motor açısal hızları giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli	59
	Ek 5 Dört rotorlu hava aracının tamamının bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli	60
	ÖZGEÇMİŞ.....	61

SİMGE LİSTESİ

b	Pervanenin itme katsayısı (Ns^2)
B_K	Pervane milindeki iç sönüm
B_m	Motor milindeki viskoz sürtünme katsayısı
c	Pervane kanadının ortalama giriş boyu
c_d	Pervane sürüklenme kesitinin giriş uzunluğu
c_l	Pervane kaldırma kesitinin giriş uzunluğu
d	Pervanenin sürüklenme katsayısı (Nms^2)
F	Gövdeye etkiyen kuvvetler vektörü
F_z	Araca z yönünde etkiyen kaldırma kuvveti
g	Yerçekimi ivmesi
$I_{3 \times 3}$	3x3'lük birim matris
i	Motor akımı
$i_{1...4}$	Motorların endüktans elemanından geçen akım
i_R	Redüktör çevrim oranı
$J_{3 \times 3}$	3x3'lük atalet matrisi
J_m	Motor milindeki toplam atalet
J_p	Pervanenin ataleti
J_x	Aracın x eksenindeki ataleti
J_y	Aracın y eksenindeki ataleti
J_z	Aracın z eksenindeki ataleti
K	Pervane milinin elastikiyet katsayısı
K_v	Motor hız sabiti
K_M	Motor moment sabiti
l	Pervane mili ile aracın ağırlık merkezi arasındaki mesafe
L	Motorların endüktans sabiti
m	Aracın kütlesi
R	Motorların direnç sabiti
$R(\phi, \theta, \psi)$	Koordinat dönüşüm matrisi
S_f	Hava aracına etkiyen yerçekimi kuvveti

T_{Bk}	Pervane mili iç sönümünden kaynaklanan tork kaybı
T_{Bm}	Motor milindeki sürtünme nedeniyle kaybolan tork
T_{Bp}	Pervane milindeki sürtünme nedeniyle kaybolan tork
T_K	Pervane mili elastikiyetinden kaynaklanan tork kaybı
T_{IT}	Aracın doğrusal hareketlerine yol açan toplam tork
T_{load}	Motora etkiyen yük torku
T_M	Motorun ürettiği tork
T_p	Pervaneye etkiyen tork
$T_{r_{1..4}}$	1.-4. Motorun ürettiği tork
T_{rg}	Redüktör girişindeki tork
T_{rT}	Aracın açılmal hareketlerine yol açan toplam tork
$T_{x,y,z}$	Hava aracına X,Y ve Z etrafında etkiyen torklar
U_1	Hava aracına dikey yönde etkiyen kaldırma kuvveti
U_2	Yalpalama momenti
U_3	Yunuslama momenti
U_4	Sapma momenti
$u_{1..4}$	Motorların giriş gerilimleri
$u_{bemf_{1..4}}$	Motorların geri elektromotor kuvveti gerilimleri
u	Motora etkiyen giriş gerilimi
$u_{l_{1..4}}$	Motorların endüktans elemanlarının uçları arasındaki gerilim farkı
$u_{r_{1..4}}$	Motorların direnç elemanlarının uçları arasındaki gerilim farkı
$V_{E_{x,y,z}}$	Hava aracının yer eksenine göre X,Y ve Z yönündeki çizgisel hızı
$V_{x,y,z}$	Hava aracının yer eksenine göre X,Y ve Z yönündeki çizgisel hızı
X_B	Gövde eksen takımının X bileşeni
X_E	Yer eksen takımının X bileşeni
Y_B	Gövde eksen takımının Y bileşeni
Y_E	Yer eksen takımının Y bileşeni
z	Pervanenin kanat sayısı
Z_B	Gövde eksen takımının Z bileşeni

Z_E	Yer eksen takımının Z bileşeni
β	Pervanenin avans açısı
ϕ	Aracın x yönündeki açısal konumu
θ	Aracın y yönündeki açısal konumu
θ_p	Pervane milindeki açısal konum
$\theta_{rç}$	Redüktör çıkışındaki açısal konum
ψ	Aracın z yönündeki açısal konumu
τ	Gövdeye etkiyen torklar vektörü
ξ	Gövdenin doğrusal konumunun yer eksenine göre gösterimi
ρ	Pervaneden geçen akışkanın yoğunluğu
$\omega_{1..4}$	Açısal hız girişli sistemin giriş değerleri
ω	Açısal hızlar vektörü veya açısal hızlar toplamı
$\omega_{B_{z,y,z}}$	Hava aracının gövde eksenine göre X,Y ve Z etrafındaki açısal hızı
$\omega_{m_{1..4}}$	1.-4. Motorun motor milindeki açısal hızı
ω_p	Pervane milindeki açısal hız
$\omega_{p_{1..4}}$	1.-4. Motorun pervane milinin açısal hızı
$\omega_{rç}$	Redüktör çıkışındaki açısal hız
ω_{l_r}	Aracın doğrusal hareketlerine yol açan toplam açısal hız
ω_{r_r}	Aracın açısal hareketlerine yol açan toplam açısal hız
$\omega_{x,y,z}$	Hava aracının gövde eksenine göre X,Y ve Z etrafındaki açısal hızı

KISALTMA LİSTESİ

UAV Unmanned Aerial Vehicle

DOF Degree of Freedom

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Günümüze kadar bozulmadan gelebilmiş en eski uçurtma.....	1
Şekil 1.2 İlk kez insanlı uçuşun gerçekleştirildiği balonun temsili resmi.....	2
Şekil 1.3 Leonardo da Vinci'nin tasarımı olan helikopter.....	4
Şekil 1.4 Otojironun temel çalışma prensibi	5
Şekil 1.5 Kuyruk rotorunun çalışma prensibi.....	6
Şekil 1.6 a)Sıralı dizilim b)Eş eksenli dizilim c)Kesişen eksenli dizilim	7
Şekil 1.7 Dört rotorlu hava aracında rotorların dizilimi ve dönme yönleri.....	8
Şekil 1.8 Dört rotorlu hava aracının yalpalama hareketi.....	9
Şekil 1.9 Dört rotorlu hava aracının yunuslama hareketi.....	9
Şekil 1.10 Dört rotorlu hava aracının sapma hareketi.....	10
Şekil 2.1 Fiziksel sistem elemanlarının enerji karakteristikleri açısından sınıflandırılması (Sağırlı, 1996)	13
Şekil 3.1 Yer eksen takımı ve gövde eksen takımının gösterimi.....	17
Şekil 3.2 DC motorun yapısı	21
Şekil 3.3 DC motorun bağ-grafik modeli.....	22
Şekil 3.4 DC motorun bağ-grafik modelinin 20V gerilime verdiği cevaplar.....	24
Şekil 3.5 DC motorun klasik yöntem ile bağ-grafik modellerinin karşılaştırılması.....	25
Şekil 3.6 DC motor, dişli ve pervaneden oluşan sistem	25
Şekil 3.7 DC motor, dişli ve pervanenin bağ-grafik modeli	27
Şekil 3.8 $u=8V$ ve $T_l=1 Nm$ için motor ve pervane milinin açısal hıza ve konumları.....	30
Şekil 3.9 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen modelinin yapısı.....	32
Şekil 3.10 EJS'nin bağ-grafik modeli.....	33
Şekil 3.11 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen sistemin açısal ve doğrusal hareketlerinin bağ-grafik modeli.....	34
Şekil 3.12 Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyon Sonuçları.....	36
Şekil 3.13 Açısal hız girişli sistemin bağ grafik modeli.....	39
Şekil 3.14 Motor açısal hızları giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ grafik modelinin simülasyon sonuçları.....	41
Şekil 3.15 Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik modeli.....	42
Şekil 3.16 Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik yoluyla elde edilmiş modelinin simülasyonu.....	50
Şekil 3.17 Üç farklı modelin açısal hız cevaplarının karşılaştırılması	51
Şekil 3.18 Üç farklı modelin açısal konum cevaplarının karşılaştırılması	51

Şekil 3.19 Üç farklı modelin doğrusal hız cevaplarının karşılaştırılması	52
Şekil 3.20 Üç farklı modelin doğrusal konum cevaplarının karşılaştırılması	52

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 İç ve uç değişkenlerin farklı çalışma alanlarındaki değerleri..... 12

ÖNSÖZ

Dört rotorlu hava araçları, üzerinde birçok çalışma yapılmış olmasına rağmen, halen popülerliğini yitirmemiş bir konudur. Bu araçlar doğrusal olmayan bir sistem olduklarından, yapılan çalışmalar tam anlamıyla serbest olmamaktadır.

Bağ-grafik yöntemi ise birden fazla domen içeren mühendislik sistemlerinde, hem oldukça etkili hem de basit çözümler veren bir modelleme yöntemidir. Bağ-grafik yöntemiyle elde edilen durum-uzay denklemleri de, normal modelleme yöntemlerine göre oldukça büyük bir rahatlık sağlamaktadır.

Bu çalışma, bağ-grafik yönteminin dört rotorlu hava araçlarına uygulanması ile, bu alandaki çalışmalara biraz olsun ışık tutması, yenilikler getirmesi amacıyla yapılmıştır.

Bu çalışmanın fikrini verip, desteğini hiç esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Vasfi Emre Ömürlü'ye, bana yol gösterip konuyla ilgili bilgisini sakınmayan Sayın Yrd. Doç. Dr. Ahmet Sağırlı'ya ve bana verdikleri destek için aileme ve tüm arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZET

Dört rotorlu insansız hava araçları, akademik çevrelerce son dönemlerde oldukça çok ilgi gösterilmiş bir alandır. 4 serbestlik derecesine sahip olan bu araç sadece 4 kontrol girişi ile kontrol edilmektedir. Sadece araçtaki dört adet rotorun hızları değiştirilerek aracın bütün hareketleri kontrol edilebilmektedir. İnsansız hava araçları alanında ideal yapıya sahip bu araç tipinin dinamik modelleme ve kontrol uygulamaları yaygın olarak yapılmaya çalışılmaktadır.

Bu çalışmada doğrusal olmayan bir yapıya sahip olan dört rotorlu hava araçları, bağ-grafik yöntemi ile modellenecektir. Bu model bilgisayar ortamında simüle edilecek, daha sonra bu modelden durum-uzay denklemleri elde edilecektir. Farklı kabuller yapılarak elde edilecek 3 ayrı modelin birbiri ile karşılaştırmalı analizleri yapılabilir ve durum uzay formunda olduğundan çalışma uzayı içinde, durum uzayı teknikleri kullanılarak analizler ve kontrol tasarımları yapılabilir.

Anahtar Kelimeler: Dört rotorlu hava aracı, bağ-grafik, bond-graph, durum uzay denklemleri, insansız hava aracı.

ABSTRACT

Quadrotor UAVs are a subject which the academic society is highly interested in recently. These UAVs have 4 DOF and controlled by only 4 inputs. All movements of the quadrotor can be controlled just by changing the speed of the four rotors mounted on the UAV. Quadrotors, which has an ideal structure in the field of UAVs are subject to many studies about dynamic modelling and control applications.

In this work, quadrotors, which has a nonlinear system structure, are going to be modeled with bond-graph technique. After that the model will be simulated by computer and state space equations will be derived from the model. Comparative analyses of three different models, attained by making different assumptions will be made, and thanks to the models being in state-space form, state-space techniques can be used for analyses and control designs.

Keywords: Quadrotor, bond-graph, state-space, UAV

1. GİRİŞ

1.1 Dört Pervaneli Hava Aracı Hakkında Genel Bilgi

1.1.1 Uçuşun Kısa Tarihçesi

İnsanlar çok eski tarihlerden beri kuşları izleyip onlar gibi uçmayı istemiştir. Kuşları örnek olarak yapılan ilk uçan nesne uçurtmadır. Kesin bir bilgi olmamakla birlikte ilk uçurtmanın Çin, Endonezya veya Güney Pasifik Adaları'nda M.Ö. 1500 yıllarında yapıldığı düşünülmektedir. İlerleyen asırlarda uçurtmalar haberleşme ve askeri amaçlar için kullanılmış, hatta uçurtma kullanarak uçmaya çalışanlar olmuştur. Ancak yapımda kullanılan malzemelerin kolayca zarar görebilen doğal maddeler olması sebebiyle bu eski uçurtmalardan günümüze kadar gelebilen en eskisi 1773 yılında Hollanda'da yapılmıştır (Şekil 1.1).

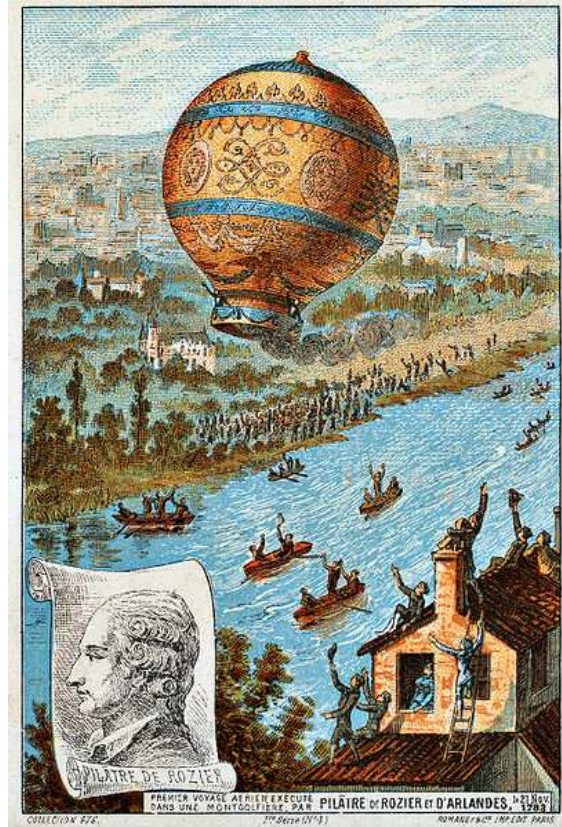


Şekil 1.1 Günümüze kadar bozulmadan gelebilmiş en eski uçurtma.

İnsanlığın uçma girişimlerindeki ikinci durakları balonlardır. Balonların da uçurtmalar gibi ilk önce Çin'de ortaya çıktığı sanılmaktadır. İlk balonlar sıcak hava vasıtasıyla uçmaktaydı. Zamanla teknoloji geliştikçe ve havadan daha hafif gazların varlığı keşfedilince bu gazlar balonlarda kullanılmaya başlanmıştır. Balonlar festival ve benzeri eğlencelerde kullanılmasının yanında, daha büyük olanları keşif amaçlı da kullanılmıştır.

İnsan yapımı uçan araçların arasında ilk kez insan taşıyabileni planör olmuştur. Çeşitli kaynaklardan elde edilen bilgilere göre M.S. 1000 yılı civarında yapılan birçok uçuş denemesi olmuştur. Planörlerle yapılan bu ilk yolculuklar oldukça kısa sürmesine ve sonuçları pek hoş olmasa da, aerodinamik alanındaki gelişmeler sonrasında planörlere olan ilgi tekrar artmıştır. Planörler ilk uçakların tasarlanmasına da önayak olmuştur.

Modern zamanlara geldiğimizde gerçek anlamıyla ilk insanlı uçuş 1783 yılında Paris'te bir sıcak hava balonu ile yapılmıştır (Şekil 1.2). Bunun ardından balonlar bir çılgınlığa dönüşmüştür. Balonlarda kullanılan güç kaynağı önce buharlı motorlara daha sonra elektrik motorları ve içten yanmalı motorlara dönüşmüştür. Bu sayede balonlar rüzgara göre hareket etmekten öteye geçip, kontrol edilebilir hale gelmişlerdir. Bundan sonra balonlar birçok amaçla kullanılmış olsa da, dünyanın ilgisi "havadan ağır" uçan araçlara kaymıştır.

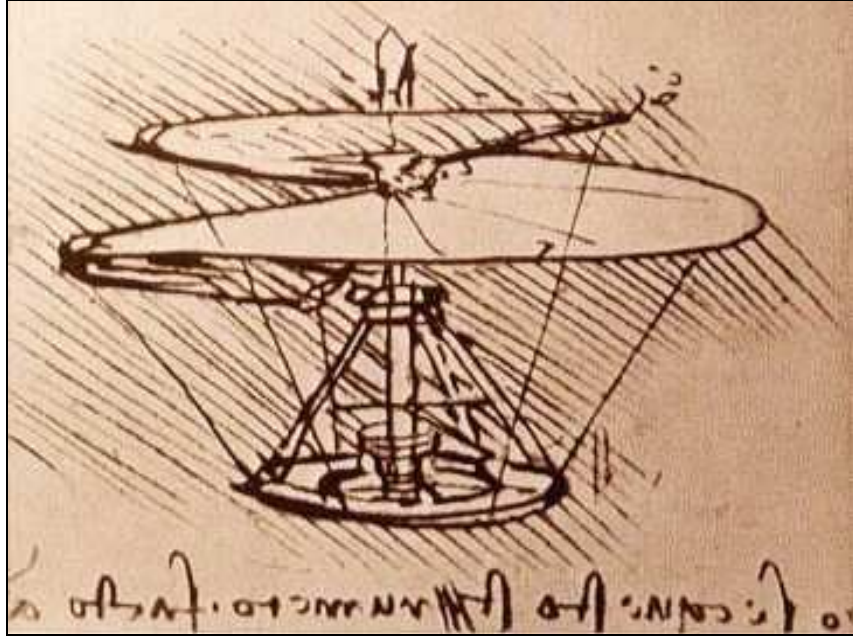


Şekil 1.2 İlk kez insanlı uçuşun gerçekleştirildiği balonun temsili resmi.

Havadan ağır diye isimlendirdiğimiz hava araçlarının uçabilmesi için bir güç kaynağı gerekliydi. İnsanların uçmak için kendilerine örnek aldıkları varlık kuşlar olduğu için, ilk önceleri kuşların kanat çırpma hareketini taklit etmeye çalıştılar. Ancak insanın kas gücü bu yöntemle kendisini kaldırabilecek düzeyde değildi. Bunun üzerine bu gücü üretebilecek başka kaynaklar arayışına girildi. Metal burgulu yaylar veya elastik malzemeler bu sorunun çözümü için ilk akla gelen yöntemler olmuştur. Ancak bunlar da kısa ömürlü veya sadece ufak modellerde kullanılabilecek güçteydiler. Bu alanda çalışmalarda bulunan Sir George Cayley, çalışmaları sırasında itme, kaldırma ve sürüklenme kuvvetleri hakkında birçok bilgi elde etmiştir ve aerodinamiğin gelişmesine çok büyük katkılarda bulunmuştur. Cayley hava aracında güç kaynağı olarak hem içten hem de dıştan yanmalı motorları kullanmayı denemiş ve bu şekilde insanlı uçuş gerçekleştirebilmiştir. İlerleyen yıllarda hem aerodinamik biliminin hem de motorların gelişmesiyle uçuş alanında bir çok yenilikler görülmüştür.

1.1.2 Helikopterlerin Tarihi

Helikopterleri diğer uçan araçlardan ayıran temel özellik dikey yönde uçabilmeleridir. Bunu sağlayan ise dönme hareketini ilerleme hareketine dönüştürebilen pervanelerdir. Bu sebeple helikopterlerin tarihini pervanelerin tarihine bağlamak yanlış olmayacaktır. M.Ö. 400 yıllarında Pisagor'un öğrencisi Archytas bir silindirin etrafına eğimli bir silindir yerleştirerek ilk vidayı modellemiştir. Daha sonra Arşimet, vidayı kullanarak, bir akışkan olan suyu vidanın dönme hareketiyle, dikey olarak taşımayı başarmıştır. Ayrıca asırlar boyunca pervaneler, yel değirmenlerinde rüzgarı yakalamak için kullanılmıştır. Pervanelerin ilk kez uçan bir alette kullanılması da M.Ö. 400 yıllarına rastlamaktadır. Çin'de bulunan bu alet, çocuklar tarafından oyuncak olarak kullanılmıştır. Bundan yaklaşık 2000 sene sonra Leonardo da Vinci vidaya formunda bir pervaneye sahip olan bir uçan araç tasarlamıştır, ancak bu tasarımı gerçeğe dökememiş, ancak ufak modellerini yapabilmiştir. Bu tasarımda, aracın kendi etrafında dönmesini engelleyecek bir önlem alınmamıştır (Şekil 1.3). 1752 yılında Bernoulli teknelerinde hareketi sağlamak için pervanelerin kullanılması fikrini öne sürmüştür. Pervanelerin bir akışkan olan su içinde hareket etmek için kullanılması, bunların havada ilerlemek için de kullanılabileceği fikrini tetiklemiştir. İlerleyen senelerde kaz tüyü, metal yaylar veya elastik bantlardan elde edilen dönme hareketi ile döndürülen pervaneler aracılığı ile uçan oyuncak helikopterler yapılmıştır. Hatta Wright kardeşler, çocukluklarında kendilerine hediye edilen bu oyuncaklar nedeniyle havacılığa ilgi duymaya başlamışlardır.

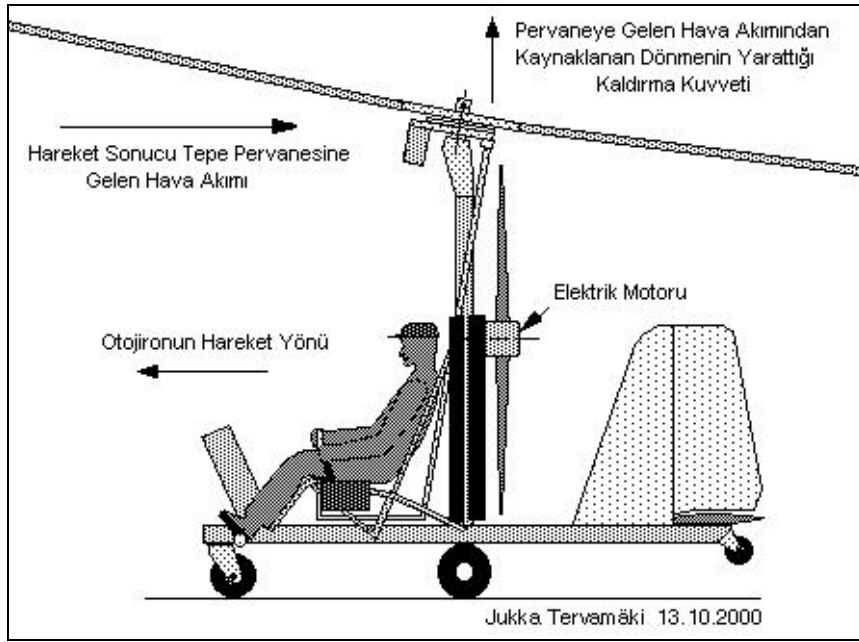


Şekil 1.3 Leonardo da Vinci'nin tasarımı olan helikopter.

Bu devirde tasarlanan helikopterler insanlı bir uçuşu gerçekleştirebilecek güçte değildi. 20. yüzyılın başında Fransız Jacques ve Louis Breguet kardeşlerin yaptığı helikopter ilk kez bir insanı taşıyabilen helikopter olmuştur. Ancak bu helikopterin uçuşunun çok dengesiz olması sebebiyle desteklenmesi gerekmiştir ve bu yüzden serbest uçuş gerçekleştirilememiştir. Bundan birkaç ay sonra Fransız Paul Cornu yaptığı helikopter ile ilk serbest insanlı uçuşu gerçekleştirmiştir. Bu noktadan sonra helikopterler gelişimini sürdürmüş ve bugün alışmış olduğumuz formuna kavuşmuştur.

1.1.3 Modern Helikopterin Temel Özellikleri

Helikopterler ile sabit kanatlı uçan araçlar arasındaki en büyük fark, helikopterlerin dikey kalkış yapabilmeleridir. Ancak, özellikle helikopterlerin erken dönemlerinde tasarlanan bazı helikopter tipleri yatay yönde itme sağlayan bir rotor ve bu yatay hareket sırasındaki hava akımı ile dönmeye başlayıp helikopteri kaldıran bir tepe pervanesinden oluşmaktadır. Bu tasarım kalkış açısından sabit kanatlı uçan araçlarla benzerlik göstermektedir ve “otojiro” olarak adlandırılmaktadır (Şekil 1.4).



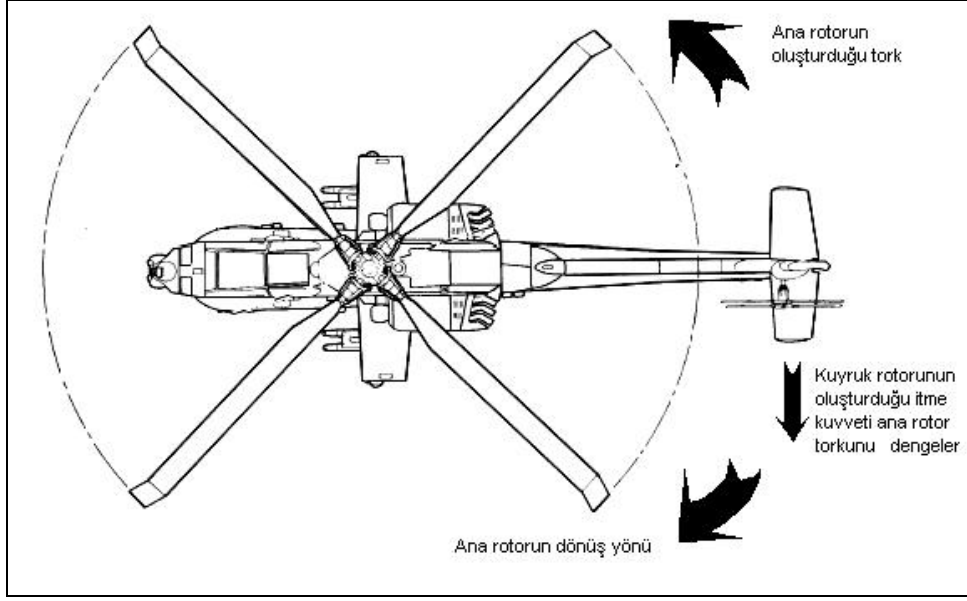
Şekil 1.4 Otojironun temel çalışma prensibi

Bir başka helikopter tipi de yapı olarak klasik helikopterlere benzeyen cayrodinlerdir. Bu ikisinin temel farkı cirodinlerin tepe pervanelerinin yer ile eğim yapmamasıdır. Bu sebeple de sadece aracı kaldırmaya yarar. İlerleme hareketi ve tork eşitleme ise ikincil rotorlar tarafından yapılır.

Klasik helikopterler ana rotor tarafından döndürülen pervaneleri ile kaldırma kuvveti yaratırlar. İleri-geri yöndeki hareketler içinse, ana pervaneye eğim verilir. Bu sayede pervane dikey kuvvetlerin yanında yatay kuvvetler de üretir. Ana rotorun dönüşü, helikopter gövdesini rotorun dönüş yönünün tersine döndüren bir tork oluşturur. Bu tork ortadan kaldırılmadığı ya da ters yönde bir tork ile dengelenmediği sürece helikopterin kontrolü mümkün değildir. Bu sorunu çözmek için birçok yöntem geliştirilmiştir.

1.1.3.1 Kuyruk Rotoru

Antitork üretmekte kullanılan en yaygın yöntem, kuyruk rotoru kullanmaktır. Helikopterin kuyruğuna dikey olarak yerleştirilen bu rotorlar, ana rotora göre çok daha ufaktır. Ancak kuyruğun bir manivela gibi davranmasından dolayı bu rotorların ürettiği itme kuvveti ana rotorun oluşturduğu torku karşılayabilmektedir (Şekil 1.5).



Şekil 1.5 Kuyruk rotorunun çalışma prensibi

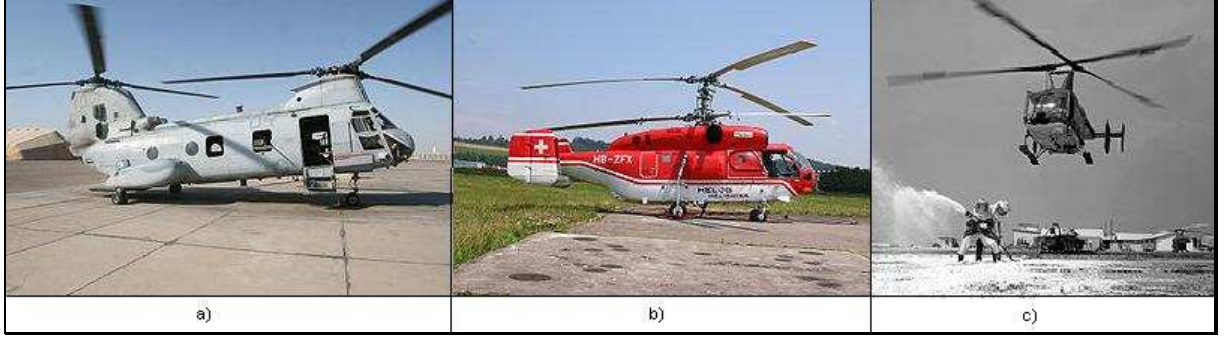
Kuyruktaki pervanenin açıkta olmasının çeşitli dezavantajları vardır. Örneğin pervane kalkışlar sırasında çevreye zarar verebilir, ya da dış etkenlerden kendisi zarar görebilir. Bunu önlemek amacıyla geliştirilmiş fenestron sisteminde pervane yerine bir muhafaza içinde bulunan fan kullanılmaktadır. Bu pervaneye göre çok daha güvenli olsa, pervaneler daha verimlidir.

1.1.3.2 Birden Fazla Ana Rotor

Tek ve daha güçlü bir rotor kullanmak yerine, ters yönlere dönen daha zayıf iki veya daha fazla rotorun kullanılması oldukça yaygın bir yöntemdir. Bu yöntem pervanelerin dizilişlerine göre farklı isimler almaktadır. Sıralı dizilimde pervanelerin biri aracın ön kısmında, diğeri arka kısmında bulunabilir. Bu tip dizilime sahip araçlar ağırlık merkezlerinin çok daha kolay ayarlanabilmesi sebebiyle genellikle yük taşımada kullanılırlar. Ayrıca bu dizilimde torku düzenleme amacıyla hiç yatay kuvvet oluşmamaktadır ve bu da verimi arttırmaktadır (Şekil 1.6 a).

Diğer bir dizilim, eş eksenli dizilimdir. Bu yöntemde iki pervane aynı eksen etrafında ancak birbirine ters yönde dönmektedir. Oldukça karmaşık bir yapıya sahip bir sistem olsa da, çok verimlidir ve aynen sıralı dizilimdeki gibi yatay yönde kuvvete gerek duymamaktadır (Şekil 1.6 b).

Başka bir dizilim şekli de kesişen eksenli dizilimdir. Bu dizilimde iki pervane eğimli bir şekilde helikopterin yanlarında durmaktadır. Pervanelerin kanatları birbirleri ile çarpışmadan ama kesişen eksenlerde dönmektedir (Şekil 1.6 c).



Şekil 1.6 a)Sıralı dizilim b)Eş eksenli dizilim c)Kesişen eksenli dizilim

1.1.3.3 Notar

NOTAR sisteminde kuyrukta rotor bulunmamaktadır. Bunun yerine kanatların kaldırma kuvveti yaratmasına benzer biçimde tork yaratılır. Kuyruk içinde bulunan bir fan sayesinde kuyruğun arka kısmında bir düşük basınçlı bir hava akımı oluşturulur. Bu hava akımı bölgedeki basıncı düşürür. Düşük basınç nedeniyle, ana rotorun oluşturduğu aşağı yöndeki hava akımı da bu bölgeden geçerken, şu anda bir kanat gibi işlev gören kuyruğun etrafından dolanıp itme kuvveti oluşturur. Bu itme kuvveti de ana rotorun oluşturduğu torku karşılar.

1.1.3.4 Dört Rotorlu Düzenleme

Dört rotorlu hava araçları, yani Quadrotorlarda, dört pervanenin ikisinin saat yönünde, diğer ikisinin ise saat yönüne ters dönmesi sebebiyle, dönüşlerin oluşturduğu torklar eşit olacak şekilde ayarlandığı sürece toplam döndürme torku sıfır olacaktır. Bu sebeple quadrotorlarda bir çeşit tork karşılama sistemi olarak düşünülebilir.

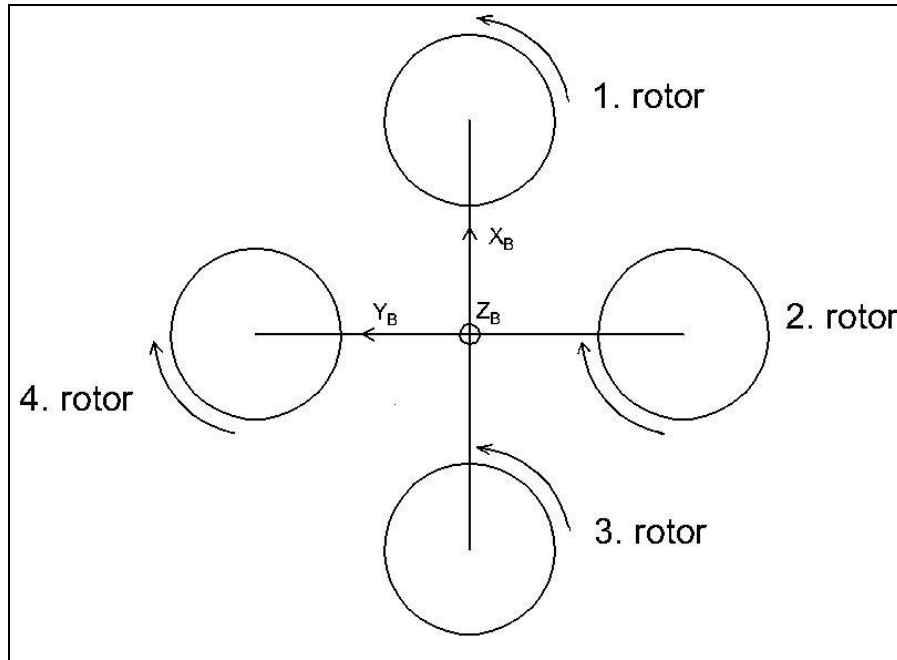
1.1.4 Dört Rotorlu Hava Araçları

1.1.4.1 Dört Rotorlu Hava Araçlarının Temel Özellikleri

Dört rotorlu hava araçlarının temel yapısı, bir artının uçlarına yerleştirilmiş dört adet rotor olarak tanımlanabilir. Bu rotorların karşılıklı olanları aynı yönde dönerken, komşu olan rotorlar zıt yönlere dönmektedir (Şekil 1.7). Bütün rotorların ürettiği hava akımı aşağı yöndedir, yani hepsi kaldırma kuvveti uygulamaktadır. Dört rotor da gövdeye sabitlenmiştir ve aracın bütün hareketleri bu dört rotorun hızları değiştirilerek elde edilmektedir. Quadrotorların yapabildiği dört temel hareket vardır. Bunlar:

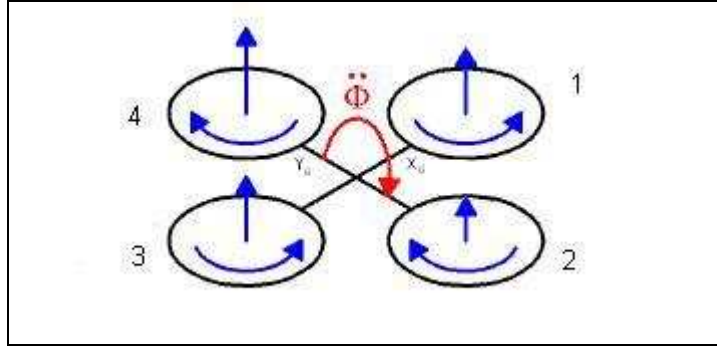
- Dikey hareket
- Yalpalama hareketi (roll)
- Yunuslama hareketi (pitch)
- Sapma hareketidir (yaw)

İtme hareketinde hava aracı düzgün bir şekilde havalanıp irtifa kazanır, kaybeder veya havada sabit kalır. Bu hareketin elde edilmesi için bütün rotorların aynı hızda dönmesi gerekmektedir. Bütün rotorların hızları aynı miktarlarda değiştirilerek yerçekimi yenilip araç irtifa kazanabilir, yerçekimi kuvveti ile eşitlenerek havada sabit kalabilir ya da toplam kaldırma yerçekiminin altına indirilerek irtifa kaybedilebilir.



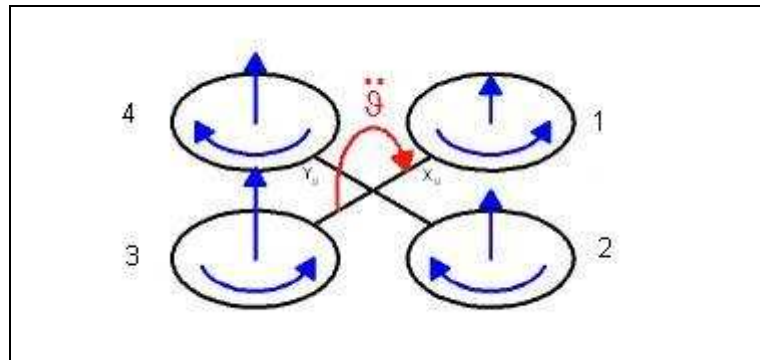
Şekil 1.7 Dört rotorlu hava aracında rotorların dizilimi ve dönme yönleri.

Yalpalama hareketinde araç X_B ekseninde döner. Bu hareketi elde etmek için 2. ve 4. rotorların hızları arasında bir fark yaratmak gerekir. Bu hız farkı rotorların kaldırma kuvvetleri arasında bir farka neden olacaktır ve daha yavaş dönen rotorun bulunduğu taraf ağırlık merkezinin altına doğru yönelirken, hızlı dönen rotorun tarafı yukarı eğilecektir. Eğer bu hareket sırasında aracın dikey yönde hareket etmemesi isteniyorsa, rotorlardaki hız değişiklikleri toplam kaldırma kuvveti değişmeyecek bir şekilde ayarlanmalıdır (Şekil 1.8).



Şekil 1.8 Dört rotorlu hava aracının yalpalama hareketi.

Yunuslama hareketinde araç Y_B ekseninde döner. Bu hareketi elde etmek için 1. ve 3. rotorların hızları arasında bir fark yaratmak gerekir. Bu hız farkı rotorların kaldırma kuvvetleri arasında bir farka neden olacaktır ve daha yavaş dönen rotorun bulunduğu taraf ağırlık merkezinin altına doğru yönelirken, hızlı dönen rotorun tarafı yukarı eğilecektir. Yalpalama hareketinde olduğu gibi, eğer bu hareket sırasında aracın dikey yönde hareket etmemesi isteniyorsa, rotorlardaki hız değişiklikleri toplam kaldırma kuvveti değişmeyecek bir şekilde ayarlanmalıdır (Şekil 1.9).

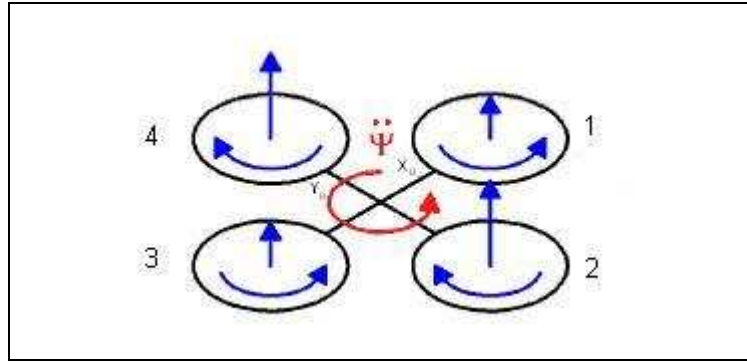


Şekil 1.9 Dört rotorlu hava aracının yunuslama hareketi.

Sapma hareketinde araç Z_B eksenini etrafında döner. Bu hareketi elde etmek için 1. ve 3. rotorların toplam hızları ile 2. ve 4. rotorların toplam hızları arasında bir fark oluşturulmalıdır. Bu rotor çiftleri birbirlerine zıt yönlerde döndükleri için, aracı zıt yönlerde döndürmeye çalışan torklar üretmektedirler. Bu torklar birbirlerine eşit oldukları sürece araç Z_B eksenini etrafında dönmez. Eğer rotorların ürettikleri torklar $T_{r1}, T_{r2}; T_{r3}$ ve T_{r4} olarak adlandırılırsa:

$$T_{r1} + T_{r3} - T_{r2} - T_{r4} \neq 0$$

olduğu sürece araç Z_B eksenini etrafında dönecektir(Şekil 1.10).



Şekil 1.10 Dört rotorlu hava aracının sapma hareketi.

2. BAĞ-GRAFİK YÖNTEMİ

2.1 Bağ-Grafik Yönteminin Tarihi

Bağ-grafik yöntemi, dinamik sistemlerin modellenmesi, analizi ve kontrolünde yeni bir yöntem getirmek için 1959 yılında Prof. Henry Paytner tarafından ortaya sürülmüştür. Yöntemin gelişmesine Rosenberg (1965), Karnopp (1967) ve Thoma (1971) yaptıkları çalışmalarla büyük destek olmuşlardır. Bağ-grafik yönteminin mekanik sistemler dışında diğer bir çok alana kolayca uygulanabilmesi ve farklı tipte alt sistemlerden oluşan sistemlerin çözümünde kolaylıklar sağlaması nedeniyle oldukça ilgi görmüştür. Thoma (1971), Breedveld (1982) ve Dixhoorn (1982) bağ-grafik yöntemini termodinamik alanında kullanmışlardır.

Karnopp ve Rosenberg (1975) bağ-grafik yönteminin mekanik, elektrik, termodinamik, hidrolik ve akustik gibi birçok alanda kullanımına değinen bir eser yayınlamışlardır.

Dransfield (1975) ve Karnopp(1975) bağ-grafik yönteminin hidrolik sistemlerde kullanımına değinmiştir.

Allen (1977) yaptığı çalışmalar sonunda yüksek nonlineerlik içeren sistemleri modellemek için yöntemler geliştirmiştir. Allen (1979) ve (1981) burada karşısına çıkan türevsel nedensellik problemini çözmek için bir yöntem bulmuştur.

Karnopp ve Rosenberg (1983) ve Kalindi(1990) tarafından yapılan çalışmalar bağ-grafik yönteminin akustik alana uygulanması ile ilgilidir.

Tiernego (1978) üç ekseninde döner bir yüzeyin bağ-grafik ve lagrange yöntemi ile modellemesini yaparak, bu yöntemleri karşılaştırmıştır.

Margolis (1979) çalışmasında yöntemin vinçler, robot kolları ve uzay araçlarında kullanılmasına değinmiştir.

2.2 Bağ-Grafik Yönteminde Temel Kavramlar

Bağ-grafik yöntemi, birbirinden farklı mühendislik yöntemlerinde kullanılan fiziksel elemanların arasında benzerlikler kurup, modellemede kolaylıklar sağlayan bir yöntemdir.

Bağ-grafik yönteminde sistemi meydana getiren elemanlar mevcuttur. Bu elemanlar arasında enerji alışverişini sağlayan iki değişken vardır. Bunlara iç ve uç değişkenler adı verilirken, bu iki değişken arasındaki ilişkiyi veren denkleme de uç denklemi denir. Bu iç ve uç değişkenlerin farklı çalışma alanlarında farklı karşılıkları vardır (Çizelge 2.1).

Çizelge 2.1 İç ve uç değişkenlerin farklı çalışma alanlarındaki değerleri.

	Uç Değişken (e)	İç Değişken (f)
Mekanik (Doğrusal)	Hız = V (m/s)	Kuvvet = F (N)
Mekanik (Açısal)	Açısal Hız = ω (rad/s)	Moment = M (Nm)
Elektrik	Gerilim = u (V)	Akım = I (A)
Hidrolik	Basınç = P (N / m ²)	Debi = Q (m ³ / s)
Termik	Sıcaklık = T (°K)	Isı Debisi = Q_t (J/s)

Bağ-grafik yöntemindeki sistem elemanları enerji üreten üretilmemelerine bakılarak iki ana gruba ayrılabilirler. Bunlar aktif ve pasif elemanlar olarak isimlendirilirler (Şekil 2.1).

Aktif elemanlar enerji üreten elemanlardır. Bu elemanların uç ve iç değişken kaynağı olmak üzere iki tipi vardır.

Uç değişken kaynakları kullanıldıkları alanlara göre Çizelge 2.1 'de de görüldüğü gibi hız, açısal hız, gerilim, basınç ve sıcaklık kaynakları olarak sayılabilir.

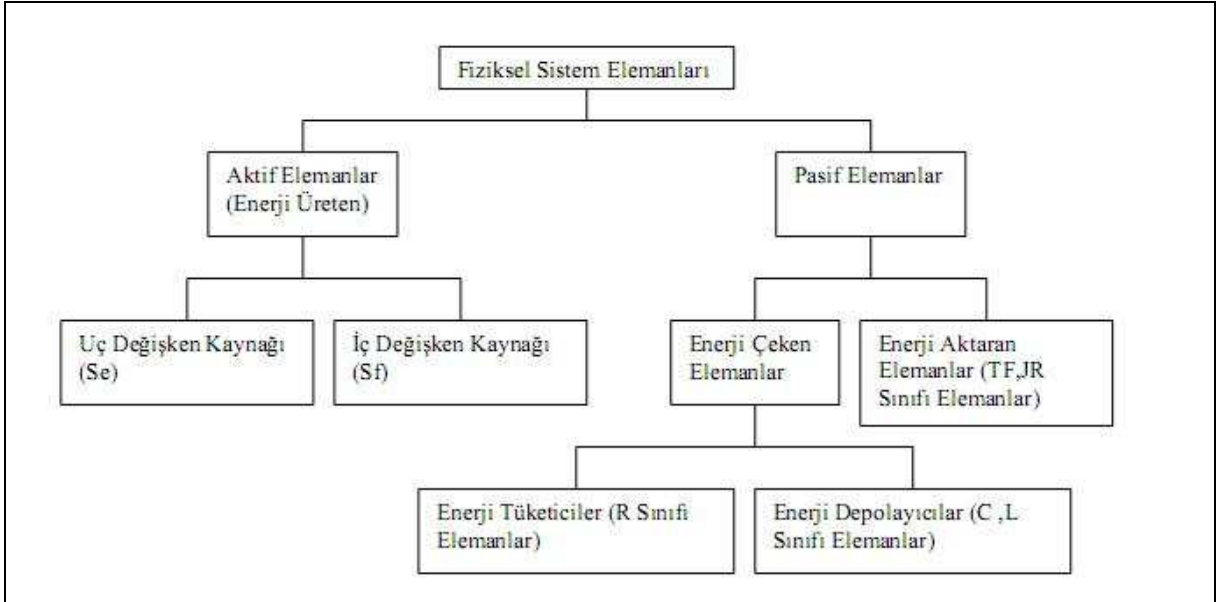
İç değişken kaynakları ise kuvvet, moment, akım,debi ve ısı debisi kaynakları diye isimlendirilebilir.

Pasif elemanlar, aktif elemanların tersine enerji üretmez, enerjiyi tüketir,depolar ya da aktarırlar.

Enerji tüketen elemanlar, direnç sınıfı elemanlar olarak da bilinirler. Kullanıldıkları alana göre karşımıza sürtünme, direnç, hidrolik direnç ve termik direnç gibi formlarda çıkarlar. Bunlar aldıkları enerjiyi ısı enerjisine dönüştürüp harcarlar.

Enerji depolayan elemanlar aldıkları enerjiyi depolayıp, gerektiğinde tekrar sisteme geri verirler. Bu elemanların kapasite ve endüktans sınıfı olmak üzere iki tipi vardır. Kapasite sınıfı elemanlar olarak kütle, atalet, kapasite, hidrolik ve termik kapasiteyi sayabiliriz. Endüktans sınıfı elemanlar olara ise yay ve endüktansı sayabiliriz.

Enerji depolayan elemanlar, enerji tüketen elemanların aksine sistem üzerinde çok büyük bir etkiye sahiptir ve genellikle bu elemanların iç ve uç değişkenleri, sistemin durum değişkenlerini oluştururlar.



Şekil 2.1 Fiziksel sistem elemanlarının enerji karakteristikleri açısından sınıflandırılması (Sağırlı, 1996)

Enerji aktaran elemanlar sistemden aldıkları enerjiyi kayıpsız olarak sistemin başka bir elemanına iletirler. Enerji aktaran elemanlar trafo ve jirator sınıfı olmak üzere ikiye ayrılırlar.

Trafo elemanları aynı tipte güç değişkenlerine sahip elemanlar arasında enerji akışı sağlarlar. Bunların temel amacı giriş ve çıkış değerleri arasında bir oran elde etmektir. Bunlara örnek vermek gerekirse, dişliler, trafolar, hidrolik pistonlar ve benzeri birçok eleman sayılabilir.

Jiratör sınıfı elemanlar farklı güç değişkenleri arasında bir oran elde ederler. Jiratörlere örnek olarak mekanik pistonlar, elektrik röleleri verilebilir.

Eğer bir trafo veya jiratör elemanındaki enerji aktarımı, başka bir enerji kapısına bağlı ise, bu elemanlara modüleli trafo (MTF) ve modüleli jiratör (MGY) denir.

Bağ-grafik yönteminde elemanların enerji alışverişi yaparken birbirlerine bağlandığı noktalar bulunmaktadır. Bu noktalara enerji kapısı denir ve iki çeşidi bulunmaktadır.

Seri kapıları aynen bir elektrik devresindeki gibi seri olarak bağlanan elemanların oluşturduğu kapıdır. Seri kapıları S olarak gösterilmektedir. S kapılarının en önemli özelliği, bu kapıdaki bütün iç değişkenlerin eşit (mesela akım), bütün uç değişkenlerin (mesela voltaj) toplam olmasıdır.

Paralel kapıları bir elektrik devresindeki gibi paralel olarak bağlanan elemanların oluşturduğu kapıdır. Paralel kapıları P olarak gösterilmektedir. P kapılarının en önemli özelliği, bu kapıdaki bütün uç değişkenlerin eşit (mesela hız), bütün iç değişkenlerin (mesela kuvvet) toplam olmasıdır.

Paralel ve seri kapılarının gösterilişinde yaygın olan iki yöntem vardır. Bunlar dünyanın farklı kesimlerinde bilim dünyasınca kabul görmüş gösterimlerdir. Bu gösterimlerden birinde paralel kapıları P ile gösterilirken diğerinde 0 ile gösterilmektedir. Seri kapıları ise birinde S ile gösterilirken diğerinde 1 ile temsil edilmektedir. Birinci gösterim bağ grafik yönteminin ilk yıllarında rağbet görmüşken daha sonraları ikinci gösterim kuvvet kazanmıştır.

Bağ-grafik yönteminde birbiri ile enerji alışverişinde bulunan enerji kapıları ve elemanlar arasındaki akışı enerji bağları sağlar. Bir çizgi olarak gösterilen bu bağlarda akışın pozitif yönü, çizginin o ucuna yerleştirilen bir yarım ok ile belirtilir

2.3 Bağ-Grafik Yönteminde Nedensellik Çalışması

Bağ-grafik yönteminde elemanların hangi kapılara bağlanacağı, enerji akışının hangi yönde olduğu belirlendikten sonra, her sistem elemanının bağımlı ve bağımsız sistem değişkenleri bulunmalıdır. Bir sistem değişkeninin, uç değişkeninin pozitif yönünü göstermek için, enerji bağının o ucuna, bağa dik bir çizgi çizilir. Bu gösterimde otomatik olarak enerji bağının çizgi olmayan ucu, iç değişkenin pozitif yönünü göstermektedir. Çünkü uç ve iç değişkenler her zaman zıt yönlüdür.

Bağımlı-bağımsız sistem değişkenleri bulunurken uyulması gereken belli başlı birkaç kural vardır. İlk üçü kesinlikle değişmez kurallar olmak üzere, bunlar şöyle sıralanabilir:

- İç değişken kaynakları enerji kapısına daima nokta şeklinde girerken, uç değişken kaynakları çizgi şeklinde girerler.
- Seri kapılarına sadece tek bir nokta girebilirken, paralel kapılarına ise sadece tek bir çizgi girebilir.
- Bir trafo elemanına nokta girerse, nokta çıkar; çizgi girerse çizgi çıkar. Jirator elemanlarında ise nokta girerse çizgi çıkar; çizgi girerse nokta çıkar.
- Endüktans sınıfı elemanlar kapılara mümkün oldukça nokta girmelidir.
- Kapasite sınıfı elemanlar kapılara mümkün oldukça çizgi olarak girmelidir.
- Direnç sınıfı, yani enerji tüketen elemanların kapılara nasıl girdiği belirlenirken, önce diğer elemanların kapılara nasıl girdiği belirlenmelidir. Direnç sınıfı elemanlar en son olarak, sistemin geri kalanı ile uyumlu olacak şekilde kapılara girerler.

3. DÖRT ROTORLU HAVA ARAÇLARININ DİNAMİĞİ

3.1 Dört Rotorlu Hava Araçlarının Klasik Yöntemle Modellenmesi

Dört rotorlu hava aracını modellemeden önce, bazı kabullerde bulunarak gerçek değerlerden çok az miktarda sapıp, modeli çok daha basit bir hale getirebiliriz, Bouabdallah (2005). Bu kabuller:

- Modeldeki bütün parçalar rijit kabul edilmektedir
- Model tam simetrik kabul edilmektedir
- Pervanelerden elde edilen itme ve sürüklenme, rotor hızının karesiyle orantılı kabul edilmektedir. Bu pervanelerin aerodinamik davranışlarına oldukça yakın bir kabuldür.

Bu kabuller ışığında ilerleyerek, ilk yapmamız gereken şey dört rotorlu hava aracının gövde eksen takımı ve yer eksen takımı arasındaki koordinat dönüşümlerini elde etmektir. Gövde eksen takımını B ve yer eksen takımını E ile tanımlarsak, ilgili eksenler

$E = \{X_E, Y_E, Z_E\}$ ve $B = \{X_B, Y_B, Z_B\}$ olarak gösterilebilir.

Uzayda serbest hareket edebilen bir eksen takımının sabit yer eksen takımına göre koordinat dönüşümünü sağlayan matris, sırasıyla z , y ve x eksenleri etrafındaki dönüşümü veren $R(\psi, z)$, $R(\theta, y)$ ve $R(\phi, x)$ matrislerinin çarpılması ile elde edilir (Şekil 3.1).

$$\mathbf{R}(\psi, z) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{R}(\theta, y) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

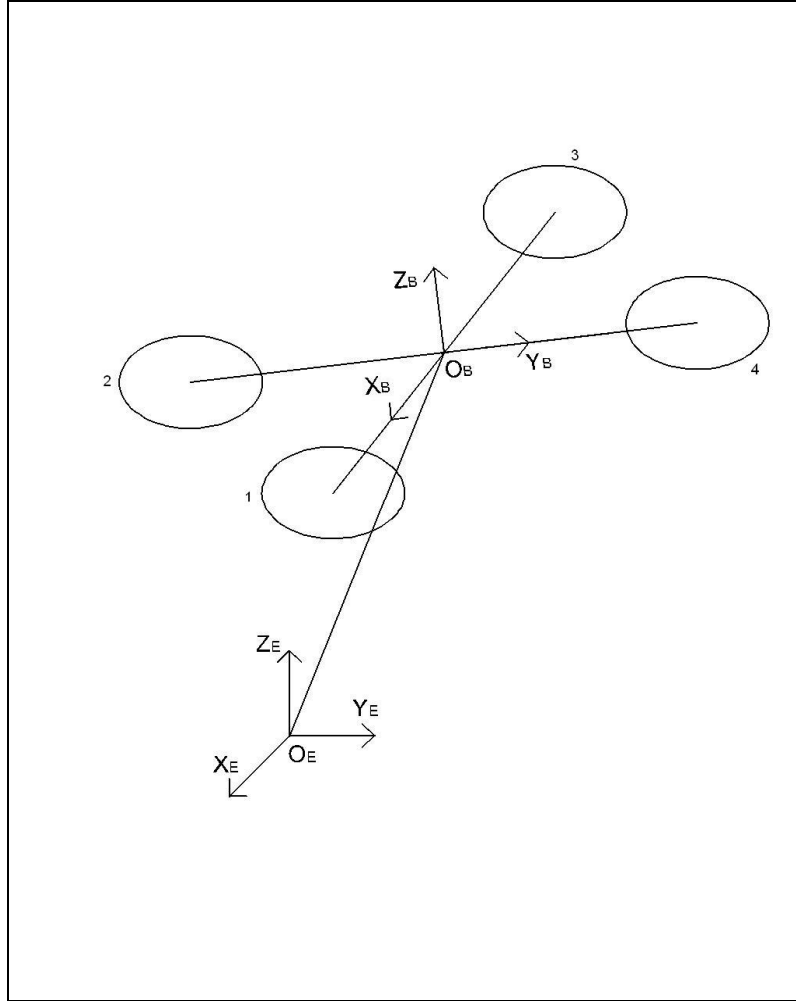
$$\mathbf{R}(\phi, x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Kütle merkezine, dış kuvvetler uygulanan katı bir gövdenin dinamikleri, Newton-Euler yöntemiyle, gövde eksen takımına göre şu şekilde gösterilebilir:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \times m\mathbf{V} \\ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Burada $\mathbf{I} \in \mathcal{R}^{(3 \times 3)}$ birim matrisi, $\mathbf{J} \in \mathcal{R}^{(3 \times 3)}$ atalet matrisini, $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^3$ gövdenin doğrusal hızlar vektörünü, $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{R}^3$ gövdenin açılmal hız vektörünü, m toplam kütle, \mathbf{F} araca etkiyen toplam kuvveti ve $\boldsymbol{\tau}$ araca etkiyen toplam momentini temsil etmektedir.



Şekil 3.1 Yer eksen takımı ve gövde eksen takımının gösterimi

$[\xi \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{R} \quad \boldsymbol{\omega}]^T$ matrisini durum vektörü olarak ele alalım. ξ ve $\mathbf{v} \in \mathfrak{R}^3$ gövdenin doğrusal konum ve hızının yer eksen takımına göre gösterimini, $\boldsymbol{\omega} \in \mathfrak{R}^3$ ise açısız hızın gövde eksen takımına göre gösterimi olduğunu düşünürsek, rijit gövdenin hareket denklemlerini şu şekilde kabul edebiliriz:

$$\dot{\xi} = \mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{V} \quad \text{ve} \quad \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{R}} \quad \text{dersek;} \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi} = \mathbf{v} \\ m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{F}_b \\ \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cdot \hat{\boldsymbol{\omega}} \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau}_b \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Burada $\hat{\boldsymbol{\omega}}$, matris çarpımından elde edilen ters simetrik matristir ve $\boldsymbol{\omega}(\forall \mathbf{v} \in \mathfrak{R}^3, \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \hat{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v})$ şeklinde ilişkilendirilebilir. Dört rotorlu hava aracının modelini çıkarmak için araca etki eden kuvvet ve momentlere ihtiyacımız vardır. Araca etkiyen doğrusal kuvvetler $\mathbf{R}\mathbf{F}_b$, momentler $\boldsymbol{\tau}_b$ ve motorlar tarafından üretilen kontrol momenti $\boldsymbol{\tau}_a$ olmak üzere;

$$\mathbf{R}\mathbf{F}_b = -mg \cdot \mathbf{e}_3 + \mathbf{R}_{\mathbf{e}_3} \left(\sum b\boldsymbol{\omega}_i^2 \right) \quad (3.8)$$

$$\boldsymbol{\tau}_b = -\sum_{i=1}^4 J(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_3)\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\tau}_a \quad (3.9)$$

Pervanelerden elde edilen itme ve sürtünme kuvvetleri, pervanenin boyutları, şekli, açılı gibi birçok parametreye ve de pervanenin açısız hızının karesine bağlıdır ve dT ile dQ sonsuz küçük boyutta itme ve sürüklenme kuvvetleri olmak üzere;

$$dT = \frac{1}{2} \rho \cdot z \cdot c \cdot \omega^2 (c_l \cos \beta - c_d \sin \beta) dr \quad (3.10)$$

$$dQ = \frac{1}{2} \rho \cdot z \cdot c \cdot \omega^2 (c_l \sin \beta + c_d \cos \beta) dr \quad (3.11)$$

Bu denklemlerde ρ pervaneden geçen akışkanın yoğunluğu, z pervanenin kanat sayısı, c bıçağın ortalama kiriş boyu, ω pervanenin açısız hızı, c_l ve c_d kaldırma ve sürüklenme kesitlerinin kiriş uzunlukları, β ise pervanenin avans açısıdır. Burada bir sadeleştirmeye başvurulabilir ve itme katsayısı olan b ve sürüklenme katsayısı d kullanılarak itme kuvveti ile sürüklenme kuvveti şu şekilde gösterilebilir:

$$T_i = b\omega_i^2 \quad (3.12)$$

$$D_i = d\omega_i^2 \quad (3.13)$$

Bu denklemler doğrultusunda sistemin dinamik modeli:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi} = v \\ \dot{v} = -ge_3 + R_{e_3} \left(\frac{b}{m} \sum \omega_i^2 \right) \\ \dot{R} = R\hat{\omega} \\ J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + \sum_{i=1}^4 J_p (\omega \times e_3) \omega_i + \tau_a \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Burada görüldüğü üzere ilerleme dinamiği sadece itme vektörüne bağlı iken, dönme dinamikleri sürüklenme vektörünün haricinde $-\omega \times I\omega$ ile gösterilen ve gövdenin dönmelerinden kaynaklanan jirokobik etkiye, $J_p(\omega \cdot \omega_i)$ ile gösterilen ve pervanelerin ve pervanelerin yöneliminden kaynaklanan jirokobik etkiye ve τ_a ile gösterilen ve motorlar tarafından üretilen kontrol momentine bağlıdır.

Son olarak model şu forma getirilebilir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_R}{I_x} \dot{\theta} \omega + \frac{l}{I_x} U_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{J_R}{I_y} \dot{\phi} \omega + \frac{l}{I_y} U_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} U_4 \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Burada giriş değerleri rotorlar tarafından üretilen kuvvet ve momentlerdir:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = bl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ U_3 = bl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ U_4 = d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ \omega = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \end{array} \right. \quad (3.16)$$

Burada U_1 dikey yönde etkiyen itme kuvveti, U_2 yalpalama momenti, U_3 yunuslama momenti, U_4 sapma momenti, ω ise rotorların hızlar toplamıdır.

3.2 Dört Rotorlu Hava Aracının Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi

Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik modellemesi yapılırken, önce sistem daha ufak alt sistemlere ayrılmış ve bu sistemler çözümlenmiş, bunlar yardımıyla da tüm sistemin modeline ulaşılmıştır..

3.2.1 Bir DC Motorun Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi ve Klasik Yöntemle Karşılaştırılması

3.2.1.1 DC Motorun Klasik Yöntemle Modellenmesi

DC motorlar elektrik enerjisini mekanik enerjiye dönüştüren bir eyleyici tipidir. DC motorların çok yaygın bir şekilde kullanılan bir modeli vardır (Şekil 3.2). Bu modelde motorun armatür sarımlarında bir direnç elemanı R , endüktans elemanı L , ve gerilim kaynağı u bulunur. Burada R elemanı motorun kablolarındaki iç direnci temsil etmektedir. u_R , direnç elemanının uçları arasındaki gerilim, u_L endüktans elemanının uçları arasındaki gerilim ve u_{bemf} geri elektromotor kuvveti gerilimi olmak üzere:

$$u = u_R + u_L + u_{bemf} \quad (3.17)$$

Ohm yasasından ve endüktans elemanının diferansiyel denkleminde yararlanırsak;

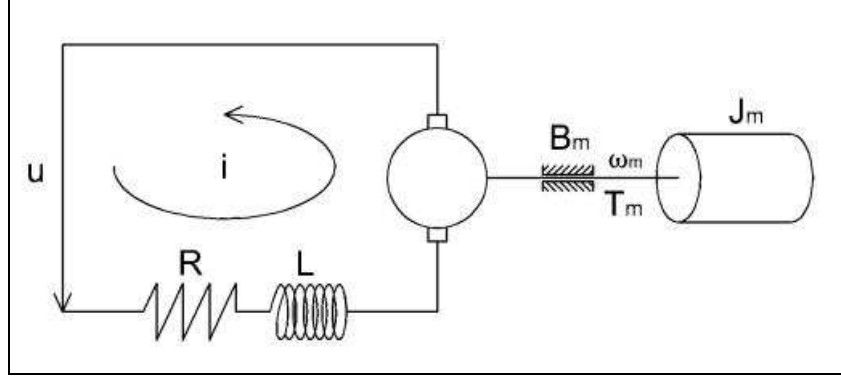
$$u_R = R \cdot i \quad (3.18)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (3.19)$$

$$u = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + K_v \omega_m \quad (3.20)$$

Burada i motorun armatür sarımlarından akan akımı, K_v motor sabitini, ω_m ise motorun açısal hızını gösterir. K_v motorun elektriksel kısmı ile mekanik kısmı arasındaki ilişkiyi veren hız sabitidir. Endüktans elemanı hem genellikle oldukça küçük bir değer olması, hem de sistemin elektriksel kısmının mekanik kısmına göre çok daha hızlı cevap vermesi sebebiyle genellikle ihmal edilebilir. Ancak bu çalışmada endüktans elemanı ihmal edilmemiştir.

Motorun mekanik kısmını modellerken dikkat edilmesi gereken elemanlar, stator kütlesi ataleti olan J_m , motor milindeki viskoz sürtünme katsayısı olan B_m ve motora gelen yük torku olan T_{load} 'dur.



Şekil 3.2 DC motorun yapısı

T_M motorun ürettiği tork ve T_{B_m} sürtünme nedeniyle kaybolan moment olmak üzere, motorun dinamikleri şu eşitlik ile gösterilebilir:

$$J_m \dot{\omega}_m = T_M - T_{B_m} - T_{load} \quad (3.21)$$

Motorun tork sabiti $K_T = 1/K_V$ eşitliğinden ve sürtünmeden kaynaklanan momenti temsil eden T_{B_m} 'in açılımından yararlanarak;

$$T_M = K_T i = \frac{i}{K_V} \quad (3.22)$$

$$T_{B_m} = B_m \omega_m \quad (3.23)$$

değerleri elde edilebilir. Bunlar (2.20) denkleminde yerlerine yerleştirilirse:

$$J_m \dot{\omega}_m = \frac{i}{K_V} - B_m \omega_m - T_{load} \quad (3.24)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem de (2.20) denklemini ile birleştirilerek motorun modeli olan;

$$\dot{\omega}_m = \frac{u}{RK_V J_m} - \frac{L}{RK_V J_m} \frac{di}{dt} - \frac{\omega_m (1 + B_m R)}{RJ_m} - \frac{T_{load}}{J_m} \quad (3.25)$$

elde edilir.

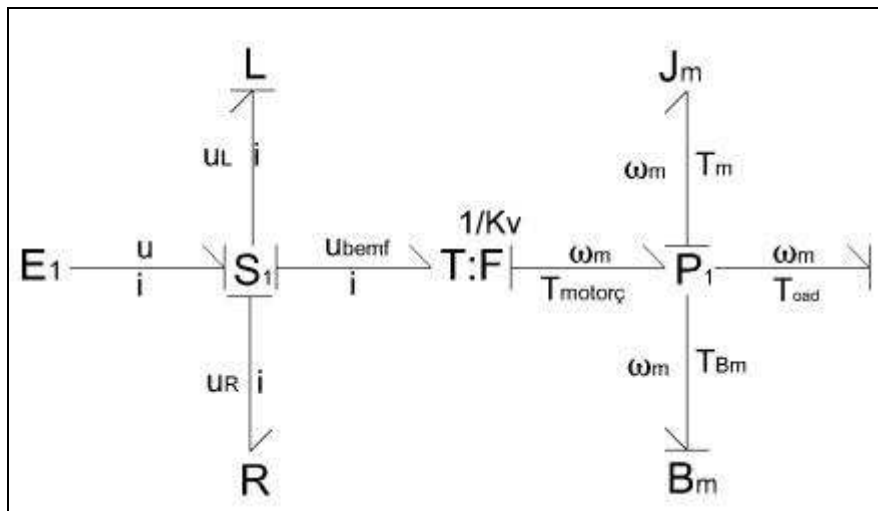
Modelin durum uzay formunda, ω_m ve i durum değişkenleri, u ise giriş değeri olarak alınırsa:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \cdot K_v \\ 1/J_m K_v & -B_m/J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & -1/J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ T_l \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.2.1.2 DC Motorun Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi

DC motorun bağ-grafik yöntemi ile modellenmesinde, ilk önce güç kaynağının cinsine dikkat edilmiştir. Motora bir gerilim kaynağı bağlıdır ve bu da bir uç değişken kaynağıdır. Elektriksel kısmında bir adet enerji depolayıcı endüktans sınıfı eleman ve bir adet enerji tüketici direnç sınıfı eleman bulunmaktadır. Daha önce bahsedilen kurallara uygun olarak bu elemanlar modele yerleştirildikten sonra, elektriksel enerjiden mekanik enerjiye geçişi sağlayan ve katsayısı $\frac{1}{K_v}$ olan bir trafo modele eklenmiştir. Motorun mekanik kısmında bir adet enerji depolayıcı kapasite sınıfı eleman ve bir adet enerji tüketici direnç sınıfı eleman bulunmaktadır. Ayrıca yük torku da bir nevi negatif kaynak olarak düşünülebilir.

Bütün elemanlar ve enerji bağlarının yönleri belirlendikten sonra, elemanların kapılara çizgi şeklinde mi nokta şeklinde mi gireceği incelenir ve model tamamlanmış olur (Şekil 3.3). Bu modelde ve bu çalışmanın içindeki diğer bütün bağ-grafik modellerinde türevsel nedensellik olmadığı için bu işleme gerek kalmadığı hatırlatılmalıdır.



Şekil 3.3 DC motorun bağ-grafik modeli.

Motorun bağ-grafik modelinden elde edilen *simulink* modeli [Ek 1] de gösterilmiştir.

3.2.1.3 DC Motorun Bağ-Grafik Modelinden Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri

Durum-uzay matrisini elde etmek için ilk önce durum değişkenleri ve girişler belirlenmelidir.

$$u = u_{giriş} \text{ dersek;}$$

Girişler:

$$u_{giriş} = u_1, T_{load} = u_2$$

Durum Değişkenleri:

$\dot{i} = x_1, \dot{\omega}_m = x_2$ olarak belirlenebilir. Bu noktadan sonra seri ve paralel kapılarında iç ve uç değişkenler arasındaki ilişkiler kullanılarak, durum uzay denklemi ortaya çıkarılır.

- i 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} i = \frac{1}{L} u_L$$

$$u_L = u_{giriş} - u_R - u_{bemf}$$

$$u_R = R \cdot i$$

$$u_{bemf} = \frac{\omega_m}{K_v}$$

$$\frac{d}{dt} i = \frac{1}{L} \left(u_{giriş} - R \cdot i - \frac{\omega_m}{K_v} \right)$$

$$\frac{d}{dt} i = \frac{u_{giriş}}{L} - \frac{R \cdot i}{L} - \frac{\omega_m}{L \cdot K_v} \quad (3.27)$$

- ω_m 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{1}{J_m} T_m$$

$$T_m = T_{motor} - T_{Bm} - T_l$$

$$T_{Bm} = B_m \cdot \omega_m$$

$$T_{motor} = \frac{i}{K_v}$$

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{1}{J_m} \left(\frac{i}{K_v} - B_m \cdot \omega_m - T_l \right)$$

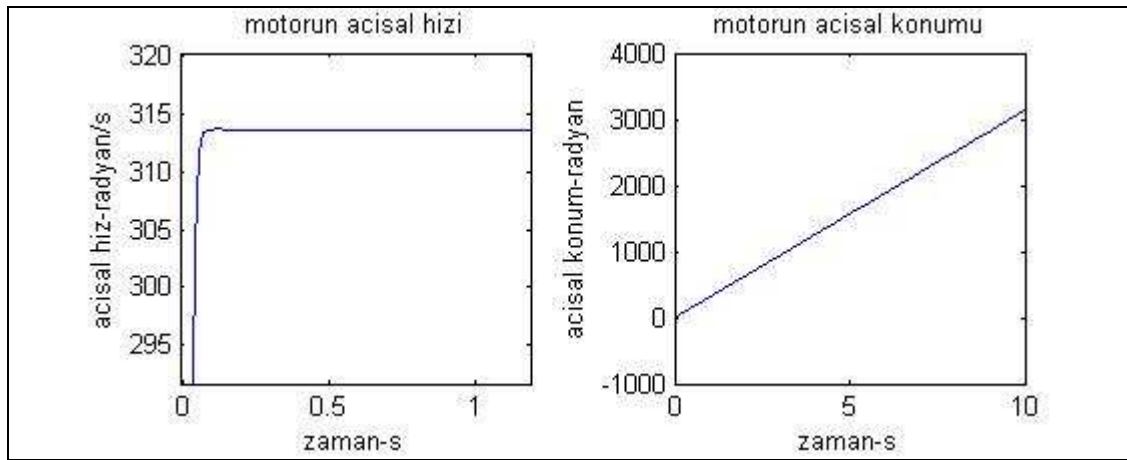
$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{i}{J_m \cdot K_v} - \frac{B_m \cdot \omega_m}{J_m} - \frac{T_l}{J_m} \quad (3.28)$$

(2.27) ve (2.28) denklemleri durum uzay matrisi formuna getirilerek DC motorun bağ-grafik modeline ulaşılmış olunur:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \cdot K_v \\ 1/J_m K_v & -B_m/J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & -1/J_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{giriş} \\ T_{load} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

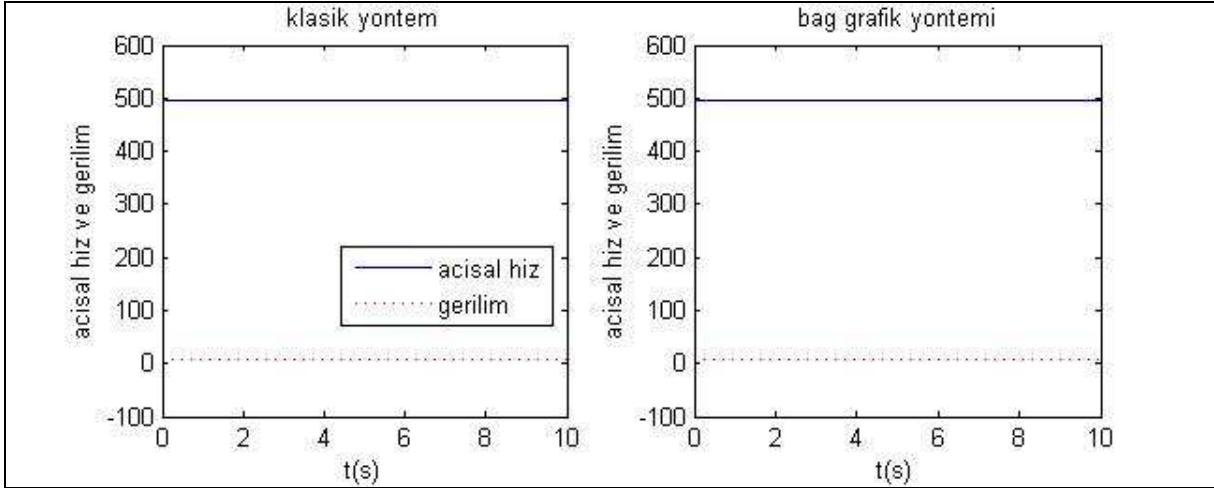
3.2.1.4 DC Motorun Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu

[Ek 1] 'de verilen modelin simülasyonu sonucu elde edilen açısai hız ve konum grafikleri Şekil 3.4 'te verilmiştir.



Şekil 3.4 DC motorun bağ-grafik modelinin 20V gerilime verdiği cevaplar

Motorun klasik yöntem ile elde edilmiş modeli ile bağ-grafik yöntemiyle elde edilmiş modelin $u = 8\text{ V}$ ve $T_l = 0\text{ Nm}$ giriş değerleri için verdiği simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 3.5 'te verilmiştir.

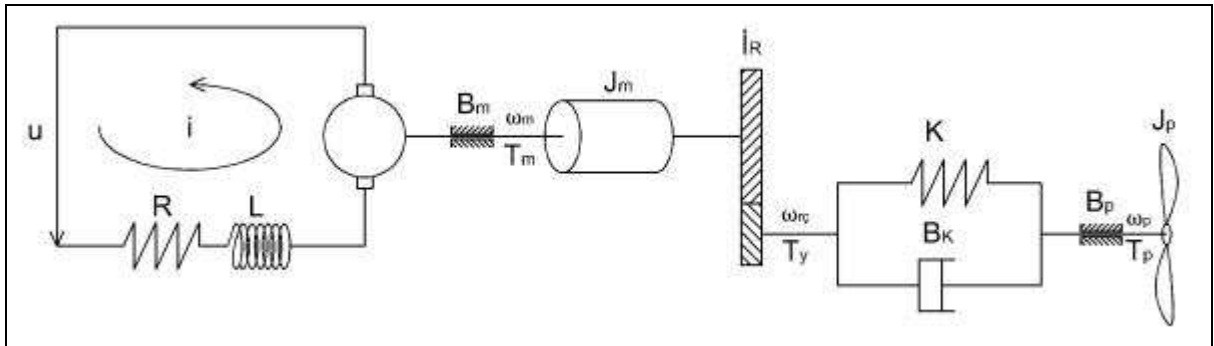


Şekil 3.5 DC motorun klasik yöntem ile bağ-grafik modellerinin karşılaştırılması

3.2.2 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamikleri

3.2.2.1 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Klasik Yöntemle Modellenmesi

Bu sistemi modellerken, dişlilerin ataletleri gözardı edilmiştir. Ayrıca Pervane mili elastik olarak düşünülmüştür. Milin elastik seçilmesinin asıl sebebi, buradaki K elemanının, sistemin bağ-grafik modelindeki türevsel nedenselliği ortadan kaldırmasıdır (Şekil 3.6).



Şekil 3.6 DC motor, dişli ve pervaneden oluşan sistem

Sistemde DC motor ile ilgili denklemler daha önce elde ettiğimiz (3.20) ve (3.24) denklemleridir:

$$J_m \dot{\omega}_m = \frac{i}{K_V} - B_m \omega_m - T_y \quad (3.30)$$

(3.24) denklemindeki T_l bu sistemde T_y diye isimlendirdiğimiz ve dişlilerden aktarılan tork olan bir ara değere dönüşmüştür ve T_l bu yeni sisteme etkileyen yeni yük torku olmuştur.

T_{Bp} pervane milindeki sürtünme yüzünden kaybedilen tork ve T_p pervaneye etkileyen tork dersek:

$$T_p = T_y - T_{Bp} - T_l \quad (3.31)$$

$$T_y = B_K (\omega_m - \omega_p) + K(\theta_m - \theta_p) \quad (3.32)$$

$\theta_{rç}$ ve $\omega_{rç}$ redüktör çıkışıdaki açısal konum ve hız, θ_p ve ω_p ise pervanedeki açısal konum ve hız dersek, K 'yi pervane milindeki elastikiyet, B_K 'yi pervane milindeki iç sönüm, J_p 'yi pervanenin ataleti ve B_p 'yi pervane milindeki sürtünme olarak düşünersek;

$$T_p = K(\theta_{rç} - \theta_p) + B_K (\omega_{rç} - \omega_p) - T_{Bp} - T_l \quad (3.33)$$

$$J_p \dot{\omega}_p = B_K (\omega_m - \omega_p) + K(\theta_m - \theta_p) - B_p \omega_p - T_l \quad (3.34)$$

denklemini elde ederiz. Bu denklemi, sistemin, çevrim oranı $i_R = 1$ olan dişli takımından önceki kısmının denklemleri ile ilişkilendirerek sistemin modeli elde edilebilir.

$$J_m \dot{\omega}_m = \frac{i}{K_V} - B_m \omega_m - B_K (\omega_m - \omega_p) - K(\theta_m - \theta_p) \quad (3.35)$$

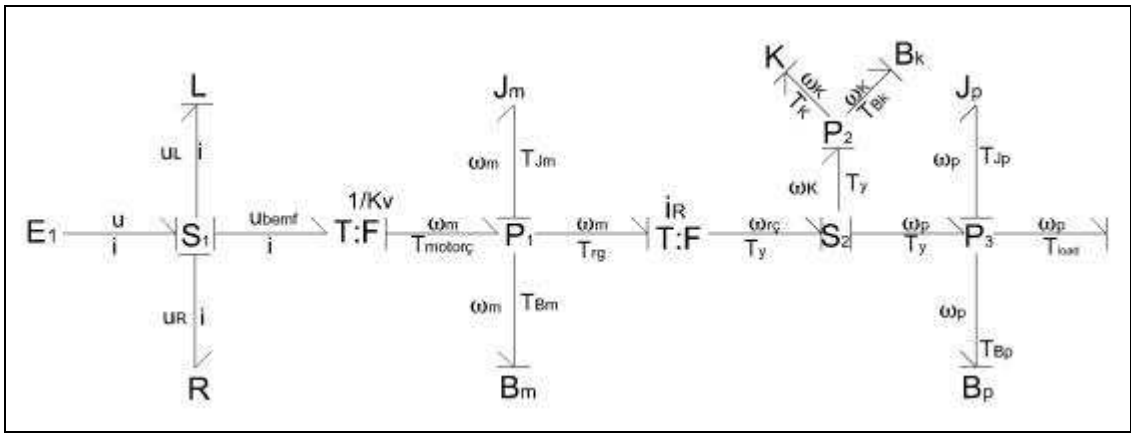
3.2.2.2 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Bağ-Grafik Yöntemiyle Modellenmesi

Bu sistemin modellenmesinde sistemdeki trafoların matrislerine dikkat edilmelidir. Ayrıca K ve B_k elemanları sisteme yerleştirilirken bir sadeleştirme işlemi gerçekleştirilmiştir (Şekil 3.7). Sistemde 2 adet trafo elemanı bulunmaktadır ve bunların katsayıları $1/K_V$ ve i_R 'dir. Bu trafoların matris şeklinde gösterimleri ise şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} u_{bemf} \\ T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/K_V \\ 1/K_V & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_m \\ T_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & i_R \\ i_R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{rg} \\ \omega_{rc} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Burada T_{rg} redüktör girişindeki torku, ω_{rc} ise redüktör çıkışındaki açısal hızı temsil etmektedir.



Şekil 3.7 DC motor, dişli ve pervanenin bağ-grafik modeli

Sistemin bağ-grafik modelinden elde edilen *simulink* modeli [Ek 2] de gösterilmiştir

3.2.2.3 DC Motor, Dişli ve Pervane Dinamiklerinin Bağ-Grafik Modelinden Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri

İlk yapmamız gereken durum değişkenleri ve girişleri belirlemektir:

Durum Değişkenleri:

$$\dot{i} = x_1, \dot{\omega}_m = x_2, \dot{T}_K = x_3, \dot{\omega}_p = x_4$$

Girişler:

$$u = u_1 \text{ ve } T_l = u_2$$

- i 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt}i = \frac{1}{L}u_L$$

$$u_L = u - u_R - u_{bemf}$$

$$u_R = R \cdot i$$

$$u_{bemf} = \frac{\omega_m}{K_v}$$

$$\frac{d}{dt}i = \frac{1}{L} \left(u - R \cdot i - \frac{\omega_m}{K_v} \right)$$

$$\frac{d}{dt}i = \frac{u}{L} - \frac{R \cdot i}{L} - \frac{\omega_m}{L \cdot K_v} \quad (3.38)$$

- ω_m 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt}\omega_m = \frac{1}{J_m}T_m$$

$$T_m = T_{motor} - T_{Bm} - T_{redüktörG}$$

$$T_{Bm} = B_m \cdot \omega_m$$

$$T_{redüktörG} = i_R \cdot T_{redüktörÇ}$$

$$T_{\text{redüktörG}} = (T_K + B_K (\omega_m i_R - \omega_p)) i_R$$

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{1}{J_m} \left(\frac{i}{K_v} - B_m \cdot \omega_m - (T_K + B_K (\omega_m i_R - \omega_p)) i_R \right)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{i}{J_m \cdot K_v} - \frac{\omega_m (B_m + i_R^2 B_K)}{J_m} + \frac{\omega_p i_R B_K}{J_m} - \frac{T_K i_R}{J_m} \quad (3.39)$$

- T_K 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} T_K = K \cdot \omega_K$$

$$\frac{d}{dt} T_K = K (\omega_m i_R - \omega_p) \quad (3.40)$$

- ω_p 'nin elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} \omega_p = \frac{1}{J_p} T_p$$

$$T_p = T_{\text{redüktörÇ}} - T_{Bp} - T_l$$

$$T_{\text{redüktörÇ}} = T_K + T_{BK}$$

$$T_{\text{redüktörÇ}} = T_K + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_p$$

$$T_{Bp} = B_p \omega_p$$

$$T_p = T_K + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_p - B_p \omega_p - T_l$$

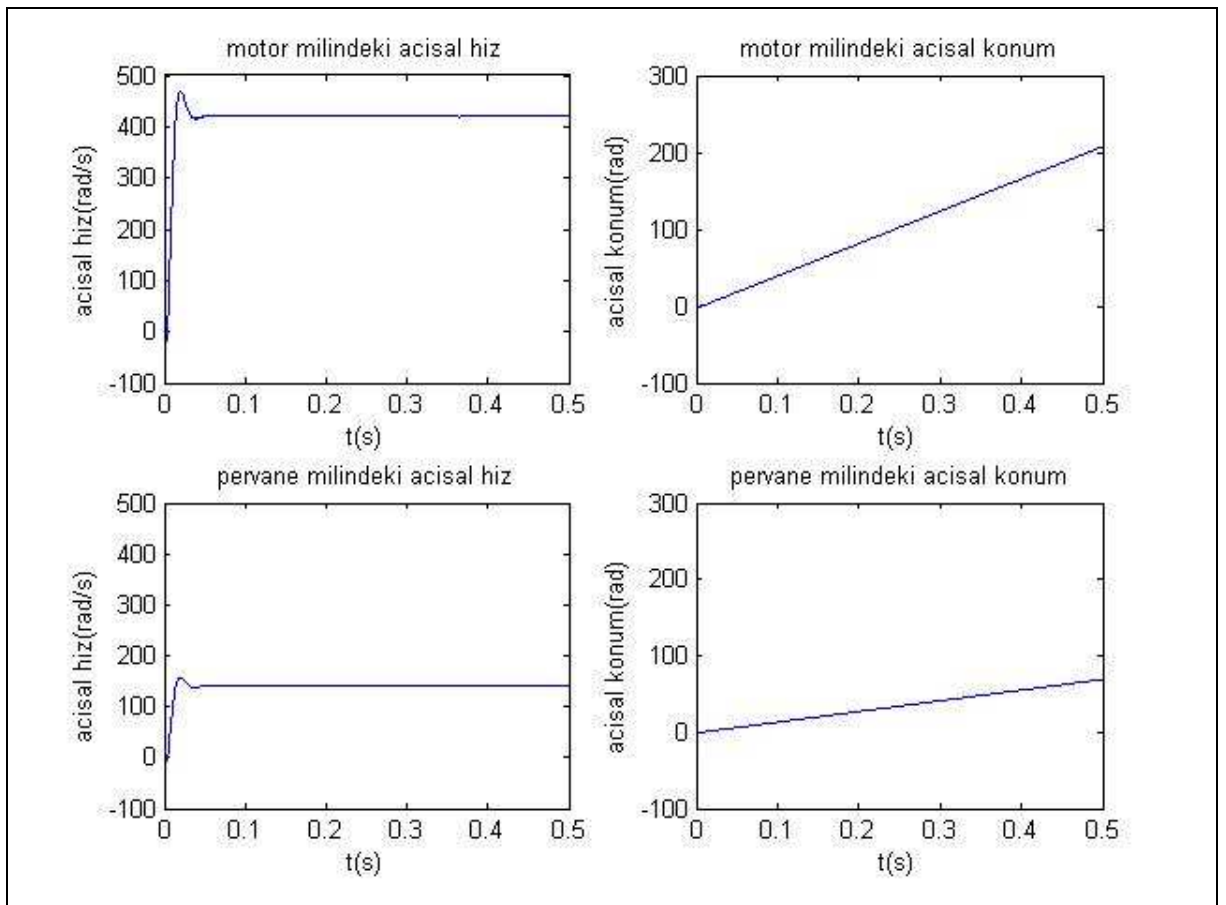
$$\frac{d}{dt} \omega_p = \frac{1}{J_p} (T_K + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_p - B_p \omega_p - T_l)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_p = \frac{T_K}{J_p} + \frac{B_K \omega_m i_R}{J_p} + \frac{\omega_p (B_K + B_p)}{J_p} - \frac{T_l}{J_p} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega}_m \\ \dot{T}_K \\ \dot{\omega}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \cdot K_v & 0 & 0 \\ 1/J_m K_v & (B_m + i_R^2 B_K)/J_m & -i_R/J_m & i_R B_K/J_m \\ 0 & K \cdot i_R & 0 & -K \\ 0 & B_K \cdot i_R/J_p & 1/J_p & (B_K + B_p)/J_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega_m \\ T_K \\ \omega_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1/J_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ T_l \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

3.2.2.4 DC Motor, Dişli ve Pervane Sisteminin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu

[Ek 2] 'de verilen modelin simülasyonu sonucu elde edilen açısal hız ve konum grafikleri Şekil 3.8 'de verilmiştir.



Şekil 3.8 $u=8V$ ve $T_l=1 Nm$ için motor ve pervane milinin açısal hızı ve konumları.

3.2.3 Dört Rotorlu Hava Aracının, Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Modelinin Dinamikleri

3.2.3.1 Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Yöntemi ile Modellenmesi

Bu sistem oldukça basit bir yapıya sahiptir ve sadece koordinat dönüşümlerini içermektedir (Şekil 3.9). Sistemde giriş olarak dört motorun ürettiği toplam kaldırma kuvvetleri ve sürükleme momentleri verilmiştir. Ayrıca yerçekimi etkisi de bir giriş olarak verilmiştir.

Girişler: $F_x, F_y, F_z, T_x, T_y, T_z, S_{f_x}, S_{f_y}, S_{f_z}$

Dört rotorlu hava araçlarının yapısını göz önüne bulduğumuzda, rotorların kaldırma kuvvetlerinin sadece Z_B yönünde etki ettiği ve bu sebeple F_x ve F_y kuvvetlerinin sıfır olduğunu görürüz. Ayrıca yerçekimi etkisini temsil eden $S_{f_x}, S_{f_y}, S_{f_z}$ üçlüsünde sadece S_{f_z} 'in bir değere sahip olduğu, diğer iki değer sıfır olduğu bilinmektedir.

Sistemde $\mathbf{A}_{B/E}$ olarak gösterilen bir adet modüleli trafo bulunmaktadır. Modüleli trafoların normal trafolardan farkı, katsayılarının değişken olmasıdır. $\mathbf{A}_{B/E}$ katsayısı burada daha önce rotasyon matrisi olarak bahsettiğimiz $\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi)$ matrisi ile aynıdır. Dolayısıyla bu modüleli trafonun katsayısı da matris biçimindedir. Bu tip katsayılara sahip trafo veya jiratorların denklem matrislerini yazarken, katsayının transpozunu da kullanmamız gerekmektedir:

$$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{A}_{B/E} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

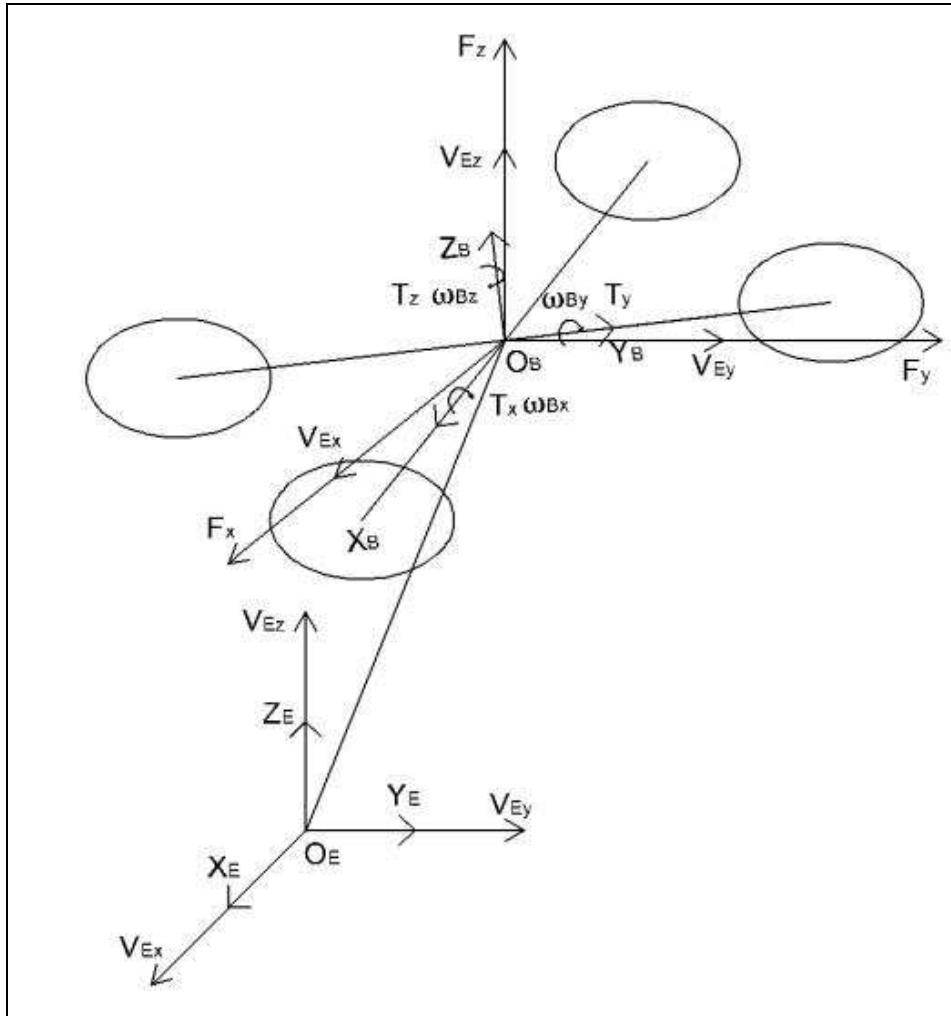
$$\mathbf{R}^T(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{A}_{B/E}^T = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ -\cos \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \phi \cos \psi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Görüldüğü üzere $\mathbf{A}_{B/E}$ dört pervaneli aracın dönme açıları olan ϕ, θ ve ψ 'ye bağlıdır. Bu sistemde $\mathbf{A}_{B/E}$ 'nin görevi aracın gövde koordinatlarına göre bulunan doğrusal hız ve kuvvetlerini, yer eksenini koordinatlarına dönüştürmektir. Açısal hız ve konumun yer eksenine dönüştürülmesine gerek yoktur, çünkü bu değerlerin gövde ekseninde tanımlanması daha

kullanışlı ve daha sık kullanılan bir yöntemdir.

$\mathbf{A}_{B/E}$ modüleli trafosunun katsayısı 3x3'lük bir matristir. Katsayının bir matris olmasından dolayı, bu katsayı trafo denkleminde gerektiği yerde transpoze edilip kullanılmalıdır. Katsayı matrisi kare formda olduğunda bu gözden kaçabilecek bir husus olsa da, matris kare formda olmadığına denklemde bir sorun olduğu açıkça görülebilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_B \\ \mathbf{F}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & [\mathbf{A}_{B/E}]^T \\ \mathbf{A}_{B/E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{V}_E \end{bmatrix} \quad (3.45)$$



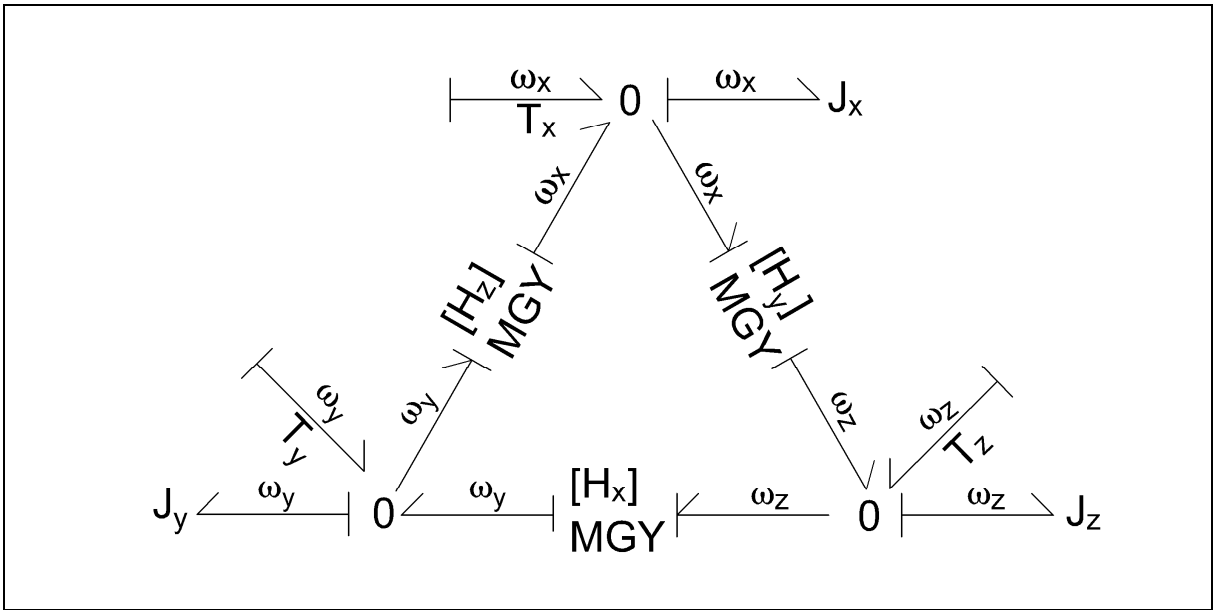
Şekil 3.9 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen modelinin yapısı.

Bu modeldeki çok önemli bir başka husus da *EJS*(*Eulerian Junction Structure*) olarak bilinen jirator elemanıdır (Şekil 3.10). Bu eleman, dört rotorlu hava aracına etkiyen ‘*coriolis*’ etkisini temsil eder. Jiratorün modelinde araç gövdesinin toplam ataletleri olan J_x, J_y ve J_z elemanları ve bu atalet elemanlarının aynı eksenlerdeki açısal hızlarla çarpılmasından elde edilen H_x, H_y ve H_z elemanları bulunur:

$$\begin{cases} H_x = J_x \cdot \omega_x \\ H_y = J_y \cdot \omega_y \\ H_z = J_z \cdot \omega_z \end{cases} \quad (3.46)$$

Coriolis etkisiyle oluşan momentler ise şu şekilde gösterilebilir:

$$\begin{cases} T_x = H_z \omega_y - H_y \omega_z \\ T_y = H_x \omega_z - H_z \omega_x \\ T_z = H_y \omega_x - H_x \omega_y \end{cases} \quad (3.47)$$

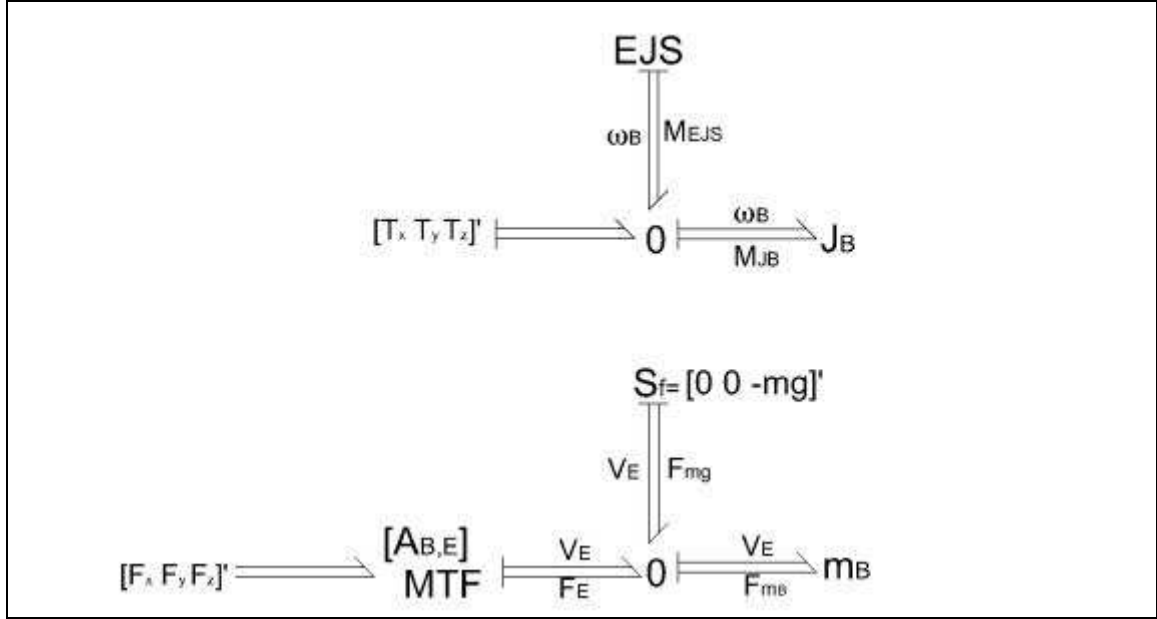


Şekil 3.10 EJS'nin bağ-grafik modeli.

Bu momentlerin açık formu ise şu şekildedir:

$$\begin{cases} T_x = J_z \omega_z \omega_y - J_y \omega_y \omega_z \\ T_y = J_x \omega_x \omega_z - J_z \omega_z \omega_x \\ T_z = J_y \omega_y \omega_x - J_x \omega_x \omega_y \end{cases} \quad (3.48)$$

Sistemin bütün bu noktalara dikkat edilerek elde edilen bağ-grafik modeli Şekil 3.11'de görülmektedir.



Şekil 3.11 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen sistemin açısız ve doğrusal hareketlerinin bağ-grafik modeli

3.2.3.2 Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Yöntemi ile Elde Edilen Durum-Uzay Denklemleri

Durum Değişkenleri:

$$\dot{V}_x = x_1, \dot{V}_y = x_2, \dot{V}_z = x_3, \dot{\omega}_x = x_4, \dot{\omega}_y = x_5, \dot{\omega}_z = x_6$$

Girişler:

$$F_z, T_x, T_y, T_z, S_{fz} = u_1 \dots u_5$$

$$\dot{V}_x = \frac{1}{m}((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi) + (\sin \phi \cdot \sin \psi))F_z \quad (3.49)$$

$$\dot{V}_y = \frac{1}{m}((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi) - (\sin \phi \cdot \cos \psi))F_z \quad (3.50)$$

$$\dot{V}_z = \frac{1}{m}((\cos \phi \cdot \cos \theta)F_z - m \cdot g) \quad (3.51)$$

$$\dot{\omega}_x = \frac{1}{J_x}(T_x + J_z \omega_y \omega_z - J_y \omega_y \omega_z) \quad (3.52)$$

$$\dot{\omega}_y = \frac{1}{J_y}(T_y + J_x \omega_x \omega_z - J_z \omega_x \omega_z) \quad (3.53)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{J_z}(T_z + J_y \omega_x \omega_y - J_x \omega_x \omega_y) \quad (3.54)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J_z - J_y}{J_x} \omega_z & \frac{J_z - J_y}{J_x} \omega_y \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_x - J_z}{J_y} \omega_z & 0 & \frac{J_x - J_z}{J_y} \omega_x \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_y - J_x}{J_z} \omega_y & \frac{J_y - J_x}{J_z} \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m}((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi) + (\sin \phi \cdot \sin \psi)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m}((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi) - (\sin \phi \cdot \cos \psi)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m}(\cos \phi \cdot \cos \theta) & 0 & 0 & 0 & 1/m \\ 0 & 1/J_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/J_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/J_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ S_{fx} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

3.2.3.3 Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu

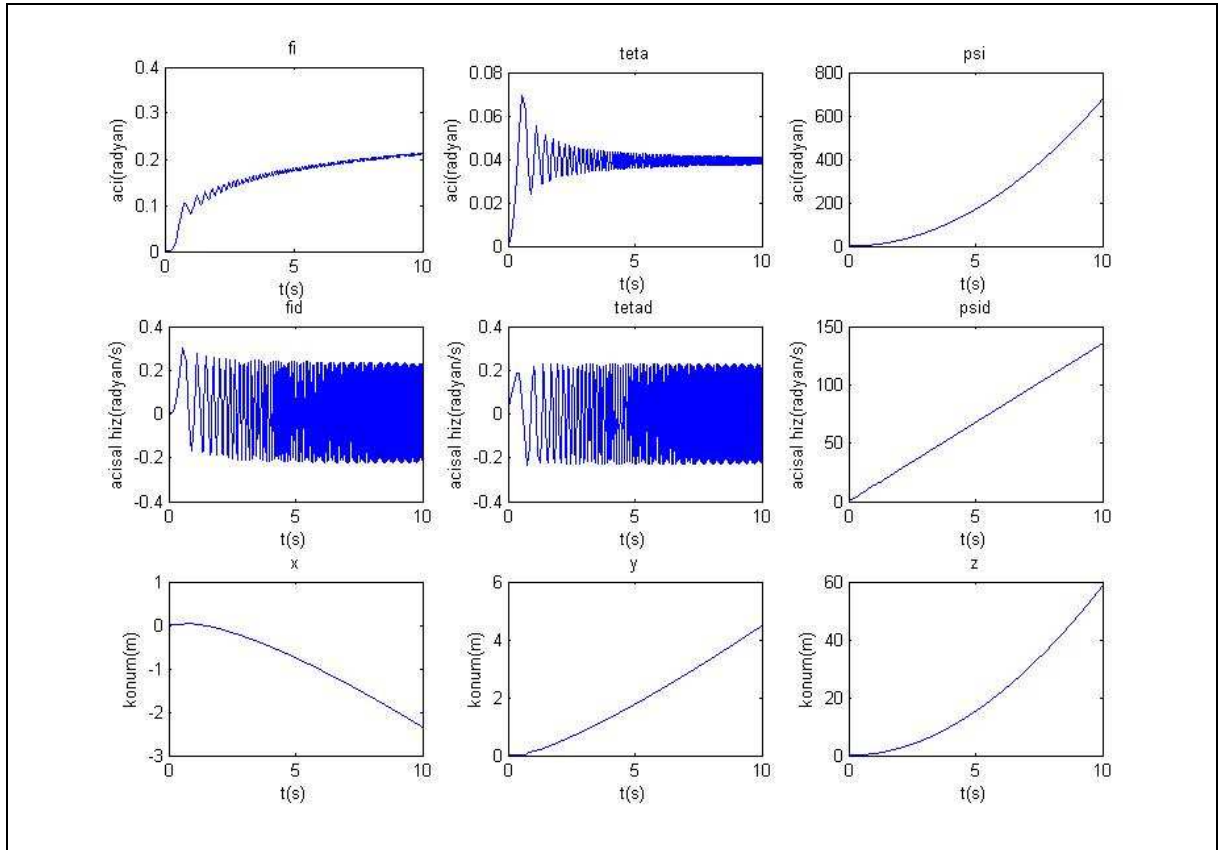
Sistem girişleri olarak

$$F_x = 0N, F_y = 0N, F_z = 30N$$

$$T_x = 0Nm, T_y = 0.05Nm, T_z = 2Nm$$

$$S_{fx} = 0, S_{fy} = 0, S_{fz} = -mg$$

alınırsa, [Ek 3]'deki *simulink* modelinin simülasyonu Şekil 3.12 'deki gibi olur.



Şekil 3.12 Motor Kuvvetleri Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyon Sonuçları.

3.2.4 Dört Rotorlu Hava Aracının, Motor Açısız Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Modelinin Dinamikleri

3.2.4.1 Motor Açısız Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ Grafik Yöntemi ile Modellenmesi

Bu sistem ile hava aracının tüm modeli arasındaki tek fark, bu sistemin motor dinamiklerini içermemesidir. Kuvvet girişli sistemde pervanelerin ürettiği kaldırma kuvveti ve torklar giriş olarak alınmıştır. Bu sistemde motorların ürettiği açısız hızlar, pervanelerin aerodinamik yapısına bağlı olarak araca etkiyen kaldırma kuvvetleri ve araca etkiyen torklara dönüşecektir.

Dört rotorlu hava aracının klasik yöntemle modellenmesinde, (3.12) ve (3.13) denklemlerinde pervanelerin aerodinamik yapıları ile belirlenen itme ve sürüklenme katsayıları b ve d 'den bahsedilmiştir. Bu katsayıların, rotor açısız hızlarının kareleri ile çarpımıyla itme kuvveti ve sürüklenme momentinin elde edildiğine değinilmiştir. Buradan yola çıkarak da (3.16) 'daki denklem takımı elde edilmiştir. Bu denklemlere göre rotorların hareketleri doğrusal kuvvetlere sadece z ekseninde etkimektedir:

$$\begin{bmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ F_{Bz} \end{bmatrix} = b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Aracın yalpalama, yunuslama ve sapma hareketlerini sağlayan şeyin, belli rotor çiftlerinin torklarının arasındaki farktan kaynaklandığına değinilmiştir. Yalpalama hareketi için 2. ve 4. rotorların hızları arasında fark oluşturmak gerekirken, yunuslama hareketi için 1. ve 3. rotorların hızları arasında bir fark oluşturmak gerekiyordu. Ayrıca rotorların hız farkından oluşan torkun, rotor merkezinin aracın ağırlık merkezine uzaklığı ile doğru orantılı olduğu da unutulmamalıdır. Sapma hareketi içinse aynı yönde dönen 1. ve 3. rotor ile 2. ve 4. rotorun hız toplamları arasında bir farka ihtiyaç duyuluyordu. Çünkü bu direk olarak rotorların ürettiği tork toplamlarını etkiliyordu. Tüm bunlar göz önüne alındığında rotordardan kaynaklanan aracın açısız hareketleri:

$$\begin{bmatrix} T_{Bx} \\ T_{By} \\ T_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -bl\omega_2^2 + bl\omega_4^2 \\ -bl\omega_1^2 + bl\omega_3^2 \\ -d\omega_1^2 + d\omega_2^2 - d\omega_3^2 + d\omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

şeklinde gösterilebilir.

Bunlar bağ-grafik sistemine daha rahat yerleştirebilmek için düzenlersek, önce rotorların açısal hızının karesini elde etmek gerekir. Daha sonra b, l ve d elemanlarından oluşan matrisler elde edilerek jiratorler oluşturulur. Bu jirator matrislerinin içine motorların açısal hızları çarpan olarak eklenirse, jiratorler modüleli jiratorlere (MGY) dönüşürler. Jirator matrisleri, açısal hareket için \mathbf{K}_r ve doğrusal hareket için \mathbf{K}_l olmak üzere:

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} 0 & -bl & 0 & bl \\ -bl & 0 & bl & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\mathbf{K}_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & b \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Mödüleli jirator matrisleri ise:

$$\mathbf{K}_{M_r} = \begin{bmatrix} 0 & -bl\omega_2 & 0 & bl\omega_4 \\ -bl\omega_1 & 0 & bl\omega_3 & 0 \\ -d\omega_1 & d\omega_2 & -d\omega_3 & d\omega_4 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

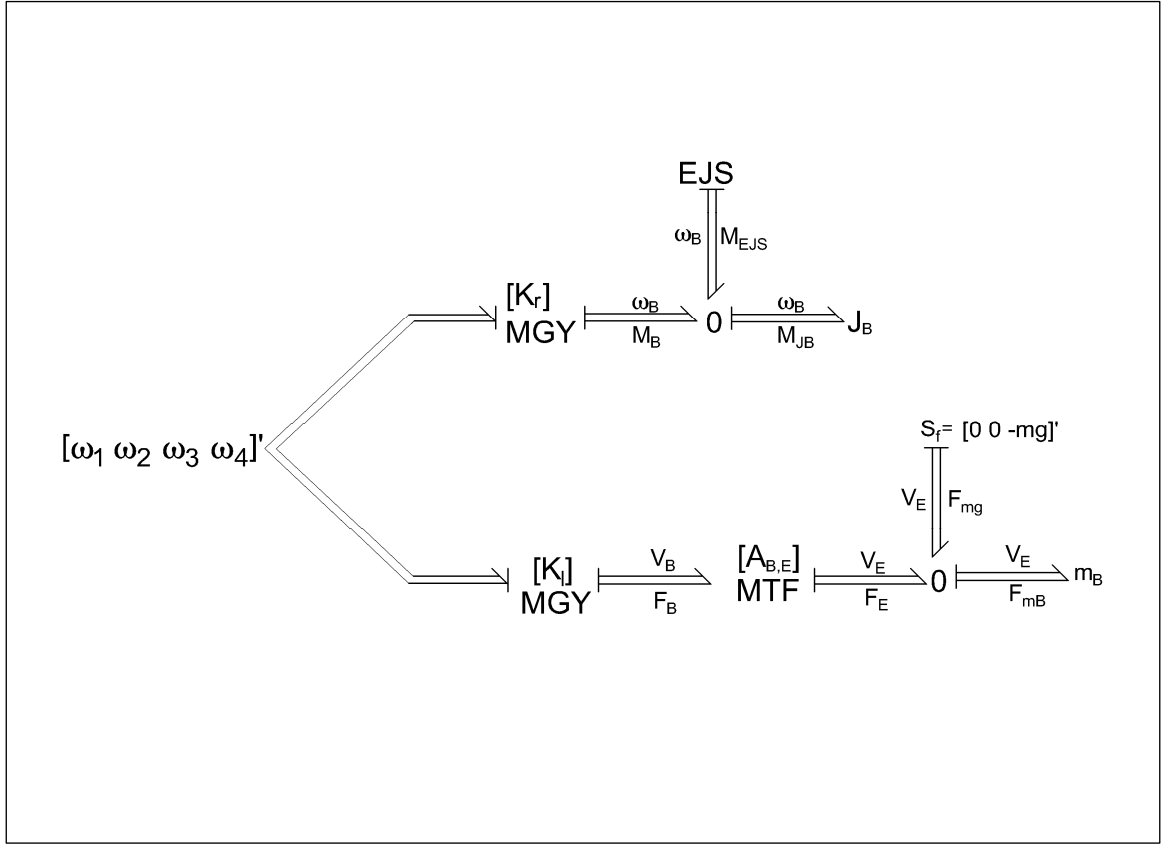
$$\mathbf{K}_{M_l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b\omega_1 & b\omega_2 & b\omega_3 & b\omega_4 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Bu matrisler yardımıyla jirator denklemlerini çıkarırsak:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{r_T} \\ \mathbf{T}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{K}_{M_r}^T \\ \mathbf{K}_{M_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{r_T} \\ \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\begin{bmatrix} T_{l_T} \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{K}_{M_l}^T \\ \mathbf{K}_{M_l} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{l_T} \\ \mathbf{V}_B \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Bu denklemler ile daha önce elde ettiğimiz kuvvet girişli sistemi birleştirirsek, açısal hız girişli sistemin bağ-grafik modelini elde etmiş oluruz (Şekil 3.13).



Şekil 3.13 Açısal hız giriшли sistemin bağ grafik modeli

3.2.4.2 Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ Grafik Yöntemi ile Elde Edilen Durum Uzay Denklemleri

Durum Değişkenleri:

$$V_{Ex}, V_{Ey}, V_{Ez} = x_1, x_2, x_3, \omega_{Bx}, \omega_{By}, \omega_{Bz} = x_4, x_5, x_6$$

Girişler:

$$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4 = u_1 \dots u_4; -mg = u_5$$

- $\dot{V}_{Ex}, \dot{V}_{Ey}, \dot{V}_{Ez}$ 'nin elde edilmesi:

$$\dot{V}_{Ex} = \frac{b}{m} ((\cos \phi \sin \theta \cos \psi) + (\sin \phi \sin \psi)) (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (3.64)$$

$$\dot{V}_{Ey} = \frac{b}{m} ((\cos \phi \sin \theta \sin \psi) - (\sin \phi \cos \psi))(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (3.65)$$

$$\dot{V}_{Ez} = \frac{b}{m} ((\cos \phi \cos \theta)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) - mg) \quad (3.66)$$

• $\dot{\omega}_{Bx}, \dot{\omega}_{By}, \dot{\omega}_{Bz}$ 'nin elde edilmesi:

$$\dot{\omega}_{Bx} = \frac{1}{J_x} (bl \cdot (\omega_4^2 - \omega_2^2) + J_z \omega_{By} \omega_{Bz} - J_y \omega_{By} \omega_{Bz}) \quad (3.67)$$

$$\dot{\omega}_{By} = \frac{1}{J_y} (bl \cdot (\omega_3^2 - \omega_1^2) + J_x \omega_{Bx} \omega_{Bz} - J_z \omega_{Bx} \omega_{Bz}) \quad (3.68)$$

$$\dot{\omega}_{Bz} = \frac{1}{J_z} (d \cdot (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) + J_y \omega_{Bx} \omega_{By} - J_x \omega_{Bx} \omega_{By}) \quad (3.69)$$

$$\alpha = ((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi) + (\sin \phi \cdot \sin \psi)), \quad (3.70)$$

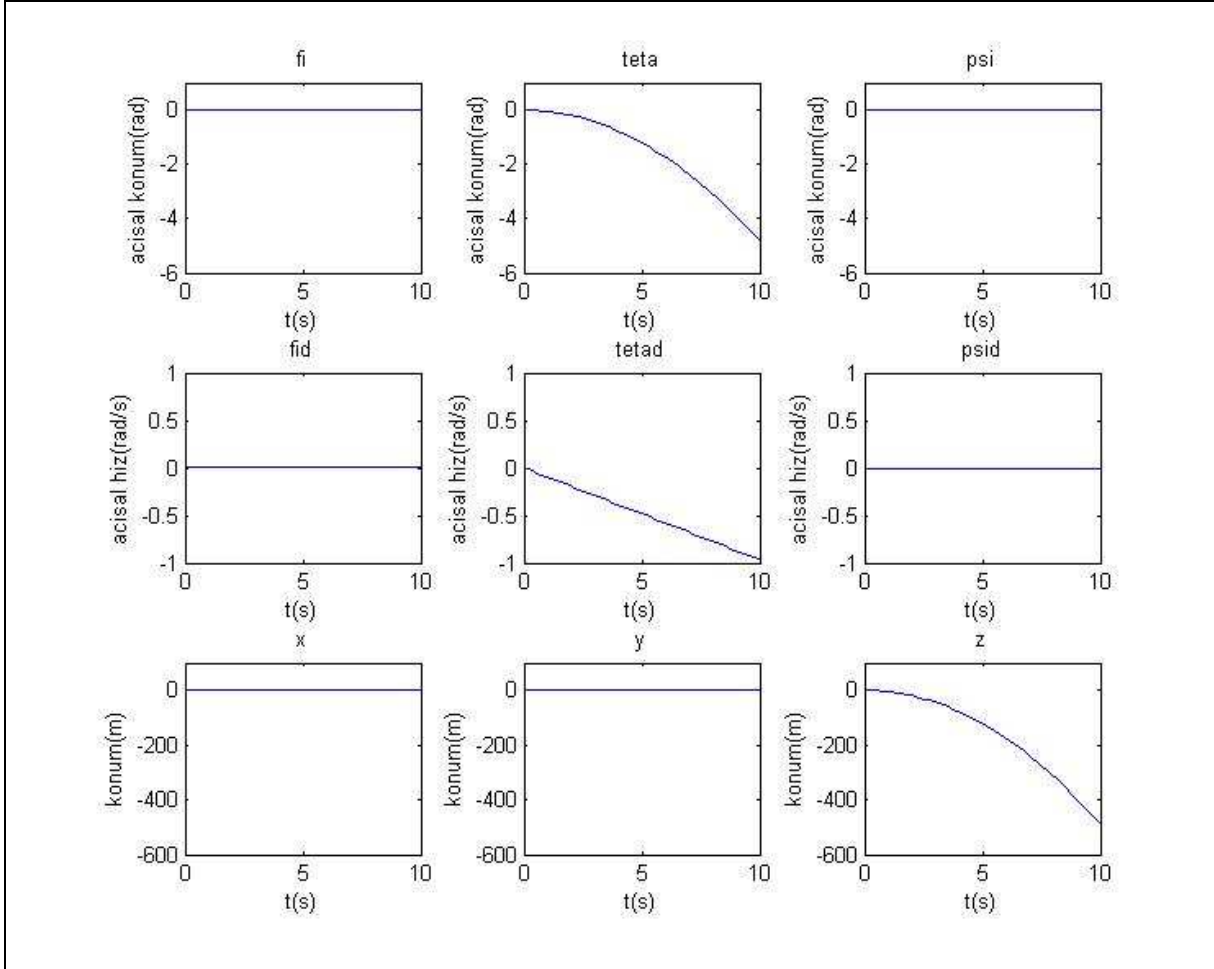
$$\beta = ((\cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi) - (\sin \phi \cdot \cos \psi)), \quad (3.71)$$

$$\gamma = (\cos \phi \cdot \cos \theta) \text{ dersek} \quad (3.72)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{Ex} \\ \dot{V}_{Ey} \\ \dot{V}_{Ez} \\ \dot{\omega}_{Bx} \\ \dot{\omega}_{By} \\ \dot{\omega}_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J_z - J_y}{J_x} \omega_{Bz} & \frac{J_z - J_y}{J_x} \omega_{By} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_x - J_z}{J_y} \omega_{Bz} & 0 & \frac{J_x - J_z}{J_y} \omega_{Bx} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J_y - J_x}{J_z} \omega_{By} & \frac{J_y - J_x}{J_z} \omega_{Bx} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Ex} \\ V_{Ey} \\ V_{Ez} \\ \omega_{Bx} \\ \omega_{By} \\ \omega_{Bz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha \omega_1 & \alpha \omega_2 & \alpha \omega_3 & \alpha \omega_4 & 0 \\ \beta \omega_1 & \beta \omega_2 & \beta \omega_3 & \beta \omega_4 & 0 \\ \gamma \omega_1 & \gamma \omega_2 & \gamma \omega_3 & \gamma \omega_4 & 1/m \\ 0 & -\frac{bl}{J_x} \omega_2 & 0 & \frac{bl}{J_x} \omega_4 & 0 \\ -\frac{bl}{J_y} \omega_1 & 0 & \frac{bl}{J_y} \omega_3 & 0 & 0 \\ -\frac{d}{J_z} \omega_1 & \frac{d}{J_z} \omega_2 & -\frac{d}{J_z} \omega_3 & \frac{d}{J_z} \omega_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

3.2.4.3 Motor Açısal Hızları Giriş Kabul Edilerek Elde Edilen Sistemin Bağ-Grafik Modelinin Simülasyonu

[Ek 4]'de verilen modelin simülasyonu sonucu elde edilen açısal hız, açısal konum ve konum grafikleri şekil 3.14'de verilmiştir.



Şekil 3.14 Motor açısal hızları giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ grafik modelinin simülasyon sonuçları

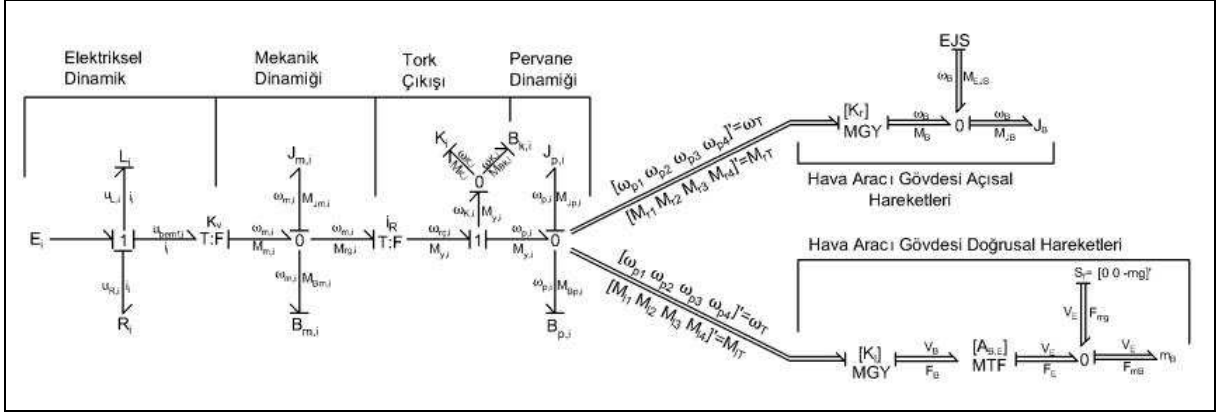
3.2.5 Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Dinamiği

3.2.5.1 Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Yöntemi ile Modellenmesi

Şimdiye kadar incelediğimiz alt sistemleri birleştirerek, hava aracının tüm modelini elde edebiliriz. Bu sistemleri birleştirirken DC motor, dişli ve pervane sisteminin çıkışını, açısal hız girişi sistemin girişi olarak vermek yeterlidir.

Modelde dikkat edilmesi gereken bir nokta dört adet rotorun tek bir model ile gösterilmiş

olduğudur. Motor çıkışında ise enerji bağları vektörel hale geçmiştir ve dört rotorun da açılmal hız ve moment bilgilerini taşımaktadır.



Şekil 3.15 Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik modeli.

3.2.5.2 Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Modelinden Çıkarılan Durum Uzay Denklemleri

Girişler: $u_1, u_2, u_3, u_4 = u_1 \dots u_4$; $-mg = u_5$

Durum Değişkenleri:

$$\dot{i}_{1..4} = x_1 \dots x_4$$

$$\dot{\omega}_{m1..4} = x_5 \dots x_8$$

$$\dot{T}_{K1..4} = x_9 \dots x_{12}$$

$$\dot{\omega}_{p1..4} = x_{13} \dots x_{16}$$

$$\dot{V}_{E1..3} = x_{17} \dots x_{19}$$

$$\dot{\omega}_{B1..3} = x_{20} \dots x_{22}$$

$n = 1 \dots 4$ olmak üzere,

- $i_{1..4}$ 'in elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} i_n = \frac{1}{L} u_{Ln}$$

$$u_{Ln} = u_n - u_{Rn} - u_{bemfn}$$

$$u_{Rn} = R \cdot i_n$$

$$u_{bemfn} = \frac{\omega_{mn}}{K_v}$$

$$\frac{d}{dt} i_n = \frac{1}{L} \left(u_n - R \cdot i_n - \frac{\omega_{mn}}{K_v} \right)$$

$$\frac{d}{dt} i_n = \frac{u_n}{L} - \frac{R \cdot i_n}{L} - \frac{\omega_{mn}}{L \cdot K_v}$$

$$\dot{i}_1 = -\frac{R}{L} i_1 - \frac{\omega_{m1}}{L \cdot K_v} + \frac{u_1}{L} \quad (3.74)$$

$$\dot{i}_2 = -\frac{R}{L} i_2 - \frac{\omega_{m2}}{L \cdot K_v} + \frac{u_2}{L} \quad (3.75)$$

$$\dot{i}_3 = -\frac{R}{L} i_3 - \frac{\omega_{m3}}{L \cdot K_v} + \frac{u_3}{L} \quad (3.76)$$

$$\dot{i}_4 = -\frac{R}{L} i_4 - \frac{\omega_{m4}}{L \cdot K_v} + \frac{u_4}{L} \quad (3.77)$$

- $\omega_{m1...4}$ 'ün elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} \omega_{mn} = \frac{1}{J_m} T_{mn}$$

$$T_{mn} = T_{motor\zeta n} - T_{Bmn} - T_{redüktörGn}$$

$$T_{Bmn} = B_{mn} \cdot \omega_{mn}$$

$$T_{motor\zeta n} = \frac{i_n}{K_v}$$

$$T_{redüktörGn} = i_R \cdot T_{redüktör\zeta n}$$

$$T_{redüktörGn} = (T_{Kn} + B_K (\omega_{mn} i_R - \omega_{pn})) i_R$$

$$\frac{d}{dt} \omega_{mn} = \frac{1}{J_m} \left(\frac{i_n}{K_v} - B_{mn} \cdot \omega_{mn} - (T_{Kn} + B_K (\omega_{mn} i_R - \omega_{pn})) i_R \right)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_{mn} = \frac{i_n}{J_m \cdot K_v} - \frac{\omega_{mn} (B_m + i_R^2 B_K)}{J_m} + \frac{\omega_{pn} i_R B_K}{J_m} - \frac{T_{Kn} i_R}{J_m}$$

$$\dot{\omega}_{m1} = -\frac{i_1}{J_m \cdot K_v} - \frac{B_m + B_K i_R^2}{J_m} \omega_{m1} - \frac{i_R}{J_m} T_{K1} + \frac{i_R B_K}{J_m} \omega_{p1} \quad (3.78)$$

$$\dot{\omega}_{m2} = -\frac{i_2}{J_m \cdot K_v} - \frac{B_m + B_K i_R^2}{J_m} \omega_{m2} - \frac{i_R}{J_m} T_{K2} + \frac{i_R B_K}{J_m} \omega_{p2} \quad (3.79)$$

$$\dot{\omega}_{m3} = -\frac{i_3}{J_m \cdot K_v} - \frac{B_m + B_K i_R^2}{J_m} \omega_{m3} - \frac{i_R}{J_m} T_{K3} + \frac{i_R B_K}{J_m} \omega_{p3} \quad (3.80)$$

$$\dot{\omega}_{m4} = -\frac{i_4}{J_m \cdot K_v} - \frac{B_m + B_K i_R^2}{J_m} \omega_{m4} - \frac{i_R}{J_m} T_{K4} + \frac{i_R B_K}{J_m} \omega_{p4} \quad (3.81)$$

- $T_{K1...4}$ 'ün elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} T_{Kn} = K \cdot \omega_{Kn}$$

$$\frac{d}{dt} T_{Kn} = K(\omega_{mn} i_R - \omega_{pn})$$

$$T_{K1} = K i_R \omega_{m1} - K \omega_{p1} \quad (3.82)$$

$$T_{K2} = K i_R \omega_{m2} - K \omega_{p2} \quad (3.83)$$

$$T_{K3} = K i_R \omega_{m3} - K \omega_{p3} \quad (3.84)$$

$$T_{K4} = K i_R \omega_{m4} - K \omega_{p4} \quad (3.85)$$

- $\omega_{p1...4}$ 'ün elde edilmesi:

$$\frac{d}{dt} \omega_{pn} = \frac{1}{J_p} T_{pn}$$

$$T_{pn} = T_{redüktörÇn} - T_{Bpn} - T_{Rotn} - T_{Linn}$$

$$T_{redüktörÇn} = T_{Kn} + T_{BKn}$$

$$T_{redüktörCn} = T_{Kn} + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_{pn}$$

$$T_{Bpn} = B_p \omega_{pn}$$

$$T_{pn} = T_{Kn} + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_{pn} - B_p \omega_{pn} - T_{Rotn} - T_{Linn}$$

$$\frac{d}{dt} \omega_p = \frac{1}{J_p} (T_K + B_K \omega_m i_R + B_K \omega_p - B_p \omega_p - T_{Rotn} - T_{Linn})$$

$$\frac{d}{dt} \omega_p = \frac{T_K}{J_p} + \frac{B_K \omega_m i_R}{J_p} + \frac{\omega_p (B_K + B_p)}{J_p} - \frac{T_{Rotn}}{J_p} - \frac{T_{Linn}}{J_p}$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{p1} &= \frac{B_K i_R}{J_p} \omega_{m1} + \frac{T_{K1}}{J_p} - \frac{B_K + B_p}{J_p} \omega_{p1} - \frac{b}{J_p} V_{E1} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \\ &- \frac{b}{J_p} V_{E2} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] - \frac{b}{J_p} V_{E3} \cos \phi \cos \theta + \frac{bl}{J_p} \omega_{B2} + \frac{d}{J_p} \omega_{B3} \end{aligned} \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{p2} &= \frac{B_K i_R}{J_p} \omega_{m2} + \frac{T_{K2}}{J_p} - \frac{B_K + B_p}{J_p} \omega_{p2} - \frac{b}{J_p} V_{E1} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \\ &- \frac{b}{J_p} V_{E2} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] - \frac{b}{J_p} V_{E3} \cos \phi \cos \theta + \frac{bl}{J_p} \omega_{B1} - \frac{d}{J_p} \omega_{B3} \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{p3} &= \frac{B_K i_R}{J_p} \omega_{m3} + \frac{T_{K3}}{J_p} - \frac{B_K + B_p}{J_p} \omega_{p3} - \frac{b}{J_p} V_{E1} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \\ &- \frac{b}{J_p} V_{E2} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] - \frac{b}{J_p} V_{E3} \cos \phi \cos \theta - \frac{bl}{J_p} \omega_{B2} + \frac{d}{J_p} \omega_{B3} \end{aligned} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{p4} &= \frac{B_K i_R}{J_p} \omega_{m4} + \frac{T_{K4}}{J_p} - \frac{B_K + B_p}{J_p} \omega_{p4} - \frac{b}{J_p} V_{E1} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \\ &- \frac{b}{J_p} V_{E2} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] - \frac{b}{J_p} V_{E3} \cos \phi \cos \theta - \frac{bl}{J_p} \omega_{B1} - \frac{d}{J_p} \omega_{B3} \end{aligned} \quad (3.89)$$

- $\dot{V}_{E1...3}$ 'ün elde edilmesi:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{Ex} &= \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \omega_{p1}^2 + \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \omega_{p2}^2 \\ &+ \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \omega_{p3}^2 + \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] \omega_{p4}^2 \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{E_y} &= \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] \omega_{p1}^2 + \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] \omega_{p2}^2 \\ &+ \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] \omega_{p3}^2 + \frac{b}{m} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] \omega_{p4}^2 \end{aligned} \quad (3.91)$$

$$\dot{V}_{E_z} = \frac{b}{m} \cos \phi \cos \theta \omega_{p1}^2 + \frac{b}{m} \cos \phi \cos \theta \omega_{p2}^2 + \frac{b}{m} \cos \phi \cos \theta \omega_{p3}^2 + \frac{b}{m} \cos \phi \cos \theta \omega_{p4}^2 - mg \quad (3.92)$$

- $\dot{\omega}_{B1\dots3}$ 'ün elde edilmesi:

$$\dot{\omega}_{Bx} = -\frac{bl}{J_x} \omega_{p2}^2 + \frac{bl}{J_x} \omega_{p4}^2 + \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_{By} \omega_{Bz} \quad (3.93)$$

$$\dot{\omega}_{By} = -\frac{bl}{J_y} \omega_{p1}^2 + \frac{bl}{J_y} \omega_{p3}^2 + \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_{Bx} \omega_{Bz} \quad (3.94)$$

$$\dot{\omega}_{Bz} = -\frac{d}{J_z} \omega_{p1}^2 + \frac{d}{J_z} \omega_{p2}^2 - \frac{d}{J_z} \omega_{p3}^2 + \frac{d}{J_z} \omega_{p4}^2 + \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_{Bx} \omega_{By} \quad (3.95)$$

Durum uzay matrisi oldukça büyük olduğu için parçalara ayrılarak verilmiştir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_{1...4} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{m1...4} \\ \dot{\mathbf{T}}_{K1...4} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{p1...4} \\ \dot{\mathbf{V}}_{E1...3} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{B1...3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} & \mathbf{A}_{24} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{A}_{34} & \mathbf{0}_{4 \times 3} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{A}_{42} & \mathbf{A}_{43} & \mathbf{A}_{44} & \mathbf{A}_{45} & \mathbf{A}_{46} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{A}_{54} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{A}_{64} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{1...4} \\ \boldsymbol{\omega}_{m1...4} \\ \mathbf{T}_{K1...4} \\ \boldsymbol{\omega}_{p1...4} \\ \mathbf{V}_{E1...3} \\ \boldsymbol{\omega}_{B1...3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0}_{4 \times 5} \\ \mathbf{0}_{4 \times 5} \\ \mathbf{0}_{4 \times 5} \\ \mathbf{B}_5 \\ \mathbf{0}_{3 \times 5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ -mg \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R/L \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} -1/L \cdot K_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L \cdot K_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/L \cdot K_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/L \cdot K_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} -1/J_m K_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/J_m K_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/J_m K_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/J_m K_v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} -(B_m + B_K i_R^2)/J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(B_m + B_K i_R^2)/J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(B_m + B_K i_R^2)/J_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(B_m + B_K i_R^2)/J_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{23} = \begin{bmatrix} -i_R/J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i_R/J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i_R/J_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i_R/J_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{24} = \begin{bmatrix} i_R B_K / J_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i_R B_K / J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_R B_K / J_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_R B_K / J_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{32} = \begin{bmatrix} K \cdot i_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K \cdot i_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K \cdot i_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K \cdot i_R \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{34} = \begin{bmatrix} -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{42} = \begin{bmatrix} B_K i_R / J_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_K i_R / J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_K i_R / J_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_K i_R / J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{43} = \begin{bmatrix} 1/J_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/J_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{44} = \begin{bmatrix} -(B_K + B_p)/J_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(B_K + B_p)/J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(B_K + B_p)/J_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(B_K + B_p)/J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{45} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] & -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] & -\frac{b}{J_p} \cos \phi \cos \theta \\ -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] & -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] & -\frac{b}{J_p} \cos \phi \cos \theta \\ -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] & -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] & -\frac{b}{J_p} \cos \phi \cos \theta \\ -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] & -\frac{b}{J_p} [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] & -\frac{b}{J_p} \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{46} = \begin{bmatrix} 0 & bl/J_p & d/J_p \\ bl/J_p & 0 & -d/J_p \\ 0 & -bl/J_p & d/J_p \\ -bl/J_p & 0 & -d/J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{54} = \begin{bmatrix} \frac{b}{m} R_{13} & \frac{b}{m} R_{13} & \frac{b}{m} R_{13} & \frac{b}{m} R_{13} \\ \frac{b}{m} R_{23} & \frac{b}{m} R_{23} & \frac{b}{m} R_{23} & \frac{b}{m} R_{23} \\ \frac{b}{m} R_{33} & \frac{b}{m} R_{33} & \frac{b}{m} R_{33} & \frac{b}{m} R_{33} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -mg \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{64} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{bl}{J_x} \omega_{p2} & 0 & \frac{bl}{J_x} \omega_{p4} \\ -\frac{bl}{J_y} \omega_{p1} & 0 & \frac{bl}{J_y} \omega_{p3} & 0 \\ -\frac{d}{J_z} \omega_{p1} & \frac{d}{J_z} \omega_{p2} & -\frac{d}{J_z} \omega_{p3} & \frac{d}{J_z} \omega_{p4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{66} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_{Bz} & \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_{By} \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_{Bz} & 0 & \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_{Bx} \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_{By} & \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_{Bx} & 0 \end{bmatrix}$$

3.2.5.3 Dört Rotorlu Hava Aracının Tamamının Bağ-Grafik Yöntemi ile Çıkarılan Modelinin Simülasyonu

[Ek 5] ‘teki modelin simülasyonu, aşağıda verilen değerler eşliğinde yapılmıştır ve sonuçlar Şekil 3.16’te görülebilir.

$$I_x = 7.4 * 10^{-2} Nms^2, I_y = 7.4 * 10^{-2} Nms^2, I_z = 14.8 * 10^{-2} Nms^2$$

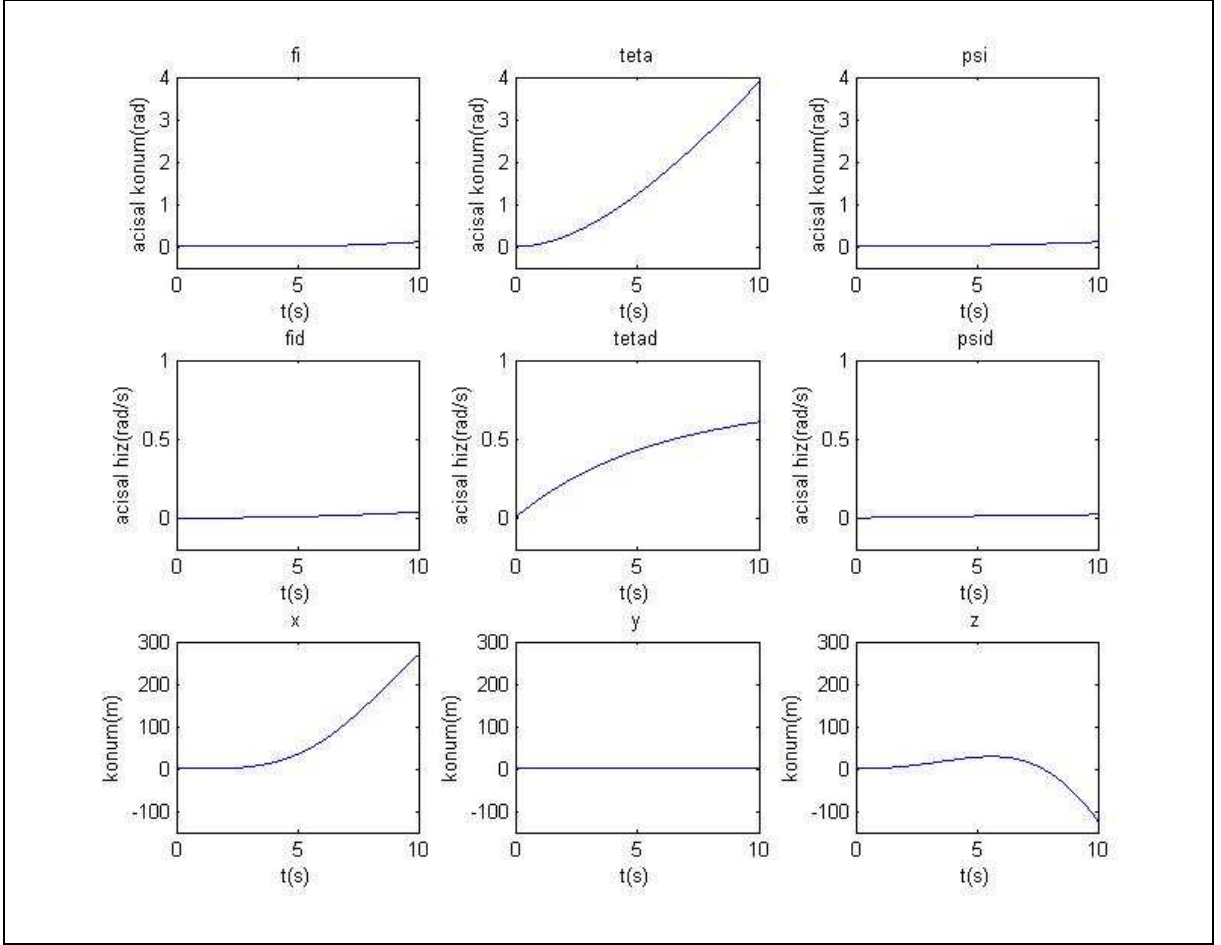
$$g = 9.81m/s^2, m = 2.7kg, l = 0.55m, i_R = 1/3, K_v = 83.76Rad/Vs$$

$$R = 0.036\Omega, L = 5 * 10^{-4} H, b = 54.2 * 10^{-6} Ns^2, d = 1.1 * 10^{-6} Nms^2$$

$$J_m = 1.1 * 10^{-6} Nms^2, J_p = 72.8 * 10^{-6} Nms^2, K = 250$$

$$B_m = 0.0014, B_p = 0.0014, B_k = 0.005$$

$$u_1 = 19.98V, u_2 = u_3 = u_4 = 20V$$

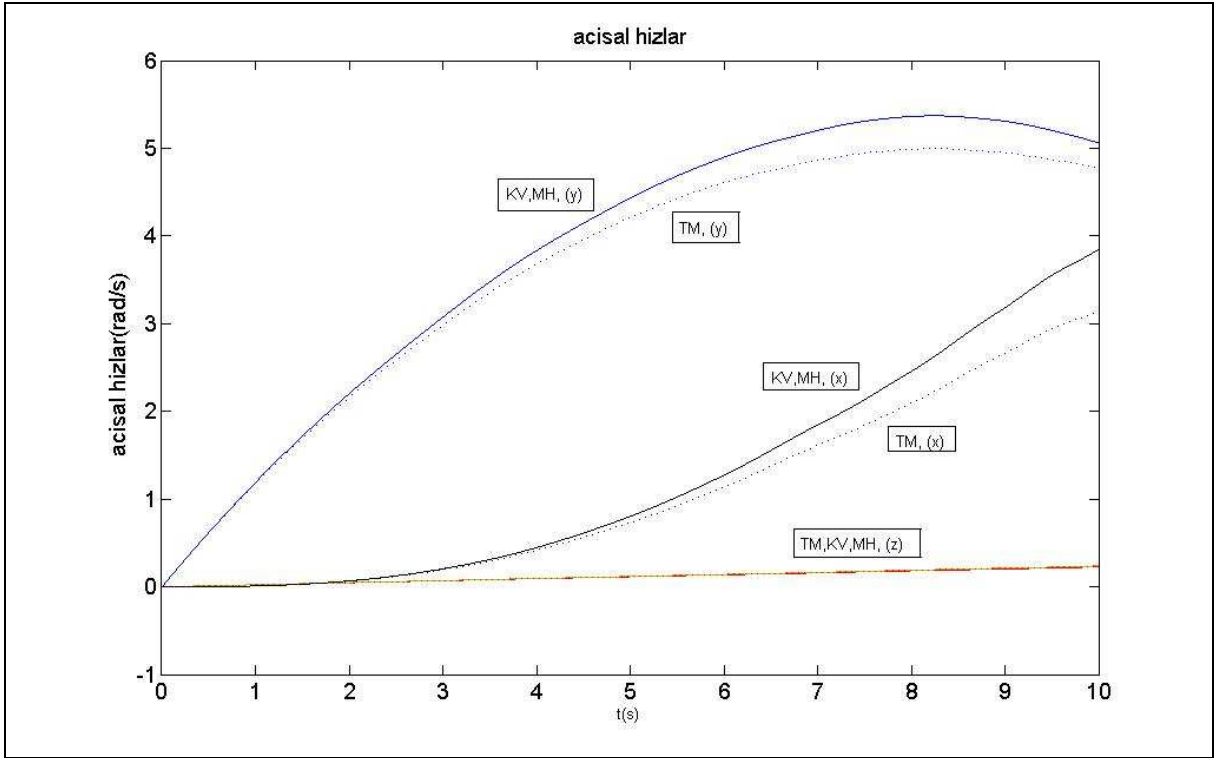


Şekil 3.16 Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik yoluyla elde edilmiş modelinin simülasyonu.

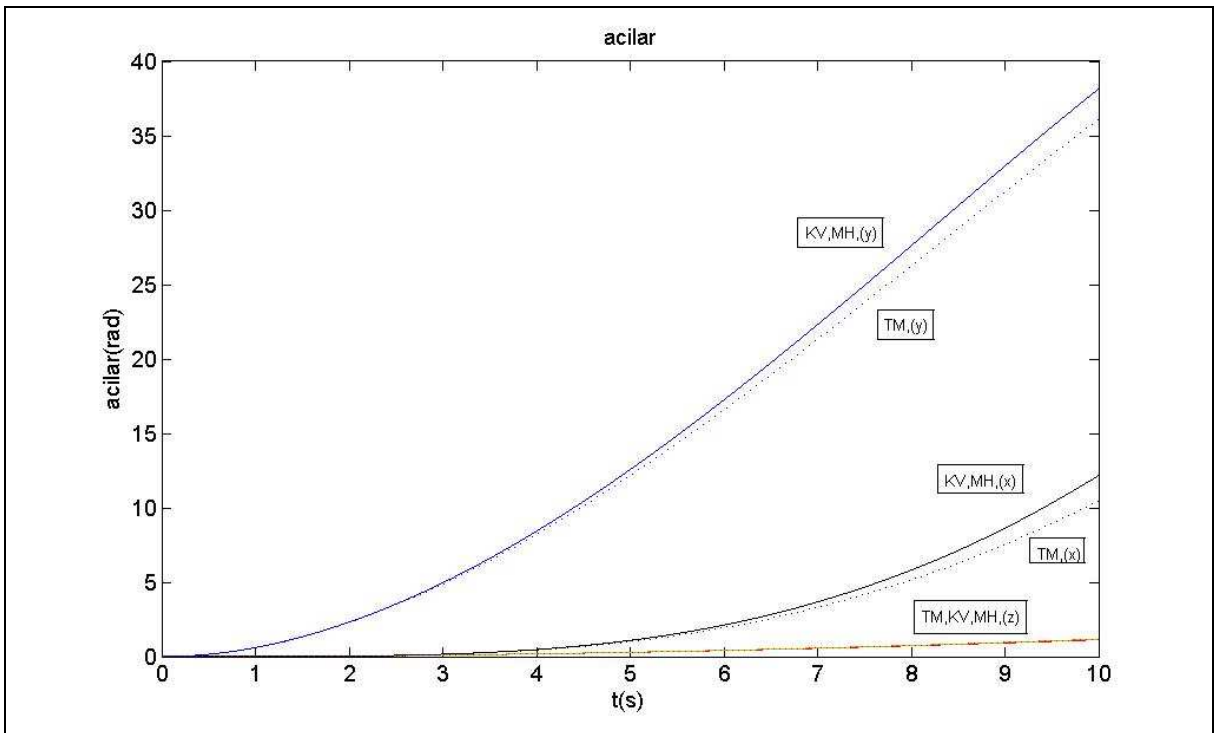
Grafiklerden görüldüğü üzere, hava aracı önce düzgün bir hareket sergilemekte ancak bir süre sonra sisteme kontrol uygulanmadığı için sürekli kendi etrafında dönmekte ve sonuçta yere düşmektedir.

3.2.6 Tüm Model, Açısal Hız Girişli Model ve Kuvvet Girişli Modelin Sistem Cevaplarının Karşılaştırılması

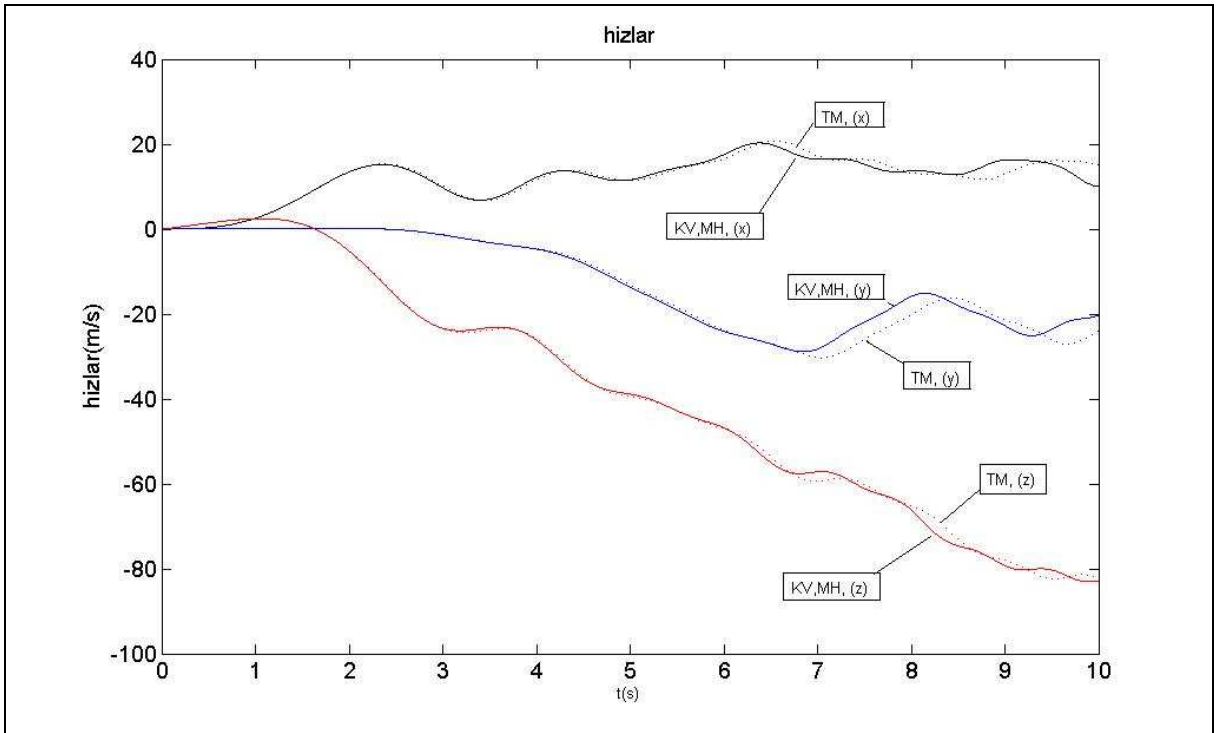
Daha önce incelediğimiz üç farklı sistemin açısal hız, açısal konum, doğrusal hız ve doğrusal konumlarının karşılaştırılması sırasıyla şekil 3.17, 3.18, 3.19 ve 3.20’de görülmektedir. Bu grafiklerde TM tüm modeli, KV kuvvet girişli modeli, MH ise açısal hız girişli modeli temsil etmektedir.



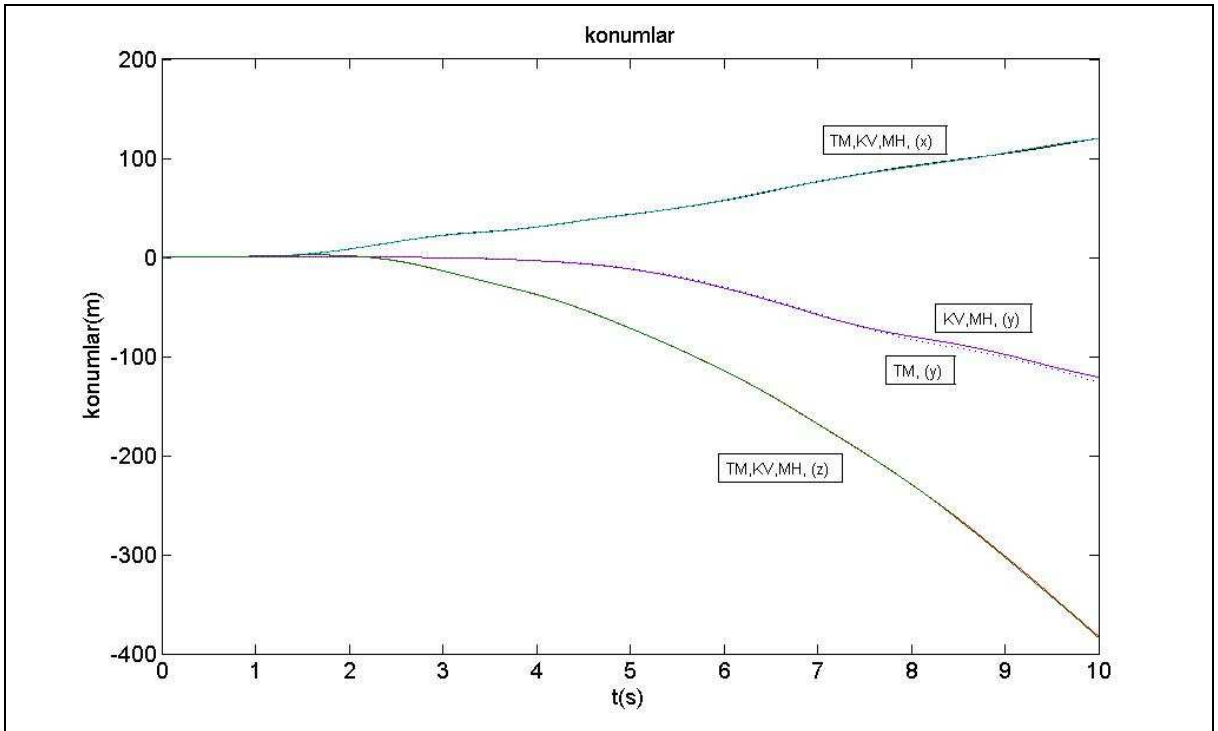
Şekil 3.17 Üç farklı modelin açısal hız cevaplarının karşılaştırılması



Şekil 3.18 Üç farklı modelin açısal konum cevaplarının karşılaştırılması



Şekil 3.19 Üç farklı modelin doğrusal hız cevaplarının karşılaştırılması



Şekil 3.20 Üç farklı modelin doğrusal konum cevaplarının karşılaştırılması

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

İnsansız hava araçlarının bir tipi olarak dört rotorlu hava araçları üzerinde halen çalışma yapılan konulardandır ve bu çalışmada da sistemin modellenmesi üzerinde durulmuştur. Bağ grafik yöntemi disiplinler arası sistemler için ideal ve doğrudan bir yöntem olup sonuçta da durum denklemleri elde edildiğinden kontrol tasarımı ve analiz için tercih edilebilir. Dolayısıyla bu çalışmada dört rotorlu hava aracı için tam modelin yanında, düşük dereceli modeller üretilmiştir ki bunların hepsinin çıkışı hava aracının uzaysal hareketleridir. Fakat giriş olarak birinci modelde motor tahrik voltajları dikkate alınırken, ikincide motor hızları ve üçüncüde motorların sebep olduğu uzaysal kuvvet ve momentler kabul edilmiştir. Dolayısıyla tüm modelde 22x22 bir sistem matrisi elde edilmişken diğer iki modelde 6x6 sistem matrisleri elde edilmiş ve bunların birbiriyle uyumu teyit edilmiştir.

Bu çalışmada seçilen parametrelerin iyileştirilmesi, çalışmayı iyileştirme yönünde yapılacak en iyi adım olacaktır. Parametrelerdeki değişiklikler sistemin çalışma hızını arttırıp, sistem üzerinde çok daha fazla denemeler yapılabilmesini sağlayacaktır. Ayrıca elde edilen bağ-grafik modeline kontrol uygulanarak simülasyonlardan çok daha doğru bir çıkış alınabilir.

Bağ-grafik modelinden elde durum-uzay denklemlerinin simülasyonu ve bunların klasik durum-uzay yöntemiyle karşılaştırılması da gelecekte yapılabilecek bir araştırma konusudur.

Dört rotorlu hava aracının bağ-grafik modeli ve bu modelden elde edilmiş olan durum-uzay denklemleri, gelecekte yapılacak konuyla ilgili çalışmalar için faydalı bir kaynak olacaktır. Çalışmada bağ-grafik yöntemi ilk kez dört rotorlu hava araçlarına uygulanmıştır.

KAYNAKLAR

Allen, R.R., (1979), "Multiport Representation of Inertia Properties of Kinematic Mechanisms", *Journal of Franklin Institute*, 308(3): 235-253.

Allen, R.R., (1981), "Dynamics of Mechanism and Machine Systems in Accelerating Reference Frames", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103, pp. 395-403.

Bouabdallah S.ve Siegwart R., (2005) "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor", *Proceedings of the 2005 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 2005*.

Breedveld, P. C., (1982), "The Thermodynamic Bond Graph Concept Applied to a Flapper-Nozzle Valve", *Bond Graph Modeling and Interactive Simulation'82 10th Imacs Congress Montreal and Ifac/Ifip Madrid'82*.

Dixhoorn, J. J. V., (1982), "Physical Modeling on Thermodynamic Basic Using Bond Graph Concept", *Bond Graph Modeling and Interactive Simulation'82 10th Imacs Congress Montreal and Ifac/Ifip Madrid'82*

Kalidindi, S.R.ve Perera, W.G., (1990), "MSR Acoustic Vibrations Due to the Hp and Lp Tube Bundle and Cavity Interactions Using Bond Graph Model", *Applied Acoustics*, 30, pp. 303-320.

Karnopp, D.C.ve Rosenberg, R.C., (1975), *System Dynamics: A Unified Approach*, Wiley, New York

Karnopp, D.C. ve Rosenberg, R.C., (1983), *Introduction to Physical System Dynamics*, Mc Graw Hill. Inc., New York.

Margolis, D.L.ve Karnopp, D.C., (1979), "Bond Graph for Flexible Multibody Systems", *Journal of Dynamic Systems*, 101, pp. 50-57.

Rosenberg, R.C., (1971), "State Space Formulation for Bond Graph Models of Multiport Systems", *Trans. ASME Journal Dyn. Sys. Meas. Control* 93. Ser. G., pp. 35-40.

Sağırlı A., (1996), "Bond Graf Yöntemiyle Döner Vinçlerin Modellenmesi ve Dinamik Davranışların Analizi", *Doktora Tezi*

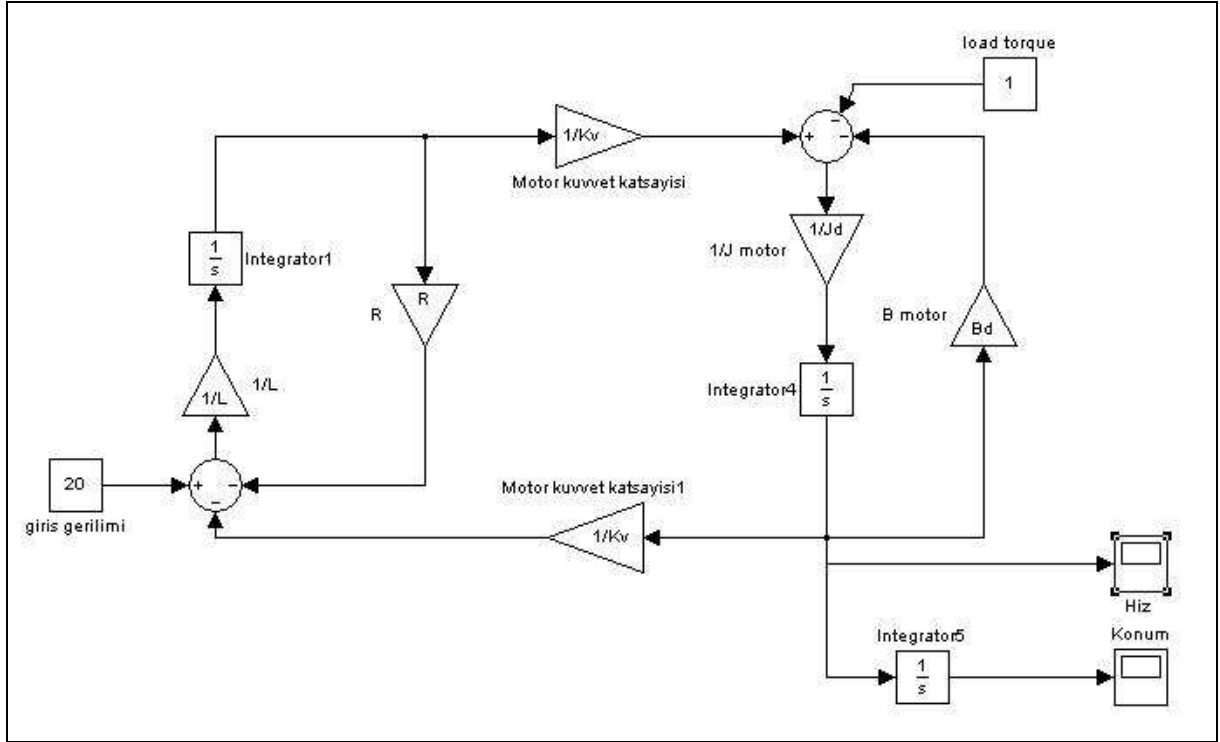
Thoma, J.U., (1971), "Bond Graph for Thermal Energy Transport and Entrophy Flow", *Journal Franklin Institute*, August, pp. 109-120.

Tiernego, M.J.L., Dixhoorn, J.J.V., (1978), "Three-Axis Platform Simulation: Bond Graph and Lagrangian Approach".

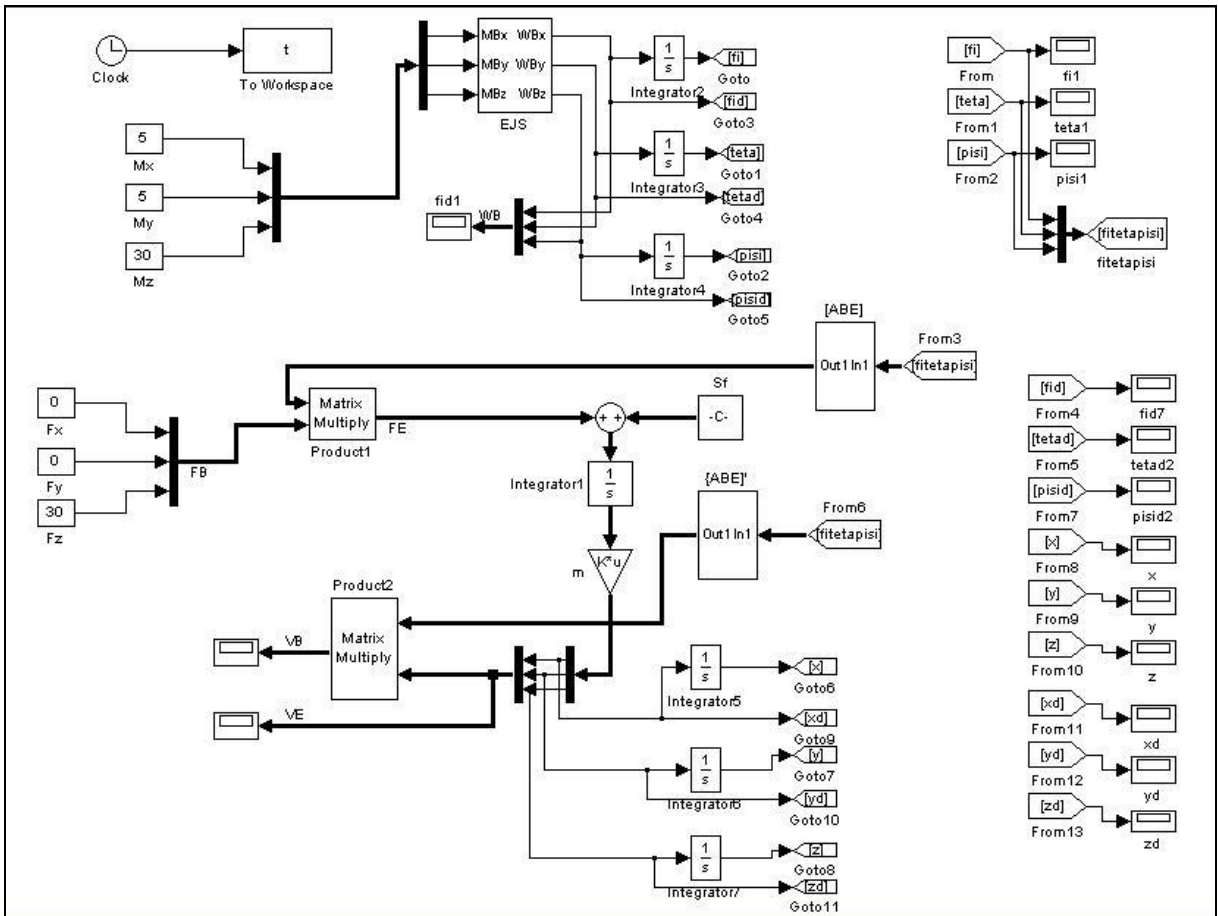
EKLER

- Ek 1 DC Motorun bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli
- Ek 2 DC Motor,dişli ve pervane sisteminin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli
- Ek 3 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli
- Ek 4 Motor açısai hızları giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli
- Ek 5 Dört rotorlu hava aracının tamamının bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli

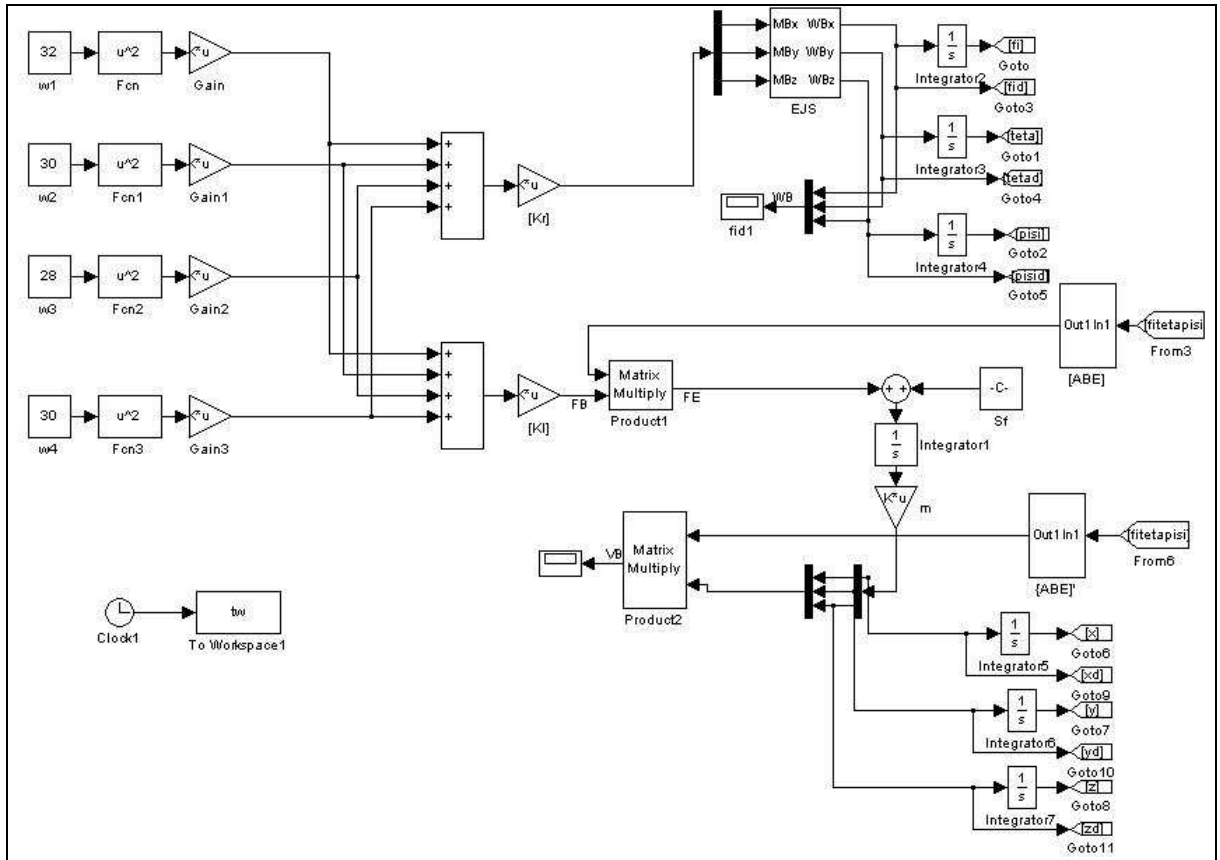
Ek 1 DC Motorun bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli



Ek 3 Motor kuvvetleri giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli



Ek 4 Motor açısai hızları giriş kabul edilerek elde edilen sistemin bağ-grafik yöntemi ile elde edilen simulink modeli



ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	20.09.1985	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1996-2003	Yeşilköy 50.Yıl Anadolu Lisesi
Lisans	2003-2007	Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fak. Makine Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2007-	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Müh. Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve Kontrol Programı