

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TERSİNE MÜHENDİSLİK İLE ÜÇ BOYUTLU
CİSİMLERDEN GRAFİK MODELLER İÇİN VERİ ELDESİ**

Makine Mühendisi Murat ÇETİNEL

**FBE Makine Mühendisliği Anabilim Dalı İmal usulleri Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Erhan Altan

İSTANBUL, 2008

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÖNSÖZ.....	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tersine Mühendislik İçin Veri Toplama Yöntemleri	4
1.1.1 Temaslı Veri Toplama Yöntemleri.....	4
1.1.2 Temassız Veri Toplama Yöntemleri.....	5
2. TERSİNE MÜHENDİSLİKTE FOTOGRAMETRİ.....	9
2.1 Fotoğraflama Cihazları	11
2.1.1 Metrik Kameralar	11
2.1.2 Stereometrik Kameralar.....	11
2.1.3 Amatör Kameralar	12
3. ENDÜSTRİYEL FOTOGRAMETRİ	13
3.1 Endüstriyel Fotogrametrinin Faktörleri	13
3.1.1 Fotogrametrinin Endüstrideki Faydaları.....	13
3.1.2 Veri Toplama Yöntemleri.....	14
3.1.3 Kamera Pozisyonlandırılması ve Ağ Tasarımı	14
3.1.4 Hedef Belirleme.....	15
3.1.5 Ölçüm Prosedürleri.....	16
3.2 Endüstriyel Fotogrametri Örnekleri.....	16
3.2.1 Havacılık ve Uçak Sanayi.....	17
3.2.2 Otomotiv Endüstrisi.....	17
3.2.3 Endüstriyel Boru Sistemleri.....	18
4. GÖRÜNTÜNÜN TEMEL ÖĞELERİ VE EŞLEŞME	19
4.1 Geometrik Özellik Elemanlarının Eşleştirilmesi	19
4.1.1 Fotometrik Özellik Elemanlarından Geometrik Temel Ögelere	21
4.1.2 Yerel ve Global Görüntü Deformasyonları	22
4.2 Yerel Deformasyon Modelleri.....	24
4.2.1 Görüntü Tanım Kümesinin Dönüşümleri	24
4.2.2 Yoğunluk Değerinin Dönüşümleri	26
4.3 Nokta Özelliklerinin Eşleştirilmesi	27
4.3.1 Küçük Baz: Özellik İzleme ve Optik Akış	29
4.3.2 Büyük Baz: Afın Modeli ve Normalleştirilmiş Çapraz-Korelasyon	34
4.3.3 Nokta Özelliği Seçimi	36
4.4 Çizgi Özelliklerinin İzlenmesi.....	39
4.4.1 Kenar Özellikleri ve Kenar Algılama.....	40

4.4.2	Kenar Elemanlarının Bileşimi: Çizgi Uydurma	41
4.4.3	Çizgi Parçalarının İzlenmesi ve Eşleştirilmesi	43
5.	KALİBRE EDİLMİŞ İKİ GÖRÜNÜMDEN SAHNENİN YENİDEN OLUŞTURULMASI	45
5.1	Epipolar Geometri	46
5.1.1	Epipolar Kısıt ve Temel Matris	46
5.1.2	Temel Matrisin Basit Özellikleri	50
5.2	Temel Yeniden Oluşturma Algoritmaları	55
5.2.1	8-nokta Doğrusal Algoritması	55
5.2.2	Öklit Kısıtları ve Yapının Yeniden Oluşturulması	65
5.2.3	En İyi Poz ve Yapı	67
5.3	Düzlemsel Sahneler ve Homografi	74
5.3.1	Düzlemsel Homografi	75
5.3.2	Düzlemsel Homografi Matrisinin Tahmin Edilmesi	78
5.3.3	Düzlemsel Homografi Matrisinin Ayrıştırılması	81
5.3.4	Temel Matris ve Homografi Arasındaki İlişkiler	87
6.	FOTOGRAMETRİK YÖNTEM İLE 3B MODELİN ELDE EDİLMESİ	90
6.1	3B Model Oluşturulması Esnasındaki Basamaklar	91
6.1.1	Özellik Elemanlarının Seçilmesi	91
6.1.2	Özellik Elemanlarının Eşleştirilmesi	103
6.1.3	Temel Matrisin Elde Edilmesi	108
6.1.4	Hedef Noktaların 3B Uzayda Yerleştirilmesi	109
6.2	Fotogrametrik Yöntem ile 3B Modelleme Uygulamaları	110
6.3	Endüstriyel Hedef Noktalarının Kullanım Uygulaması	118
7.	SONUÇLAR	124

KAYNAKLAR

ÖZGEÇMİŞ

SİMGE LİSTESİ

Küme Teorisi ve Mantık Sembolleri

\cap	$S_1 \cap S_2$, iki kümenin kesişimi
\cup	$S_1 \cup S_2$, iki kümenin birleşimi
\doteq	Bir sembolün tanımı
\exists	$\exists s \in S, P(s)$, S kümesinin bir s elemanı mevcuttur ve $P(s)$ önermesi doğrudur
\forall	$\forall s \in S, P(s)$, S kümesinin her bir s elemanı için $P(s)$ önermesi doğrudur
\in	$s \in S$, s , S kümesinin bir elemanıdır
\Leftrightarrow	$P \Leftrightarrow Q$, P ve Q önermeleri birbirlerini içerirler
$ $	$P Q$, P önermesi, Q durumunu tutar
\setminus	$S_1 \setminus S_2$, S_1 kümesinin S_2 kümesinden farkı
\subset	$S_1 \subset S_2$, S_1, S_2 'nin bir alt kümesidir
$\{s\}$	s benzeri elemanlardan oluşan bir küme
\rightarrow	$f : D \rightarrow R$, f , D 'den R 'ye değerler alır
\mapsto	$f : x \rightarrow y$, f , x 'in içindeki bir elemandan y 'nin içindeki bir elemana değerler alır
\circ	$f \circ g$, f ve g 'nin değerlerinin bileşimi

Kümeler ve Doğrusal Uzay

\mathbb{C}	Kompleks sayılar
\mathbb{C}^n	n boyutlu kompleks doğrusal uzay
E^3	Üç boyutlu Öklit uzayı
H	Tüm dörtdeylerin kümesi
$P^n = \mathbb{R}P^n$	n boyutlu reel izdüşümsel uzay
\mathbb{R}	Reel sayılar kümesi
\mathbb{R}^n	n boyutlu reel doğrusal uzay
\mathbb{R}_+	Negatif olmayan reel sayılar kümesi
\mathbb{Z}	Tam sayılar kümesi
\mathbb{Z}_+	Negatif olmayan tam sayılar kümesi

Transformasyon Grupları

$A(n) = A(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n 'deki reel afin grup; $A(n)$ içerisindeki bir eleman, $A \in GL(n)$ ve $b \in \mathbb{R}^n$ olan bir (A, b) çiftidir. Bu eleman bir $X \in \mathbb{R}^n$ noktası üzerinde $AX + b$ şeklinde hareket eder
$GL(n) = GL(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n 'deki reel genel doğrusal grup; $n \times n$ tersinir matris kümesi olarak tanımlanabilir
$O(n) = O(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n üzerindeki reel ortogonal grup; eğer $U \in O(n)$ ise $U^T U = I$ 'dir

$SE(n) = SE(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n üzerindeki reel özel Öklid grubudur; $SE(n)$ içerisindeki bir eleman, $R \in SO(n)$ ve $T \in \mathbb{R}^n$ olan bir (R, T) çiftidir. Bu eleman bir $X \in \mathbb{R}^n$ noktası üzerinde $RX + T$ şeklinde hareket eder
$SL(n) = SL(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n üzerindeki reel özel doğrusal grup; $n \times n$ reel matrislerinin determinantı olarak tanımlanabilir
$SO(n) = SO(n, \mathbb{R})$	\mathbb{R}^n üzerindeki reel özel ortogonal grup; eğer $R \in SO(n)$ ise $R^T R = I$ ve $\det(R) = 1$

Vektör Uzay İşlemleri

$\det(M)$	M kare matrisinin determinantıdır
$\langle u, v \rangle \in \mathbb{R}$	İki vektörün iç çarpımıdır; $\langle u, v \rangle = u^T v$
$\ker(M)$	Kernel'in (hiçlik uzayı) doğrusal haritasıdır
$null(M)$	Bir M matrisinin hiçlik uzayıdır
$range(M)$	Bir M matrisinin aralık veya uzunluğudur
$span(M)$	Bir M matrisinin sütun vektörleri tarafından uzatılmış bir alt uzayıdır
$trace(M)$	Kare M matrisinin izidir. Tüm köşegenlerinin toplamı bazen, $tr(M)$ kısaltması ile gösterilebilir
$rank(M)$	Bir M matrisinin rankıdır
$\hat{u} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	$u \in \mathbb{R}^3$ vektörüne bağlı, 3×3 , aykırı simetrik matristir
$M^s \in \mathbb{R}^{mn}$	$M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ matrisinin istiflenmiş versiyonudur. Tüm sütunların bir vektör içine istiflenmesi ile elde edilir
$M^T \in \mathbb{R}^{n \times m}$	$M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ matrisinin devriğidir
$M_1 \otimes M_2$	İki matris veya vektörün Kronecker (tensör) çarpımıdır
S^\perp	Bir alt uzay S 'in ortogonal tümleyenidir. Bilgisayar görüşü bağlamında, sıklıkla, eş görüntüyü anlatır
$S_1 \oplus S_2$	İki doğrusal alt uzay S_1 ve S_2 'nin direk toplamıdır
$u \sim v$	Homojen eşitlik; iki vektör veya matris u ve v 'nin bir skaler faktör oranında eşitliğidir
$u \times v \in \mathbb{R}^3$	İki 3B vektörün çapraz çarpımıdır
$\ \cdot\ $	Bir vektörün standart iki normudur. $\ v\ = \sqrt{v^T v}$ aynı zamanda $\ \cdot\ _2$ olarak da gösterilir

Uzaydaki Temel Geometriler

X	Bir p noktasının, uzaydaki koordinatlarıdır $X = [X, Y, Z]^T$. Homojen gösterim ile $X = [X, Y, Z, 1]^T \in \mathbb{R}^4$ olur
X_i^j	j. kamera koordinat çerçevesine göre j. noktanın koordinatlarıdır. $X^j(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır

X_i	i. kamera koordinat çerçevesine göre bir noktanın koordinatlarıdır. $X(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır
$p \in E^3$	Uzayda genel (soyut) bir noktadır
$L \subset E^3$	Uzayda genel (soyut) 1B noktadır
$P \subset E^3$	Uzayda genel (soyut) 2B yüzeydir

Görüntülerdeki Temel Geometrilere

x	Görüntü düzlemindeki bir nokta görüntüsünün (x, y) koordinatlarıdır. Homojen formda; $x = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$ 'tür
x^\perp	Bir x nokta görüntüsünün eş görüntüsüdür ve tipik olarak \hat{x} ile gösterilir
x_i	Bir noktanın i. görüntüsünün koordinatlarıdır. $x(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır
x_i^j	Bir j noktasının, i. kamera koordinat çerçevesine göre i. noktasının koordinatlarıdır. $x^j(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır
l	Bir doğrunun eş görüntüsünün koordinatlarıdır. Homojen formda; $l = [a, b, c]^T \in \mathbb{R}^3$ ve bu doğru üzerindeki her x görüntü noktası için $l^T x = 0$
l^\perp	Bir doğrunun görüntüsüdür ve \hat{l} ile gösterilir
l_i	Bir doğrunun i. eş görüntüsünün koordinatlarıdır ve $l(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır
l_i^j	j. doğrunun i. eş görüntüsünün koordinatlarıdır ve $l^j(t_i)$ 'nin kısaltmasıdır

Kamera Hareketi

(ω, ν)	$\omega \in \mathbb{R}^3$, açısal hız ve $\nu \in \mathbb{R}^3$, çizgisel hız
(R, T)	Rijit gövde hareketi: $R \in SO(3)$, rotasyon ve $T \in \mathbb{R}^3$, yer değiştirme
(R_i, T_i)	i. kameradan ilk kameraya gerçekleşen rijit gövde hareketi
(R_{ij}, T_{ij})	i. kameradan, j. kameraya gerçekleşen rijit gövde hareketi
$g \in SE(3)$	Özel öklit transformasyonu

Bilgisayarla Görme Matrisleri

$\Pi \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$	\mathbb{R}^3 ten \mathbb{R}^2 'ye genel bir 3x4 projeksiyon matrisi
$\Pi_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$	\mathbb{R}^3 ten \mathbb{R}^2 'ye standart bir 3x4 projeksiyon matrisi
$E \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Temel (Essential) matris
$F \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Esas (Fundamental) matris
H	Homografi matrisi
$K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Kamera kalibrasyon matrisi
M	Çoklu görüntü matrisi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Tersine mühendislik temel faz dönüşümü akış diyagramı. [25]	2
Şekil 1.2 Tersine mühendislikte kullanılan veri toplama teknikleri. [25]	4
Şekil 2.1 Fotogrametrik ölçüm prosesinin gösterimi [35]	10
Şekil 3.1 Yüksek yansıma özelliklerine sahip hedef noktalar. [10]	16
Şekil 4.1 İki görüntü arasındaki eşlenik noktalar. [16]	20
Şekil 4.2 Yerel fotometrik bilgiye dayalı eşleştirme. [16]	20
Şekil 4.3 Afın ve ötelenme modelleri. [16]	25
Şekil 4.4 Açıklıktan gözlemlenebilen hareket	31
Şekil 4.5 Bir x köşe özelliği, yerel kenarların kesişimidir. [16]	37
Şekil 4.6 Harris özellik dedektörünün verdiği yanıtta bir örnek. [16]	39
Şekil 4.7 Orijinal görüntü, gradyan büyüklüğü ve algılanan kenar pikselleri. [16]	41
Şekil 4.8 İki boyuttaki bir çizginin parametreleştirilmesi	42
Şekil 4.9 Kenar algılama ve çizgi uydurma sonuçları [16]	43
Şekil 4.10 Kenar izleme örneği sonuçları. [16]	44
Şekil 5.1 Epipolar kısıtın geometrik değerlendirmesi.	48
Şekil 5.2 3B noktalar, epipolar çizgiler ve epipoller arasındaki ilişki	50
Şekil 5.3 Kamera koordinat sistemleri ikilisi, $(1,2)$ ve $(1,2')$ aynı temel matrisi oluşturur	55
Şekil 5.4 İki görünümdeki, sekiz adet karşılık gelen görüntü noktası ikilisi. [16]	57
Şekil 5.5 F matrisinin temel uzay üzerindeki izdüşümü [16]	58
Şekil 5.6 Gürültülü bir görüntü çifti $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$ 'den çıkan ışınlar	67
Şekil 5.7 İki gürültülü görüntü noktası, $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$. \tilde{l}_2 , d_2 ve d_1 geometrik uzaklığı tanımları.	72
Şekil 5.8 Doğrusal olmayan optimizasyon ile iyileştirme. [16]	73
Şekil 5.9 Tekrar izdüşüm hatası sadece epipolar düzlem P 'nin konumuna bağlı olan bir fonksiyondur.	74
Şekil 5.10 P düzlemi üzerindeki 3B bir p noktasının iki görüntüsü olan $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3$	77
Şekil 5.11 Rotasyonel homografiden mozaik. [16]	79
Şekil 5.12 S_1 ve S_2 ile gösterilen iki alt uzay adayı. [16]	83
Tablo 5.1 Düzlemsel homografi ayrışması için dört çözüm	84
Şekil 5.13 Algoritma 5.2'nin gerçek görüntülerin üzerindeki kullanımına dair örnekler. [16]	87
Şekil 5.14 Homografiden temel matrise geçiş	89
Diyagram 6.1 3B model oluşturulması akış diyagramı	92
Şekil 6.1 Harris algoritması ile küplerin köşelerinin tespit edilmesi	93
Şekil 6.2 Şekil 6.1'de kullanılan aynı üç küpün farklı bir bakış açısından elde edilen özellik elemanları	94
Şekil 6.3 Üç adet küreden oluşan sahne üzerinde Harris köşe detektörü ile elde edilmiş noktalar.	95
Şekil 6.4 Şekil 6.3'te kullanılan aynı kürelerin farklı bir bakış açısından edilen özellik elemanları	95
Şekil 6.5 Görüntü üzerinde özellik elemanlarını bulmak için Harris köşe detektörü algoritması kullanılmıştır.	96
Şekil 6.6 Bir insan yüzünün farklı görünüşleri üzerinde Canny kenar detektörü algoritması uygulaması.	97
Şekil 6.7 Hedef noktalar yapılandırılmış bir ölçüm parçası görülmektedir	98
Şekil 6.8 Günümüzde kullanılmakta olan hedef nokta örnekleri	99
Şekil 6.9 Farklı bakış açılarından elde edilmiş, hedef kürelerden oluşmuş sahneler	99

Şekil 6.10 Sahnedeki mevcut hedef küreleri tespit edebilmek ve merkezlerini işaretleyebilmek için “CircularHough_Grd.m” Matlab kodu kullanılmıştır. Sonuç kırmızı noktalar ile görülmektedir.....	100
Şekil 6.11 “TargetPointDetection.m” programı sonucunda, tabip edilerek tespit edilen hedef noktalar.	107
Şekil 6.12 “PointCloudDetection.m” programı sonucunda, tabip edilerek tespit edilen özellik elemanları.....	107
Şekil 6.13 “Camera Calibration Toolbox for Matlab” programında kullanılan kalibrasyon tahtası ve kalibrasyon esnasından görüntüler.	108
Şekil 6.14 Matlab ortamında yazılmış olan ara yüz programı.....	109
Şekil 6.15 Teorik uygulamada kullanılan sahne görüntüsü.....	110
Şekil 6.16 elde edilen özellik noktaları ve hedef noktaların 3B uzaydaki görüntüsü.	111
Şekil 6.17 “ReverseEngineering.fig” ara yüzü kullanılarak elde edilen 3B noktalar ile CATIA modelleme yazılımı ile yüzey örülmesi.	111
Şekil 6.18 Fotogrametrik yöntem ile 3B modeli elde edilecek imalat parçası.....	112
Şekil 6.19 3B modeli elde edilecek imalat parçası üzerine projektör ile yansıtılan kare patern görünümü.	113
Şekil 6.20 Temel matrisin hesaplanmasında kullanılacak yardımcı hedef noktalar için tasarlanan düzenek.	114
Şekil 6.21 Ölçüm esnasında kullanılan elemanlar ve ölçüm süreci.	114
Şekil 6.22 Ölçülecek imalat parçası ile oluşturulan sahne ve hedef küre merkezlerinin tespit edilmesi.	115
Şekil 6.23 Ölçüm parçası üzerinde yakalanan özellik noktaları ve bu noktaların 3B uzaydaki görüntüleri.....	116
Şekil 6.24 Elde edilen nokta bulutunun orijinal model ile karşılaştırılması.....	117
Şekil 6.25 Elde edilen nokta bulutu ile Catia modelleme yazılımında yüzey örülmesi.....	117
Şekil 6.26 Bisiklet kaskı üzerine yapıştırılan endüstriyel hedef noktalar.....	118
Şekil 6.27 Hedef noktalar yapıştırılmış ölçüm objesinin ortam ışığı altındaki davranışı.	119
Şekil 6.28 ReverseEngineering.fig programı kullanılarak yakalanan özellik elemanları.	120
Şekil 6.29 Mevcut ölçüm sahnesinin fotoğraflanması.....	120
Şekil 6.30 Takip edilen ilk ve son görüntüler üzerinde belirlenen özellik elemanları.	121
Şekil 6.31 Modelleme yazılımına aktarılan 3B nokta bulutu.	121
Şekil 6.32 Elde edilen nokta bulutu ile CATIA ortamında yüzey örülmesi.....	122

ÖNSÖZ

Özellikle, yaratıcı mühendislik bakış açısı ile bıkmadan usanmadan bana yol gösteren, görmek için nasıl bakmak gerektiğini öğreten değerli öğretmenim Prof. Dr. Erhan Altan'a;

Yorulup tıkanığında, bana her zaman yardım elini uzatan, destek olup sıkıntılarımı paylaşan, meslektaşım Şeyda Kavak'a;

Hiçbir zaman benden yardımlarını esirgemeyen, bir ağabey gibi bana destek olan, yol gösteren Abdurrahman Akarçay'a;

Ve son olarak her zaman yanımda olan, moral veren sevgili annem Bihterin Çetinel'e teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZET

Klasik anlamda mühendislik; bir sistemin, ürünün ya da bir yapının tasarımını, üretimini ve devamlılığını sağlayan süreçler bütünü, uzmanlık alanı ve iş koludur. Mühendislik süreçleri, bir sistem ya da ürünün, soyut anlamda tasarımı ile başlar. Daha sonra bu tasarım, teknik veriler, çizimler, malzeme bilgileri ve model üretimi gibi çeşitli işlemler ile hayata geçirilir. Bazı durumlarda bu sayılan süreçlerin bir kısmı eksik olabilir. Örneğin, elde ürünün son hali bulunmaktayken, üründen yapılacak geliştirme, yeniden üretim ya da çoğaltma işlemi için gereken teknik çizim, bilgisayar modeli olmayabilir. Bu gibi durumlarda, parçanın kendisinden hareketle geriye gitme işlemi, süreci geriye yürütme yapılabilir ve ürünün başlangıç aşamasındaki üç boyutlu bilgisayar modeli elde edilebilir. Tüm bu işlemlere “Tersine Mühendislik” adı verilir. Günümüzde birçok tersine mühendislik tekniği mevcuttur. Bu yöntemler içerisinde, endüstriyel fotogrametri olarak tanımlanan ve iki ya da üç boyutlu nesnelerin ölçümünü fotoğraf verileri ile yapan bir teknik, geniş kullanım alanı, düşük uygulama maliyeti, pratikliği ve çok hızlı sonuçlar elde edebilmesinden ötürü ön plana çıkmaktadır.

Tez çalışmasında, tersine mühendislik sürecinde fotogrametri yöntemi kullanıldı. Konu hakkında yeterli sayıda Türkçe kaynağın bulunmaması nedeni ile bu çalışmanın daha sonraki araştırmalar için bir temel oluşturması hedeflendi. Fotogrametrik yöntemin pratikte kullanımı için gerekli yazılım kodları oluşturuldu ve mevcut kodlar derlendi. Amatör bir fotoğraf makinesi ve Matlab yazılımı ortamında oluşturulan kodlar ile pratik uygulamaların gerçekleştirilebileceği gösterildi. Konu hakkında çalışacaklara yol göstermek adına, farklı uygulamalar için adapte edilebilecek esnek ve basit algoritmalar geliştirildi.

Tez çalışmasının 1. Bölümünde, tersine mühendislik kavramı ve yöntemleri üzerine genel bilgiler verildi. Çalışmanın 2. bölümünde, tersine mühendislik için fotogrametri yöntemi genel hatları ile irdelendi. Fotogrametrik yaklaşımın, endüstriyel alanlardaki kullanımı, faydaları ve bu alanlardaki uygulama örnekleri Bölüm 3’te incelendi. 4. ve 5. Bölümde, çalışmanın sonundaki pratik uygulamayı gerçekleştirmek için gerekli teorik konular üzerinde duruldu ve konu ile ilgili temel algoritmalar anlatıldı. Çalışmanın 6. bölümünde, temel geometri ve basit objelerin üç boyutlu modellerini oluşturabilmek için çeşitli uygulamalar gerçekleştirildi. İzlenen aşamalar, karşılaşılan sorunlar ve bu sorunların giderilmesi, bu bölümde basamak basamak irdelendi.

Tez çalışmasının son aşamasında, Matlab yazılımı ortamında, örnek uygulamalar için kullanılan tüm algoritmaların derlendiği, bir kullanıcı arabirimi oluşturuldu. Tezin son bölümüne kadar irdelenen teorik konular ve uygulamaların pratikte nasıl gerçekleştirilebileceği, gerçek bir örnek ile gösterildi. Tasarlanan sistem ile ölçüm sonuçları ve basit üç boyutlu modeli elde edilen objenin, piyasadaki gelişmiş bir cihaz ile elde edilmiş olan verileri karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlar yorumlandı ve tasarlanan sistemin nasıl geliştirilebileceği üzerine öneriler ortaya konuldu.

Anahtar Kelimeler: Tersine Mühendislik, Endüstriyel Fotogrametri, Üç boyutlu Model Eldesi.

ABSTRACT

With a classical approach, engineering is the design, production and maintainability processes, proficiency or the profession of a product, system or a structure. Engineering processes start with the conceptual design of the product or the system. Later, this design is accomplished by gathering technical data, engineering drawings, material informations and prototypes. In some conditions, some of these processes may be missing. For example, we can have the finished product but to reproduce, the technical drawing or the 3D model can be missing. In these conditions, going backward in design and getting the part's first 3D model is called "Reverse Engineering". Today, there are lots of reverse engineering techniques. The one which is known as "Industrial Photogrammetry" is the process of taking photographs as the data and calculating the 3D coordinates of the geometries from 2D images. Photogrammetry is rising rapidly because it is a fast, practical, economical, flexible and expandable technique.

During the thesis, photogrammetry is used as a tool for reverse engineering. As there is a lack of Turkish source book on the subject, it is aimed to be a base study for the future researches. For practical use of photogrammetry, new software source codes have been composed and compiled. With only an amateur camera and some small Matlab codes, the possibility of performing basic applications, has been shown. Some basic algorithms, that can be adapted to various applications, have been developed to guide further studies.

In the 1st section of the thesis, some general information on reverse engineering concept and its methodology is given. In the 2nd section, the principles of the photogrammetry for reverse engineering are studied. Industrial applications of the photogrammetry, benefits and some examples of the usage are being examined during section 3. In section 4 and 5, for the practical application at the end of the thesis, the necessary theoretical subjects and the related base algorithms have been studied. At the end of the study in section 6, some applications have been performed for reconstructing 3D models of basic geometries and objects. The phases that are followed, the problems that are faced and the ways to overcome these problems have been studied step by step in section 6.

At the final stage of the thesis, a user interface in Matlab environment is created for gathering all the codes that are used during the applications. The practical usage of the theoretical

subjects is shown with a real example. The achieved results are compared with a professional measuring system. The weaknesses of the designed system and the suggestions to improve them are discussed at the end.

Key Words: Reverse Engineering, Industrial Photogrammetry, Construction of 3D models.

1. GİRİŞ

Mühendislik, 21. yüzyılın hızlı akışına ayak uydurabilmek için sürekli değişen ve gelişen bir alan olmuştur. Mühendislik alanları, hayatı basitleştirip kolaylaştırmak adına güncel tasarımlar ve yöntemler üzerinde gelişip şekillenmektedir. Genel anlamda mühendislik; bir ürünün, sistemin veya bir yapının tasarımını, üretimini ve devamlılığını sağlayan bir uzmanlık alanı ve işkoludur. Mühendisliği en geniş anlamda iki kola ayırabiliriz; ileriye dönük düz mühendislik ve geriye dönük tersine mühendislik.

İleriye dönük mühendislik, bilinen, klasik anlamdaki mühendislik süreçlerini kapsar. Bu süreç, sistemin ya da ürünün soyut anlamda (mantıksal/zihinsel) tasarımı ile başlar, sonra bu tasarım çeşitli işlemlerle hayata geçirilerek son noktaya getirilir. Bu işlemler teknik veriler, çizimler, malzeme bilgileri, model üretimi gibi olabilir.

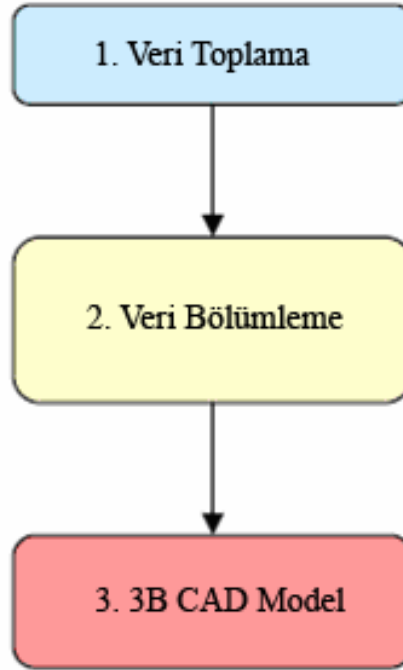
Bazı durumlarda yukarıda sayılan süreçlerin bir kısmı eksik olabilir. Örneğin elde, ürünün kendisi varken bu üründen yapılacak üretim/çoğaltma işlemi için gereken teknik çizimi, bilgisayar modeli olmayabilir. Bu gibi durumlarda parçanın kendisinden hareket ederek geriye gitme işlemi, süreci geriye yürütme işlemi yapılır. Ürünün başlangıç aşamasındaki CAD modeli, elde edilebilir. Bu işlemlere “Tersine Mühendislik” denir. Tersine mühendislik aynı zamanda mevcut bir ürünün fiziksel ölçülerini alarak, geliştirme veya kopyalama olarak da tanımlanabilir. Tersine mühendislik, bir sistemin sürekliliğini artırma amacıyla yeniden tasarlanması veya sistemin orijinal tasarım bilgilerine ulaşılmadan o sistemi kopyalamak için de kullanılır.

Yukarıda anlatılan, tersine mühendislik alanında hesaplamalar yapmak için “Bilgisayarla Görme” uygulamaları bulunmaktadır. Bilgisayarla görme uygulamaları; gerçek şekilleri, yapay zeka ve görüntü işleme yöntemleri yardımı ile hesaplama prosesleridir. Genel olarak bilgisayarla görme; düşük seviye görüntü işleme teknikleri ile görüntü kalitesini geliştirme (görüntü kirliliğinin giderilmesi, kontrastın artırılması gibi) ve yüksek seviye örnekleme ile görüntü özelliklerini tanımlama yöntemlerinin bir bileşkesidir. Bilgisayarla görme, sahne ya da objelerin üç boyutlu (3B) modellerini yaratabilmek için iki boyutlu (2B) görüntüler kullanır.

Üç boyutlu sahne ve objelerin yeniden yapılandırılması, üretim endüstrisi, tıbbi endüstri,

askeri alanlar ve araştırma çalışmaları için vazgeçilmez bir gerekliliktir. Üretim endüstrisi, tersine mühendisliği, hızlı prototipleme yeteneklerini geliştirme ve yeni ürünlerin hassas ölçümlerini yapabilmek için kullanır. Hızlı prototipleme, CAD model tasarımlarını kullanarak kontrol yapmak amacıyla uygulanır. Askeri alanlarda ise tersine mühendislik güvenlik ile ilgili kontrolleri gerçekleştirmek için kullanılmaktadır.

Tersine mühendislikte amaç, ortada hiçbir CAD model yok iken, bir nesnenin gelecek çalışmalarda kullanılmak üzere başarılı bir şekilde 3B CAD modelini oluşturmaktır. Sınırlı veriler kullanarak doğru 3B modeller oluşturmanın birkaç aşama ve adımı vardır. Şekil 1.1’de listelenmiş olan bu adımlar, verilerin sıralı olarak elde edilmesi, taşınması ve oluşturulmasını anlatmaktadır. Bu akış çizelgesi tersine mühendisliğin temel prensibi olarak kabul edilebilir. Bu adımlar her aşamada üzerinden geçilmesi gereken temel ilkelerdir.



Şekil 1.1 Tersine mühendislik temel faz dönüşümü akış diyagramı. [25]

Farklı şekil ve özelliklere sahip nesnelerin 3B modellerini oluşturmak için farklı yaklaşımlar mevcuttur. Tüm 3B makine görüş sistemleri temel olarak görüntü verileri üzerinde çalışır. Veri toplama işlemi, doğrusal alanda z ekseni verilerini toplayarak, lazer radar, lazer tarama teknikleri, nokta detektörleri ve diğer yaklaşımlarla gerçekleştirilir. Bu sistemler, toplanan verilerin derlenmesi, sıralanması ve analiz edilmesi için kullanılır. Bu görevlere ek olarak, operatörün desteği olmadan verileri uygulamaya hazır hale getirme konusunda da yardımcı olurlar.

Günümüzde en yaygın kullanılan 3B ölçüm çözümü temaslı ve dijital yöntemlerdir. Üç boyutlu koordinat ölçüm makineleri (CMM) bu prensiple çalışan en gelişmiş ve en hassas ölçüm cihazlarıdır. Ancak temaslı ölçüm cihazlarının yanı sıra optik yöntemlere olan talep te giderek artmaktadır. Optik cihazların en büyük avantajları dış etkenlere uyum sağlayabilme, yüksek ölçüm hızı ve genelde düşük maliyettir. Piyasada birçok optik ölçüm cihazı bulunmaktadır. Bazıları (küçük üçgenleyiciler, otomatik odaklı cihazlar ve lazer tarayıcılar) CMM'lere temassız alıcılar olarak başarılı bir şekilde entegre edilmişlerdir.

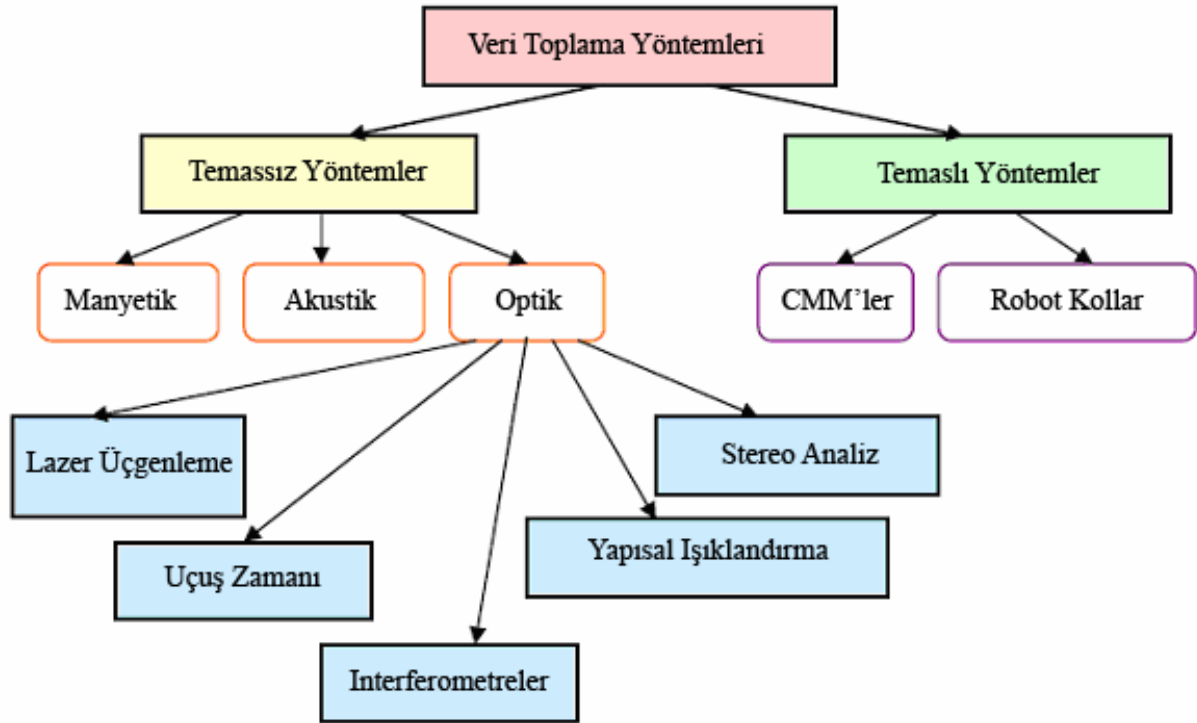
Kompleks yüzeylerin, kısa sürede ve çok hassas olmayan ölçümleri gerektiğinde, geniş kullanım alanlarına sahip lazer tarayıcılar ve optik cihazlar CMM'lere iyi bir alternatif oluşturmaktadırlar. Bunlar 3B bir nesneyi saniyeler içinde algılayıp görüntü oluşturacak kadar hızlı ve CMM'lere oranla göz ardı edilemeyecek oranda ucuzdurlar. Bu sistemler CMM ile birleştirildiklerinde, hem yüksek hassasiyet, hem de hızlı veri aktarımını birlikte sunan ideal bir çözüm oluşmaktadır. Sonuç olarak tüm ölçüm metotları, yüzey veya malzeme içi ölçümlerinde, ışık, ses, manyetizma veya fiziksel yüzey teması gibi olaylardan faydalanmaktadır. Ölçüm hızını; kullanılan yöntemin oluşum hızı ve algılayıcının veri toplama hızı belirlemektedir. Kullanılan algılayıcı tipi aynı zamanda, ölçülen verilerin hesaplanması için gerekli analiz miktarını ve hassasiyetini belirler.

Tez çalışmamızda, tersine mühendislik uygulamaları için optik yöntemler içerisinde sınıflandırabileceğimiz fotogrametri yaklaşımı tercih edildi. Fotogrametri, içerdiği teknikler ve kullanım alanları açısından çok kapsamlı bir konudur. Genel fotogrametri teorisi ve temel hesaplama yöntemleri burada sıfırdan incelenmedi, sadece belirli kabuller yapılarak yöntemin uygulamasına yönelik pratik örneklere ulaşılmaya çalışıldı. Genel fotogrametrik ölçüm temelleri üzerinde daha kapsamlı araştırmalar [1], [12] ve [18] gibi kaynaklar incelenerek elde edilebilir. Bölüm 2'de tersine mühendislik için fotogrametri yöntemi genel hatları ile irdelendi. Son zamanlarda çok çeşitli alanlarda karşımıza çıkan fotogrametrik yaklaşımın endüstriyel alanlardaki faydaları ve bu alandaki uygulamaları bölüm 3.'te ayrıntılı olarak incelendi. Zamanın ve pratikliğin çok değerli olduğu çağımızda, bu yöntemin niçin hızla gelişmekte olduğu anlatıldı. 4. ve 5. bölümlerde pratik uygulamamızı destekleyecek teorik konular üzerine yoğunlaşıldı ve konu ile ilgili temel algoritmalar anlatıldı. Piyasadan temin edilen tek bir adet amatör fotoğraf kamerası kullanarak, Matlab programı ortamında derlenen ve tez kapsamında geliştirilen kodlar vasıtası ile 3B basit modeller elde edilebiliyor olunması, fotogrametrik yaklaşımın esnek, pratik ve gelişime açık olduğunun bir göstergesidir. Tez çalışmasında pratik birkaç yardımcı eleman kullanarak, temel geometri ve basit objelerin 3B

modellerini oluşturabilmek için çeşitli uygulamalar gerçekleştirildi. İzlenen aşamalar 6. bölümde basamak basamak irdelendi. Elde edilen sonuçlar bundan sonraki çalışmalara ışık tutmak adına yorumlandı.

1.1 Tersine Mühendislik İçin Veri Toplama Yöntemleri

Tersine mühendisliğin en önemli bölümü veri toplama sistemleridir. Veri toplama sistemleri, nesne yüzeylerinden bilgi alırken fiziksel sınırlarla kısıtlıdır. Bu nedenle bir nesnenin ölçümünü tam olarak yapabilmek için birden fazla görüntü alınmalıdır. Şekil 1.2, üç boyutlu veri toplama uygulamalarının temaslı ve temassız yöntemlerini sınıflandırmaktadır.



Şekil 1.2 Tersine mühendislikte kullanılan veri toplama teknikleri. [25]

1.1.1 Temaslı Veri Toplama Yöntemleri

Şekil 1.2'de gösterildiği gibi birçok veri toplama yöntemi bulunmaktadır. Temaslı yöntemler, mevcut yaklaşımlar içerisinde en popüler olanlarıdır. En çok bilinen iki yöntem; Koordinat Ölçüm Makineleri (CMM) ve mekanik ya da robotik, dokunmatik sensörlü cihazlardır. CMM'ler genellikle yüksek hassasiyetin gerekli olduğu durumlarda kullanılırlar. Temaslı yöntemde NC programlanabilen makineler ile nesnelerin daha önceden belirlenmiş noktaları

örneklenebilmektedir. Bu makineler ölçüm yüzeyi üzerindeki belirli bir yolu takip ederek çok hassas ve temiz veriler toplayacak şekilde programlanabilirler. Örnekleme ilkesi, CMM kullanarak bir nesnenin ölçülüp kontrol edilmesinin tek yoludur. Ölçümü yapılacak olan nesne yüzeyinden yüksek sayıda nokta verisi alabilmek için çok kaliteli bir kontrol cihazı gerekmektedir. Bu gerekliliğin yanında nesne yüzeyinin düzgünlüğü de önem taşımaktadır. Üç eksenli freze, mekanik veya robotik kollara iyi bir örnektir. Bu makinelere, daha önce bahsedildiği gibi dokunmatik algılayıcılar entegre edilip, dokunmatik ölçüm sistemleri olarak kullanılabilirler. Ancak bu yöntem konkav yüzeyler için verimli değildir. Sessiz ve istenilen hassasiyette çalışan birçok robotik cihaz bulunmaktadır, ancak CMM'ler gibi bu cihazlar da veri toplamanın en yavaş yöntemleridir.

CMM ve robotik kolların kullanımının, modellenecek olan parçaların yüzeyleri üzerinde dezavantajları vardır. Nesne yüzeyine temas ederek çalışan CMM'lerin en büyük dezavantajı nesneye zarar verebilecek olmalarıdır. Eğer ölçüm parçasının yüzeyi yumuşak ise bu yöntem yüzey üzerinde küçük delikler oluşturabilmektedir. CMM'ler aynı zamanda serbest yüzey ölçümlerinde de zorluklar çıkarabilirler. Parçada çok küçük çentiklerin oluşmasına neden olabilirler. Nesnelerin esnekliği, dokunmatik alıcılarla nesne yüzeylerine temas sırasında, ölçüm hassasiyetini kötü etkileyebileceği gibi çentik oluşumuna da neden olabilir. CMM'ler için, geometrik yapı karmaşıklaştıkça, hassas ölçüm için gerekli nokta sayısı da artmaktadır. Karmaşık geometri nesnelere için nokta verilerinin elde edilmesi bazen günler hatta haftalar alabilmektedir. CMM'lerin hassasiyetlerini etkileyen dış etkenler de vardır. Bu etkenlerin başında sıcaklık, titreşim ve nem gelmektedir.

Xiong [33], dokunmatik ölçümlerdeki ölçüm ve profil hatasını derinlemesine incelemiştir. Shoo ve Menq [23], karmaşık yapı yüzey ölçümleri için dokunmatik sistemleri kullanmışlardır. Butler [4] dokunmatik yöntemleri ve performanslarını karşılaştırmıştır.

1.1.2 Temassız Veri Toplama Yöntemleri

Temassız veri toplama teknikleri, nesnelerin şekillerini üç boyutlu ortamda oluşturabilmek için ışık, ses ve manyetik alanları kullanırlar. Temaslı ve temassız tekniklerin tümünde, nesne yüzeylerinde yer alan nokta konumlarını belirlemek için, uygun analizler gerçekleştirilmelidir. Her yöntemin güçlü ve zayıf tarafları bulunmaktadır. Bu nedenle, veri toplama sistemi farklı uygulamalar için uygun kabiliyetler göz önünde bulundurularak dikkatlice seçilmelidir.

1.1.2.1 Optik Yöntemler

Optik yöntemlerle model oluşturma, muhtemelen en yaygın ve temaslı yöntemlere kıyasla popülaritesi en hızlı artan yöntemdir. Bunun nedeni, diğer yöntemlere göre çok daha hızlı veri toplama kapasitesine sahip olmasıdır. Optik yöntemleri beş ana kategoriye ayırabiliriz; Lazer Üçgenleme, Uçuş Zamanı, İnterferometre, Yapısal Işıklandırma ve Stereo Analizleri. İlerleyen bölümlerde her yöntemin çeşitli prensipleri anlatılacaktır.

Lazer Üçgenleme; Bu yöntem, konum belirleyebilmek için, ışık kaynakları arası mesafe ile açıları ve fotoğraf algılayıcı cihazları kullanır. Yüksek enerjili ışık kaynağı, ilgili yüzeye daha önceden belirlenmiş bir açıyla odaklanır. Fotoğraf algılayıcı cihaz, genellikle video kamera, yüzeyden gelen yansımaları algılar, daha sonra geometrik üçgenlemeyi kullanarak, bilinen mesafe ve açılarla, yüzeydeki noktanın konumunu, referans eksene göre hesaplar. Işık kaynağı ve kamera, yüzeyin birden çok görüntüsünü yakalayabilmek için hareketli bir platforma konumlandırılabilir. Bu görüntüler, ilgili yüzeyin bağıl ölçümleri sayılabilirler. Kullanımda birçok yüksek enerjili ışık kaynağı olmasına rağmen, en yaygın olanları lazerlerdir. Üçgenleme yöntemi, veri toplama işlevini oldukça yüksek hızlarda gerçekleştirebilir. Hassasiyet, foto algılayıcı cihazın çözünürlüğü ve yüzeyle tarayıcı arasındaki mesafe ile belirlenir.

Motavalli [22] üçgenleme yöntemi kullanan bir tersine mühendislik stratejisi geliştirmiştir. Moss [21] surat benzeri yüzeylerden veri alarak şekil oluşturmak için, lazer üçgenleme sistemi kullanımını detaylı olarak incelemiştir. Lazer Üçgenleme sisteminin CMM'lerdeki kullanımını Modjarred [19] tarafından incelenmiştir. Bu referanslar Üçgenleme yöntem, yaklaşım ve sınırlamaları ile ilgili geniş bir araştırma çalışması oluşturmaktadırlar.

Uçuş Zamanı; Emilen ışık huzmelerinin uçuş zamanını algılayarak mesafeyi ölçme, bu sistemin çalışma prensibidir. Pratik yöntemler genelde lazer ve ışın titreşimlerine dayanırlar. Örneğin uçuş zamanı; lazer uzaklık algılayıcılarda alınan yolu hesaplamak için ve stereo analizlerinde farklı görüntülerde yer alan belirli noktaların konumlarını ilişkilendirmek için kullanılabilir.

Moring [20], uçuş zamanı hesaplamalarına dayanan uzaklık bulma metodu üzerine çalışmalar yapmıştır. Makale hassasiyet ve performans konuları ile ilgili bilgileri içermektedir. Jarvis [9] ise, uçuş zamanı ile uzaklık hesaplama, detaylı sonuçları ve analizleri üzerine bir makale

yayınlamıştır.

İnterferometre; Bu yöntem uzaklığı, dalga boyu cinsinden hesaplar. Oldukça hassas bir yöntemdir çünkü gözle görülebilen ışık, yüz nanometreler büyüklüğünde olmasına rağmen, diğer tersine mühendislik uygulamalarında uzaklıklar santimetre ve metreler hassasiyetindedir. Prensipinde, elektromanyetik spektrumların diğer bölümlerinden de yararlanılabilmektedir. Pratikte, hem objeyi algılamada kullanılan monokromatik ışın için hem de yansıyan ışık ile karşılaştırmak üzere referans ışını sağlamak için yüksek enerjili ışık kaynağı kullanılır.

Yapısal Işıklandırma; Işık paternlerini ilgili yüzeye yansıtarak, bu yüzeyden geri yansıyan ışınların oluşturduğu paternleri yakalayıp görüntü oluşturmayı içermektedir. Bu görüntü, daha sonra yüzeydeki veri noktalarının koordinatlarını hesaplayabilmek için analiz edilmelidir. Yapısal ışıklandırma yöntemlerinden en popüler olanı Shadow Moire'dir. Bu yöntemde bir girişim paterni, yüzeyde aydınlatılmış kontur çizgileri elde edecek şekilde yansıtılır. Kontur çizgileri bir görüntüde toplanarak, çizgiler arası uzaklıkların hesaplanabilmesi için analiz edilirler. Bu uzaklıklar, ilgili noktalar dahilindeki yüzey yükseklikleri ile orantılıdır ve bu sayede yüzey noktalarının koordinatları elde edilebilir. Yapısal ışıklandırma tek bir görüntüden birçok veri elde edebilir ancak bu verilerin pozisyonlarının analiz edilmesi oldukça karmaşık işlemler gerektirir.

Will ve Pennigton [31] nokta konumlarını belirleyebilmek için yüzeye ızgara şekilleri yansıtmayı kullanmışlardır. Wang ve Aggrawal [29] da benzer yöntemi kullanmalarına rağmen şerit halinde ışıklar ve birden fazla görüntü kullanan bir yaklaşım üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Stereo Görüntü Analizleri; Bahsedilecek son optik görüntü toplama yöntemi stereo görüntü analizidir. Bu yöntem de yapısal ışıklandırma gibi resim karelerini analiz ederek, verilerin koordinatlarını belirler. Ancak, analizler yansıtılan paternlere dayanmaz, bunun yerine stereo çiftler kullanılır. Bu çiftler noktaların yükseklik ve koordinat konumlarını ölçmek için yeterli bilgileri sağlar. Stereo görüntü analizi daha çok pasif bir yöntem olarak bilinmektedir, çünkü herhangi bir yapısal ışıklandırma içermez. Aktif yöntemleri pasif yöntemlerden ayıran nokta, veri toplaması sırasında yapay ışıkların kullanılmasıdır. Görüntü ve noktalar arasında bağlantı kurmak pasif yöntemlerde çok zor olduğu için, genellikle aktif yöntemler tercih edilmektedir. Bir başka stereo görüntü analizi yaklaşımı ise, modellerin ışıklandırılmasıdır. Bu yaklaşımda

görüntü 3B model ile karşılaştırılır. Gölgeleştirilmiş görüntü ile gerçek görüntüler birebir örtüşene kadar, model modifiye edilir. En sonunda görüntü üzerindeki yoğunluk paternlerinden koordinat bilgileri elde edilir.

1.1.2.2 Akustik Yöntem

Akustik yöntemde yüzeyden yansıyan ses kullanılır. Akustik yöntemler yüzyıllardır mesafe ölçümünde kullanılmışlardır. Sonar'lar genellikle bu amaçla kullanılmaktadırlar. Aynı şekilde otomatik odaklı kameralarda akustik yöntemleri kullanılmaktadırlar. Bu yöntem, uçuş zamanı yönteminde ışıqla yapıldığı gibi, ses dalgalarının yüzeyden yansımalarını kullanarak, ses kaynağı ve yüzey arasındaki mesafeyi ses hızı bilgisi ile ölçmektedir. Akustik karışıklıklar ya da gürültü genellikle odaklanılan noktanın yerini belirlemeyi zorlaştırır. Ultra-ses cihazlarında kapsamlı şekilde dinamik görüntüleme kullanılır. Dinamik görüntülemede, bir dönüştürücü ile kesit taraması yapılarak objenin iç malzeme yapısı elde edilir.

1.1.2.3 Manyetik Alan Yöntemi

Manyetik yöntemde yüzeye temas eden manyetik alan kullanılır. Manyetik alan hesaplamaları; manyetik alan kaynağının gücünü algılama prensibine dayanır. Alan içerisindeki algılama ucunun yer ve yönünü belirlemek için genellikle manyetik dokunma probu kullanılır. Algılama ucu, ilgili noktaya konumlandığında, kullanıcıya sadece belirli bir nokta verisini kaydedebilmesine izin veren bir tetikleme hareketi gerçekleşir. İç malzeme özelliklerinin ölçüleceği ultra-ses ile benzer uygulamalarda manyetik rezonans kullanılır. MRI (Manyetik rezonans) ölçülecek maddenin atomlarını aktive eder ve ardından tepkilerini ölçer.

1.1.2.4 Hibrid Yöntem

Hibrid modelleme yöntemleri, temaslı ve temassız sistemlerin birleşimidir. Bunlar aynı zamanda, NC programlama ve Lazer tarama tekniklerinin kombinasyonu da olabilirler. Birinci tip; CMM ve lazer tabanlı teknolojilerin entegre edilmesinden oluşur. İkinci tip ise yazılım ve lazer tabanlı teknolojilerin kombinasyonu gibi temassız tekniklerin farklı formlarından oluşmaktadır.

2. TERSİNE MÜHENDİSLİKTE FOTOGRAMETRİ

Fotogrametri, iki veya üç boyutlu nesnelerin ölçümünü fotoğraflar ile yapan bir tekniktir. Ölçüm medyası, fotoğraf olarak genellenmesine karşın aslında, video, CCD kameraları ve tarayıcılar gibi radyasyon algılayıcı cihazlar ile toplanarak, teyp veya disk üzerine kaydedilmiş elektronik görüntüler olarak daha detaylı biçimde tanımlanabilir.

Yöntemin sonuçları şunlardır;

- Ölçümü yapılmak istenilen nesnenin ilgili nokta koordinatları
- Topografik ve tematik haritalar.
- Düzeltilmiş Fotoğraflar.

Bu yöntemin en önemli karakteristiği nesnelerin dokunulmadan ölçümleridir. Bu nedenle literatürde bazı yazarlar tarafından fotogrametri, yerine “uzaktan algılama” tanımı kullanılmaktadır. Uzaktan algılama oldukça yeni bir terimdir. İlk olarak havadan çekilen fotoğraflar ve uydu görüntüleri ile çalışmak için geliştirilmiştir. Prensip olarak fotogrametri aşağıdaki gibi gruplandırılabilir;

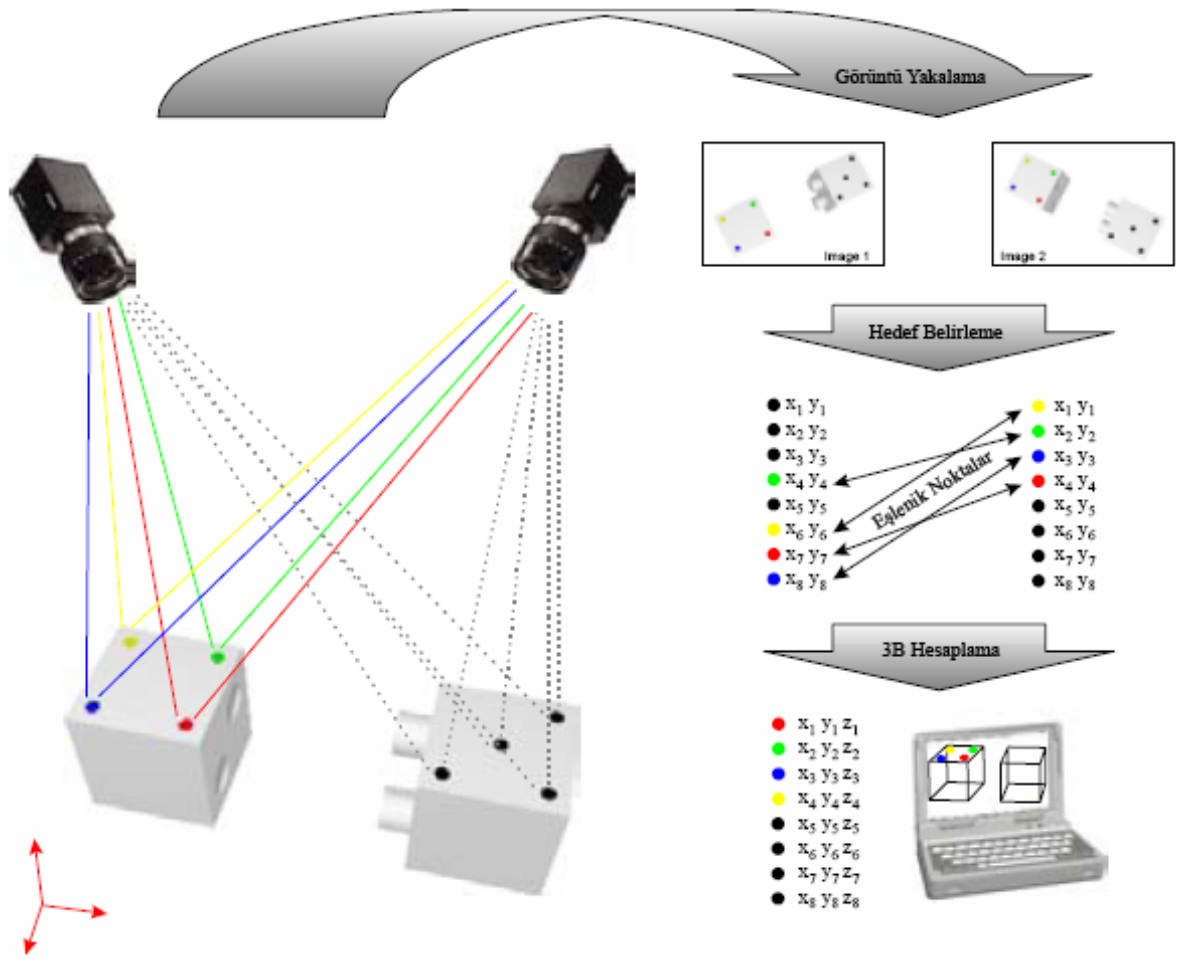
1) Lens ayarına bağlı olarak;

- Uzak menzilli Fotogrametri (Kamera uzaklık ayarı sonsuzda)
- Yakın menzilli Fotogrametri (Kamera uzaklık ayarı sonlu bir sayıda)

2) Diğer bir gruplama ise;

- Hava Fotogrametrisi (Genelde uzak ayarlı fotogrametridir.)
- Kara Fotogrametrisi (Genelde yakın ayarlı fotogrametridir.)

Bir ya da daha çok görüntü üzerinde hedef noktalar belirlenir. Bu noktalar, köşeler gibi doğal oluşumlar olabileceği gibi, yüksek hassasiyetli ölçümler için yapay olarak ta oluşturulabilirler. Ölçüm yüzeyi üzerine ışık noktaları iz düşürmek, kendiliğinden aydınlanan hedef noktalar ya da ışığı çok iyi yansıtan özel hedef noktalar yapıştırmak, kullanılan yardımcı elemanlardır. Fotogrametri ölçümlerinde, ölçüm objesi üzerindeki en büyük uzunluğun 5000 de 1 inden 100,000 de 1 ine kadar olan hassasiyet değerlerine ulaşabilmek mümkündür. Bu yöntem ile birkaç milimetrelik nesnelerin ölçümü yapılabildiği gibi metrelerce büyüklükteki nesnelere de ölçüm konusu olabilmektedirler. Ölçüm prosesindeki başlıca adımlar şekil 2.1’de özetlenmiştir.



Şekil 2.1 Fotogrametrik ölçüm prosesinin gösterimi [35]

Fotogrametri ile ölçüm operasyonununun gerçekleştirilmesi için belli olguların belirlenmesi gereklidir. Bunlar şu şekilde özetlenebilir; kameraların konumları ve hangi doğrultuya baktıkları, kamera özellikleri, ölçeği belirleyebilmek için ölçüm objesi uzaydaki bazı ölçümler ve bir referans eksenini ile noktası tanımlaması. Bu bilgiler ölçüm esnasında toplanan veriler içinden elde edilebileceği gibi ayrı prosesler olarak da gerçekleştirilebilir. Ölçüm işleminden bağımsız olarak gerçekleştirilen kamera kalibrasyonu ya da referans noktası ve eksenlerinin belirlenmesi için özel yardımcı aparatların ölçümü bu bahsettiğimiz yardımcı proseslere örnek olarak sayılabilir. Başlıca iki operasyon metodu mevcuttur. İlk metot tek bir kamera içerir. Operatör farklı bakış açılarından birden çok görüntü yakalar ve proses bu görüntülerin işlenmesi ile gerçekleşir. Diğer bir metot ise birbirlerine göre konum ve açıları belli birden çok kamera kullanarak aynı anda birçok görüntü elde etmeye dayanır. Kullanılan kameraların sınıflandırılması aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır.

2.1 Fotoğraflama Cihazları

Bir fotoğraflık görüntü “merkezi perspektiftir”. Bu; pozlama esnasında film yüzeyine ulaşan her ışık ışınının, kamera lensinden (matematiksel olarak, tek nokta şeklinde algılanır ve perspektif merkezi olarak adlandırılır) geçtiği anlamına gelir. Fotoğraflardan, nesnelerin ölçümünü yapabilmek için ışın demetleri yeniden yapılandırılmalıdır. Bu nedenle kullanılan kameranın iç geometrisi (İç geometri; odak uzaklığı, temel noktanın konumu ve lens distorsiyonu olarak tanımlanır) kesin olarak bilinmelidir. Odak uzaklığı, “temel uzaklık” olarak adlandırılır. Bu uzaklık projeksiyon merkezi ile görüntü düzlemi temel noktası arasındaki mesafedir. Bu bilgiler ışığında fotogrametri uzmanları, fotoğraflama cihazlarını 3 gruba ayırırlar;

2.1.1 Metrik Kameralar

Bu kameraların sabit ve kesin olarak bilinen iç geometrileri ve çok az lens distorsiyonları vardır. Bu nedene çok pahalı cihazlardır. “Temel Uzaklık” sabittir, bu da fotoğraf çekimi sırasında lensin keskinleşebilme olasılığını yok eder. Sonuç olarak metrik kameralar sadece, sınırlı uzaklıktaki nesnelere için kullanılabilirler. Görüntü koordinat sistemi genellikle, kameranın üzerine monte edilmiş dört referans noktası ile tanımlanır. Karada kullanım amaçlı kameralar tripod ve arazi ölçüm aletleri ile kombine edilebilirler. Hava metrik kameraları ise, genelde uçaklara direk olarak aşağıyı görüntüleyecek şekilde monte edilirler.

2.1.2 Stereometrik Kameralar

Eğer bir nesne iki farklı konumdan görüntülenirse, iki projeksiyon merkezi arasında kalan doğruya “temel” denir. Bu fotoğrafların görüş açıları birbirine paralel ve temel’e 90 derecelik bir açıyla (bu, “normal durum” olarak adlandırılır) görüntüleniyorsa, o zaman insan retinasındaki benzer özellikli iki görüntü oluşur. Böylece bu iki fotoğrafın (stereo çift olarak adlandırılırlar) üst üste bindirilmesi ile oluşan alan, insan stereoskopik görüşündeki gibi, 3B görüntüler oluşturabilir.

Pratikte stereo çiftler; farklı iki pozisyona konumlandırılan tek bir kamera ile ya da Stereometrik kamera kullanılarak elde edilirler. Prensip olarak bir Stereometrik kamera; hassas olarak ölçülmüş uzunluktaki bir barın (genelde 40–120 cm) iki ucuna metrik kameraların konmasıyla oluşur. Bu bar, temel görevi yapar. Her iki kamera da aynı geometrik

özelliklere sahiptir. Normal duruma göre ayarlandıkları için stereo çiftler kolaylıkla elde edilebilir.

2.1.3 Amatör Kameralar

Fotogrametri uzmanlarına göre amatör kameralar, iç geometrisi sabit olmayan ve hatta bilinmeyen, “normal durum” halinde oldukları kesin olarak söylenemeyen, piyasa kameralarıdır. Buna rağmen bu kameralarda ileri teknoloji kullanıldığında, fiyatları yüksek profesyonel fotoğraflama cihazları haline gelebilirler. Bir kameranın kalibrasyonu, test alanı içerisinde yer alan kontrol noktalarının sabit uzaklık ayarı ile (mesela sonsuz odak seçilerek) tekrarlı fotoğrafını çekerek yapılabilir. Bu durumda kamera gövdesinin dört köşesi referans noktalar olarak görev yaparlar. Ancak, hassasiyet asla metrik kameralar kadar olmaz. Bu nedenle, amatör kameralar sadece yüksek hassasiyet gerektirmeyen yerlerde kullanılabilirler. Ancak bu yöntem, birçok durumda hiç veri olmamasından daha iyi olduğu için kullanılır. Ayrıca acil durumlar için de oldukça kullanışlıdır.

3. ENDÜSTRİYEL FOTOGRAMETRİ

Mühendislik ve endüstriyel alanlarda, Fotogrametrik yöntemlerin birçok kullanım alanı mevcuttur ve her geçen gün gittikçe artmaktadır. Sonu açık bir konu olduğu için “endüstriyel fotogrametri” terimini tam olarak tanımlayabilmek mümkün değildir. Meyer’in [17] yaptığı tanımlamayı günümüzde de kullanacak olursak, endüstriyel fotogrametri; inşaat mühendisliği, madencilik, araç ve makine imalatında, metalürji, gemi imalatı, trafik uygulamalarında, araştırma safhalarında, üretim planlama esnasında, imalat, test, gözlem, onarım ve tersine mühendislik çalışmalarında, kullanılan fotogrametri uygulamalarıdır. Fotogrametrik yöntemlerle ölçülen objeler katı, sıvı ya da gaz kütleler olabildikleri gibi hareketli ya da sabit de olabilirler. Tek kıstas fotoğraflanabilir olmalarıdır. Bu çok geniş bir alandır. Tüm alanlardaki ölçüm temelleri aynı olmasına karşın uygulamalara göre alt yöntemler bir hayli çeşitlilik göstermektedir. Sonuç olarak fotogrametrinin çok amaçlı bir metroloji aracı olduğunu kabul etmemiz gerekecektir.

3.1 Endüstriyel Fotogrametrinin Faktörleri

Endüstri alanında çalışan mühendislerin çoğunluğu, fotogrametrinin metroloji aracı olarak kullanım potansiyelinden yeteri kadar haberdar değildirler. Fotogrametri uzmanları ile endüstri alanında çalışan mühendisler arasındaki iletişim artırılarak kuvvetlendirilmelidir. Herhangi bir endüstriyel prosese fotogrametriyi dahil edebilme olasılığı esnasında birkaç faktör göz önünde bulundurulmalıdır. Bu faktörler aşağıda özetlenmiştir.

3.1.1 Fotogrametrinin Endüstrideki Faydaları

Endüstriyel alandaki ölçüm problemlerini tartıştığımızda, fotogrametrinin göz önünde bulundurulması gereken bazı özellikleri vardır. Bu özellikler Welsh [30] tarafından şu şekilde derlenmiştir;

- Fotogrametri uzaktan, temassız ölçüm sunmaktadır.
- Çok büyük objeler üzerinde ölçüm yapılabileceği gibi üç boyutlu ölçüm cihazları için uygun olmayacak çok küçük cisimler de fotogrametri ile ölçülebilir.
- Ölçümler objelerin doğal ortamında gerçekleştirilebilirler.
- Fotogrametri ile veri toplama çok hızlı gerçekleşir. Bu hızdan dolayı ölçüm konusu ile kısa süreli temas gerektirmektedir. Hızlı veri toplama dinamik olayların ölçümünü

mümkün kılmaktadır.

- Ölçümler tehlikeli çevrelerde gerçekleştirilebilir.
- Ölçüm esnasında kullanılan fotoğraflar kalıcı kayıtlar oldukları için daha sonra tekrar ölçüm ve hesaplamalar için kullanılabilirler.
- Analitik fotogrametri ile ölçülen objenin tüm boyutlarının 100,000 de 1'i hassasiyetle ölçüm yapılabilir. Alışlagelmiş teknikler kullanıldığında bu hassasiyet 20,000 de 1 olarak sıklıkla kabul görmektedir.

3.1.2 Veri Toplama Yöntemleri

Endüstriyel fotogrametride, metrik, yarı metrik ve metrik olmayan kameralar kullanılabilir. Yakın menzil fotogrametride kullanılan kameralar bölüm 2.1'de anlatılmıştı.

Alışlagelmişin dışında, ölçüm verisi elde etmek için X ışını cihazları ve dijital kameralar da kullanılabilir.

3.1.3 Kamera Pozisyonlandırılması ve Ağ Tasarımı

Fotogrametrinin mevcut birçok avantajı içinde en önemlilerinden biri de ölçüm kamerasının, arazi ölçüm aletleri, lazer ölçüm cihazları ve diğer optik ölçüm cihazlarında olduğu gibi bir platform üzerine sabitlenmesine gerek duyulmamasıdır. Bu sayede fotoğraflar sahne açısından en avantajlı bölgeden çekilebilmektedir. Fotogrametrik yöntemde, bir ölçüm diğer bir ölçümden çok farklı, sahneler ve ölçülecek objeler çok çeşitli olabilir. Ölçüm hassasiyeti ve ekonomi açısından prosesin optimizasyonu için fotogrametrik ağ tasarımı gerekli olabilmektedir.

Güvenilir bir fotogrametrik ağ tasarımı tecrübeli uzmanlar haricinde yapıldığında çok karmaşık bir hal alabilir. Buna karşın, ekipmanların kullanımı için orta seviye bir operatör eğitimi makul sonuçlar elde etmek için yeterli olabilmektedir. Günümüzde bilgisayar destekli tasarım sayesinde (CAD) fotogrametrik ağ tasarımı basit, hızlı ve verimli bir şekilde uygulanabilmektedir.

3.1.4 Hedef Belirleme

Fotogrametrinin endüstriyel uygulamalarında ölçüm için kullanılacak görüntüler içinde ortak ölçüm noktaları tespit edilmesi fotogrametrik ölçümün başlıca prensipleri arasındadır. Bu ölçüm noktaları sahnenin doğal yapısında bulunabileceği gibi ölçüm esnasında yapay hedef noktalar da kullanılabilir. Fotoğraf üzerinde x ve y koordinatları belirlenen eşlenik noktalar daha sonra analitik metotlar yardımı ile üç boyutlu uzayda XYZ koordinatlarına dönüştürülürler.

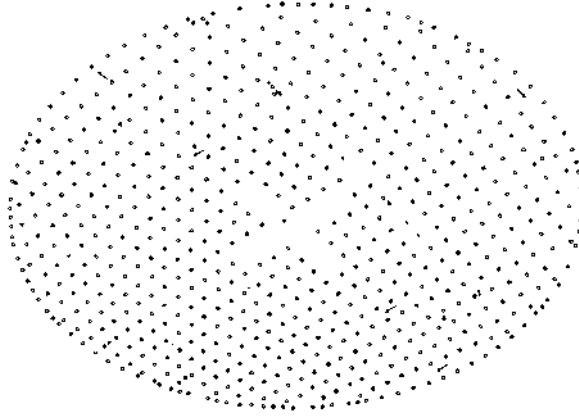
Birbirlerine göre belirli bir açı ve uzaklığa sahip iki kameranın aynı görüntü üzerinde hedef nokta belirlemesi basit olmasına karşın yer değiştiren tek bir kamera ile yapılan ölçümlerde birden çok görüntü üzerinde hedef noktaların eşleştirilmesi bir hayli zor bir işleme dönüşebilmektedir.

Endüstriyel fotogrametride çok farklı çeşitlerde hedef noktalar kullanılabilir. İstenilen XYZ koordinatlarını, mümkün olan en yüksek hassasiyet ile hesaplayabilmek için hedef noktalar iyi tanımlanmış görüntüler üretebilmelidirler. Endüstriyel uygulamalarda genellikle “retroreflective targets” olarak adlandırılan ve üzerlerine düşen ışığı çok iyi yansıtılma özelliğine sahip olan hedef noktalar kullanılırlar. Yüksek yansımaya özelliğine sahip bu hedefler bazı durumlarda ortam ışığı dışında başka bir ışık kaynağının ihtiyacını doğurabilmelerine karşın, alışlagelmiş hedef noktalarla kıyaslandıklarında aşağıdaki belli başlı avantajlara sahiptirler;

- Düşük enstantane hızlarında yada açık diferansiyel aralıkları ile yapılan çekimlerde, yüksek çözünürlüklü ve kontrastlı görüntüler ile çalışıldığında avantaj sağlamaktadırlar.
- Ölçüm yapılan obje kendisi karanlıkta kalabilir ve görüntü oluşturamayabilir fakat şekil 3.1’de de görüleceği üzere bu hedef noktalar mevcut ışığı en verimli şekilde yansıtarak istenilen görüntüyü oluşturabilirler. Endüstriyel güvenlik açısından önemli kullanım alanları mevcuttur.
- Endüstriyel robotların izlenmesi örneğinde olduğu gibi farklı zamlarda, hareketli objelerin üzerine düşen farklı ışık yoğunluklarında sabit verim elde edilmesini sağlayabilirler.

Yüksek yansımaya özelliklerine sahip hedef noktaların gösterildiği şekil 3.1’de, kasıtlı olarak düşük seviye ışığa maruz kalan objenin görüntü oluşturmamasına karşın hedef noktalar

belirgin biçimde görülebilmektedir.



Şekil 3.1 Yüksek yansıtıma özelliklerine sahip hedef noktalar. [10]

3.1.5 Ölçüm Prosedürleri

Yakın menzilli fotogrametri ölçümlerinde 1920'lerden beri sıklıkla analog metotlar kullanılmıştır. Hava fotoğrafları için dizayn edilmiş universal hedef belirleyiciler, tasarımları ile genel ihtiyaçları karşılayınca yakın menzilli ve karasal fotogrametride de kullanılabilmişlerdir. Fakat bu cihazlar kullanım açısından karmaşık oldukları için uzmanlık gerektirmekteydiler. Ölçüm sonuçlarının istenilen veriler olarak geri dönüşleri yavaştı ve bu da endüstriyel alanda fotogrametrinin gelişimini yavaşlattı. Analog metotlardaki gelişim ve analitik stereo hedef belirleyicilerin tasarlanmaları ile model büyüklüğündeki limitler, ölçüm ortamının kurulumu için gerekli olan zaman, metrik, yarı metrik ve metrik olmayan kameraların kullanımı ile karmaşık cihazlara olan ihtiyaç ortadan kalkmış oldu. Yakın menzilli fotogrametri ile kullanılan yazılımların geliştirilmesi ile mevcut personelin eğitilerek kolaylıkla kullanabileceği anahtar teslimi sistemler üretilmeye başlandı. Bilgisayar yardımcı sistemlerin ortaya çıkışı ile elde edilen sonuçların analizi ve işlenmesi var olan sistemler ile karşılaştırılmayacak şekilde hızlandırmıştır. Tüm bu teknolojik avantajlar sayesinde fotogrametri imalat sistemleri içerisine entegre edilmiş ve geniş kullanım alanlarına sahip olmuştur.

3.2 Endüstriyel Fotogrametri Örnekleri

Aşağıda fotogrametrinin endüstriyel alanda kullanımına, makine mühendislerinin ilgisini çekebilecek, sadece birkaç örnek verilmiştir. Literatürde daha birçok farklı alan tespit edilip raporlanmıştır. Endüstriyel alanlarda fotogrametri kullanımı için Atkinson [1], Karara [10],

Fraser ve Brown [6] ve Welsh [30] gibi örneklere başvurulabilir.

3.2.1 Havacılık ve Uçak Sanayi

Yakın menzil fotogrametri yöntemleri, havacılık sektöründe çok geniş bir uygulama alanına sahiptirler. Boyutsal ölçüm ve deformasyon gözlemlerinin yanı sıra önemli kalite kontrol ölçümlerinde ve imalat makinelerinin periyodik kontrollerinde de kullanılmaktadırlar.

Fotogrametrik uygulamaların havacılık sektöründe kullanımı yakın bir geçmişe dayanmakla beraber ilk olarak Mc Donnell Douglas ve Rolls Royce gibi uçak ve uçak motoru imalatçıları fotogrametriyi kendi imalat ve kalite kontrol prosesleri içine adapte etmişlerdir [10]. Bu prosesler içerisinde fotogrametri kullanımı alışlagelmiş yöntemlere nazaran açık ve net avantajlar sağlayabilmişlerdir. Örnek vermek gerekir ise; ölçüm verileri elde edilen fotoğraflar çok kısa bir sürede çekilebilmekte ve bu sayede imalat süresi kısalmakta ve kar artışı gözlenmektedir.

Günümüzde; Airbus, Boeing, Cessna, Eurocopter, Lockheed Martin, NASA, Northrop Grumman Systems ve TAI'nin de (Turkish Aerospace Industry) içlerinde bulunduğu tüm büyük havacılık firmaları, panel ve yüzey ölçümleri, fikstür, boru ölçümleri, deformasyon, tekrarlanabilirlik ölçümleri, komponent hizalama, çeşitli imalat parçalarının kontrolü ve benzeri prosesleri için fotogrametrik ölçüm metotlarını kullanmaktadırlar.

3.2.2 Otomotiv Endüstrisi

Yakın menzilli fotogrametrinin otomotiv sektörüne ölçüm yöntemi olarak adaptasyonu kısa bir geçmişe dayanır fakat sağladığı yararlar ile kullanım alanı her geçen gün hızla artmaktadır. Wahl [28], otomotiv endüstrisinde üç boyutlu ölçüm cihazları ile fotogrametrik metotları karşılaştırarak şu avantajları ortaya koymuştur;

- Yoğun veri depolanması sağlanır. Fotoğraflar, arşiv için kalıcı dokümanlardır ve araba modelleri gibi fiziksel objelerin uzun vadeli saklanabilmesine olanak tanırırlar.
- Ölçülecek objenin ölçüm için hazırlanma süreci çok kısadır.
- Ölçülecek objenin ölçüm için başka bir yere transfer edilmesine gerek yoktur. Yeni bir araç tasarımı söz konusu olduğunda, güvenlik açısından mevcut ortamda ölçüm yapılması önem taşımaktadır.
- Ölçümler esnasında objeye temasa gerek yoktur. Özellikle yumuşak nesnelere

ölçümlerinde önemli bir avantaj sağlanmaktadır.

- Endüstriyel robotların ya da makinelerin ölçümlerinde olduğu gibi hareket analizi için dinamik ölçümler yapmak mümkündür. Çeşitli testler için hareket halindeki araçların ölçümleri yapılabilir.
- Fotoğraflar çekildikten sonra analizler istenilen herhangi bir zamanda gerçekleştirilebilir.
- Ölçüm hızları yüksektir.
- Geleneksel ölçüm cihazları ile karşılaştırıldığında en az yarı yarıya ekonomiktirler. Özel bir ölçüm odasına ya da kuruluma ihtiyaç duymazlar.

Otomotiv endüstrisinde fotogrametri, araçların tasarlanıp modellenmesinden başka, araç koltuklarının şekillerinin ve kontrol ünitelerinin yerlerinin optimize edilebilmesi için insan bedeni üzerinde, istatistiki çalışmalarda da kullanılmıştır. Fotogrametrinin esnekliği ve kullanım kolaylığı çarpışma testlerinde ve kaza analizlerinde büyük avantajlar sağlamaktadır. Borutta ve Peipe [2] araç hareketlerinin analizinde kullanılan deformasyon ölçümleri için fotogrametriyi ilk olarak kullanmışlar ve başarılı sonuçlar elde etmişlerdir.

3.2.3 Endüstriyel Boru Sistemleri

Mevcut tesislerde bulunan boru hatlarının ölçümleri, yenilenen ve geliştirilen tesisler için, özellikle petrokimya endüstrisinde, büyük önem taşımaktadır. Bu tasarım projelerinde mevcut boruların hassas pozisyon ölçümleri gerekmektedir. Maliyetler göz önünde bulundurulduğunda, var olan mevcut sistemlerin gerekli hassasiyette ölçümleri yakın mevzili fotogrametri ile başarıyla gerçekleştirilmektedir. Boru sistemlerinde fotogrametrik yöntemlerin uygulanması Kramer ve Scholer [11] ile Bracewell ve Klement [3] tarafından detayları ile incelenmiştir.

Yukarıda sayılan birkaç ana başlığın dışında; yüksek hassasiyet gerektiren iletişim antenlerinin tasarım, kalibrasyon ve pozisyonlandırılmasında, çeşitli mühendislik yapılarının deformasyon ölçümlerinde, endüstriyel robotların kontrol ve kalibrasyonunda, gemi inşa alanında ve ilgili yapıların çok çeşitli ölçümlerinde, depolama tanklarının ölçümlerinde, tünellerin incelenmesinde, soğutma kulelerinde ve daha birçok alanda fotogrametri başarı ile kullanılmaktadır.

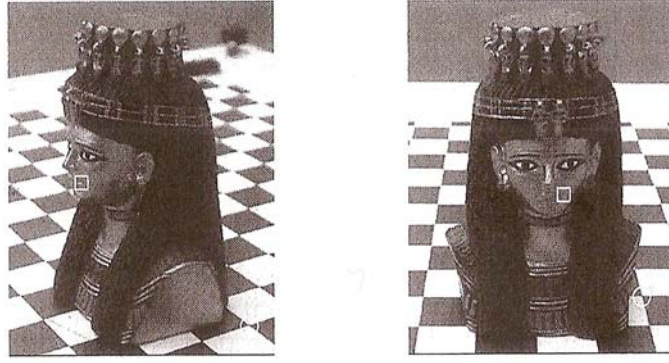
4. GÖRÜNTÜNÜN TEMEL ÖĞELERİ VE EŞLEŞME

Uzaydaki, nokta ve doğru gibi temel geometriler dönüştürüldüğünde (Mesela görüntü düzlemine izdüşürülebilirler) görüntülerinin koordinatları elde edilebilir. Pratikte, görüntüler; belirli bir bölgedeki sensöre gelen ışık miktarını ölçen pozitif sayı dizileridir. Kamera ile ölçülenler, nokta ve doğrular olmayıp ışık yoğunluğu olduğuna göre, elde edilen veriler geometrik görüntü oluşum modeli [16] ile nasıl bağdaştırılabilir? Diğer bir deyişle; ışık ölçümlerinden (fotometri), geometriye nasıl geçilebilir? Bu bölümde temel olarak bu soruya yanıt aranacaktır. Fotometri ölçümlerinden nasıl geometrik temel öğeler elde edileceği ve bu öğelerin farklı görüntülerde nasıl eşleştirileceği irdelenecektir.

Geometrik temel öğelerin elde edilmesi alışlagelmiş olup geniş ölçüde kabul görmesine karşın bu yaklaşımın sınırları mevcuttur. Geometrik temel öğeler, görüntünün yerel analizi ve eşleştirilmesi ile elde edilir. Bu yöntem belirsizliğe ve yanlış eşleşmelerin oluşumuna meyillidir. Bunun yanında, fotometri ve geometri sonuçları elde edebilmek için görüntülerin global analizi ise, hesaplama açısından zorlayıcıdır hatta anlamlı olacağı bile kesin değildir. Hangi yöntem uygulanırsa uygulansın geometrik temel öğelerin seçilmesi ve eşleştirilmesi zor bir süreçtir. Bu yüzden farklı görüntülerdeki geometrik temel öğeler arasında eşleşmeler oluşturulurken sahnenin fotometrisi için bazı varsayımlar kabul edilecektir. Bu varsayımlar, nokta ve doğruların görüntü içinde nasıl hareket ettiğini anlamak için ışık ölçümlerinin kullanılabilmesini sağlayacaktır. Sahnenin geometrisini oluşturabilmek için sahnenin üç boyutlu yapısı içindeki görüntü hareketi ve bu hareketin kameraya göre olan rölatif yer değiştirmesi hep bu varsayımlar ile hesaplanmaya çalışılacaktır.

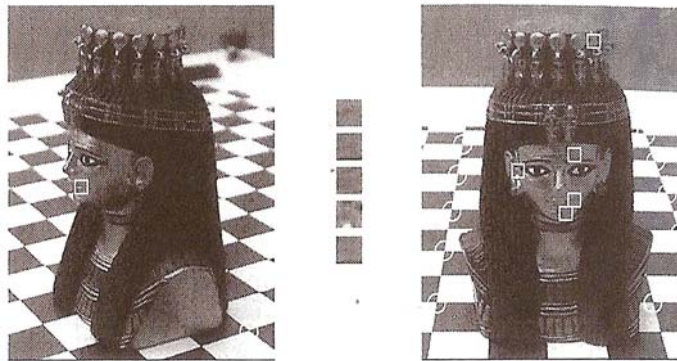
4.1 Geometrik Özellik Elemanlarının Eşleştirilmesi

Şekil 4.1 örneğinde olduğu gibi; bir sahnenin, farklı bakış açılarından elde edilmiş, iki resminin olduğu varsayımla, belirli bir noktanın koordinatları göz önünde bulundurulmuştur. İki görüntü arasındaki eşlenik noktalar, aynı noktanın uzaydaki izdüşümleridir. Sol resimdeki beyaz kare ile çerçevlendirilmiş noktanın sağ resimdeki karşılığını bulmak insan için gayet kolaydır fakat uzaydaki aynı noktanın farklı görüntülerdeki izdüşümlerinin piksel koordinatları olarak aynı olmayacağı da kolaylıkla söylenebilir.



Şekil 4.1 İki görüntü arasındaki eşlenik noktalar. [16]

İnsan beyni bu problemi kolaylıkla çözüyor bile olsa, ne yazık ki bu işlemin matematik modelini oluşturabilmek hiç de kolay değildir. Aslında bu başarılı eşleşmeyi yapabilmek için insan beyni birçok bilgidan faydalanmaktadır. İçeriğin analiz edilmesi, komşu yapıların incelenmesi, görüntü içeriği hakkındaki önceden elde edilmiş olan bilgilerin gözden geçirilmesi, farkında olmadan gerçekleştirdiğimiz işlemlerdir. Sadece kare ve daire içine alınmış alanı görebildiğimizi farz edelim. Bu durumda eşleniklerin bulunması çok daha zor bir probleme dönüşecektir. Şekil 4.2'deki doğru eşlenik hangisidir? Sadece karelerin içine baktığımızda bunu söylemek zordur. Bunu hesaplamak bir bilgisayar programı için de kolay olmayacaktır. Şekil 4.2'de Sol tarafta bulunan görüntüdeki daire ve kare içine alınmış noktalar sağ tarafta hangi noktalara denk gelmektedir? Yerel fotometrik bilgiye dayalı eşleştirme belirsizliğe meyillidir. İlk bakışta, sadece bölgesel veriler ışığında, sağ taraftaki görüntü üzerinde elde edilen tüm noktalar sol görüntüdeki noktaların eşleniği gibi gözükabilir. Aslında sağ görüntüdeki bazı noktaların sol görüntü üzerinde bir eşleniği bile olmadığı açıkça görünmektedir.



Şekil 4.2 Yerel fotometrik bilgiye dayalı eşleştirme. [16]

4.1.1 Fotometrik Özellik Elemanlarından Geometrik Temel Öğelere

Şekil 4.1’de, sol resimde, x_1 pozisyonundaki bir pikselin eşleniğini bulmak istediğimizi farz edelim. x_1 ’deki görüntünün değeri $I_1(x_1)$ olsun. Sağdaki resimde aynı parlaklıktaki x_2 pozisyonunu arayalım. Sağlamaya çalıştığımız $I_1(x_1) = I_2(x_2)$ eşitliği bir etiket ya da bir imza olarak düşünülebilir. Daha önceki açıklamalar göz önünde bulundurulduğunda bu yaklaşımın hata ile sonuçlanacağı kolaylıkla görülebilir. İlk olarak, sağ resimde 307,200 adet piksel bulunmaktadır (640 x 480) ve bu piksellerin her biri 0 ile 255 arasında bir değer almaktadır (renkli görüntülerde ise bu değer kırmızı, yeşil ve mavi için ayrı ayrı belirtilir ve değerler 3 katına çıkar). Bu yüzden I_2 ’de $I_1(x_1)$ değeri ile eşleşen birçok piksel pozisyonu bulmak hiç de zor değildir. Halbuki aradığımız gerçek eşlenik noktası bu noktaların içinde dahi olmayabilir çünkü ışık yoğunluğu fotonların sayısıdır ve bu süreç belirsizliğe yol açmaktadır. Bu sorunu düzeltmenin bir yolu; tek bir pikselin parlaklığını bulmak yerine ilgi çekebilecek noktalar çerçevesinde, küçük bir pencere içindeki tüm piksellerin parlaklıklarını bulmak olabilir (Şekil 4.2) . Böylece, her bir piksele, pikselin parlaklığını tanımlayan, $I(x)$ şeklinde, sayısal bir etiket atamak yerine, ilgili pencere içinde bulunan her bir pikselin parlaklığı için miktarı çoğaltılmış vektörel bir etiket atamak daha mantıklı olacaktır. $W(x)$; x çevresindeki bir pencere ise; $I(x) = \{I(\tilde{x}) | \tilde{x} \in W(x)\}$ ’dır. Böylelikle, pencere içindeki her bir nokta aynı hareket ile yer değiştirmektedir (Şekil 4.3) varsayımı ile nokta eşleştirmesi, pencerelerin eşleştirilmesi ile hesaplanabilir. Yine de, görüntüdeki ortam kirliliği faktörü nedeni ile etiketlerde tam bir eşleşme beklememeli ve olası tutarsızlıkları en aza indiren pencereleri aramalıyız.

Bu yaklaşım şu şekilde genellenebilir: her bir nokta, bir destek penceresi ile ilişkilendirilir. Penceredeki her bir noktanın değeri tespit edilir. Bakış açısındaki değişim neticesinde hem pencere şekli hem de görüntü değeri bir değişime maruz kalır (örnek olarak; pencere yer değiştirir ve görüntü yoğunluğu ek bir kirlilik ile bozulur). Olası tutarsız ölçümlerin en az olduğu yer değiştirme aranır. Bu program gelecek bölümde incelenecektir (Bölüm 4.1.2) fakat ondan önce bu yaklaşımın tüm sorunlarımızı çözmeyeceğini anlayalım. Mesela şekil 4.2’deki satranç tahtası üzerinde bulunan kare şekilleri ele alalım. Bu bölgelerdeki her bir pikselin görüntü değeri karardır ve bu yüzden karşılığındaki eşleniği tam olarak bulmak imkansızdır. Homojen parçalardan herhangi birisi eşleşme kriterlerimizi sağlayıp yanlış sonuçlar elde etmemizi sağlayacaktır. Bu örnek, literatürde “Diyafram açıklığı” ve “boş duvar” problemleri

olarak adlandırılan sorunlara sadece bir göstergedir. Bu sorun, seçili alandaki parlaklık profili, yer değiştirmeyi özgün şekilde belirleyebileceğimiz kadar zengin olmadığından ortaya çıkar (Bölüm 4.3.1). Öyleyse, ilgimizi, eşleşme probleminin çözülebileceği bölgelere yöneltmek akıllıca olacaktır. Bunlara “özellik elemanı” adını vereceğiz. Özellik elemanları, fotometrik ölçümler ile geometrik temel öğeler arasında bağlantı kurulmasına yardımcı olacaklardır.

4.1.2 Yerel ve Global Görüntü Deformasyonları

Yukarıdaki açıklamalar göz önünde bulundurulduğunda noktaların eşleştirilmesi yerine pencerelerin eşleştirilmesi daha efektif bulunabilir. Yoğunluk bilgisinin bölgesel bütünlüğü, görüntü kirliliğinin etkilerini bertaraf edebilmektedir. Öyleyse, neden bunu uç noktalara taşımayalım ve yoğunluk bilgisini tamamlamak için tüm görüntüyü kullanmayalım? Tüm görüntüdeki oluşan deformasyon doğal olarak tek bir yer değiştirme ile tanımlanamaz. Bu nedenle iki karşıt görüş oluşturulabilir; karmaşık bir dönüşüm seçerek tüm görüntüdeki değişimleri kapsayabilir ya da basit bir dönüşüm seçer ve belirli bir sınır çerçevesinde, hareketleri yakalanabilen alanlara yoğunlaşılabilir.

Bir görüntü, mesela I_1 , pozitif reel sayı cinsinden parlaklık değerleri alan, küçük iki boyutlu bölgedeki (Ω) bir fonksiyon olarak tanımlanabilir.

$$I_1 : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ ; x \mapsto I_1(x).$$

$I_1(x)$, parlaklık değeri, uzayda ışıyan enerjinin ışın doğrultusunda birleştirilmesi ile elde edilir $\{\lambda x, \lambda \in \mathbb{R}_+\}$.

Eğer sahne sadece mat objelerden oluşmuş ise, izdüşüm ışını üzerinde sadece bir noktanın, mesela p , parlaklık üzerinde payı olacaktır. Kamera referans kadrajına göre, bu nokta koordinatları $X \in \mathbb{R}^3$ olsun. Görünür bir yüzey ile ışının ilk kesişmesi ile oluşup, λ 'nın belirli bir değerine karşılık gelen $\lambda x = X$ eşitliğini kabul edelim. $\mathfrak{R} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_+$, görünür yüzeydeki parlaklık dağılımıdır ve değeri p 'de $\mathfrak{R}(p)$ 'dir. Parlaklık denklemi aşağıdaki gibi oluşacaktır;

$$I_1(x) \sim \mathfrak{R}(p) \tag{4.1}$$

Şimdi, aynı sahnenin farklı bir görüntüsü için farklı bir bakış açısından alınmış I_2 olduğunu farz edelim. Bu durumda bir fonksiyon daha ortaya çıkacaktır.

$$I_2 : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ ; x \mapsto I_2(x).$$

Aynı, x , görüntü konumunda, $I_2(x)$ genel olarak $I_1(x)$ 'den farklı olacaktır. Eşleşmeyi sağlayabilmek için ilk adım, ne kadar değişimin oluştuğunu anlamaktır.

İlk olarak içerisinde $X \in \mathbb{R}^3$ koordinatlarındaki p noktasının olduğu boş bir uzay düşünelim. Bu nokta her yöne aynı enerji ile ışık yayıyor olsun. Bu, bir sonraki bölümde açıklanacak yaklaşımın basitleştirilmiş halidir. I_1 ve I_2 , aynı sahnedeki görüntüler olsun. Her ikisi de aynı parlaklık denklemini (4.1) belirtmelidirler. Bu yüzden, eğer x_1 ve x_2 iki görünüşteki aynı p noktasının iki görüntüsü iseler aşağıdaki eşitlik oluşacaktır;

$$I_2(x_2) = I_1(x_1) \sim \mathfrak{R}(p). \quad (4.2)$$

Bu kısıtlayıcı yaklaşımlar kabul edildiğinde, eşleşme problemi x_1 ve x_2 arasındaki bağlantının kurulmasını içermektedir. x_1 ve x_2 noktaları aslında aynı üç boyutlu noktanın farklı görünüşleridir. İki kamera açısı arasındaki yer değiştirmenin rijit gövde hareketi olduğunu varsayalım (R, T) . I_1 görüntüsündeki x_1 noktası, I_2 görüntüsündeki x_2 noktası ile aşağıdaki eşitlik sağlandığında uyumaktadır.

$$x_2 = h(x_1) = \frac{1}{\lambda_2(X)} (R\lambda_1(X)x_1 + T), \quad (4.3)$$

λ_i , $i=1,2$, ölçek değerlerinin, kamera bakış açılarında, noktaların üç boyutlu koordinatlarına, X , bağlı olduğu vurgulanmıştı. Bu yüzden aynı sahnedeki iki görüntü arasındaki deformasyon modeli, bir görüntü eşleşme sabiti ile verilir

$$I_1(x_1) = I_2(h(x_1)), \quad \forall x_1 \in \Omega \cap h^{-1}(\Omega) \subset \mathbb{R}^{2 \times 2}. \quad (4.4)$$

Bu eşitlik “parlaklık karar koşulu” şeklinde adlandırılabilir. Görüntüdeki bir noktaya karşılık yer değiştirmiş diğer bir görüntüde aynı parlaklığa sahip başka bir nokta mevcuttur.

Bu fonksiyondaki h , görüntünün hareketidir yani yer değiştirmeyi tanımlamaktadır. Piksel bazındaki hareketi açıkça vurgulamak için h , şu şekilde tanımlanabilir;

$$h(x) = x + \Delta x(X), \quad (4.5)$$

h değerinin sahnenin şekline bağlı olduğu $\Delta x(X)$ ifadesinde açıkça belirtilmektedir. $\Delta x(X)$ değeri aynı noktanın bir görünüşten diğer bir görünüşe olan yer değişimidir. Tam mat yüzey ya da literatürdeki adı ile Lambert yüzeyi, yüzey parlaklığının her bakış açısında aynı kalması, farklı açılarda farklı parlaklıkların oluşmaması durumudur. Bu durumda;

$\Delta x = x_2 - x_1$ olacaktır. $h(x)$ 'in, X noktasının pozisyonuna bağlı olması λ_1, λ_2 ölçeklerinden gelir (Mesela görünen yüzey derinliği gibi). Bu nedenle, genel olarak, h sonsuz boyutsal uzaydaki bir fonksiyondur ve görüntü eşleniklerini bulmak görünen objelerin şekillerini tanımlamak kadar zordur.

Eğer yüzey Lambert yüzeyi değil ise 4.4 eşitliğine güvenilemez. Bu nedenle bir kez daha belirtmek gerekir ki tüm görüntü üzerindeki yer değişimini modellemek oldukça zor bir meseledir.

4.2 Yerel Deformasyon Modelleri

Önceki kısımda tanımlandığı gibi, global model ile ilgili sorun şudur; tüm görüntünün geçirdiği dönüşüm, genel olarak, sonsuz boyuttadır ve bu sonsuz boyuttaki dönüşümü bulmak demek, sahnenin üç boyutlu yapısını tamamen ortaya çıkarmak demektir. Bu yüzden, bundan sonra yapılması gereken şudur: Önce, bir grup basit dönüşüm seçmek üzerine yoğunlaşılacak, sonra da görüntünün, bu dönüşümlere uğradığını kabul ederek, modellenebilecek bölgelerine odaklanılacak. Böyle dönüşümler, görüntünün tanım kümesinde (örneğin; x çevresinde bir $W(x)$ penceresi- ve $I(\tilde{x}), \tilde{x} \in W(x)$ ile ifade edilen yoğunluk değerlerinde) oluşur. 4.2.1 ve 4.2.2 alt başlıklarında, bu iki durum incelenecektir.

4.2.1 Görüntü Tanım Kümesinin Dönüşümleri

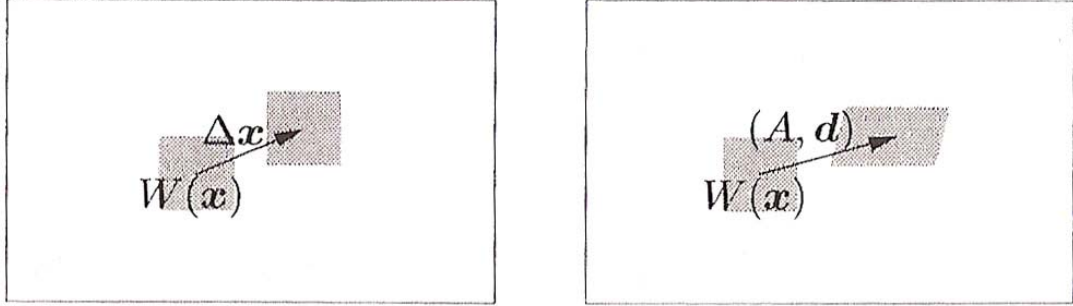
Burada, sayısı gittikçe artan yerel deformasyon modellerinden üçü incelenecek. İncelemeye en basit modelle başlanacaktır.

4.2.1.1 Ötelenme Hareketi Modeli

Düşünülebilecek en basit dönüşüm, penceredeki her noktanın tam olarak aynı hareketi yaptığı, yani $\Delta x = \text{sabit}$ olan ve $h(\tilde{x}) = \tilde{x} + \Delta x, \forall \tilde{x} \in W(x), \Delta x \in \mathbb{R}^2$ ifadesinden de anlaşılacağı üzere X konumuna bağlı olmayan, dönüşümdür. Bu model, sadece, sahnenin, düz ve görüntü düzlemine paralel olan ve görüntü düzlemine paralel olarak hareket eden kısımları için geçerlidir. İlkesel olarak, sahnenin pürüzsüz kısımları, böylesi düzlemsel yamaların bir toplamı olarak var sayılabilir olsa da; bu kısımların hareketi, genel olarak, modeli sağlamayacaktır. Bu yüzden, bu model, sadece; uzayda (küçük pencereler) ve zamanda (yakın

zaman anları, ya da küçük kamera hareketi) yerel olarak geçerli olan kaba bir tahmindir.

Kaba olmasına rağmen, bu model, basitliğinden ve sonucundaki uygulamanın verimliliğinden dolayı birçok özellik eşleme ve izleme algoritmalarının merkezinde yer alır. Bu da Kısım 4.3.1’de incelenmiştir.



Şekil 4.3 Afın ve ötelenme modelleri. [16]

4.2.1.2 Afın Hareket Modeli

Afın hareket modelinde, $W(x)$ penceresindeki noktalar aynı hareketi yapmazlar. Onun yerine, her noktanın hareketi, doğrusal olarak, konumuna ve sabit bir öteleme değerine bağlıdır. Bu ilişki, $h(\tilde{x}) = A\tilde{x} + d, \forall \tilde{x} \in W(x), A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, d \in \mathbb{R}^2$ ile ifade edilir. Bu model, optik eksen etrafında keyfi bir öteleme ve dönme hareketi yapan ve az bir miktarda da optik eksene ortogonal olan bir eksen etrafında dönme hareketi yapan ve görüntü düzlemine paralel olan, küçük, düzlemsel yamalar için iyi bir kabuldür. Bu model, Kısım 4.3.2’de de görüleceği gibi, basitlik ve esneklik arasında uygun bir dengeyi temsil eder (ne çok basit, ne çok esnek). Yerel tanım kümesi $W(x)$ deformasyonunun iki temel türü Şekil 4.3’de gösterilmiştir. Sol görüntü ötelenme, sağ ise afındır.

4.2.1.3 İzdüşümsel Hareket Modeli

$H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ‘ün bir skaler çarpana bağlı olarak tanımlandığı $h(\tilde{x}) \sim H\tilde{x}, \forall \tilde{x} \in W(x)$ denkleminde uygun olacak şekilde, homojen koordinatlarında, doğrusal olan dönüşümler düşünüldüğünde, afın model için bir genelleme daha yapılmış olunur. Bu model, Kısım 5.3’de görüleceği gibi, sahnedeki düzlemsel bir yamanın keyfi bir katı-cisim hareketini yakalar. Her pürüzsüz yüzey, bir düzlemler toplamına, keyfi olarak, oldukça iyi bir biçimde yaklaşılabilir. Bu

model, görüntünün, süreksizlikler ve örtüşen sınırlar haricindeki her yerinde uygundur.

Seçilen h dönüşümü ne olursa olsun, eşleşme kurabilmek için, (4.4) denklemini çözen h 'nin bulunması gerekir. Bir sonraki kısımda görüleceği gibi, (4.4) denkleminin olduğu haliyle çözülmesi oldukça zordur. Bu yüzden, bölüm 4.3'de, eşleştirmeyi bir optimizasyon problemi olarak ifade etmenin yolları tanımlanacak; bu da etkili algoritmalar türeterek yapılacaktır.

4.2.2 Yoğunluk Değerinin Dönüşümleri

Önceki kısımdaki derivasyon için yapılan temel varsayım şuydu; X koordinatlarına sahip her nokta, (4.4) denkleminde verildiği gibi, her iki görüntüde de, aynı ölçülmüş parlaklık sonucunu verir. Uygulamada, bu varsayım, birçok etkenden ötürü gerçekçi değildir. Bir ilk yaklaşım olarak, tüm belirsizlik kaynakları bir gürültü terimi, n 'de toplanabilir.¹ Bu yüzden, (4.4) denklemi, yoğunluk değerindeki değişiklikleri ve tanım kümesinin deformasyonunu hesaba katacak şekilde değiştirilmelidir:

$$I_1(x_1) = I_2(h(x_1)) + nh(x_1) \quad (4.6)$$

Bir bakış noktasından görünür olan noktaların, başka bir bakış noktasından görünmeyebilecekleri düşünüldüğünde, (4.4) modelinden, daha temel sapmalar olur. Örtüşmeler; I_2 'nin önüne getireceğimiz, görüntülenen X yüzeyinin biçimine ve (g) bakış noktasına bağlı olan bir çarpan ile temsil edilir: $I_1(x_1) = f_o(X, g)I_2(h(x_1)) + nh(x_1)$. Örneğin; yüzeydeki sadece bir noktanın ışık yaydığı durum için; nokta görünür ise $f_o(X, g) = 1$ olur, nokta görünmez durumda ise $f_o(X, g) = 0$ olur. Bu denklem, şu gerçeği açığa kavuşturmaktadır: I_1 etiketini, x_1 noktasıyla ilişkilendirmek iyi bir fikir değildir. Çünkü I_1 'in değeri, kontrol edemediğimiz iki değere bağlıdır: n gürültüsü ve X uzayındaki yüzeylerin şekli.

Bunlara ek olarak, çoğu doğal sahnede, nesnelere kendi ışıklarını yaymazlar; onun yerine, malzemenin özelliklerine bağlı bir şekilde, ortam ışığını yansıtırlar. Örtüşmelerin yokluğunda bile, farklı malzemeler, Lambert yüzey varsayımını ihlal ederek; ışığı, farklı miktarlarda ve farklı doğrultularda, saçabilirler ya da yansıtabilirler. Genel olarak, çok az malzeme, tam

¹ Bu gürültü, istatistiksel olarak, sıklıkla, bir Poisson rassal değişkeni (sayma işleminin doğasını vurgularken ve parlaklık üzerine negatif olmama kısıtını koyarken) olarak ya da bir Gauss rassal değişkeni (çok sayıdaki bağımsız belirsizlik kaynaklarının eşzamanlılığını vurgularken) olarak tanımlanır.

anlamıyla Lambert yansıması sergiler. Doğal ve yapay sahnelerde, olağan olarak, yarısaydam ve anizotropik malzemeler gibi çok daha karmaşık yansıma modelleri vardır.

4.3 Nokta Özelliklerinin Eşleştirilmesi

Yukarıdaki tartışmadan şu sonuç çıkarılabilir: keyfi yansıtma özelliklerine sahip sahnelerde, nokta eşleştirilmesi kurulamaz. Görüntüsü bakış noktasına bağlı olmayan, göreceli olarak basit olan sahnelerde bile, diyafram açıklığı probleminde dolayı, noktalar arasında eşleşme kurulamaz. Öyleyse, tek çözüm, yerel fotometrik bilginin integralini alarak ilerlemektir. (4.2) denklemini, bir görüntü üzerindeki noktalar cinsinden düşünmek yerine; aynı denklemin, bölgeler cinsinden eşleşme tanımladığını düşünebiliriz. Bu da, bir $W(x)$ penceresi üzerindeki her bir kenarın, her bir x noktası etrafında integralini alarak ve denklemini, x noktasındaki eşleşmeyi karakterize etmek için kullanılarak yapılabilir. Belirsizlik, gürültü, Lambert yansımasından sapmalar, emilmeler vb. 'nin varlığından dolayı; (4.4) denkleminin, (4.6)'da olduğu gibi, sadece belirsizliğe bağlı olarak sağlanabileceğini bekleyebiliriz. Bu yüzden, eşleşme, bir optimizasyon probleminin çözümü olarak formüle edilir. Bir dönüşüm sınıfı seçilir ve gürültünün (belli bir kritere göre ölçülmüş) etkilerini minimize eden, denklem (4.6) ile belirlenen, bir pencere üzerinde integrali alınmış, belli bir \hat{h} dönüşümü aranır².

Örneğin; fark ölçüsü olarak toplamsal hatanın normunu alırsak, elimizde, denklem (4.6) ile

belirlenmiş $\hat{h} = \arg \min_h \sum_{\tilde{x} \in W(x)} \|n(\tilde{x})\|^2$ olabilir. İfadeyi, n 'yi açarak yeniden yazarsak,

$$\hat{h} = \arg \min_h \sum_{\tilde{x} \in W(x)} \|I_1(\tilde{x}) - I_2(h(\tilde{x}))\|^2 \quad (4.7)$$

elde edilir.

İleriki alt başlıklarda, fark kriterleri için yapılabilecek seçimlerden birkaçı incelenecektir. Bu kriterlerden bazıları farkların karelerinin toplamı ve normalleştirilmiş çapraz-korelasyondur. Fakat, bunu yapmadan önce, henüz tanımladığımız optimizasyon probleminin iyi kurulup kurulmadığına bakalım.

² Burada, şapka sembolü $\hat{(\cdot)}$, tahmin edilmiş bir niceliği ifade eder. Aykırı-simetrik matrisi gösteren geniş şapka $\widehat{(\cdot)}$ ile karıştırılmamalıdır.

x noktasının bir sabit yoğunluk bölgesi içinde olduğu (4.7) denklemini düşünelim. Öyleyse, tüm $\tilde{x} \in W(x)$ için $I_1(\tilde{x}) = \text{sabit}$, olur. Aynı durum I_2 için de geçerlidir ve bu yüzden, minimize edilen norm h 'ye bağlı değildir ve \tilde{h} için herhangi bir seçim, denklemi çözecektir. Bu, diyafram açıklığı probleminin bir dışavurumu olan “boş duvar” etkisidir. Bu yüzden (4.7) probleminin iyi kurulabilmesi için, bir pencere içerisindeki yoğunluk değerleri “yeterince zengin” olmalıdır.

Bu önemli gerçek akılda tutularak, α parametrelerinden oluşan bir kümeye bağlı olan ve h ile ifade edilen bir dönüşümler sınıfı seçilir. Örneğin; ötelenme modeli için $\alpha = \Delta x$ ve afin model için ise $\alpha = \{A, d\}$. Gösterimle biraz oynanarak, h 'nin α 'ya bağlı olduğu belirtmek için, $h(\alpha)$ notasyonu kullanılır. Sonrasında, şu tanım yapılabilir: eğer

$$I_1(\tilde{x}) = I_2(h(\tilde{x}, \alpha)), \quad \forall \tilde{x} \in W(x), \quad (4.8)$$

denklemlerinin, eşsiz olarak, α parametrelerini belirlediği bir $W(x)$ komşuluğu varsa, bir x pikseli bir *nokta özelliğidir*. Boş duvar örneğinden anlaşılıyor ki; böylesi koşullar, I_1 ve I_2 'nin, en azından, sıfır haricinde gradyana sahip olmalarını gerektirir. İlerleyen kısımlarda, ötelenme modeli için gerekli koşulların tam olarak neler oldukları görülecektir. Benzer şekilde, bir *çizgi özelliği* de; dönüştürülen çizginin yönelimi ve normal yer değiştirmesi, bir değerli olarak, yukarıdaki denklem tarafından belirlenebilecek şekilde bir destek bölgesi ve etiketler toplamına sahip olan bir çizgi parçası olarak tanımlanabilir.

İlerleyen kısımlarda, α parametrelerinin öteleme ya da afin parametreleri olması durumlarında yukarıdaki problemin nasıl etkin biçimde çözülebileceği gösterilecektir. Önce, ya hareketli bir noktanın (özellik izleme) ya da piksel ızgarası üzerinde sabit konumda olan (optik akış) bir noktanın hızının nasıl hesaplanacağı tanımlanacak. Sonra da, kolaylıkla izlenebilen nokta özelliklerini algılamak için etkin bir algoritma verilecektir.

Özellik noktaları ve çizgilerinin tanımı; konumuzu, piksel ve görüntülerden, noktalar ve çizgiler gibi geometrik elemanlara taşımamıza yardımcı olmaktadır. Fakat daha sonraki bölümlerde de göreceğimiz gibi, bu ayırım gerçekçi olmaktan çok kavramsaldır.

4.3.1 Küçük Baz: Özellik İzleme ve Optik Akış

Önceki kısımlarda tanımlanan ve aşağıdaki denklemlerle ifade edilen ötelenme modelini düşünelim:

$$I_1(x) = I_2(h(x)) = I_2(x + \Delta x) \quad (4.9)$$

Eğer iki görüntünün, sonsuz küçük derecede yakın iki bakış noktasından alındığını düşünürsek, yukarıdaki kısıtın sürekli bir versiyonunu yazabiliriz. Notasyonları daha anlaşılır kılmak için, ilk görüntünün alındığı zaman t olarak adlandırıldı; yani, $I_1(x) \doteq I(x(t), t)$ ve ikinci görüntünün alındığı zamanı da $(t + dt)$ olarak alındı; yani, $I_2(x) \doteq I(x(t + dt), t + dt)$. dt notasyonu, sonsuz küçük bir zaman artışını (dolayısıyla hareketi) gösteriyor. Ayrıca, Δx yer değiştirmesini, sonsuz küçük durumdaki hız kavramıyla ilişkilendirmek için; bir (hız) vektörü $u \in \mathbb{R}^2$ için, $\Delta x \doteq udt$ denklemi yazıldı. Böylece, $h(x(t)) = x(t + dt) = x(t) + udt$ olur. Bu gösterimle, (4.9) denklemi, yeniden şöyle yazılabilir:

$$I(x(t), t) = I(x(t) + udt, t + dt) \quad (4.10)$$

Denklemin sağ tarafına, $x(t)$ etrafında Taylor serisi açılımı uygulanırsa ve yüksek mertebeli terimleri ihmal edilirse, şu denklemi elde edilir:

$$\nabla I(x(t), t)^T u + I_t(x(t), t) = 0 \quad (4.11)$$

Burada,

$$\nabla I(x, t) \doteq \begin{bmatrix} I_x(x, t) \\ I_y(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(x, t) \\ \frac{\partial I}{\partial y}(x, t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad I_t(x, t) \doteq \frac{\partial I}{\partial t}(x, t) \in \mathbb{R} \quad (4.12)$$

ve ∇I ve I_t ; $I(x, t)$ 'nin, sırasıyla, uzaysal ve zamansal türevleridir. ∇I uzaysal türevi, sıklıkla, *görüntü gradyanı* olarak adlandırılır³. Eğer t zamanı değiştikçe görüntü düzlemi üzerinde hareket eden bir nokta görüntüsünün yörüngesi $x(t) = [x(t), y(t)]^T$ ile ifade ediliyorsa, $I(x(t), t)$ sabit kalmalıdır. Buradan hareketle, yukarıdaki denklemi türetmenin bir diğer yolu da, $I(x(t), t) = I(x(t), y(t), t)$ ifadesinin, zamana göre toplam türevini almaktır:

³ Şuna dikkat edilmelidir; bir vektörün gradyanı bir kovektördür ve ok vektörü olarak gösterilmelidir. Fakat bu çalışmada, diğer tüm vektörlerle tutarlılık sağlamak için, bir sütun vektörü olarak tanımlandı.

$$\frac{dI(x(t), y(t), t)}{dt} = 0 \quad (4.13)$$

Buradan,

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (4.14)$$

olur.

$u \doteq [u_x, u_y]^T = \left[\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right]^T \in \mathbb{R}^2$ olduğuna dikkat edilirse, (4.14) denkleminin (4.11) ile özdeş

olduğu görülür. (4.14) denklemi, *parlaklık sabitliği kısıtı* olarak da adlandırılır. (4.14), en basit ötelenme modeli için olan (4.4) denkleminin sürekli olan versiyonudur. Kısıtın nerde kullanıldığına bağlı olarak, bu denklem, *optik akış* hesabı için kullanılabileceği gibi, hareket eden bir dizi görüntüdeki *fotometrik özellikleri izlemek* için de kullanılabilir.

Belli bir \bar{x} görüntü konumuna odaklanır ve (4.14) denklemi, o piksel üzerinden “akan parçacıkların” hızını hesaplamak için kullanılırsa, $u(\bar{x}, t)$ *optik akış* olarak adlandırılır. Eğer, belli bir $x(t)$ parçacığı üzerinde odaklanılır ve parçacık, görüntü tanım kümesi boyunca hareket ederken, (4.14) denklemi $x(t)$ konumunda hesaplanırsa, $u(x(\bar{t}), \bar{t})$ ‘nin hesaplanması *özellik izleme* olarak adlandırılır. Optik akış ve özellik izleme arasındaki bağlantı, açıkça, $x(t+dt) = x(t) + u(x(t), t)dt$ olarak verilir. Kavramsal düzeydeki tek fark $u(x, t)$ vektörünün hesaplandığı yerdedir. Bu vektör, optik akışta, görüntüdeki sabit bir konumda hesaplanırken; özellik izlemede, $x(t)$ noktasında hesaplanır.

(4.11) denklemi, her bir noktada hesaplandığında, (u_x, u_y) ile gösterilen iki bilinmeyen için, sadece bir denklem sağlar. İşte bu, daha öncesinde bahsedilen, diyafram açıklığı problemi.

4.3.1.1 Diyafram Açıklığı Problemi

(4.11) denklemi aşağıdaki gibi daha kısa bir formda yazılsın:

$$\nabla I^T u + I_t = 0 \quad (4.15)$$

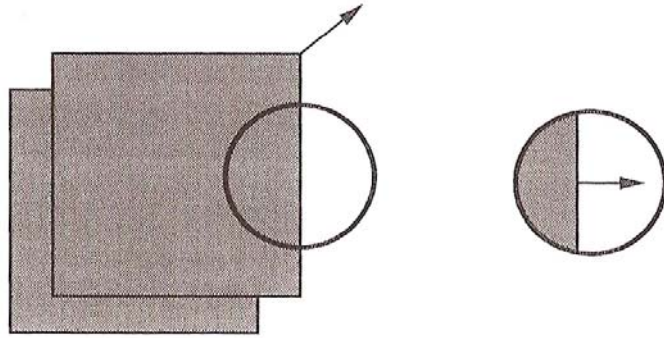
Kolaylık olsun diye, $I(x(t), y(t), t)$ içindeki $(x(t), y(t))$ değişkenlerinde t ’ler

gösterilmeyecek, bu durumda gösterimler, $I(x, y, t)$ ya da $I(x, t)$ şeklinde olacaktır.

Parlaklık sabitliği kısıtı, bir x görüntü noktasının u görüntü hızı ile $\nabla I, I_t$ olarak gösterilen uzaysal ve zamansal türevler arasındaki ilişkiyi yakalar. $x, u, \nabla I, I_t$ değerlerinin hepsi görüntülerden direkt olarak ölçülebilen değerlerdir. Daha önce de ifade edildiği gibi, denklem, $u = [u_x, u_y]^T$ eşitliğindeki iki bilinmeyen için tek bir kısıt sağlar. Doğrusal cebirin bakış açısıyla bakıldığında, bu denklemi sağlayan, sonsuz çoklukta u çözümü vardır. Tüm hesaplanılabilecek; gerçek optik akış vektörünün, ∇I görüntü gradyanı doğrultusundaki izdüşümüdür. Bu bileşen, *normal akış* olarak adlandırılır ve parlaklık sabitliği kısıtını sağlayan bir minimum norm vektörü $u_n \in \mathbb{R}^2$ olarak da düşünülebilir. Gerçek hareket vektörü u 'nun gradyan doğrultusundaki izdüşümüyle verilir ve denklemi de aşağıdaki gibidir:

$$u_n \doteq \frac{\nabla I^T u}{\|\nabla I\|} = -\frac{I_t}{\|\nabla I\|} \frac{\nabla I}{\|\nabla I\|} \quad (4.16)$$

Bu gözlem, diyafram açıklığı probleminin bir sonucudur ve bunu kolaylıkla gözümüzde canlandırılabilir. Örneğin; Şekil 4.4'teki kareye, küçük bir açıklıktan bakıldığını düşünelim. Kare, iki ardışık görüntü karesi arasında köşegenel hareket etse de, açıklıktan gözlemlenebilen sadece yataydaki hareketidir ve kenar doğrultusu boyunca yapılan hareket konusunda hiçbir şey söylenemez.



Şekil 4.4 Açıklıktan gözlemlenebilen hareket.

Sadece; “yeterli doku” içeren bir $W(x)$ bölgesindeki her \bar{x} noktasına, parlaklık sabitliği kısıtı uygulandığında ve u hareketinin bölgede sabit olduğu varsayılırsa; denklemler u üzerinde yeterli sayıda kısıt sağlar. Bu sabitli varsayım, $W(x)$ bölgesindeki tüm noktalar için olan kısıtların integralinin alınabilmesini ve tüm nokta kısıtlarıyla tutarlı olan en iyi görüntü

hızının aranabilmesini sağlar. (4.6) Modelinde gürültü etkisini hesaba katmak için, optik akış hesaplaması, sıklıkla; aşağıdaki, gradyan kısıtı üzerine kurulu, ikinci dereceden, hata fonksiyonunun bir minimizasyonu olarak formüle edilir:

$$E_b(u) = \sum_{W(x)} \left[\nabla I^T(\tilde{x}, t)u(x) + I_t(\tilde{x}, t) \right]^2 \quad (4.17)$$

Burada, “ b ” indisi, parlaklık sabitliğini göstermektedir. $u(x)$ ’in, her görüntü konumundaki en-küçük kareler kestirimini elde etmek için, $E_b(u)$ hata fonksiyonunun, u ’ya göre türevi alınır:

$$\begin{aligned} \nabla E_b(u) &= 2 \sum_{W(x)} \nabla I (\nabla I^T u + I_t) \\ &= 2 \sum_{W(x)} \left(\begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} I_x I_t \\ I_y I_t \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

E_b ’yi minimize eden u için, $\nabla E_b(u) = 0$ olması gerekir. Bu da aşağıdaki denklemi verir:

$$\begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \sum I_x I_t \\ \sum I_y I_t \end{bmatrix} = 0 \quad (4.18)$$

Bu denklem matris formunda aşağıdaki gibi yazılır:

$$Gu + b = 0 \quad (4.19)$$

Bu denklemin çözümü (eğer G tersinir ise), görüntü hızının en-küçük kareler kestirimini verir:

$$u = -G^{-1}b \quad (4.20)$$

Fakat şuna dikkat edilmelidir; G matrisinin tersinir olması garanti edilmemiştir. Eğer görüntü yoğunluğu değişimi, sadece bir boyut boyunca gerçekleşiyorsa (yani, $I_x = 0$ ya da $I_y = 0$ ise) ya da iki boyutta da yoğunluk değişimi yoksa (yani, $I_x = 0$ ve $I_y = 0$ ise); G tersinir değildir. Bu tekilliklerden daha önce, sırasıyla, diyafram açıklığı problemi ve boş duvar problemi olarak bahsedilmişti. Bu gözlemleri temel alındığında, şu anlaşılır; bir problemin kötü kurulup kurulmadığını tanımlayan, $W(x)$ penceresindeki görüntü parlaklığının yerel özellikleridir.

$G(x)$ tersinir iken tüm x noktaları için, parlaklık varsayımı altında, eşleşme probleminin çözülebilir olduğu görüldüğünden; böylesi x noktalarını, en azından yukarıdaki ikinci

dereceden kritere göre, “özellik noktaları” olarak tanımlamak uygun olur. Daha sonrasında, kısaca görüleceği gibi; bu tanım, diğer kriterlerle de tutarlıdır.

4.3.1.2 “Farkların Karelerinin Toplamı” (SSD) Kriteri

En basit model olan, ötelenme deformasyon modeline geri dönüldüğünde:

$$h(\tilde{x}) = \tilde{x} + \Delta x, \quad \forall \tilde{x} \in W(x) \quad (4.21)$$

Bir özellik noktası x 'i, görüntü yer değiştirmesi Δx 'i hesaplayarak izlemek için; $t + dt$ zamanında, görüntü üzerindeki, penceresi $W(x)$ penceresine “en çok benzeyen” $x + dt$ konumu araştırılır. Benzerliği ölçmek için genel olarak kullanılan yol “farkların karelerinin toplamı” (SSD) kriteridir. SSD yaklaşımı; merkezi, t zamanında, görüntüdeki bir (x, y) konumu, $t + dt$ zamanında ise noktanın iki görüntü karesi arasında gidebileceği konumlardan biri olan $(x + dx, y + dy)$, görüntü penceresi W 'yi düşünür. Amaç ise (x, y) görüntüsünde, SSD kriterini minimize edecek konumda olan bir $\Delta x = (dx, dy)$ yer değiştirmesi bulmaktır. Minimize edilecek SSD kriteri ise şöyle verilir:

$$E_t(dx, dy) \doteq \sum_{W(x,y)} [I(x + dx, y + dy, t + dt) - I(x, y, t)]^2 \quad (4.22)$$

Burada, “ t ” indisi, ötelenme deformasyon modelini gösterir. Bu, (4.17)’deki hata fonksiyonu ile karşılaştırıldığında, görülür ki; SSD kriterinin bir avantajı, ilkesel olarak, artık

$I(x, y, t)$ 'nin türevlerini hesaplamaya ihtiyacın olmayışdır. Elbette, $u dt = (-G^{-1}b)$ ifadesinin, $\Delta x = (dx, dy)$ yer değiştirmesinin birinci-dereceden yaklaşılması olduğu kolaylıkla gösterilebilir.

Yer değiştirmeyi hesaplamak için bir diğer alternatif de fonksiyonun her konumdaki değerine bakarak, minimum hata veren konumu seçmektir. Bu formülasyon Lucas ve Kanade’e [15], aittir ve ilk olarak stereo algoritmalar konusu içeriğinde öne sürülmüştür; sonrasında ise Tomasi ve Kanade [27] tarafından, daha genel bir özellik-izleme konusu içerisinde, son hali verilmiştir.

Algoritma 4.1’de, optik akış ya da özellik izleme için temel bir algoritma özetlenmiştir.

Algoritma 4.1 (Temel özellik izleme ve optik akış).

t zamanında bir $I(x)$ görüntüsü verili iken; sabit boyutta bir W penceresi kuruldu, (I_x, I_y) görüntü gradyanını hesaplamak için [16]'de verilen filtreler kullanıldı ve her x pikselinde

$$G(x) \doteq \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} \text{ hesabı yapıldı. Sonra, ya}$$

- (özellik izleme) $G(x_i)$ 'nin tersinir olması koşulunu sağlayan x_1, x_2, \dots noktalarını seçerek birkaç nokta özelliği seçildi, ya da
- (optik akış) sabit bir grid üzerinde olan x_i seçildi.

Algoritma 4.2'de, gürültünün etkilerine daha dayanıklı olan G için yapılan bir tersinirlik testi tanımlanmıştır

- $b(x, t) \doteq \begin{bmatrix} \sum I_x I_t \\ \sum I_y I_t \end{bmatrix}$ hesabı yapıldı.
- Eğer $G(x)$ tersinir ise (ki bu nokta özellikleri için garanti edilmiştir), $u(x, t)$ yer değiştirmesi, (4.20) denkleminde hesaplandı. Eğer $G(x)$ tersinir değil ise $u(x, t) = 0$ olduğu kabul edildi.

Böylece, x pikselinin t zamanındaki yer değiştirmesi, $G(x)$ 'in tersinir olması koşuluyla, $u(x, t) = -G(x)^{-1} b(x, t)$ bağıntısıyla verilir.

- (özellik izleme) $t+1$ zamanında, işlemi $x + u(x, t)$ 'de tekrarlandı.
 - (optik akış) $t+1$ zamanında, işlemi x 'de tekrarlandı.
-

Bu Algoritmanın çözümü ve uygulaması "sampleflow.m" isimli Matlab programında verildi.

4.3.2 Büyük Baz: Afin Modeli ve Normalleştirilmiş Çapraz-Korelasyon

Önceki kısımda anlatılan küçük-baz izleme algoritmaları, çok verimli ve hızlı uygulamalar verir. Fakat özellikler geniş bir zaman aralığında izlendiğinde, iki komşu görüntü karelerinin arasındaki şablonların eşleştirilmesi sonucu oluşan kestirim hatası zamanla artar. Bu da, sonuç olarak, en başta seçilmiş olan özelliklerin izinin kaybolmasına yol açar. Bu problemten kaçınmak için; komşu görüntü kareleri arasındaki görüntü bölgelerini eşleştirmek yerine; başlangıçtaki görüntü karesi, diyelim ki I_1 , ve geçerli (o andaki) görüntü karesi, diyelim ki I_2 , arasındaki görüntü bölgeleri eşleştirilebilir. Diğer yandan, ilk görüntü karesi ve geçerli

görüntü karesi arasındaki görüntü bölgelerinin deformasyonu, artık basit ötelenme modeliyle modellenemez. Onun yerine yaygın olarak benimsenen model ise, nokta özelliklerini destekleyen görüntü bölgelerinin afin deformasyonudur ve $I_1(\tilde{x}) = I_2(h(\tilde{x}))$ ile ifade edilir.

Burada, h fonksiyonu, aşağıdaki forma sahiptir:

$$h(\tilde{x}) = A\tilde{x} + d = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}, \quad \forall \tilde{x} \in W(x) \quad (4.23)$$

Saf ötelenme modeli (4.9)'da olduğu gibi, iki görüntü için, parlaklık sabitliği kısıtı formüle edilebilir. Burada, bu formülasyon, daha genel ve altı-parametrelili olan bu afin model kullanılarak yapıldı:

$$I_1(\tilde{x}) = I_2(A\tilde{x} + d), \quad \forall \tilde{x} \in W(x) \quad (4.24)$$

Yukarıdaki varsayım, görüntünün bir bölgesi üzerinde kullanılırsa, bilinmeyen afin parametreleri A ve d ; yukarıdaki kısıtın, $W(x)$ bölgesindeki tüm noktaları için, integrali alınarak kestirilebilir,

$$E_\alpha(A, d) \doteq \sum_{W(\alpha)} \left[I_2(A\tilde{x} + d) - I_1(\tilde{x}) \right]^2 \quad (4.25)$$

Burada, “ α ” indisi, afin deformasyon modelini gösterir. $I_2(A\tilde{x} + d)$ fonksiyonunu, $A_0 = I_{2 \times 2}, d_0 = 0_{2 \times 1}$ noktası etrafında birinci-dereceye yaklaşıklarırsa,

$$I_2(A\tilde{x} + d) \approx I_2(\tilde{x}) + \nabla I_2^T(\tilde{x}) \left[(A - A_0)\tilde{x} + d \right] \text{ olur.}$$

Yukarıdaki minimizasyon problemi, doğrusal en-küçük kareler kullanılarak çözülebilir. Bu da, görüntünün uzaysal ve zamansal gradyanlarının direkt ölçümünden, bilinmeyen $A \in R^{2 \times 2}$ ve $d \in R^2$ parametrelerinin kestirilmesini sağlar.

4.3.2.1 Normalleştirilmiş Çapraz-Korelasyon (NCC) Kriteri

Önceki kısımlarda, SSD şablon eşleştirmek için bir bedel fonksiyonu olarak kullanıldı. SSD, bilinmeyenler cinsinden bir doğrusal en-küçük kareler çözümü sağlasa da, bu seçimin bazı dezavantajları da vardır. Örneğin, SSD, ışıklandırma koşullarının zamanla değişmesinden kaynaklanan, görüntü yoğunluğu artışları ya da değişiklikleri karşısında değişmez değildir. Şablon eşleştirme amacı için, *normalleştirilmiş çapraz-korelasyon* daha iyi bir seçenektir. İki tane, eş olmayan görüntü bölgesi $I_1(\tilde{x})$ ve $I_2(h(\tilde{x}))$, $\tilde{x} \in W(x)$ ile, ve $N = |W(x)|$

(penceredeki piksellerin sayısı) verili iken, normalleştirilmiş çapraz-korelasyon (NCC) şöyle tanımlanır:

$$\text{NCC}(h) = \frac{\sum_{W(x)} (I_1(\tilde{x}) - \bar{I}_1) (I_2(h(\tilde{x}) - \bar{I}_2))}{\sqrt{\sum_{W(x)} (I_1(\tilde{x}) - \bar{I}_1)^2 \sum_{W(x)} (I_2(h(\tilde{x}) - \bar{I}_2))^2}} \quad (4.26)$$

Burada, \bar{I}_1 ve \bar{I}_2 ortalama yoğunluklardır:

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{N} \sum_{W(x)} I_1(\tilde{x}),$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{N} \sum_{W(x)} I_2(h(\tilde{x})).$$

Normalleştirilmiş çapraz-korelasyon değeri, her zaman, pencere boyutundan bağımsız olarak, -1 ve +1 arasında değişir. Normalleştirilmiş çapraz-korelasyon 1 olduğunda, iki görüntü bölgesi mükemmel olarak eşleşir. Özellikle, afin model durumunda, normalleştirilmiş çapraz-korelasyon aşağıdaki gibi olur:

$$\text{NCC}(A, d) = \frac{\sum_{W(x)} (I_1(\tilde{x}) - \bar{I}_1) (I_2((A\tilde{x} + d) - \bar{I}_2))}{\sqrt{\sum_{W(x)} (I_1(\tilde{x}) - \bar{I}_1)^2 \sum_{W(x)} (I_2((A\tilde{x} + d) - \bar{I}_2))^2}} \quad (4.27)$$

Sonuç olarak, istenilen şudur:

$$(\hat{A}, \hat{d}) = \arg \max_{A, d} \text{NCC}(A, d).$$

4.3.3 Nokta Özelliği Seçimi

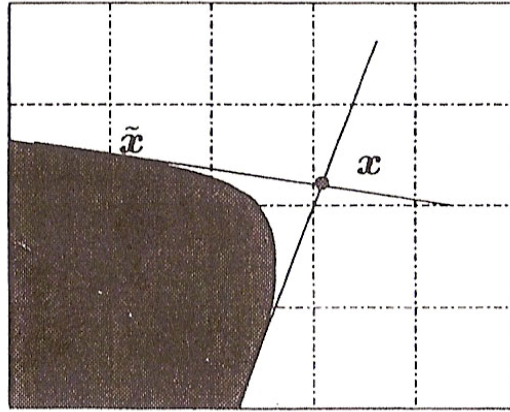
Önceki bölümlerde, fotometrik bir özelliğin öteleme ya da afin deformasyonunu hesaplamayı ve hesaplamanın, sabit bir konumlar kümesinde yapıldığı durumla (optik akış), nokta özelliklerinin zamanla birlikte izlendiği durumun (özellik izleme) arasındaki farklar incelenmişti. Özellik izleme ile ilgili olarak bahsedilmeyen bir konu ise izlenecek noktaların başlangıçta nasıl seçileceğiydi. Fakat daha önce, eşleşme probleminin kolayca çözülmesini sağlayan konumları, “özellik noktası” olarak seçmenin olabilirliği konusunda da defalarca ipucu verilmişti. Bu kısımda ise, böylesi özellikleri seçmek için nümerik bir algoritma verilerek, konu daha kesin bir hale getirilecektir.

Bu özellik noktalardan herhangi birinin tanımlanması, görüntünün gradyanının bilinmesine bağlıdır. Bu yüzden, özellik seçimi için herhangi bir algoritma vermeden önce, $\nabla I = [I_x, I_y]^T$ görüntü gradyanının nasıl doğru ve sağlam bir şekilde hesaplanacağını bilmesi gerekmektedir.

Saf öteleme durumu için izleme ya da eşleşme probleminin çözümü, görüntünün uzaysal gradyanlarından oluşan G matrisini tersinir kılmaya bağlıdır (4.20). G 'nin tersinir olması için, bölgenin, iki bağımsız doğrultuda sıfır dışı gradyanlarının olması gerekir; bu yapı da, bundan dolayı, Şekil 4.5'de gösterildiği gibi, bir "köşe" yapısına benzer. Bir x köşe özelliği, yerel kenarların (bir pencere içerisindeki) gerçek kesişimidir.

Alternatif olarak, eğer köşeye, penceredeki tüm kenarların "kesişimi" olarak bakılırsa; en az bir $x = [x, y]^T$ köşe noktasının varlığı şu anlama gelir: $W(x)$ penceresi üzerinde, aşağıdaki minimizasyonun bir sonucu vardır:

$$\min_x E_c(x) \doteq \sum_{\tilde{x} \in W(x)} [\nabla I^T(\tilde{x})(\tilde{x} - x)]^2 \quad (4.28)$$



Şekil 4.5 Bir x köşe özelliği, yerel kenarların kesişimidir. [16]

Burada, $\nabla I(\tilde{x})$, $\tilde{x} = [\tilde{x}, \tilde{y}]^T \in W(x)$ 'de hesaplanan gradyandır. Daha sonra, bu hata fonksiyonu için bir yerel minimumun varlığı ile gradyanların dış çarpımlarının toplamının birbirine denk olduğunu ispatlamak kolaydır. Yani;

$$G(x) = \sum_{\tilde{x} \in W(x)} \nabla I(\tilde{x}) \nabla I^T(\tilde{x}) = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (4.29)$$

Burada, $G(x)$, tekil olmayan bir matristir. Eğer G 'nin en küçük tekil değeri, belli bir τ eşliğinin üstündeyse, G tersinirdir, (4.20) çözülebilir ve bu yüzden, x noktasının bir özellik noktası olduğu söylenebilir. Eğer G 'nin iki tekil değeri de sıfıra yakınsa, özellik penceresi, hemen hemen sabit parlaklığa sahiptir. Eğer tekil değerlerinden biri sıfıra yakınsa, parlaklık, çoğunlukla tek bir doğrultuda değişir. Her iki durumda da nokta, localize edilemez ya da başka bir görüntü ile eşleştirilemez. Bu da, nokta (ya da köşe) özelliklerini ortaya çıkarmak için basit bir algoritmanın oluşumuna yol açar; bkz. Algoritma 4.2.

Algoritma 4.2. (Köşe detektörü)

Bir $I(x, y)$ görüntüsü verili iken, verilen bir (x, y) pikselinin bir köşe özelliği olup olmadığını anlamak için aşağıdaki basamaklar izlendi:

- bir $\tau \in \mathbb{R}$ eşliği belirlendi, sabit boyutta bir pencere kuruldu ve (I_x, I_y) görüntü gradyanı, [16]'te verilen filtreler kullanılarak hesaplandı.
- W penceresindeki tüm piksellerde, (x, y) 'ye bağlı olarak aşağıdaki matris hesaplandı:

$$G = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

- Eğer, en küçük tekil değer $\sigma_2(G)$, önceden sabitlenen τ eşliğinden büyük ise, pikseli, bir özellik (ya da köşe) noktası olarak işaretlenebilir.
-

Bu Algoritmanın çözümü ve uygulaması “harrisCorner.m” ve “test_4_1.m” isimli Matlab programında verildi.

“Köşe” sözcüğü kullanılmış olsa da, yukarıdaki test sadece, I parlaklık fonksiyonunun, ilgili pencere içerisinde, iki bağımsız doğrultuda “yeterince değiştiğini” garanti eder. Bunun gerçekleşmesinin bir diğer yolu ise pencerenin “yeterli doku” içermesi ve böylece en az iki bağımsız doğrultu boyunca yeterli varyasyona neden olmasıdır.

Yukarıdaki algoritmanın bir başka çeşidi de, ünlü Harris köşe detektörüdür Harris ve Stephens [8]. Ana fikir, aşağıdaki denklemle verilen niceliği eşiklemektir:

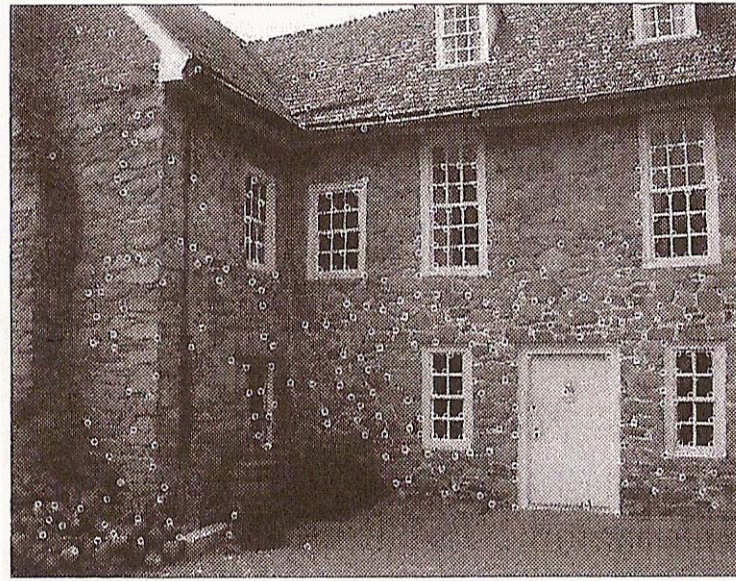
$$C(G) = \det(G) + k \times \text{trace}^2(G) \quad (4.31)$$

Burada, $k \in \mathbb{R}$ (genellikle küçük) bir skalerdir ve farklı k seçimleri, bir ya da birden fazla

doğrultuda gradyan değişimine ya da her ikisine de yol açabilir. Bunu görmek için; G 'nin iki özdeğeri (bu durumda tekil değerlerle çakışır), σ_1 ve σ_2 olsun. Öyleyse,

$$C(G) = \sigma_1\sigma_2 + k(\sigma_1 + \sigma_2)^2 = (1+2k)\sigma_1\sigma_2 + k(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \quad (4.32)$$

Eğer k büyükse ve özdeğerlerden biri büyükse, $C(G)$ de büyük olacaktır. Yani, en az bir doğrultuda belirgin bir gradyan değişimine sahip özellikler, büyük ihtimalle, bir eşiği geçeceklerdir. Eğer k küçükse, her iki özdeğerde yeterince büyük olmalıdır ki $C(G)$ eşiği geçebilsin. Bu durumda, sadece köşe özelliği desteklenmektedir. Basit eşikleme operasyonları, sıklıkla, tatmin edici sonuçlar vermezler, bu da iyi lokalize olmamış, çok sayıda köşe algılanmasına yol açar. Detektörün cevabının yüksek olduğu bölgelerde yerel minimumlar aranarak kısmi iyileştirmeler sağlanabilir. Şekil 4.6'da 5×5 integrasyon pencereleri ve $k = 0.04$ parametresini kullanan Harris özellik detektörünün verdiği yanıtı bir örnek görülmektedir. Seçilen pencerenin boyutundan dolayı, görüntünün sınırı çevresindeki görünür köşeler algılanmamıştır. Alternatif olarak; kontur (ya da kenar) algılama teknikleri kullanan ve gerçekten de algılanan konturların yüksek eğrilik noktalarını araştıran gelişmiş teknikler kullanılabilir. Wuescher ve Boyer, [32].



Şekil 4.6 Harris özellik dedektörünün verdiği yanıtı bir örnek. [16]

4.4 Çizgi Özelliklerinin İzlenmesi

İlerleyen bölümlerde de görüleceği gibi; nokta özelliklerinin yanı sıra, genellikle homojen bölgelerin sınırları olan çizgi (ya da kenar) özellikleri de, sahnedeki nesnelere 3B yapıları

hakkında bilgi sağlar. İlerleyen bölümlerde, böyle özelliklerin nasıl ortaya çıkarılacağı ve nasıl izleneceği görülecektir.

4.4.1 Kenar Özellikleri ve Kenar Algılama

Yukarda da belirtildiği gibi, G matrisinin her iki tekil değeri de sıfıra yakınsa, dokusuz “boş duvar” olarak nitelenir. Tekil değerlerden biri büyük, diğeri sıfıra yakın ise, parlaklık çoğunlukla tek bir doğrultu boyunca değişir. Fakat bu, gradyan doğrultusunda ani bir parlaklık değeri değişimini gerektirmez. Örneğin; gölgeli bir mermer kürenin görüntüsü, parlaklık açısından değişmez, fakat varyasyon pürüzsüzdür ve bu yüzden, tüm yüzey, her yerinde kenarı olan bir yüzey olarak değil, tek bir pürüzsüz bölge olarak yorumlanır. Bu yüzden, görüntüde “bir kenardan” bahsederken, gradyanda belirgin bir “pik” olan yer kastedilir. Elbette, “pik” kavramı, görüntünün çözünürlüğüne ve seçilen pencerenin boyutuna bağlıdır. Yüksek çözünürlüklü bir görüntüdeki küçük bir yama üzerinde, pürüzsüz gölge olarak görünen; alt örneklenmiş bir görüntüdeki büyük bir yama üzerinde, keskin bir süreksizlik olarak görünebilir.

Bu yüzden, bir x pikseli, ancak, gradyan normu $\|\nabla I\|$, komşu piksellerle kıyasla, bir yerel maksimuma ulaşırsa, “kenar özelliği” olarak adlandırılır. Ünlü Canny kenar-algılama algoritması, bu basit fikirden ortaya çıkmıştır Canny, [5].

Algoritma 4.3 (Canny kenar detektörü).

Bir $I(x, y)$ görüntüsü verili iken, verilen bir (x, y) pikselinin, bir kenar üzerinde olup olmadığını algılamak için aşağıdaki basamaklar izlendi:

- Bir $\tau > 0$ eşiği ve filtreyi türetmek (ayrıntılar için bkz. [16]) için kullanılan Gauss fonksiyonu g_σ için bir $\sigma > 0$ standart sapması belirlendi.
- $\nabla I = [I_x, I_y]^T$ gradyan vektörü hesaplandı.
- Eğer $\|\nabla I(x, y)\|^2 = \nabla I^T \nabla I$, gradyan boyunca bir yerel maksimumsa ve önceden sabitlenen τ eşiğinden büyükse, (x, y) kenar pikseli olarak işaretlenebilir.

Bu Algoritmanın çözümü ve uygulaması “edgeDetection.m” isimli Matlab programında verildi.

Şekil 4.7, gri-düzy görüntü üzerinde, Canny kenar detektörünün algıladığı kenarları göstermektedir.



Şekil 4.7 Orijinal görüntü, gradyan büyüklüğü ve algılanan kenar pikselleri. [16]

4.4.2 Kenar Elemanlarının Bileşimi: Çizgi Uydurma

Sayısallaştırma ve eşikleme; $\|\nabla I\|$ ile ifade edilen, gradyan büyüklüğü fonksiyonunun sürekliliğini bozan etkilerini telafi etmek için, kenar-algılama aşamasından sonra, sıklıkla, *bağlı bileşen analizi* yapılır. Bağlı bileşen analizi; ortak gradyan yönelimine sahip komşu piksellerin, bağlı bir kontur ya da, daha belirgin olarak, bir ℓ çizgi adayını oluşturmak üzere gruplanmasını sağlar. Bağlı bileşen algoritması, bir çok görüntü işleme ya da bilgisayarla görme ders kitabında (örnek; Gonzales ve Woods, [7]) bulunabilir. Bağlı bileşen analizinin sonuçlarını kullanan, çizgi uydurma aşaması, genel olarak, Hough ya da Radon dönüşümünün hesaplanmasını ve sonrasında da parametre uzayında bir pik algılamasını içerir. Görüntü işlemede bu iki teknik de iyice anlaşılmış tekniklerdir ve algoritmalar, standart görüntü işleme araç kutularının bir parçası olarak mevcuttur. (bkz. “image processing toolbox for Matlab, [34]”)

Alternatif olarak, çizgi özelliği adaylarını elde etmenin, kavramsal olarak daha basit bir yolu; çizgileri, bağlı bileşen analizinden elde edilen parçalara direkt olarak uydurmaktır. Her C^k bağlı bileşeni; gradyan yönelimleri temel alınarak bağlanan ve gruplanan ve böylece bir $W(\ell)$ çizgi destek bölgesi oluşturan ve $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ ile gösterilen kenar piksellerinin bir listesidir. Çizgi parametreleri, daha sonra, çizgi destek bölgesiyle ilişkili D^k matrisinin özvektörleri v_1, v_2 ve özdeğerleri λ_1, λ_2 kullanılarak, direkt olarak hesaplanabilirler. D^k matrisi aşağıdaki gibi verilir:

$$D^k \doteq \begin{bmatrix} \sum_i \tilde{x}_i^2 & \sum_i \tilde{x}_i \tilde{y}_i \\ \sum_i \tilde{x}_i \tilde{y}_i & \sum_i \tilde{y}_i^2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (4.33)$$

Burada $\tilde{x} = x_i - \bar{x}$ ve $\tilde{y} = y_i - \bar{y}$, bağılı bileşendeki her (x_i, y_i) pikselinin ortalama-düzeltilmiş piksel koordinatlarıdır, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i$ ve $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_i y_i$ de ortalamalardır. İdeal çizgi durumunda, özdeğerlerden biri sıfır olmalıdır. Çizgi uyumunun niteliği, D^k matrisinin iki özdeğerinin $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ oranı ($\lambda_1 > \lambda_2$ olmak kaydıyla) ile karakterize edilir.

2B görüntü düzlemi üzerinde, bir çizgi üzerindeki her (x, y) noktası aşağıdaki formdaki bir denklemi sağlamalıdır:

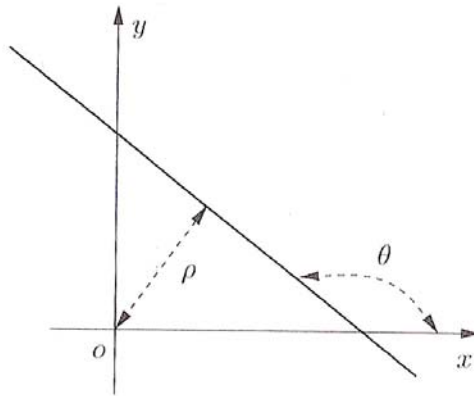
$$\sin(\theta)x - \cos(\theta)y = \rho \quad (4.34)$$

Geometrik olarak, θ ; ℓ çizgisi ile x-ekseni arasındaki açıdır ve ρ , orijinden ℓ çizgisine olan uzaklıktır (şekil 4.8). Bu gösterimde, birim özvektör v_1 (daha büyük özdeğer olan λ_1 'e karşılık gelen) şu formdadır: $v_1 = [\cos(\theta), \sin(\theta)]^T$. Öyleyse, ℓ çizgisinin parametreleri olan (ρ, θ) ; v_1 'dan yararlanılarak, aşağıdaki şekilde belirlenirler:

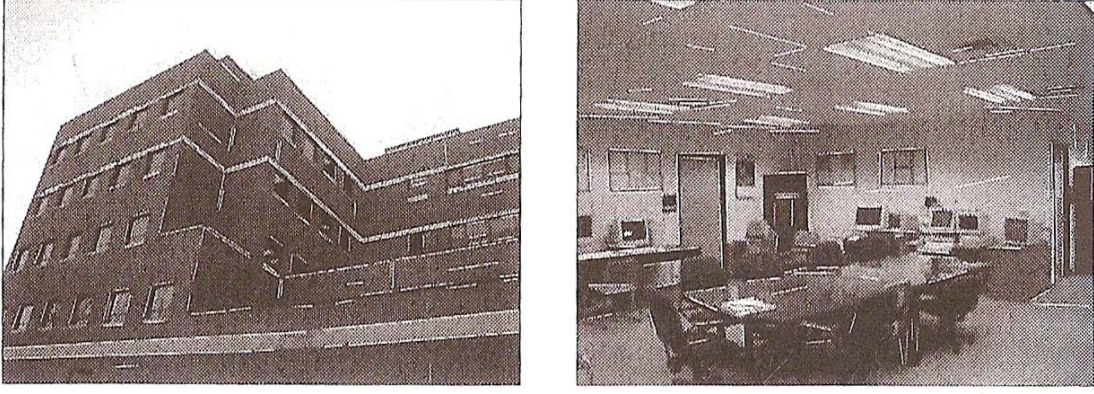
$$\theta = \arctan(v_1(2)/v_1(1)), \quad (4.35)$$

$$\rho = \bar{x} \sin(\theta) - \bar{y} \cos(\theta) \quad (4.36).$$

Burada, (\bar{x}, \bar{y}) , çizgi parçasının orta noktasıdır.



Şekil 4.8 İki boyuttaki bir çizginin parametreleştirilmesi



Şekil 4.9 Kenar algılama ve çizgi uydurma sonuçları [16]

4.4.3 Çizgi Parçalarının İzlenmesi ve Eşleştirilmesi

Çoklu görüntü kareleri üzerindeki çizgi özelliklerini ilişkilendirme teknikleri, nokta özelliği durumunda olduğu gibi, görünümeler arasındaki baza bağlıdır. En basit, görüntü-temelli çizgi izleme tekniği; bir çizgi destek bölgesi oluşturan kenar piksellerini içeren bir $W(\ell)$ pencere destek bölgesinin düşünülmesiyle başlar.⁴ Seçilen pencere önce, çizgi yönelimi düşey yapılarak, kanonik bir görüntü koordinat sistemine dönüştürülür. Çizgi destek bölgesi boyunca (x_i, y_i) örneklem noktalarında, çizgiye dik olan doğrultudaki $d\rho$ yer değiştirmesi hesaplanır. Belli sayıdaki örneklem noktası için bu yapıldıktan sonra, çizgi yönelimi $d\theta$ kadar değiştirilerek, yeni çizgi parçasının parametreleri elde edilebilir. Sonra da, geri kalan noktalar, hesaplanmış olan $d\rho$ ve $d\theta$ parametreleri kullanılarak, aşağıdaki şekilde güncellenir:

$$x^{k+1} = x^k + d\rho \sin(\theta^k + d\theta), \quad (4.37)$$

$$y^{k+1} = y^k - d\rho \cos(\theta^k + d\theta), \quad (4.38)$$

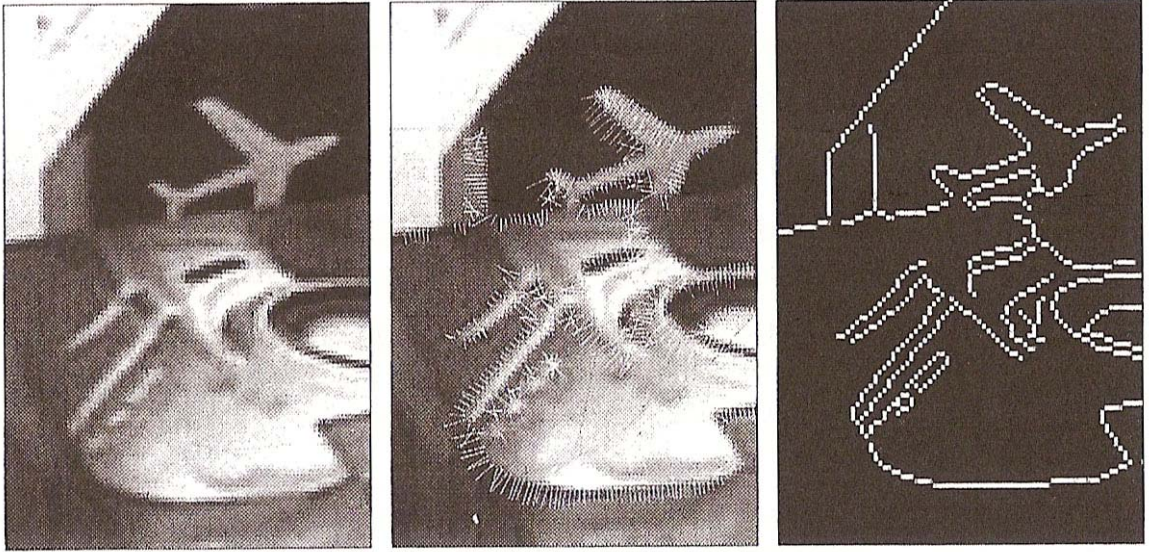
$$\theta^{k+1} = \theta^k + d\theta. \quad (4.39)$$

Bu metotta da diyafram açıklığı problemi olduğu unutulmamalıdır. Ek kısıtlar olmadıkça, kenar doğrultusu boyunca yer değiştirme ölçülemez. İzleme işlemi boyunca, bedeli yüksek

⁴ Genişletilmiş doğrular izleniyorlar mı yoksa sadece birkaç küçük parça bağlı konturdan mı ibaretler? Bu sorunun cevabına bağlı olarak bölgenin boyutu değişir.

olan çizgi algılama, sadece başlangıç aşamasında yapılır.

Geniş bazlar üzerinde çizgi eşleştirilmesi durumunda, çizgi özelliği adaylarıyla ilişkili olan $W(\ell)$ destek bölgeleri, çizginin tüm kapsamını görür. Çizgi destek bölgelerinin, otomatik olarak, yönelim bilgisini içermesinden dolayı, kısım 4.3’de anlatılan standart pencere eşleştirme kriterleri (SSD ya da NCC gibi) kullanılabilir. Şekil 4.10’da komşu görüntü kareleri arasındaki kenarın normal yer değiştirmesi hesaplanarak kenar izleme sonuçları görülmektedir.



Şekil 4.10 Kenar izleme örneği sonuçları. [16]

5. KALİBRE EDİLMİŞ İKİ GÖRÜNÜMDEN SAHNENİN YENİDEN OLUŞTURULMASI

Bu bölümde, noktaların görüntülerini, üç boyuttaki konumlarına bağlayan temel geometri açığa çıkarmaya başlandı. En basit durum olan iki kalibre edilmiş kamera ile başlayıp; kameraların birbirlerine göre duruşlarının ya da diğer bir deyişle pozlarının (yani; konum ve yönelimlerinin) ve uzaydaki noktaların iki görüntü üzerindeki izdüşümlerine göre konumlarının yeniden oluşturulması için, ilk defa 1981’de İngiliz psikolog H.C. Longuet - Higgins [14] tarafından önerilen bir algoritma tanımlandı.

Bir noktanın izdüşümünün koordinatları ve iki kameranın optik merkezlerinin bir üçgen oluşturdukları, fotogrametride uzun zamandır bilinmektedir (Şekil 5.1). Bu gerçeklik de kamera pozlarını ve görüntü koordinatlarını içeren ama noktaların üç boyuttaki görüntülerini içermeyen bir cebirsel kısıt olarak yazılabilir. Bu yüzden, yeterli sayıda nokta verildiğinde, bu kısıt, kamera pozlarını çözümlmek için kullanılabilir. Kamera pozları bilindiğinde ise, noktaların üç boyuttaki konumları, üçgenleme ile kolaylıkla elde edilebilir. Kısıtın ilginç olan özelliği ise bilinmeyen kamera pozlarında doğrusal olmamasına rağmen, kapalı biçimde iki doğrusal basamakta çözülebilmesidir. Bu yüzden, hiçbir gürültü ya da belirsizliğin olmadığı koşullarda, kalibre edilmiş kameralardan alınan iki görüntüden, kamera pozları ve uzaydaki noktaların konumları, ilkesel olarak birkaç basit doğrusal cebir basamağıyla elde edilebilir.

Kameraların nasıl kalibre edileceği tez çalışmasının başlıkları içinde yer almamaktadır fakat fotogrametrik yöntem ile kamera kalibrasyonu hakkında detaylı bilgi için [16]’den faydalanılabilir. 6. bölümdeki pratik uygulama esnasında kullanılan kameranın kalibrasyonu için “Camera Calibration Toolbox for Matlab, [36]” den faydalanılmıştır.

Bu bölümde, “epipolar geometri” olarak bilinen görünüm çifti geometrisinin temel taşları incelendi. Görülen basit algoritmalar, sadece kavramsal¹ düzeyde kalmasına rağmen, çalışmanın ilerleyen bölümlerinde, temel bilgilerin, güçlü algoritmalar üretmek için kullanılmasına yardımcı olacaklardır.

¹ Genellikle gürültü tarafından bozulan gerçek görüntüler için uygun değildirler. Bu bölümün 5.2.3.kısımında, gürültünün etkisini en aza indirmek ve en iyi çözümü elde etmek için , üzerlerinde ne gibi değişiklikler yapılabileceği görülecek.

5.1 Epipolar Geometri

Aynı sahnenin iki farklı bakış noktasından alınan iki görüntüsü düşünüldüğünde, kameranın kalibre edilmiş (kalibrasyon matrisi K , birim matristir) olduğu varsayılarak; bir p noktasının, kamera koordinat sistemine göre homojen görüntü koordinatları \mathbf{x} ve uzaysal koordinatları \mathbf{X} , arasındaki ilişki², $\Pi_o = [I, 0]$ eşitliğinin geçerli olduğu,

$$\lambda \mathbf{x} = \Pi_o \mathbf{X} \quad (5.35)$$

denklemleriyle verilir. Yani, \mathbf{x} görüntüsü, noktanın gerçek 3B koordinatlarından, bilinmeyen bir (derinlik) ölçeği $\lambda \in \mathbb{R}_+$ kadar farklıdır. Kolaylık sağlama için, sahnenin *statik* olduğu (yani, içinde hareketli nesne olmadığını) ve görüntülere karşılık gelen öznelik noktalarının bulunabilir olduğu (örneğin, 4. bölümde tanımlanan algoritmalarından birinden) varsayıldı. İlk olarak, iki görünümdeki karşılık gelen noktalar olarak adlandırılan \mathbf{x}_1 ve \mathbf{x}_2 noktalarını birbirlerine bağlayan kesin ilişki incelendi.

5.1.1 Epipolar Kısıt ve Temel Matris

Her kamera ile öyle bir ortonormal referans sistemi ilişkilendirildi ki ; o orijini optik merkezde ve z-ekseni optik eksenle hizalanmış oldu. Bir noktanın, eylemsiz “dünya” koordinat sistemine göre boyutları ile kamera koordinat sistemine göre boyutları arasındaki ilişki, bir katı-cisim dönüşümü ile ifade edilebilir. Genellemeyi kaybetmeden, dünya koordinat sistemini kameralardan biri olarak alınabilir. Bu durumda, diğer kamera da $g = (R, T) \in SE(3)$ Öklit dönüşümüne göre konumlandırılır ve yönlendirilir. Bir p noktasının, her iki kameranın koordinat sistemlerine göre 3B koordinatları $X_1 \in \mathbb{R}^3$ ve $X_2 \in \mathbb{R}^3$ olarak adlandırıldı. X_1 ve X_2 arasındaki katı-cisim dönüşüm bağıntısı aşağıdaki gibidir:

$$X_2 = RX_1 + T.$$

Şimdi, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^3$, aynı p noktasının, her iki görüntü düzlemi üzerindeki izdüşümlerinin homojen koordinatları olsun. $X_i = \lambda_i \mathbf{x}_i$, $i = 1, 2$ olduğu için, bu denklem, görüntü koordinatları \mathbf{x}_i ve derinlikleri λ_i cinsinden, aşağıdaki gibi yazılabilir:

² Klasik koordinatlar ve homojen koordinatlar arasında fark gözetilmedi. Klasik koordinatlarda $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ iken; homojen koordinatlarda $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ ve son bileşen de 1'dir. Benzer şekilde. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ ya da $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$ olması, klasik ya da homojen koordinatlardan hangisinin kullanıldığına bağlıdır.

$$\lambda_2 x_2 = R\lambda_1 x_1 + T$$

Bir sonraki denklemde λ_i derinliklerini eleyebilmek için, denklemi önceden \hat{T} ile çarpıldı. Çarpım sonucunda,

$$\lambda_2 \hat{T}x_2 = \hat{T}R\lambda_1 x_1$$

denklemini elde edildi.

$\hat{T}x_2 = \hat{T} \times x_2$ vektörü, x_2 vektörüne dik olduğu için, $(x_2, \hat{T}x_2) = x_2^T \hat{T}x_2$ iç çarpımı sıfır olur.

Önceki denklemi, x_2^T ile çarpıldığında, $x_2^T \hat{T}R\lambda_1 x_1$ değeri için sıfır sonucu elde edildi. $\lambda_1 > 0$ olduğu için, aşağıdaki sonucu kanıtlamış oldu:

Teorem 5.1 (Epipolar Kısıt): Bağlı yönelimi $R \in SO(3)$, bağlı konumu $T \in \mathbb{R}^3$ olan (R, T) bağlı pozuna sahip, iki kameradan alınan, aynı p noktasına ait x_1 ve x_2 görüntüleri için x_1 ve x_2 aşağıdaki eşitlikleri sağlar:

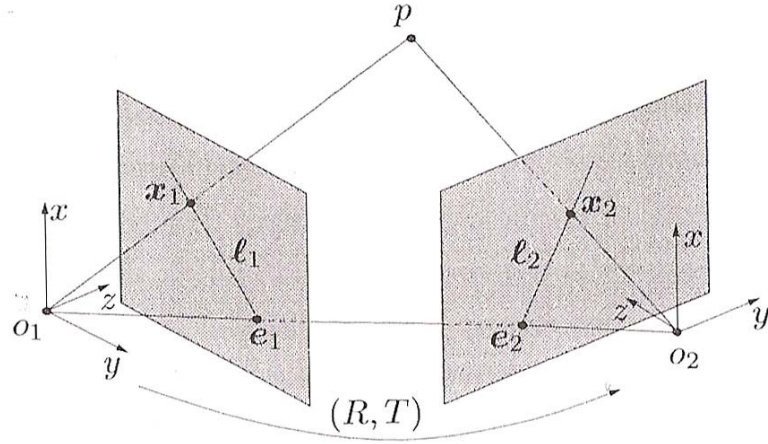
$$(x_2, T \times Rx_1) = 0, \text{ yada } x_2^T \hat{T}Rx_1 = 0 \quad (5.36)$$

Epipolar kısıt denklemi (5.2) deki,

$$E \doteq \hat{T}R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

matrisi, *temel matris* olarak adlandırılır. Temel matris, iki kamera arasındaki bağlı poz kodlarıdır. Epipolar kısıt (5.2) de *temel kısıt* olarak adlandırılır. Epipolar kısıt, bağımsız değişkenleri x_1 ve x_2 'de çift doğrusal (bilineer) olduğu için, *çift doğrusal kısıt* olarak da adlandırılır. Bu çift doğrusallık özelliğine ilerleyen konularda tekrar değinilecektir.

Önceki cebirsel çıkarıma ek olarak, Şekil 5.1'de gösterildiği gibi geometrik bir değerlendirme de, bu kısıtı, direkt olarak gösterecektir. 3B bir p noktasının, iki bakış noktasından iki izdüşümü $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3$. İki kamera arasındaki öklit dönüşümü $(R, T) \in SE(3)$ ile verilir. (o_1, o_2) çizgisinin görüntü düzlemleriyle kesişimleri *epipol* olarak adlandırılır ve e_1, e_2 olarak gösterilir. (o_1, o_2, p) düzleminin görüntü düzlemleriyle kesişimi olan ℓ_1, ℓ_2 çizgileri ise *epipolar çizgiler* olarak adlandırılır.



Şekil 5.1 Epipolar kısıtın geometrik değerlendirilmesi.

Birinci kameranın merkezi o_1 ve p noktasını birleştiren vektör, o_2 ve p noktasını birleştiren vektör ve iki optik merkez o_1 ve o_2 'yi birleştiren vektör, açıkça, bir üçgen oluşturmaktadır. Bu yüzden, bu üç vektör aynı düzlem üzerinde yer alırlar. Bu üç vektörün belirlediği paralelyüzlünün hacmini veren üçlü çarpım³, sıfırdır. Bu, $X_i, i=1,2$ noktalarının koordinatları ve bu noktaların $x_i, i=1,2$ izdüşümlerinin homojen koordinatları için de doğrudur. Çünkü X_i ve x_i (vektör olarak) arasındaki tek fark bir skaler çarpandan ibarettir. (5.2) Kısıtı, üçlü çarpımın ikinci kamera koordinat sisteminde yazılmış halinden başka bir şey değildir; $Rx_1, \overline{o_1p}$ vektörünün doğrultusudur ve T de ikinci kameranın koordinat sistemine göre $\overline{o_2o_1}$ vektörüdür. İki kamera merkezi o_1 ve o_2 arasındaki öteleme olan T , *taban çizgisi* olarak da adlandırılır.

Bu tabloyla ilişkili olarak, gelecek çalışmaları kolaylaştıracak olan aşağıdaki geometrik eleman seti tanımlandı:

Tanım 5.2 (Epipolar Geometrik Elemanlar):

- 1) İki izdüşüm merkezi o_1, o_2 ve p noktasının tanımladığı (o_1, o_2, p) düzlemi, kamera konfigürasyonu ve p noktası ile ilişkili epipolar düzlem olarak adlandırılır. Her p noktası için bir epipolar düzlem vardır.

³ Üç vektörün üçlü çarpımı, bir tanesinin diğer ikisinin çapraz çarpımı ile iç çarpımıdır.

- 2) Bir kamera merkezinin, diğer kamera koordinat sisteminin görüntü düzlemi üzerindeki izdüşümü olan $e_1 (e_2)$ epipol olarak adlandırılır. İzdüşümün, görüntü sensorunun fiziksel sınırları dışında da oluşabileceğine dikkat edilmelidir.
- 3) p noktasının epipolar düzleminin bir görüntü düzlemiyle kesişimi bir çizgidir. Bu çizgi $\ell_1 (\ell_2)$, p noktasının epipolar çizgisi olarak adlandırılır. Genellikle, bu çizgiyi göstermek için, epipolar düzleme normal olan vektör $\ell_1 (\ell_2)$ kullanılır.⁴

Bu tanımlar, epipoller, epipolar çizgiler ve görüntü noktaları arasındaki aşağıdaki ilişkileri verir:

Önerme 5.3 (Epipoller ve Epipolar Çizgilerin Özellikleri):

x_1, x_2 görüntüleri arasındaki epipolar ilişkiyi tanımlayan bir $E = \hat{T}R$ temel matrisi verili olsun.

Öyleyse;

- 1) Sırasıyla birinci ve ikinci kamera koordinat sistemlerine göre iki epipol $e_1, e_2 \in \mathbb{R}^3$, aynı sırayla, E 'nin sol ve sağ sıfır uzayıdır.

$$e_2^T E = 0, \quad E e_1 = 0 \quad (5.3)$$

Yani $e_2 \sim T$ ve $e_1 \sim R^T T$. \sim bir skaler çarpana bağlı olan denkliği ifade eder.

- 2) İki görüntü noktası x_1, x_2 ile ilişkili olan epipolar çizgiler (-in eş görüntüleri) $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}^3$, aşağıdaki gibi ifade edilirler:

$$\ell_2 \sim E x_1, \quad \ell_1 \sim E^T x_2 \quad \in \mathbb{R}^3, \quad (5.4)$$

Aslında, ℓ_1, ℓ_2 , sırasıyla, iki kameranın koordinat sistemlerine göre ifade edilen epipolar düzleme dik olan vektörlerdir.

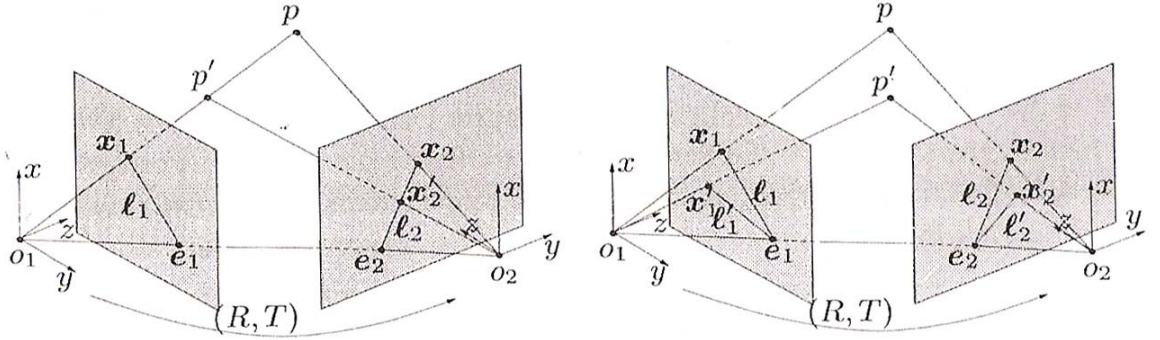
- 3) Her görüntüde, hem görüntü noktası hem de epipol, epipolar çizgi üzerinde yer alır.

$$\ell_i^T e_i = 0, \quad \ell_i^T x_i = 0, \quad i = 1, 2. \quad (5.5)$$

İspatı basit olduğu için, burada üzerinde durulmadı. Şekil 5.2, 3B noktalar, epipolar çizgiler ve epipoller arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Sol görüntüde epipolar kısıt ile ilişkili temel matris E , birinci görüntüdeki bir görüntü noktası x_1 'i, ikinci görüntüdeki bir epipolar çizgi (p ya da p'), (o_1, x_1) ışınının üstündeki yerine bağlıdır. Sağ görüntüde (o_1, o_2, p) ve

⁴ Bu nedenle, $\ell_1 (\ell_2)$ vektörü aslında, epipolar çizginin eşgörüntüsüdür.

(o_1, o_2, p') iki farklı düzlemseler, iki görüntü düzlemini, sırasıyla (ℓ_1, ℓ_2) ve (ℓ_1', ℓ_2') epipolar çizgi çiftlerinde keserler. Bu epipolar çizgiler, her zaman, (e_1, e_2) epipol çiftinden geçerler.



Şekil 5.2 3B noktalar, epipolar çizgiler ve epipoller arasındaki ilişki.

5.1.2 Temel Matrisin Basit Özellikleri

(5.2) denklemindeki $E = \widehat{T}R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ matrisi, iki kamera arasındaki bağıl konum T ve yönelim $R \in SO(3)$ hakkında bilgi içerir. Bu biçimdeki matrisler, $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ 'de, *temel uzay* olarak adlandırılan ve \mathcal{E} ile gösterilen çok özel bir matris kümesine aittirler.

$$\mathcal{E} \doteq \left\{ \widehat{T}R \mid R \in SO(3), T \in \mathbb{R}^3 \right\} \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

Temel matrislerin yapılarını çalışmaya başlamadan önce, doğrusal cebirden birkaç faydalı yardımcı teoreme bakıldı.

Yardımcı Teorem 5.4 (Şapka İşleci): Bir $T \in \mathbb{R}^3$ vektörü ve $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ matrisi için, eğer $\det(K) = +1$ ve $T' = KT$ ise $\widehat{T} = K^T \widehat{T}' K$.

İspat: Hem $K^T \widehat{(\cdot)} K$ hem de $\widehat{K^{-1}(\cdot)}$, \mathbb{R}^3 'ten $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ 'e doğrusal eşlem olduğu için, bu iki doğrusal eşlemin, $[1, 0, 0]^T$, $[0, 1, 0]^T$ ve $[0, 0, 1]^T$ baz vektörlerinde çakıştıkları direkt olarak ispat edilebilir ($\det(K) = 1$ olduğu gerçeğini kullanarak).

Aşağıdaki teorem, temel matrislerin, tekil değer ayrışması (TDA) açısından cebirsel yapısını göstermektedir.

Teorem 5.5 (Temel Matrisin Karakterizasyonu): Sıfıra eşit olmayan bir $E \in \mathbb{R}^3$ matrisinin temel bir matris olabilmesi, ancak ve ancak, E matrisinin $E = U\Sigma V^T$ ile ifade edilen bir tekil değer ayrışmasına (TDA) sahip olması koşuluyla mümkündür.

Burada, $\sigma \in \mathbb{R}_+$ ve $U, V \in SO(3)$ için,

$$\Sigma = \text{diag}\{\sigma, \sigma, 0\}$$

İspat: Önce gerekliliği ispatladı. Tanım gereği; her E temel matrisi için, $\hat{T}R = E$ eşitliğini sağlayan en az bir (R, T) , $R \in SO(3)$, $T \in \mathbb{R}^3$, ikilisi vardır. T için, $R_0T = [0, 0, \|T\|]^T$ eşitliğini sağlayan bir rotasyon matrisi R_0 vardır. Öyle bir a tanımlanır ki; $a = R_0T \in \mathbb{R}^3$ olur. $\det(R_0) = 1$ olduğu için, Yardımcı teorem 5.4'den $\hat{T} = R_0^T \hat{a} R_0$ olduğu bilindiğine göre, $EE^T = \hat{T}RR^T\hat{T}^T = \hat{T}\hat{T}^T = R_0^T \hat{a}\hat{a}^T R_0$. Şu direkt olarak ispatlanabilir:

$$\hat{a}\hat{a}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\|T\| & 0 \\ \|T\| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \|T\| & 0 \\ -\|T\| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|T\|^2 & 0 & 0 \\ 0 & \|T\|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Böylece, temel matris $E = \hat{T}R$ 'nin tekil değerleri, $(\|T\|, \|T\|, 0)$ 'dır. Fakat standart TDA $E = U\Sigma V^T$ 'da U ve V sadece ortonormaldir ve determinantları ± 1 olabilir.⁵ Teoremi kurmak için, hala, $U, V \in SO(3)$ olduğunun (yani, determinantlarının $+1$ olduğunun) ispatlanmaya ihtiyacı var. Elimizde $E = \hat{T}R = R_0^T \hat{a} R_0 R$ eşitliği var. $R_z(\theta)$, Z-ekseni etrafında θ radyanlık bir açı kadar dönüşü temsil eden matris olsun. Yani, $R_z(\theta) \doteq e^{\hat{e}_3 \theta}$, $e_3 = [0, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^3$. Öyleyse,

$$R_z\left(+\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Buradan da, $\hat{a} = R_z\left(+\frac{\pi}{2}\right)R_z^T\left(+\frac{\pi}{2}\right)\hat{a} = R_z\left(+\frac{\pi}{2}\right)\text{diag}\{\|T\|, \|T\|, 0\}$. Bu yüzden,

$$E = \hat{T}R = R_0^T R_z\left(+\frac{\pi}{2}\right)\text{diag}\{\|T\|, \|T\|, 0\} R_0 R \text{ olur.}$$

⁵ Bu MATLAB ortamı kullanarak da ispatlanabilir: TDA.

Böylece, TDA $E = U\Sigma V^T$ 'da , U ve V , $U = R_0^T R_z \left(+\frac{\pi}{2} \right)$ ve $V^T = R_0 R$ olarak seçilebilir.

Hem U hem de V , $SO(3)$ 'teki matrislerin çarpımı olarak inşa edildiği için, her ikisi de $SO(3)$ içindedirler. Yani, hem U hem de V rotasyon matrisidir.

Yeterliliği ispatlamak için eğer verili bir $E \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ matrisi, $U, V \in SO(3)$ ve $\Sigma = \text{diag} \{ \sigma, \sigma, 0 \}$ koşullarını sağlayan $E = U\Sigma V^T$ TDA'na sahipse; $(R_1, T_1) \in SE(3)$ ve $(R_2, T_2) \in SE(3)$ ikilileri şöyle tanımlanır:

$$\begin{cases} (\hat{T}_1, R_1) = \left(UR_z \left(+\frac{\pi}{2} \right) \Sigma U^T, UR_z^T \left(+\frac{\pi}{2} \right) V^T \right) \\ (\hat{T}_2, R_2) = \left(UR_z \left(-\frac{\pi}{2} \right) \Sigma U^T, UR_z^T \left(-\frac{\pi}{2} \right) V^T \right) \end{cases} \quad (5.6)$$

Şimdi, kolaylıkla, $\hat{T}_1 R_1 = \hat{T}_2 R_2 = E$ olduğu söylenebilir. Bu yüzden, E , temel bir matristir.

Bir rotasyon matrisi $R \in SO(3)$ ve bir öteleme vektörü $T \in \mathbb{R}^3$ verildiğinde, kolaylıkla bir temel matris $E = \hat{T}R$ oluşturulabilir. Bu problemin tersi, yani verili bir temel matris E 'den T ve R 'yi bulmak ise daha az barizdir. Yukarıdaki teoremde, yeterliliği kanıtlarken, (R, T) için iki çözüm inşa etmek adına TDA kullanılmıştı. Peki, çözümler yalnızca bunlardan mı ibarettir? Teorem 5.7'de bu soru cevaplanacaktır ama ondan önce aşağıdaki yardımcı teoreme ihtiyaç duyulacaktır.

Yardımcı Teorem 5.6: $T \in \mathbb{R}^3$ olmak koşuluyla $\hat{T} \in SO(3)$ ile ifade edilen, rastlantısal ve sifıra eşit olmayan bir aykırı-simetrik matris düşünüldüğünde, eğer bir $R \in SO(3)$ rotasyon matrisi için, $\hat{T}R$ de bir aykırı-simetrik matris ise $R = I$ ya da $R = e^{\hat{u}\pi}$, $u = \frac{T}{\|T\|}$. Bunun

yanıda $\hat{T}e^{\hat{u}\pi} = -\hat{T}$ olacaktır.

İspat: Genellemeyi kaybetmeden, T 'nin birim uzunlukta olduğu varsayıldı. $\hat{T}R$ da bir aykırı-simetrik matris olduğu için, $(\hat{T}R)^T = -\hat{T}R$. Bu denklem ise aşağıdaki denklemi verir:

$$R\hat{T}R = \hat{T} \quad (5.7)$$

R bir rotasyon matrisi olduğu için, öyle $\omega \in \mathbb{R}^3, \|\omega\|=1$ ve $\theta \in \mathbb{R}$ vardır ki $R = e^{\hat{\omega}\theta}$. Eğer $\theta = 0$ ise yardımcı teorem kanıtlanır. Bu yüzden, $\theta \neq 0$ durumu düşünüldüğünde, (5.7) denklemini, $e^{\hat{\omega}\theta} \hat{T} e^{\hat{\omega}\theta} = \hat{T}$ şeklinde yeniden yazılabilir. Bu denklemi ω 'ye uygulanarak, $e^{\hat{\omega}\theta} \hat{T} \omega = \hat{T} \omega$ denklemi elde edilir. $\omega, e^{\hat{\omega}\theta}$ matrisinin özdeğeri 1 ile ilişkili olan tek özvektör olduğu için ve $\hat{T} \omega, \omega$ 'ye ortogonal olduğu için, $\hat{T} \omega$ sıfır olmak zorundadır. Böylece, ω ya $\frac{T}{\|T\|}$ 'ye ya da $-\frac{T}{\|T\|}$ 'ye eşit olur. Yani, $\omega = \pm u$. Öyleyse R, \hat{T} ile yer değiştirebilen $e^{\hat{\omega}\theta}$ biçimindedir. Bu yüzden, (5.7)'den aşağıdaki denklem elde edilir:

$$e^{2\hat{\omega}\theta} \hat{T} = \hat{T}. \quad (5.8)$$

Rodrigues formülüne ([16]'nin 2.Bölümünde verilmiştir 2.16) göre aşağıdaki denklem elde edilir:

$$e^{2\hat{\omega}\theta} = I + \hat{\omega} \sin(2\theta) + \hat{\omega}^2 (1 - \cos(2\theta)),$$

ve (5.8) de aşağıdaki sonucu verir:

$$\hat{\omega}^2 \sin(2\theta) + \hat{\omega}^3 (1 - \cos(2\theta)) = 0.$$

$\hat{\omega}^2$ ve $\hat{\omega}^3$ doğrusal bağımsız oldukları için $\sin(2\theta) = 1 - \cos(2\theta) = 0$. Yani, θ , ya $2k\pi$ 'ye ya da $2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}$ 'e eşittir. Bu yüzden, R , ya I 'ya ya da $e^{\hat{\omega}\pi}$ 'ye eşittir. Eğer $\omega = u = \frac{T}{\|T\|}$ ise rotasyon $e^{\hat{\omega}\pi}$ matrisinin geometrik anlamından yola çıkarak, direkt olarak, $e^{\hat{\omega}\pi} \hat{T} = -\hat{T}$ yazılabilir. Diğer yandan, eğer $\omega = -u = -\frac{T}{\|T\|}$ ise $e^{\hat{\omega}\pi} \hat{T} = -\hat{T}$. Bu yüzden, her iki durumda da, yardımcı teoremin sonuçları elde edilir.

Aşağıdaki teorem, temel bir matristen, tam olarak kaç tane rotasyon ve öteleme ikililerinin, (R, T) , çıkarılabileceğini göstermektedir ve çözümler, (5.9) denklemiyle kapalı formda verilmektedir.

Teorem 5.7 (Temel Matristen Poz Elde Edilmesi): Sıfıra eşit olmayan temel bir matris $E \in \mathcal{E}$ 'ye karşılık gelen, tam olarak iki bağlı poz (R, T) , $R \in SO(3)$ ve $T \in \mathbb{R}^3$, vardır.

İspat: $(R_1, T_1) \in SE(3)$ ve $(R_2, T_2) \in SE(3)$ ikililerinin her ikisinin de $\hat{T}R = E$ denkleminin sonuçları olduğu varsayıldığında, $\hat{T}_1 R_1 = \hat{T}_2 R_2$ olur. Bu da, $\hat{T}_1 = \hat{T}_2 R_2 R_1^T$ sonucunu verir. \hat{T}_1 ve \hat{T}_2 aykırı-simetrik matrisler oldukları için ve $R_2 R_1^T$ bir rotasyon matrisi olduğu için, önceki yardımcı teoremden, ya $(R_2, T_2) = (R_1, T_1)$ ya da $(R_2, T_2) = \left(e^{\hat{u}_1 \pi} R_1, -T_1 \right)$, $u_1 = \frac{T_1}{\|\hat{T}_1\|}$ olacaktır. Bu yüzden, verili bir temel matris E için, $\hat{T}R = E$ eşitliğini sağlayan, tam olarak iki tane (R, T) ikilisi vardır. Eğer E ; $E = U \Sigma V^T$, $U, V \in SO(3)$ ile ifade edilen TDA'na sahipse, aşağıdaki formüller iki ayrı çözüm verir. ($R_z(\theta) \doteq e^{\hat{e}_3 \theta}$, $e_3 = [0, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^3$ olduğu verilmişti.)

$$\begin{aligned} (\hat{T}_1, R_1) &= \left(UR_z \left(+\frac{\pi}{2} \right) \Sigma U^T, UR_z^T \left(+\frac{\pi}{2} \right) V^T \right) \\ (\hat{T}_2, R_2) &= \left(UR_z \left(-\frac{\pi}{2} \right) \Sigma U^T, UR_z^T \left(-\frac{\pi}{2} \right) V^T \right). \end{aligned} \quad (5.9)$$

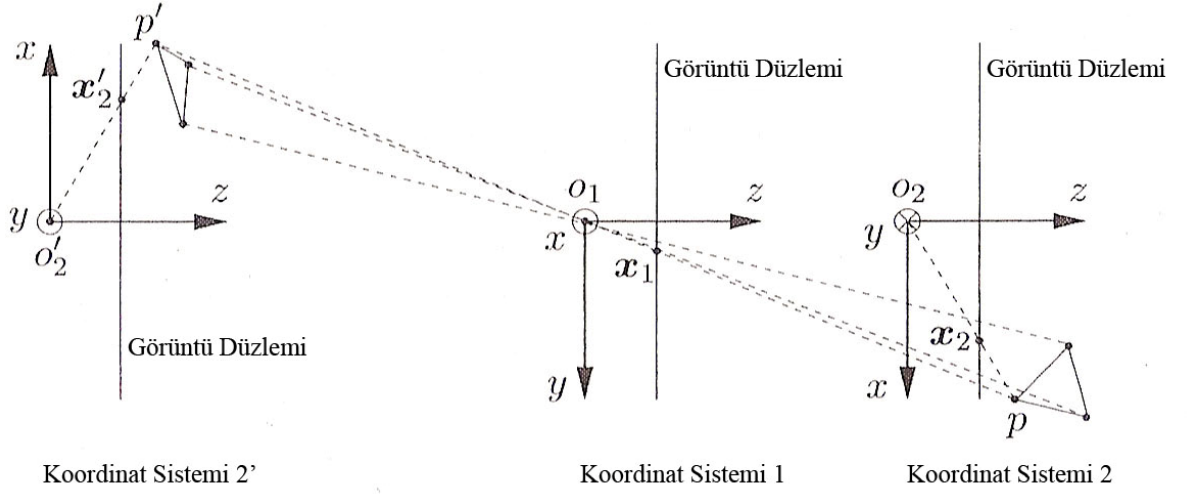
Örnek 5.8 (Temel Bir Matrise İki Çözüm):

$$\hat{e}_3 R_z \left(+\frac{\pi}{2} \right) = -\hat{e}_3 R_z \left(-\frac{\pi}{2} \right) \text{ eşitliği,}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğu için kolaylıkla ispatlanabilir.

Bu iki çözüm, aralarındaki geometrik ilişkiden (Şekil 5.3'de gösterildiği gibi) dolayı, genellikle “sarmal ikili” olarak adlandırılırlar. Yeniden oluşturulmuş noktaların görünür yani pozitif derinliğe sahip olmasını sağlayarak, fiziksel olarak doğru bir çözüm elde edilebilir. Şekil 5.3'te kamera koordinat sistemleri ikilisi, yani $(1,2)$ ve $(1,2')$ aynı temel matrisi oluşturur. Koordinat sistemi 2 ve koordinat sistemi 2', birbirlerinden bir öteleme ve z-ekseni etrafında 180° lik bir dönüş (sarı) kadar farklıdır ve iki poz ikilisi aynı görüntü koordinatlarının oluşmasına yol açarlar. x_1 ve $x_2 = x_2'$ 'dan oluşan aynı görüntü ikilileri kümesi için, ortaya çıkarılan p ve p' yapıları birbirinden farklı olabilir. Kamera koordinat sistemi 1'e göre, p' noktasının negatif derinliğe sahip olduğuna dikkat edilmelidir.



Şekil 5.3 Kamera koordinat sistemleri ikilisi, (1,2) ve (1,2') aynı temel matrisi oluşturur.

5.2 Temel Yeniden Oluşturma Algoritmaları

Önceki kısımda, karşılık gelen noktaların görüntülerinin, kameralar arasındaki bilinmeyen bağıl pozları içeren epipolar kısıt yardımıyla birbirleriyle ilişkilendirildikleri görülmüştü. Bu yüzden, belli bir sayıda karşılık gelen nokta verildiğinde, kamera pozlarını ortaya çıkarmak için epipolar kısıtlar kullanılabilir. Bu bölümde, bu problem için, basit bir kapalı-biçim çözüm gösterilecek. Bu çözüm iki basamaktan oluşacak: İlk olarak matris E , belli sayıdaki epipolar kısıtın kullanılmasıyla ortaya çıkarılacak; daha sonra bağıl öteleme ve yönelim, matris E kullanılarak elde edilecek. Fakat epipolar kısıttaki karşılık gelme verileri kullanılarak ortaya çıkarılan E matrisi, temel bir matris olmayabilir. Bu yüzden, (5.9) denklemini kullanarak kameraların bağıl pozlarını ortaya çıkarmadan önce, E matrisinin temel matrisler uzayı üzerindeki izdüşümünü almak gerekir.

Ölçümler, gürültü tarafından bozulduğunda, burada önerilen doğrusal algoritma yetersiz kalsa da; bu algoritma, temel matrisler uzayının geometrik yapısını göstermek açısından önemlidir. Gürültü ve en iyilik ile ilgili olan pratikle bağlantılı konuları inceleme bölüm 5.2.3'e bırakılmıştır.

5.2.1 8-nokta Doğrusal Algoritması

$E = \hat{T}R$, epipolar kısıt (5.2) ile ilişkili temel matris olsun. Bu 3×3 matrisin girdileri şu şekilde gösterilir:

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (5.10)$$

ve genellikle, matris E 'nin *yığın versiyonu* olarak adlandırılan bir $E^\delta \in \mathbb{R}^9$ vektörüne yığılır.

$$E^\delta = [e_{11}, e_{21}, e_{31}, e_{12}, e_{22}, e_{32}, e_{13}, e_{23}, e_{33}]^T \in \mathbb{R}^9$$

E^δ 'dan matris versiyonuna doğru yapılan ters işlem ise *yığın bozma* olarak adlandırılır. İki vektör, x_1 ve x_2 'nin *Kronecker çarpımını* \otimes ise şöyle gösterilir:

$$a \doteq x_1 \otimes x_2 \quad (5.11)$$

Ya da, daha belirgin bir biçimde, eğer $x_1 = [x_1, y_1, z_1]^T \in \mathbb{R}^3$ ve $x_2 = [x_2, y_2, z_2]^T \in \mathbb{R}^3$ ise

$$a = [x_1 x_2, x_1 y_2, x_1 z_2, y_1 x_2, y_1 y_2, y_1 z_2, z_1 x_2, z_1 y_2, z_1 z_2]^T \in \mathbb{R}^9 \quad (5.12)$$

Epipolar kısıt $x_2^T E x_1 = 0$, E matrisinin girdilerinde doğrusal olduğu için, yukarıdaki gösterimi kullanarak, α ve E^δ 'nin iç çarpımı olarak yeniden yazılabilir:

$$\alpha^T E^\delta = 0$$

Bu, epipolar kısıtın temel matrisin elemanlarına doğrusal bağlılığını vurgulayan (5.2) denklemini yazmanın başka bir yoludur. Şimdi, şöyle bir karşılık gelen görüntü noktaları kümesi verilmiş olsun: (x_1^j, x_2^j) , $j = 1, 2, \dots, n$.

O halde, bu ölçümlerle ilişkili şöyle bir $x \in \mathbb{R}^{n \times 9}$ matrisi tanımlanabilir:

$$x \doteq [a^1, a^2, \dots, a^n]^T, \quad (5.13)$$

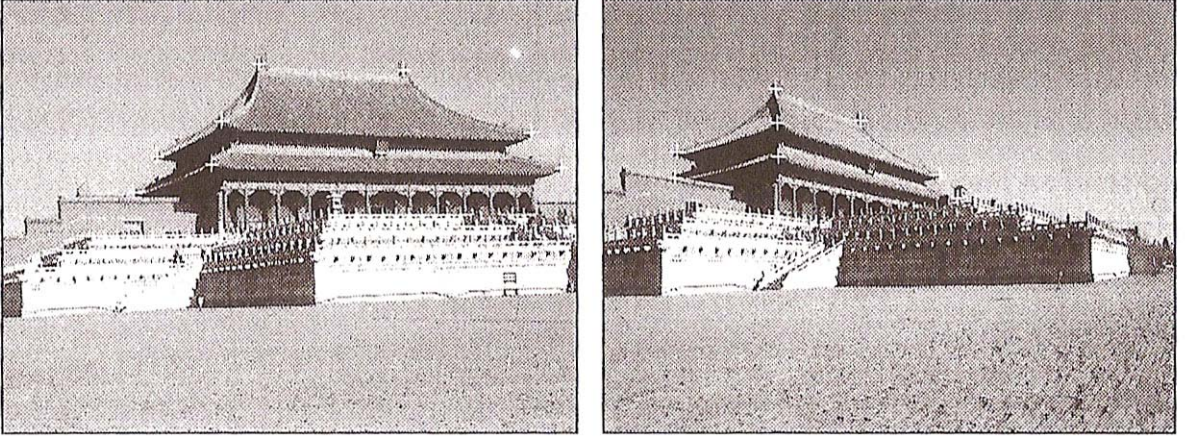
Öyle ki, j . satır a^j , (5.12)'yi kullanan her (x_1^j, x_2^j) ikilisinin Kronecker çarpımı olsun.

Gürültü yokluğunda E^δ vektörü aşağıdaki eşitliği sağlar:

$$\mathcal{X} E^\delta = 0 \quad (5.14)$$

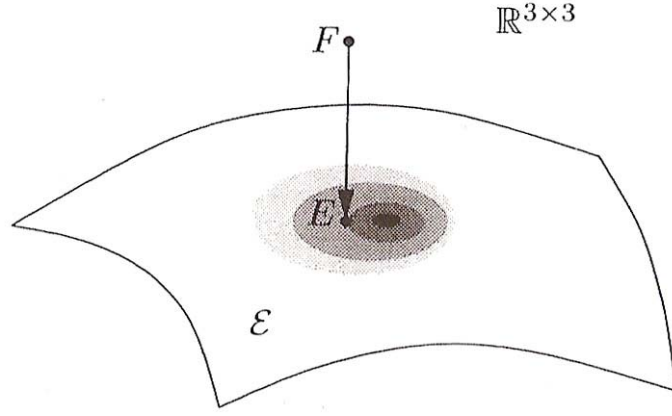
Bu doğrusal denklem, E^δ için çözülebilir. Çözümün, bir değerli çözüm olabilmesi için (aşıkâr çözüm $E^\delta = 0$ haricinde), $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{9 \times n}$ matrisinin rankı, tam olarak sekiz olmak zorundadır. Şekil 5.4'te Çin, Beijing, Yadak Şehir'deki Tai-He sarayının iki görünümdeki, sekiz adet karşılık gelen görüntü noktası ikilisi gösterilmiştir. $n \geq 8$ tane "ideal" karşılık gelen nokta verildiğinde olması gereken durum budur. Fakat genellikle, karşılık gelmelerde hatalar olabileceği için, (5.14) denkleminin çözümü olmayabilir. Böyle bir durumda, en küçük kareler

hata fonksiyonu olan $\|\mathcal{X}E^\delta\|^2$ fonksiyonuna en küçük değeri veren E^δ seçilebilir. Böyle bir E^δ vektörünü seçmenin yolu ise, E^δ vektörünü, $\mathcal{X}^T\mathcal{X}$ matrisinin en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektör olarak seçmekten geçer. Burada önemli olan, nokta sayısı dokuzdan fazla olsa bile \mathcal{X} matrisinin rankının sekizden az olması durumunda (5.14) denkleminin birden fazla çözümü olacağıdır. Bu durum ise öznelik noktaları “genel konum”da bulunmadıkları zaman olur. Örneğin; hepsi bir düzlemde bulduklarında olur. Düzlemsel durum, bir sonraki kısımda ayrıntılı olarak incelenmiştir.



Şekil 5.4 İki görünümdeki, sekiz adet karşılık gelen görüntü noktası ikilisi. [16]

Fakat gürültü olmasa bile, bir E^δ vektörünün \mathcal{X} matrisinin sıfır uzayında olması, o E^δ vektörünün problemimize çözüm olabilmesi için yeterli değildir. Aslında, o E^δ vektörünün bir kısıtı daha sağlaması gerekir. O kısıt da şudur; E^δ vektörünün matris formu E , temel matrisler uzayına ait olmalıdır. \mathcal{X} matrisinin sıfır uzayını belirlerken bu yapının olması koşuluyla yola çıkmak zorluk çıkarır. Bu yüzden, kestirme bir yol olarak, \mathcal{X} matrisinin sıfır uzayını tanımlarken; temel matrisin içyapısını göz ardı ederek, muhtemelen temel uzay \mathcal{E} 'ye ait olmayan bir F matrisi elde edilir. Daha sonra, “ortogonal olarak”, F matrisinin temel uzay üzerindeki izdüşümü alınır. Bu işlem, Şekil 5.5’de gösterilmektedir. Temel uzay $\mathcal{E} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ’teki tüm noktalar arasında, F ’ye en kısa Frobenius uzaklığında olanı E ’dir. Fakat \mathcal{E} temel uzayındaki tüm noktalar arasında, en-küçük kare hatası değeri en küçük olan bu E noktası olmayabilir.



Şekil 5.5 F matrisinin temel uzay üzerindeki izdüşümü [16]

Aşağıdaki teorem bu izdüşümün ne olduğunu kesin olarak göstermektedir:

Teorem 5.9 (Temel Uzay Üzerinde İzdüşüm Alma): $F = U \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \} V^T$, $U, V \in SO(3)$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, ile ifade edilen TDA'na sahip olan bir $F \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gerçel matrisi verilmiş olsun. Öyleyse, $\|E - F\|_f^2$ hatasını minimize eden $E \in \mathcal{E}$ temel matrisi aşağıdaki gibidir:

$$E = U \text{diag} \{ \sigma, \sigma, 0 \} V^T, \quad \sigma = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2.$$

“f” indisi, bir matrisin Frobenius normunu verir. Frobenius normu, bir matrisin tüm girdilerinin karelerinin toplamının kare normudur.

İspat: Her sabit matris $\Sigma = \text{diag} \{ \sigma, \sigma, 0 \}$ için; temel uzay \mathcal{E} 'a öyle bir altküme \mathcal{E}_Σ tanımlanır ki; bu altküme, $U_1 \Sigma V_1^T$, $U_1 V_1 \in SO(3)$ formunda TDA'na sahip tüm temel matrislerden oluşur. Gösterimi basitleştirmek için, şöyle bir tanım yapılır: $\Sigma_\lambda = \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \}$. Teorem iki basamakta ispatlanacaktır:

1. Basamak: Sabit bir Σ için; $\|E - F\|_f^2$ hatasını minimize eden $E \in \mathcal{E}_\Sigma$ temel matrisinin çözümünün $E = U \Sigma V^T$ (bir değerli çözüm olma gerekliliği yoktur) ile ifade edildiği ispatlanır. $E \in \mathcal{E}_\Sigma$, $E = U_1 \Sigma V_1^T$ formunda olduğu için,

$$\|E - F\|_f^2 = \|U_1 \Sigma V_1^T - U \Sigma_\lambda V^T\|_f^2 = \|\Sigma_\lambda - U^T U_1 \Sigma V_1^T V\|_f^2 \text{ olur.}$$

Öyle $P = U^T U_1$, $Q = V^T V_1 \in SO(3)$ tanımlayalım ki aşağıdaki formda olsunlar:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Öyleyse,

$$\begin{aligned} \|E - F\|_f^2 &= \|\Sigma_\lambda - U^T U_1 \Sigma V_1^T V\|_f^2 \\ &= \text{tr}(\Sigma_\lambda^2) - 2 \text{tr}(P \Sigma Q^T \Sigma_\lambda) + \text{tr}(\Sigma^2) \end{aligned}$$

İkinci satır, $\Sigma = \text{diag}\{\sigma, \sigma, 0\}$ eşitliği kullanılarak ve P ve Q girdileri için de p_{ij}, q_{ij} notasyonları kullanılarak genişletilirse;

$$\text{tr}(P \Sigma Q^T \Sigma_\lambda) = \sigma (\lambda_1 (p_{11} q_{11} + p_{12} q_{12}) + \lambda_2 (p_{21} q_{21} + p_{22} q_{22})) \text{ olur.}$$

P ve Q rotasyon matrisi oldukları için, $p_{11} q_{11} + p_{12} q_{12} \leq 1$ ve $p_{21} q_{21} + p_{22} q_{22} \leq 1$ olur.

Σ ve Σ_λ sabit oldukları ve $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ olduğu için, $p_{11} q_{11} + p_{12} q_{12} = p_{21} q_{21} + p_{22} q_{22} = 1$ olduğunda $\|E - F\|_f^2$ hatası minimize edilir. Bu da, P ve Q aşağıdaki genel formda olduklarında başarılabilir.

$$P = Q = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Açıktır ki, $P = Q = I$ çözümlerden biridir. Bu da, $U_1 = U$ ve $V_1 = V$ olmasını gerektirir.

2.Basamak: 1.Basamaktan, hata fonksiyonu, sadece Σ 'nın değişebileceği $U \Sigma V^T \in \mathcal{E}$ formundaki matrisler üzerinde minimize edilmesi gerekir. Öyleyse, minimize etme problemi aşağıdaki hata fonksiyonunu minimize etme problemine dönüşmüştür.

$$\|E - F\|_f^2 = (\lambda_1 - \sigma)^2 + (\lambda_2 - \sigma)^2 + (\lambda_3 - 0)^2$$

Açıktır ki, bu hata fonksiyonunu minimize eden σ değeri, $\sigma = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$ ile ifade edilir.

Daha önceden de işaret edildiği gibi, epipolar kısıt, temel matrisin sadece bir skaler çarpana bağlı olarak ortaya çıkarılmasını sağlar (epipolar kısıt (5.2), E 'de homojen olduğu için, herhangi bir sıfır harici sabitle çarpıldığında değişmez.). Bu belirsizlikten kurtulmak için

yapılabilecek genel bir tercih, birime çevirme varsayımını uygulamaktır. Yani, $\|T\| = \|E\| = 1$ varsayımını uygulamaktır. Bunun sonucundaki temel matrise *normallenmiş temel matris* denir.

Uyarı 5.10: Dikkat edilirse, yukarıdaki teorem özel bir varsayım üzerine kurulmuştur. Bu varsayıma göre, E 'nin TDA'sındaki U ve V matrislerinin her ikisi de $SO(3)$ 'de rotasyon matrisleridir. Fakat E , gürültülü veriden elde edildiği zaman bu varsayım her zaman doğru olmayabilir. Aslında, standart TDA yordamları, hesaplanan U ve V 'nin pozitif determinanta sahip olacağını garanti etmezler. Temel E matrisinin işaretinin de rastlantısal olduğu (normalleştirmeden sonra bile) fark edilirse problem kolaylıkla çözülebilir. Yukarıdaki izdüşüm, $+E$ ya da $-E$ üzerinde çalışabilir. Gürültülü $\pm E$ matrislerinden birinin her zaman Teorem 5.9'un koşullarını sağlayan bir TDA'na sahip olacağı burada ispatlanmadı.

Teorem 5.7'ye göre, her normalleştirilmiş E temel matrisi, iki olası (R, T) pozunu verir. Böylece, $\pm E$ 'den poz, dört çözüme kadar ortaya çıkarılabilir. Aslında, çözümlerden üçü, pozitif derinlik kısıtı kullanılarak elenebilir.

Daha sonra, Longuet-Higgins, [14]'e ait olan tüm algoritma, Algoritma 5.1 başlığı altında özetlenecektir.

Olası işaret değişikliği $\pm E$ 'yi hesaba katmak için, algoritmanın son basamağında R ve T 'nin denklemlerindeki $+$ ve $-$ işaretleri, dört çözümü de elde edecek şekilde, rasgele birleştirilmelidir.

Algoritma 5.1 (8-nokta Algoritması)

Bu algoritma, verili bir görüntü eşleşme kümesi (x_1^j, x_2^j) , $j = 1, 2, \dots, n (n \geq 8)$ için, aşağıdaki eşitliği sağlayan $(R, T) \in SE(3)$ ikilisini ortaya çıkarır:

$$x_2^{jT} \hat{T} R x_1^j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

1. Temel matris için bir ilk yaklaşım değeri hesaplandı.

Eşleşmeler x_1^j ve x_2^j 'den, (5.12)'de yapıldığı gibi, $a^j = x_1^j \otimes x_2^j \in \mathbb{R}^9$ denklemini

kullanılarak, bir $\mathcal{X} = [a^1, a^2, \dots, a^n]^T \in \mathbb{R}^{n \times 9}$ oluşturuldu.

Şu şekilde, $\|\mathcal{X}E^\delta\|$ değerini minimize eden, birim uzunluktaki $E^\delta \in \mathbb{R}^9$ vektörü bulundu:

$\mathcal{X} = U_\mathcal{X} \Sigma_\mathcal{X} V_\mathcal{X}^T$ 'nin TDA hesaplandı ve E^δ , $V_\mathcal{X}$ 'in dokuzuncu sütunu olarak tanımlandı. (5.10)'da gösterildiği gibi, E^δ 'nin dokuz elemanını, yığın bozma işlemiyle, 3x3 bir E kare matrisine aktarıldı. Bu matrisin, genel olarak, temel uzay içinde olmayacağına dikkat edilmelidir.

2. Temel uzay üzerindeki izdüşümü alındı.

Verilerden ortaya çıkarılan E matrisinin tekil değer ayrışmasını, $E = U \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} V^T$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$, $U, V \in SO(3)$ olarak hesaplandı. Genellikle, E bir temel matris olamayabileceği için, $\sigma_1 \neq \sigma_2$ ve $\sigma_3 \neq 0$. Fakat, normleştirilmiş temel uzay üzerindeki izdüşümü $U \Sigma V^T$ 'dur. Burada, $\Sigma = \text{diag}\{1, 1, 0\}$.

3. Temel matristen yer değiştirme ortaya çıkarıldı.

Temel matristen R ve T 'yi aşağıda verildikleri şekilde ortaya çıkarmak için sadece U ve V 'ye ihtiyaç duyulur:

$$R = UR_z^T \left(\pm \frac{\pi}{2} \right) V^T, \quad \hat{T} = UR_z \left(\pm \frac{\pi}{2} \right) \Sigma U^T$$

$$\text{Burada, } R_z^T \left(\pm \frac{\pi}{2} \right) \doteq \begin{bmatrix} 0 & \pm 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Bu Algoritmanın çözümü ve uygulaması “essentialDiscrete.m”, “compute3DStructure.m” ve “test_5_1.m” isimli Matlab programlarında verildi.

Öyleyse, temel matris;

$$E = \hat{T}R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

$\|T\| = 2$ olduğu için, burada elde edilen E , normleştirilmiş bir matris değildir. Bu sonuca, aşağıdaki TDA hesaplamasından da kolaylıkla ulaşılabilir:

$$E = U\Sigma V^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}^T$$

Buradan, sıfır harici tekil değerlerin 1 değil de 2 olduğu görülür. E 'yi normalleştirmek, yukarıdaki Σ 'yi, $\Sigma = \text{diag}\{1,1,0\}$ ile değiştirmekle eşdeğerdir. Artık, E için olası dört (R, \hat{T}) ayrışmasını hesaplamak kolaydır:

$$1. \quad UR_z^T\left(\frac{\pi}{2}\right)V^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad UR_z\left(\frac{\pi}{2}\right)\Sigma U^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$2. \quad UR_z^T\left(\frac{\pi}{2}\right)V^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad UR_z\left(-\frac{\pi}{2}\right)\Sigma U^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$3. \quad UR_z^T\left(-\frac{\pi}{2}\right)V^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad UR_z\left(-\frac{\pi}{2}\right)\Sigma U^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$4. \quad UR_z^T\left(-\frac{\pi}{2}\right)V^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad UR_z\left(\frac{\pi}{2}\right)\Sigma U^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Açıktır ki, üçüncü çözüm, T ötelemesinin bir skaler çarpana bağlı olarak ortaya çıkarılması

(yani, birim norma normalleştirilmesi) haricinde, (R, \hat{T}) orijinal hareketini ifade eder.

Yukarıdaki algoritma, basit olmasına rağmen, pratikte kullanıldığında, aşağıda tartışılan bazı yetersizliklere sahiptir:

5.2.1.1 Noktaların Sayısı

Algoritma tarafından nokta sayısı 8 olarak varsayılmaktadır. Bu varsayım, daha çok sunum uygunluğu ve basitliği içindir. Aslında E matrisi $((R, T)$ 'nin bir fonksiyonu olarak), üçü rotasyon için, ikisi de öteleme için (bir skaler çarpana bağlı olarak) olmak üzere, toplam beş serbestlik derecesine sahiptir. E 'nin bazı cebirsel özelliklerini kullanarak, gerekli nokta sayısı azaltılabilir. Örneğin, $\det(E) = 0$ olduğu bilindiğine göre, $\text{rank}(\mathcal{X}) = 8$ koşulu, $\text{rank}(\mathcal{X}) = 7$ olarak değiştirilebilir ve \mathcal{X} 'in sıfır uzayından $E_1^\delta, E_2^\delta \in \mathbb{R}^9$ olarak iki çözüm elde edilir. Yine de,

$$\det(E_1 + \alpha E_2) = 0$$

denklemini sağlayan, genellikle, sadece bir tane $\alpha \in \mathbb{R}$ değeri vardır.

Bu yüzden, daha basit bir algoritma elde etmek için tek ihtiyaç duyulan yedi tane noktadır. Aslında, temel matrisin daha karmaşık cebirsel özellikleri kullanılırsa, sadece altı nokta için de bir algoritmanın var olduğu görülür. Bu yüzden, Kruppa, [13] tarafından gösterildiği gibi, (R, T) 'yi ortaya çıkarmak için genel konumdaki sadece beş noktaya ihtiyaç olduğu gerçeği de şartırcı olmamalıdır. Çözümler kapalı formda elde edilebilir olmasa da, on (olası karmaşık) çözüme kadar çözüm bulunabileceği gösterilebilir. Dahası, birçok özel hareket için ilişkili temel matrisi belirlenirken sadece dört noktaya ihtiyaç vardır. Örneğin; düzlemsel hareketler ve simetri kaynaklı hareketler bu iyi özelliğe sahiptirler.

5.2.1.2 Çözüm Sayısı ve Pozitif Derinlik Kısıtı

Hem E hem de $-E$ aynı epipolar kısıt kümesini sağladıklarından, (R, T) için genellikle $2 \times 2 = 4$ adet çözüm verirler. Fakat bu bir probleme yol açmaz çünkü çözümlerden sadece bir tanesi, geriçatılan 3B noktaların kamera koordinat sistemlerine göre derinliklerinin *pozitif* olduğunu garanti eder. Yani, genel olarak, bu dört çözümden üçü fiziksel olarak imkansız

olacaktır ve bu yüzden bu üç çözüm saf dışı edilebilir.

5.2.1.3 Yapı Gereksinimi: Genel Konum

Yukarıdaki algoritmanın düzgün işleyebilmesi için; verili sekiz noktanın, “genel konumda” olması gerektiğini söyleyen koşul çok önemlidir. Kolaylıkla gösterilebilir ki; eğer bu noktalar, kritik yüzeyler olarak adlandırılan belli dejenere konfigürasyonlar oluştururlarsa, algoritma başarısız olur. Tüm noktalar, \mathbb{R}^3 ’teki aynı 2B düzlem üzerinde yer alması durumu ise pratikte önemli bir durumdur. Düzlemsel durumla ilgili geometri bölüm 5.3’de tartışılacaktır.

5.2.1.4 Hareket Gereksinimi: Yeterli Paralaks

Epipolar kısıtın çıkarımını yaparken, dolaylı olarak, $E \neq 0$ varsayımı yapılmıştı. Bu varsayım da, temel matrisin $\|E\|=1$ şeklinde normalleştirildiği 8-nokta algoritmasını geliştirmeye yardımcı olmuştu. Temel matrisin yapısından dolayı; $E = 0 \Leftrightarrow T = 0$ olur. Bu yüzden, 8-nokta algoritması, öteleme (ya da taban çizgisi) T için $T \neq 0$ olması gerekliliğini getirir. T ötelemesi görüntü düzleminde paralaksa neden olur. Uygulama esnasında, algoritmanın öteleme olmasa bile bir cevap verme olasılığı, gürültüden dolayı büyüktür. Fakat bu durumda, tahmin edilen öteleme doğrultusu anlamsız olacaktır. Bu yüzden, algoritmanın iyi durumda olabilmesi için “yeterli paralaks” olduğuna emin olabilmek için son derece dikkatli olunmalıdır. Deneysel olarak gözlemlenmiştir ki: saf dönme hareketi (yani, $T = 0$) için bile, gürültünün görüntü ölçümlerinde yarattığı “parazit” öteleme, 8-nokta algoritmasının doğru bir R tahmini vermesi için yeterlidir.

5.2.1.5 İnfinitesimal (Sonsuz Küçük) Görüş Noktası Değişikliği

Uygulamalarda sıklıkla karşılaşılan durum şudur; bu bölümde tanımlanan iki görünüm, iki sabit kamera yerine bir hareketli kamera ile elde edilir. İki bakış noktası ayrı olduğu sürece, epipolar kısıt ve ilişkili 8-nokta algoritmasının türetilme yönteminde değişiklik olmaz. İki görüş noktasının sonsuz küçük derecede yaklaşması limitinde ise epipolar kısıt, sürekli epipolar kısıt olarak adlandırılan başka bir biçim alır. Genel olarak, süreklilik durumu, kameranın doğrusal ve açısal hızlarının hesaplanmasıyla ilgilenilen robot görüşü uygulamalarında daha büyük önem kazanır.

5.2.1.6 Çoklu Hareket Hipotezleri

Sahnede hareket eden çok sayıda nesne olması durumunda, görüntü noktaları aynı epipolar kısıtı sağlamıyor olabilir. Örneğin; (R^1, T^1) ve (R^2, T^2) hareketlerine sahip iki bağımsız hareketli nesne olduğunu biliyorsak, bir p noktasının bu nesnelere birinin üzerindeki iki görüntüsü (x_1, x_2) , aşağıda verilen denklemi sağlamalıdır:

$$(x_2^T E^1 x_1)(x_2^T E^2 x_1) = 0, \quad (5.16)$$

Çünkü p noktası, ya hareket 1 ya da hareket 2'ye göre hareket eder. Burada, $E^1 = \widehat{T^1} R^1$ ve $E^2 = \widehat{T^2} R^2$. Daha sonra da görüleceği üzere, nesnelere birinin üzerinde yeterli sayıda görünür nokta varsa E^1 ve E^2 'yi bu denklemden ortaya çıkarmak hala mümkündür. Bu durumun, ikiden daha fazla bağımsız hareket için genellemesini yapmak biraz daha uğraşmayı gerektirecektir.

5.2.2 Öklit Kısıtları ve Yapının Yeniden Oluşturulması

Henüz tanımlanan 8-nokta algoritması, girdi olarak 8 ya da daha fazla nokta eşleşmesinden oluşan bir kümeyi kullanır, çıktı olarak ise iki kamera arasındaki bağıl poz (rotasyon ve öteleme), keyfi bir ölçek $\gamma \in \mathbb{R}^+$ 'ya bağlı olarak verir. Genellemeyi kaybetmeden, bu ölçeğin $\gamma = 1$ olduğu varsayılabilir. Bu da, ötelemeyi birim uzunluğa ölçeklendirmek anlamına gelir. Daha sonra, bağıl poz ve nokta eşleşmeleri, 3B noktaların kamera koordinat sistemlerine göre derinliklerini ortaya çıkararak, noktaların konumlarını bulmak için kullanılabilirler.

T ötelemesi γ ölçeğine bağlı olarak tanımlanan (R, T) pozunun ortaya çıkarıldığı katı-cisim denklemi, görüntüler ve derinlikler cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\lambda_2^j x_2^j = \lambda_1^j R x_1^j + \gamma T, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.17)$$

(R, T) 'ler bilindiği için, (5.17) ile verili denklemler, hem yapısal ölçek λ 'lar hem de hareketli ölçek γ 'lar açısından doğrusaldırlar ve bu yüzden kolaylıkla çözülebilirler. Her nokta için λ_1 ve λ_2 , noktaların sırasıyla birinci ve ikinci kamera koordinat sistemlerine göre derinliğini ifade eder. Bu yüzden, bunlardan bir tanesi fazlalıktır; örneğin, λ_1 biliniyorsa, λ_2 , basitçe (R, T) 'nin bir fonksiyonudur. Bu yüzden, mesela λ_2 yukarıdaki denklemde

elenebilir. Bunun için, denklemin her iki tarafı da \widehat{x}_2 ile çarpılır. Bu da,

$$\lambda_1^j \widehat{x}_2^j R x_1^j + \gamma \widehat{x}_2^j T = 0, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (5.18)$$

eşitliğini verir.

Bu ise aşağıdaki doğrusal denklemi çözmekle eşdeğerdir:

$$M^j \overline{\lambda^j} \doteq \begin{bmatrix} \widehat{x}_2^j R x_1^j, \widehat{x}_2^j T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^j \\ \gamma \end{bmatrix} = 0, \quad (5.19)$$

$$\text{Burada, } M^j = \begin{bmatrix} \widehat{x}_2^j R x_1^j, \widehat{x}_2^j T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2} \quad \text{ve} \quad \overline{\lambda^j} = \begin{bmatrix} \lambda_1^j, \gamma \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2, \quad j=1,2,\dots,n.$$

Çözümün, bir değerli olması için, M^j matrisinin rankının 1 olması gerekir. Sadece, $\widehat{x}_2 T = 0$ olduğunda; yani p noktası iki optik merkez o_1 ve o_2 'yi birleştiren çizgi üzerinde ise, bu durum gerçekleşmez.

Yukarıdaki n adet denklemin hepsi aynı γ değerine sahiptir; şöyle bir vektör

$\vec{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1^1, \lambda_1^2, \dots, \lambda_1^n, \gamma \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ ve bir $M \in \mathbb{R}^{3n \times (n+1)}$ matrisi tanımlanır;

$$M \doteq \begin{bmatrix} \widehat{x}_2^1 R x_1^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \widehat{x}_2^1 T \\ 0 & \widehat{x}_2^2 R x_1^2 & 0 & 0 & 0 & \widehat{x}_2^2 T \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \widehat{x}_2^{n-1} R x_1^{n-1} & 0 & \widehat{x}_2^{n-1} T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widehat{x}_2^n R x_1^n & \widehat{x}_2^n T \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

Öyleyse,

$$M \vec{\lambda} = 0 \quad (5.21)$$

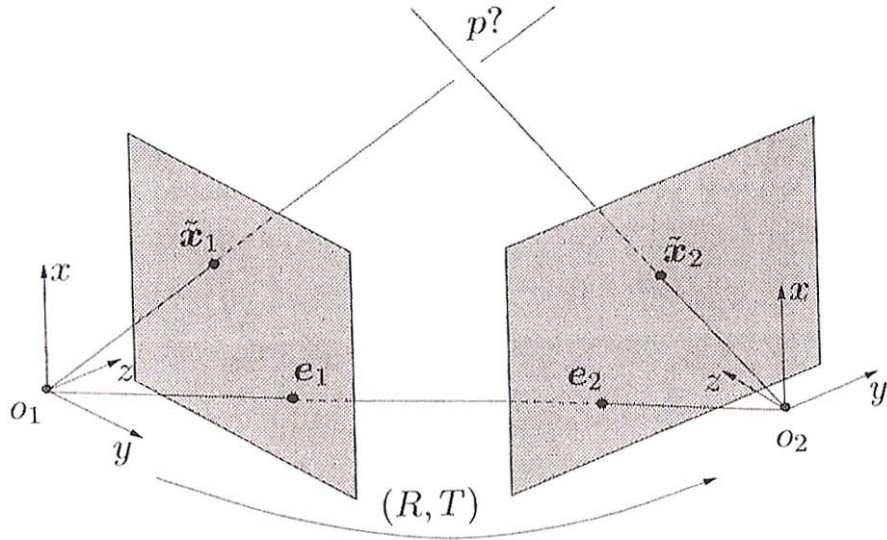
denklemini, tek bir evrensel ölçeğe bağlı olarak, tüm bilinmeyen derinlikleri belirler. $\vec{\lambda}$ vektörünün en-küçük kareler tahmini, basitçe, $M^T M$ vektörünün en küçük özdeğerine karşılık gelen özvektörüdür. Sahne ve kamera hareketi hakkında bir ön bilgiye sahip olunmazsa, iki kat büyüklükte ama iki kat uzaklıkta olan bir sahneye bakılırken, kameranın uzaklığın iki katı kadar hareket edip etmediği anlaşılabilir; bu yüzden ölçek belirsizliği içseldir.

5.2.3 En İyi Poz ve Yapı

Önceki kısımda verilen nokta algoritması, *kesin* nokta eşleşmelerinin verildiğini varsayar. Görüntü eşleşmelerinde gürültü olması durumunda, temel matrisi tahmin etmenin olası yolları önerilmişti. Bu, önce bir küçük-kareler problemi çözerek ve sonrasında da temel uzay üzerinde bir izdüşüm olarak yapılmıştı. Fakat bu, en az iki nedenden dolayı, pratik uygulamada yeterli olmayacaktır:

- 1) Tahmin edilen poz (R, T) 'nin gerçek çözüme mümkün olduğunca yakın olduğunun bir garantisi yoktur.
- 2) Böyle bir (R, T) 'yi kabul etsek bile, gürültülü bir görüntü çiftinin, mesela $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ diyelim, tutarlı bir 3B yeniden oluşturma verip vermeyeceğinin de bir garantisi yoktur (Şekil 5.6'da gösterildiği gibi gürültülü bir görüntü çifti $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$ 'den çıkan ışınlar, eğer epipolar kısıtı tam olarak sağlamıyorlarsa, üç boyutta, hiçbir p noktasında kesişmezler).

En iyiyi tahmin ile ilişkili teknik detayların tümü değil, bu aşamada sadece ana fikirler verilecek ve teknik detayların incelenmesi de daha çok uygulamayla ilgili konuların irdeleneceği bölüm 6'ya bırakılacaktır.



Şekil 5.6 Gürültülü bir görüntü çifti $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$ 'den çıkan ışınlar.

5.2.3.1 Optimizasyon Amaçlarının Seçilmesi

Kalibre edilmiş bir kamera, orijinden 1 birim uzaklıkta z-eksenine dik olan düzlem olarak tanımlanır. Bu yüzden, görüntü noktaları x_1 ve x_2 'nin koordinatları, $[x, y, 1]^T \in \mathbb{R}^3$ formundadır. Uygulamada, gerçek koordinatlar değil, onların gürültülü versiyonları ölçülebilir. Şöyle ki,

$$\tilde{x}_1^j = x_1^j + w_1^j, \quad \tilde{x}_2^j = x_2^j + w_2^j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.22)$$

Burada, x_1^j ve x_2^j “ideal” görüntü koordinatlarını; $w_1^j = [w_{11}^j, w_{12}^j, 0]^T$ ve $w_2^j = [w_{21}^j, w_{22}^j, 0]^T$ da karşılık gelmedeki lokalizasyon hatalarını göstermektedir. $x_2^{jT} \hat{T} R x_1^j = 0$ epipolar kısıtını sağlayan, (bilinmeyen) ideal görüntü koordinatları (x_1^j, x_2^j) dir. (Ölçülen) gürültülü koordinatları $(\tilde{x}_1^j, \tilde{x}_2^j)$ ise epipolar kısıtı sağlamazlar. İdeal koordinatlar bir “model” olarak; w_1^j de model ve ölçümler arasındaki fark olarak düşünülebilir. Bu durumda, $\tilde{x}_1^j = x_1^j + w_1^j$ olur. Bu yüzden, genel olarak, model ve veriler arasındaki farkı, yani w_1^j 'yi minimize eden (x, R, T) parametreleri istenir. Bu parametrelere ulaşmak için de, öncelikli olarak, bu farkın nasıl hesaplanacağına karar verilmelidir. Bu karar, optimizasyon amacı seçimini belirleyecektir.

Ne yazık ki, “tam doğru”, evrensel olarak tartışmasız kabul edilen bir amaç fonksiyonu yoktur ve fark ölçümü seçimi, w_1^j kalıntıları üzerinde yapılan varsayımlara bağlı olduğu için, tasarım sürecinin bir parçasıdır. Farklı varsayımlar farklı fark ölçümü seçimlerine yol açar. Sonuç olarak, farklı fark ölçümü seçimleri de farklı “en iyi” (x^*, R^*, T^*) çözümleriyle sonuçlanır.

Örneğin; $w = \{w_i^j\}$ değerlerinin, belirleyici fakat bilinmeyen oldukları düşünülen (x, R, T) bilinmeyen parametrelerine bağlı olan bir dağılımdan örnekler oldukları varsayılabilir. Bu durumda, verileri üreten model temel alınarak, olabilirlik fonksiyonu $p(w | x, R, T)$ için bir ifade türetilir ve bu fonksiyonu (daha uygun olarak logaritmasını), bilinmeyen parametrelere göre maksimize etmek seçilebilir. Öyleyse, maksimum olabilirlik açısından “en iyi çözüm” aşağıdaki gibidir:

$$(x^*, R^*, T^*) = \arg \max \Phi_{ML}(x, R, T) \doteq \sum_{i,j} \log p\left(\left(\widetilde{x}_i^j - x_i^j\right) \mid x, R, T\right)$$

Doğal olarak, farklı olabilirlik fonksiyonları, çok farklı “en iyi” çözümler verebilir. p çok doruklu (multimodal) olabileceğinden dolayı, gerçekten de, maksimumun bir değerli olması için hiçbir garanti yoktur ve bu yüzden, maksimumu sağlayan pek çok parametre seçeneği olabilir.

Nokta özelliklerinin konumları için oluşturulacak olabilirlik fonksiyonunu, birincil ilkelerden, sensorun ışığa duyarlı elemanlarının gürültü karakteristiklerinden başlayarak kurmak, özellik algılama ve izlemedeki çok sayıdaki doğrusal olmayan basamaktan ötürü zordur. Bu yüzden, yaygın olarak, olabilirlik fonksiyonunun bir yoğunluk fonksiyonları ailesine ait olduğu varsayılır. En popüler seçim ise normal (Gauss) dağılımı olmaktadır.

Fakat bazen, (x, R, T) parametrelerinin sadece, her değeri alabilen bilinmeyen parametreler olmadığına inanmak için nedenler olabilir. Hiçbir ölçüm yapılmadan önce bile bazı değerlerin diğerlerinden daha olası olduğu söylenilebilir. Bu gerçek, bir ortak önsel olasılık yoğunluğu (prior) $p(x, R, T)$ ile tanımlanabilir. Örneğin, düz bir yüzeyde dolaşan bir robot için, yatay eksen etrafında dönmek de, dikey eksen üzerinde ötelenmek de çok olanaksız olabilir. Prior, olabilirlik fonksiyonuyla birleştirildiğinde, Bayes kuralı kullanılarak, bir posterior $p\left(x, R, T \mid \left\{\widetilde{x}_i^j\right\}\right)$ belirlemek için kullanılabilir. Bu durumda, ölçüm değerleri verili iken, posteriorun maksimumu aranabilir. Aşağıda verilen denklem, posteriorun maksimumunun tahmini içindir:

$$(x^*, R^*, T^*) = \arg \max \Phi_{MAP}(x, R, T) \doteq p\left(x, R, T \mid \left\{\widetilde{x}_i^j\right\}\right)$$

Bu seçimin pek çok avantajı olsa da, üzerinde çalışılan durum için, kamera pozlarının uzayı $SO(3) \times \mathbb{S}^2$ üzerinde, aşikar olmayan bir geometrik yapıya sahip olan bir olasılık yoğunluğu tanımlamayı gerektirir. Bu konu ise bu araştırmanın kapsamının oldukça dışındadır ve bu yüzden bu kriter burada daha fazla tartışılmayacaktır.

Bundan sonrasında ise, en iyilik konusuna daha minimalistik bir yaklaşım sergilenecek ve basitçe, $\{w_i^j\}$ değerlerinin, normları minimize edilmesi gereken bilinmeyen değerler (“hatalar”, ya da “kalıntılar”) olduğu varsayılacaktır. Bu durumda, hiçbir olasılıksal tanım

postüle etmez ve basitçe, Φ 'si aşağıda verilen, $(x^*, R^*, T^*) = \arg \min \Phi(x, R, T)$ parametreleri aranır.

$$\Phi(x, R, T) \doteq \sum_j \left\| w_1^j \right\|_2^2 + \left\| w_2^j \right\|_2^2 = \sum_j \left\| \tilde{x}_1^j - x_1^j \right\|_2^2 + \left\| \tilde{x}_2^j - x_2^j \right\|_2^2.$$

Bu da bir *en-küçük kareler hesaplayıcısına* denk düşer. x_1^j ve x_2^j , görüntü düzlemlerine geri iz düşürülen 3B noktaların ortaya çıkarılmış hali olduğu için, yukarıdaki kriter, sıklıkla, “tekrar izdüşüm hatası” olarak adlandırılır.

Fakat yukarıdaki minimizasyon probleminin bilinmeyenleri, tamamen bağımsız değildirler. Örneğin; $x_2^T \hat{T} R x_1 = 0$ epipolar kısıtını sağlamalıdır. Bu yüzden, en-küçük kareler kriteri seçilerek, yeniden oluşturma problemi, bir kısıtlı optimizasyon haline getirilir:

\tilde{x}_i^j , $i = 1, 2$, $j = 1, 2, \dots, n$. olduğu verili iken,

$$\Phi(x, R, T) \doteq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \left\| \tilde{x}_i^j - x_i^j \right\|_2^2 \quad (5.23)$$

denklemini minimize edildiğinde bu denklemin dahil olduğu kısıtlar şöyledir:

$$x_2^{jT} \hat{T} R x_1^j = 0, \quad x_1^{jT} e_3 = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.24)$$

Lagrange çarpanları kullanılarak, bu kısıtlı optimizasyon problemi kısıtsız çevrilebilir.

Uyarı 5.11 (Işın Demetleriyle Dengelemeye Denklik): Derinlik parametreleri λ_i 'lerin, bilinmeyen olmalarına rağmen, optimizasyon problemi denklemi (5.24)'de olmadıkları görülür. Bunun nedeni optimizasyon problemine dolaylı olarak dahil olmalarıdır. Derinlik parametreleri, yukarıda tanımlanan kısıtlı optimizasyon probleminde Lagrange çarpanları rolündedirler. Optimizasyon problemi, alternatif olarak, kısıtsız formda şöyle yazılabilir:

$$\sum_{j=1}^n \left\| \tilde{x}_1^j - \pi_1(X^j) \right\|_2^2 + \left\| \tilde{x}_2^j - \pi_2(X^j) \right\|_2^2 \quad (5.25)$$

burada, π_1 ve π_2 , uzaydaki bir X noktasının, sırasıyla, birinci ve ikinci görüntüler üzerindeki izdüşümlerini gösteriyorlar. Eğer referans olarak birinci kameranın koordinat sistemini alırsak, yukarıdaki ifade şu eşitliğe sadeleşir: ⁶

$$\Phi(x_1, R, T, \lambda) = \sum_{j=1}^n \left\| \tilde{x}_1^j - x_1^j \right\|_2^2 + \left\| \tilde{x}_2^j - \pi(R \lambda_1^j x_1^j + T) \right\|_2^2 \quad (5.26)$$

Yukarıdaki ifadenin, (R, T, x_1, λ) bilinmeyenlerine göre minimize edilmesi, literatürde “ışın demetleriyle dengeleme” olarak geçer. Tanımlanan, ışın demetleriyle dengeleme ve kısıtlı optimizasyon, basitçe, aynı optimizasyon amacını parametrelerle ifade etmek için izlenen iki farklı yoldur. Kısıtlı form, problemin geometrik yapısını daha iyi aydınlatır ve etkin yaklaşımlar geliştirmeye rehberlik eder.

Bu bölümün geri kalanında, güçlü bir geometrik yorumu koruyarak daha basit algoritmaların sonucunda ortaya çıkan tekrar izdüşüm hatasını yaklaşıklayan basitleştirilmiş bir bedel fonksiyoneli tanımlamakla sınırlı kalındı. Bu yaklaşıklamada, bedel fonksiyonu Φ sadece kamera pozu (R, T) 'ye bağlı olsun diye, bilinmeyen x , ölçülen \tilde{x} tarafından yaklaşıklandı.

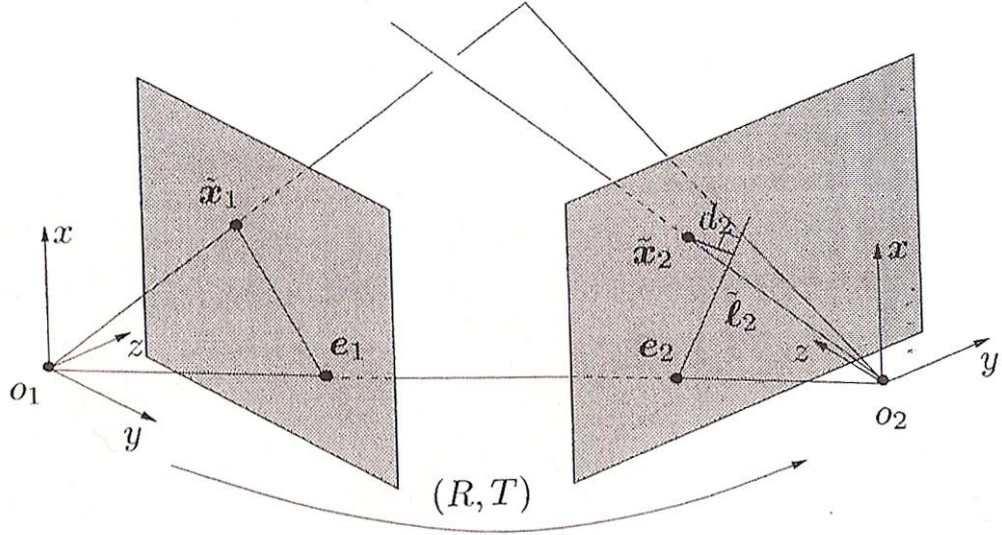
$$\Phi(R, T) \doteq \sum_{j=1}^n \frac{\left(\tilde{x}_2^{jT} \hat{T} R x_1^j \right)^2}{\left\| \hat{e}_3 \hat{T} R \tilde{x}_1^j \right\|^2} + \frac{\left(\tilde{x}_2^{jT} \hat{T} R x_1^j \right)^2}{\left\| \tilde{x}_2^{jT} \hat{T} R \hat{e}_3 \right\|^2} \quad (5.27)$$

Şekil 5.7’de gösterildiği gibi, geometrik olarak bu ifade, \tilde{x}_1^j ve \tilde{x}_2^j görüntü noktalarından, görüntü düzlemlerinde karşılık gelen epipolar çizgilere olan uzaklıklar olarak yorumlanabilir. Şekil 5.7’deki iki gürültülü görüntü noktası, $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$. Burada, $\tilde{\ell}_2$, ikinci görüntü düzleminin epipolar düzlemlerle kesişimi olan epipolar çizgidir. d_2 uzaklığı ise, ikinci görüntü noktası \tilde{x}_2 ’nin epipolar çizgiye geometrik uzaklığıdır. Simetrik olarak, birinci görüntü düzleminde, benzer bir d_1 geometrik uzaklığı tanımlanabilir. Şekildeki gösterim sonucu aşağıdaki formüle ulaşılır:

$$d_2^2 = \frac{\left(\tilde{x}_2^T \hat{T} R \tilde{x}_1 \right)^2}{\left\| \hat{e}_3 \hat{T} R \tilde{x}_1 \right\|^2}$$

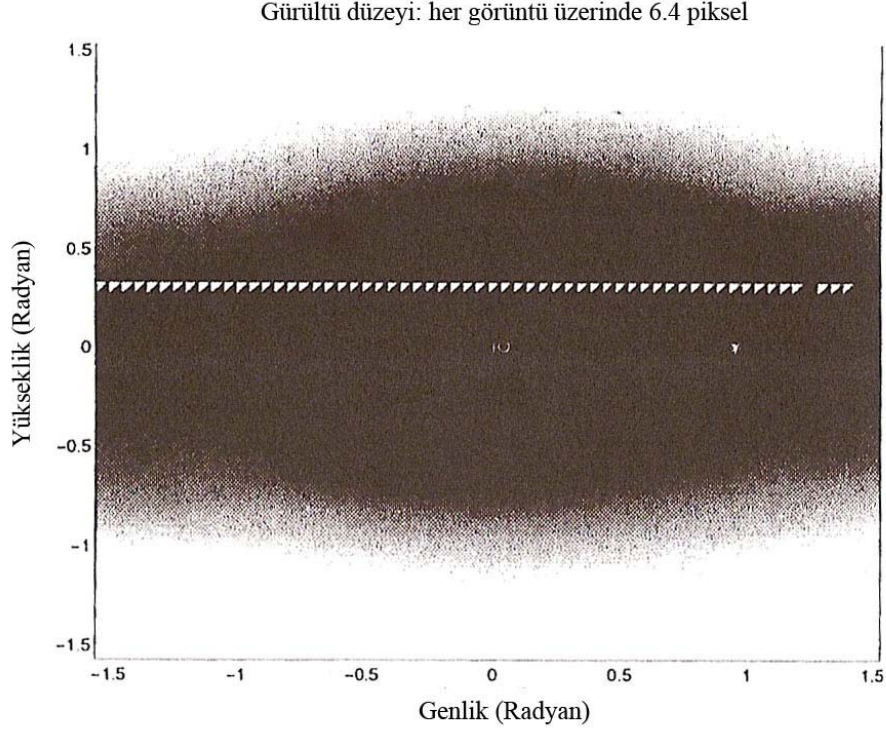
Gürültü olması durumunda, yukarıdaki amaç fonksiyonunu minimize etmek daha zor olsa da, doğrusal 8-nokta algoritmasının sonuçlarını iyileştirir.

6 Burada, π 'yi, $[X, Y, Z]^T \mapsto [X/Z, Y/Z, 1]^T$ ile ifade edilen, standart düzlemsel izdüşümü göstermek için kullanıyoruz.



Şekil 5.7 İki gürültülü görüntü noktası, $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^3$. \tilde{l}_2 , d_2 ve d_1 geometrik uzaklığı tanımları.

Örnek 5.12 (Doğrusal Algoritma ile Karşılaştırma): Şekil 5.8, optimizasyonun etkisini göstermektedir: hem doğrusal 8-nokta algoritması için, hem de doğrusal olmayan optimizasyon için nümerik simülasyonlar çalıştırılmıştır. $\Phi(R, T)$ amaç fonksiyonuna ait değerlerin farklı T değerlerine bağlı olarak grafiği çizilmektedir (kesin referansta R sabit tutularak); “+”, gerçek öteleme T ’yi; “*”, doğrusal 8-nokta algoritmasından tahmin edilen T ’yi; “o” ise doğrusal algoritmanın sonucunu optimizasyon ile güncelleyerek tahmin edilen T ’yi göstermektedir. Beş boyutlu artık fonksiyon $\Phi(R, T)$ ’ye ait iki boyutlu izdüşüm, gri tonlama ile gösterilmiştir. Artık, rotasyonu gerçek değerde sabitlenmiş, iki boyutlu $\Phi(\hat{R}, T)$ fonksiyonuna karşılık gelir. Doğrusal algoritma ile bulunan çözümün konumu “*” ile gösterilmektedir ve görülmektedir ki, “*”, gerçek minimum değerinden oldukça uzaktır (Gerçek minimum, görüntünün merkezindeki en karanlık noktadır ve “+” ile gösterilmektedir). Doğrusal olmayan optimizasyondan elde edilen çözüm ise “o” ile gösterilmektedir. Bu çözümün belirgin bir iyileşme sağladığı da görülmektedir.



Şekil 5.8 Doğrusal olmayan optimizasyon ile iyileştirme. [16]

5.2.3.2 Yapı Üçgenleştirme

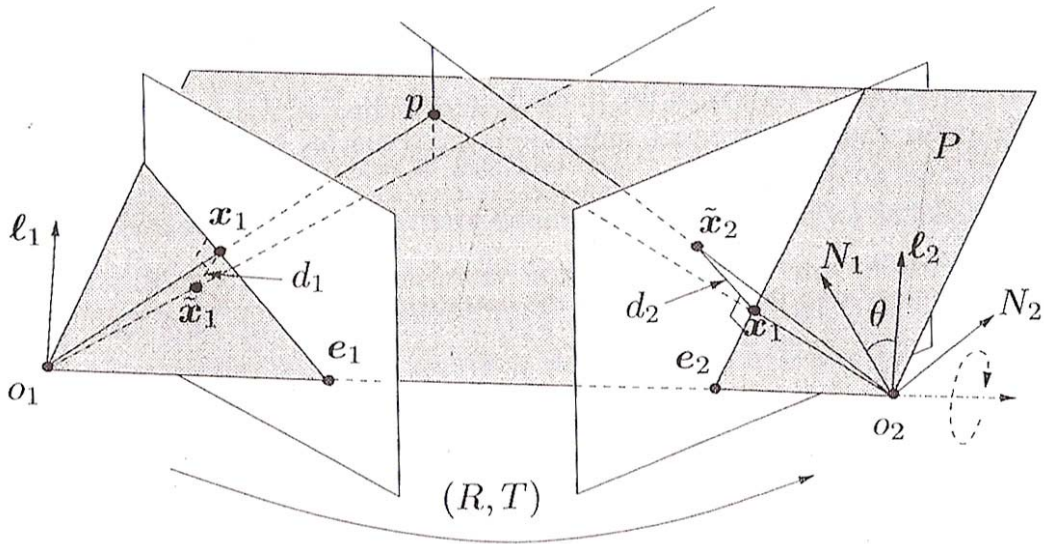
(R, T) kamera pozunu için, elde edilen, en iyi tahmin verilirse; epipolar kısıt $x_2^T \hat{T} R x_1 = 0$ 'ı sağlayan bir (x_1^*, x_2^*) görüntü çifti bulunabilir ve aşağıda verilen (tekrar izdüşüm) hatası minimize edilebilir:

$$\Phi(x) = \|\tilde{x}_1 - x_1\|^2 + \|\tilde{x}_2 - x_2\|^2 \quad (5.28)$$

Bu, *üçgenleştirme problemi* olarak adlandırılır. Bu problemin çözüm yolu, tekrar izdüşüm hatasının tam olarak neye bağlı olduğunu bulmaktan geçer. Bu da, daha kolay yoldan, Şekil 5.9 'da verildiği gibi, geometrik olarak açıklanabilir. Şekilde görüldüğü gibi, tekrar izdüşüm hatasının değeri, sadece epipolar düzlem P 'nin konumuna bağlıdır. P düzlemi, (o_1, o_2)

taban çizgisinin etrafında döndüğünde, buna bağlı olarak, $\|\tilde{x}_1 - x_1\|^2 + \|\tilde{x}_2 - x_2\|^2$ uzaklığını minimize eden (x_1, x_2) görüntü çifti de değişir. Görüntü çiftinin değişmesiyle de hata değişir.

Epipolar düzlemin konumunu parametrelerle ifade etmek için, (e_2, N_1, N_2) , ikinci kamera koordinat sisteminde bir ortonormal baz olsun. Öyleyse P , kendisine ikinci kamera koordinat sistemine göre normal olan vektör l_2 tarafından belirlenir. l_2 vektörü de, l_2 ve N_1 arasındaki θ açısı tarafından belirlenir (Şekil 5.9). Bu yüzden, tekrar izdüşüm hatası Φ , sadece θ 'ya bağlı olan bir fonksiyon olmalıdır. Genel olarak, $\Phi(\theta)$ hatasını minimize eden tek bir θ^* değeri vardır. Bu değer bulunduğundan sonra, karşılık gelen görüntü çifti (x_1^*, x_2^*) ve 3B p noktası belirlenir. Şekil 5.9'da sabit bir epipolar düzlem P için, $d_1^2 + d_2^2$ tekrar izdüşüm hatasını minimize eden (x_1, x_2) görüntü çiftinin x_1 ve x_2 noktaları, iki epipolar çizgi üzerindeki, sırasıyla \tilde{x}_1 ve \tilde{x}_2 noktalarına en yakın noktalar olmalıdır. Bu yüzden, tekrar izdüşüm hatası sadece epipolar düzlem P 'nin konumuna bağlı olan bir fonksiyondur.



Şekil 5.9 Tekrar izdüşüm hatası sadece epipolar düzlem P 'nin konumuna bağlı olan bir fonksiyondur.

5.3 Düzlemsel Sahneler ve Homografi

8-nokta algoritmasının, kamera hareketi için bir değerli çözüm (bir skaler çarpana bağlı olarak) vermesi için, 3B noktaların genel konumda olması zorunludur. Noktalar, belli dejenere konfigürasyonlar oluştururlarsa, çözüm artık bir değerli olmayabilir. Tüm özellik noktaları kritik yüzeyler denilen belli 2B yüzeylerde toplandığında, çözüm bir değerli

olmayabilir.⁷ Bu kritik yüzeylerin çoğu, uygulamada nadiren oluşur ve sınırlı öneme sahiptirler. Fakat kritik yüzeyler içinde önemli bir yere sahip olan 2B düzlemlere, yapay ortamlarda ve havadan görüntüleme çok sık rastlanmaktadır. Bu yüzden, eğer 8-nokta algoritması, tümü aynı 2B düzlemi üzerinde olan noktaların görüntülerine uygulanırsa, algoritma, bir değerli çözüm veremeyecektir (nedeni daha sonra görülecektir). Diğer yandan, pek çok uygulamada, bir sahne, gerçekten, yaklaşık olarak düzlemsel (örneğin, bir helikopter için iniş alanı) ya da parçalı düzlemsel (örneğin, binalar içindeki koridorlar) olabilir. Bu yüzden, bölümün bu kısmı, bu özel ama önemli konuya ayrıldı.

5.3.1 Düzlemsel Homografi

3B uzayda, 2B P düzlemi üzerindeki p noktalarına ait iki görüntü düşünüldüğünde, kolaylık olsun diye, bütün bu kısım boyunca, kameraların optik merkezlerinin hiçbir zaman düzlemden geçmediği varsayıldı.

Bir $p \in P$ noktası için, iki kameranın koordinat sistemlerine göre iki görüntü, (x_1, x_2) verilmiş olsun. İki koordinat sistemi arasındaki koordinat dönüşümü de aşağıdaki bağıntıyla verilmiş olsun:

$$X_2 = RX_1 + T \quad (5.29)$$

Burada, X_1 ve X_2 , p noktasının, sırasıyla 1. ve 2. koordinat sistemlerine göre koordinatlarını göstermektedir. Daha önce gördüğümüz gibi, p noktasının iki görüntüsü olan x_1 ve x_2 , aşağıdaki epipolar kısıtı sağlarlar:

$$x_2^T E x_1 = x_2^T \hat{T} R x_1 = 0$$

Fakat aynı P düzlemindeki noktalar için durum biraz daha farklıdır. Bu noktaların görüntüleri, tek başına epipolar kısıtı yetersiz kılan, ekstradan bir kısıta daha tabi olacaklardır.

$N = [n_1, n_2, n_3]^T \in \mathbb{S}^2$, P düzleminin birinci kamera koordinat sistemine göre birim normal vektörü olsun ve $d > 0$ da P düzleminde birinci kameranın optik merkezine olan uzaklığı gösterebilir. Öyleyse,

$$N^T X_1 = n_1 X + n_2 Y + n_3 Z = d \Leftrightarrow \frac{1}{d} N^T X_1 = 1, \quad \forall X_1 \in P. \quad (5.30)$$

⁷ Genel olarak, böyle kritik yüzeyler, noktanın X, Y, Z koordinatlarında belli ikinci dereceden (kuadratik) denklemlerle tanımlanırlar. Bu yüzden, bunlara, çoğunlukla, ikinci derece (kuadratik) yüzeyler denir.

olur. (5.30) denklemini, (5.29) denkleminde yerine koyulursa,

$$X_2 = RX_1 + T = RX_1 + T \frac{1}{d} N^T X_1 = \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right) X_1 \quad (5.31)$$

denklemini elde edilir.

$$H \doteq R + \frac{1}{d} TN^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (5.32)$$

matrisin, (*düzlemsel*) *homografi matrisi* olarak adlandırılır. Çünkü $X_1 \in \mathbb{R}^3$ 'ten, $X_2 \in \mathbb{R}^3$ 'e, aşağıda gösterildiği gibi bir doğrusal dönüşümü ifade eder:

$$X_2 = HX_1$$

H matrisi, P düzleminin yapı parametreleri $\{N, d\}$ ile birlikte hareket parametreleri $\{R, T\}$ 'ye de bağlıdır. Denklem (5.32) 'deki $\frac{1}{d}T$ teriminden ileri gelen ölçek belirsizliğinden dolayı, H 'den yararlanarak, en fazla, d uzaklığı tarafından ölçeklenen T öteleme oranı, ortaya çıkarılabilir.

$$\lambda_1 x_1 = X_1, \quad \lambda_2 x_2 = X_2, \quad X_2 = HX_1, \quad (5.33)$$

(5.33)'den ise aşağıdaki denklemi elde edilir:

$$\lambda_2 x_2 = H \lambda_1 x_1 \Leftrightarrow x_2 \sim Hx_1, \quad (5.34)$$

Burada, \sim 'nin bir skaler çarpana bağlı olan eşitliği ifade ettiği unutulmamalıdır.

Sıklıkla,

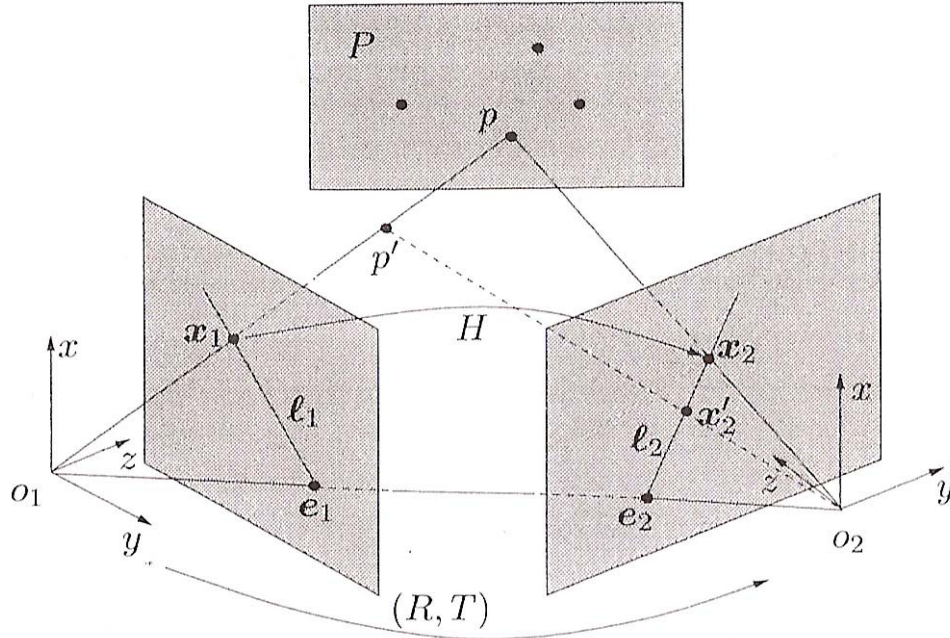
$$x_2 \sim Hx_1 \quad (5.35)$$

denklemini, P düzleminin yol açtığı (*düzlemsel*) *homografi eşleştirmesi* olarak adlandırılır. Şekil 5.10'da, P düzlemi üzerindeki 3B bir p noktasının iki görüntüsü olan $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3$ gösterilmiştir. Bu iki görüntü arasındaki ilişki, düzlemin yol açtığı bir H homografisi ile ifade edilir. Ölçek belirsizliğine rağmen, Şekil 5.10'da gösterildiği gibi, H , birinci ve ikinci görüntülerdeki noktalar arasında, aşağıdaki anlamlarda özel bir eşleşme sağlar:

- 1) Herhangi bir noktanın, diyelim ki, P düzlemi üzerindeki bir p noktasının, görüntüsü olan birinci görüntüdeki herhangi bir x_1 noktası için, x_1 noktasına karşılık gelen ikinci görüntü x_2 , bir tek şekilde, $x_2 \sim Hx_1$, denklemiyle tanımlanır. Çünkü aynı $\ell_2 \sim Ex_1 \in \mathbb{R}^3$ epipolar çizgisi üzerindeki başka bir nokta, diyelim ki x_2' , için, $(o_2 x_2')$ ışını, (o_1, x_1) ışını, düzlemin dışındaki bir p' noktasında kesecektir.

- 2) Diğer yandan, eğer x_1 , P düzlemi üzerinde olmayan bir noktanın, diyelim ki, bir p' noktasının, görüntüsü ise $x_2 \sim Hx_1$, sadece, x_1 'in kendi gerçek karşılık gelen görüntüsü x_2' gibi, aynı epipolar çizgi $\ell_2 \sim Ex_1$ üzerinde olan bir noktadır. Yani, $\ell_2^T x_2 = \ell_2^T x_2' = 0$.

Böylece şu sonuca ulaşılır:



Şekil 5.10 P düzlemi üzerindeki 3B bir p noktasının iki görüntüsü olan $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3$.

Önerme 5.13 (Epipolar Çizgiler İçin Homografi): İki görüntü arasında bir H homografisi (3B bir P düzleminin yol açtığı) verili iken, P düzlemi üzerinde olmak zorunda olmayan 3B bir p noktasının herhangi bir karşılık gelen görüntü çifti (x_1, x_2) için, ilişkili epipolar çizgiler aşağıdaki denklemle verilir:

$$\ell_2 \sim \widehat{x_2} H x_1, \quad \ell_1 \sim H^T \ell_2 \quad (5.36)$$

İspat: Eğer p , P üzerinde değilse, yukarıda belirtilen 2.maddeden dolayı, ilk denklem doğrudur. P düzlemi üzerindeki noktalar için, $x_2 = Hx_1$ denklemi, $\widehat{x_2} H x_1 = 0$ eşitliğini gerektirir ve $v \sim 0$, $\forall v \in \mathbb{R}^3$ konvansiyonunu kabul edildiği sürece, birinci denklem hala doğrudur. İkinci denklem de, $\ell^T x = 0$ şeklindeki çizgi tanımı kullanılarak kolayca ispatlanabilir.

Homografinin bu özelliği, temel matrisi bilmeden epipolar çizgilerin hesaplanabilmesine

yardımlar eder. Daha sonra, bölüm 5.3.4'te, temel matris ve düzlemsel homografi arasındaki ilişkiler incelenecektir.

Homografi matrisi H , kamera hareketi ve sahne yapısı hakkında bilgi verir. Bunun yanı sıra, H 'yi bilmek, direkt olarak, birinci ve ikinci görüntülerdeki noktalar arasında bir eşleşme kurmayı kolaylaştırır. H , genel olarak, az sayıda karşılık gelen görüntü çiftleri kullanılarak hesaplanabilir. H bilindikten sonra, aynı düzlem üzerindeki diğer noktaların görüntüleri arasındaki eşleşme ilişkisi tamamıyla kurulabilir çünkü bir x_1 görüntü noktası için karşılık gelen x_2 konumu, basitçe, Hx_1 'dir. Önerme 5.14 şunu söyler: H , epipolar çizgiler hakkında bilgi içerdiği için, düzlem üzerinde olmayan noktaların görüntüleri arasında da uyuma sağlanabilir, eşleşme ilişkisi kurulabilir.

5.3.2 Düzlemsel Homografi Matrisinin Tahmin Edilmesi

(5.35) denklemindeki bilinmeyen ölçeği elemek için, denklemin her iki tarafı da $\hat{x}_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ aykırı-simetrik matrisiyle çarpıldığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\hat{x}_2 H x_1 = 0 \quad (5.37)$$

Bu denklem, *düzlemsel epipolar kısıt*, ya da (*düzlemsel*) *homografi kısıtı* olarak adlandırılır.

Uyarı 5.14 (Bir Kritik Yüzey Olarak Düzlem): Düzlemsel durumda, $x_2 \sim Hx_1$ olduğundan, herhangi bir $u \in \mathbb{R}^3$ vektörü için şu söylenebilir: $u \times x_2 = \hat{u}x_2$, Hx_1 'e ortogondur. Bu yüzden, $x_2^T \hat{u} H x_1 = 0$, $\forall u \in \mathbb{R}^3$

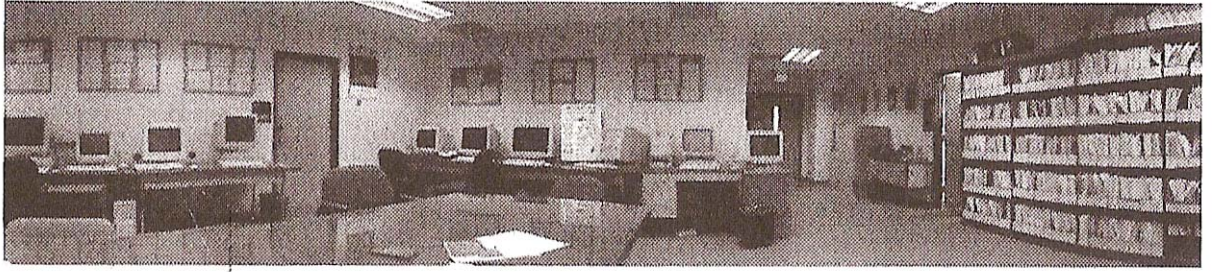
Yani, temel matris $E = \hat{T}R$ 'nin yanında $E = \hat{u}H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ile ifade edilen bir matris ailesi için de $x_2^T E x_1 = 0$ geçerlidir. Bu da neden 8-nokta algoritmasının düzlemsel bir sahnedeki özellik noktalarına uygulanmadığını açıklar.

Örnek 5.15 (Saf Rotasyondan Homografi): Kamera sadece dönme hareketi yaptığında da; yani, $X_2 = RX_1$ olduğunda, $x_2 \sim Hx_1$ homografik ilişkisi ortaya çıkar. Bu durumda $T = 0$ olduğu için, homografi matrisi H de $H = R$ olur. Sonuç olarak, kısıt aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\hat{x}_2 R x_1 = 0$$

Bu durum, özel bir düzlemsel sahne durumu olarak görülebilir çünkü öteleme olmadan, görüntülerde, sahenin derinliğine dair bilgiler tamamıyla kaybolmuş durumdadır ve bu durumda, sahenin düzlemsel olduğu yorumu da yapılabilir (tüm noktaların sonsuz uzaklıktaki bir düzlem üzerinde yer aldıkları gibi bir yorum, mesela). Düzlemin uzaklığı d sonsuza yaklaştıkça $\lim_{d \rightarrow \infty} H = R$ olur.

Saf rotasyon hareketinden gelen homografi, Şekil 5.11’de gösterilen türdeki görüntü mozaiklerinin oluşturulmasında kullanılabilir. Panoramik mozaiklerin oluşturulması konusunda şu kaynaklardan faydalanılabilir: Szeliski ve Shum, [26] ve Sawhney ve Kumar, [24]. İkinci referans, radyal bozunumun (distorsiyonun) giderilmesi konusunu da içermektedir.



Şekil 5.11 Rotasyonel homografiden mozaik. [16]

(5.37) denklemi, H ’de *doğrusal* olduğu için, H ’nin girdileri bir vektör olarak yığılırsa,

$$H^\delta = [H_{11}, H_{21}, H_{31}, H_{12}, H_{22}, H_{32}, H_{13}, H_{23}, H_{33}]^T \in \mathbb{R}^9 \quad (5.38)$$

olur. (5.37) denklemi, aşağıdaki biçimde yeniden yazılabilir:

$$a^T H^\delta = 0,$$

burada, $a \doteq x_1 \otimes \hat{x}_2 \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$ matrisi, \hat{x}_2 ve x_1 ’in Kronecker çarpımıdır. \hat{x}_2 matrisinin rankı 2 olduğu için a matrisinin rankı da 2’dir. Bu yüzden, $\hat{x}_2 H x_1 = 0$ denkleminin üç satırı olmasına rağmen, H matrisi üzerine sadece iki bağımsız kısıt koyulabilir. Bu gösterimle, aynı P

düzlemi üzerindeki noktalar için, $\{(x_1^j, x_2^j)\}_{j=1}^n$ ile gösterilen n görüntü çifti verili iken,

$$\chi = [a^1, a^2, \dots, a^n]^T \in \mathbb{R}^{3n \times 9} \text{ tanımı yapılarak, tüm görüntü çiftleri için yazılan tüm}$$

denklemler (5.37) birleştirilebilir:

$$\chi H^\delta = 0 \quad (5.39)$$

H^δ 'yi bir değerli çözüme ulaştırabilmek için, $rank(\chi) = 8$ olmalıdır. Her görüntü noktası çifti iki kısıt verdiği için, bir değerli H^δ tahmini olabilmesi için, en azından dört nokta eşleşmesinin gerekli olacağı sonucuna ulaşılır.

Önerme 5.16 (4-nokta Homografisi): $rank(\chi) = 8$ eşitliği, ancak ve ancak hiçbir üç noktası doğrudan olmayan (yani, düzlemde genel bir yapılandırma içinde bulunan üç nokta istenmektedir) dört nokta (n nokta içinden) varsa geçerlidir.

Bu yüzden, eğer dörtten fazla görüntü eşleşmesi varsa ve bunlardan her görüntüdeki hiçbir üçü doğrudan değilse, standart en-küçük kareler kestirimi; $\min \|\chi H^\delta\|^2$ 'yi bulup, H 'yi bir skaler çarpana bağlı olarak ortaya çıkarmak için kullanılabilir. Yani, H 'yi aşağıda verilen formdan ortaya çıkarmak mümkündür:

$$H_L \doteq \lambda H = \lambda \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right) \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (5.40)$$

burada, λ , (bilinmeyen) bir skaler çarpandır.

H_L 'yi bildikten sonra yapılacak iş, açıktır; H 'nin yapısını hesaba katarak skaler çarpan λ 'yı bulmaktır.

Yardımcı Teorem 5.17 (Düzlemsel Homografinin Normalizasyonu): $H_L = \lambda \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right)$

formundaki bir matris için,

$$|\lambda| = \sigma_2(H_L) \quad (5.41).$$

Burada, $\sigma_2(H_L) \in \mathbb{R}$, H_L 'nin ikinci en büyük tekil değeridir.

İspat: $u = \frac{1}{d} R^T T \in \mathbb{R}^3$ olsun. Öyleyse,

$$H_L^T H_L = \lambda^2 \left(I + uN^T + Nu^T + \|u\|^2 NN^T \right) \text{ olur.}$$

Açıktır ki, hem u 'ya hem de N 'ye ortogonal olan $u \times N = \hat{u}N \in \mathbb{R}^3$ vektörü, bir özvektördür ve $H_L^T H_L (\hat{u}N) = \lambda^2 (\hat{u}N)$. $|\lambda|$, H_L 'nin bir tekil değeri olduğu için sadece ikinci en büyük olduğunun gösterilmesi gereklidir.

$v = \|u\|N$, $w = u / \|u\| \in \mathbb{R}^3$ olsun. O halde,

$$Q = uN^T + Nu^T + \|u\|^2 NN^T = (w+v)(w+v)^T - ww^T \text{ olur.}$$

Q matrisinin bir pozitif, bir negatif ve bir sıfır özdeğeri ($u \sim N$ olduğunda iki tane sıfır özdeğeri olması durumu hariç) vardır. Her durumda, $H_L^T H_L$ 'nin ikinci en büyük özdeğeri λ^2 olur.

H_L 'nin, en-küçük kareler kestirimi yöntemiyle elde edilen tekil değerleri $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ ise aşağıdaki gibi yeni bir H denklemi kurulur:

$$H = H_L / \sigma_2(H_L).$$

Buradan, H , $H = \pm \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right)$ formuna bağlı olarak ortaya çıkarılır. Doğru işareti bulmak

için, $\lambda_2^j x_2^j = H \lambda_1^j x_1^j$ eşitliğini ve $(x_2^j)^T H x_1^j > 0$, $\forall j = 1, 2, \dots, n$. pozitif derinlik kısıtını koymak için $\lambda_1^j, \lambda_2^j > 0$ olması gerektiği gerçeği kullanılabilir.

Böylece, eğer $\{p\}_{j=1}^n$ noktaları, düzlem üzerinde genel bir yapılandırmada iseler,

$H = \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right)$ matrisi, bir değerli olarak, görüntü çiftinden belirlenebilir.

5.3.3 Düzlemsel Homografi Matrisinin Ayrıştırılması

H , $H = \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right)$ formunda ortaya çıkarıldı. Şimdi ise böyle bir matrisin, nasıl hareket ve yapı parametreleri olan $\left\{ R, \frac{T}{d}, N \right\}$ 'ye ayrıştırılacağı görülecek.

Teorem 5.18 (Düzlemsel Homografi Matrisinin Ayrıştırılması): Bir $H = \left(R + \frac{1}{d} TN^T \right)$

matrisi verili iken, Tablo 5.1'de verilen $\left\{ R, \frac{1}{d} T, N \right\}$ parametrelerini elde etmek üzere

yapılacak bir ayrıştırma için, fiziksel olarak mümkün olan en fazla iki çözüm vardır.

İspat: Öncelikle şuna dikkat edelim; H , N 'ye ortogonal olan her vektörün uzunluğunu korur. Yani, $N \perp a$ olan herhangi bir $a \in \mathbb{R}^3$ için, $\|Ha\|^2 = \|Ra\|^2 = \|a\|^2$ olur. Ayrıca, eğer N 'ye ortogonal olan vektörler tarafından kapsanan düzlemi bilinirse, N 'nin kendisi de biliniyor demektir. Öncelikle, bu bilgiyi temel alarak N vektörü ortaya çıkarılır.

$H^T H$ simetrik matrisi, $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \sigma_3^2 \geq 0$ olan üç özdeğere sahiptir ve yardımcı teorem 5.18'den $\sigma_2 = 1$ olduğu biliniyor. $H^T H$ matrisi simetrik olduğu için, bir $V \in SO(3)$ ortogonal matrisi tarafından köşegenleştirilebilir. Öyle ki,

$$H^T H = V \Sigma V^T \quad (5.42)$$

olur. Burada, $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2\}$. Eğer $[v_1, v_2, v_3]$, V 'nin üç sütun vektörü ise,

$$H^T H v_1 = \sigma_1^2 v_1, \quad H^T H v_2 = \sigma_2^2 v_2, \quad H^T H v_3 = \sigma_3^2 v_3 \quad (5.43)$$

Bu yüzden, v_2 , hem N 'ye hem de T 'ye ortogondur, ve uzunluğu da H eşlemi altında korunur. Aynı zamanda, aşağıda verilen diğer iki birim uzunluktaki vektörün de uzunluklarının H eşlemi altında korunduğunu göstermek kolaydır.

$$u_1 \doteq \frac{\sqrt{1-\sigma_3^2}v_1 + \sqrt{\sigma_1^2-1}v_3}{\sqrt{\sigma_1^2-\sigma_3^2}}, \quad u_2 \doteq \frac{\sqrt{1-\sigma_3^2}v_1 - \sqrt{\sigma_1^2-1}v_3}{\sqrt{\sigma_1^2-\sigma_3^2}} \quad (5.44)$$

Bunun yanında, H 'nin, aşağıda verilen iki alt uzayın da içlerinde bulunan her vektörün uzunluğunu koruduğunu göstermek de kolaydır.

$$S_1 = \text{span}\{v_2, u_1\}, \quad S_2 = \text{span}\{v_2, u_2\} \quad (5.45)$$

v_2 , u_1 ve u_2 'ye ortogonal olduğu için; $\widehat{v}_2 u_1$, S_1 'e normal bir birim vektörü ve $\widehat{v}_2 u_2$ de S_2 'ye normal bir birim vektördür. Öyleyse, $\{v_2, u_1, \widehat{v}_2 u_1\}$ ve $\{v_2, u_2, \widehat{v}_2 u_2\}$, \mathbb{R}^3 için iki ortonormal baz kümesi oluşturur. Şekil 5.12'de H matrisinin (v_1, v_2, v_3) tekil vektörleri ve $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ tekil değerleri cinsinden, homografi matrisi H tarafından, vektörlerin uzunluklarının korunacağı iki alt uzay adayı vardır ve bu alt uzaylar S_1 ve S_2 ile gösterilirler. Eğer N , Şekil 5.12'de gösterildiği gibi, S_i , $i = 1, 2$. uzayının normali ise,

$$R v_2 = H v_2, \quad R u_i = H u_i, \quad R(\widehat{v}_2 u_i) = \widehat{H v_2} H u_i.$$

Çözüm 1	$R_1 = W_1 U_1^T$ $N_1 = \widehat{v}_2 u_1$ $\frac{1}{d} T_1 = (H - R_1) N_1$	Çözüm 3	$R_3 = R_1$ $N_3 = -N_1$ $\frac{1}{d} T_3 = -\frac{1}{d} T_1$
Çözüm 2	$R_2 = W_2 U_2^T$ $N_2 = \widehat{v}_2 u_2$ $\frac{1}{d} T_2 = (H - R_2) N_2$	Çözüm 4	$R_4 = R_2$ $N_4 = -N_2$ $\frac{1}{d} T_4 = -\frac{1}{d} T_2$

Tablo 5.1 Düzlemsel homografi ayrışması için dört çözüm.

Örnek 5.19 (Sayısal Örnek): Varsayalım ki;

$$R = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) & 0 & \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.951 & 0 & 0.309 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.309 & 0 & 0.951 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$d = 5$, $\lambda = 4$. Burada, kasıtlı olarak, $\|N\| \neq 1$ seçimini yapılır. Bu seçimin ayrışmayı nasıl etkilediği aşağıda gösterilmiştir.

Öyleyse, homografi matrisi,

$$H_L = \lambda \left(R + \frac{1}{d} T N^T \right) = \begin{bmatrix} 5.404 & 0 & 4.436 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1.236 & 0 & 3.804 \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

H_L 'nin tekil değerleri, $\{7.197, 4.000, 3.619\}$ 'dur. Ortadaki tekil değer, tam olarak, ölçek λ değeridir. Bu yüzden, normalleştirilmiş homografi matrisi $H_L / 4 \rightarrow H$ için, $H^T H$ matrisi, aşağıda gösterilen TDA'na sahiptir: ⁸

⁸ Matlab yordamı TDA, her zaman, $V \in SO(3)$ 'ü garanti etmez. Yordamı kullanırken, $\det(V) = -1$ olarak bulunursa, iki V de, $-V$ olarak değiştirilmelidir.

$$V\Sigma V^T = \begin{bmatrix} 0.675 & 0 & -0.738 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.738 & 0 & 0.675 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.237 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.819 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.675 & 0 & -0.738 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.738 & 0 & 0.675 \end{bmatrix}^T.$$

Öyleyse, u_1 ve u_2 vektörleri de aşağıdaki gibidir:

$$u_1 = [-0.525, 0, 0.851]^T; \quad u_2 = [0.894, 0, -0.447]^T.$$

Ayrışma için dört çözüm de aşağıda verildiği gibidir:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.704 & 0 & 0.710 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.710 & 0 & 0.704 \end{bmatrix}, \quad N_1 = \begin{bmatrix} 0.851 \\ 0 \\ 0.525 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{d}T_1 = \begin{bmatrix} 0.760 \\ 0 \\ 0.471 \end{bmatrix};$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.951 & 0 & 0.309 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.309 & 0 & 0.951 \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} -0.447 \\ 0 \\ -0.894 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{d}T_2 = \begin{bmatrix} -0.894 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 0.704 & 0 & 0.710 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.710 & 0 & 0.704 \end{bmatrix}, \quad N_3 = \begin{bmatrix} -0.851 \\ 0 \\ -0.525 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{d}T_3 = \begin{bmatrix} -0.760 \\ 0 \\ -0.471 \end{bmatrix};$$

$$R_4 = \begin{bmatrix} 0.951 & 0 & 0.309 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.309 & 0 & 0.951 \end{bmatrix}, \quad N_4 = \begin{bmatrix} 0.447 \\ 0 \\ 0.894 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{d}T_4 = \begin{bmatrix} 0.894 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Açıktır ki, dördüncü çözüm doğru çözümdür: $\|N\| \neq 1$ verilidir ve N , bir skaler çarpana bağlı olarak (uzunluğu 1'e normalleştirilerek) ortaya çıkarılır; bu yüzden çözümde, $\frac{1}{d}T_4 = \frac{\|N\|}{d}T$ olması beklenir. Şuna dikkat edilmelidir; birinci çözüm de kamera önündeki bir düzlemi gösteren $N_1^T e_3 > 0$ denklemini sağlar. Bu yüzden, birinci çözüm de (ayrışmadan gelen) fiziksel olarak mümkün olan bir diğer çözümdür.

Bu bölüm, düzlemsel bir sahnedeki hareket tahmini için kullanılan 4-nokta algoritmasını, Algoritma 5.2 olarak aşağıda anlatarak noktalanacak. Bu algoritmanın gerçek görüntüler üzerindeki kullanımına dair örnekler Şekil 5.13'de gösterilmektedir. Şekilde, soldaki ve ortadaki görüntüler arasındaki homografi, üstteki bina cephesi ve alttaki taban düzlemi tarafından belirlenir. Sağdaki görüntü ise tahmin edilmiş H homografisi temel alınarak

birinci görüntünün üstüne bindirilmiş çarpık görüntüdür. Şuna dikkat edilmelidir; referans düzlemi üzerindeki tüm noktalar hizalanmıştır, halbuki referans düzleminin dışındaki noktalar, referans düzlemine olan uzaklıklarıyla orantılı olan bir miktar kadar kaydırılmışlardır.

Algoritma 5.2. (Düzlemsel Bir Sahne İçin 4-nokta Algoritması)

$N^T X = d$ ile verili bir düzlemdeki noktaların , $(x_1^j, x_2^j), j = 1, 2, \dots, n (n \geq 4)$ ile verilen görüntü çiftleri kümesi için, bu algoritma, aşağıdaki denklemi çözen $\left\{ R, \frac{1}{d} T, N \right\}$ parametrelerini bulur:

$$\widehat{x_2^j}^T \left(R + \frac{1}{d} T N^T \right) x_1^j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

1. Homografi matrisin için bir ilk yaklaşıklama hesabı.

x_1^j ve x_2^j karşılık gelmelerinden bir $\chi = [a^1, a^2, \dots, a^n]^T \in \mathbb{R}^{3n \times 9}$ oluşturuldu. Burada, $a^j = x_1^j \otimes \widehat{x_2^j} \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$.

$$\chi H_L^\delta = 0$$

denklemini çözen, birim uzunluktaki H_L^δ vektörü şu şekilde bulundu: $\chi = U_\chi \Sigma_\chi V_\chi^T$ matrisinin TDA'ı hesaplandı ve H_L^δ vektörü, V_χ 'in dokuzuncu sütunu olarak tanımlandı. H_L^δ vektörünün dokuz elemanı, yığın bozma yöntemiyle, 3×3 bir H_L kare matrisine aktarıldı.

2. Homografi matrisinin normalleştirilmesi.

H_L matrisinin $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ tekil değerleri hesaplandı ve matris aşağıda gösterildiği gibi normalleştirildi:

$$H = H_L / \sigma_2$$

H 'nin işareti, $\left((x_2^j)^T H x_1^j \right), j = 1, 2, \dots, n.$ ifadesinin işaretine göre düzeltildi.

3. Homografi matrisinin ayrıştırılması.

$$H^T H = V \Sigma V^T$$

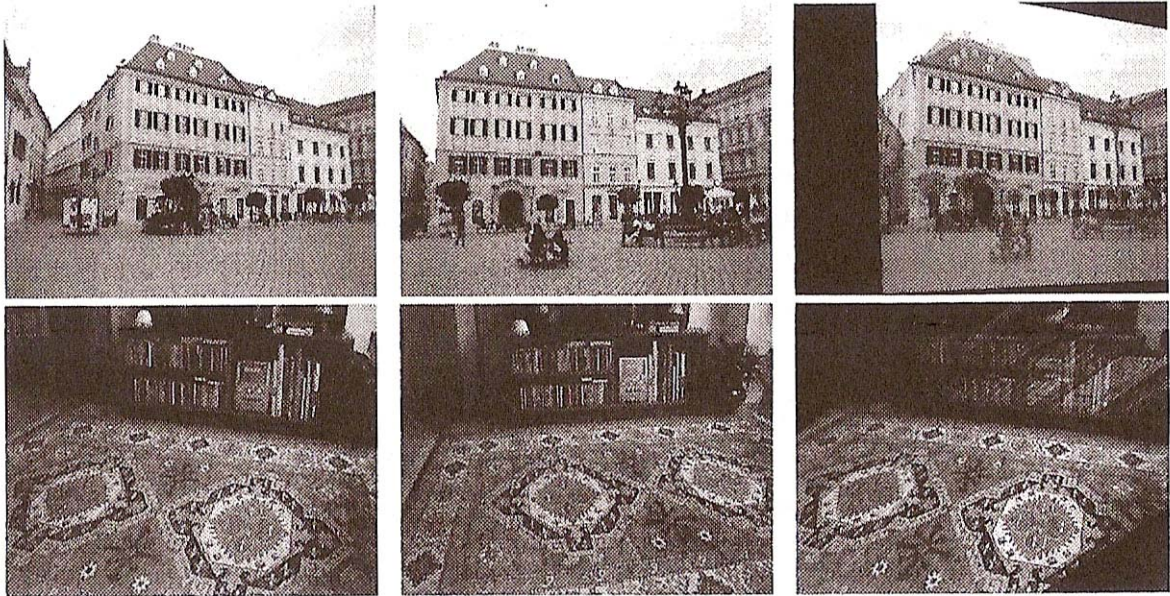
denkleminin tekil değer ayrışması ve Teorem 5.19'un kanıtında gösterildiği gibi, bir

$\left\{R, \frac{1}{d}T, N\right\}$ ayrışması için dört çözüm hesaplandı. Pozitif derinlik kısıtı $N^T e_3 > 0$ 'ı kullanarak, fiziksel olarak mümkün olan iki çözüm seçildi.

Bu Algoritmanın çözümü ve uygulaması “homography2Motion.m” ve “test_5_2.m” isimli Matlab programlarında verildi.

5.3.4 Temel Matris ve Homografi Arasındaki İlişkiler

Uygulamada, özellikle de sahne, parçalı düzlemsel olduğu zaman; düzlemsel olduğu bilinen dört noktanın kullanımıyla hesaplanmış olan H homografisi verili iken, sıklıkla, temel matris E 'yi hesaplamaya ihtiyaç duyulur. Ya da, tersi durumda, yani, temel matris E , genel konumdaki noktalar kullanılarak tahmin edilmiş iken, belli (genellikle daha küçük) bir düzlemsel noktalar kümesi için homografi hesaplanmak istenir. Bu yüzden, temel matris E ve homografi H arasındaki ilişkiyi anlamaya ihtiyaç vardır.



Şekil 5.13 Algoritma 5.2'nin gerçek görüntülerin üzerindeki kullanımına dair örnekler. [16]

Teorem 5.20 (Homografi ve Temel Matris Arasındaki İlişkiler):

Bir $E = \hat{T}R$ ve $H = R + Tu^T$ matrisi için ve tekil olmayan $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, T, u \in \mathbb{R}^3$ için, $\|T\| = 1$ iken:

1) $E = \hat{T}H$;

$$2) H^T E + E^T H = 0;$$

$$3) H = \hat{T}^T E + T \nu^T, \nu \in \mathbb{R}^3.$$

İspat: $\hat{T}T = 0$ olduğu için 1.maddenin ispatı kolaydır. 2.madde için, $H^T E = (R + T \nu^T)^T \hat{T}R = R^T \hat{T}R$ 'nin bir aykırı-simetrik matris olduğuna dikkat edilmelidir; bu yüzden, $H^T E = -E^T H$ olur. 3. madde için;

$$\hat{T}H = \hat{T}R = \hat{T}\hat{T}^T \hat{T}R = \hat{T}\hat{T}^T E.$$

Çünkü, $\hat{T}\hat{T}^T \nu = (I - TT^T)\nu$, ν 'nin; T 'ye ortogonal olan alt uzay (bir düzlem) üzerindeki, bir ortogonal izdüşümünü temsil eder. Bu yüzden, $\hat{T}(H - \hat{T}^T E) = 0$ olur. Yani, $H - \hat{T}^T E$ 'nin tüm sütunları T 'ye paraleldir ve bu yüzden $H - \hat{T}^T E = T \nu^T$, $\nu \in \mathbb{R}^3$ olur.

Dikkat edecek olursak teoremin ne önermesi ne de kanıtı R 'nin bir rotasyon matrisi olduğunu varsayar. Bu yüzden, teoremin sonuçları, kameranın kalibre edilmediği durum için de uygulanabilir olacaktır.

Bu teorem, aşağıda belirtilen iki yararlı sonucu beraberinde getirir. Bu sonuçlar, görüntülerden minimum ekstra bilgi ile E 'den H 'nin ve H 'den E 'nin kolaylıkla hesaplanmasına yardımcı olurlar.⁹ Birinci sonuç, yukarıdaki teorem ve Önerme 5.14'ün direkt sonucudur.

Sonuç 5.21 (Homografiden Temel Matrise): Bir H homografisi ve H 'ye neden olan P düzleminin üzerinde olmayan iki noktanın, $(x_1^i, x_2^i), i = 1, 2.$ olarak ifade edilen, iki görüntü çifti verili iken,

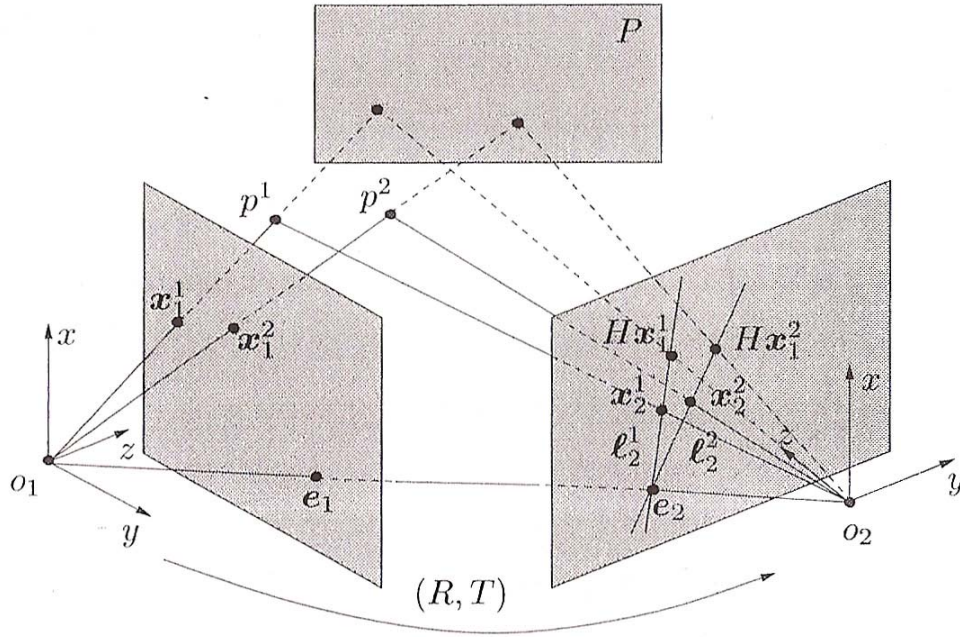
$$E = \hat{T}H \tag{5.46}$$

denklemini geçerlidir. Burada, $T \sim \hat{\ell}_2^1 \ell_2^2$ ve $\|T\| = 1$.

İspat: Önerme 5.14'e göre, $\ell_2^i, \ell_2^i \sim \hat{x}_2^i H x_1^i, i = 1, 2.$ ile ifade edilen epipolar çizgidir. ℓ_2^1 ve ℓ_2^2

⁹ İlkesel olarak, H 'den E 'yi hesaplamak için ekstra bilgiye ihtiyaç olmamasına ve Teorem 5.19 kullanılarak H 'yi ayrıştırıp R ve T 'yi bulmak gerekmesine rağmen, bu sonuç bize amacımızı gerçekleştirmek için çok daha basit teknikler sunar ve aynı zamanda bu sonuç kalibre edilmemiş kamera durumunda kullanılabilirken, teorem 5.19, kalibre edilmemiş kamera durumunda kullanılamaz.

epipolar çizgilerinin ikisi de $e_2 \sim T$ ile ifade edilen epipolden geçer. Bu, Şekil 5.14'te gösterilmektedir. Bir H homografisi, birinci görüntüdeki iki nokta olan x_1^1 ve x_1^2 'yi; aynı epipolar çizgi üzerinde x_2^1 ve x_2^2 gerçek görüntüleri olarak bulunan Hx_1^1 ve Hx_1^2 noktalarına taşır; eğer karşılık gelen 3B p ve p' noktaları H 'ye yol açan P düzleminin üzerinde değillerse bu gerçekleşir.



Şekil 5.14 Homografiden temel matrise geçiş.

Tersi durumu, yani temel matris E 'nin verildiği ve düzlemsel bir noktalar kümesi için homografi hesaplanmak istendiği durum düşünüldüğünde, E biliniyorsa, T de biliniyor (bir skaler çarpana bağlı olarak) demektir; bu durumda T , E 'nin artık sıfır uzayıdır. Genel olarak, T birim uzunlukta seçilebilir.

Sonuç 5.22 (Temel Matristen Homografiye): Bir temel matris E ve 3B üç noktanın üç görüntü çifti $(x_1^i, x_2^i), i=1,2,3$. verili iken, bu üç noktanın belirlediği düzlemin yol açtığı H homografisi, şu denklemle verilir:

$$H = \hat{T}^T E + T v^T \quad (5.47).$$

Burada, $v = [v_1, v_2, v_3]^T \in \mathbb{R}^3$, üç doğrusal denklemden oluşan aşağıdaki sistemi çözmektedir:

$$\hat{x}_2^i \left(\hat{T}^T E + T v^T \right) x_1^i = 0, \quad i=1,2,3. \quad (5.48)$$

6. FOTOGRAMETRİK YÖNTEM İLE 3B MODELİN ELDE EDİLMESİ

Doğal olarak, görüntülerden 3B modeller elde etmek çok yönlü bir problemdir. Görüntülerin elde edileceği kamera kalibrasyonlu mu, sahne Lambert yüzey karakteristikleri gösteriyor mu, sahne içinde hareketli objeler mevcut mu, çekimler birbirini takip eden kısa zaman aralıklarında mı yapılmış yani çevresel etkiler değişmiş mi aynı mı kalmış, modeli oluşturulacak obje küçük mü yoksa geniş bir ortam mı modellenilmek isteniyor? Bu ve buna benzer sorulara verilecek cevaplar yöntemlerin ve elde edilen sonuçların farklılıklar göstermesine sebep olabilecektir. Önceki bölümlerde bunların sebepleri üzerinde teorik olarak durmaya çalışıldı. Çalışmanın bu bölümünde, teorik bilgiler uygulamaya dökülerek somut sonuçlar elde edilmeye çalışılacaktır. Seçilen kriterler dahilinde hangi yöntem ve algoritmaların en iyi sonuçlar verdiği gözlemlenecektir.

Yukarıdan da anlaşılabilceği gibi elde edilecek sonuçları etkileyen faktörler bir hayli çoktur. Bu yüzden uygulamanın ilk aşamasında olabildiğince kusursuz bir kapalı ortamda çalışabilmek için, üzerinde çalışılacak veriler 3D Studio Max modelleme yazılımı kullanarak yaratıldı. Böylece en iyi yöntemi seçmeye çalışırken olası hataların sadece algoritmalarından kaynaklandığı garanti edildi yani bir nevi kontrollü deney ortamı yaratılmaya çalışıldı. 3D Studio Max yazılımı ile modellenen ortam ve objelerin kullanılmasının başlıca nedenleri şu şekilde sıralanabilir;

- Yazılım sonucunda modellenmiş sahneler gürültü ya da kirlilik dediğimiz faktörlerden uzak olacaktır.
- Ortam ışıklandırması kusursuz ve homojen olacaktır.
- Modellenmek istenilen obje kusursuz Lambert yüzey özellikleri gösterebilecektir.
- Programı kullanarak farklı sahneler oluşturmak basittir. İstenilen sayıda fotoğraf kısa sürede elde edilebilir.
- İstenilen sahne bir kez kurulduktan sonra sahne elemanlarından sadece biri değiştirilebilir. Işık ve kamera pozisyonları gibi tüm diğer elemanların sabit kalacağı garanti edilebilir.

Tam anlamıyla bir kontrollü deney gerçekleştirebilmek için bu tip bir yazılım kullanmak prosesi bir hayli kolaylaştıracaktır.

Çalışmanın sonunda ise, elde edilen veriler gerçek ortamda, gerçek bir fotoğraf makinesi ile test edilip sonuçları karşılaştırılacaktır. Şimdi, 3B model elde edebilmek için ne gibi basamaklara ihtiyaç olduğu ve bu aşamaların hangi yöntem ya da algoritmalar ile elde edilebileceği görülecek. Bu basamaklar diyagram 6.1’de özetlenmektedir.

6.1 3B Model Oluşturulması Esnasındaki Basamaklar

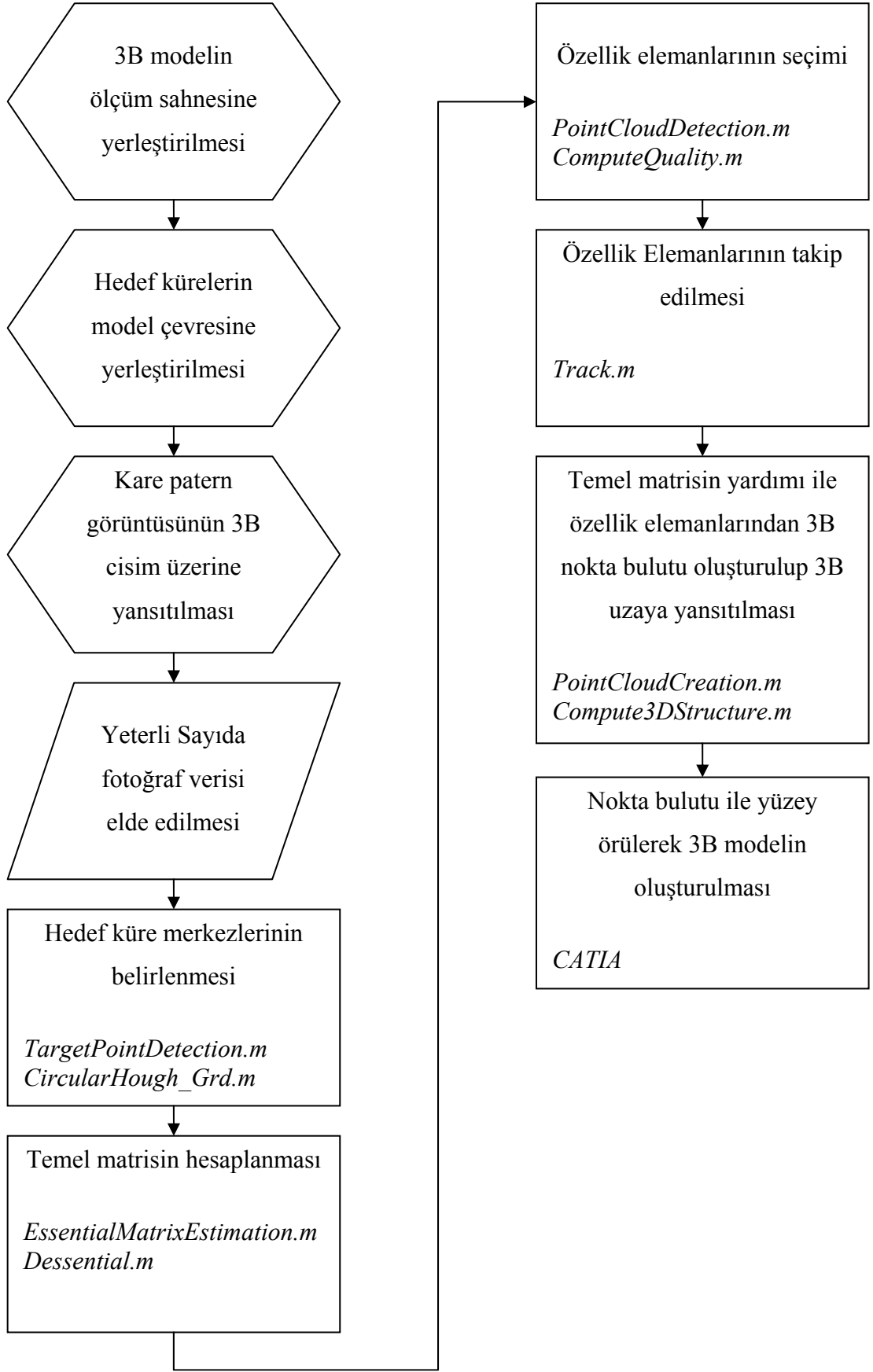
Fotogrametrik yöntem ile 3B model oluşturma esnasında genel anlamda şu basamaklara ihtiyaç duyulur;

- Özellik elemanlarının seçimi; verilen ilgili görüntü içerisindeki geometrik özellik elemanları otomatik olarak seçilebilmelidir.
- Özellik elemanlarının eşleştirilmesi; özellik elemanlarının seçiminden sonra farklı görüntüler üzerindeki bu elemanların eşleştirilmesi gereklidir.
- Temel Matrisin elde edilmesi; eşleştirilen özellik elemanlarının görüntü karesi üzerindeki yer değiştirmesinden yola çıkılarak, kamera yer değiştirmesi ve rotasyonu hesaplanabilmeli, bu bilgiler ışığında üç boyutlu koordinatların elde edilmesinde kullanılacak olan temel matris hesaplanmalıdır.
- Hedef noktaların 3B uzayda yerleştirilmesi; farklı sahne görünümleri üzerinde eşleştirilmiş hedef noktaların, temel matris yardımı ile 3B koordinatları elde edilmeli ve bu koordinatlar görsel hale dönüştürülmelidir.
- Hedef noktalar üzerinde yüzey örülmesi; üç boyutlu koordinatları elde edilen hedef noktalar arasında çeşitli yazılımlardan faydalanılarak yüzey örülüp istenilen 3B modelin tamamlanması sağlanmalıdır. (Yüzey örülmesi tezin konusu içerisinde bulunmamasına karşın görselliği pekiştirme açısından, yardımcı programlar kullanmak vasıtası ile gerçekleştirilecektir.)

6.1.1 Özellik Elemanlarının Seçilmesi

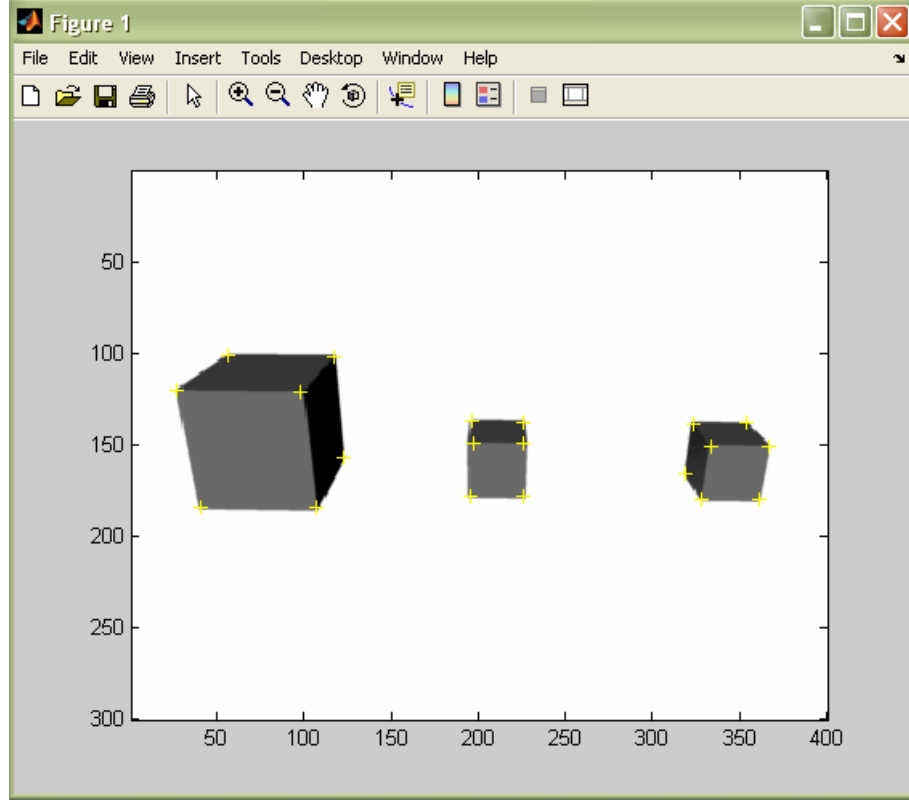
Geometrik özellik elemanlarının seçimi ile ilgili kriterler tezin 4. bölümünde detaylı olarak incelenmişti. Bu bölümde, ilk olarak, tek bir görüntü içerisindeki özellik elemanlarının nasıl ve hangi algoritma ile seçilebileceği irdelenecektir.

Özellik elemanlarını seçerken, benzer uygulamalarda, çoğunlukla bölüm 4.3.3’de değinilen köşe detektörleri kullanılmaktadır. İlgili bölümde anlatılan kriterleri sağlayan keskin kenar ve köşe elemanlarının, keskin değişimler gösteren ve uç değerler alan piksellerin tespit



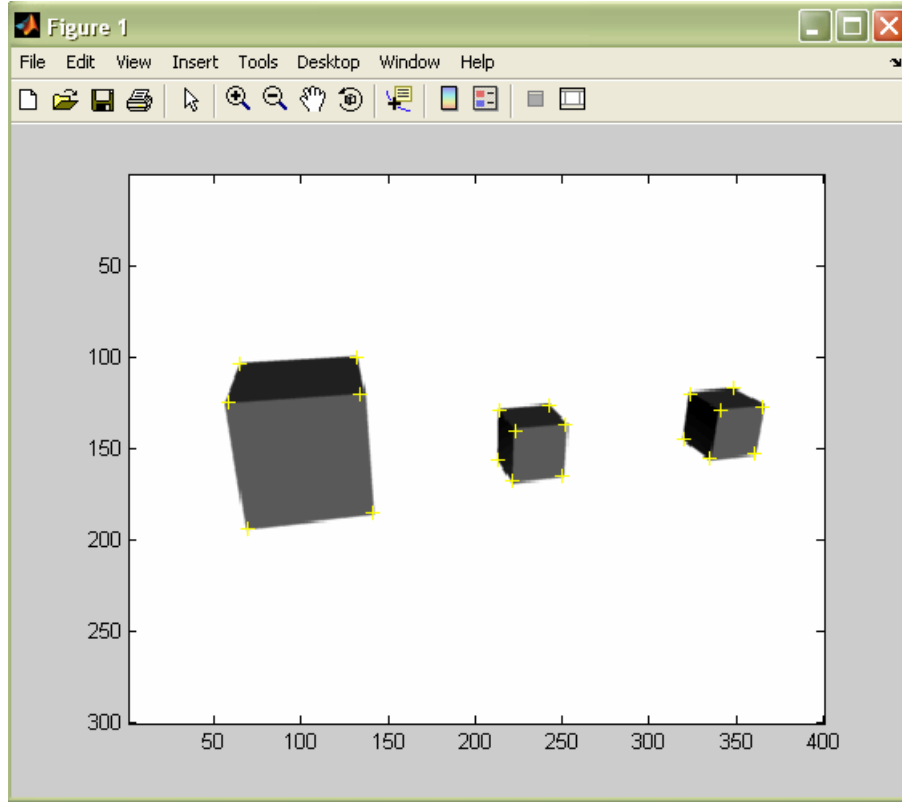
Diyagram 6.1 3B model oluşturulması akış diyagramı.

edilebildiği bu yöntem uygulanıp sonuçları gözlemlendi. Algoritma 4.2’de verilen “test_4_1.m” isimli Matlab programı, ünlü Harris köşe detektörü algoritmasını kullanmaktadır.



Şekil 6.1 Harris algoritması ile küplerin köşelerinin tespit edilmesi.

Üzerinde desenler bulunmayan, arka fonun sabit bir renkte olduğu ve keskin köşelerin bulunduğu şekil 6.1’deki üç adet küp üzerinde Harris algoritması kullanıldı. Algoritma ile küplerin köşeleri rahatlıkla, doğru olarak tespit edildi. Şekil 6.2’de ise yine aynı küpler kullanıldı fakat kameranın bakış açısı değiştirildi. Şekilden de görülebileceği gibi yine aynı köşeler tespit edilebildi. Rahatlıkla söylenebilir ki her iki görüntüde tespit edilen noktalar eşleşebilir. Gözden kaçırılmaması gereken nokta şudur; bu örnekte tespit edilen mevcut köşeler, doğal köşelerdir yani küplerin geometrik yapısı gereği zaten 24 adet köşe noktası mevcuttur. Kamera bakış açısı dışında kalmadığı sürece, Harris köşe detektörü algoritması doğru olarak çalışacak ve mevcut keskin köşeleri her karede yakalayabilecektir.

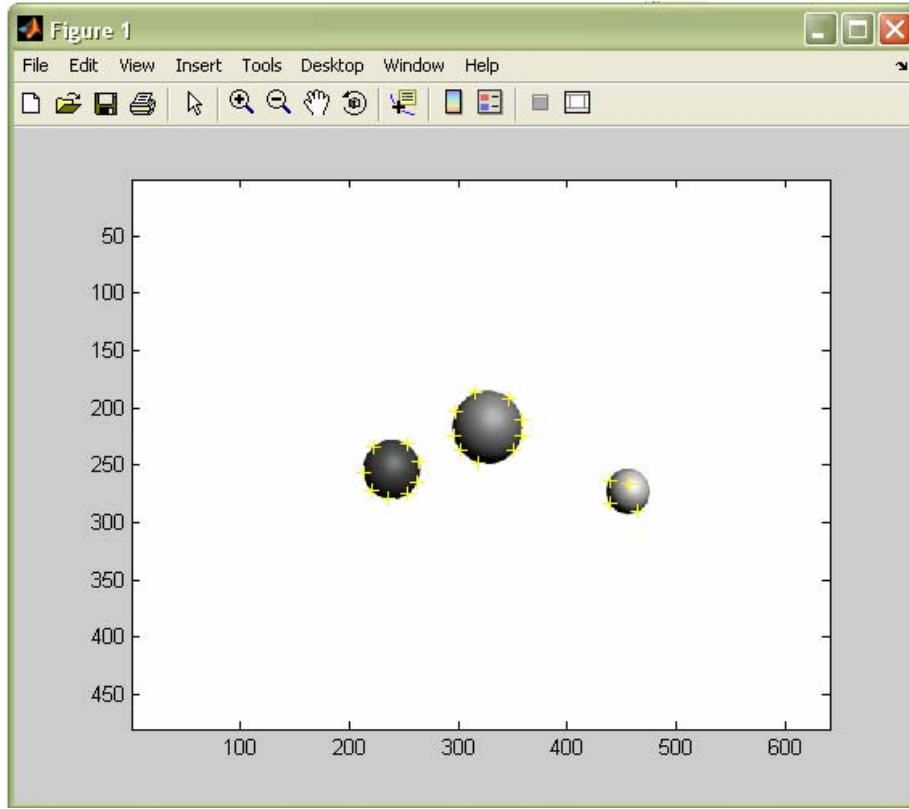


Şekil 6.2 Şekil 6.1’de kullanılan aynı üç küpün farklı bir bakış açısından elde edilen özellik elemanları.

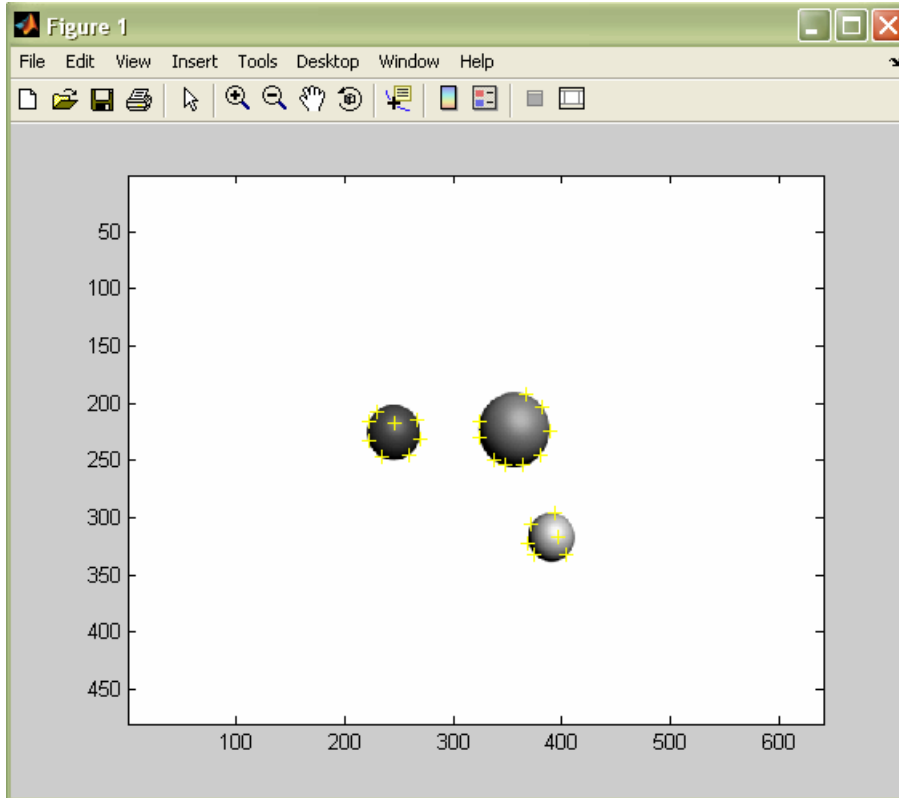
Fakat gerçek uygulamalar bu derecede basit ve uygun olamayabilir. Örneğin küpler yerine yuvarlak hatlara sahip olan objeler de var olabilir. Şekil 6.3’de üç adet küre görülmektedir. Aynı algoritma çalıştırıldığına elde edilen noktalar ile farklı bir bakış açısından alınmış olan Şekil 6.4’teki noktaların aynı olduğu söylenebilir mi?

Görülebileceği üzere Şekil 6.3 ile Şekil 6.4’te elde edilen noktaların sayıları bile farklıdır. Hangi bakış açısından elde edilen görüntüler olursa olsun Haris algoritması buna benzer şekiller için farklı noktalar yakalayacaktır. Bu noktaların, 3B model eldesindeki bir sonraki basamak olan eşleştirme esnasında yanlış sonuçlar doğuracağı aşikardır.

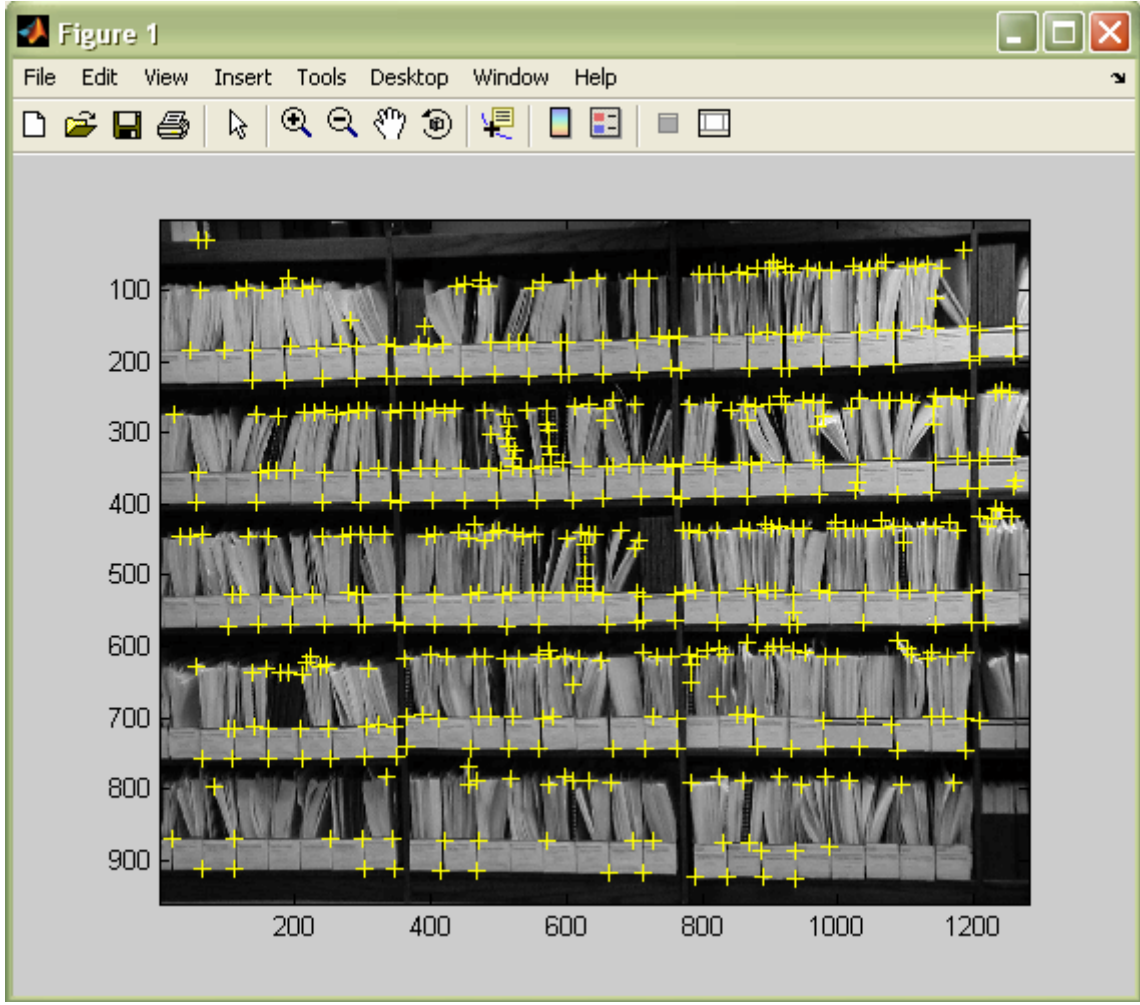
Biraz daha ileriye gidip, yaratılan sahnelerin daha karmaşık olabileceği varsayıldı. Şekil 6.5’te daha karmaşık şekillere sahip bir sahne üzerinde denemeler yapılmıştır. Elde edilen noktaların sayısının bir hayli arttığı görülebilir. Farklı bakış açılarından farklı köşeler ortaya çıkacaktır. Hatta sahnede yuvarlak hatlı objeler mevcut olursa, noktalar aynı olmaktan çıkacaktır. Unutulmamalıdır ki yanlış noktaların eşleşmesi olasılığı ilerleyen basamaklarda hata yapmak anlamına gelmektedir.



Şekil 6.3 Üç adet küreden oluşan sahne üzerinde Haris köşe detektörü ile elde edilmiş noktalar.



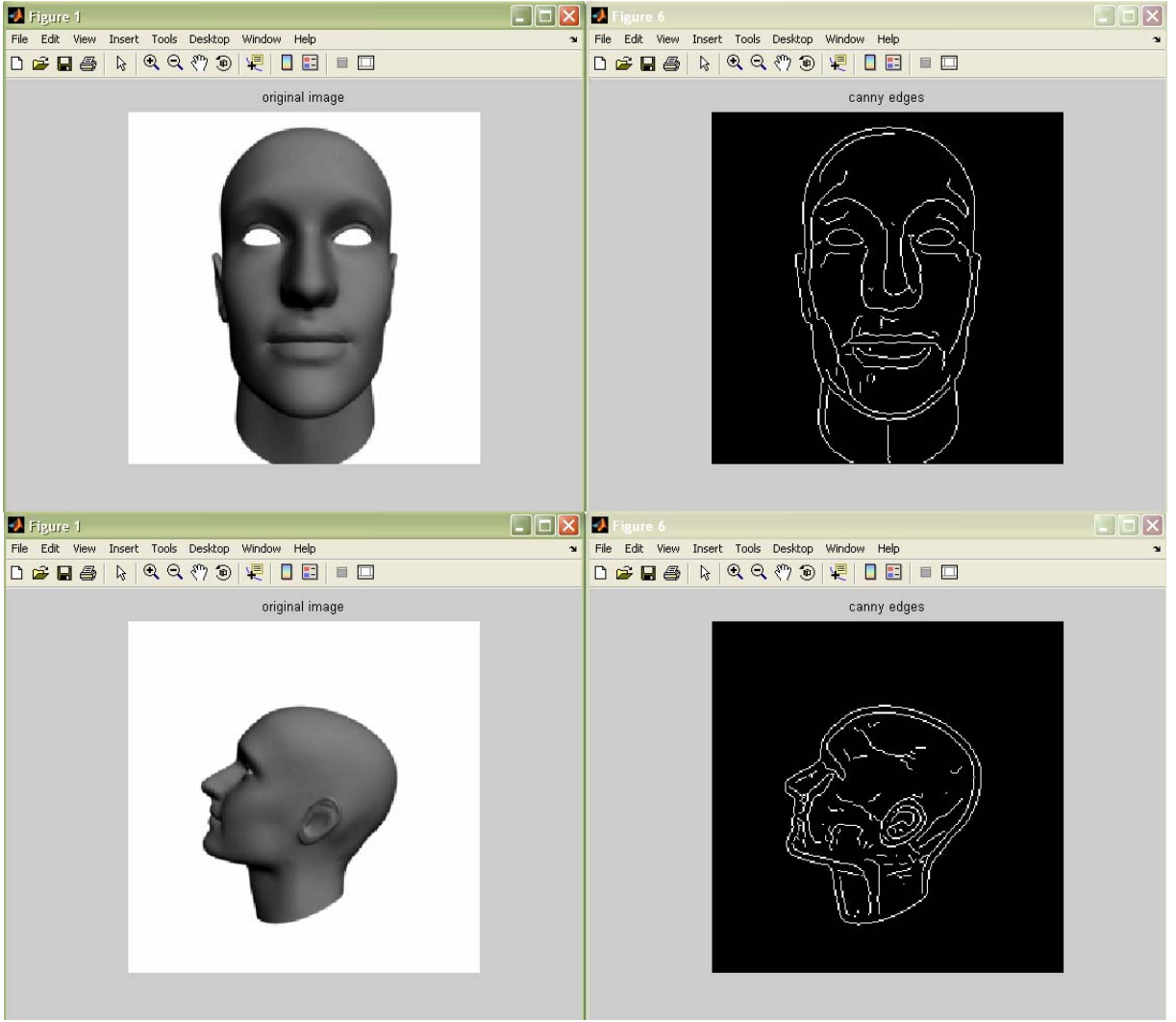
Şekil 6.4 Şekil 6.3'te kullanılan aynı kürelerin farklı bir bakış açısından edilen özellik elemanları.



Şekil 6.5 Görüntü üzerinde özellik elemanlarını bulmak için Harris köşe detektörü algoritması kullanılmıştır.

Farz edelim ki karmaşık bir sahnede birçok nokta seçildi. Farklı bakış açılarında aynı olmayan noktalar yazılan bir algoritma ile elendi ve elimize az sayıda fakat birbirinin eşleniği olan geometrik özellik elemanları kaldı. Bu noktalardan aranılan temel matrisin elde edilebileceği garanti edilebilir mi? Nokta sayılarının alt sınırı geçebileceği önceden bilinebilir mi? Ya da elde edilen eşlenik noktalarının homojen şekilde tüm sahneye dağılmış olduğu, tüm sahne hareketini anlatmak için kullanılabilecek olduğu söylenebilir mi?

Yukarıdaki örneklerde de görüldüğü üzere mevcut yöntemde birçok belirsizlik vardır. Bu sorunların üstesinden gelebilmek için yine 4. bölümde anlatılan ve benzer uygulamalarda, belirli alanlarda kullanılabilen kenar detektörü algoritmalarının fayda sağlayıp sağlayamayacağı incelendi. Algoritma 4.3'te anlatılan Canny kenar detektörü için benzer bir sahne tasarlandı. Şekil 6.6'da bir insan yüzünün farklı bakış açılarından elde edilmiş görüntüleri üzerine Canny kenar algoritması uygulanmıştır. Elde edilen kenar eğri çizgileri



Şekil 6.6 Bir insan yüzünün farklı görünüşleri üzerinde Canny kenar detektörü algoritması uygulaması.

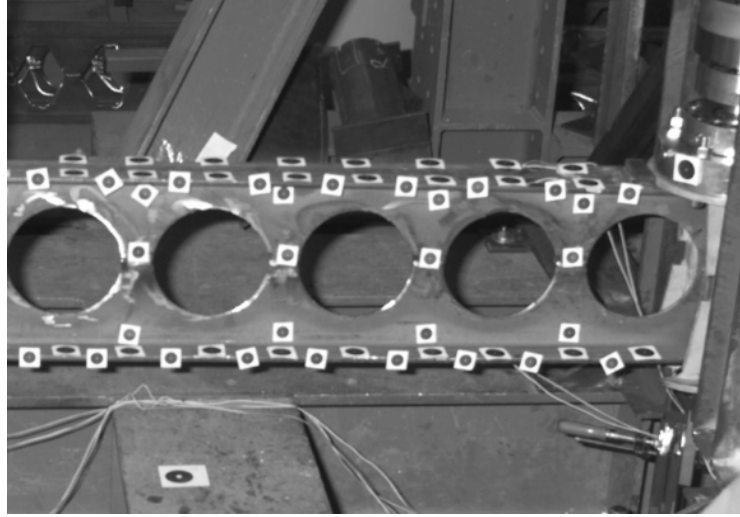
aynı objeye ait olmasına karşın, 3B model oluşturma aşamasındaki bir sonraki basamakta bu eğrilerin eşleştirilmesi mümkün olmayacaktır. Artık, elde edilen eğrilerin aynı objeye ait olduğuna dair bir ilişki kurmak mümkün değildir. Eğer kamera bakış açıları çok daha az yer değiştirmiş olsaydı eğriler birbirine benzeyebilir ve aralarında bir ilişki kurulabilme olasılığından bahsetmek mümkün olabilirdi. Bu durumda bile eğri eşleştirme algoritmaları oluşturmak bir hayli karmaşık ve zahmetli bir iş olacaktır. Eşleştirilen eğrilerin şekil değişiminden kamera hareketlerini hesaplayabilmek imkansız değil fakat oldukça zor bir iştir. Tez çalışmada bu denli zor bir yöntem kullanmanın verimli olmayacağı düşünüldü ve daha pratik bir çözüm yolu aramak tercih edildi.

Yukarıda anlatılanların tümü göz önünde bulundurulduğunda, öyle bir yönteme ihtiyaç vardır ki; sistemde tespit edilen tüm özellik elemanları, belirli bir kriter dahilinde kolaylıkla

seçilebilmelidir, sayıları temel matrisin hesaplanabilmesi için yeterli olmalıdır, farklı bakış açılarında her seferinde görüntünün içinde var olabilmelidir ve sahne ne kadar karışık olursa olsun bu özellik elemanları kolaylıkla ayırt edilebilmelidir.

6.1.1.1 Temel Matrisi İçin Gerekli Optimum Özellik Elemanlarının Seçim Yöntemi

Önceki bölümde ortaya atılan tüm sorunları çözebilmek için günümüz fotogrametri sistemlerinde hedef noktalar kullanılmaktadır. Hedef noktaların kullanımı bölüm 3.5'te anlatılmıştı. Modellenecek obje üzerine hedef noktalar yapıştırarak ya da objeden bağımsız, ortama hedef noktalar yerleştirilerek, olabilecek en iyi performansa sahip özellik elemanları yapay olarak oluşturulur. Böylece gerekli olan özellik elemanlarının yoğunluğu, sahne içindeki dağılımı, ışık yansıtma özellikleri vb. kontrol altına alınmış olur.



Şekil 6.7 Hedef noktalar yapıştırılmış bir ölçüm parçası görülmektedir.

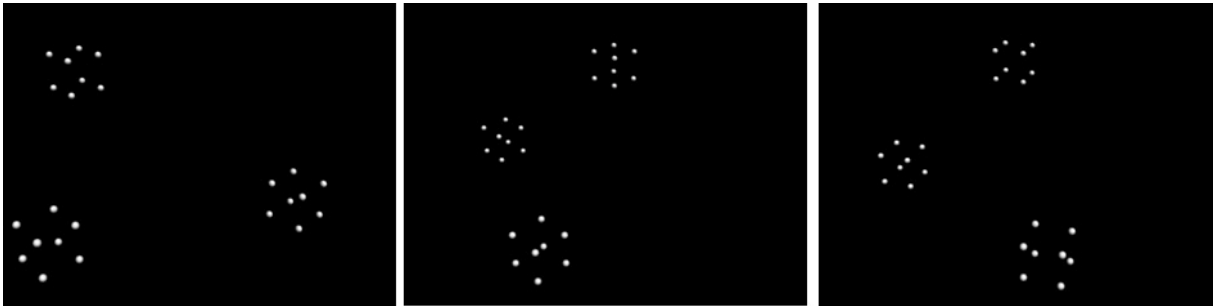
Şekil 6.7'de de görüleceği üzere, ölçüm parçasına hedef noktalar yapıştırmak, ölçüm zamanını hissedilir bir şekilde arttırmaktadır. Parçaların şekilleri değiştikçe, ortaya çıkan yeni sorunları giderebilmek için farklı hedef noktalar tasarlanmıştır. Şekil 6.8'de günümüzde kullanılmakta olan hedef noktalara örnekler görülmektedir. Tez çalışmasının konusu dahilinde fotogrametrik yöntem ile 3B model elde ederken, hedef noktaların kullanımına alternatif bir çözüm üretilmeye çalışıldı. Hedef noktalar, özel malzemelerden tasarlanmış, ihtiyaç oldukça üretici firmadan yeniden satın alınması gereken, zaman ve maliyeti arttıran elemanlardır. Buna karşın hedef noktalar ile elde edilen sonuçlar bir hayli tatmin edicidir.



Şekil 6.8 Günümüzde kullanılmakta olan hedef nokta örnekleri

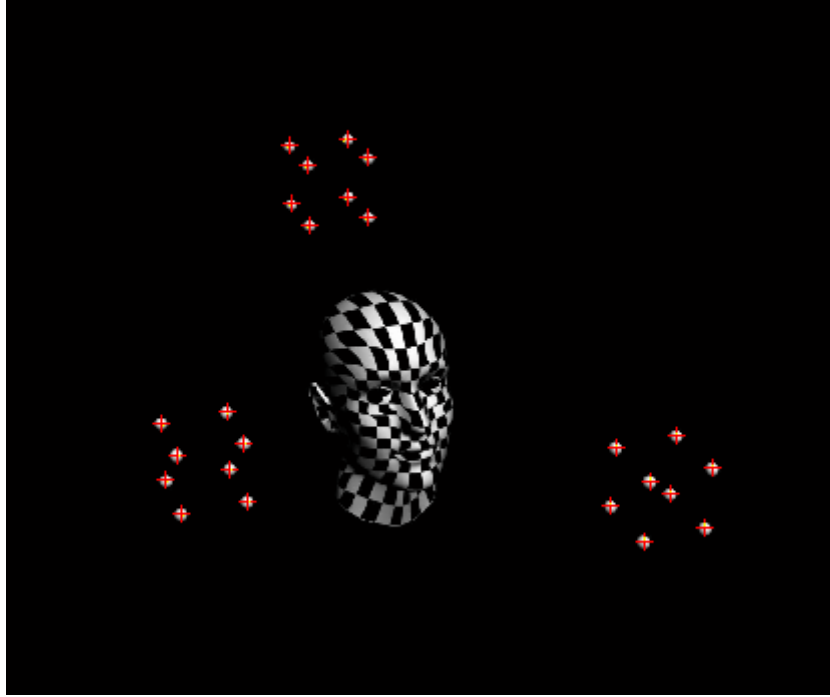
İhtiyaçlar kısaca gözden geçirildiğinde; piyasada bulunan hedef noktalara alternatif, kolay kullanıma sahip, maliyeti düşük, hassasiyetten ödün vermeyecek basit bir çözümün gereksinimi ortaya çıkacaktır. Özellik elemanları olarak seçilen objeler ortam elemanlarından kolaylıkla ayrılabilir olmalı, sahnenin bakış açısı değişse de görüntü içinde varlıklarını koruyabilmelidirler.

Şeklinin doğası yapısı itibarı ile bir kürenin merkezi, hangi bakış açısından bakılırsa bakılınsın uzayda aynı koordinatlara sahiptir. Belirli bir büyüklüğe sahip, beyaz bir küre ortam elemanları içinde kolaylıkla seçilebilir. Öncelikle 3D Studio MAX modelleme yazılımı ortamında, tel kafes şeklinde bir küp düşünüldü. Bu küpün her köşesine beyaz küreler yerleştirildi. Bu küplerden üç tanesi sahne içinde farklı yerlere konumlandırıldı. Sahneye hangi bakış açısından bakılırsa bakılınsın küreleri görmek mümkün olacaktır. Daha kolay açıklayabilmek için Şekil 6.9’da farklı bakış açılarından sahneler gösterilmiştir.



Şekil 6.9 Farklı bakış açılarından elde edilmiş, hedef kürelerden oluşmuş sahneler.

Sahnedeki küreleri otomatik olarak algılayacak, merkez noktalarını bulacak bir algoritma tasarlandı. “CircularHough_Grd.m” isimli Matlab kodu; sahne içerisinde küreler aramakta, bulunduğunda ise küre merkezlerini işaretlemektedir. Karmaşık sahnelerde kolaylık sağlaması açısından, programa, küreler aranırken yardımcı bir maksimum ve minimum küre çapı değeri opsiyonu koyulmuştur. Program, verilen büyüklük sınırları içerisindeki küreleri tespit etmektedir. Şekil 6.10’da kürelerin yerleştirildiği bir sahne görülmektedir. “CircularHough_Grd.m” kodu çalıştırılarak elde edilen küre merkezleri açıkça görülebilmektedir.



Şekil 6.10 Sahnedeki mevcut hedef küreleri tespit edebilmek ve merkezlerini işaretleyebilmek için “CircularHough_Grd.m” Matlab kodu kullanılmıştır. Sonuç kırmızı noktalar ile görülmektedir.

Buraya kadarki olan bölümde, temel matrisi hesaplayabilmek için gerekli olan özellik elemanlarını bulabilmek için bir yöntem tanımlandı. Tüm sahne içerisinde özellik elemanlarını aramak yerine, temel matrisi kesin ve belirli hedef noktalar yardımı ile kurmak adına, yardımcı ölçüm elemanları belirlendi. Köşe detektörü algoritmaları hızlı bir biçimde sahne içerisinde birçok özellik elemanı bulurlar. Uygulama esnasında, ilk etapta, köşe detektörü kullanılmadı ve sadece temel matrisin oluşturulması üzerine yoğunlaşıldı. İlerleyen basamaklarda hedef küreler dışında geometrik özellik elemanları seçmek için köşe detektörü algoritmaları tekrar kullanılacak fakat o aşamada elde edilebilecek en iyi temel matris oluşturulmuş olacak ve obje üzerindeki rasgele alınacak noktalar matrisin yapısını

bozamayacaktır. Bu noktalar sadece 3B model oluşturmak için kullanılacaktır. Model için gerekli olan temel matris ise ilk etapta küre hedef noktaları tarafından oluşturulmuş olacaktır.

3B modeli oluşturulacak obje üzerinden alınan noktalar ile temel matrisi oluşturmak için kullanılan noktaların ayrılması sonucunda uygulama ile daha net ve hassas sonuçlara ulaşıldı. Piyasadaki sistemler genelde bu ayrımı yapmazlar. Sahnenin geneline bakıp, belirlenen özellik elemanları, hem temel matris oluşumunda hem de 3B model ortaya çıkarılmasında kullanılır. Temel matris için kullanılacak olan özellik elemanlarını olabildiğince basite indirgeyip, genel yapıdan ayırmanın bir avantaj oluşturacağı söylenebilir.

6.1.1.2 3B Modeli Oluşturulacak Objeye Üzerindeki Özellik Elemanlarının Seçimi

Bu aşamaya kadar olan bölümde tek bir sahne içerisindeki temel matris özellik elemanları belirlendi. Temel Matris elde edildikten sonra, 3B modeli oluşturulacak objenin üzerinde de geometrik özellik elemanları seçilmesi gerekecektir. Bu seçimi yaparken olabildiğince yalın ve basit bir yöntem izlendi. Objeye üzerinde mevcut, doğal özellik elemanlarını tespit edebilen bir algoritma oluşturuldu.

Özellik elemanı adayı olan, $\chi = [x, y]^T$ koordinatlarındaki bir noktanın kalitesi, Harris'in kriterleri ile ölçülebilir.

$$C(\chi) = \det(G) + k \times \text{trace}^2(G), \quad (6.1)$$

Yukarıdaki eşitlik, 4. bölümde (4.31) tanımlanmış ve açıklanmıştı. Eşitlik, $W(\chi)$ alanında, mesela x 'te merkezlenmiş dikdörtgen bir pencerede, hesaplanmış olsun. Bu pencere 3x3 ile 11x11 piksel aralığında seçilebilir. Bu örnekte 7x7 olarak seçilecek. Burada k uygulamacı tarafından seçilecek bir sabittir ve genelde $k = 0.03$ değeri aldığıda iyi sonuçlar elde edildiği görülmüştür. G ise x 'e bağlı 2x2 büyüklüğündeki bir matristir ve aşağıdaki şekilde verilir;

$$G = \begin{bmatrix} \sum_{W(\chi)} I_x^2 & \sum_{W(\chi)} I_x I_y \\ \sum_{W(\chi)} I_x I_y & \sum_{W(\chi)} I_y^2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad (6.2)$$

Burada I_x ve I_y , I görüntüsüne bir çift Gauss filtresi türevi uygulanarak elde edilmiş olan gradyanlardır. Eğer $C(\chi)$, bir τ eşik değerini aşarsa, χ özellik elemanı olarak seçilir. Seçim, tek bir global eşik değerine dayanır. Aslında bu çok iyi bir fikir olmayabilir çünkü bir görüntü bölgesindeki objeler kuvvetli, keskin dokular olurken başka bir bölge çok daha

yumuşak, homojen bir dağılım sergileyip bir seçimi tetiklemeyebilir. Bu yüzden, görüntü kendi içerisinde, ızgara yapısı şeklinde, küçük bölgelere ayrıldı. Örnek olarak; 640x480 piksel boyutlarındaki bir görüntü 64x48 boyutlarında 10x10'luk bölgelere ayrılabilir. Böylece her bir bölge içerisinde $C(\chi)$ kalitesi irdelenip, o alana özel, minimum eşik değerini aşması şartı ile istenilen sayıda özellik elemanı seçilebilir. Izgaralar içerisinde kalan alanlar kendi içlerinde bağımsız görüntüler olarak incelenebileceklerdir.

Yukarıdaki açıklamalara ek olarak, birden çok özellik elemanını aynı nokta ile ilişkilendirmemek için özellikler arasında minimum ayrılık değeri olarak adlandırılacak bir kriter daha ihtiyaç duyulur. Mesela ortasında siyah bir nokta bulunan, beyaz bir bölge düşünelim. Görüntünün taranması esnasında, siyah nokta, hangi pencerenin içine denk düşerse düşün ve eşik değeri ne olursa olsun kusursuz özellik elemanı olarak algılanacaktır. Fakat bu noktanın sadece bir tek özellik elemanı oluşturması istenmektedir. Bu nedenle, $C(\chi)$ kriterine bağlı, en iyi nokta bir kez seçildiğinde, komşu bölgelerde tekrar seçilmemesi sağlanmalıdır. Bu, hazırlanan algoritmanın içerisinde, önerilen ayrılık değeri yardımı ile sağlandı.

Kalite kriteri, pencere büyüklüğü, eşik değeri, ızgara boyutları ve en küçük ayrılık değeri seçimleri hep dizayn prosesinin bir parçasıdır. Bu aşamada doğru veya yanlış seçimlerden bahsedilemez. Farklı durumlar için farklı değerler uygun sonuçlar verebilecektir. Modeli oluşturulacak obje üzerindeki özellik elemanı seçim prosesi için önerilen algoritma aşağıda Algoritma 6.1'de açıklanmıştır. Bu algoritmanın uygulaması ise "SelectFeature.m" isimli Matlab kodunda verilmiştir.

Algoritma 6.1 (Özellik Elemanı Detektörü).

1. Görüntü gradyanı hesaplandı, $\nabla I = [I_x, I_y]^T$
2. $W(\chi)$, pencere büyüklüğü seçildi (mesela 7x7). 6.1'de tanımlanan eşitlik, $C(\chi)$, vasıtası ile χ koordinatlarındaki her bir pikselin kalitesi hesaplandı.
3. Bir eşik değeri, τ , seçildi. χ 'in, $C(\chi) > \tau$ 'yi sağlayan her değeri, $C(\chi)$ 'in azalan değerine göre sıralandı.
4. Bir ızgara büyüklüğü seçildi (mesela 64 x 48). Görüntü, seçilen ızgara büyüklüğüne göre bölgelere ayrıldı. Her bir ızgara içerisinde minimum ayrılık değeri (mesela 10

piksel) ve maksimum elde edilecek özellik elemanı sayısı (mesela 5) seçildi. En yüksek değeri alan özellik elemanı tespit edildi ve yeri belirlendi. En yüksek değerden aşağıya doğru, minimum ayrılık değeri kontrol edildi. Uygun olan en yüksek değerdeki nokta özellik elemanı olarak belirlendi.

5. Eşik değerini aşan tüm noktalar elde edildiğinde yada maksimum özellik elemanı sayısına ulaşıldığında duruldu.
-

Buraya kadar olan bölümde geometrik özellik elemanlarının seçimi iki basamakta incelendi. İlk aşamada yardımcı ölçüm küreleri ile temel matrisi hesaplamak için kullanılacak olan özellik elemanları belirlendi. Bunun için küre merkezlerini yakalayıp, koordinatlarını kaydeden bir algorithmadan faydalanıldı. Daha sonra, 3B modeli oluşturulacak objenin üzerinden özellik elemanları tespit edebilmek için bir algoritma tanımlandı. Doğal elemanlar seçileceğinde dikkat edilmesi gereken hususlar irdelendi.

Bu aşamadan sonra, temel matrisi oluşturabilmek için, şimdiye kadar tek bir görüntü üzerinde seçilmiş olan özellik noktalarının, farklı bakış açılarından elde edilmiş görüntülerde eşleştirilmesi gerekmektedir çünkü temel matris, bu eşleşme sonucunda, noktaların yer değişimi irdelenerek hesaplanabilecektir.

6.1.2 Özellik Elemanlarının Eşleştirilmesi

Tez çalışmasına hazırlık esnasında, özellik elemanlarının eşleştirilmesi için birçok algoritma incelendi. Seçilen noktaların eşleştirilmesi, muhtemelen, fotogrametri ile ölçüm prosesinin en zor basamağıdır.

Temel matrisi hesaplayabilmek için en az iki görüntüye ihtiyaç duyulur. Bu iki görüntü arasında eşleşen özellik elemanlarının görüntü penceresi içerisindeki pozisyon değişimlerinden yola çıkılarak, kamera hareketleri kestirilebilir ve temel matris ortaya çıkarılır. Buradaki en büyük sorun şudur; eğer iki görüntü arasında kamera yer değişimi ve bakış açısı büyük oranlarda değişim gösteriyor ise noktaları takip edip eşleştirmek gittikçe zorlaşacaktır. Kamera yer değişimi büyüdükçe, sahne görüntüsü değişecektir. Oysaki küçük değişimlerle alınmış iki görüntüden elde edilen özellik noktalarını eşleştirmek çok daha kolaydır.

Daha iyi sonuçlar elde edebilmek için ilk ve son görüntü arasında tamamlayıcı fotoğraflar

çekme yoluna gidildi. Bakış açıları arasındaki fark ne kadar küçükse noktaları eşleştirmek o kadar kolaydır. Fakat sağlıklı bir temel matris oluşturup, elde edilen noktalar 3B uzaya taşınmak istendiğinde, bakış açıları arasında yeterli fark olmadan elde edilen eşleşmelerin sonuçlarının sağlıklı olduğu gözlemlenmiştir. Öyleyse sağlıklı bir model oluşturabilmek için kamera bakış açıları, optimum ölçüde değişmeli fakat ilk ve son görüntü arasında da geçiş görüntüleri elde ederek, özellik elemanlarının küçük adımlarla takip edilebilmesine olanak sağlamalıdır.

Çok farklı bakış açılarından elde edilen görüntüler üzerinde mevcut özellik elemanlarını eşleştirmek için karmaşık algoritmalar türetilerek, birçok çalışma gerçekleştirilmiştir. Sıklıkla kullanılan yaklaşımlar; RANSAC ve LMedS'dir.

Tez çalışmasında, zaten uzun zamandır üzerinde çalışılmış, farklı varyasyonları türetilmiş ve artık günümüzde sıklıkla kullanılır hale gelmiş temel eşleşme algoritmalarını geliştirmek kaygısı duyulmadı. Bunun yerine uygulama prosesi olarak, küçük adımlarla ilerleyip birçok görüntü içinde var olan noktaları takip etme prensibine dayalı, basit ve temel bir algoritmayı kullanmak daha uygun görüldü. Bu bölümün ilerleyen aşamalarında, kullanılan özellik elemanları takip algoritması irdelenip ana hatları tanımlanacaktır.

$x \in \mathbb{R}^2$ koordinatlarındaki bir özellik elemanının, ardışık pencerelerdeki $d \in \mathbb{R}^2$ yer değişimi, özellik elemanı x çevresinde $W(x)$ penceresindeki, $I_i(x)$ ve $I_{i+1}(x+d)$ görüntülerinin karelerinin farkının toplamını minimize ederek hesaplanabilir. İki görüntü durumunda, $i=1$ ve $i+1=2$, aşağıdaki minimizasyon problemini çözen d yer değişimi aranabilir. (çoklu görüntülerden oluşan veriler incelerken, bir seferde, sadece iki görüntü içerisindeki eşleniklerle ilgilenildi)

$$\min_d E(d) \doteq \sum_{\tilde{x} \in W(x)} [I_2(\tilde{x}+d) - I_1(\tilde{x})]^2. \quad (6.3)$$

Bölüm 4'te gördüğümüz gibi bu problemin kapalı formdaki çözümü aşağıdaki eşitlik ile verilir;

$$d = -G^{-1}b, \quad (6.4)$$

Burada,

$$G \doteq \begin{bmatrix} \sum_{W(x)} I_x^2 & \sum_{W(x)} I_x I_y \\ \sum_{W(x)} I_x I_y & \sum_{W(x)} I_y^2 \end{bmatrix}, \quad b \doteq \begin{bmatrix} \sum_{W(x)} I_x I_t \\ \sum_{W(x)} I_y I_t \end{bmatrix},$$

ve $I_t \doteq I_2 - I_1$ ise iki görüntü arasındaki birinci dereceden fark olarak hesaplanan geçici türevin yaklaşık değeridir. Dikkat edilecek olunursa buradaki G , bir önceki bölümde özellik elemanlarının kalite içeriğini hesaplamak için kullanılan aynı matristir ve bu nedenle tersinir olduğu garantidir. Buna karşın takip için farklı bir pencere büyüklüğü ve farklı bir eşik değeri seçilebilir. Tatmin edici sonuçlar elde edebilmek için mevcut yapının biraz değiştirilmesi gerekecektir.

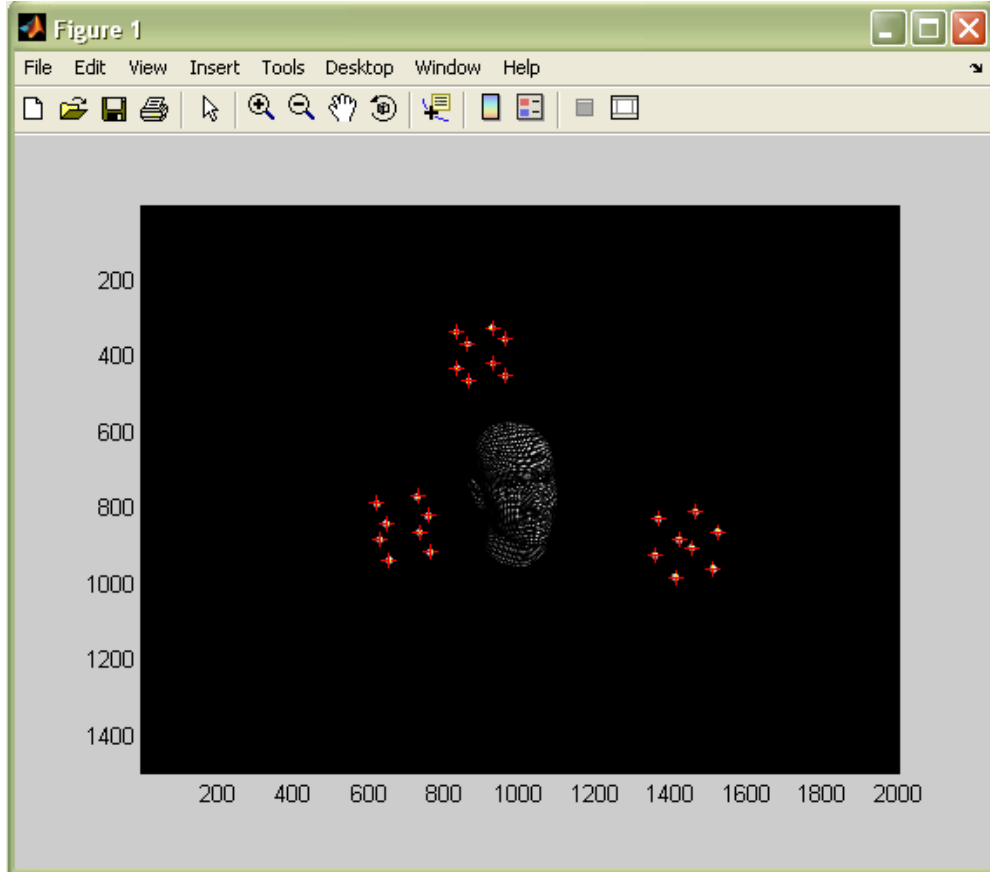
İlk olarak, görüntüler arasındaki özellik elemanlarının yer değişimleri 2-3 pikseli aştığı durumlarda, geçici türevleri bulabilmek için, I_t 'yi hesaplamak adına önerilen, piksel değerlerinin birinci dereceden farkları kullanılamaz. Ortaya atılan takip şeması çoklu skala şeklinde uygulanmalıdır. Bu da orijinal görüntünün, yumuşatılıp alt örneklenmesi yolu ile görüntüler piramidi oluşturarak yapılabilir. I^1, I^2, I^3 ve I^4 sırasıyla 640x480, 320x240, 160x120, 80x60 değerlerini alacaktır. Daha sonra, tanımlanan genel şema, en kaba görüntü çifti olan I_1^4, I_2^4 'e uygulandı ve yer değişiminin bir tahmini olan $d^4 = -G^{-1}b$ elde edildi. Bu yer değişim ölçeklendirildi (iki katsayısı ile) ve $W(\chi)$ penceresi, $\tilde{I}_2^3(\chi) \doteq I_2^3(x + 2d^4)$ eşitliği yardımı ile $W(\chi + 2d^4)$ 'e taşındı. Bu aynı şema, d^3 yer değişimini bulabilmek için, I_1^3, \tilde{I}_2^3 görüntü çiftine de uygulandı. Algoritma en hassas seviyedeki $I_1^1(\chi)$ ve $\tilde{I}_2^1(\chi) \doteq I_2^1(x + 2d^2)$ çiftine ulaşıncaya kadar tekrarlandı. d^1 yer değişimi hesaplandığında, toplam tahmini yer değiştirme $d \doteq d^1 + 2d^2 + 4d^3 + 8d^4$ ile verildi. Görüntüler video kamera ile elde edildiğinde, çoğu zaman iki yada dört seviye piramit yeterli olduğu görüldü.

İkinci olarak, aynı yaklaşımla yani iterasyonu farklı ölçeklerde gerçekleştirerek (yani; algoritmanın yeniden iterasyonu yapılarak ve tahmini yer değiştirmeyi kullanarak görüntüyü eğerek), en hassas ölçekte iterasyon yinelenabilir. Bu iterasyonda, $d^{i+1}, I_1(\chi)$ ve interpolasyon geçirilerek eğilmiş, $\tilde{I}_2^i(\chi) \doteq I_2(x + d^1 + \dots + d^i)$ arasında hesaplanmıştır. Genelde, bu tipteki 5 ya da 6 iterasyon, 7 x 7 pencere boyutundaki ve bir pikselin onda biri büyüklüğündeki bölgesel hatalarla başa çıkmak için yeterlidir. Bu özellik elemanı takip algoritması, algoritma 6.2'de özetlenmiştir.

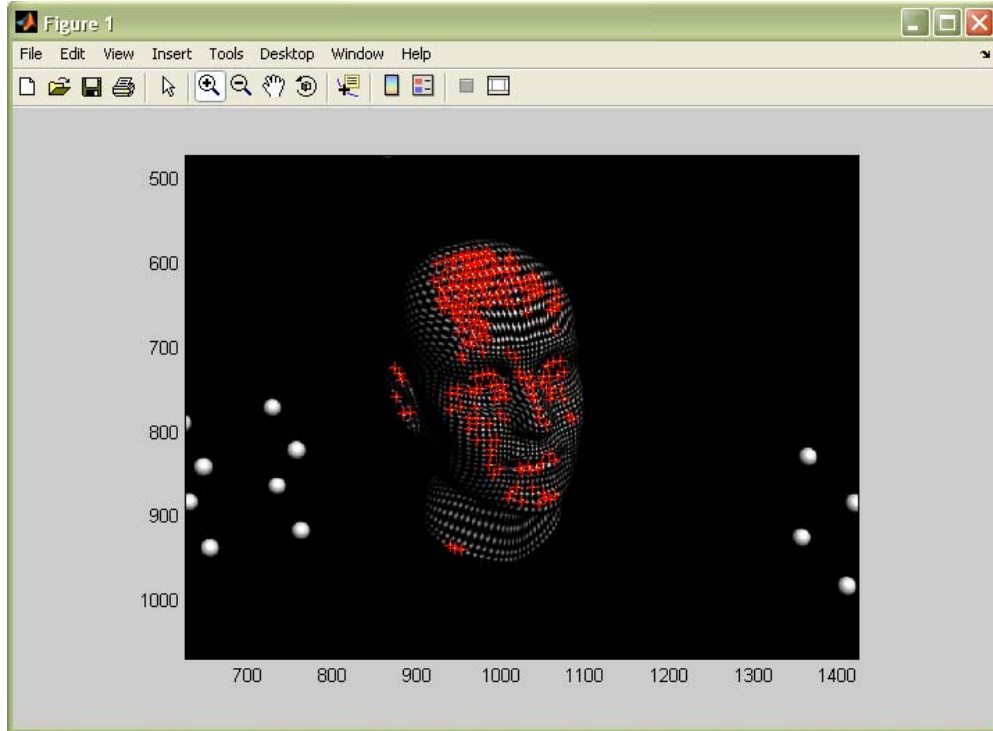
Algoritma 6.2 (Çoklu Ölçekli, İteratif Özellik Elemanı Takibi).

1. Algoritma 6.1'i kullanarak, ilk görüntüde aday özellik elemanları kümesi elde edildi. Takip penceresi, W , için bir boyut seçildi (prensipte, seçim için kullanılan pencereden farklı olabilir).
2. Maksimum seviye belirlendi (mesela, $k = 3$). Görüntüler yumuşatılarak ve alt örneklendirilerek bir görüntü piramidi oluşturuldu.
3. Piramidin en kaba k seviyesinden başlanarak (en küçük görüntü), en hassas seviyeye ulaşıncaya kadar aşağıdaki basamakların iterasyonu yapıldı;
 - (I_1^k, \tilde{I}_2^k) görüntü çifti için 6.3 eşitliği ile tanımlanmış $d^k = -G^{-1}b$ hesaplandı.
 - İkinci görüntü, $\tilde{I}_2^{k-1}(\chi) = I_2^{k-1}(x + 2d^k)$ 'yi eğerek $W(\chi)$ penceresi, $2d^k$ kadar ötelendi.
 - $d \leftarrow d + 2d^k$ yer değişimi ve $k \leftarrow k - 1$ indeksi güncelleştirildi yukarıdaki basamaklar $k = 0$ oluncaya kadar tekrar edildi.
 - $d = d^1$ olduğunda, $d \leftarrow d + d^{i+1}$, (I_1, \tilde{I}_2^i) çiftinden hesaplanan $d^{i+1} = -G^{-1}b$ ile d^i , artımsal yer değişim küçülünceye kadar güncellendi (ölçüsü bir eşik değerinin altına düşüne kadar). Bundan yanı sıra belirli bir sayıdaki iterasyon da (mesela; $i = 5$) seçilebilirdi.
4. Bölüm 6.1'de verilen Harris kriterleri ile özellik elemanlarının kalitesi değerlendirildi ve takip edilen her bir elemanın seçilmiş olan eşik değerini aştığından emin olundu. Başarı ile takip edilen özellik elemanları kümesi güncellendi, bir sonraki görüntüye geçildi ve 3. basamağa geri dönüldü.

Bu Algoritmanın çözümü “track.m”, uygulaması ise “TargetPointDetection.m” ve “PointCloudDetection.m” kodları ile verildi.



Şekil 6.11 “TargetPointDetection.m” programı sonucunda, tabip edilerek tespit edilen hedef noktalar.

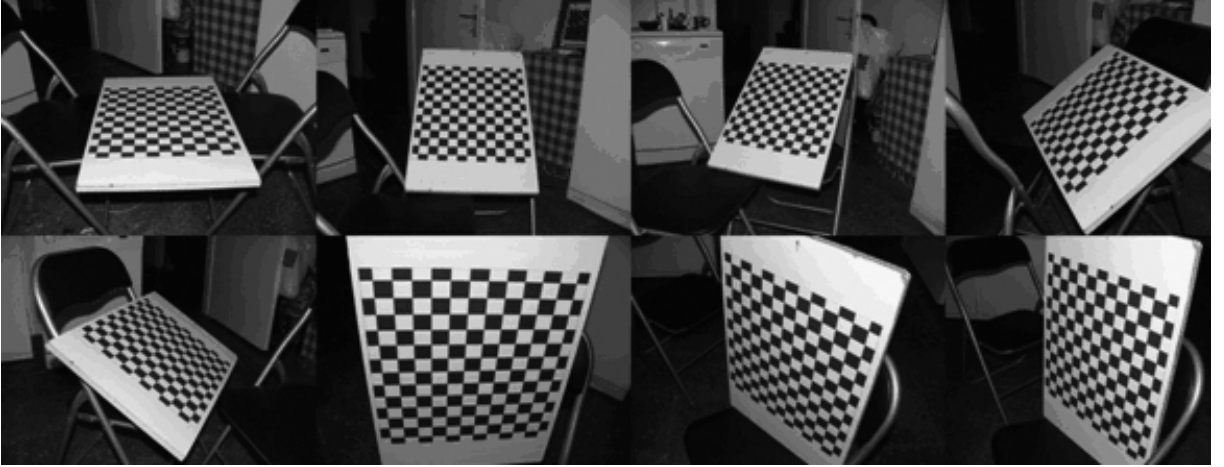


Şekil 6.12 “PointCloudDetection.m” programı sonucunda, tabip edilerek tespit edilen özellik elemanları.

6.1.3 Temel Matrisin Elde Edilmesi

Buraya kadarki bölümlerde yardımcı küreler ile temel matrisi hesaplayabilmek için kullanılacak olan özellik elemanları seçildi ve son görüntüye kadar takip edilebilmelerini sağlayan algoritmalar verildi. Temel matris hesaplandıktan sonra 3B modeli yaratılacak olan objenin üzerinden özellik elemanları seçerken hangi algoritmaların kullanıldığı açıklandı. Bu bölümde elde edilen elemanlardan temel matris hesaplanacaktır.

Tez çalışmasının pratik uygulama bölümünde, bölüm 2.1.3'te anlatılan, Panasonic FZ-50 modeli amatör bir kamera kullanıldı. Kamera içsel parametreleri bilindiğinde, $K = I$, temel matris $E = \hat{T}R$ ve kamera hareketi $g = (R, T)$, X ile birlikte, bölüm 5'teki algoritma 5.1 kullanılarak hesaplanabilir. Genelde K parametre matrisi ve kameranın kalibrasyonu bilinmez. Tez çalışmasında kullanılan kameranın kalibrasyonu için Klaus Strobl ve Wolfgang Sepp'in hazırlamış oldukları "Camera Calibration Toolbox for Matlab" programından yararlanıldı. Program vasıtası ile elde edilen kalibrasyon parametreleri uygulama esnasında gerekli algoritmalarda kullanıldı. Şekil 6.13'te kalibrasyon parametrelerini elde etmek için ilenen prosedüre ait görüntüler verilmiştir.

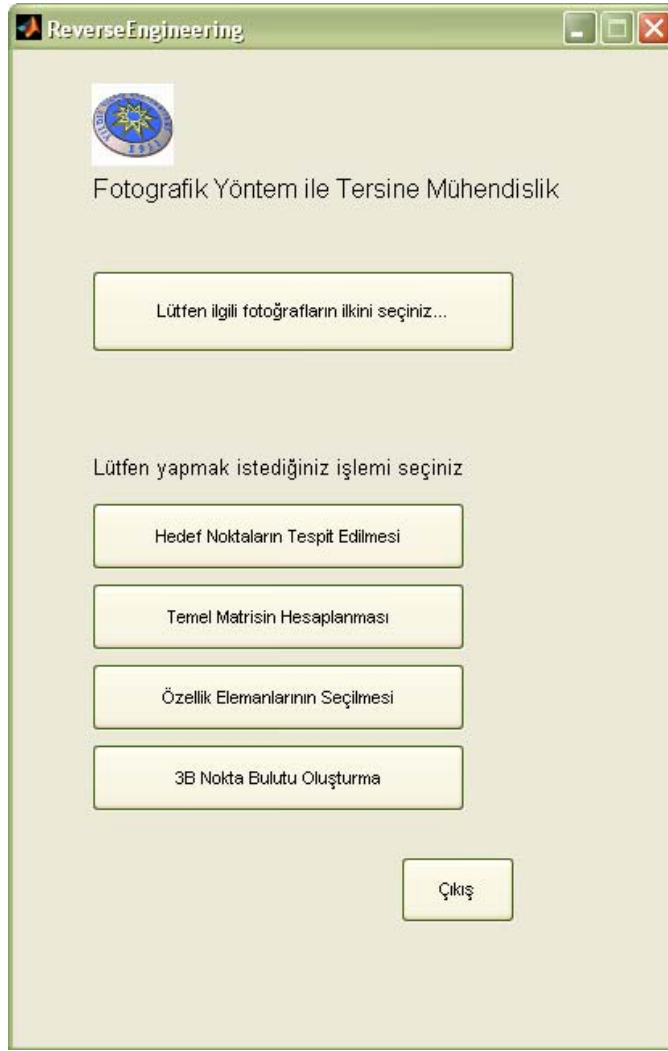


Şekil 6.13 "Camera Calibration Toolbox for Matlab" programında kullanılan kalibrasyon tahtası ve kalibrasyon esnasından görüntüler.

Temel matrisin nasıl elde edileceği 5. bölümde detaylı olarak anlatılmıştır. Uygulamada kullanılan temel algoritma ise, Algoritma 5.1'dir (8 nokta algoritması).

6.1.4 Hedef Noktaların 3B Uzayda Yerleştirilmesi

Seçilen noktalar temel matris yardımı ile 3B uzayda yerleştirilebilir. Bu konu bölüm 5.2’de detaylı şekilde incelendi. Yine aynı bölümde tanımlanan algoritmalar yardımı ile oluşturulmuş; “essentialDiscrete.m” isimli Matlab kodu pratik uygulamada kullanıldı. Fotogrametrik yöntem ile 3B model oluşturulması esnasındaki basamakların ilk dördünü gerçekleştirecek bir kullanıcı ara yüzü Matlab ortamında yazıldı. Şekil 6.14’te uygulamalarda kullanılan ara yüz programı görülmektedir.



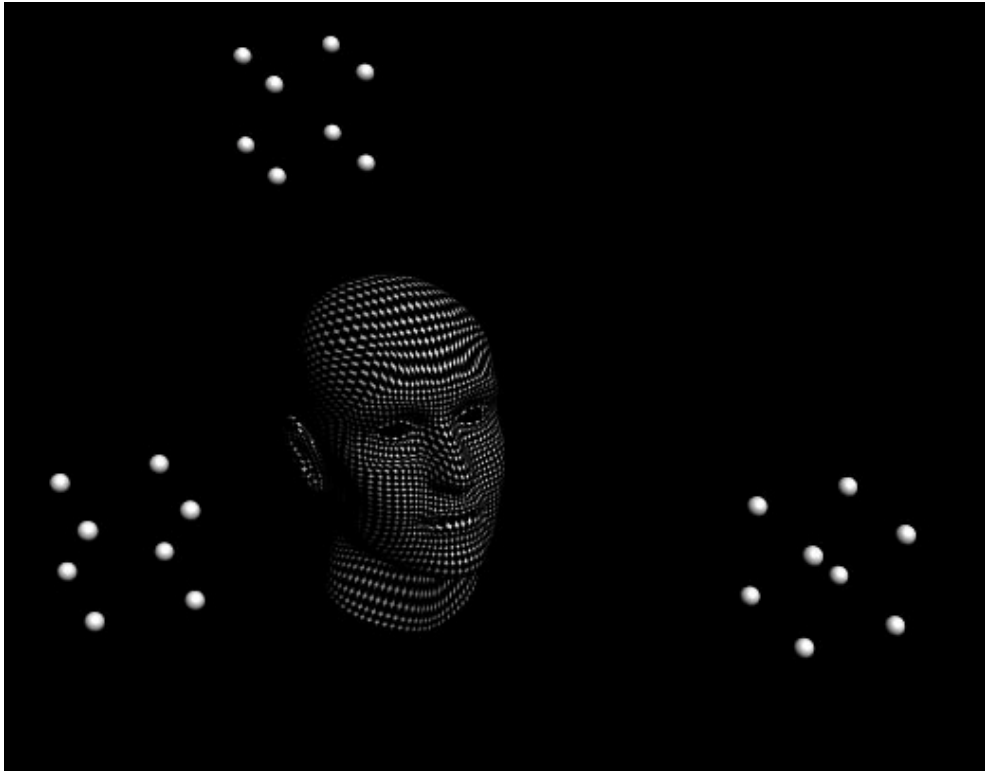
Şekil 6.14 Matlab ortamında yazılmış olan ara yüz programı.

Programın işleyişi kısaca şu şekildedir; önce fotoğraf makinesi ile elde edilen görüntülerin bulunduğu klasör ve bu klasördeki ilk görüntü programa tanıtılır. Daha sonra hedef noktalar tespit edilir, temel matris hesaplanır, obje üzerindeki özellik elemanları seçilir ve son olarak 3B nokta bulutu oluşturulur.

6.2 Fotogrametrik Yöntem ile 3B Modelleme Uygulamaları

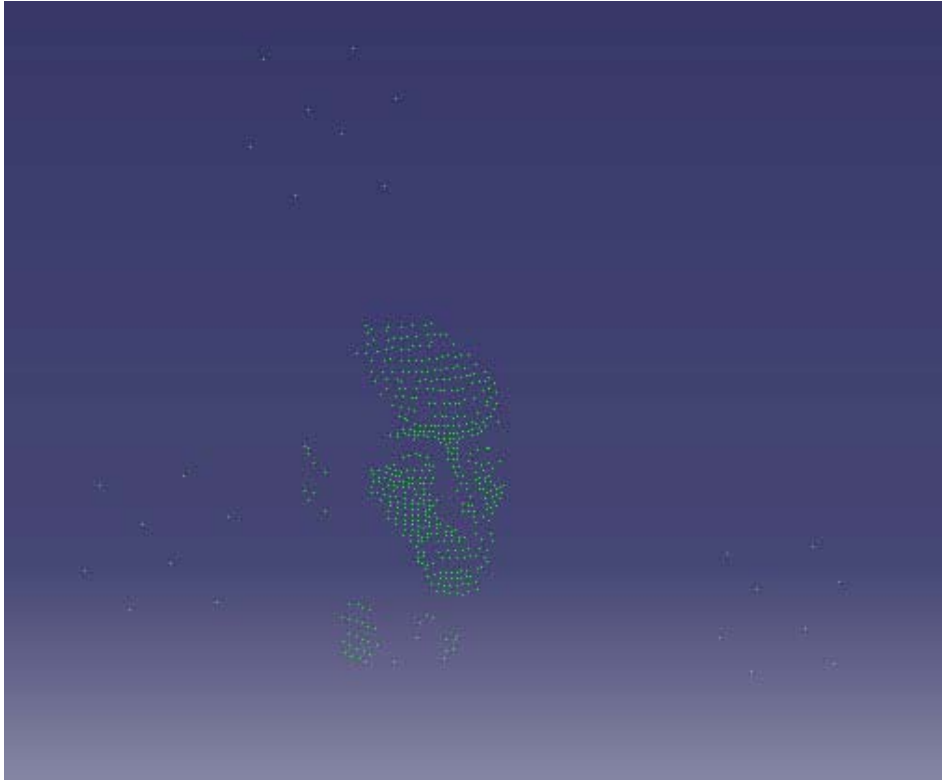
İki farklı uygulama planlandı. İlk örnekte bilgisayar ortamında modellenmiş bir figür kullanıldı. Gerekli olan fotoğraflar teorik ortamda (3D Studio Max modelleme yazılımı ile) elde edildi. Tasarlanan sahneye hedef küreler yerleştirildi. Kamera kontrollü bir biçimde hareket ettirildi ve hedef noktaların her görüntüde mevcut olması sağlandı. İkinci örnekte ise gerçek bir imalat parçası kullanıldı. Kullanılan fotoğraf makinesi kalibre edildi. Hedef küreler yerine köşelerinde plastik toplar bulunan tel kafes küpler kullanıldı. Her iki çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar detayları ile irdelendi.

İlk uygulamada, Matlab ortamında yazılan ara yüz programı, “ReverseEngineering.fig”, kullanıldı. Uygulama esnasında, bir manken başı figüründen faydalanıldı. Oluşturulan sahne görüntüsü ve kullanılan model Şekil 6.15’te görülmektedir.

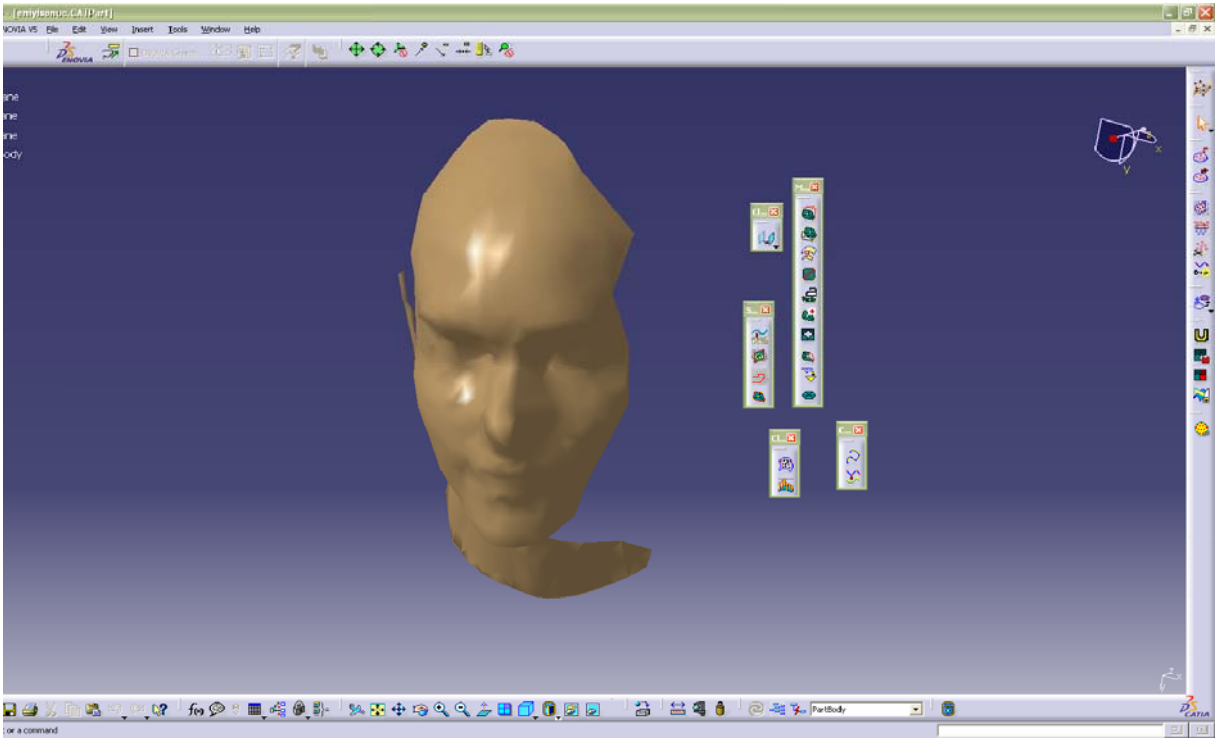


Şekil 6.15 Teorik uygulamada kullanılan sahne görüntüsü.

Manken başı figürü üzerine kare patern yansıtıldı. Böylece ölçüm yüzeyi üzerinde potansiyel özellik noktaları oluşturuldu. Ara yüz programı basamak basamak takip edilerek Şekil 6.16’daki özellik noktaları (nokta bulutu) ve hedef noktalar elde edildi.



Şekil 6.16 elde edilen özellik noktaları ve hedef noktaların 3B uzaydaki görüntüsü.



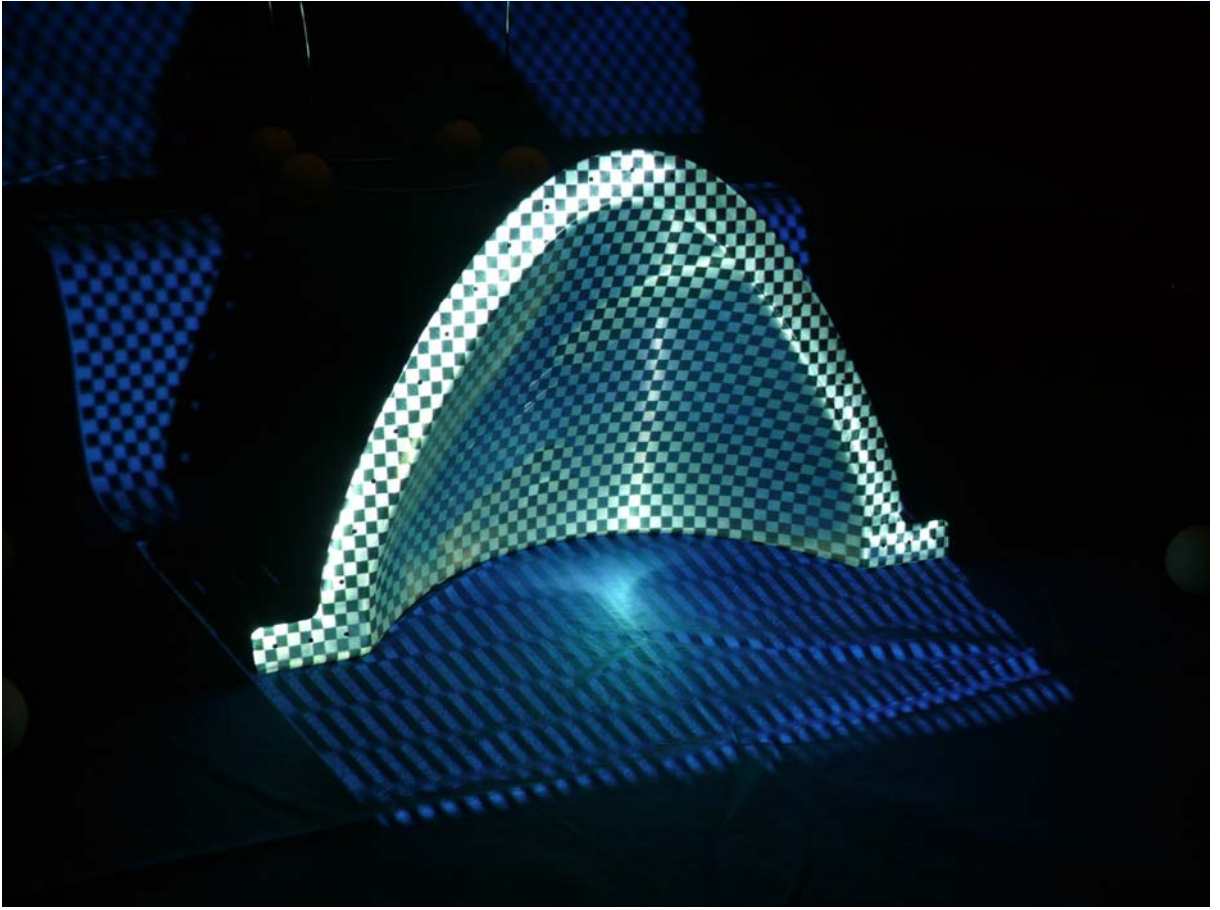
Şekil 6.17 “ReverseEngineering.fig” ara yüzü kullanılarak elde edilen 3B noktalar ile CATIA modelleme yazılımı ile yüzey örülmesi.

İstenilen noktaların 3B uzaydaki koordinatları elde edildikten sonra görselliğin desteklenebilmesi için CATIA modelleme yazılımından faydalanıldı ve mevcut nokta bulutu ile Şekil 6.17’de görülen yüzey elde edildi. Orijinal model ile elde edilen yüzey karşılaştırıldı. Hedef noktaların yakalandığı yardımcı küreler arası uzaklık bilindiğinden dolayı elde edilen yüzeyin gerçek model ile arasındaki boyutsal oran kolaylıkla hesaplandı. Yüzey ölçeklendirildi ve orijinal model üzerine yansıtıldı. Aradaki fark maksimum 0.1 mm düzeylerinde tespit edildi. Tespit edilen nokta sayısı 400 civarında olduğundan yüzey üzerinde kısmi yırtıklar oluştuğu gözlemlendi. Belirli bakış açıları arasında fotoğraflanan modelin sadece fotoğraflanan bakış açılarından noktalar elde edebileceği açıktır. Farklı açılardan proses tekrarlanarak çok daha fazla özellik noktası elde edebilmek ve modelin tümünü oluşturabilmek mümkündür. Burada farklı nokta bulutlarının aynı referans sistemine göre yerleştirilmesi gerekli olacaktır. Bunu sağlamak için her sahnede var olan 24 adet küre eşleştirilebilir ve ara yüz programı geliştirilebilir.

İkinci uygulamada Şekil 6.18’de görülen imalat parçasının modeli oluşturulmaya çalışıldı. Fotoğraftan da görüleceği üzere parça üzerinde, parçanın geometrik sınırları dışında, hiçbir doğal özellik elemanı bulunmamaktadır. Programın verimli olarak çalışabilmesi için parça üzerine projektör yardımı ile kare patern yansıtıldı. Böylece fotoğraflar arası eşleştirilebilecek özellik elemanları oluşturuldu. Yansıtılan yardımcı elemanların oluşturduğu görüntü Şekil 6.19’da görülmektedir.

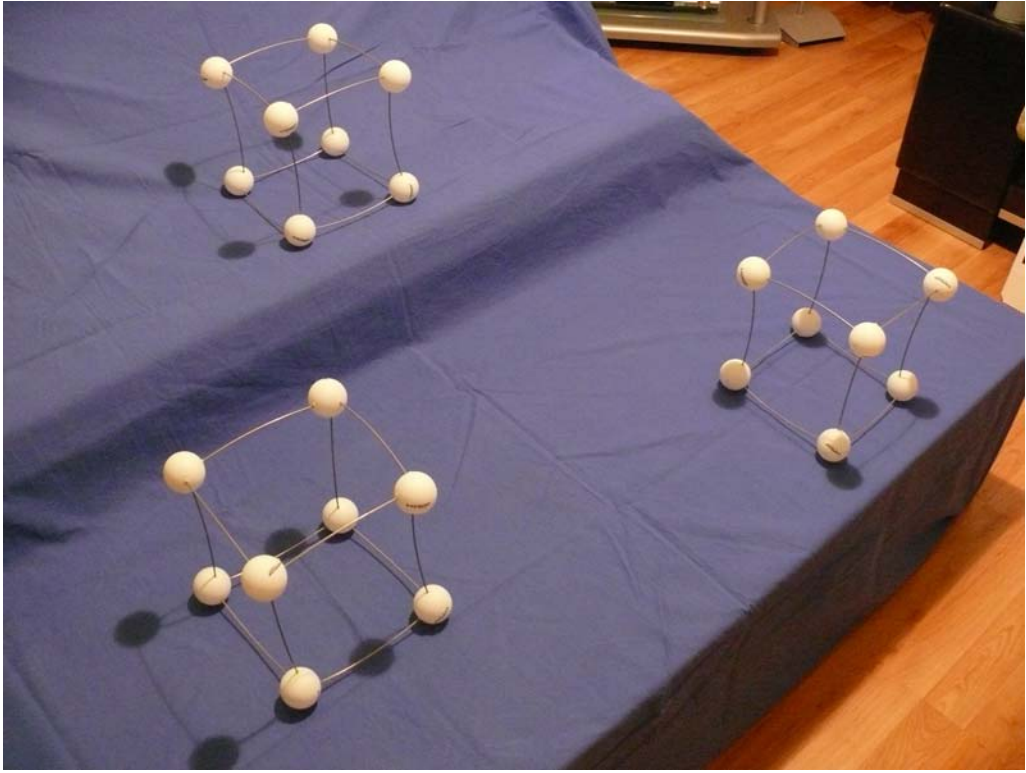


Şekil 6.18 Fotogrametrik yöntem ile 3B modeli elde edilecek imalat parçası.

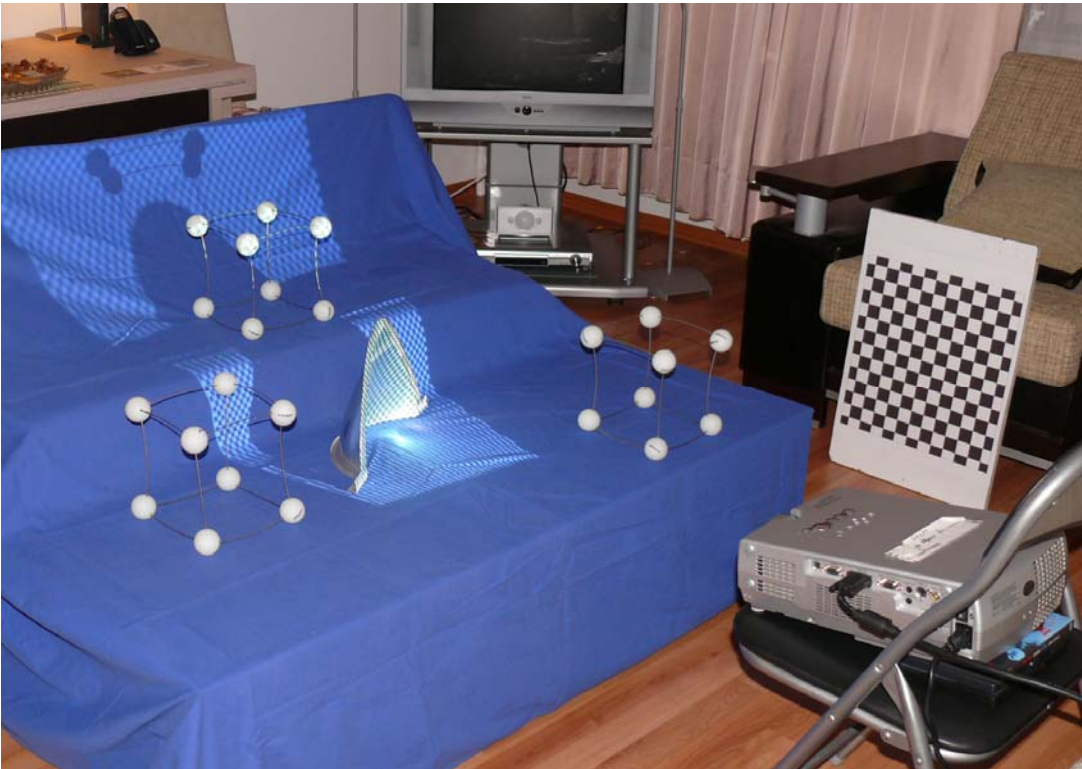


Şekil 6.19 3B modeli elde edilecek imalat parçası üzerine projektör ile yansıtılan kare patern görünümü.

Daha önceki teorik uygulamalarda kullanılan ve temel matrisi bulmak için faydalanılan beyaz küreler yerine Şekil 6.20’de görülen plastik toplardan faydalandı. 20 cm uzunluğunda kesilmiş olan çelik tellerden yapılan küplerin köşelerine toplar yerleştirildi. Oluşturulan sahne Şekil 6.20’de görülmektedir. Ölçüm esnasında kurulan tüm sahne, projektör ile patern yansıtma işlemi ve ölçüm süreci ise şekil 6.21’de görülmektedir. Gerçek parçalarla çalışıldığında ölçüme başlamadan önce unutulmaması gereken bir nokta da kullanılan fotoğraf makinesinin kalibrasyonudur. Daha önce de bahsedildiği gibi kalibrasyon işlemi için yine Matlab ortamında tasarlanmış bir yardımcı program paketi kullanıldı. Kullanılan “Calibration Toolbox For Matlab” [36] programının detaylı bilgisine ve içeriğine ilgili internet sitesinden ulaşılabilmektedir. Yapılmış olan kalibrasyon prosedürüne ait görüntüler Şekil 6.13’de gösterilmişti. Program tarafından verilen kalibrasyon verileri tasarlanmış olan tersine mühendislik algoritmalarında doğrudan kullanıldı. Kalibrasyon verileri olmadan elde edilen sonuçların yetersiz kaldığı, 3B nokta bulutlarının gerçeği yansıtmadığı gözlemlendi.

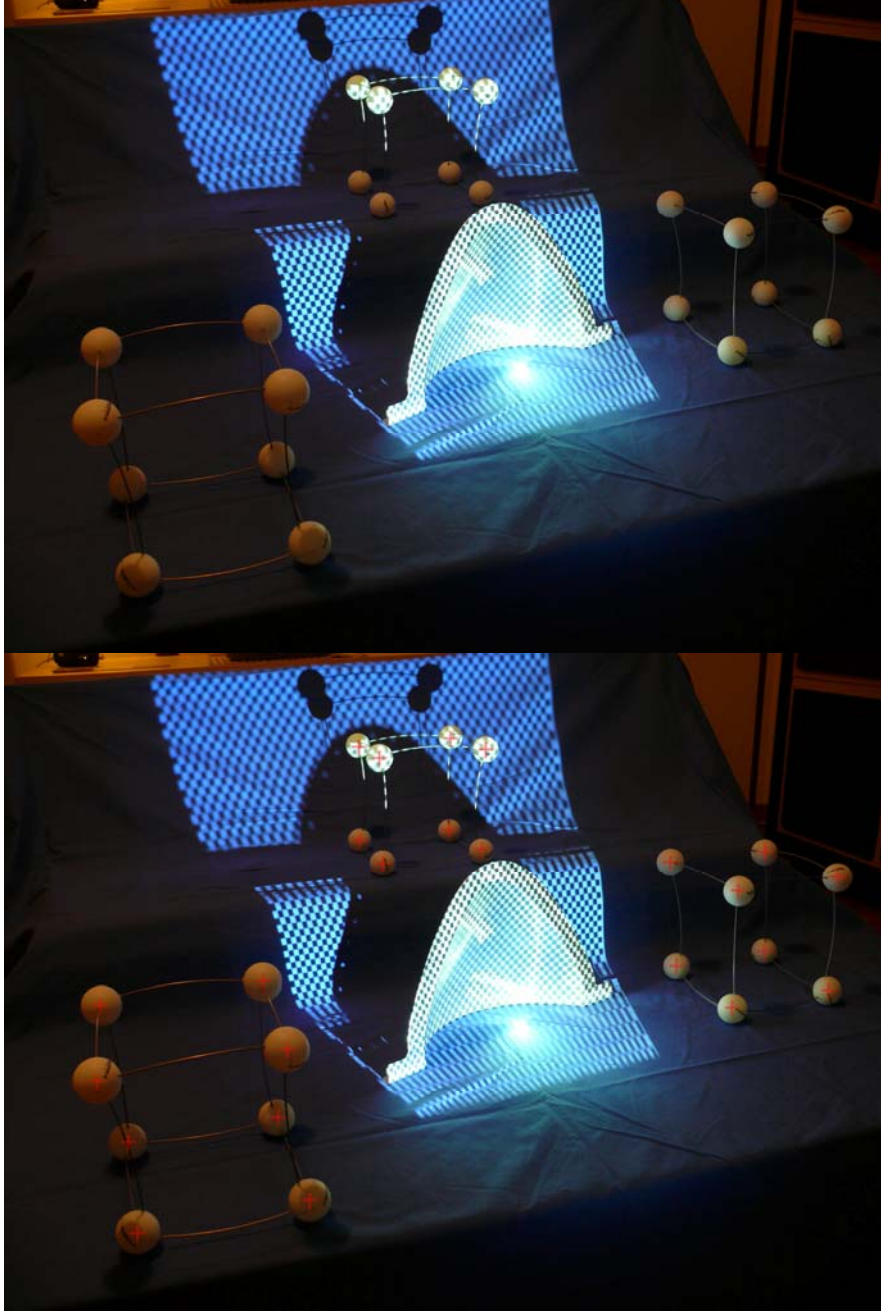


Şekil 6.20 Temel matrisin hesaplanmasında kullanılacak yardımcı hedef noktalar için tasarlanan düzenek.



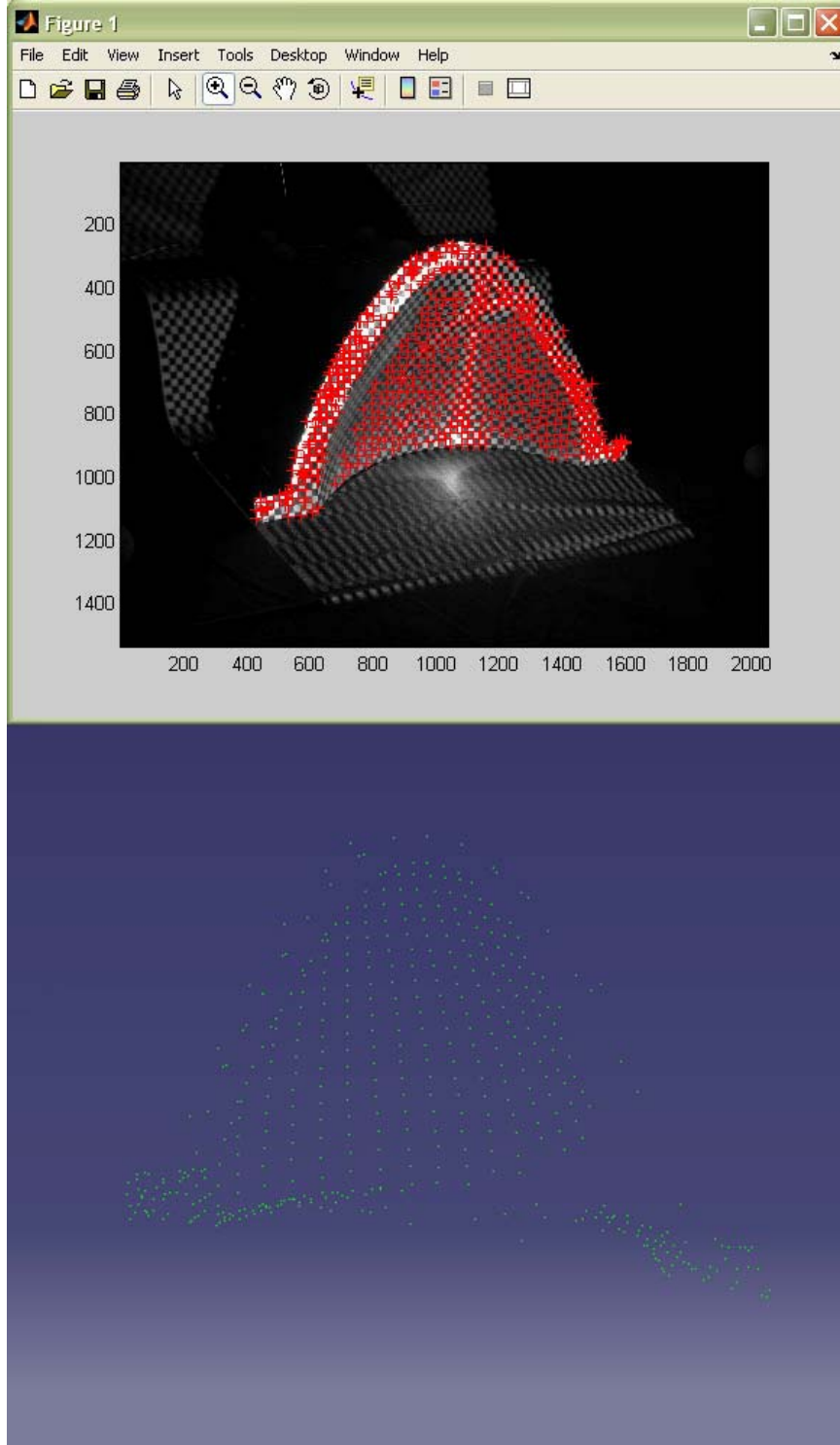
Şekil 6.21 Ölçüm esnasında kullanılan elemanlar ve ölçüm süreci.

Kalibrasyon aşaması tamamlanan fotoğraf makinesi ile tasarlanan sahnede yapılan çekimler sonucunda elde edilen veriler, tersine mühendislik ara yüz programına aktarıldı. Teorik örneklerde olduğu gibi tüm adımlar tekrarlandı. Şekil 6.22 ve 6.23'te bu süreçten görüntüler gösterilmiştir. Şekil 6.22'te ilk olarak ölçüm sahnesi görülmektedir. İkinci görüntüde ise bu sahne içerisindeki yardımcı küreler tespit edilmiş ve temel matrisi hesaplayabilmek için kaydedilmiştir.



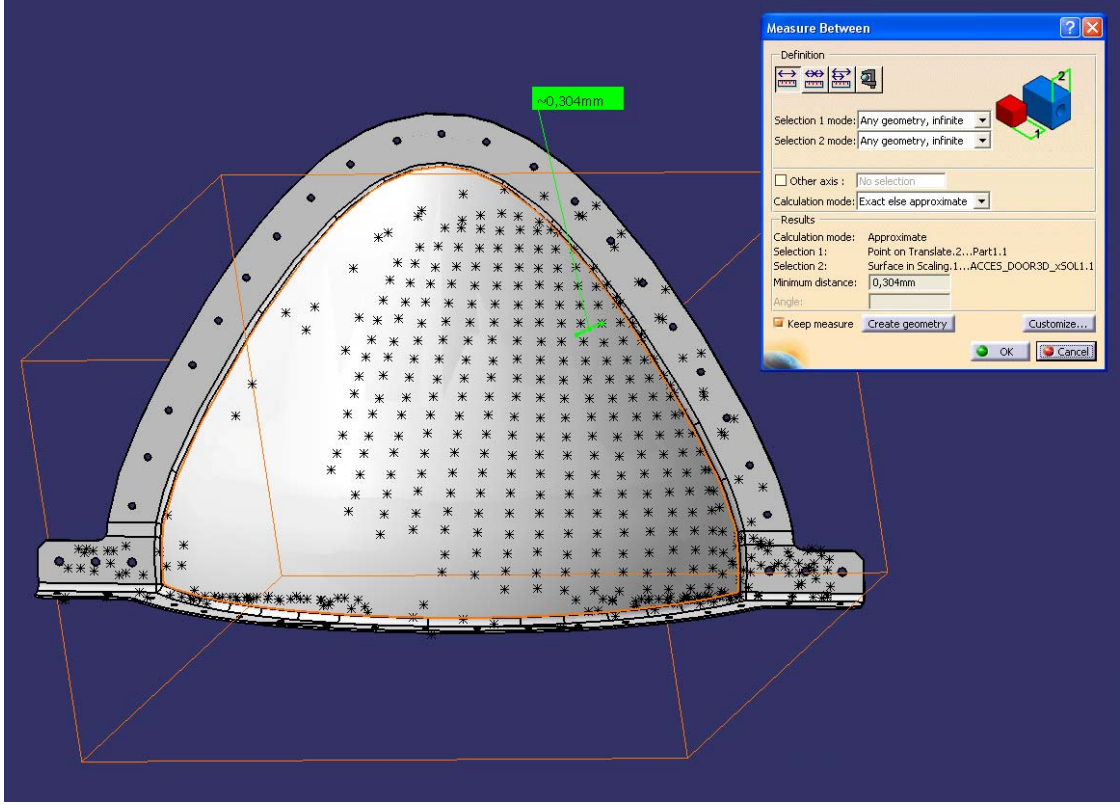
Şekil 6.22 Ölçülecek imalat parçası ile oluşturulan sahne ve hedef küre merkezlerinin tespit edilmesi.

Şekil 6.23'ün ilk fotoğrafında özellik elemanlarının tespit edilmesi gösterilmiştir. İkinci görüntüde ise bu özellik elemanları, temel matris kullanılarak 3B uzaya aktarılmıştır. Tüm bu aşamalar “ReverseEngineering.fig” ara yüz programı aracılığı ile gerçekleştirildi. İzlenen adımların sonucunda elde edilen 3B nokta bulutları CATIA modelleme yazılımına aktarıldı.

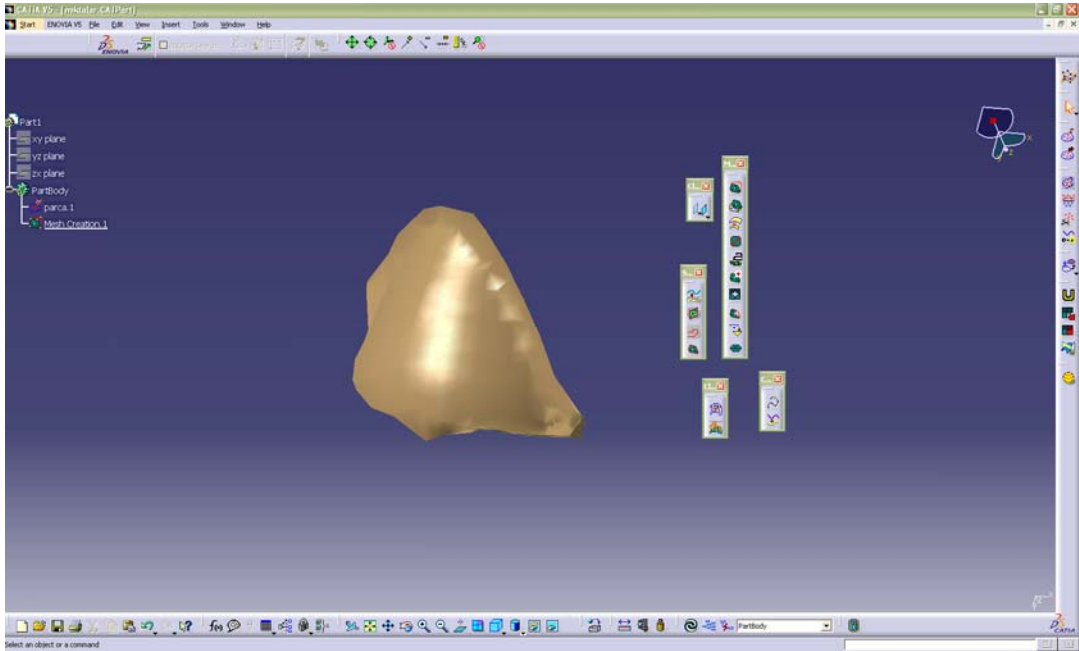


Şekil 6.23 Ölçüm parçası üzerinde yakalanan özellik noktaları ve bu noktaların 3B uzaydaki görüntüleri.

CATIA modelleme yazılımına aktarılan nokta bulutu, imalat parçasının orijinal modeli ile karşılaştırıldı. Noktalar ve orijinal yüzey arasında ortalama 0.3 mm fark olduğu tespit edildi. Bu karşılaştırma Şekil 6.24'te gösterilmiştir.



Şekil 6.24 Elde edilen nokta bulutunun orijinal model ile karşılaştırılması.



Şekil 6.25 Elde edilen nokta bulutu ile Catia modelleme yazılımında yüzey örülmesi.

Modelleme yazılımına aktarılan nokta bulutu ile yüzey örülmüş ve elde edilen sonuç Şekil 6.25’de gösterilmiştir. Daha çok nokta elde edildiği takdirde yada ölçüm farklı açılardan tekrarlanarak elde edilen noktalar aynı referans sistemine oturtulduğunda, orijinal modelin bire bir kopyasının oluşturulabileceği görüldü.

6.3 Endüstriyel Hedef Noktalarının Kullanım Uygulaması

Tez çalışması dahilinde temel matrisi hesaplayabilmek için plastik toplardan yapılan kübik elemanlar kullanıldı. Kullanılan bu elemanların iyi sonuçlar verdiği ve temel matrisin sorunsuz olarak hesaplanabilmesine yardımcı olduğu görüldü. Ölçüm elemanı üzerinden 3B nokta bulutu elde etmek için ise, yüzeye projektör ile belirli bir patern yansıtıldı. Tam kontrollü ve homojen bir dağılım elde edilemese de kullanılan bakış açıları dahilinde elde edilen noktalar ile 0.3 mm hassasiyetlere ulaşılabildi. Uygulamalardaki en büyük eksik, nokta bulutlarının sadece belirli bir açıda elde edilebilmesidir. Tasarlanan algoritmalar geliştirilerek farklı açılardan tekrarlanan ölçüm prosesi ile elde edilen noktaların birleştirilmesi mümkündür. Bunun yanında homojen bir nokta dağılımı elde edilebilir ise oluşturulacak model çok daha detaylı ve yumuşak olabilecektir. Tez çalışmasının sonunda homojen özellik noktaları elde edebilmek adına bir uygulama daha gerçekleştirildi. Piyasadan temin edilen endüstriyel hedef noktalar (Retroreflective Targets) kullanıldı. Şekil 6.26’de görülen bisiklet kaskı üzerine hedefler yapıştırıldı. Kullanılan hedef noktaların yapısal özellikleri bölüm 3.1.4’te detaylı olarak anlatılmıştı.



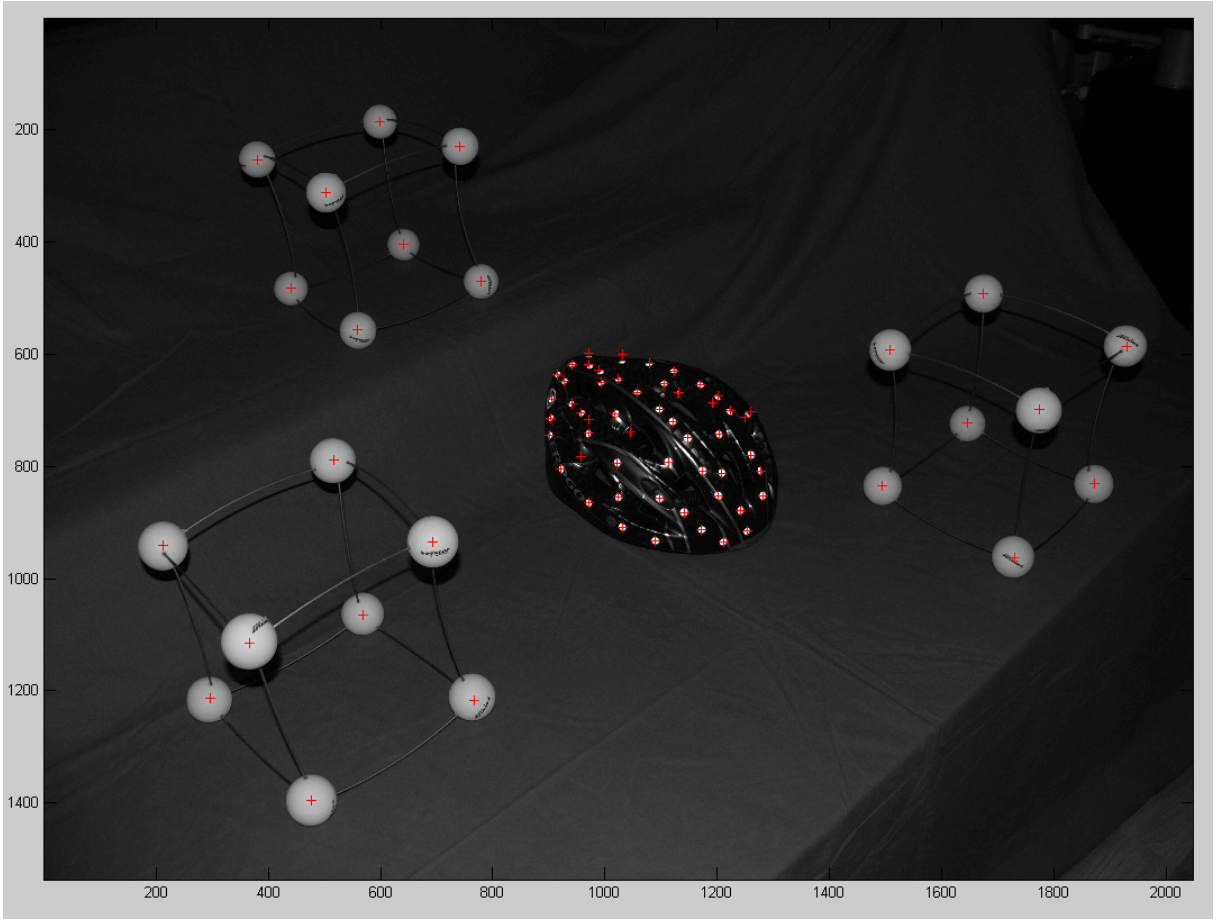
Şekil 6.26 Bisiklet kaskı üzerine yapıştırılan endüstriyel hedef noktalar.

Şekil 6.27’de endüstriyel hedef noktalar yapıştırılmış ölçüm objesinin az ışık altında davranışı görülmektedir. Fotoğraftan da anlaşılacağı gibi hedef noktalar yüksek oranda yansımaya kabiliyetine sahiptirler. Yapıştırılan hedef noktaların tez çalışması dahilinde kullanılan algoritmalar ile nasıl çalışacağı gözlemlendi. Plastik toplardan yapılmış hedef kürelerin belirlenmesi için kullanılan algoritma çalıştırıldı ve Şekil 6.28’da görülen sonuç elde edildi.



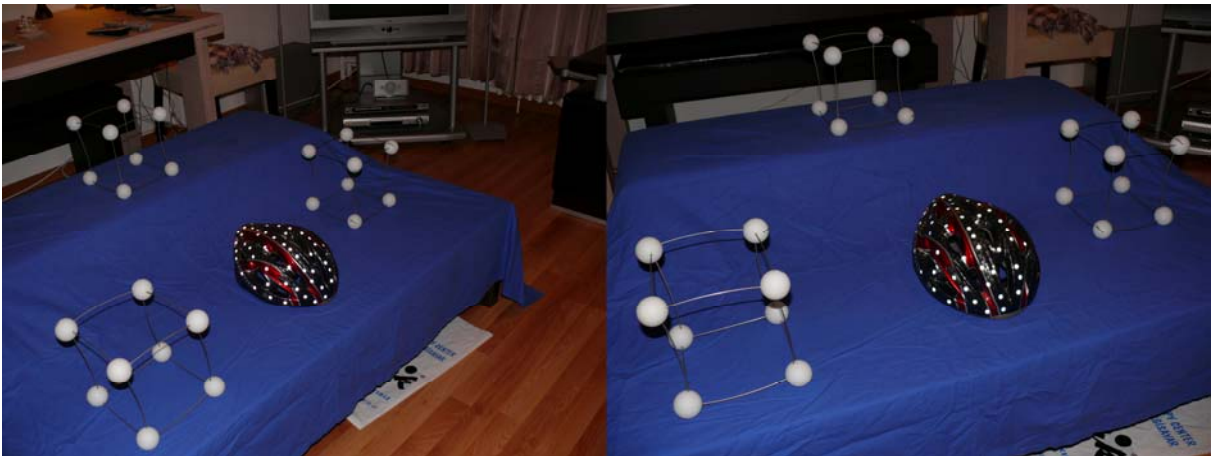
Şekil 6.27 Hedef noktalar yapıştırılmış ölçüm objesinin ortam ışığı altındaki davranışı.

Şekil 6.28’da da görülebileceği gibi hedef kürelerin yanı sıra yapıştırılan noktaların tamamı başarı ile tespit edildi. Yapıştırma hedef noktalar kullanmak, ölçüm zamanının göz ardı edilemeyecek oranda uzamasına yol açacaktır. Ayrıca her ölçüm elemanı yüzeyine hedef nokta yapıştırmak ta mümkün olmayabilir. Bunun yanı sıra bahsedilen hedef noktalar her türlü ışıkta mükemmel sonuçlar verebilmekte ve tasarlanan ölçüm sahnesinin en iyi şekilde gerçekleştirilmesini sağlamaktadır. Bu aşamaya kadar kullanılan ReverseEngineering.fig ara yüz programı değiştirildi ve hedef küreleri yakalamak için kullanılan algoritma, özellik noktalarının tespiti için kullanılır hale getirildi. Sahne içerisindeki daireleri tespit eden “CircularHough_Grd.m” Matlab kodu, endüstriyel hedef noktaların yakalanmasında kullanıldı.

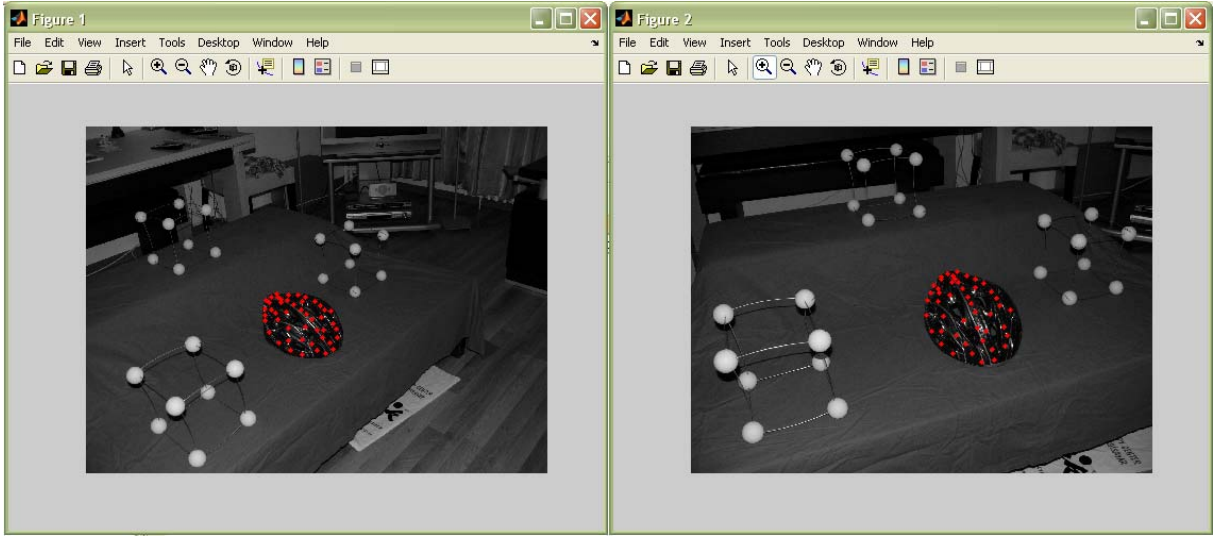


Şekil 6.28 ReverseEngineering.fig programı kullanılarak yakalanan özellik elemanları.

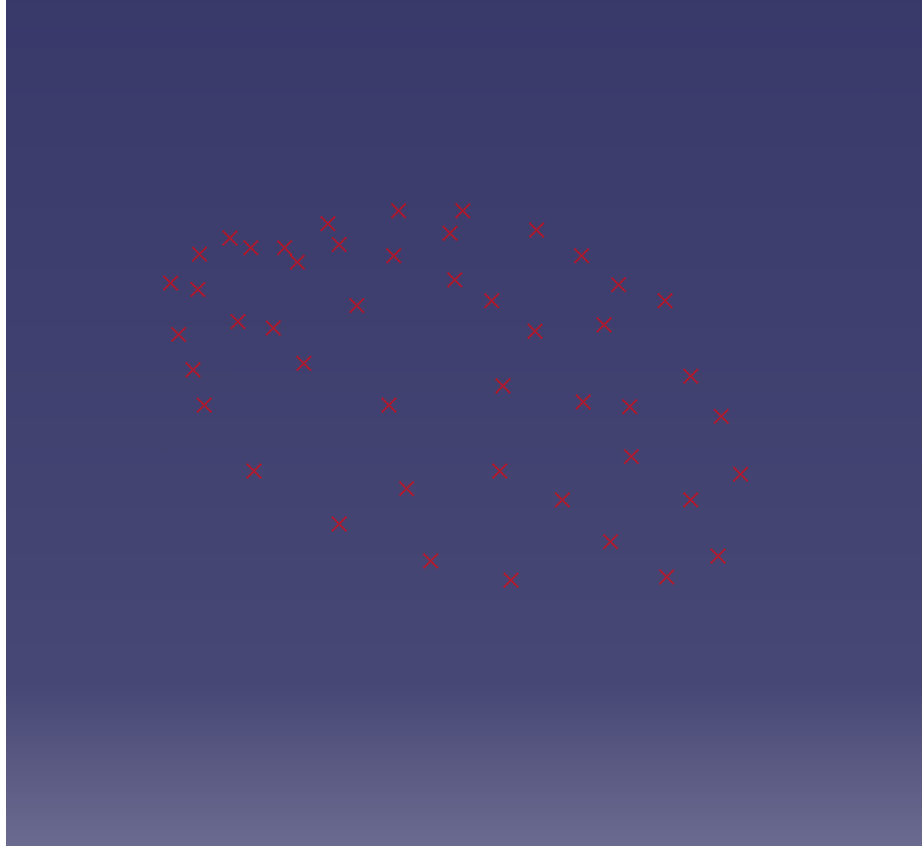
Şekil 6.29’da ilk ve son fotoğrafları görülmekte olan bir seri fotoğraf çekildi. Fotoğraflar, “ReverseEngineering.fig” arayüz programı kullanılarak ilgili programlara tanıtıldı. Daha önce de defalarca izlenen prosedürler gerçekleştirilerek Şekil 6.30’daki özellik elemanları tespit edildi. Tespit edilen özellik elemanları CATIA modelleme yazılımına aktarıldı. 3B uzaya yansıtılmış ve modelleme yazılımına aktarılmış nokta bulutu Şekil 6.31’de görülmektedir.



Şekil 6.29 Mevcut ölçüm sahnesinin fotoğraflanması.

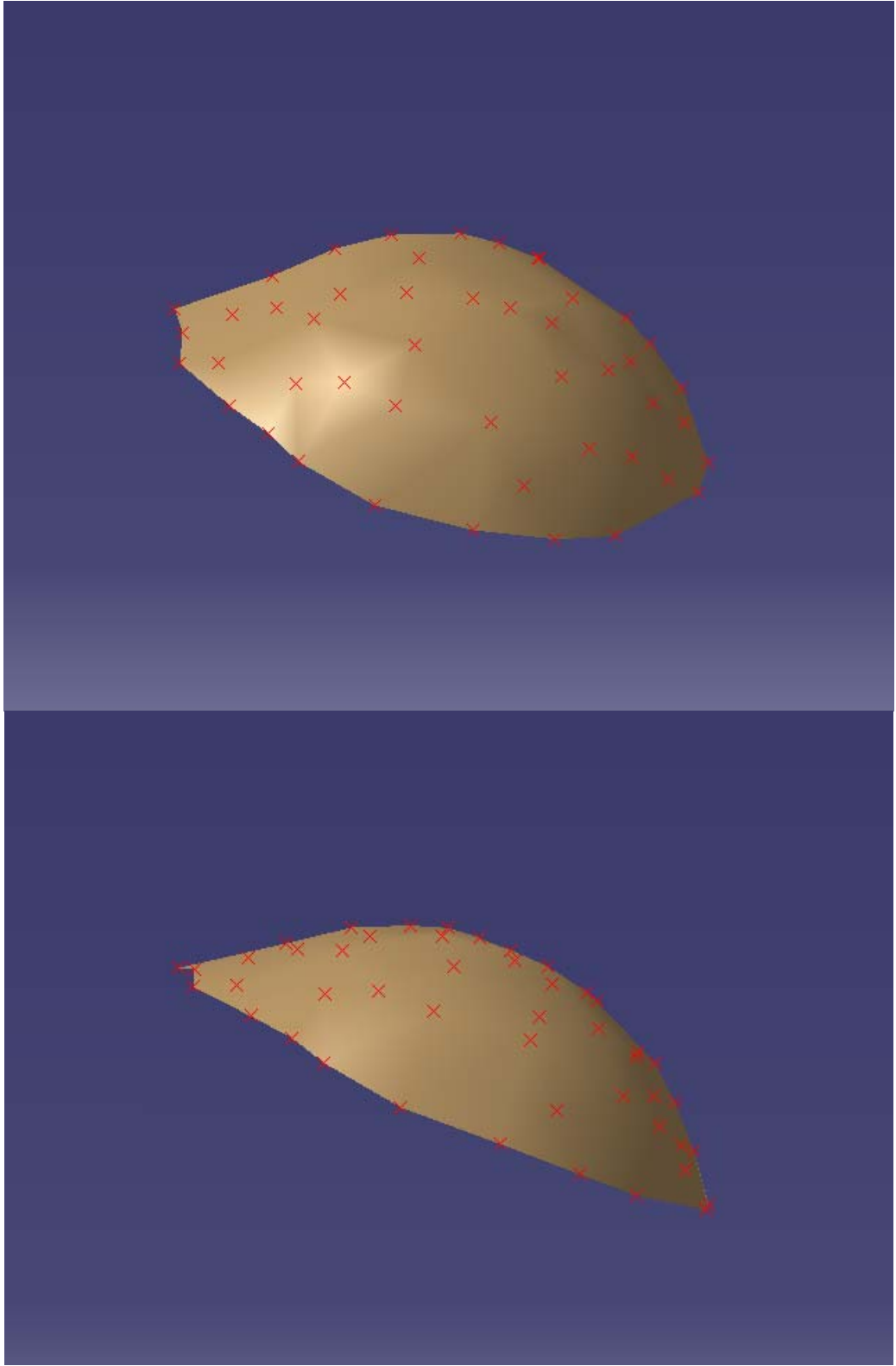


Şekil 6.30 Takip edilen ilk ve son görüntüler üzerinde belirlenen özellik elemanları.



Şekil 6.31 Modelleme yazılımına aktarılan 3B nokta bulutu.

CATIA modelleme yazılımı ortamına aktarılan nokta bulutu ile yüzey örüldü. Bu işlemin sonuçları Şekil 6.32’de görülmektedir.



Şekil 6.32 Elde edilen nokta bulutu ile CATIA ortamında yüzey örülmesi.

Bu pratik uygulama sonucunda, özellik elemanları olarak, yapıştırma endüstriyel hedef noktaları kullanmanın, ölçüm süresini ciddi anlamda uzattığı saptandı. Bunun yanında kısıtlı ortam ışığı altında yüksek performans sergileyen hedef noktaların eksiksiz olarak tespit

edildiği gözlemlendi. Ölçüm parçasına birer birer yapıştırılan hedef noktaları ile önceden kurgulanan sahnenin, neredeyse hiç kayıpsız olarak ölçülebildiği görüldü. Ölçüm noktaları üzerinde tam anlamıyla kontrol sağlanabildi. Daha az ölçüm noktası ihtiyacı olduğunda, bu yöntemin de kolaylıkla kullanılabilceği ispatlandı. Örnek olarak; iki düzlem arasındaki mesafenin ya da eğri bir yüzey üzerindeki kesitin elde edilmesi için kullanıldığında son derece verimli sonuçlar elde edilebilecektir.

7. SONUÇLAR

Tez çalışması dahilinde, bilgisayar ortamında, tersine mühendislik ile bir objenin üç boyutlu modelini oluşturabilmek için fotogrametri yönteminin kullanımı incelendi. Pratik, hızlı, ekonomik ve hassasiyeti yüksek veriler elde edebilen bu yöntemin endüstriyel alanlardaki kullanımı her geçen gün artmaktadır. Oysaki Türkiye’de konu hakkında yapılan araştırma ve çalışmalar çok kısıtlıdır. Yapılan çalışma ile yöntem hakkındaki temel konular irdelenerek, ileride yapılacak araştırmalara bir temel hazırlamak amaçlandı. Fotogrametrik yöntem diğer alternatif yöntemler ile kıyaslandı, olumlu ve olumsuz yönleri vurgulandı.

Tersine mühendislik uygulamalarında fotogrametrik yöntemi kullanabilmek için gerekli olan temel bir yazılım oluşturuldu. Geliştirilen örnek sistemin çalışma prensipleri basamak basamak irdelendi ve her adım için mevcut algoritmalar incelenerek, gerekiyorsa yenileri yazıldı.

Elde edilen sonuçlar, profesyonel bir fotogrametrik ölçüm sistemi ile karşılaştırıldığında kusursuz değildir. Elde edilen üç boyutlu bilgisayar modeli gerçeğine çok yakın olmasına karşın hassas üretim proseslerinde doğrudan kullanılacak kadar mükemmel olmayabilir ancak ölçüm hatalarını minimize edebilmek ve ölçüm hassasiyetini arttırabilmek için çeşitli geliştirme çalışmaları yapılabilir. Uygulama esnasında amatör bir kamera, kalibre edilerek kullanıldı. Sistem için daha uygun kameraların sonuçlar üzerindeki etkileri araştırılabilir. Matlab yazılımı ortamında hazırlanan kodlar, sadece temel algoritmaları içermektedir. Elde edilen verilerin, üç boyutlu uzaya aktarılması için geliştirilen algoritma pek fazla değişmeyecektir fakat özellik elemanlarının tespiti ve temel matrisin hesaplanması için ortaya konulan temel algoritmalar geliştirilmeye açıktır. Sadece bu algoritmalarla oynanarak daha iyi sonuçlar elde edilebilir. Hatta bazı algoritmalar, araştırmacılar tarafından başlı başına bir tez konusu olarak ele alınmaktadır. Tezin uygulama aşamasında tasarlanan sistem, yardımcı ölçüm hedef noktaları için basit bir düzenek kullanmaktadır. Ölçüm objesi üzerinde yapay özellik elemanları oluşturabilmek için ise bir projektör ile objenin üzerine belirli bir patern yansıtılmıştır. Tasarlanan bu sistem genel kullanım için, örnek teşkil etmesi amaçlanarak geliştirilmiştir. Birçok üretim prosesi için yeterli olabilecek, 0,3 mm hassasiyetlere ulaşılabilmiştir. Özel uygulamalar için çok daha verimli çalışacak, uygulamaya has sistemler geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Atkinson, K. B., "Close Range Photogrammetry and Machine Vision", Whittles Publishing, 2001.
- [2] Borutta, H., Piepe, J., "Deformation Analysis of Three Dimensional Photographic Point Fields", International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, 26 (5), sf. 165-175, Ottawa, 1986.
- [3] Bracewell, P. A., Klement, U. R., "The Use of Photogrammetry in Piping Design", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 197A (30), sf. 1-14, London, 1983.
- [4] Butler, C., "Investigation Into the Performance of Probes on Coordinate Measuring Machines", Industrial Metrology, Vol. 2, No. 1, sf. 59-70, 1991.
- [5] Canny, J. F., "A computational approach to edge detection", IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 8(6), sf. 679-698, 1986.
- [6] Fraser, C., Brown D. C., "Industrial Photogrammetry: New Developments and Recent Applications", Photogrammetric Record, 12 (68), sf. 197-216, 1986.
- [7] Gonzalez, R., Woods, R., "Digital Image Processing", Addison-Wesley, 1992.
- [8] Harris, C., Stephens, M., "A Combined Corner and Edge Detector", Alvey Conference, sf. 189-192, 1988.
- [9] Jarvis, R. A., "A Laser Time-of-Flight Range Scanner for Robotic Vision", IEEE PAMI, Vol. 5, No. 5, sf. 505-512, 1983.
- [10] Karara, H. M., "Non-Topographic Photogrammetry", American Society For Photogrammetry and Remote Sensing, Virginia, 1989.
- [11] Kramer, J., Schöler, H., "Photogrammetric Measurements of Piping Systems", International Archives of Photogrammetry, 23 (B3), sf. 445-453, Hamburg, 1980.
- [12] Kraus, K., "Photogrammetry Volume 1, Fundamentals and Standard Processes", Fred. Dümmers Verlag, Bonn, 1993.
- [13] Kruppa, E., "Zur Ermittlung eines Objektes aus zwei Perspektiven mit innerer Orientierung", Sitz.-Ber. Akad. Wiss., Math. Naturv., 1913.
- [14] Longuet-Higgins, H. C., "A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections", Nature, sf 133-135, 1981
- [15] Lucas, B., Kanade, T., "An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision", Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence, sf. 674-679, 1981.
- [16] Ma, Y., Soatto, S., Kosecka, J., Sastry, S. S., "An Invitation to 3D Vision", Springer,

USA, 2006.

- [17] Meyer, R., "The Present State in Industrial Photogrammetry", *Surveying News*, No.17, 1973.
- [18] Mikhail, M., Bethel, S., McGlone, J. C., "Introduction to Modern Photogrammetry", Jhon Wiley & Sons, Newyork, 2001.
- [19] Modjarred, A., "Non-Contact Measurement Using a Laser Scanning Probe", *Proceedings of the SPIE*, Vol. 1012, In-Process Optical Measurements, sf. 229-239, 1988.
- [20] Moring, I., Heikkinen, T., Myllyla, R., "Acquisition of Three- Dimensional Image Data by a Scanning Laser Range Finder", *Journal of Optical Engineering*, Vol. 28, No. 8, sf. 897-902, 1989.
- [21] Moss, J. P., Linney, A. D., Grindrod, S. R., Mosse, C. A., "A Laser Scanning System for the Measurement of Facial Surface Morphology", *Journal of Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 10, sf. 179-190, 1989.
- [22] Motavalli, S., Bidanda, B., "A Part Image Reconstruction System for Reverse Engineering of Design Modifications", *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 10, No. 5, sf. 383-395, 1991.
- [23] Sahoo, K. C., Menq, C. H., "Localization of 3-D Objects Having Complex Sculptured Surfaces Using Tactile Sensing and Surface Description", *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 113, sf. 85-92, 1991.
- [24] Sawhney, H. S., Kumar, R., "True multi-image alignment and its application to mosaicing and lens distortion correction", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21 (3), sf. 235-243, 1999.
- [25] Sherry, N., "Reverse Engineering of Automotive Parts Applying Laser Scanning and Structured Light Techniques", The University of Tennessee, Knoxville, 2005.
- [26] Szeliski, R., Shum, H. Y., "Creating full view panoramic image mosaics and environment maps", In *Proceedings of SIGGRAPH'97*, Volume 31, sf. 251-258, 1997
- [27] Tomasi, C., Kanade, T., "Shape and Motion From Image Streams Under Orthography", *Int. Journal of Computer Vision*, 9(2), sf. 137-154, 1992
- [28] Walh, M., "Photogrammetry at Regie Renault", *Photogrametric Record*, 11 (62), sf. 195-201, 1983.
- [29] Wang, Y. F., Aggarwal, J. K., "3D Object Description From Stripe Coding and Multiple Views", *Proceedings of the 5th Scandinavian Conference on Image Analysis*, Vol. 60, No. 6, sf. 669-680, 1987.
- [30] Welsh, N., "Photogrammetry in Engineering", *Photogrametric Record*, 12 (67): sf. 25-44, 1986.

- [31] Will, P. W., Pennington, K. S., "Grid Coding: A Novel Technique for Image Processing", Proceedings of the IEEE, Vol. 60, No. 6, sf. 669-680, 1972.
- [32] Wuescher, D. M., Boyer, K. L., "Robust Contour Decomposition Using a Constant Curvature Criterion", IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 13(1), sf. 41-51, 1991.
- [33] Xiong, Y. L., "Computer Aided Measurement of Profile Error of Complex Surfaces and Curves: Theory and Algorithm", International Journal of Machine Tools and Manufacturing, Vol. 30, No. 3, sf. 339-357, 1990.

İNTERNET KAYNAKLARI

<http://www.mathworks.com/>

<http://www.optical-metrology-centre.com/>

http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/

ÖZGEÇMİŞ

MURAT ÇETİNEL

29/03/1977, İZMİR

e-mail: muratcetinel@gmail.com

EĞİTİM

2005 –

Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul-TÜRKİYE
Yüksek Lisans-İmal Usülleri

1995 – 2000

Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul-TÜRKİYE
Lisans-Makina Mühendisliği

1993 – 1995

Atatürk Lisesi, İzmir-Türkiye
Matematik-Fen Bölümü

1989 – 1993

Özel Türk Koleji, İzmir-Türkiye
Matematik-Fen Bölümü

İŞ DENEYİMLERİ

09.2006-

TAI-TUSAŞ HAVACILIK VE UZAY SANAYİİ A.Ş.

- Yapısal Tasarım Bölümünde, Tasarım Mühendisi olarak çalışmaktayım.
- Çeşitli uçak modifikasyon projelerinde, Catia ve Unigraphics 3D modelleme araçlarını kullanarak, tasarım ve geliştirme aktivitelerini sürdürmekteyim.

01.2002 – 08.2006

MEGA DANIŞMANLIK TEMSİLCİLİK
DIŞ TİCARET LTD STİ

- CMM Uygulama mühendisi olarak görev yaptım.
- Kalite kontrol robotlarının bakım, onarım ve geliştirme teknikleri üzerine çalıştım.
- Yeni müşteriler için eğitimler düzenledim.
- İhtiyaç olduğunda CMM makinalarının kurulum ve kalibrasyonunu yaptım.
- DMIS dilinde imalat parçası ölçüm programları yazdım.