

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI YAPIDAKİ STEWART PLATFORM
MEKANİZMALARININ DÜZ ve TERS KİNEMATİK
ANALİZİ**

Makine Müh. Ahmet ÜNSAL

**FBE Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Vasfi Emre ÖMÜRLÜ

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Genel Hususlar	1
1.1.1 Paralel ve Seri Mekanizmalar	1
1.1.2 Paralel ve Seri Mekanizmaların Karşılaştırılması	2
1.1.3 Stewart Platform Mekanizması.....	3
1.2 Literatür İncelemesi.....	4
1.2.1 Stewart Platform Mekanizmasının Tarihsel Gelişimi ve Öneriler	4
1.2.2 Stewart Platform Mekanizmalarının Kullanım alanı	7
1.2.3 Tekillik ve Çalışma Uzayı Analizi	10
1.2.4 Mekanizmaların Mobilitesi.....	12
1.2.5 Kısıtlı Serbestlik Dereceli Mekanizmalar.....	13
1.3 Farklı Yapıdaki SPM İncelemesi.....	14
2. KİNEMATİK ANALİZ.....	15
3. FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN TERS KİNEMATİK ANALİZİ	16
4. 3-3 SPM DÜZ KİNEMATİK ANALİZİ.....	20
4.1 3-3 SPM Geometrik İncelemesi	21
4.2 3-3 SPM Düz Kinematik Analizi.....	22
4.3 3-3 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek	30
4.3.1 3-3 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek	30
4.3.2 3-3 SPM Düz Kinematik Analizi için Sayısal Örnek.....	31
5. 6-3 SPM DÜZ KİNEMATİK ANALİZİ.....	33
5.1 6-3 SPM Geometrik İncelenmesi	34
5.2 6-3 SPM Düz Kinematik Analizi.....	35
5.3 6-3 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek	42
5.3.1 6-3 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek	42

5.3.2	6-3 SPM Düz Kinematik Analiz için Sayısal Örnek	43
6.	6-6 SPM KİNEMATİK ANALİZİ	45
6.1	6-6 SPM Geometrik İncelenmesi	46
6.2	6-6 SPM Düz Kinematik Analizi	48
6.3	6-6 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek	59
6.3.1	6-6 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek	59
6.3.2	6-6 SPM Düz Kinematik Analiz için Sayısal Örnek	60
7.	FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN GENELLEŞTİRİLMİŞ DÜZ KİNEMATİK ALGORİTMASI	62
8.	FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN ÇALIŞMA UZAYI ANALİZİ	65
9.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	68
	KAYNAKLAR	69
	EKLER	71
	Ek1 Farklı Yapıdaki Stewart Platform Mekanizmalarının Ters Kinematik Analizi Matlab-Simmechanics m-file	72
	Ek2 D_i , E_i , F_i ve G_i , H_i , I_i açık ifadeleri	75
	Ek3 K_i açık ifadeleri	75
	Ek4 D_{i1} , D_{i2} , E_{i1} , E_{i2} , F_{i1} , F_{i2} ve G_{i1} , G_{i2} , H_{i1} , H_{i2} , I_{i1} , I_{i2} açık ifadeleri	76
	Ek5 K_{i1} ve K_{i2} açık ifadeler	78
	Ek6 3-3 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi	80
	Ek7 3-3 SPM' nin Maple' da Düz Kinematik Analizi	81
	Ek8 6-3 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi	87
	Ek9 6-3 SPM' nin Maple' da Düz Kinematik Analizi	88
	Ek10 6-6 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi	94
	Ek11 6-6 SPM' nin Maple' da Düz Kinematik Analizi	96
	Ek12 Farklı Yapıdaki SPM' nin Çalışma Uzayı Analizi- Matlab-SimMechanics m-file	106
	ÖZGEÇMİŞ	110

SİMGE LİSTESİ

R	Dönme matrisi
R_x	x eksenini etrafında dönme matrisi
R_y	y eksenini etrafında dönme matrisi
R_z	z eksenini etrafında dönme matrisi
t	Öteleme vektörü
α	Hareketli platformdaki eksen takımının sabit platformdaki eksen takımına göre x eksenini etrafında dönme açısı
β	Hareketli platformdaki eksen takımının sabit platformdaki eksen takımına göre y eksenini etrafında dönme açısı
γ	Hareketli platformdaki eksen takımının sabit platformdaki eksen takımına göre z eksenini etrafında dönme açısı
P_i	Üst platformun köşelerinin tabandaki sabit eksen takımına göre konumu
p_i	Üst platformun köşelerinin hareketli platformdaki eksen takımına göre olan konumu
B_j	Alt platformun köşe noktaları
L_i	Bacak boyları
a, b, c	Alt platforma ait kenar uzunlukları
b_1, b_2, b_3	Üst platformun kenar uzunlukları
O_i	İkişerli birleştirilen bacakların oluşturduğu düzlemin içinde, üst bağlantı noktalarının bacakları birleştiren doğrular üzerindeki iz düşüm noktaları
m_i	O_i noktalarını bacak bağlantı noktalarına birleştiren vektör
r_i, s_i, t_i	O_i noktalarının alt platformun köşe noktalarına olan uzaklığı
ω_i	m_i ' lere ait birim vektörler
ϕ_i	m_i ' lerin taban düzlemi ile yaptığı açılar
β_i	O_i noktalarını referans eksen takımının merkezine birleştiren doğrunun x eksenini ile yaptığı açılar
x_i	$\tan\left(\frac{\phi_i}{2}\right)$
G	Hareketli üst platformun ağırlık merkezinin referans eksen takımına göre konumu

KISALTMA LİSTESİ

PM	Paralel Mekanizma
SD	Serbestlik Derecesi
SPM	Stewart Platform Mekanizması
SPS	Küresel-Prizmatik-Küresel Mafsallı
UPS	Üniversal-Prizmatik-Küresel Mafsallı

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Robot uygulamasında kullanılan hibrit mekanizması	1
Şekil 1.2 Stewart Platform Mekanizmasının üstten ve yandan görünüşü	4
Şekil 1.3 Stewart' ın önerdiği paralel mekanizma mimarisi	6
Şekil 1.4 Bir paralel mekanizma önerisi	7
Şekil 1.5 Örnek bir uçuş simülatörü	8
Şekil 1.6 Önerilen bir paralel mekanizma mimarisi	11
Şekil 1.7 6 temel birleşme noktası çeşidi	12
Şekil 1.8 6-UPS Stewart Platform mekanizması	14
Şekil 3.1 3-3 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model	16
Şekil 3.2 6-3 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model	17
Şekil 3.3 6-6 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model	17
Şekil 3.4 Farklı yapıdaki SPM' nin bir bacağı	19
Şekil 4.1 3-3 SPM	20
Şekil 4.2 3-3 SPM' nin kinematik eşdeğeri	21
Şekil 4.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları	22
Şekil 4.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı	24
Şekil 4.5 w vektörlerinin tanımı	25
Şekil 5.1 6-3 SPM	33
Şekil 5.2 Hesaplama da kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları	34
Şekil 5.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları	35
Şekil 5.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı	36
Şekil 6.1 6-6 SPM	45
Şekil 6.2 Düşünülen her iki sistem için hesaplamada kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları	46
Şekil 6.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları	48
Şekil 6.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı	50
Şekil 8.1 3-3 SPM' nin çalışma uzayı analizi	65
Şekil 8.2 6-3 SPM' nin çalışma uzayı analizi	66
Şekil 8.3 6-6 SPM' nin çalışma uzayı analizi	66

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 1.1 Paralel mekanizma tasarım hedefleri	5
Çizelge 4.1 3-3 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları	30
Çizelge 4.2 3-3 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri	31
Çizelge 4.3 3-3 SPM Üst platformun kenar uzunlukları	31
Çizelge 5.1 6-3 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları	42
Çizelge 5.2 6-3 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri	42
Çizelge 5.3 6-3 SPM Üst platformun kenar uzunlukları	43
Çizelge 6.1 6-6 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları	59
Çizelge 6.2 6-6 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri	59
Çizelge 6.3 6-6 SPM Üst platformun kenar uzunlukları	60

ÖNSÖZ

Stewart Platform Mekanizmasının ortaya çıkması havacılık sektöründe simülâtör amaçlı kullanımıyla sağlamıştır. Zamanla yapılan önemli katkılar Stewart Platform Mekanizmalarını popüler bir araştırma konusu haline getirmiştir. Stewart Platform Mekanizmaları uzay araştırmalarından deniz altı araştırmalarına, mikro cerrahiden mikro montaja, bilgisayar sektöründen robotlara, yapı sektöründen simülâtör dizaynına kadar çok geniş bir kullanım yelpazesine sahiptir. Bütün bu araştırmalar ile birlikte çok sayıda ve farklı yapıda SPM doğmuştur. Bu incelemenin daha iyi anlaşılabilmesi için bazı genelleştirilmelere gidilmiştir. Son yıllarda SPM' nin kinematiği ve çalışma uzayı üzerinde yapılan çalışmalar SPM' nin yapısının ve uzaydaki hareketinin iyi bir şekilde anlaşılmasını sağlamıştır.

Bu çalışmada farklı yapıdaki SPM' nin düz ve ters kinematik analizi teorik olarak ifade edildikten sonra Maple ve Matlab-SimMechanics programları kullanılarak sayısal örnekler hesaplanmıştır. Farklı yapıdaki SPM' nin düz kinematik analizi için ortak bir algoritma geliştirilmiş ve bu sayede çalışma uzaylarının belirlenmesinde genel bir yaklaşım oluşturulmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde büyük katkıları olan ve bana her aşamasında cesaret veren danışmanım sayın Yrd. Doc. Dr. Vasfi Emre Ömürlü' ye ve Maple ile Matlab programlarında bana yardımcı olan Y. Müh. İbrahim Yıldız' a teşekkür ederim.

Son olarak çalışmalarım sırasında beni destekleyen eşime ve aileme teşekkür ederim.

ÖZET

Stewart Platform Mekanizması (SPM), boyları değişebilen altı adet bacak ile birbirine bağlanmış iki taşıyıcı platformdan oluşan altı serbestlik dereceli bir paralel mekanizmadır. Bu paralel mekanizmanın yapısı 1965’ de D. Stewart tarafından uçuş simülatörü olarak sunulan mekanizmanın genelleştirilmesi ile elde edilmiştir.

Bu tezde başlangıçta konunun daha iyi anlaşılması amacı ile genel hususlardan bahsedilmiştir. Paralel ve seri mekanizmalar tarif edildikten sonra birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Paralel mekanizmaların özel bir hali olan SPM’ sı tanımlandıktan sonra literatür incelemesi açıklanmıştır.

Farklı yapıdaki SPM olarak 3-3, 6-3 ve 6-6 SPM incelenmiştir. Her üç yapı için ters kinematik analiz teorik olarak ifade edildikten sonra Maple ve Matlab – Simmechanics programları yardımı sayısal örnekler verilmiştir. Farklı yapıdaki SPM için sırasıyla düz kinematik analiz teorik olarak ifade edilmiştir. Daha sonra yine Maple programından faydalanılarak sayısal örnekler verilmiştir. Farklı yapıdaki SPM’ inin düz kinematik analizinde genelleştirilmiş bir çözüm fonksiyonu elde edilebilecek algoritma tasarlanmıştır. Bu sayede çalışma uzaylarının belirlenmesinde genel bir yaklaşım oluşturulmaya çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: SPM, Stewart Platform Mekanizması, Farklı yapıdaki SPM’ inin düz ve ters kinematik analizi, Farklı yapıdaki SPM’ inin düz kinematik analiz için genelleştirilmiş algoritması, Çalışma uzayı analizi.

ABSTRACT

The Stewart Platform Mechanism (SPM) is a six-degree-of-freedom parallel mechanism with two bodies connected by six extensible legs. This parallel manipulating structure is obtained from generalization of the mechanism originally proposed by D. Stewart as a flight simulator in 1965.

In this thesis, it was mentioned from general rules for better understanding of subjects. Parallel and series manipulators were explained and they were compared between each others. SPM which is a special kind of Parallel Mechanism was explained. Literature about SPM was reviewed. Development history and pioneering works were mentioned.

It was studied on different kinds of SPMs which are 3-3, 6-3, and 6-6 SPM. For all of them, inverse kinematic analysis was expressed theoretically at one time. For each of them forward kinematic analyses were expressed theoretically. And then, It was indicated numerical examples which are made with Maple and Matlab-SimMechanics software programs for each of them. It was designed algorithm to get general solution function for different kinds of SPMs. So, it can be studied on general approach to define workspace of SPMs.

Keywords: SPM, Stewart Platform Mechanism, Forward and inverse kinematic analyses of different kinds of SPMs, General algorithms, Workspace analysis.

1. GİRİŞ

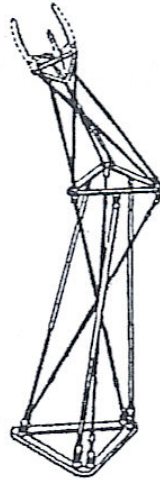
1.1 Genel Hususlar

1.1.1 Paralel ve Seri Mekanizmalar

İnsanoğlunun hızla gelişen ihtiyaçları sonucunda ortaya çıkan robotik teknolojisi ve bilimi, başlangıçta robot olarak seri mekanizmaları kullanmaya yönelmiştir. Geleneksel endüstriyel robotlar, seri bağlanmış bağlardan oluşan açık döngülü mekanizmalardır. İnsan koluna benzeyen bu yapılar, insan kolunun avantaj ve dezavantajlarına sahiptirler.

Paralel mekanizmalar, uç platformun tabana en az iki bağımsız kinematik bağ ile bağlandığı mekanizmalardır. Paralel mekanizmalar ortak bir platforma paralel olarak bağlanmış bağlardan meydana gelir. Bu mekanizmalar tabana ve hareketli platforma eklemlerle bağlıdır. Bağlardaki prizmatik eyleyiciler bağların boyunu değiştirir. Bir başka deyişle; paralel mekanizmalar bir veya daha fazla kapalı döngü içeren ve bağlarının yalnızca bir kaç eyleyiciler tarafından hareket ettirilen zincirlerdir. Bu tür kinematik zincirlerin en ünlüsü Stewart'ın geliştirdiği mekanizmanın modifiye edilmiş halidir (Bhaskar Dasgupta-1998).

Paralel ve seri mekanizmaların bir arada kullanıldığı mekanizmalar da mevcuttur ve bunlara hibrit mekanizmaları denir (Elmas Anlı, Hüseyin Alp-2005). Seri mekanizmalara göre birliktelik basit çözümler verirken paralel mekanizmalara göre birliktelik önemli sorunlar yaşanmasına neden olabilir.



Şekil 1.1 Robot uygulamasında kullanılan hibrit mekanizması

1.1.2 Paralel ve Seri Mekanizmaların Karşılaştırılması

Mekanik sistemlerin analizi ve gösteriminde faydalanılmak üzere iki teorem uygulanır (Bhaskar Dasgupta-1998). Rijit parçanın genel yer değiştirmesi vida etrafında dönme ve rijit parçanın genel kuvvet sistemi vida etrafında burkulma olarak tanımlanır. Bu vida teorisinin en önemli özelliklerinden biri sürekli kinematik ve statik arasındaki karşılıklı durum ve birlikteliği açıkça göstermesidir. Bu teorem aynı zamanda seri ve paralel mekanizmalar arasındaki farklılığı da gözler önüne serer. Seri mekanizmalardaki düz kinematik analiz kolay sayılabilecekken ters kinematik denklemlerin çözümü nonlineer sistemlerin çözümünü zorunlu kıldığından oldukça zordur. Buna karşılık paralel sistemlerde ters kinematik denklemlerin çözümü kolayken düz kinematik denklemlerin çözümü karmaşıktır. Statik durumda olay tam terstir. Düz kuvvet çevrimi paralel mekanizmalarda kolayken ters kuvvet çevrimi oldukça zordur. Aynı mantık seri mekanizmalar içinde yürütülürse ters kuvvet çevrimi seri mekanizmalar için kolayken düz kuvvet çevrimi zordur. Yukarıda sayılan farklılıklar mekanizmaların genel bütünlüğü içinde ele alınmalıdır. Çünkü paralel mekanizmaların her bir ayağı bir seri mekanizma olarak değerlendirilebilir.

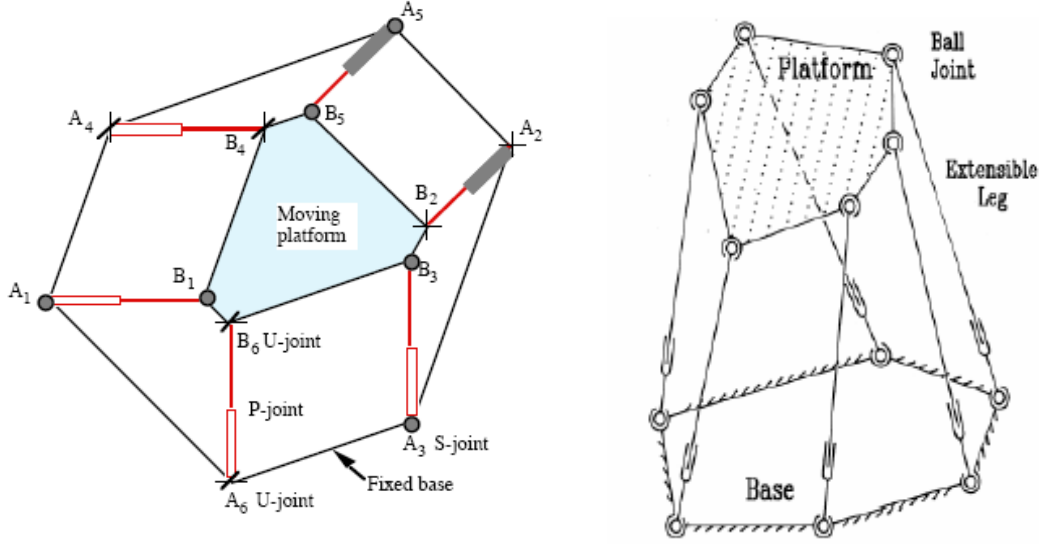
Paralel ve seri mekanizmalar karşılaştırıldığında her iki sistemin de avantajlara ve dezavantajlara sahip olduğu görülür. Seri bağlı mekanizmaların uzanabildikleri mesafe ve çalışma uzayları paralel mekanizmalardan daha yüksek olmasına rağmen dinamik özellikleri karşılaştırıldığında paralel bağlıların daha üstün oldukları görülür. Tekillikler çalışma uzayı içinde mekanizmanın kontrol edilemediği konumlar şeklinde ifade edilir. Seri mekanizmalarda tekillik serbestlik derecesi azalmasında ve kısmi kilitlenmelerde meydana gelir. Bunlara ilave olarak seri mekanizmalarda açık döngülü yapılarından dolayı eyleyici hataları toplanarak uca doğru büyük bir hata verir. Mekanizmaları kapalı döngülü ve açık döngülü olarak sınıflandırmanın seri ve paralel olarak sınıflandırmayla aynı olmadığını çeşitli çalışmalarda belirtilmiştir. Açık döngülü mekanizmalar her zaman seri olmalarına rağmen kapalı döngülü mekanizmalar paralel olabildikleri gibi seri de olabilirler. Bir serbestlik dereceli kapalı döngülü mekanizmalar seridirler. Öte yandan seri mekanizmalar fazla rijit değildir ve düşük doğal frekanslara sahiptir. Bu özelliklerinden dolayı yüksek hızda ve yüksek yükler altındaki performansları düşüktür. Seri mekanizmalarda zemine bağlı bağlardan uca doğru tüm bağlar, hem kendinden önceki bağ ve motorların ağırlığını taşıyabilecek kadar büyük olmalı, hem de istenilen hassasiyeti sağlamalıdır. Bu sebepten eyleyicilerin boyut ve

ağırlığının artmasına, dolayısıyla da yüksek hız ve yükleme gerektiren işlemlerde mekanizmanın dinamik performansının düşmesine sebep olur. Seri mekanizmalar ağır yüklerde ve hızlı titreşimlerde burkulma eğilimindedirler. Yapılan araştırmalarda paralel mekanizmaların üstünlükleri ile ilgili birçok bilgi verilmiştir. Rijitlik ve hassasiyet bakımından daha üstün oldukları için ve doğal frekansları ile kuvvet/ağırlık oranları yüksek olduğundan dinamik yüklemenin yüksek, hız ve hassasiyetin önemli durumlarda paralel mekanizmalar tercih edilir. Paralel mekanizmalarda tekillik ise serbestlik derecesinin artmasında veya kontrol edilemezlikle kendini gösterir. Seri mekanizmalardan farklı olarak bağlardan yalnızca bir kaçı eyleyiciler tarafından hareket ettirilir. Eyleyiciler tabana monte edilmiş olduğundan hareketli parçaların ağırlığı da düşüktür. Ayrıca, kapalı döngü yapılarından dolayı eyleyici hataları uca doğru eklenerek büyümaz. Farkları özetlemek gerekirse, kapalı döngü yapıdan dolayı paralel mekanizmalar aynı boyut ve ağırlığındaki seri mekanizmalara göre daha rijittir, ve 6 eyleyicinin de kuvvet bileşenleri eklendiği için çıkış kuvveti/manipülator ağırlığı oranı seri manipülatorlerden bir merteye büyüktür. Bütün bu özellikler göz önüne alındığında paralel mekanizmaların simülasyonlarda kullanımının son derece uygun olduğu görülür. Bunun karşılığında ise paralel mekanizmaların çalışma uzayı küçüktür, tasarımı, kinematiği ve kontrolü karmaşıktır. Dasgupta ve Mruthyunjaya (1998) yüksek yük taşıma ve hassasiyet gereken uygulamalarda paralel mekanizma kullanımının biyolojik hayatta da yer aldığını söyleyerek bu tezlerine örnekler vermişlerdir. Buna göre, yük taşımacılığında kullanılan hayvanların ikiden fazla ayağı vardır, böylece iki ayaklı insanlara göre daha kararlıdır, ağır yük taşımak gerektiğinde insanlar iki kollarını birden kullanırlar ve yazı yazarken gereken hassasiyetten dolayı parmaklar paralel çalışırlar.

1.1.3 Stewart Platform Mekanizması

Stewart Platform Mekanizmalarının doğuşu D. Stewart'ın (Elmas Anlı, Hüseyin Alp-2005) paralel mekanizmaların uçuş simülasyonlarında kullanılması fikrini ilk olarak ortaya atmasıyla başlamıştır. SPM özel bir paralel mekanizmadır. Stewart platform mekanizması (SPM) , kontrol edilebilir 6 serbestlik derecesine sahiptir. Tipik bir SPM, her biri tabana bağlı bir eyleyici ile hareket eden, boyları değişebilen 6 bacak vasıtasıyla birbirine bağlı rijit bir hareketli platform ve bir hareketsiz rijit platformdan oluşmaktadır. Aynı zamanda üst platformun sabit ve alt tabanın hareketli olduğu uygulamalarda vardır. Bu tip uygulamalar petrol platformları ve helikopterlerle ağır yüklerin taşınması sırasında kullanılır. Platformları birbirine bağlayan, boyları değişebilen ayaklar bir pistondan oluşabileceği gibi, birbirine

mafsallarla bağlanmış bir dizi elemandan da oluşabilir. Alt taraftaki bağlantı noktaları eş düzlemlili olabileceği gibi, farklı düzlemlerde de olabilir. Eş düzlemlili olmayan bağlantının kinematik çözümü için ekstra algılayıcılar gerekmektedir. Literatürde genellikle bacakların alt ve üst taraftan eş düzlemlili olarak bağlandığı yapılar incelenmiştir. (Şekil 1.2)



Şekil 1.2 Stewart Platform Mekanizmasının üstten ve yandan görünüşü

Literatürde bu mekanizmaya Stewart platformu dendiği gibi, tam paralel hal alması Gough'nun önerisiyle olduğundan mekanizmaya Gough-Stewart platformu da denmektedir, Ancak paralel bir mekanizmanın uzayda 3 yönde ötelenme 3 yönde dönme hareketi yaparak uçuş simülatorü olarak kullanılma fikrini ilk ortaya atan kişi Stewart olduğundan SPM ismi daha yaygındır.

1.2 Literatür İncelemesi

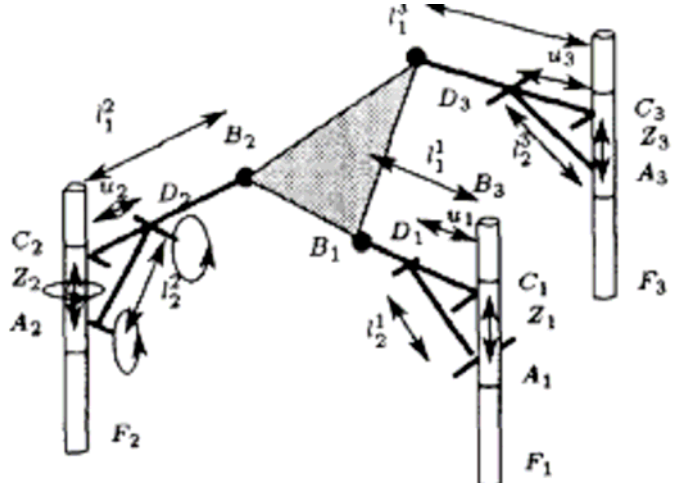
1.2.1 Stewart Platform Mekanizmasının Tarihsel Gelişimi ve Öneriler

Stewart'ın paralel mekanizmaların uçuş simülatorlerinde kullanılması fikrindeki mekanizma, günümüzde Stewart platformu olarak anılan mekanizmadan biraz farklıdır. Ortaya atılan mekanizma, 6 serbestlik dereceli ve her biri zeminle bağlantılı 6 motora sahip bir mekanizmaydı. Bu mekanizmada üçgen biçimli hareketli üst platform, küresel mafsallarla bacaklara bağlıydı. Stewart'ın tasarım aşamasında dikkate aldığı noktalar çizelge 1'de özetlenmiştir.

Çizelge 1.1 Paralel mekanizma tasarım hedefleri

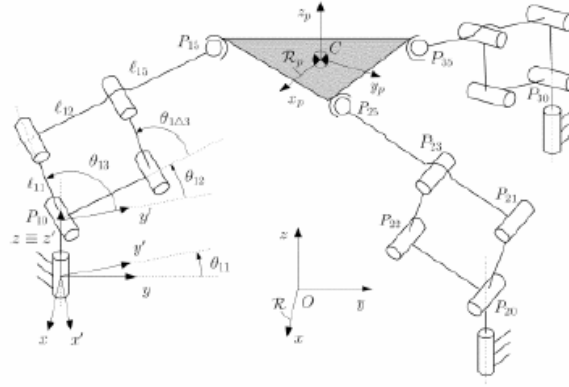
Tasarım Hedefi	Amaç
(1) 6'dan fazla motor kullanmamak	Fazla serbestlik derecesini önlemek ve maliyeti düşürmek
(2) Her motorun zeminle bağlantılı olması	Motorların birbiriyle etkileşimini önlemek
(3) Her motorun direk olarak aynı yüke etki etmesi	Belirli bir güç kaynağı için maksimum performans elde etmek
(4) Yük/yapısal ağırlık oranını yükseltmek	Mevcut güçten maksimum verim elde etmek
(5) Her motorun bir hareketle ilişkilendirilmesi	Kontrol kolaylığı
(6) Sürtünmeyi düşürmek	Güç kayıplarını düşürmek ve sistemden gelen yanıtı yükseltmek

Sonuçta her motorun yalnızca bir hareketle ilişkilendirilmesi gerçekleştirilememiş ve bu fikirden vazgeçilmiştir. Neticede, üç doğrusal üç açısız yönde tek tek veya bunların herhangi bir kombinasyonunda hareket edebilen bir paralel mekanizma tasarlanmıştır. Bu mekanizma, üçgen şeklinde bir üst platform, kendisine küresel mafsallarla tutturulmuş, boyları değişebilen üç ayak ve bu ayaklara iki eksenli açısız hareket veren diğer üç ayaktan oluşmakta idi. (Şekil 1.3) Üçgen biçimli hareketli platform her köşesinden 3 eksenli dönel mafsallarla bacaklara, bacaklar da 2 eksenli mafsallarla zemine bağlanmışlardır. Bu 2 eksenli mafsalın eksenlerinden biri kontrol edilebilir, diğeri ise kontrol edilemez. Ayrıca, her bacak prizmatik eksenler vasıtasıyla boyunu değiştirme kontrolüne de sahiptir. (Şekil 1.3) Stewart, bu mekanizmanın kontrol edilebilir eksenleri aktifken 6 serbestlik derecesinin de kontrol edilebileceğini, bu elemanlar sabitken platformun da sabit bir konumda kalacağını belirtmiş, eklemler aktifken ve kilitliyen sistemin mobilitesini hesaplayıp ispatlamıştır. Geometriden faydalanarak lineer ve açısız hareketi platformun köşe noktalarının koordinatlarıyla ilişkilendiren Stewart, son olarak da çeşitli tasarım önerileri vererek bacakların hidrolik jaklar, vida jakları, dönel eyleyiciler veya kaldıraçlarla hareket ettirilebileceğini eklemiştir. Bu çalışmanın ardından yazarla pek çok yazışma yapılmıştır. Bunlardan V.E. Gough'nun yorumu en önemlisidir. Çünkü, Whitehall ile birlikte altı adet lineer ve paralel ayak içeren bir platformu otomobil lastiği testlerinde kullandıklarını söyleyen Gough, altı eyleyicinin de paralel çalışmasını önermiş, böylece mekanizma günümüzdeki tam paralel halini almıştır (Bhaskar Dasgupta-1998).



Şekil 1.3 Stewart'ın önerdiği paralel mekanizma mimarisi

Zamanla yapılan önemli katkılar, paralel mekanizmaları popüler araştırma konusu haline getirmiştir. SPM 1980'lerde robotik alanındaki popüler araştırma konuları arasına girmiştir. 1990'larda bu konu ile ilgilenen araştırmacı sayısı oldukça artmıştır. Robotlardaki uygulamaları için kinematik yapıları araştırılmış yeni metotlar bulunmuştur. Bo Zhang yaptığı çalışmada paralel mekanizmalarda kuvvet kontrolü için yeni bir dizayn öngörmüştür. Üst platforma yük konulmuş ve üst platform ve taban arasında bulunan bacak boylarındaki değişimler ölçülmüştür. Böylece üst platformun pozisyonu hesaplanmıştır. Birçok farklı optimizasyon yöntemleri kullanılarak SPM geliştirilmiştir. Hesaplanabilir kaynaklar sınırlıysa basitlik önemlidir. Öte yandan robotların kolay montajı, sorunlardan uzak tutulması veya tekillikleri gidermek önemliyse optimizasyon kriterleri kullanılır. Merlet SPM'nin optimizasyon problemi üzerinde çalışmış ve mekanizmanın yapısına bağlı olarak 48 optimizasyon parametresi olduğunu göstermiştir. Bu parametreler üst ve taban platformlarının koordinatları ile bacak boyları ve bacak boylarındaki değişime bağlıdır. Bu optimizasyonun amacı doğruluğu, rijitliği ve hareketli platformun kuvvet çıkışını maksimize etmektir. Yapılan araştırmalar optimizasyon metodu kullanılarak modifiye edilmiş SPM'nin sağladıkları avantajların, %30 mekanizmayı iyileştirdiğini göstermektedir (Robert-1993). Monsarrat ve Gasselin yeni bir 6 SD tripod mekanizması tasarlamıştır. Bu mekanizma her bacağında 5 ekleme sahiptir. Böylece mekanizma, bekleme anında herhangi bir kuvvet veya momente ihtiyaç duymaz (Şekil 1.4).

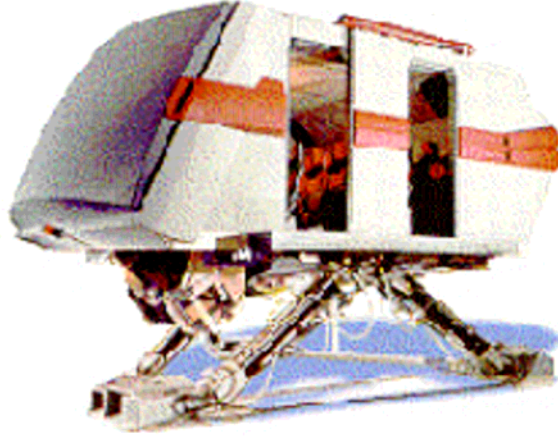


Şekil 1.4 Bir paralel mekanizma önerisi

1.2.2 Stewart Platform Mekanizmalarının Kullanım alanı

Stewart Platform Mekanizmalarının artan araştırmalar ile beraber çok geniş kullanım alanları ortaya çıkmıştır. Uzay araştırmalarından deniz altı araştırmalarına, mikro cerrahiden mikro montaja, bilgisayar sektöründen robotlara, yapı sektöründen simülasyon dizaynına kadar kullanım yelpazesi çok geniştir.

Stewart Platformunun ortaya çıkmasını sağlayan havacılık sektöründeki kullanımınıdır. Havacılık sahasında pilotların eğitimi önemli hususlardan biridir. Pilot adaylarının, uçuş eğitimine başlamadan önce, öğrendikleri bilgileri, uçuş eğitimi vermek için tasarlanmış çeşitli simülasyonlarda uygulayarak tecrübe kazanmaları gerekmektedir. Bu sebeple günümüzde askeri ve sivil sahada çeşitli uçaklara ait simülasyonlar yoğun olarak kullanılmaktadır. Örnek bir uçuş simülasyonu Şekil 1.5 de verilmiştir. Simülasyonların pilot adaylarının yetiştirilmesinde kullanılması, adayların ileride kullanacakları uçaklardaki maddi ve manevi kayıpları azaltmaktadır.



Şekil 1.5 Örnek bir uçuş simülatörü

Uçuş eğitimi için kullanılan simülatörlerde, pilot adayının öteleme ve dönme hareketlerini gerçeğe yakın bir şekilde algılaması çok önemlidir (Elmas Anlı, Hüseyin Alp-2005). Bu hareketlerden bazıları görsel olarak sağlanmaktadır. İnsan vücudunun algılaması gereken değişiklikler ise simülatörün alt kısmında bulunan ve pilot adayının verdiği komutlara göre cevap veren bir paralel mekanizma ile sağlanır.

SPM' nin avantajları ve nominal geometrisine bağlı doğruluğu yapı sektöründe kullanılmasını sağlamıştır. Uniform olarak kontrol edilebilme kabiliyeti, uniform olarak bütün yönlerde katılığı ve basit mekanik dizaynı önemli avantajlarıdır. Gough tarafından bulunan kübik konfigürasyonu sayesinde yapılarda titreşim sönümleyici olarak kullanılırlar (Ahmed Abu-2003).

Bir objeyi hareket ettirebilmek için ivmeye ihtiyaç olduğu kaçınılmaz bir gerçektir. Fakat çoğu durumlarda (sıvıların, hasar görme ihtimali olan cisimlerin taşınması) ivmenin sönümlenmesi gerekir. Stewart platformları araç veya uçak simülatöründeki kullanım amacı olan kullanıcıya gerçek kuvveti ivme ile hissettirmek için tasarlanmıştır. Bunun ters kullanımında hareketli robotlarda ivme sönümlenebilir. SPM' leri her yönde ivmenin sönümlenmesine izin verir. Sıvılar gibi yürümeyen hareket sistemleri ile iletilmesi ile birlikte şok etkisine maruz kalıp hasara uğrayabilecek cisimlerin hareket ettirilmesinde SPM' nin ivmenin sönümlenme etkisinden yararlanır. Tıp alanındaki uygulamalardan omurgasında ciddi hasar görmüş bir hastanın taşınmasında bu mekanizmanın kullanılması bu duruma en iyi

bir örnektir (Renk Graf-1997). SPM' larının tıp alanında kullanımı sadece bu örnekle kısıtlı değildir. Kapalı ameliyatlara göre hastanedeki kalma süresinin ve rehabilitasyon süresinin kısaltılması ile kozmetik avantajlarından dolayı acının azaltılması ve travma olasılığının düşük olması nedeniyle daha avantajlıdır. Bunun için uygun aygıt paralel mekanizmalar ile sağlanır (Ulrich Seibold). Çok hassas ameliyatlara olan açık kalp ameliyatlarında da Stewart Platformları kullanılır (Zoran Lazarevic). SPM larının sağlık alanında kullanımı gün geçtikçe artmaktadır. İnsan sağlığının korunması için çeşitli mekanizmalar tasarlanmaktadır. Örneğin, yürüyüş yapabilmek için ufak boyuttaki robotlar tasarlanmıştır. Fakat yapılan çalışmalar sonunda hala bu konu üzerinde alınacak daha çok mesafenin olduğunu göstermektedir R.F. (Boian-2005). Simülatördeki yürüyüş hızı normal yürüyüş hızından daha yavaştır. Çünkü PM larının doğası gereği daha limitli bir çalışma alanı vardır.

İlk zamanlardan beri insan sağlığı açısından radyoaktif malzemelerin temasında uzaktan temas işlemi kullanılmış ve bu tele operasyon işlemi SPM' ları kullanılarak geliştirilmiştir. SPM ları el ile kuvvet yansıtılmalı el kontrolünde kullanılmış böylece küçük çalışma alanı dezavantajı ortadan kaldırılarak SPM' larının tüm avantajlarından yararlanılmıştır (L. Stocco-1996).

Aselsan tarafından yapılan projede tankın stabilizasyon testlerini yapmak için kullanılacak bir hidrolik hareket simülatörünün tasarımında paralel mekanizmalar kullanılmıştır (H. Ersel ÖNER). Stabilizasyon testleri günümüz teknolojisinde tanklar için atış performansı durarak yapılan atışlarla değil, tank hareket halindeyken yapılan atışlarla ölçülmektedir. Tank hareket halindeyken atış yapılabilmesi amacıyla namlu stabilizasyon sistemi bulunmaktadır. Stabilizasyon sistemi, tank hangi konum değişimlerine uğrarsa uğrarsın namlunun yere göre açısal konumunun sabit kalmasını sağlar. Bir başka deyişle, stabilize olmayan sistemde namlunun yere göre açısal konumunun sabit kalabilmesi için operatörün müdahalesi gerekirken, stabilize sistemde kontrol algoritması sayesinde böyle bir müdahaleye gerek kalmamakta böylece hedefin takip edilmesi kolaylaşmaktadır. stabilizasyon hassasiyeti testlerinin laboratuvar ortamında yapılabilmesi ve bu sayede daha az kaynak kullanılarak daha kısa zamanda stabilizasyon performansı geliştirme çalışmalarının tamamlanabilmesi için hidrolik bir hareket simülatörü geliştirilmiştir. Bu simülatör sayesinde sinüs parkurlarından

geçerken kule üzerinde oluşan bozucu açısal hızların simüle edilmesi mümkün olmuştur.

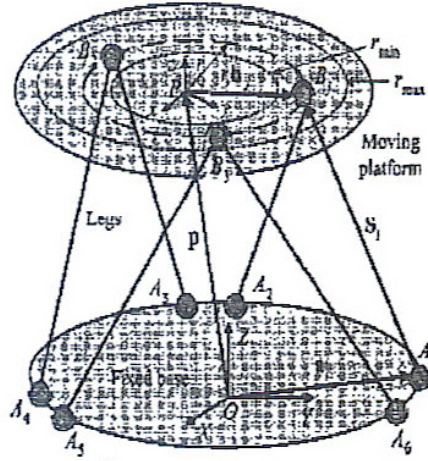
Su altındaki uygulamalarda tam ve kesin bir pozisyonlamaya ihtiyaç duyulduğu için SPM ları kullanılır. Araştırmalarda kullanılan SPM larının su altındaki pozisyon kontrolünün çok yüksek doğrulukta ve tekrarlanabilme özelliğinin çok iyi olduğu görülmüştür (William J.). Yapılan testler sonucunda beklenenden daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

1.2.3 Tekillik ve Çalışma Uzayı Analizi

Her ne kadar PM endüstride ve mühendislik uygulamalarında kullanılsalar bile çalışma uzaylarının belirlenmesinde genel bir yaklaşım yoktur. Bu PM'in konfigürasyonunun ve kinematik analizinin karışıklığından ileri gelir. PM' ların çalışma uzayı dizayn sürecinde hesaplanmalıdır. Çalışma uzayı aktif ve pasif birleşme yerleri ile bacak boylarına bağlı olarak ağırlık merkezinin hareketinin ulaşabileceği yer olarak tanımlanır. SPM' ın çalışma uzayları dizayn yapılarına yani her bacağın uzunluk limitine ve bağların hareket limitine bağlı olarak mekanik ve geometrik özellikleri ile ilgilidir. Çalışma uzayının belirlenmesinde genel bir yaklaşım olmamasının nedeni düz kinematik denklemlerin çalışma uzayının hesaplanmasında kullanılması ve bunların gerçekten karışık denklemler olmasıdır. Son zamanlarda yapılan PM' ların çalışma uzayı analizi iki ana grupta toplanmıştır. Bunlar dönme ve öteleme çalışma uzayı analizleridir. Öteleme çalışma uzayı analizi dönme sabitken hareketli platformun x,y ve z eksenlerinde ötelenmesiyle belirlenir. Bu şekilde ötelemelerin sınırlarını gösteren konumsal çalışma uzayı analizi yapılmış olur. Dönme çalışma uzayı analizi ise ağırlık merkezinin sabit olduğu durumlarda hareketli platformun x, y ve z eksenlerinde dönmesiyle belirlenir (Elmas Anlı-2005). Bu durumda ise yönelmelerin sınırlarını gösteren yönelme çalışma uzayı incelenmiş olur. Bacakların hareketli platforma göre hızlarıyla ilgili olan transformasyon matrisi SPM' larının dizaynı, boyutu, şekli ve çalışma uzayının simetrisini etkiler. Hareketli platformun doğrusal hız ile altı giriş eklemesinin doğrusal ve açısal hızını birbiriyle ilişkilendiren Jacobian matrisi 6 SD'li bir sistemde 6x6'lık bir matristir. Çalışma uzayının belirlenmesindeki bir diğer zorluksa bu 6 SD' ne bağlı 6 boyutlu çalışma uzayının grafik olarak gösterilememesidir. Çalışma uzayı grafiksel olarak ancak 6 boyutlu uzayın daha düşük boyutlu alt kümeleri halinde gösterilebilir. Diğer bir deyişle 3' ü öteleme 3' ü dönme olmak üzere 6 serbestliğe sahip mekanizmanın bu serbestliklerden üçü sabit tutulur ve o esnada sabit olmayan diğer üç boyutun çalışma uzayını nasıl etkilediği

gösterilebilir.

Lee et al. (2002) yaptığı çalışmada hareketlendiriciyi hareketli platformun ağırlık merkezi ile bacakların hareketli platform ile birleştiği nokta arasında uygulandığı bir dizayn gerçekleştirmiştir. Böylece klasik SPM' na göre çalışma uzayını maksimize ederek 1.5 kat daha iyi bir sonuç almıştır (Şekil 1.6)



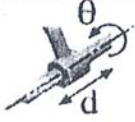
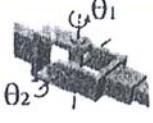

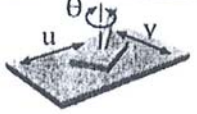


Şekil 1.6 Önerilen bir paralel mekanizma mimarisi

Paralel mekanizmaların dizaynı, analizi, hareket planı ve kontrolündeki en önemli sorunlardan bir tanesi tekilliktir. PM' ın kapalı yapılarından dolayı hareketleri sınırlıdır ve çalışma uzayından dolayı tekillikler meydana gelir. Tekillik çalışma uzayı içinde manipulatörün kontrol edilemediği konumlar şeklinde ifade edilebilir (Dasgupta-1998). SPM' nin çalışma uzayındaki tekillikleri üzerine yapılan çalışmalarda bacak uzunluklarının ve mafsalların dönme açılarının limitleri kısıt olarak kullanılmış, müsaade edilen yunuslama, dönme ve yalpalama açıları ve bacakların kesişip kesişmediği araştırılmıştır (Sait N. Yurt-2002). Tekillik konusundaki literatürdeki belli başlı çalışmaların ilki Hunt tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada platformun altı bacağı aynı anda kesen bir doğru etrafında dönmesi durumunda tekil bir konumun oluştuğu ifade edilmiştir. Diğer bir çalışmada Fitcher alt ve üst platformun paralel olması durumunda, üst platformun z-ekseni etrafında $\pm 90^\circ$ döndürülmesinin tekil bir konum oluşturacağını ortaya koymuştur. 1990'da Gosselin ve Angles SPM' lerde genel olarak 3 çeşit tekillik oluşabileceğini göstermiştir (Gosselin C.-1990). Çalışma uzayının ve optimum yörüngenin belirlenmesi amacıyla yapılan çalışmalar son senelerde ağırlık kazanmıştır (Collins C.-1995, Kim D.-1999).

1.2.4 Mekanizmaların Mobilitesi

Mekanizmalar her bir parçanın bağlandığı birleşme noktalarına göre formüle edilir. Bu yüzden hareketlere izin veren veya sınırlayan birleşme noktaları çok önemlidir. Serbestlik derecesi bir parçanın diğerine göre pozisyonunu belirlemek için birleşme noktalarının bağımsız değerinin sayısıdır. Bir mekanizmanın analiz edilmesinde mafsalların önemi çok büyüktür. Mafsallar kendi serbestlik derecelerine göre, diğer mafsallardaki kısıtlamalar göz önünde tutularak, göreceli olarak bazı hareketlere izin verirler. Bir mafsalın serbestlik derecesi, birleştiği elemanlardan birinin diğerine göre konumunu tek bir şekilde belirlemek için gerekli olan bağımsız koordinat sayısına eşittir. En çok kullanılan 6 birleşme noktası çeşidi Şekil 1.7 de verilmiştir. Sistemin Serbestlik derecesi aynı zamanda sistemin mobilitesi olarak adlandırılır.

Joint	Diagram	Symbol	DOF
Revolute		R	1
Prismatic		P	1
Cylindric		C	2
Universal		T	2
Spherical		S	3
Planar		E	3

Şekil 1.7 6 temel birleşme noktası çeşidi

Serbestlik derecesini M olarak adlandırırsak;

$$M = 6(n-1) - 5f_1 - 4f_2 - 3f_3 - 2f_4 - f_5$$

n = Sistemdeki her bir parçanın sayısı

f_1 = 1 SD birleşme noktalarının sayısı

f_2 = 2 SD birleşme noktalarının sayısı

f_3 = 3 SD birleşme noktalarının sayısı

f_4 = 4 SD birleşme noktalarının sayısı

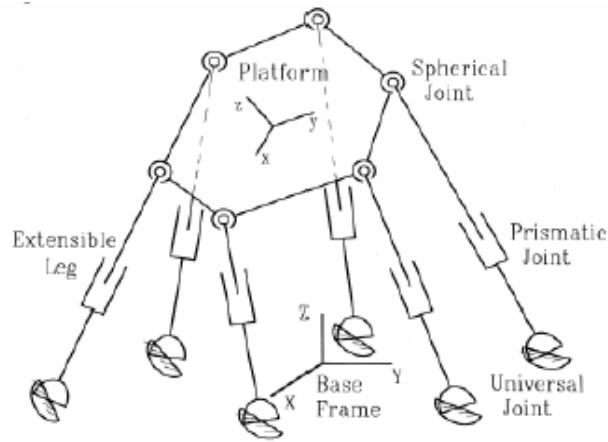
f_5 = 5 SD birleşme noktalarının sayısı

1.2.5 Kısıtlı Serbestlik Dereceli Mekanizmalar

6 Serbestlik derecesinden az serbestlik derecesine sahip olan mekanizmalardır. Üretim miktarı ve maliyetin önemli olduğu mekanizmalarda kullanılırlar. Kısıtlı SD mekanizmaların montajı ve kontrol algoritması basit, maliyeti düşük ve hız kapasitesi 6 SD li mekanizmalara göre daha yüksektir. Jacobian matrisine bağlı olarak mekanizmaların tekillikleri hesaplanabilir. Du Plessis ve Snyman (2001) 6-3 SPM çalışma uzayını numerik metot kullanarak belirlemiştir. Aselsan' ın tankın stabilizasyon testlerini yapmak için geliştirdiği simülatörde limitli SD paralel mekanizma kullanılmıştır (William J.). Buradaki amaç maliyeti düşürmek montajın ve kontrol algoritmasının daha basit hale gelmesini sağlamaktır.

1.3 Farklı Yapıdaki SPM İncelemesi

Artan araştırmalar ve SPM' nin kullanım alanlarının çok geniş bir yelpazeye yayılması ile birlikte çok sayıda ve farklı yapıda SPM doğmuştur. Xiao-Shan Gao (2003) yaptığı araştırmada 3850 adet farklı yapıda SPM olduğunu belirtmiştir. Bu incelemenin daha iyi anlaşılabilmesi için bazı genelleştirilmelere gidilmiştir. Stewart Platform Mekanizmaları kullanılan eklem türlerine göre ve bağ sayılarına göre isimlendirilirler (Elmas Anlı, Hüseyin Alp-2005). Bağları tabana m , hareketli üst platforma n noktadan bağlı bir SPM, m - n 'lik mekanizma ismini alır. Örneğin bacaklar üstte ikişerli gruplar halinde birleştirilmiş ve üç noktadan üst platforma bağlanmış ise, mekanizma 6-3 SPM olarak adlandırılır. Eklem tiplerine baktığımızda ise, U üniversal, P prizmatik, R dönel, C silindirik, S ise küresel mafsallar için kullanıldığından, prizmatik eklemlere sahip bacakları, tabana üniversal, üst platforma ise küresel mafsallarla bağlı bir mekanizma UPS eklemli SPM olarak adlandırılır (şekil 1.8); bacakları her iki platforma da küresel mafsallarla bağlı bir mekanizma ise SPS adını alır. 3-3, 6-6, 6-3'lük mekanizmalar hakkında pek çok çalışma yapılmıştır. 5-5, 4-4 ve 6-5 SPM' ler üzerinde de az da olsa çalışılmıştır.



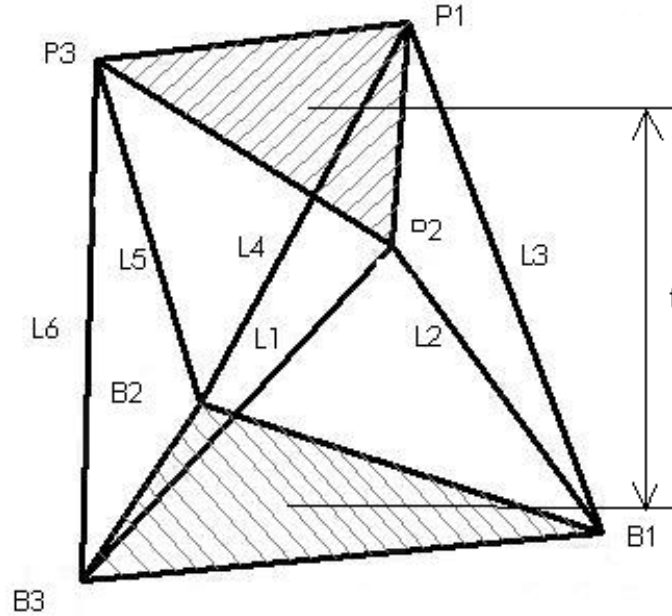
şekil 1.8 6-UPS Stewart Platform mekanizması

2. KİNEMATİK ANALİZ

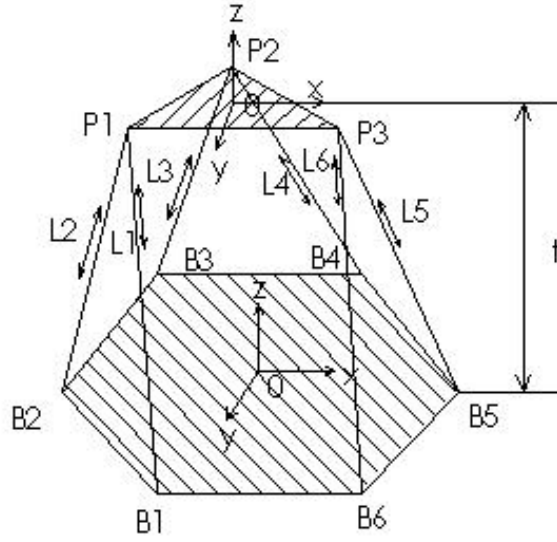
Paralel mekanizmaların kinematik analizi incelenirken temel iki kinematik problem ile ilgilenilir. Bunlardan birincisi düz kinematik problem olup, bacak boyları verildiğinde hareketli üst platformun sabit alt platforma göre ötelenme ve yönelmesini bulmaktır. Burada üst platformun köşelerini veren vektörün ve vektörleri üst platformun koordinat sisteminden alt platformun koordinat sistemine geçiren dönme matrisinin bulunması gerekmektedir. Düz kinematik problem önemlidir çünkü belirli bacak boylarında platformun alabileceği tüm konfigürasyonların bilinmesi gerekir. Diğeri ise ters kinematik problem olup, üst platformun konum ve yönelmesi bilindiğinde o konum ve yönelmeyi verecek bacak boylarının bulunmasıdır. Seri ve paralel mekanizmalar arasındaki zıtlık burada da devam eder. Seri mekanizmalarda düz kinematik problem kolay, ters kinematik problem karışık iken burada tam tersidir, yani düz kinematik problem oldukça karışık, ters kinematik problem ise son derece kolaydır. Pek çok araştırmacının çalışmasına bakarak, paralel mekanizmalarda düz kinematik problemin çözümünün tek olmadığı söylenebilir. Bu demektir ki bir giriş, yani bacak boyuna karşılık birden fazla konfigürasyon mevcuttur. Ters kinematik problemin ise çözümü tektir, yani bir üst platformun bir konfigürasyonu sadece bir giriş ile oluşabilir.

3. FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN TERS KİNEMATİK ANALİZİ

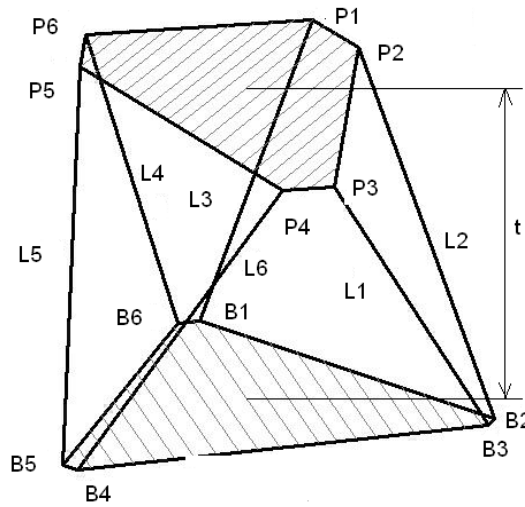
Ters kinematik analiz üst platformun konum ve yönelmesi bilindiğinde o konum ve yönelmeyi verecek bacak boylarının bulunması işlemidir. Farklı yapıdaki SPM genelleştirilerek üç yapı incelenmiş ve bunlarla ilgili analizde kullanılacak modeller şekil 3.1, şekil 3.2 ve şekil 3.3 de gösterilmiştir. Yapılan çalışmada sabit alt platformun köşe noktalarının referans eksen takımına göre konum vektörleri ve hareketli üst platformun köşe noktalarının yine hareketli üst platformun eksen takımına göre olan konum vektörleri bilindiği kabul edilmiştir. Dönme matrisi ve öteleme vektöründen faydalanarak hareketli üst platformun köşe noktalarının konum vektörleri sabit alt platformun referans eksen takımına göre bulunmuştur. Alt ve üst platformun köşe noktalarının konum vektörleri arasındaki normdan bacak boylarına ulaşılmıştır.



Şekil 3.1 3-3 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model



Şekil 3.2 6-3 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model



Şekil 3.3 6-6 SPM' nin Ters kinematik analizinde kullanılan model

Üst platformun tabandaki sabit eksen takımına göre koordinatları, R dönme matrisi ve t öteleme vektörü ile verilir. R dönme matrisinin bulunması için, hareketli platformun hangi eksenlere göre hangi sırada döndüğünün bilinmesi gerekir. Hareketli platformdaki eksen takımı, sabit platformdaki eksen takımına göre önce x etrafında α derece, sonra y etrafında β derece, en son olarak da z eksenini etrafında γ derece dönerse, dönme matrisi R , Euler

açılarından faydalanılarak $R = (R_x \ R_y \ R_z)$ şeklinde tanımlanır. Burada R_x x eksenini etrafındaki dönme matrisi, R_y y eksenini etrafındaki dönme matrisi, R_z ise z eksenini etrafındaki dönme matrisidir. x eksenini etrafındaki dönmenin α derece, y etrafındaki dönmenin β derece, z eksenini etrafındaki dönmenin de γ derece olduğu hesaba katılırsa, Euler açılarından faydalanılarak

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

olur ve R matrisi

$$\begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & -\sin \gamma \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \sin \beta \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

şeklinde hesaplanır.

P_i 'ler üst platformun köşelerinin tabandaki sabit eksen takımına göre konumu, p_i 'ler ise aynı köşelerin hareketli platformdaki eksen takımına göre olan konumu olmak üzere

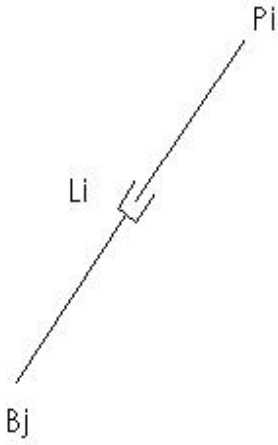
$$P_i = R.p_i + t \quad \text{3-3 ve 6-3 SPM için} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.5)$$

$$\text{6-6 SPM için} \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

yazılabilir.

Bu dönme matrisi ve öteleme vektörü kullanılarak üst platformun köşe noktalarının (p_i) alt platforma bağlı sabit eksen takımındaki ifadeleri P_i (3-3 ve 6-3 SPM için $i = 1..3$ ve 6-6 SPM için $i = 1, 2, \dots, 6$) elde edilir. Alt platformun köşe noktaları B_j (3-3 SPM için $j = 1..3$ ve 6-3 ve

6-6 SPM için $j = 1, 2, \dots, 6$) ise, bacak vektörleri P_i ve B_j 'lerin farkından bulunur, bacak boyları L_i 'ler ise bu vektörlerin normudur.



3-3 ve 6-3 SPM için ($i = 1, 2, 3$)

6-6 SPM için ($i = 1, 2, \dots, 6$)

3-3 SPM için ($j = 1, 2, 3$)

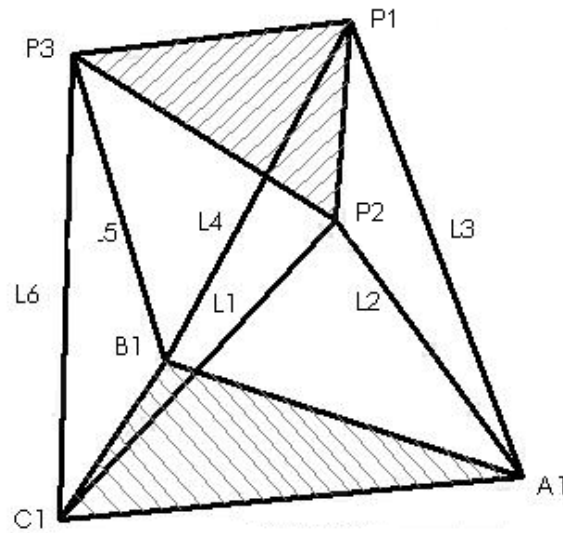
6-3 ve 6-6 SPM için ($j = 1, 2, \dots, 6$)

Şekil 3.4 Farklı yapıdaki SPM' nin bir bacağı

Farklı yapıdaki SPM' nin ters kinematik analizinde kullanılan Matlab- simmechanics m-file Ek-1 de gösterilmiştir.

4. 3-3 SPM DÜZ KİNEMATİK ANALİZİ

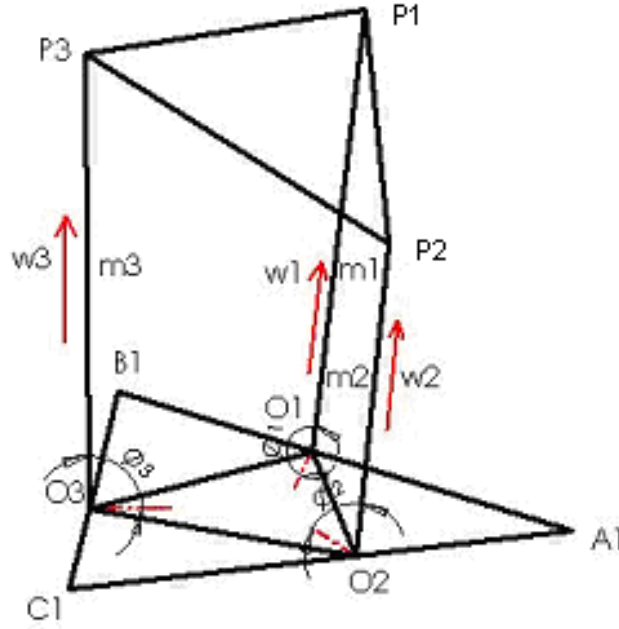
Düz kinematik analizde esas amaç verilen bacak boyları ile hareketli üst platformun sabit alt platforma göre ötelenme ve yönelmesini bulmaktır. Yapılan çalışmada ilk adımda 3-3 SPM'nin geometrik incelemesi yapılmıştır. Bilinen bacak boyları ve alt sabit platformun kenar uzunlukları kullanılarak geometrik ifadeler bulunmuştur. İkişerli birleştirilen bacakların oluşturduğu düzlemin içinde, üst bağlantı noktalarının bacakları birleştiren doğrular üzerindeki iz düşüm noktaları olan O_i noktaları ifade edilmiştir. Bu noktaların referans eksen takımının x-ekseni ile yaptığı açı olan β_i açıları ve bacak bağlantı noktalarına birleştiren m_i uzunlukları hesaplanmıştır. Esas amaca ulaşmak için hesaplanması gereken hareketli üst platformun köşe noktalarının referans eksen takımına göre konum vektörleridir. Bu hesaplamada ise kullanılan değerler O_i , m_i ve ω_i değerleridir. m_i 'lere ait birim vektörler olan ω_i ler β_i ve ϕ_i açılara bağlıdır. ϕ_i açıları ise m_i 'lerin taban düzlemi ile yaptığı açılardır. Bu açılar hesaplanırken hareketli üst platformun rijit olduğu dolayısıyla bilinen üst platformun kenar uzunluklarının değişmediği ilkesi kullanılmıştır. Buradan yola çıkarak toplamda üç adet üç bilinmeyenli denklem elde edilmiştir. Bu denklemler bezout metodu kullanılarak çözümlü ve ϕ_i açıları hesaplanmıştır. Geri dönülerek hareketli üst platformun köşe noktalarının konum vektörlerinin hesaplanmasında kullanılan denklemde bilinmeyen değerler yerine konmuştur. Böylece hareketli üst platformun referans eksen takımına göre olan dönme ve öteleme hareketleri bulunmuştur. Şekil 4.1' de 3-3 lük SPM görülmektedir.



Şekil 4.1 3-3 SPM

4.1 3-3 SPM Geometrik İncelemesi

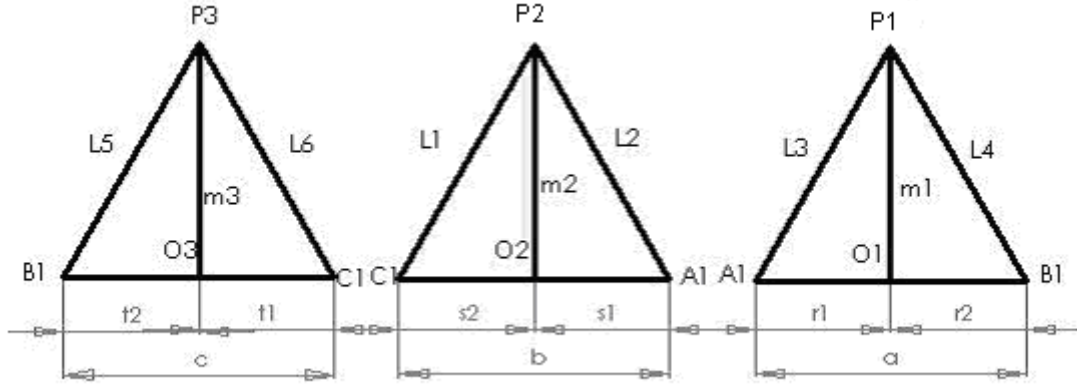
Şekil 4.2 deki 3-3 SPM’ de bacakların sabit alt platforma bağlandığı noktalar sırasıyla A_1 , B_1 , C_1 ve üst platforma bağlandığı noktalar ise P_1 , P_2 ve P_3 olarak isimlendirebiliriz. Hesaplama kullanılan alt platforma ait kenar uzunlukları B_1A_1 , C_1A_1 ve C_1B_1 sırasıyla a , b ve c olsun. Üst platformun kenar uzunlukları ise P_1P_2 , P_2P_3 ve P_1P_3 sırasıyla b_1 , b_2 ve b_3 seçilsin. Ayrıca bacak uzunlukları sırasıyla L_1, L_2, \dots, L_6 olarak verilsin. $A_1P_1B_1$ üçgenini ele alduğumuzda P_1 noktası merkezi A_1 ‘de ve yarıçapı L_1 olan küre yüzeyi ve merkezi B_1 ‘de ve yarıçapı L_2 olan küre yüzeyinin ara kesiti olan O_1 merkezli m_1 yarıçaplı çember üzerindedir. Aynı şekilde P_2 ve P_3 noktaları sırasıyla O_2 merkezli m_2 yarıçaplı çember ve O_3 merkezli m_3 yarıçaplı çember üzerinde olacaktır. Böylece sistem O_1 noktasında döner mafsallı ve P_1 noktasında küresel mafsallı varmış gibi ele alınabilir. Buradaki kısıt P_1, P_2 ve P_3 noktaları arasındaki uzaklığın sabit olmasıdır. O_1 noktası, A_1 noktasından r_1 , B_1 noktasından r_2 kadar, O_2 noktası, A_1 noktasından s_1 , C_1 noktasından s_2 kadar ve O_3 noktası, B_1 noktasından t_1 , C_1 noktasından t_2 kadar uzaktadır.



Şekil 4.2 3-3 SPM’ nin kinematik eşdeğeri

4.2 3-3 SPM Düz Kinematik Analizi

Düz kinematik problemin çözümüne başlamadan önce sisteme ait tanıdığımız büyüklükleri bilinenler cinsinden ifade edelim (Şekil 4.3).



Şekil 4.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları

$$a = r_1 + r_2$$

Her iki tarafı da $2r_1$ ile çarparsak,

$$a^2 r_1 = 2r_1^2 + 2r_1 r_2$$

$$a^2 = (r_1 + r_2)^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2$$

$$2ar_1 = a^2 - r_2^2 + r_1^2$$

Geometriden,

$$m_1^2 = L_3^2 - r_1^2 = L_4^2 - r_2^2$$

$$2ar_1 = a^2 - r_2^2 + r_1^2 + m_1^2 - m_1^2$$

$$= a^2 + (m_1^2 + r_1^2) - (m_1^2 + r_2^2)$$

$$= a^2 + L_3^2 - L_4^2$$

Düzenlenirse,

$$r_1 = \frac{(a^2 + L_3^2 - L_4^2)}{2a}, \quad r_2 = a - r_1, \quad m_1 = (L_3^2 - r_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.1a)$$

Aynı şekilde,

$$s_1 = \frac{(b^2 + L_2^2 - L_1^2)}{2b}, \quad s_2 = b - s_1, \quad m_2 = (L_2^2 - s_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.1.b)$$

$$t_1 = \frac{(c^2 + L_6^2 - L_5^2)}{2c}, \quad t_2 = c - t_1, \quad m_3 = (L_6^2 - t_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.1.c)$$

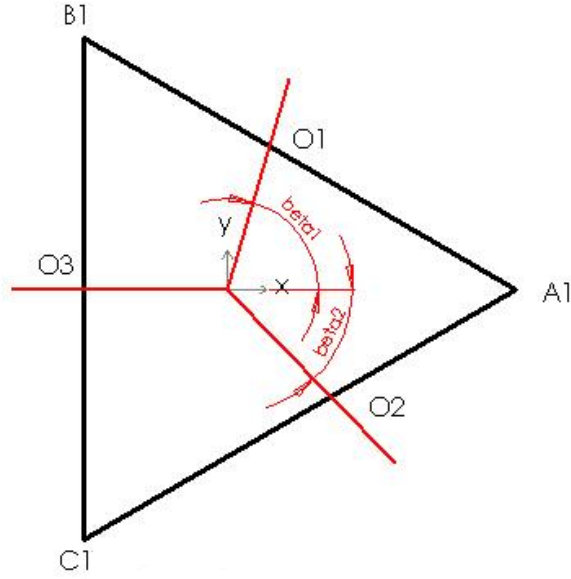
Çözümde kolaylık sağlanması açısından, Şekil 4.3 de gösterilen O_1 , O_2 ve O_3 noktalarına ait konum vektörlerinin içinde tanımlanacağı koordinat sisteminin XY düzlemi, sabit platform düzlemi ile çakışık olarak seçilsin. Bu koordinat sisteminin orijini herhangi bir noktada seçilebilir. Şekil 4.4 de sabit platformun taban açıları gösterilmiştir. O_1P_1 , O_2P_2 ve O_3P_3 doğrultularındaki birim vektörlere w_1 , w_2 ve w_3 diyelim. Şekil 4.5 de gösterildiği gibi Φ_1 , Φ_2 ve Φ_3 sırasıyla $A_1B_1P_1$, $A_1C_1P_2$ ve $B_1C_1P_3$ düzlemlerinin XY düzlemiyle yaptıkları eğim açıları olsun. Bu durumda,

O_1 , O_2 ve O_3 'ü şöyle tanımlayabiliriz,

$$O_1 = A_1 + \frac{r_1(B_1 - A_1)}{|B_1 - A_1|} \quad (4.2)$$

$$O_2 = A_1 + \frac{s_1(C_1 - A_1)}{|C_1 - A_1|}$$

$$O_3 = C_1 + \frac{t_1(B_1 - C_1)}{|B_1 - C_1|}$$



Şekil 4.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı

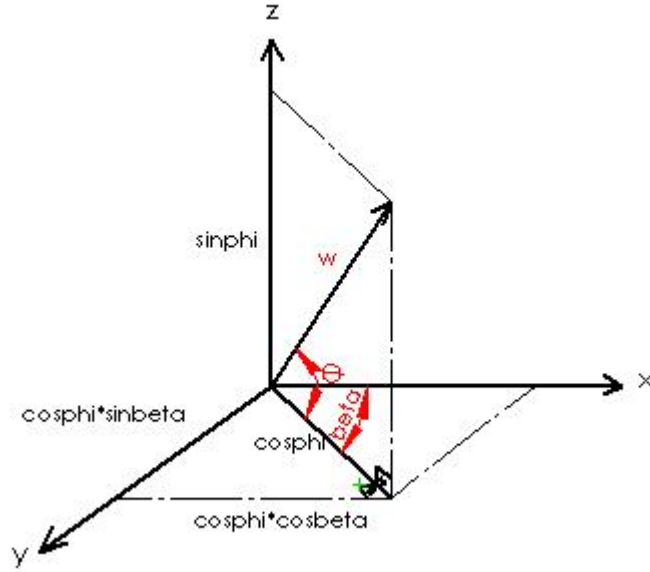
Bu durumda sabit platformun B_1A_1 , C_1A_1 ve C_1B_1 kenarlarına çizilen dik doğruların x- eksenini ile yaptığı açılar,

$$\beta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(B_1 - A_1) \times k\} \cdot j}{|(B_1 - A_1) \times k|} \right] \quad (4.3)$$

$$\beta_2 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(A_1 - C_1) \times k\} \cdot j}{|(A_1 - C_1) \times k|} \right]$$

$$\beta_3 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(C_1 - B_1) \times k\} \cdot j}{|(C_1 - B_1) \times k|} \right]$$

Şekil 4.2 de ω_i vektörlerinin tanımları ve şekil 4.5 de ω_i vektörlerinin açık ifadeleri gösterilmiştir. Bu durumda ω_1 , ω_2 ve ω_3 vektörleri için,



Şekil 4.5 w vektörlerinin tanımı

$$\omega_i = \cos \beta_i \cos \phi_i i + \sin \beta_i \cos \phi_i j + \sin \phi_i k \quad (i:1,2,3) \quad (4.4)$$

ifadeleri yazılabilir. Artık üst platforma ait P_1 , P_2 ve P_3 noktalarının konum vektörlerini yazabiliriz.

$$P_i = O_i + m_i \omega_i \quad (i:1,2,3) \quad (4.5)$$

Üst platform rijit bir cisim olduğundan konum vektörleri;

$$|P_1 - P_2|^2 = b_1^2 \quad (4.6)$$

$$|P_2 - P_3|^2 = b_2^2 \quad (4.7)$$

$$|P_1 - P_3|^2 = b_3^2 \quad (4.8)$$

kısıtlarını sağlamak zorundadır. Burada b_1 , b_2 ve b_3 üst platformun kenar uzunluklarıdır.

Bundan sonra problemin çözümü için iki yol takip edilebilir. Bunlardan birincisi değişken dönüşümü (Bezout Metodu [1]) diğeri ise sayısal yöntemler kullanarak çözmektir. Bu çalışmada birinci yöntem ele alınacaktır. Bezout metodunda elde var olan 1 den fazla değişkene sahip 1 den fazla polinomun değişkenlerden birisini elimine etmek için matris oluşturulur. Bu durumda elde edilen polinomun derecesi iki kat artar. Birinci yöntemde elde

edilen üç değişkenli nonlinear denklem sistemi değişken dönüşümleriyle tek değişkenli 16 dereceden bir denkleme dönüştürülür. Bu denklemin çözümlerinden elde edilen 16 kök kullanılarak diğer değişkenler elde edilir. Bu durumda platform için olası 16 konum çıkacaktır. Bu konum bilgilerinden en fazla 12 tanesi gerçek konum bilgisi olacaktır (Daniel Lazard-1994). Bu konumlardan alt platformun alt tarafında olanlar ve imajiner değere sahip olanlar elimine edilir .

3-3 SPM Düz Kinematik Problemin Bezout Metodu ile Çözümü;

Denklem sisteminin çözümü için (4.5) denklemlerindeki P_1 , P_2 ve P_3 vektörlerini (4.6)-(4.8) denklemlerinde yerine koyalım.

$$\begin{aligned} & ((O_1)_x - (O_2)_x + m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2)^2 + \\ & ((O_1)_y - (O_2)_y + m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2)^2 \\ & + (m_1 \sin \phi_1 - m_2 \sin \phi_2)^2 = b_1^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} & ((O_2)_x - (O_3)_x + m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3)^2 + \\ & ((O_2)_y - (O_3)_y + m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3)^2 \\ & + (m_2 \sin \phi_2 - m_3 \sin \phi_3)^2 = b_2^2 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} & ((O_3)_x - (O_1)_x + m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1)^2 + \\ & ((O_3)_y - (O_1)_y + m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1)^2 \\ & + (m_3 \sin \phi_3 - m_1 \sin \phi_1)^2 = b_3^2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

(4.9)-(4.11) denklemlerini basitleştirirsek,

$$D_1 \cos \phi_1 + D_2 \cos \phi_2 + D_3 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + D_4 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + D_5 = 0 \quad (4.12)$$

$$E_1 \cos \phi_2 + E_2 \cos \phi_3 + E_3 \cos \phi_2 \cos \phi_3 + E_4 \sin \phi_2 \sin \phi_3 + E_5 = 0 \quad (4.13)$$

$$F_1 \cos \phi_3 + F_2 \cos \phi_1 + F_3 \cos \phi_3 \cos \phi_1 + F_4 \sin \phi_3 \sin \phi_1 + F_5 = 0 \quad (4.14)$$

D_i , E_i ve F_i açık ifadeleri Ek-2 de gösterilmiştir.($i=1..5$)

Denklemlerini elde ederiz. (4.12)-(4.14) denklemlerinde,

$$x_i = \tan\left(\frac{\phi_i}{2}\right) \quad (i: 1,2,3) \quad (4.15)$$

olmak üzere,

dönüşümler yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$(G_1 x_1^2 + G_2) x_2^2 + (G_3 x_1) x_2 + (G_4 x_1^2 + G_5) = 0 \quad (4.16)$$

$$(H_1 x_3^2 + H_4) x_2^2 + (H_3 x_3) x_2 + (H_2 x_3^2 + H_5) = 0 \quad (4.17)$$

$$(I_1 x_1^2 + I_4) x_3^2 + (I_3 x_1) x_3 + (I_2 x_1^2 + I_5) = 0 \quad (4.18)$$

G_i , H_i ve I_i açık ifadeleri Ek-2 de gösterilmiştir. ($i=1..5$)

Bezout metodu kullanılarak (4.16) ve (4.18) denklemlerinden x_2 elimine edilirse,

$$\begin{vmatrix} G_1 x_1^2 + G_2 & G_4 x_1^2 + G_5 \\ H_1 x_3^2 + H_4 & H_2 x_3^2 + H_5 \\ G_3 x_1 & G_4 x_1^2 + G_5 \\ H_3 x_3 & H_2 x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_3 x_3 & G_3 x_1 \\ H_1 x_3^2 + H_4 & G_1 x_1^2 + G_2 \\ G_1 x_1^2 + G_2 & G_4 x_1^2 + G_5 \\ H_1 x_3^2 + H_4 & H_2 x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.19)$$

denklemini elde edilir. Buradaki determinant hesaplanıp sadeleştirilirse,

$$J_1 x_3^4 + J_2 x_3^3 + J_3 x_3^2 + J_4 x_3 + J_5 = 0 \quad (4.20)$$

$$J_1 = K_1 x_1^4 + K_2 x_1^2 + K_3$$

$$J_2 = K_4 x_1^3 + K_5 x_1$$

$$J_3 = K_6 x_1^4 + K_7 x_1^2 + K_8$$

$$J_4 = K_9 x_1^3 + K_{10} x_1$$

$$J_5 = K_{11} x_1^4 + K_{12} x_1^2 + K_{13}$$

K_i açık ifadeleri Ek-3 de gösterilmiştir. ($i=1..13$)

Denklemleri elde edilir. Buradaki J_i lere ait açık ifadeler yukarıda gösterilmiştir. Buradaki K katsayıları mekanizma geometrisine, hareketli platformun köşelerinin koordinatlarına ve eklem dönme açılarına bağlıdır. Şimdi (4.18) ve (4.20) denklemleri kullanılarak x_3 elimine edilebilir. Elde edilen denklem,

$$\begin{vmatrix} J_1 M_3 - J_3 M_1 & J_2 M_3 - J_4 M_1 - J_3 M_2 & -J_5 M_1 - J_4 M_2 & -J_5 M_2 \\ J_1 M_2 - J_2 M_1 & J_1 M_3 - J_3 M_1 & -J_4 M_1 & -J_5 M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & 0 \\ 0 & M_1 & M_2 & M_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.21)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki M_i ler (4.18) denklemindeki x_3 terimlerinin katsayılarıdır.

$$M_1 = I_1 x_1^2 + I_4, \quad M_2 = I_3 x_1, \quad M_3 = I_2 x_1^2 + I_5 \quad (4.22)$$

(4.21) deki 16. dereceden denklem çözülerek x_1 için 16 adet çözüm bulunur. Bu çözümlerden imajiner olanlar ve negatif değere sahip olanlar elimine edilir. Bulunan x_1 ler (4.18) ve (4.20) denklemlerinde yerine konarak her bir x_1 değeri için 2 adet x_2 ve 2 adet x_3 değeri elde edilir. Bulunan x_2 ve x_3 değerleri (4.17) denkleminde yerine konularak doğrulukları araştırılır. Bulunan x ifadelerinden ϕ_i açıları oradan da w vektörleri elde edilir. Bu sayede hareketli platformun köşe noktalarının koordinatları bulunur. Bulunan P_i noktalarından üst platformun

ağırlık merkezinin konumu olan G bulunmuş olur.

$$G = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} \quad (4.23)$$

Rijit bir cisim olan üst platformun köşe noktalarının yine üst platformun eksen takımına göre konumları bilinmektedir p_i . Bu durumda (3.4) deki rotasyon matrisi, p_i , P_i üst platformun köşe noktalarının sırasıyla üst platformun eksen takımına ve referans eksen takımına göre olan konumları, G öteleme vektörü kullanılarak (3.5) deki denklem sisteminin açık ifadesi olan 9 adet denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımlarından 4 tanesi çözülerek rotasyon matrisindeki referans eksen takımı etrafındaki üst platformun dönme açıları bulunmuş olur. Böylece düz kinematik analizin esas amacına ulaşılmış olur.

4.3 3-3 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek

4.3.1 3-3 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek

Maple da yapılan programda ve Matlab-Simmechanics' te girilen değerler referans eksen takımına göre üst hareketli platformun dönme matrisi ve öteleme vektörü, sabit alt platformun köşe noktalarının konum vektörleri ve üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleridir. Hesaplanan üst platformun köşe noktalarının referans eksen takımına göre konum vektörleri ile bilinen sabit alt platformun köşe noktalarının yine referans eksen takımına göre konum vektörleri arasındaki normdan bacak boyları bulunmuştur. Bütün sayısal örnekler için birimler açı için radyan, uzunluk için metre alınmıştır.

$$\alpha = \frac{\pi}{12},$$

$$\beta = \frac{\pi}{10},$$

$$\gamma = \frac{\pi}{18},$$

Dönme açıları

0.05

Öteleme vektörü = $t = 0.03$,

0.2

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları ve üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri sırasıyla çizelge 4.1 ve çizelge 4.2 de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1 3-3 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları

A_1	B_1	C_1
0.15	-0.075	-0.075
0	0.1299	-0.1299
0	0	0

Çizelge 4.2 3-3 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri

p_1	p_2	p_3
0.5	0.5	-1
0.0866	-0.0866	0
0	0	0

Bu durumda elde edilen Üst platformun köşe noktalarının konumları ve bacak boyları,

$$\begin{array}{ccc}
 0.0825 & 0.1111 & -0.0436 \\
 P_1 = 0.1235 & P_2 = -0.0388 & P_3 = -0.0053 \\
 0.2141 & 0.1610 & 0.2249
 \end{array}$$

$$L_1 = 0.2624 \quad L_2 = 0.1701 \quad L_3 = 0.2562 \quad L_4 = 0.2658 \quad L_5 = 0.2590 \quad L_6 = 0.2643$$

Maple' da ters kinematik analiz için yapılan programlama Ek6 de gösterilmiştir.

4.3.2 3-3 SPM Düz Kinematik Analizi için Sayısal Örnek

3-3 SPM düz kinematik analizinde Matlab-SimMechanics programında workspace den okunan bacak boyları, alt platformun köşe noktalarının konum vektörleri ve üst rijit platformun kenar uzunlukları verileri kullanılmıştır. Burada girilen değerler Maple da yapılan ters kinematik analiz sonucunda elde edilen değerlerle karşılaştırılmış ve doğrulanmıştır. Bu veriler ışığında Maple programı kullanılarak yapılan düz kinematik analizde hareketli üst platformun sabit alt platforma göre ötelenme ve yönelmesi bulunmuştur.

Sağlanması gereken kısıtlar çizelge 4.3 de gösterilmiştir.

Çizelge 4.3 3-3 SPM Üst platformun kenar uzunlukları

b_1	b_2	b_3
0.1732	0.1732	0.1732

Bu durumda program sonunda elde edilen hareketli üst platformun köşe noktalarının konum değerleri:

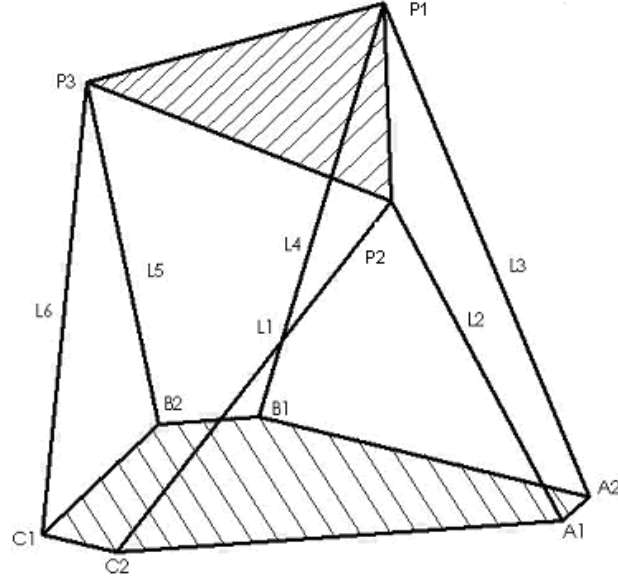
$$\begin{array}{ccc}
 0.0825 & 0.1111 & -0.0436 \\
 P_1 = 0.1235 & P_2 = -0.0388 & P_3 = -0.0053 \\
 0.2141 & 0.1610 & 0.2249
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 & & \alpha = \frac{\pi}{12}, \\
 & 0.05 & \\
 \ddot{\text{Öteleme vektörü}} = t = 0.03, & \text{Dönme açıları} & \beta = \frac{\pi}{10}, \\
 & 0.2 & \gamma = \frac{\pi}{18},
 \end{array}$$

Maple' da düz kinematik analiz için yapılan programlama Ek7 de gösterilmiştir.

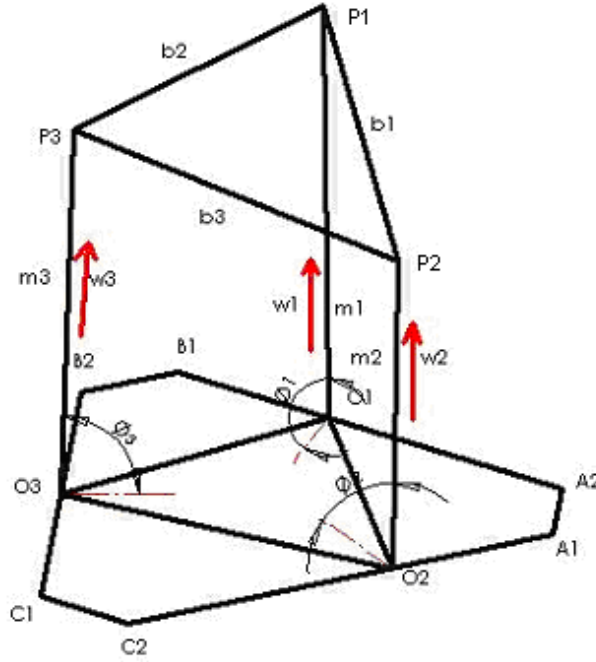
5. 6-3 SPM DÜZ KİNEMATİK ANALİZİ

Yapılan çalışmada 3-3 SPM' na benzer yol izlenmiştir. Burada farklı olarak mekanizma, yapısı gereği altı adet sabit alt platformun köşe noktalarının konum vektörlerine sahiptir. Şekil 5.1 de 6-3 lük SPM görülmektedir.



Şekil 5.1 6-3 SPM

5.1 6-3 SPM Geometrik İncelenmesi



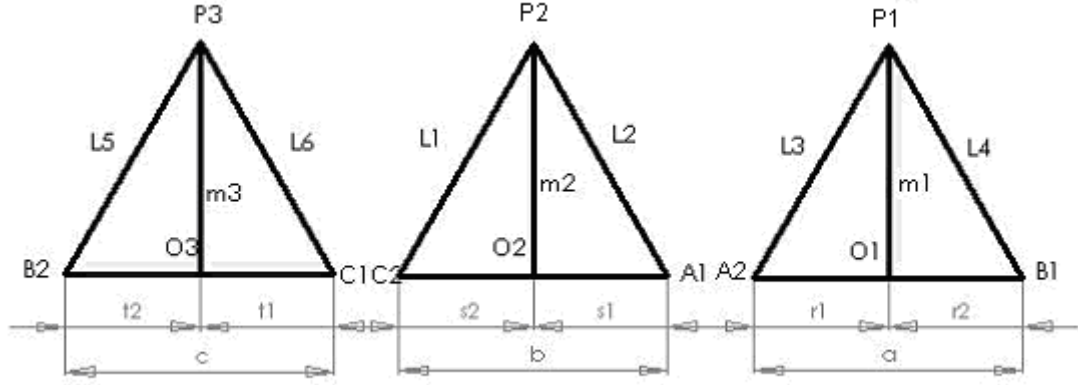
Şekil 5.2 Hesaplama kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları

6-3 SPM' nin geometrik incelenmesinde 3-3 SPM' nin geometrik incelenmesindeki gibi bir yol izlenebilir. Şekil 5.2'deki 6-3 genel SPM'de bacakların sabit alt platforma bağlı olduğu noktaları sırasıyla $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ ve üst platforma bağlı olduğu noktaları ise P_1, P_2 ve P_3 şeklinde adlandırabiliriz. Yine benzer yollarla hesaplamada kullanılan alt platforma ait kenar uzunlukları B_2A_1, C_1A_2 ve C_2B_1 sırasıyla a, b ve c olsun. Üst platformun kenar uzunlukları ise P_1P_2, P_2P_3 ve P_1P_3 sırasıyla b_1, b_2 ve b_3 seçilsin. Ayrıca bacak uzunlukları sırasıyla L_1, L_2, \dots, L_6 olarak verilsin. $B_1P_1A_1$ üçgenini ele aldığımızda P_1 noktası merkezi A_1 'de ve yarıçapı L_1 olan küre yüzeyi ve merkezi B_2 'de ve yarıçapı L_2 olan küre yüzeyinin ara kesiti olan O_1 merkezli m_1 yarıçaplı çember üzerindedir (Şekil 5.2).

Aynı şekilde P_2 ve P_3 noktaları sırasıyla O_2 merkezli m_2 yarıçaplı çember ve O_3 merkezli m_3 yarıçaplı çember üzerinde olacaktır. Böylece sistem O_1 noktasında döner mafsallı ve P_1 noktasında küresel mafsallı varmış gibi ele alınabilir. Buradaki kısıt P_1, P_2 ve P_3 noktaları arasındaki uzaklığın sabit olmasıdır. O_1 noktası, A_1 noktasından r_1 , B_2 noktasından r_2 kadar, O_2 noktası, A_2 noktasından s_1 , C_1 noktasından s_2 kadar ve O_3 noktası, B_1 noktasından t_1 , C_2 noktasından t_2 kadar uzaktadır. (Şekil 5.2)

5.2 6-3 SPM Düz Kinematik Analizi

Sisteme ait tanıdığımız büyüklükleri bilinenler cinsinden ifade edersek (Şekil 5.3),

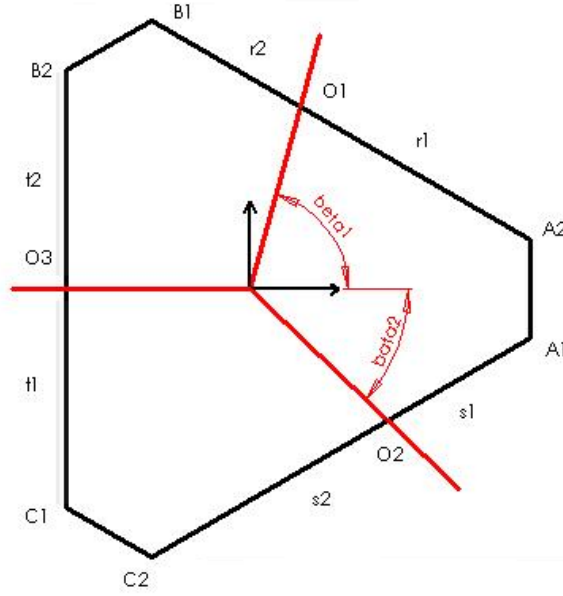


Şekil 5.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları

$$r_1 = \frac{(a^2 + L_3^2 - L_4^2)}{2a}, \quad r_2 = a - r_1, \quad m_1 = (L_3^2 - r_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1.a)$$

$$s_1 = \frac{(b^2 + L_2^2 - L_1^2)}{2b}, \quad s_2 = b - s_1, \quad m_2 = (L_2^2 - s_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1.b)$$

$$t_1 = \frac{(c^2 + L_6^2 - L_5^2)}{2c}, \quad t_2 = c - t_1, \quad m_3 = (L_6^2 - t_1^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1.c)$$



Şekil 5.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı

O_1 , O_2 ve O_3 noktalarına ait konum vektörlerinin içinde tanımlanacağı koordinat sisteminin XY düzlemi sabit platform düzlemi ile çakışık olarak seçilmiştir. Bu XYZ koordinat sisteminde A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 ve C_2 sırasıyla A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 ve C_2 noktalarının konum vektörleri olmak üzere, O_1 , O_2 ve O_3 'ü şöyle tanımlayabiliriz.

$$O_1 = A_2 + \frac{r_1(B_1 - A_2)}{|B_1 - A_2|} \quad (5.2)$$

$$O_2 = A_1 + \frac{s_1(C_2 - A_1)}{|C_2 - A_1|}$$

$$O_3 = C_1 + \frac{t_1(B_2 - C_1)}{|B_2 - C_1|}$$

Bu durumda sabit platformun B_2A_1 , C_1A_2 ve C_2B_1 kenarlarına çizilen dik doğruların x- ekseni ile yaptığı açılar,

$$\beta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(B_1 - A_2) \times k\} \cdot j}{|(B_1 - A_2) \times k|} \right] \quad (5.3)$$

$$\beta_2 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(A_1 - C_2) \times k\} \cdot j}{|(A_1 - C_2) \times k|} \right]$$

$$\beta_3 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(C_1 - B_2) \times k\} \cdot j}{|(C_1 - B_2) \times k|} \right]$$

Şeklinde ifade edilebilir. Buradaki i, j ve k sırasıyla x, y , ve z eksenlerinin birim vektörleridir. Aynı şekilde O_1P_1, O_2P_2 ve O_3P_3 doğrultularındaki birim vektörlere ω_i, ω_2 ve ω_3 diyebiliriz. Φ_1, Φ_2 ve Φ_3 sırasıyla $B_2A_1P_1, C_1A_2P_2$ ve $C_2B_1P_3$ düzlemlerinin XY düzlemiyle yaptıkları eğim açılarıdır. Bu durumda ω_i, ω_2 ve ω_3 vektörleri için,

$$\omega_i = \cos \beta_i \cos \phi_i i + \sin \beta_i \cos \phi_i j + \sin \phi_i k \quad (i: 1,2,3) \quad (5.4)$$

ifadeleri yazılabilir. Üst platforma ait P_1, P_2 ve P_3 noktalarının konum vektörleri için ise,

$$P_i = O_i + m_i \omega_i \quad (i: 1,2,3) \quad (5.5)$$

yazabiliriz.

Üst platform rijit bir cisim olduğundan konum vektörleri

$$|P_1 - P_2|^2 = b_1^2 \quad (5.6)$$

$$|P_2 - P_3|^2 = b_2^2 \quad (5.7)$$

$$|P_1 - P_3|^2 = b_3^2 \quad (5.8)$$

kısıtlarını sağlamak zorundadır. Burada b_1, b_2 ve b_3 üst platformun kenar uzunluklarıdır.

Problemin çözümü için 3-3 SPM da olduğu gibi Bezout metodu kullanılacaktır.

6-3 SPM Düz Kinematik Problemin Bezout Metodu ile Çözümü;

Denklem sisteminin çözümü için (5.5) denklemlerindeki P_1 , P_2 ve P_3 vektörlerini (5.6)-(5.8) denklemlerinde yerine koyalım.

$$\begin{aligned} & ((O_1)_x - (O_2)_x + m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2)^2 + \\ & ((O_1)_y - (O_2)_y + m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2)^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$+ (m_1 \sin \phi_1 - m_2 \sin \phi_2)^2 = b_1^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_2)_x - (O_3)_x + m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3)^2 + \\ & ((O_2)_y - (O_3)_y + m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3)^2 \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$+ (m_2 \sin \phi_2 - m_3 \sin \phi_3)^2 = b_2^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_3)_x - (O_1)_x + m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1)^2 + \\ & ((O_3)_y - (O_1)_y + m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1)^2 \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$+ (m_3 \sin \phi_3 - m_1 \sin \phi_1)^2 = b_3^2$$

(5.9)-(5.11) denklemlerini basitleştirirsek,

$$D_1 \cos \phi_1 + D_2 \cos \phi_2 + D_3 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + D_4 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + D_5 = 0 \quad (5.12)$$

$$E_1 \cos \phi_2 + E_2 \cos \phi_3 + E_3 \cos \phi_2 \cos \phi_3 + E_4 \sin \phi_2 \sin \phi_3 + E_5 = 0 \quad (5.13)$$

$$F_1 \cos \phi_3 + F_2 \cos \phi_1 + F_3 \cos \phi_3 \cos \phi_1 + F_4 \sin \phi_3 \sin \phi_1 + F_5 = 0 \quad (5.14)$$

D_i , E_i ve F_i açık ifadeleri Ek-2 de gösterilmiştir. (i=1..5)

Denklemlerini elde ederiz. (5.12)-(5.14) denklemlerinde,

$$x_i = \tan\left(\frac{\phi_i}{2}\right) \quad (i: 1,2,3) \quad (5.15)$$

olmak üzere,

$$\cos \phi_i = \frac{(1 - x_i^2)}{(1 + x_i^2)} \quad (5.16)$$

$$\sin \phi_i = \frac{2x_i}{(1 + x_i^2)} \quad (5.17)$$

dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$(G_1 x_1^2 + G_2) x_2^2 + (G_3 x_1) x_2 + (G_4 x_1^2 + G_5) = 0 \quad (5.18)$$

$$(H_1 x_3^2 + H_4) x_2^2 + (H_3 x_3) x_2 + (H_2 x_3^2 + H_5) = 0 \quad (5.19)$$

$$(I_1 x_1^2 + I_4) x_3^2 + (I_3 x_1) x_3 + (I_2 x_1^2 + I_5) = 0 \quad (5.20)$$

G_i , H_i ve I_i açık ifadeleri Ek-2 de gösterilmiştir. (i=1..5)

Bezout metodu kullanılarak (5.18) ve (5.19) denklemlerinden x_2 elimine edilirse,

$$\begin{vmatrix} G_1x_1^2 + G_2 & G_4x_1^2 + G_5 \\ H_1x_3^2 + H_4 & H_2x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_3x_3 & G_3x_1 \\ H_1x_3^2 + H_4 & G_1x_1^2 + G_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (5.21)$$

$$\begin{vmatrix} G_3x_1 & G_4x_1^2 + G_5 \\ H_3x_3 & H_2x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} G_1x_1^2 + G_2 & G_4x_1^2 + G_5 \\ H_1x_3^2 + H_4 & H_2x_3^2 + H_5 \end{vmatrix}$$

denklemleri elde edilir. Buradaki determinant hesaplanıp sadeleştirilirse,

$$J_1x_3^4 + J_2x_3^3 + J_3x_3^2 + J_4x_3 + J_5 = 0 \quad (5.22)$$

$$J_1 = K_1x_1^4 + K_2x_1^2 + K_3$$

$$J_2 = K_4x_1^3 + K_5x_1$$

$$J_3 = K_6x_1^4 + K_7x_1^2 + K_8$$

$$J_4 = K_9x_1^3 + K_{10}x_1$$

$$J_5 = K_{11}x_1^4 + K_{12}x_1^2 + K_{13}$$

K_i açık ifadeleri Ek-3 de gösterilmiştir. (i=1..13)

K katsayıları mekanizma geometrisine, hareketli platformun köşelerinin koordinatlarına ve eklem dönme açılarına bağlı olarak J_i açık ifadeleri üstte gösterilmiştir. Artık (5.20) ve (5.22) denklemleri kullanılarak x_3 elimine edilebilir. Elde edilen denklem,

$$\begin{vmatrix} J_1M_3 - J_3M_1 & J_2M_3 - J_4M_1 - J_3M_2 & -J_5M_1 - J_4M_2 & -J_5M_2 \\ J_1M_2 - J_2M_1 & J_1M_3 - J_3M_1 & -J_4M_1 & -J_5M_1 \\ M_1 & M_2 & M_3 & 0 \\ 0 & M_1 & M_2 & M_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (5.23)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki M_i ler (5.20) denklemindeki x_3 terimlerinin katsayılarıdır.

$$M_1 = I_1 x_1^2 + I_4, \quad M_2 = I_3 x_1, \quad M_3 = I_2 x_1^2 + I_5 \quad (5.24)$$

(5.23) deki 16. dereceden denklem çözülerek x_1 için 16 adet çözüm bulunur. Bu çözümlerden imajiner ve negatif değere sahip olanlar elenir. Bulunan x_1 ler (5.18) ve (5.20) denklemlerinde yerine konarak her bir x_1 değeri için 2 adet x_2 ve 2 adet x_3 değeri elde edilir. Bulunan x_2 ve x_3 değerleri (5.19) denkleminde yerine konularak doğrulukları araştırılır. Bulunan x ifadelerinden phi açıları oradan da w vektörleri elde edilir. Bu sayede hareketli platformun köşe noktalarının koordinatları bulunur. Bulunan P_i noktalarından üst platformun ağırlık merkezinin konumu olan G bulunmuş olur.

$$G = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} \quad (5.25)$$

Rijit bir cisim olan üst platformun köşe noktalarının yine üst platformun eksen takımına göre konumları bilinmektedir p_i . Bu durumda (3.4) deki rotasyon matrisi, p_i , P_i üst platformun köşe noktalarının sırasıyla üst platformun eksen takımına ve referans eksen takımına göre olan konumları, G öteleme vektörü kullanılarak (3.5) deki denklem sisteminin açık ifadesi olan 9 adet denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımlarından 4 tanesi çözülerek rotasyon matrisindeki referans eksen takımı etrafındaki üst platformun dönme açıları bulunmuş olur. Böylece düz kinematik analizin esas amacına ulaşılmış olur.

5.3 6-3 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek

5.3.1 6-3 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek

Maple da yapılan programda ve Matlab-Simmechanics' te girilen değerler:

$$\alpha = \frac{\pi}{18},$$

$$\beta = \frac{\pi}{9}, \quad \text{Dönme açıları}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{10},$$

$$0.045$$

$$\text{Öteleme vektörü} = t = 0.025, \\ 0.2$$

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları ve üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri sırasıyla çizelge 5.1 ve çizelge 5.2 de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1 6-3 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları

A_1	A_2	B_1	B_2	C_1	C_2
0.14772	0.14772	-0.096418	-0.051303	-0.051303	-0.096418
0.026047	-0.026047	0.11491	0.14095	-0.14095	-0.11491
0	0	0	0	0	0

Çizelge 5.2 6-3 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri

p_1	p_2	p_3
0.5	0.5	-1
0.0866	-0.0866	0
0	0	0

Bu durumda elde edilen Üst platformun köşe noktalarının konumları ve bacak boyları,

$$\begin{array}{ccc}
 0.0645 & 0.1148 & -0.0443 \\
 P_1 = 0.1225 & P_2 = -0.0364 & P_3 = -0.0110 \\
 0.2099 & 0.1633 & 0.2266
 \end{array}$$

$$L_1 = 0.2553 \quad L_2 = 0.1669 \quad L_3 = 0.2456 \quad L_4 = 0.2405 \quad L_5 = 0.2645 \quad L_6 = 0.2546$$

Maple' da 6-3 SPM ters kinematik analiz için yapılan programlama Ek8 de gösterilmiştir.

5.3.2 6-3 SPM Düz Kinematik Analiz için Sayısal Örnek

Yine Maple' da yapılan programlamada girilen değerler ters kinematik analiz sonunda bulunan bacak boyları ve sabit alt platformun köşe noktaları konum değerleri ile aynı seçilmiştir.

Sağlanması gereken kısıtlar:

Çizelge 5.3 6-3 SPM Üst platformun kenar uzunlukları

b_1	b_2	b_3
0.1732	0.1732	0.1732

Bu durumda program sonunda elde edilen hareketli üst platformun köşe noktalarının konum değerleri:

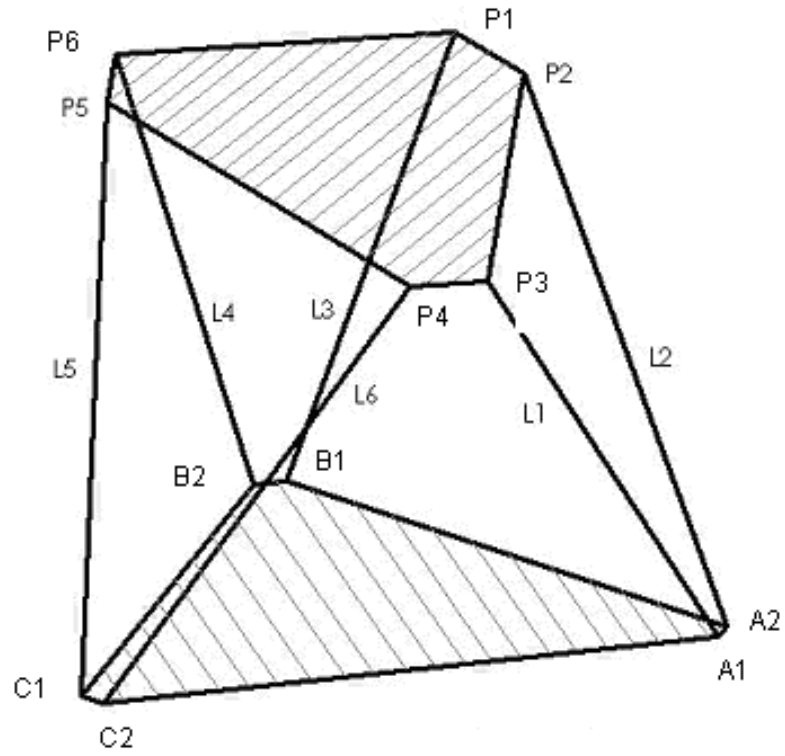
$$\begin{array}{ccc}
 0.0645 & 0.1148 & -0.0443 \\
 P_1 = 0.1225 & P_2 = -0.0364 & P_3 = -0.0110 \\
 0.2099 & 0.1633 & 0.2266
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Öteleme vektörü} &= \begin{matrix} 0.045 \\ t = 0.025 \\ 0.2 \end{matrix}, & \text{Dönme açıları} & \begin{matrix} \alpha = \frac{\pi}{18}, \\ \beta = \frac{\pi}{9}, \\ \gamma = \frac{\pi}{10}, \end{matrix} \end{aligned}$$

Maple' da 6-3 SPM düz kinematik analiz için yapılan programlama Ek9 da gösterilmiştir.

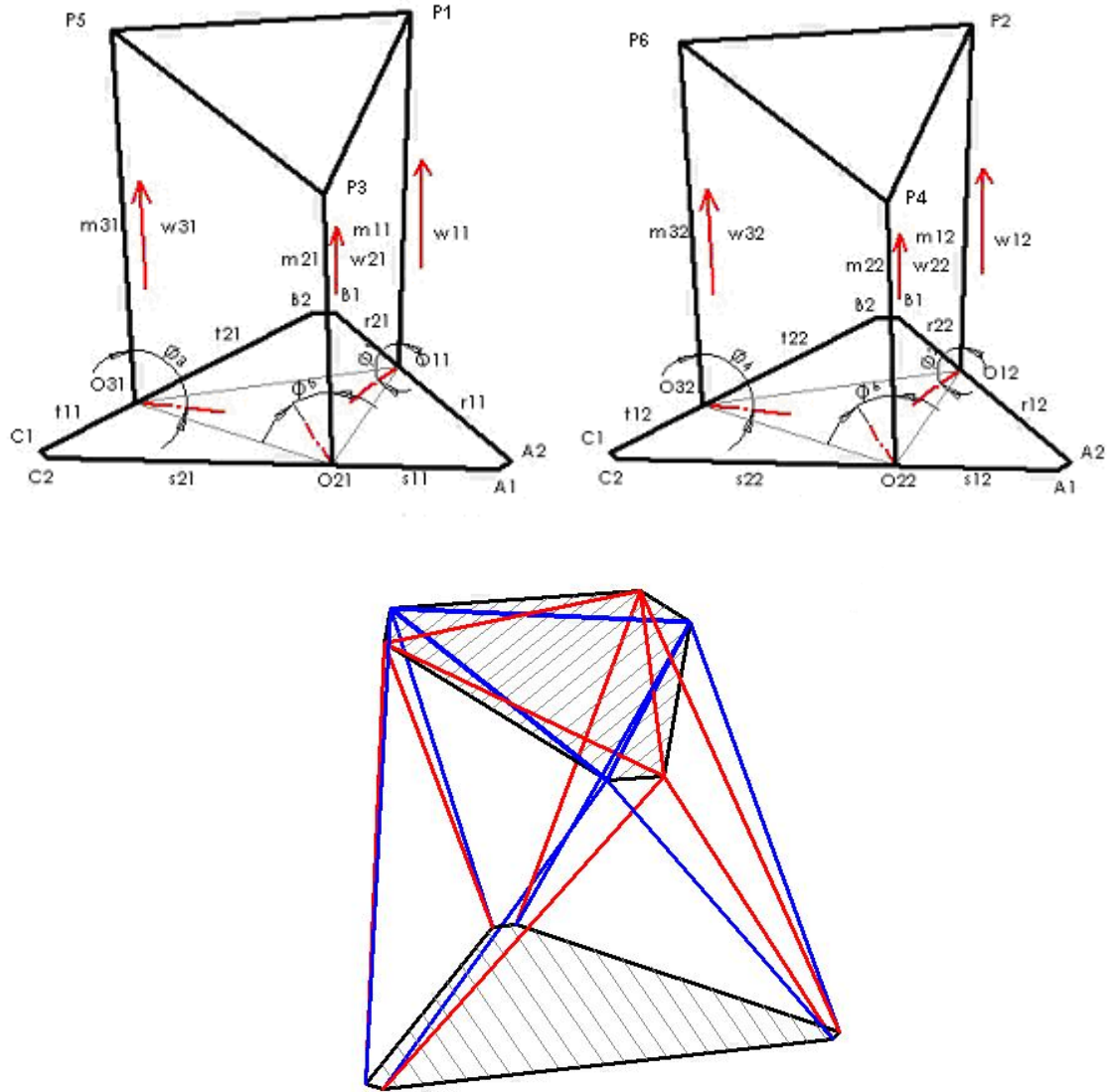
6. 6-6 SPM KİNEMATİK ANALİZİ

6-6 SPM' nin düz kinematik analizinde diğer iki yapıdaki SPM' nin analizine göre farklı olarak iki zaman dilimi için bacak boylarının bilindiği kabul edilmiştir. Böylece mekanizma iki adet 6-3 SPM' nin toplamı olarak düşünülmüştür. Bu iki adet 6-3 SPM' nin düz kinematik analizi yapılarak 6-6 SPM' nin düz kinematik problemi çözülmüştür. Şekil 6.1 de 6-6 SPM görülmektedir.



Şekil 6.1 6-6 SPM

6.1 6-6 SPM Geometrik İncelenmesi



Şekil 6.2 Düşünülen her iki sistem için hesaplamada kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları

6-6 SPM' nin geometrik incelenmesinde yine 3-3 ve 6-3 SPM' nin geometrik incelenmesindeki benzer bir yol izlenebilir.

6-6 SPM' nin geometrik incelenmesinde bacakların üst platform ile alt platform arasında bağlandığı iki durumun bilindiği kabul edilmiştir. Bu kabul bize sistemi iki adet 6-3 SPM' nin

toplamı gibi görmemizi sağlar. Rijit bir cisim olan üst platformun geometrik yapısı yani kenar uzunlukları bilindiğine göre üst platform iki adet üçgen platform olarak ayrılabilir.

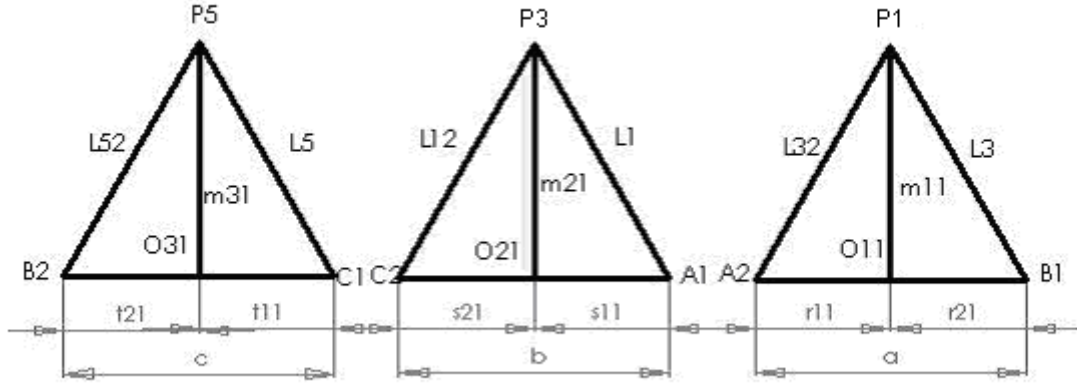
Şekil 6.1 ve şekil 6.2 deki 6-6 genel SPM’de bacakların sabit alt platforma bağlandığı noktaları sırasıyla $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ ve üst platforma bağlandığı noktaları ise P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ve P_6 şeklinde adlandırabiliriz. Yine benzer yollarla hesaplamada kullanılan alt platforma ait kenar uzunlukları A_2B_1, A_1C_2 ve B_2C_1 sırasıyla a, b ve c olsun. Üst platformun kenar uzunlukları ise $P_1P_3, P_1P_5, P_3P_5, P_2P_6, P_6P_4, P_4P_2$ sırasıyla b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 ve b_6 seçilsin. Ayrıca bacak uzunlukları sırasıyla L_1, L_2, \dots, L_6 olarak verilsin. $A_2P_3B_1$ üçgenini ele aldığımızda P_3 noktası merkezi A_2 ‘de ve yarıçapı L_{32} olan küre yüzeyi ve merkezi B_1 ‘de ve yarıçapı L_3 olan küre yüzeyinin ara kesiti olan O_{11} merkezli m_{11} yarıçaplı çember üzerindedir.

Aynı şekilde P_5 ve P_1 noktaları sırasıyla O_{21} merkezli m_{21} yarıçaplı ve O_{31} merkezli m_{31} yarıçaplı çember üzerinde olacaktır. Böylece sistem O_i noktasında döner mafsalları ve P_i noktasında küresel mafsalları varmış gibi ele alınabilir. Buradaki kısıt P_3-P_5, P_5-P_1 ve P_1-P_3 noktaları arasındaki uzaklığın sabit olmasıdır. O_{11} noktası, A_2 noktasından r_{11} , B_1 noktasından r_{21} kadar, O_{21} noktası, A_1 noktasından s_{11} , C_2 noktasından s_{21} kadar ve O_{31} noktası, B_2 noktasından t_{11} , C_1 noktasından t_{21} kadar uzaktadır.

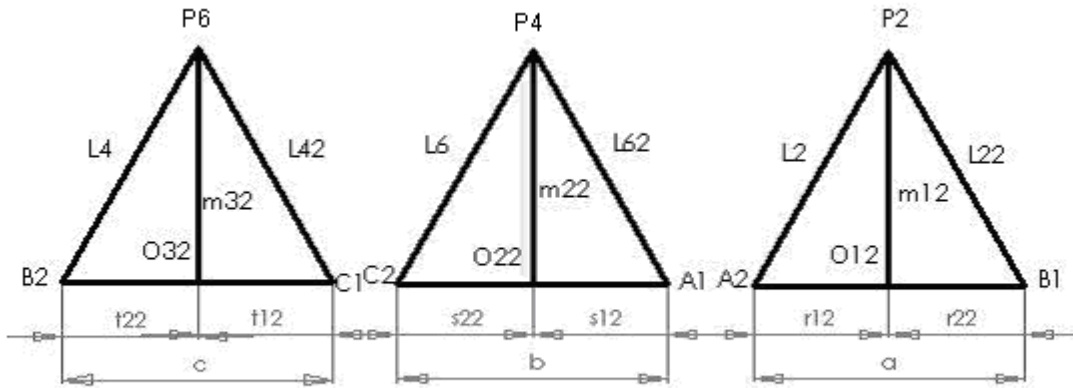
6.2 6-6 SPM Düz Kinematik Analizi

Sisteme ait tanıdığımız büyüklükleri bilinenler cinsinden ifade edersek (Şekil 6.3),

Birinci Sistem için,



İkinci Sistem için,



Şekil 6.3 O_1 , O_2 ve O_3 noktalarının konumları ve m_1 , m_2 ve m_3 'ün uzunlukları

$$r_{11} = \frac{(a^2 + L_{32}^2 - L_3^2)}{2a}, \quad r_{21} = a - r_{11}, \quad m_{11} = (L_{32}^2 - r_{11}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.a)$$

$$r_{12} = \frac{(a^2 + L_2^2 - L_{22}^2)}{2a}, \quad r_{22} = a - r_{12}, \quad m_{12} = (L_2^2 - r_{22}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.b)$$

$$s_{11} = \frac{(b^2 + L_1^2 - L_{12}^2)}{2b}, \quad s_{21} = b - s_{11}, \quad m_{21} = (L_1^2 - s_{11}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.c)$$

$$s_{12} = \frac{(b^2 + L_{62}^2 - L_6^2)}{2b}, \quad s_{22} = b - s_{12}, \quad m_{22} = (L_{62}^2 - s_{12}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.d)$$

$$t_{11} = \frac{(c^2 + L_{52}^2 - L_5^2)}{2c}, \quad t_{21} = c - t_{11}, \quad m_{31} = (L_{52}^2 - t_{11}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.e)$$

$$t_{12} = \frac{(c^2 + L_4^2 - L_{42}^2)}{2c}, \quad t_{22} = c - t_{12}, \quad m_{32} = (L_4^2 - t_{12}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1.f)$$

O_1 , O_2 ve O_3 noktalarına ait konum vektörlerinin içinde tanımlanacağı koordinat sisteminin XY düzlemi sabit platform düzlemi ile çakışık olarak seçilmiştir. Bu XYZ koordinat sisteminde A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 ve C_2 sırasıyla A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 ve C_2 noktalarının konum vektörleri olmak üzere, O_{11} , O_{12} , O_{21} , O_{22} , O_{31} ve O_{32} 'ü şöyle tanımlayabiliriz.

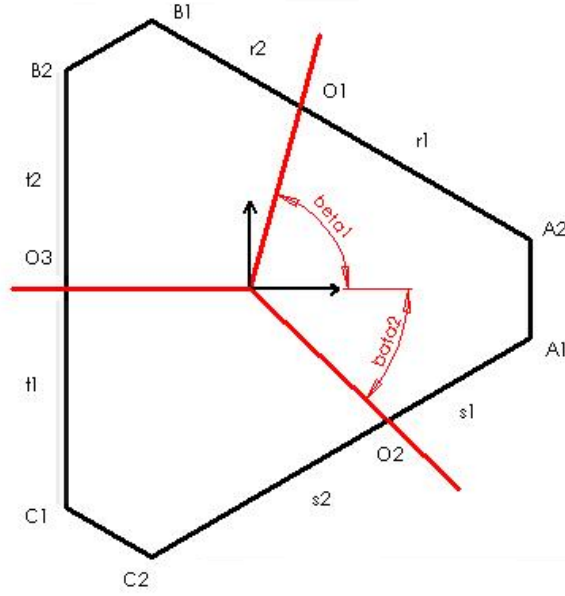
1. Sistem

2. Sistem

$$O_{11} = A_2 + \frac{r_{11}(B_1 - A_2)}{|B_1 - A_2|} \quad O_{12} = A_2 + \frac{r_{12}(B_1 - A_2)}{|B_1 - A_2|} \quad (6.2)$$

$$O_{21} = A_1 + \frac{s_{11}(C_2 - A_1)}{|C_2 - A_1|} \quad O_{22} = A_1 + \frac{s_{12}(C_2 - A_1)}{|C_2 - A_1|}$$

$$O_{31} = C_1 + \frac{t_{11}(B_2 - C_1)}{|B_2 - C_1|} \quad O_{32} = C_1 + \frac{t_{12}(B_2 - C_1)}{|B_2 - C_1|}$$



Şekil 6.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımı

Bu durumda sabit platformun B_1A_2 , C_2A_1 ve B_2C_1 kenarlarına çizilen dik doğruların x- eksenini ile yaptığı açılar,

$$\beta_1 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(B_1 - A_2) \times k\} \cdot j}{|(B_1 - A_2) \times k|} \right] \quad (6.3)$$

$$\beta_2 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(A_1 - C_2) \times k\} \cdot j}{|(A_1 - C_2) \times k|} \right]$$

$$\beta_3 = \sin^{-1} \left[\frac{\{(C_1 - B_2) \times k\} \cdot j}{|(C_1 - B_2) \times k|} \right]$$

Buradaki i , j ve k sırasıyla x , y , ve z eksenlerinin birim vektörleridir. Bu açılar alt platform sabit olduğu için her iki sistem içinde aynıdır.

Φ_1, Φ_2, Φ_3 , sırasıyla $A_2P_3B_1, A_1P_1C_2$ ve $B_2P_5C_1$ düzlemlerinin XY düzlemiyle yaptıkları eğim açılarıdır. Aynı şekilde üst platform rijit bir cisim olduğu için $A_2P_2B_1, A_1P_6C_2$ ve $B_2P_4C_1$ düzlemlerinin XY düzlemiyle yaptığı eğim açıları bir önceki sistemle aynı olacaktır. Bu durumda ω_1, ω_2 ve ω_3 vektörleri her iki sistem içinde aynı olacaktır. Bu vektörler için,

$$\omega_i = \cos \beta_i \cos \phi_i i + \sin \beta_i \sin \phi_i j + \sin \phi_i k \quad (i: 1,2,3) \quad (6.4)$$

ifadeleri yazılabilir. Üst platforma ait P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ve P_6 noktalarının konum vektörleri için ise,

$$P_1 = O_{11} + m_{11}\omega_1 \quad (6.5)$$

$$P_3 = O_{21} + m_{21}\omega_2$$

$$P_5 = O_{31} + m_{31}\omega_3$$

Aynı şekilde,

$$P_2 = O_{12} + m_{12}\omega_1$$

$$P_4 = O_{22} + m_{22}\omega_2$$

$$P_6 = O_{32} + m_{32}\omega_3$$

yazabiliriz.

Üst platform rijit bir cisim olduğundan konum vektörleri

$$|P_3 - P_1|^2 = b_1^2 \quad (6.6)$$

$$|P_5 - P_3|^2 = b_2^2 \quad (6.7)$$

$$|P_5 - P_1|^2 = b_3^2 \quad (6.8)$$

Yine aynı şekilde;

$$|P_2 - P_4|^2 = b_1^2 \quad (6.9)$$

$$|P_6 - P_4|^2 = b_2^2 \quad (6.10)$$

$$|P_6 - P_2|^2 = b_3^2 \quad (6.11)$$

kısıtlarını sağlamak zorundadır. Burada b_1 , b_2 ve b_3 üst platformun kabul edilen üçgen şeklindeki iki parçasının kenar uzunluklarıdır.

Problemin çözümü için diğer iki tip SPM'da da olduğu gibi Bezout metodu kullanılacaktır.

6-6 SPM Düz Kinematik Problemin Bezout Metodu ile Çözümü;

Denkleminin çözümü için (6.5) denklemlerindeki P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 ve P_6 vektörlerini (6.6)-(6.11) denklemlerinde yerine koyalım.

$$\begin{aligned} & ((O_{11})_x - (O_{21})_x + m_{11} \cos \beta_1 \cos \phi_{11} - m_{21} \cos \beta_2 \cos \phi_{21})^2 + \\ & ((O_{11})_y - (O_{21})_y + m_{11} \sin \beta_1 \cos \phi_{11} - m_{21} \sin \beta_2 \cos \phi_{21})^2 \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$+(m_{11} \sin \phi_{11} - m_{21} \sin \phi_{21})^2 = b_1^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_{12})_x - (O_{22})_x + m_{12} \cos \beta_1 \cos \phi_{12} - m_{22} \cos \beta_2 \cos \phi_{22})^2 + \\ & ((O_{12})_y - (O_{22})_y + m_{12} \sin \beta_1 \cos \phi_{12} - m_{22} \sin \beta_2 \cos \phi_{22})^2 \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$+(m_{12} \sin \phi_{12} - m_{22} \sin \phi_{22})^2 = b_1^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_{21})_x - (O_{31})_x + m_{21} \cos \beta_2 \cos \phi_{21} - m_{31} \cos \beta_3 \cos \phi_{31})^2 + \\ & ((O_{21})_y - (O_{31})_y + m_{21} \sin \beta_2 \cos \phi_{21} - m_{31} \sin \beta_3 \cos \phi_{31})^2 \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$+(m_{21} \sin \phi_{21} - m_{31} \sin \phi_{31})^2 = b_2^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_{22})_x - (O_{32})_x + m_{22} \cos \beta_2 \cos \phi_{22} - m_{32} \cos \beta_3 \cos \phi_{32})^2 + \\ & ((O_{22})_y - (O_{32})_y + m_{22} \sin \beta_2 \cos \phi_{22} - m_{32} \sin \beta_3 \cos \phi_{32})^2 \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$+(m_{22} \sin \phi_{22} - m_{32} \sin \phi_{32})^2 = b_2^2$$

$$\begin{aligned} & ((O_{31})_x - (O_{11})_x + m_{31} \cos \beta_3 \cos \phi_{31} - m_{11} \cos \beta_1 \cos \phi_{11})^2 + \\ & ((O_{31})_y - (O_{11})_y + m_{31} \sin \beta_3 \cos \phi_{31} - m_{11} \sin \beta_1 \cos \phi_{11})^2 \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$+(m_{31} \sin \phi_{31} - m_{11} \sin \phi_{11})^2 = b_3^2$$

$$((O_{32})_x - (O_{12})_x + m_{32} \cos \beta_3 \cos \phi_{32} - m_{12} \cos \beta_1 \cos \phi_{12})^2 +$$

$$((O_{32})_y - (O_{12})_y + m_{32} \sin \beta_3 \cos \phi_{32} - m_{12} \sin \beta_1 \cos \phi_{12})^2 \quad (6.17)$$

$$+ (m_{32} \sin \phi_{32} - m_{12} \sin \phi_{12})^2 = b_3^2$$

(6.12)- (6.17) Denklemlerini basitleştirirsek,

$$D_{11} \cos \phi_{11} + D_{21} \cos \phi_{21} + D_{31} \cos \phi_{11} \cos \phi_{21} + D_{41} \sin \phi_{11} \sin \phi_{21} + D_{51} = 0 \quad (6.18)$$

$$D_{12} \cos \phi_{12} + D_{22} \cos \phi_{22} + D_{32} \cos \phi_{12} \cos \phi_{22} + D_{42} \sin \phi_{12} \sin \phi_{22} + D_{52} = 0 \quad (6.19)$$

$$E_{11} \cos \phi_{21} + E_{21} \cos \phi_{31} + E_{31} \cos \phi_{21} \cos \phi_{31} + E_{41} \sin \phi_{21} \sin \phi_{31} + E_{51} = 0 \quad (6.20)$$

$$E_{12} \cos \phi_{22} + E_{22} \cos \phi_{32} + E_{32} \cos \phi_{22} \cos \phi_{32} + E_{42} \sin \phi_{22} \sin \phi_{32} + E_{51} = 0 \quad (6.21)$$

$$F_{11} \cos \phi_{31} + F_{21} \cos \phi_{11} + F_{31} \cos \phi_{31} \cos \phi_{11} + F_{41} \sin \phi_{31} \sin \phi_{11} + F_{51} = 0 \quad (6.22)$$

$$F_{12} \cos \phi_{32} + F_{22} \cos \phi_{12} + F_{32} \cos \phi_{32} \cos \phi_{12} + F_{42} \sin \phi_{32} \sin \phi_{12} + F_{52} = 0 \quad (6.23)$$

D_{i1} , D_{i2} , E_{i1} , E_{i2} , F_{i1} ve F_{i2} açık ifadeleri Ek-4' de gösterilmiştir. (i=1..5)

Denklemlerini elde ederiz. (6.18)-(6.23) denklemlerinde,

$$x_{i1} = \tan\left(\frac{\phi_{i1}}{2}\right) \quad \text{ve} \quad x_{i2} = \tan\left(\frac{\phi_{i2}}{2}\right) \quad (i: 1,2,\dots,6) \quad (6.24)$$

olmak üzere,

$$\cos \phi_{i1} = \frac{(1 - x_{i1}^2)}{(1 + x_{i1}^2)} \quad \text{ve} \quad \cos \phi_{i2} = \frac{(1 - x_{i2}^2)}{(1 + x_{i2}^2)} \quad (6.25)$$

$$\sin \phi_{i1} = \frac{2x_{i1}}{(1+x_{i1}^2)} \quad \text{ve} \quad \sin \phi_{i2} = \frac{2x_{i2}}{(1+x_{i2}^2)} \quad (6.26)$$

dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$(G_{11}x_{11}^2 + G_{21})x_{21}^2 + (G_{31}x_{11})x_{21} + (G_{41}x_{11}^2 + G_{51}) = 0 \quad (6.27)$$

$$(G_{12}x_{12}^2 + G_{22})x_{22}^2 + (G_{32}x_{12})x_{22} + (G_{42}x_{12}^2 + G_{52}) = 0 \quad (6.28)$$

$$(H_{11}x_{31}^2 + H_{41})x_{21}^2 + (H_{31}x_{31})x_{21} + (H_{21}x_{31}^2 + H_{51}) = 0 \quad (6.29)$$

$$(H_{12}x_{32}^2 + H_{42})x_{22}^2 + (H_{32}x_{32})x_{22} + (H_{22}x_{32}^2 + H_{52}) = 0 \quad (6.30)$$

$$(I_{11}x_{11}^2 + I_{41})x_{31}^2 + (I_{31}x_{11})x_{31} + (I_{21}x_{11}^2 + I_{51}) = 0 \quad (6.31)$$

$$(I_{12}x_{12}^2 + I_{42})x_{32}^2 + (I_{32}x_{12})x_{32} + (I_{22}x_{12}^2 + I_{52}) = 0 \quad (6.32)$$

G_{i1} , G_{i2} , H_{i1} , H_{i2} , I_{i1} ve I_{i2} açık ifadeleri Ek-4' de gösterilmiştir. (i=1..5)

Bezout metodu kullanılarak (6.27) ve (6.29) ile (6.28) ve (6.30) denklemlerinden sırasıyla x_{21} ve x_{22} elimine edilirse,

$$\begin{vmatrix} G_{11}x_{11}^2 + G_{21} & G_{41}x_{11}^2 + G_{51} \\ H_{11}x_{31}^2 + H_{41} & H_{21}x_{31}^2 + H_{51} \\ G_{31}x_{11} & G_{41}x_{11}^2 + G_{51} \\ H_{31}x_{31} & H_{21}x_{31}^2 + H_{51} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_{31}x_{31} & G_{31}x_{11} \\ H_{11}x_{31}^2 + H_{41} & G_{11}x_{11}^2 + G_{21} \\ G_{11}x_{11}^2 + G_{21} & G_{41}x_{11}^2 + G_{51} \\ H_{11}x_{31}^2 + H_{41} & H_{21}x_{31}^2 + H_{51} \end{vmatrix} = 0 \quad (6.33)$$

$$\begin{vmatrix} G_{12}x_{12}^2 + G_{22} & G_{42}x_{12}^2 + G_{52} \\ H_{12}x_{32}^2 + H_{42} & H_{22}x_{32}^2 + H_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_{32}x_{32} & G_{32}x_{12} \\ H_{12}x_{32}^2 + H_{42} & G_{12}x_{12}^2 + G_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (6.34)$$

$$\begin{vmatrix} G_{32}x_{12} & G_{42}x_{12}^2 + G_{52} \\ H_{32}x_{32} & H_{22}x_{32}^2 + H_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} G_{12}x_{12}^2 + G_{22} & G_{42}x_{12}^2 + G_{52} \\ H_{12}x_{32}^2 + H_{42} & H_{22}x_{32}^2 + H_{52} \end{vmatrix} = 0$$

denklemleri elde edilir. Buradaki determinantlar hesaplanıp sadeleştirilirse,

$$J_{11}x_{31}^4 + J_{21}x_{31}^3 + J_{31}x_{31}^2 + J_{41}x_{31} + J_{51} = 0 \quad (6.35)$$

$$J_{12}x_{32}^4 + J_{22}x_{32}^3 + J_{32}x_{32}^2 + J_{42}x_{32} + J_{52} = 0 \quad (6.36)$$

$$J_{11} = K_{11}x_{11}^4 + K_{21}x_{11}^2 + K_{31}$$

$$J_{12} = K_{12}x_{12}^4 + K_{22}x_{12}^2 + K_{32}$$

$$J_{21} = K_{41}x_{11}^3 + K_{51}x_{11}$$

$$J_{22} = K_{42}x_{12}^3 + K_{52}x_{12}$$

$$J_{31} = K_{61}x_{11}^4 + K_{71}x_{11}^2 + K_{81}$$

$$J_{32} = K_{62}x_{12}^4 + K_{72}x_{12}^2 + K_{82}$$

$$J_{41} = K_{91}x_{11}^3 + K_{101}x_{11}$$

$$J_{42} = K_{92}x_{12}^3 + K_{102}x_{12}$$

$$J_{51} = K_{111}x_{11}^4 + K_{121}x_{11}^2 + K_{131}$$

$$J_{52} = K_{112}x_{12}^4 + K_{122}x_{12}^2 + K_{132}$$

K_{i1} ve K_{i2} açık ifadeleri Ek-5' de gösterilmiştir. (i=1..13)

K katsayıları mekanizma geometrisine, hareketli platformun köşelerinin koordinatlarına ve eklem dönme açılarına bağlı olarak J_{i1} ve J_{i2} açık ifadeleri üstte gösterilmiştir. Artık (6.31) ve (6.35) ile (6.32) ve (6.36) denklemlerinde sırasıyla bezout metodu kullanılarak x_{31} ve x_{32} elimine edilebilir. Elde edilen denklemler,

$$\begin{vmatrix} J_{11}M_{31} - J_{31}M_{11} & J_{21}M_{31} - J_{41}M_{11} - J_{31}M_{21} & -J_{51}M_{11} - J_{41}M_{21} & -J_{51}M_{21} \\ J_{11}M_{21} - J_{21}M_{11} & J_{11}M_{31} - J_{31}M_{11} & -J_{41}M_{11} & -J_{51}M_{11} \\ M_{11} & M_{21} & M_{31} & 0 \\ 0 & M_{11} & M_{21} & M_{31} \end{vmatrix} = 0 \quad (6.37)$$

$$\begin{vmatrix} J_{12}M_{32} - J_{32}M_{12} & J_{22}M_{32} - J_{42}M_{12} - J_{32}M_{22} & -J_{52}M_{12} - J_{42}M_{22} & -J_{52}M_{22} \\ J_{12}M_{22} - J_{22}M_{12} & J_{12}M_{32} - J_{32}M_{12} & -J_{42}M_{12} & -J_{52}M_{12} \\ M_{12} & M_{22} & M_{32} & 0 \\ 0 & M_{12} & M_{22} & M_{32} \end{vmatrix} = 0 \quad (6.38)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki M_{i1} ve M_{i2} ler (6.31) ve (6.32) denklemlerindeki sırasıyla x_{31} ve x_{32} terimlerinin katsayılarıdır.

$$M_{11} = I_{11}x_{11}^2 + I_{41}, \quad M_{21} = I_{31}x_{11}, \quad M_{31} = I_{21}x_{11}^2 + I_{51} \quad (6.39)$$

$$M_{12} = I_{12}x_{12}^2 + I_{42}, \quad M_{22} = I_{32}x_{12}, \quad M_{32} = I_{22}x_{12}^2 + I_{52} \quad (6.40)$$

(6.37) deki 16. dereceden denklem çözülerek x_{11} için 16 adet çözüm bulunur. Bu çözümlerden imajiner ve negatif değere sahip olanlar elenir. Bulunan x_{11} ler (6.27) ve (6.31) denklemlerinde yerine konarak her bir x_{11} değeri için 2 adet x_{21} ve 2 adet x_{31} değeri elde edilir. Bulunan x_{21} ve x_{31} değerleri (6.29) denkleminde yerine konularak doğrulukları araştırılır. Aynı şekilde (6.38) deki 16. dereceden denklem çözülerek x_{12} için 16 adet çözüm bulunur. Bu çözümlerden imajiner ve negatif değere sahip olanlar elenir. Bulunan x_{12} ler (6.28) ve (6.32) denklemlerinde yerine konarak her bir x_{12} değeri için 2 adet x_{22} ve 2 adet x_{32} değeri elde edilir. Bulunan x_{22} ve x_{32} değerleri (6.30) denkleminde yerine konularak doğrulukları araştırılır. Bulunan x ifadelerinden phi açıları oradan da w vektörleri elde edilir. Bu sayede hareketli platformun köşe noktalarının koordinatları bulunur. Bulunan P_i

noktalarından üst platformun ağırlık merkezinin konumu olan G bulunmuş olur.

$$G = \frac{\frac{P_1 + P_3 + P_5}{3} + \frac{P_2 + P_4 + P_6}{3}}{2} \quad (6.41)$$

Rijit bir cisim olan üst platformun köşe noktalarının yine üst platformun eksen takımına göre konumları bilinmektedir (p_i). Bu durumda (3.4) deki rotasyon matrisi, p_i , P_i üst platformun köşe noktalarının sırasıyla üst platformun eksen takımına ve referans eksen takımına göre olan konumları, G öteleme vektörü kullanılarak (3.5) deki denklem sisteminin açık ifadesi olan 9 adet denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımlarından 4 tanesi çözülerek rotasyon matrisindeki referans eksen takımı etrafındaki üst platformun dönme açıları bulunmuş olur. Böylece düz kinematik analizin esas amacına ulaşılmış olur.

6.3 6-6 SPM Düz Kinematik ve Ters Kinematik Analizi Sayısal Örnek

6.3.1 6-6 SPM Ters Kinematik Analizi İçin Sayısal Örnek

Maple da yapılan programda ve Matlab-Simmechanics' te girilen değerler:

$$\alpha = \frac{\pi}{18},$$

$$\beta = \frac{\pi}{10}, \quad \text{Dönme açıları}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{18},$$

$$0.035$$

$$\text{Öteleme vektörü} = t = \begin{matrix} 0.04 \\ 0.2 \end{matrix},$$

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları ve Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri sırasıyla çizelge 6.1 ve 6.2 de gösterilmiştir.

Çizelge 6.1 6-6 SPM Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları

A_1	A_2	B_1	B_2	C_1	C_2
0.14986	0.14986	-0.069262	-0.080595	-0.080595	-0.069262
-0.0065429	0.0065429	0.13305	0.12651	-0.12651	-0.13305
0	0	0	0	0	0

Çizelge 6.2 6-6 SPM Üst platformun köşelerinin üst platformun eksen takımına göre konum vektörleri

P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
0.0342	0.0643	0.0643	0.0342	-0.0985	-0.0985
0.0940	0.0766	-0.0766	-0.0940	-0.0174	0.0174
0	0	0	0	0	0

Bu durumda elde edilen Üst platformun köşe noktalarının konumları ve bacak boyları,

$$\begin{array}{ccc}
 0.05150 & 0.08256 & 0.10787 \\
 P_1 = 0.13794 & P_2 = 0.12797 & P_3 = -0.01917 \\
 0.21183 & 0.19981 & 0.16550 \\
 \\
 0.08255 & -0.05437 & -0.06012 \\
 P_4 = -0.04262 & P_5 = 0.00122 & P_6 = 0.03465 \\
 0.16972 & 0.22266 & 0.23045
 \end{array}$$

$$L_1 = 0.1712 \quad L_2 = 0.2433 \quad L_3 = 0.2438 \quad L_4 = 0.2489 \quad L_5 = 0.2580 \quad L_6 = 0.2450$$

Maple' da 6-6 SPM ters kinematik analiz için yapılan programlama Ek10 da gösterilmiştir.

6.3.2 6-6 SPM Düz Kinematik Analiz için Sayısal Örnek

6-6 SPM iki 6-3 SPM toplamı olarak düşünülmüştür Bacakların sabit alt platform ile hareketli üst platform arasında bağlandığı iki durum için ayrı ayrı bacak boylarının bilindiği kabul edilmiştir. Yine Maple' da yapılan programlamada girilen değerler ters kinematik analiz sonunda bulunan bacak boyları ve sabit alt platformun köşe noktaları konum değerleri ile aynı seçilmiştir.

İkinci durum için elde edilen bacak boyları:

$$L_{12} = 0.2678 \quad L_{22} = 0.2510 \quad L_{32} = 0.2679 \quad L_{42} = 0.2819 \quad L_{52} = 0.2568 \quad L_{62} = 0.1861$$

Sağlanması gereken kısıtlar çizelge 6.3 de gösterilmiştir.

Çizelge 6.3 6-6 SPM Üst platformun kenar uzunlukları

b_1	b_2	b_3
0.1732	0.1732	0.1732

Bu durumda program sonunda elde edilen hareketli üst platformun köşe noktalarının konum değerleri:

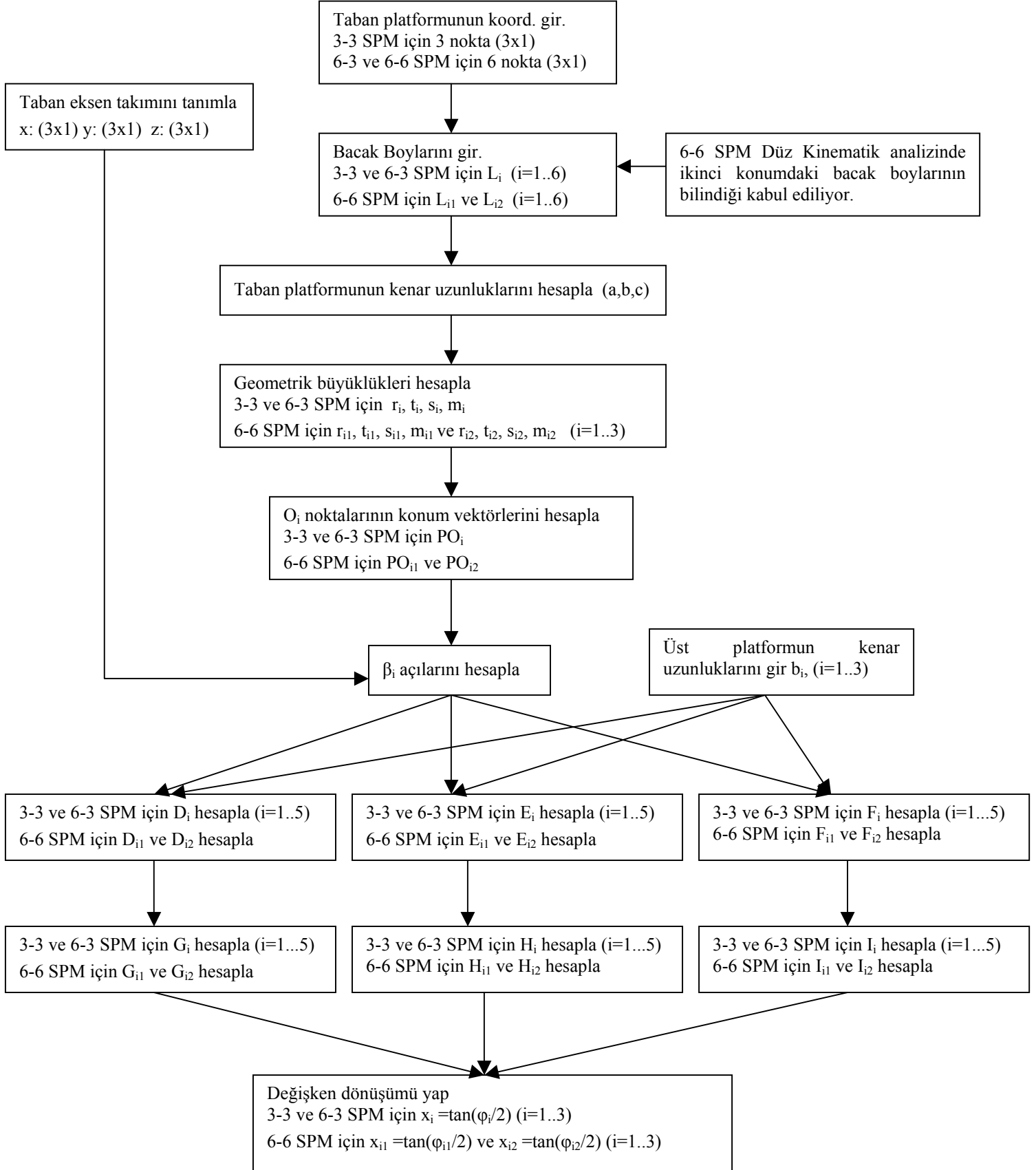
$$\begin{array}{ccc}
 0.05150 & 0.08256 & 0.10787 \\
 P_1 = 0.13794 & P_2 = 0.12797 & P_3 = -0.01917 \\
 0.21183 & 0.19981 & 0.16550 \\
 \\
 0.08255 & -0.05437 & -0.06012 \\
 P_4 = -0.04262 & P_5 = 0.00122 & P_6 = 0.03465 \\
 0.16972 & 0.22266 & 0.23045 \\
 \\
 & 0.035 & \alpha = \frac{\pi}{18}, \\
 \text{Öteleme vektörü} = t = 0.04, & \text{Dönme açıları} & \beta = \frac{\pi}{10}, \\
 & 0.2 & \gamma = \frac{\pi}{18},
 \end{array}$$

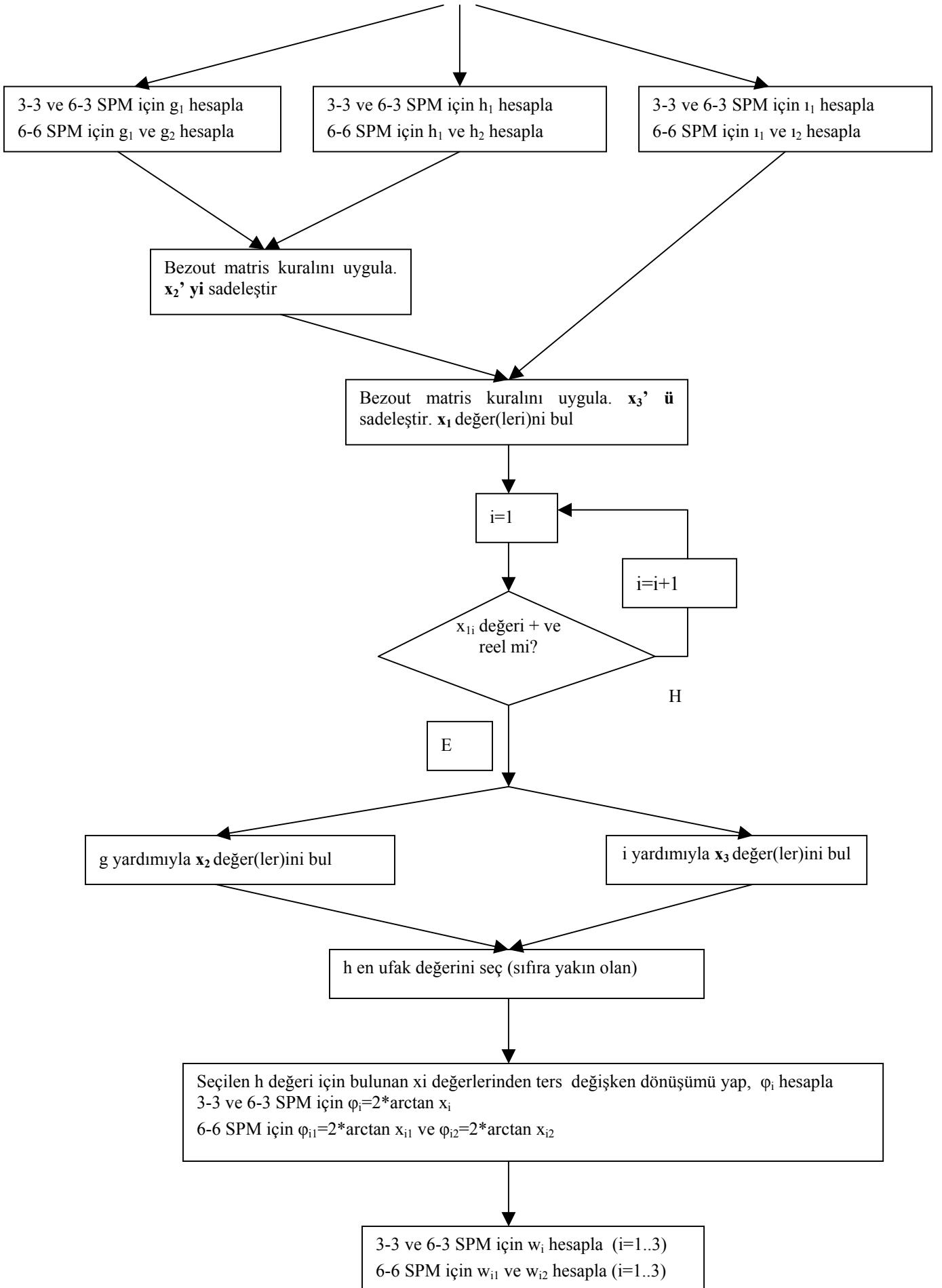
Maple' da 6-6 SPM düz kinematik analiz için yapılan programlama Ek11 de gösterilmiştir.

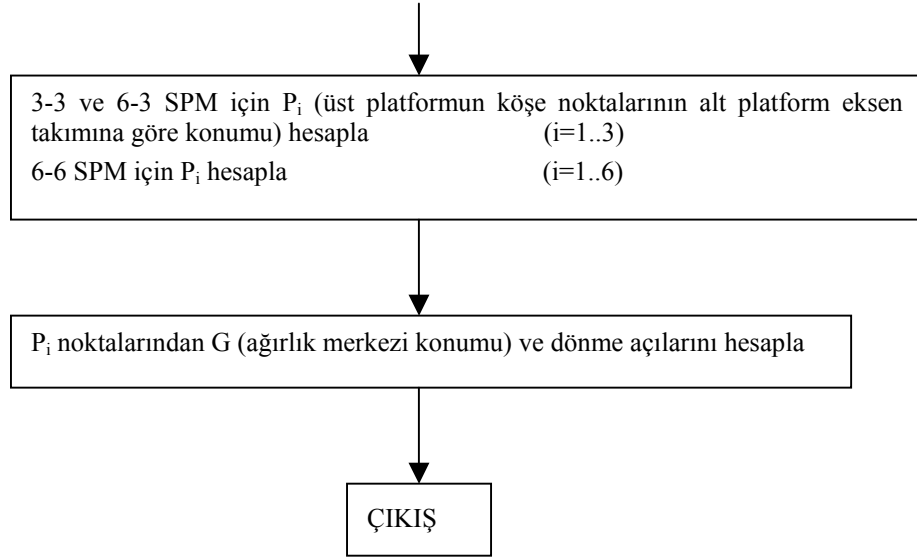
7. FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN GENELLEŞTİRİLMİŞ DÜZ KİNEMATİK

ALGORİTMASI

Farklı yapıdaki SPM' nin düz kinematik analizi için ortak bir algoritma geliştirilmiştir.





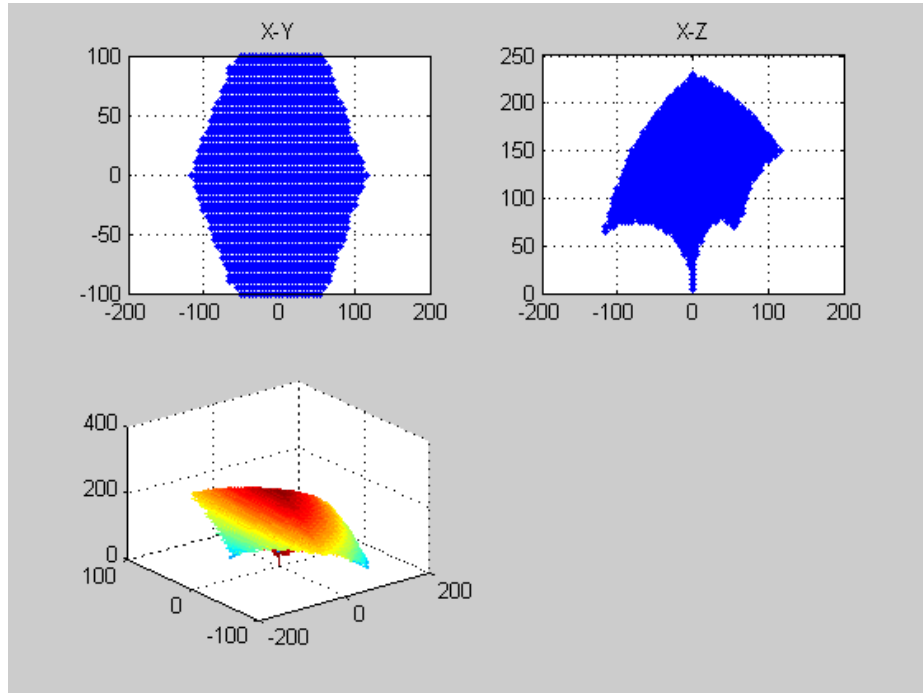


8. FARKLI YAPIDAKİ SPM' NİN ÇALIŞMA UZAYI ANALİZİ

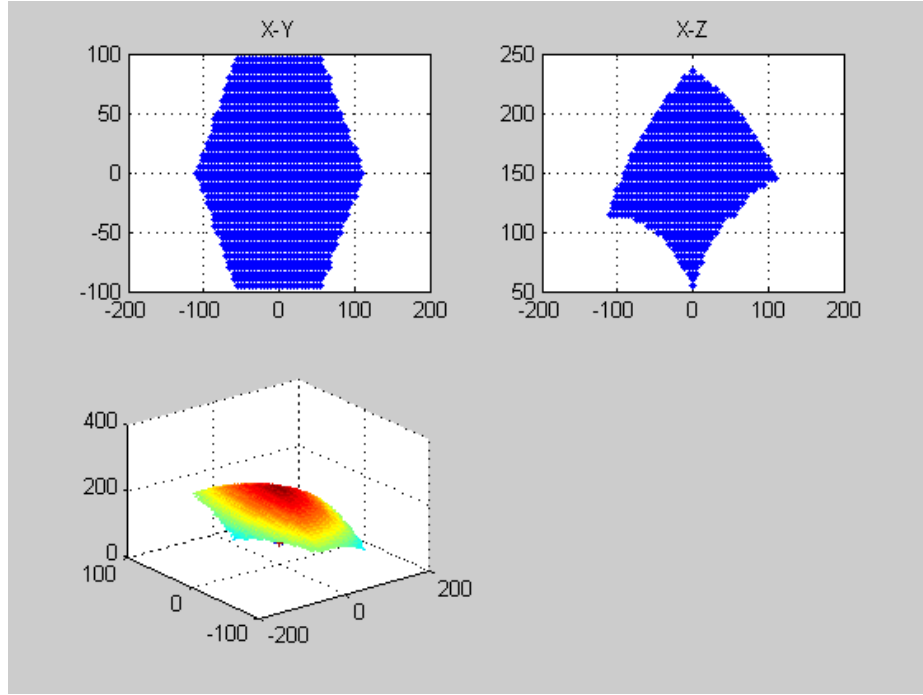
Ürün kalitesini arttırmak, maliyeti düşürmek ve ürün gelişim sürecini azaltmak her zaman firmalar için değişen rekabet şartlarına uyum sağlamaları bakımından kritik öneme sahip olmuşlardır. SPM' nin dizaynında çalışma uzayı analizi yukarıda saydığımız fonksiyonların gerçekleştirilmesinde önemli bir bölümü oluşturur. Çalışma uzayı aktif ve pasif birleşme yerleri ile bacak boylarına bağlı olarak ağırlık merkezinin hareketinin ulaşabileceği yer olarak tanımlanır. Her ne kadar PM endüstride ve mühendislik uygulamalarında kullanılsalar bile çalışma uzaylarının belirlenmesinde genel bir yaklaşım yoktur. Bu PM'ın konfigirasyonunun ve kinematik analizinin karışıklığından ileri gelir. SPM' nin çalışma uzayını etkileyen bazı kısıtlar vardır. Bunlar bacak boyları limitleri, bağların hareket limitleri ve olabilecek tekilliklerdir (Joseph P.).

Düz ve ters kinematik analizi yapılan farklı yapıdaki SPM' nin çalışma uzayı analizleri yapılmıştır. Matlab-SimMechanics programında yapılan program Ek-12 de gösterilmiştir.

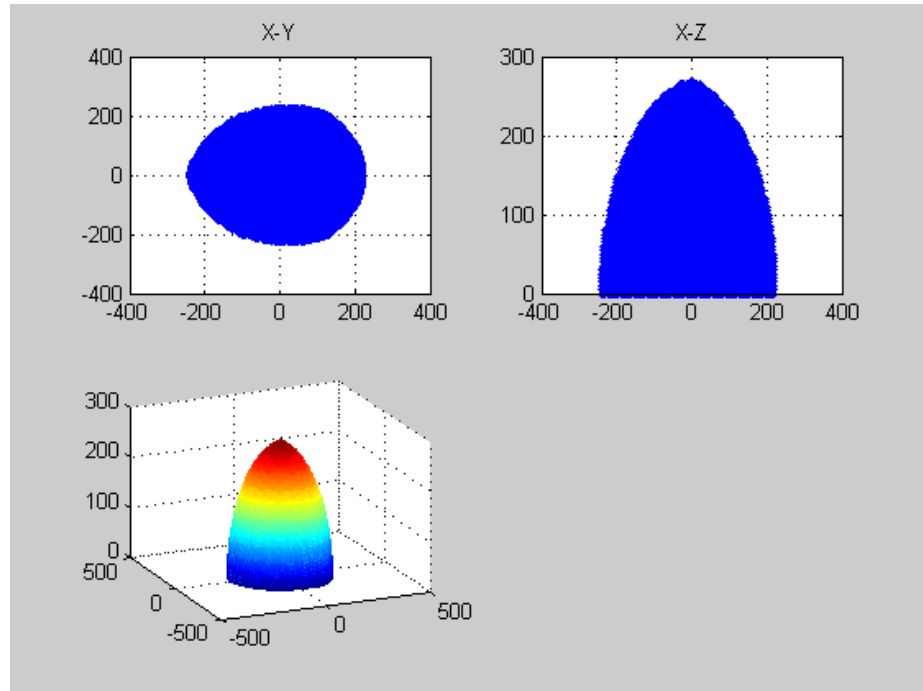
Aşağıda kinematik analizleri yapılan aynı üst ve alt platform çaplarına sahip farklı yapıdaki SPM' nin çalışma uzayı analizi görülmektedir.



Şekil 8.1 3-3 SPM' nin çalışma uzayı analizi



Şekil 8.2 6-3 SPM' nin çalışma uzayı analizi



Şekil 8.3 6-6 SPM' nin çalışma uzayı analizi

Kinematik analizleri yapılan SPM' nin çalışma uzaylarına bakıldığı zaman 6-6 SPM'nin en iyi olduğu ve daha sonra 6-3 SPM ile 3-3 SPM' nin geldiği görülmektedir. Çalışma uzaylarının belirlenmesinde geometrik büyüklüklerin yanında yukarıda bahsedilen kısıtlarda

hesaba katılmalıdır. Gerçekte SPM içinde çalışma uzayı, rijitliği ve hareket kabiliyetini kısıtlamayan yapısı bakımından genellikle tercih edilen 6-3 SPM' dir. 6-6 SPM'nın çalışma uzayı her ne kadar en iyisi olarak gözükse de yapısı gereği hareket sırasında çeşitli kilitlenmeler olabilir. Bu kilitlenmelerin sebebi, en ufak hareket için en az 4 ayağının kontrol edilmesinin gerekliliğidir. Bu veriler ışığında çalışma uzayı 6-3 SPM' na göre daha küçüktür (Sait N. Yurt-2002). Paralel mekanizmaların genel dezavantajlarından olan çalışma uzaylarının seri mekanizmalara göre daha kısıtlı olması, son yıllarda çalışma uzayı analizlerinin popüler araştırma konuları arasındaki yerini almasını sağlamıştır.

9. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Stewart Platform Mekanizmasının daha iyi anlaşılabilmesi için ilk önce genel hususlardan bahsedilmiştir. Paralel ve seri mekanizmalardan bahsedildikten sonra bu sistemler birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Paralel mekanizmaların özel bir hali olan Stewart Platform Mekanizması ifade edilmiştir. SPM' nin tarihsel gelişimi ve bu gelişim sürecinde verilen önemli öneriler bahsedilmiştir. SPM' nin daha da iyi anlaşılabilmesi için önemli kullanım alanları ifade edilmiştir. Mekanizmaların tekillik ve çalışma uzayı analizlerinden bahsedilmiştir. Mekanizmaların mobilitesi ve kısıtlı serbestlik dereceli mekanizmalar açıklandıktan sonra farklı yapıdaki SPM' nin düz ve ters kinematik analizine geçilmiştir.

Farklı yapıdaki SPM' nin ters kinematik analizi daha önceden de belirtildiği gibi teorik olarak kolay bir şekilde yapılmıştır. Matlab-SimMechanics programında ve Maple programında ters kinematik analiz yapılmıştır. Elde edilen değerler aynı giriş büyüklükleri için karşılaştırılmış ve aynı değerler bulunarak iki programda doğrulanmıştır.

SPM' nin düz kinematik analizinin karmaşık olduğu görülmüştür. Teorik olarak ifade etmek için nümerik yöntem yerine değişken dönüşümlü metot olan Bezout metodu kullanılmıştır. Düz kinematik analizde ters kinematik analizden farklı olarak çözümün tek olmadığı görülmüştür. Fakat çözümler Bezout metodu uygulanacak bağ açılına bağlı üç ana denklemde analiz edildiğinde bulunan en uygun çözümün ters kinematik analizde girilen değerle aynı olduğu görülür. Düz kinematik analizdeki giriş değerleri olarak, daha önceden ters kinematik analizde elde edilen çıkış değerleri kullanılmıştır. İki düz ve ters kinematik analizin giriş ve çıkış değerleri karşılaştırıldığında birbirlerine çok yakın oldukları görülür. Fakat hangisinin daha doğrulukta sonuç verdiği araştırılmalıdır. Farklı yapıdaki SPM' nin düz kinematik analizleri yapıldıktan sonra düz kinematik analiz için ortak bir algoritma geliştirilmiştir. Gelecekteki çalışmalarda bu algoritmanın geliştirilmesiyle çalışma uzayı analizine genel bir yaklaşım sağlanmaya çalışılabilir.

Son olarak aynı üst ve alt platform çaplarına sahip farklı yapıdaki SPM için çalışma uzayı analizi yapılmıştır. Paralel mekanizmaların en büyük dezavantajı olan çalışma uzaylarının kısıtlı olması nedeniyle, gelecekte bu çalışmalar üzerine bizi yönlendirmelidir.

KAYNAKLAR

Ahmed Abu Hanieh, "Active Isolation and Damping of Vibrations via Stewart Platform", Thesis submitted in candidature for the degree of Doctor in Applied Sciences Academic year 2002 - 2003

Bhaskar Dasgupta ve T.S. Mruthyunjaya, "The Stewart platform manipulator: a review", Mechanism and Machine Theory 35 (2000) 15-40,1998.

Bo Zhang, "Development of a Passive Parallel Platform for Force Control Applications", University of Florida

Collins C. L. And Long G. L., 1995, "The Singularity analysis of an In-Parallel Hand Controller for Force-Reflected Teleoperation", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 661-669.

Daniel Lazard "The (true) Stewart Platform has 12 configurations" Institut Blaise Pascal Paris, France, 1994

Dasgupta, D. And Mruthyunjaya, T. S., 1998. "Singularity-free Path Planning for the Stewart Platform Manipulator", Mechanism and Machine Theory, 33, 711-725.

Du Plesis, L. J. and Snyman, J. A., 2001. "A numerical Method for the Determination of Dexterous Workspace of Gough-Stewart Platforms", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 52, 345-369.

Elmas Anlı, Hüseyin Alp, Sait N. Yurt ve İbrahim Özkol, "Paralel Mekanizmaların Kinematiği, Dinamiği ve Çalışma Uzayı", Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi Cilt 2 Sayı 1 (19- 36), Ocak 2005.

Elmas Anlı, "Positional Kinematics Analysis of The 6-3 Stewart Platform Mechanism Using Heuristic Algorithms", M.SC.Thesis, ITU, 2005.

Gosselin C. And Angeles J., 1990, "Singularity Analysis of Close Loop Kinematic Chains", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 6, 281-290.

H. Ersel ÖNER, M. Burak GÜRCAN, İlhan BAŞÇUHADAR, ve Tuna BALKAN, "Hidrolik Simülatör Tasarımı", II. Ulusal Hidrolik Pnömatik Kongresi ve Sergisi

Joseph P. Conti, Charles M. Clinton, and Guangming Zhang, "Workspace Variation of a Hexapod Machine Tool", Department of Mechanical Engineering & Institute for Systems Research Univesity of Maryland.

Kim D., Chung W. And Youm Y., 1999, Analytic Singularity Equation and analysis of 6-Dof Paralel Manipulators using Local Structurization Method", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 15, 612-622.

Lee, S. H., Song, J. B., Choi, W. C., and Hong, D., 2002. "Workspace and Force-Moment Transmission of a Variable Arm Type Paralel Manipulator", Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington, May, 3666-3671.

L. Stocco and S. E. Salcudean, “A Coarse-Fine Approach to Force-Reflecting Hand Controller Design”, IEEE International Conference on Robotics and Automation Minneapolis, Minnesota, April 22-28, 1996.

Marlet, J. P., 1996. “Workspace-Oriented Methodology for Designing a Parallel Manipulator”, Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, April, 3726-3731.

Monsarrat, B., and Gosselin, C. M., 2003. “Workspace Analysis and Optimal Design of a 3-leg 6-DOF Parallel Platform Mechanism”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 19(6), 954-966.

R.F. Boian, M. Bouzit, G.C. Burdea, J. Lewis and J.E. Deutsch, “Dual Stewart Platform Mobility Simulator”, Int. Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR’05), Chicago, IL, June 2005

Renk Graf and Rudiger Dillmann, “Active Acceleration Compensation Using a Stewart-Platform on a Mobile Robot”, Institute for Realtime-Systems and Robotics University of Karlsruhe, 1997

Robert S. Stoughton and Tatsuo Arai, “A Modified Stewart Platform Manipulator with Improved Dexterity”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No. 2, April 1993

Sait N. Yurt, “6-3 Stewart Platform Mekanizmasının Kinematik, Dinamik Analizi ve Kontrolü”, Doktora Tezi, ITU, 2002.

Ulrich Seibold, Bernhard Kuebler, Holger Weiss, Tobias Ortmaier, and Gerd Hirzinger, “Sensorized and Actuated Instruments for Minimally Invasive Robotic Surgery”, German Aerospace Center, Institute of Robotics and Mechatronics, Oberpfaffenhofen, D- 82234 Wessling, Germany

William J. Kirkwood, Sheri N. White, Mark Brown, Richard Henthorn, Scott Jensen, Karen A. Salamy, Edward T. Peltzer, and Peter Brewer, “Precision Underwater Positioning for *In Situ* Laser Raman Spectrographic Applications”, Monterey Bay Aquarium Research Institute, USA

Xiao-Shan Gao and Deli Lei, “Generalized Stewart Platforms and Their Direct Kinematics”, Institute of Systems Science, AMSS Academia Sinica, Beijing, China, 2003.

Zoran Lazarevic, “Feasibility of a Stewart Platform with Fixed Actuators as a Platform for CABG Surgery Device”, Master’s Thesis Columbia University Department of Bioengineering

INTERNET KAYNAKLARI

[1] “The Bezout’s Theorem” <http://www.mathpages.com/home/kmath544/kmath544.htm>

EKLER

- Ek1 Farklı Yapıdaki Stewart Platform Mekanizmalarının Ters Kinematik Analizi
Matlab-Simmechanics m-file
- Ek2 D_i , E_i , F_i ve G_i , H_i , I_i açık ifadeleri
- Ek3 K_i açık ifadeleri
- Ek4 D_{i1} , D_{i2} , E_{i1} , E_{i2} , F_{i1} , F_{i2} ve G_{i1} , G_{i2} , H_{i1} , H_{i2} , I_{i1} , I_{i2} açık ifadeleri
- Ek5 K_{i1} ve K_{i2} açık ifadeler
- Ek6 3-3 SPM' nın Maple' da Ters Kinematik Analizi
- Ek7 3-3 SPM' nın Maple' da Düz Kinematik Analizi
- Ek8 6-3 SPM' nın Maple' da Ters Kinematik Analizi
- Ek9 6-3 SPM' nın Maple' da Düz Kinematik Analizi
- Ek10 6-6 SPM' nın Maple' da Ters Kinematik Analizi
- Ek11 6-6 SPM' nın Maple' da Düz Kinematik Analizi
- Ek12 Farklı Yapıdaki SPM' nın Çalışma Uzayı Analizi- Matlab-SimMechanics m-file

Ek1 Farklı Yapıdaki Stewart Platform Mekanizmalarının Ters Kinematik Analizi Matlab-Simmechanics m-file

Üst ve alt plakada bağlantı noktalarının tanımlanmasındaki ofset açılarını değiştirerek sistem 3-3, 6-3 ve 6-6 SPM haline getirilebilir.

3-3 SPM için ofset açıları ($\alpha_b = 0 \cdot \text{deg2rad}$, $\alpha_t = 120 \cdot \text{deg2rad}$)

6-3 SPM için ofset açıları ($\alpha_b = -10 \cdot \text{deg2rad}$, $\alpha_t = 120 \cdot \text{deg2rad}$)

6-6 SPM için ofset açıları ($\alpha_b = 2.5 \cdot \text{deg2rad}$, $\alpha_t = 10 \cdot \text{deg2rad}$)

```
deg2rad = pi/180; % dereceden radyana dönüşüm
```

```
x_axis = [1 0 0]; % x ekseninin tanımlanması
```

```
y_axis = [0 1 0]; % y ekseninin tanımlanması
```

```
z_axis = [0 0 1]; % z ekseninin tanımlanması
```

```
% Üst ve alt plakada bağlantı noktalarının tanımlanması
```

```
pos_base = [];
```

```
pos_top = [];
```

```
alpha_b = 0*deg2rad; % alt plakada 60 derecelik ofset açısının oluşturulması için bağlantı açısı
```

```
alpha_t = 120*deg2rad; % üst plakada 60 derecelik ofset açısının oluşturulması için bağlantı açısı
```

```
height = 0.15; % serbest durumda üst plakanın yüksekliği (0.15 metre)
```

```
radius_b = 0.15; % alt plaka yarıçapı(0,15 m)
```

```
radius_t = 0.1; % üst plaka yarıçapı (0,1 m)
```

```
for i = 1:3,
```

```
    % Alt plakanın bağ noktalarının koordinatlarının hesaplanması
```

```
    angle_m_b = (2*pi/3)* (i-1) - alpha_b;
```

```
    angle_p_b = (2*pi/3)* (i-1) + alpha_b;
```

```
    pos_base(2*i-1,:) = [radius_b*cos(angle_m_b), radius_b*sin(angle_m_b), 0.0];
```

```
    pos_base(2*i,:) = [radius_b*cos(angle_p_b), radius_b*sin(angle_p_b), 0.0];
```

```
% Üst plakanın bağ noktalarının koordinatlarının hesaplanması
```

```
angle_m_t = (2*pi/3)* (i-1) - alpha_t + 2*pi/6;
```

```
angle_p_t = (2*pi/3)* (i-1) + alpha_t + 2*pi/6;
```

```
pos_top(2*i-1,:) = [radius_t*cos(angle_m_t), radius_t*sin(angle_m_t),height];
```

```
pos_top(2*i,:) = [radius_t*cos(angle_p_t), radius_t*sin(angle_p_t),height];
```

```

end
% üst plakanın bağlantı koordinatlarının birleştirilmesi(1,3,5 ve 2,4,6 bağ
% noktaları
pos_top = [pos_top(6,:); pos_top(1:5,:)]; %üstteki 6. nokta alttaki 1. noktaya bağlanıyor

% Noktaların 3x6 matris normuna dönüştürülmesi
body_pts = pos_top' - height*[zeros(2,6);ones(1,6)];

% işlevci vektörlerinin hesaplanması
legs = pos_top - pos_base;
leg_length = [ ];
leg_vectors = [ ];
for i = 1:6,
    leg_length(i) = norm(legs(i,:));
    leg_vectors(i,:) = legs(i,:) / leg_length(i);
end

% silindirik ve dönel eksenlerin hesaplanması
for i = 1:6,
    rev1(i,:) = cross(leg_vectors(i,:), z_axis);
    rev1(i,:) = rev1(i,:) / norm(rev1(i,:));
    rev2(i,:) = - cross(rev1(i,:), leg_vectors(i,:));
    rev2(i,:) = rev2(i,:) / norm(rev2(i,:));
    cyl1(i,:) = leg_vectors(i,:);
    rev3(i,:) = rev1(i,:);
    rev4(i,:) = rev2(i,:);
end

% Koordinat sistemleri
lower_leg = struct('origin', [0 0 0], 'rotation', eye(3), 'end_point', [0 0 0]);
upper_leg = struct('origin', [0 0 0], 'rotation', eye(3), 'end_point', [0 0 0]);

for i = 1:6,
    lower_leg(i).origin = pos_base(i,:) + (3/8)*legs(i,:);

```

```

lower_leg(i).end_point = pos_base(i,:) + (3/4)*legs(i,:);
lower_leg(i).rotation = [rev1(i,:)', rev2(i,:)', cyl1(i,:)'];
upper_leg(i).origin = pos_base(i,:) + (1-3/8)*legs(i,:);
upper_leg(i).end_point = pos_base(i,:) + (1/4)*legs(i,:);
upper_leg(i).rotation = [rev1(i,:)', rev2(i,:)', cyl1(i,:)'];
end

```

% Kütle ve Ataletlerin Hesaplanması

```

top_thickness = 0.01; %üst plakanın kalınlığı
base_thickness = 0.01;% alt plakanın kalınlığı
inner_radius = 0; % işlevci iç çapı
outer_radius = 0.05; %işlevci dış çapı
density = 76e3/9.81; % Çeliğin özkütlesi Kg/m^3

```

%işlevcilerin atalet ve kütlelerinin hesabı

```

[lower_leg_mass, lower_leg_inertia] = inertiaCylinder(density, ...
    0.75*leg_length(1),outer_radius, inner_radius);
[upper_leg_mass, upper_leg_inertia] = inertiaCylinder(density, ...
    0.75*leg_length(1),outer_radius, 0);

```

% üst ve alt plakanın kütle ve ataletinin hesabı

```

[top_mass, top_inertia] = inertiaCylinder(density, ...
    top_thickness, radius_t, 0);
[base_mass, base_inertia] = inertiaCylinder(density, ...
    base_thickness,radius_b, 0);

```

% kontrolcü katsayıları

```

Kp =30000; Ki = 200000; Kd = 1000;
% Kp = 80000; Ki = 200000; Kd = 4000;
% Kp = 2e6; Ki = 1e4; Kd = 4.5e4;

```

Ek2 D_i , E_i , F_i ve G_i , H_i , I_i açık ifadeleri

D_i , E_i ve F_i açık ifadeleri

$$D_1 = 2m_1 \cos \beta_1 \{(O_1)_x - (O_2)_x\} + 2m_1 \sin \beta_1 \{(O_1)_y - (O_2)_y\}$$

$$D_2 = -2m_2 \cos \beta_2 \{(O_1)_x - (O_2)_x\} - 2m_2 \sin \beta_2 \{(O_1)_y - (O_2)_y\}$$

$$D_3 = -2m_1 m_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)$$

$$D_4 = -2m_1 m_2$$

$$D_5 = \{(O_1)_x - (O_2)_x\}^2 + \{(O_1)_y - (O_2)_y\}^2 + m_1^2 + m_2^2 - b_1^2$$

$$E_1 = 2m_2 \cos \beta_2 \{(O_2)_x - (O_3)_x\} + 2m_2 \sin \beta_2 \{(O_2)_y - (O_3)_y\}$$

$$E_2 = -2m_3 \cos \beta_3 \{(O_2)_x - (O_3)_x\} - 2m_3 \sin \beta_3 \{(O_2)_y - (O_3)_y\}$$

$$E_3 = -2m_2 m_3 \cos(\beta_2 - \beta_3)$$

$$E_4 = -2m_2 m_3$$

$$E_5 = \{(O_2)_x - (O_3)_x\}^2 + \{(O_2)_y - (O_3)_y\}^2 + m_2^2 + m_3^2 - b_2^2$$

$$F_1 = 2m_3 \cos \beta_3 \{(O_3)_x - (O_1)_x\} + 2m_3 \sin \beta_3 \{(O_3)_y - (O_1)_y\}$$

$$F_2 = -2m_1 \cos \beta_1 \{(O_3)_x - (O_1)_x\} - 2m_1 \sin \beta_1 \{(O_3)_y - (O_1)_y\}$$

$$F_3 = -2m_3 m_1 \cos(\beta_3 - \beta_1)$$

$$F_4 = -2m_3 m_1$$

$$F_5 = \{(O_3)_x - (O_1)_x\}^2 + \{(O_3)_y - (O_1)_y\}^2 + m_3^2 + m_1^2 - b_3^2$$

G_i , H_i ve I_i açık ifadeleri

$$G_1 = -D_1 - D_2 + D_3 + D_5$$

$$H_1 = -E_1 - E_2 + E_3 + E_5$$

$$I_1 = -F_1 - F_2 + F_3 + F_5$$

$$G_2 = D_1 - D_2 - D_3 + D_5$$

$$H_2 = E_1 - E_2 - E_3 + E_5$$

$$I_2 = F_1 - F_2 - F_3 + F_5$$

$$G_3 = 4D_4$$

$$H_3 = 4E_4$$

$$I_3 = 4F_4$$

$$G_4 = -D_1 + D_2 - D_3 + D_5$$

$$H_4 = -E_1 + E_2 - E_3 + E_5$$

$$I_4 = -F_1 + F_2 - F_3 + F_5$$

$$G_5 = D_1 + D_2 + D_3 + D_5$$

$$H_5 = E_1 + E_2 + E_3 + E_5$$

$$I_5 = F_1 + F_2 + F_3 + F_5$$

Ek3 K_i açık ifadeleri

$$K_1 = (H_2G_1 - G_4H_1)^2$$

$$K_2 = 2(H_2G_1 - G_4H_1)(G_2H_2 - G_5H_1) + H_1H_2G_3^2$$

$$K_3 = (G_2H_2 - G_5H_1)^2$$

$$K_4 = -G_1G_3H_2H_3 - H_1H_3G_3G_4$$

$$K_5 = -G_2G_3H_2H_3 - H_1H_3G_3G_5$$

$$K_6 = 2(H_2G_1 - H_1G_4)(H_5G_1 - H_4G_4) + H_3^2G_1G_4$$

$$K_7 = 2(H_2G_1 - H_1G_4)(G_2H_5 - G_5H_4) + 2(H_2G_2 - G_5H_1)(G_1H_5 - G_4H_4) \\ + H_3^2G_1G_5 + H_3^2G_2G_4 + G_3^2H_1H_5 + G_3^2H_2H_4$$

$$K_8 = 2(G_2H_2 - G_5H_1)(G_2H_5 - G_5H_4) + H_3^2G_2G_5$$

$$K_9 = -H_3H_4G_3G_4 - H_3H_5G_1G_3$$

$$K_{10} = -H_3H_4G_3G_5 - H_3H_5G_2G_3$$

$$K_{11} = (H_5G_1 - H_4G_4)^2$$

$$K_{12} = 2(G_1H_5 - H_4G_4)(G_2H_5 - G_5H_4) + H_4H_5G_3^2$$

$$K_{13} = (G_2H_5 - G_5H_4)^2$$

Ek4 $D_{i1}, D_{i2}, E_{i1}, E_{i2}, F_{i1}, F_{i2}$ ve $G_{i1}, G_{i2}, H_{i1}, H_{i2}, I_{i1}, I_{i2}$ açık ifadeleri

D_{i1} , D_{i2} , E_{i1} , E_{i2} , F_{i1} ve F_{i2} açık ifadeleri

$$D_{11} = 2m_{11} \cos \beta_1 \{(O_{11})_x - (O_{21})_x\} + 2m_{11} \sin \beta_1 \{(O_{11})_y - (O_{21})_y\}$$

$$D_{21} = -2m_{21} \cos \beta_2 \{(O_{11})_x - (O_{21})_x\} - 2m_{21} \sin \beta_2 \{(O_{11})_y - (O_{21})_y\}$$

$$D_{31} = -2m_{11}m_{21} \cos(\beta_1 - \beta_2)$$

$$D_{41} = -2m_{11}m_{21}$$

$$D_{51} = \{(O_{11})_x - (O_{21})_x\}^2 + \{(O_{11})_y - (O_{21})_y\}^2 + m_{11}^2 + m_{21}^2 - b_1^2$$

$$D_{12} = 2m_{12} \cos \beta_1 \{(O_{12})_x - (O_{22})_x\} + 2m_{12} \sin \beta_1 \{(O_{12})_y - (O_{22})_y\}$$

$$D_{22} = -2m_{22} \cos \beta_2 \{(O_{12})_x - (O_{22})_x\} - 2m_{22} \sin \beta_2 \{(O_{12})_y - (O_{22})_y\}$$

$$D_{32} = -2m_{12}m_{22} \cos(\beta_1 - \beta_2)$$

$$D_{42} = -2m_{12}m_{22}$$

$$D_{52} = \{(O_{12})_x - (O_{22})_x\}^2 + \{(O_{12})_y - (O_{22})_y\}^2 + m_{12}^2 + m_{22}^2 - b_1^2$$

$$E_{11} = 2m_{21} \cos \beta_2 \{(O_{21})_x - (O_{31})_x\} + 2m_{21} \sin \beta_2 \{(O_{21})_y - (O_{31})_y\}$$

$$E_{21} = -2m_{31} \cos \beta_3 \{(O_{21})_x - (O_{31})_x\} - 2m_{31} \sin \beta_3 \{(O_{21})_y - (O_{31})_y\}$$

$$E_{31} = -2m_{21}m_{31} \cos(\beta_2 - \beta_3)$$

$$E_{41} = -2m_{21}m_{31}$$

$$E_{51} = \{(O_{21})_x - (O_{31})_x\}^2 + \{(O_{21})_y - (O_{31})_y\}^2 + m_{21}^2 + m_{31}^2 - b_2^2$$

$$E_{12} = 2m_{22} \cos \beta_2 \{(O_{22})_x - (O_{32})_x\} + 2m_{22} \sin \beta_2 \{(O_{22})_y - (O_{32})_y\}$$

$$E_{22} = -2m_{32} \cos \beta_3 \{(O_{22})_x - (O_{32})_x\} - 2m_{32} \sin \beta_3 \{(O_{22})_y - (O_{32})_y\}$$

$$E_{32} = -2m_{22}m_{32} \cos(\beta_2 - \beta_3)$$

$$E_{42} = -2m_{22}m_{32}$$

$$E_{52} = \{(O_{22})_x - (O_{32})_x\}^2 + \{(O_{22})_y - (O_{32})_y\}^2 + m_{22}^2 + m_{32}^2 - b_2^2$$

$$F_{11} = 2m_{31} \cos \beta_3 \{(O_{31})_x - (O_{11})_x\} + 2m_{31} \sin \beta_3 \{(O_{31})_y - (O_{11})_y\}$$

$$F_{21} = -2m_{11} \cos \beta_1 \{(O_{31})_x - (O_{11})_x\} - 2m_{11} \sin \beta_1 \{(O_{31})_y - (O_{11})_y\}$$

$$F_{31} = -2m_{31}m_{11} \cos(\beta_3 - \beta_1)$$

$$F_{41} = -2m_{31}m_{11}$$

$$F_{51} = \{(O_{31})_x - (O_{11})_x\}^2 + \{(O_{31})_y - (O_{11})_y\}^2 + m_{31}^2 + m_{11}^2 - b_3^2$$

$$F_{12} = 2m_{32} \cos \beta_3 \{(O_{32})_x - (O_{12})_x\} + 2m_{32} \sin \beta_3 \{(O_{32})_y - (O_{12})_y\}$$

$$F_{22} = -2m_{12} \cos \beta_1 \{(O_{32})_x - (O_{12})_x\} - 2m_{12} \sin \beta_1 \{(O_{32})_y - (O_{12})_y\}$$

$$F_{32} = -2m_{32}m_{12} \cos(\beta_3 - \beta_1)$$

$$F_{42} = -2m_{32}m_{12}$$

$$F_{52} = \{(O_{32})_x - (O_{12})_x\}^2 + \{(O_{32})_y - (O_{12})_y\}^2 + m_{32}^2 + m_{12}^2 - b_3^2$$

G_{i1} , G_{i2} , H_{i1} , H_{i2} , I_{i1} ve I_{i2} açık ifadeleri

$$G_{11} = -D_{11} - D_{21} + D_{31} + D_{51} \quad H_{11} = -E_{11} - E_{21} + E_{31} + E_{51} \quad I_{11} = -F_{11} - F_{21} + F_{31} + F_{51}$$

$$G_{21} = D_{11} - D_{21} - D_{31} + D_{51} \quad H_{21} = E_{11} - E_{21} - E_{31} + E_{51} \quad I_{21} = F_{11} - F_{21} - F_{31} + F_{51}$$

$$G_{31} = 4D_{41} \quad H_{31} = 4E_{41} \quad I_{31} = 4F_{41}$$

$$G_{41} = -D_{11} + D_{21} - D_{31} + D_{51} \quad H_{41} = -E_{11} + E_{21} - E_{31} + E_{51} \quad I_{41} = -F_{11} + F_{21} - F_{31} + F_{51}$$

$$G_{51} = D_{11} + D_{21} + D_{31} + D_{51} \quad H_{51} = E_{11} + E_{21} + E_{31} + E_{51} \quad I_{51} = F_{11} + F_{21} + F_{31} + F_{51}$$

$$G_{12} = -D_{12} - D_{22} + D_{32} + D_{52} \quad H_{12} = -E_{12} - E_{22} + E_{32} + E_{52} \quad I_{12} = -F_{21} - F_{22} + F_{32} + F_{52}$$

$$G_{22} = D_{12} - D_{22} - D_{32} + D_{52} \quad H_{22} = E_{12} - E_{22} - E_{32} + E_{52} \quad I_{22} = F_{12} - F_{22} - F_{32} + F_{52}$$

$$G_{32} = 4D_{42} \quad H_{32} = 4E_{42} \quad I_{32} = 4F_{42}$$

$$G_{42} = -D_{12} + D_{22} - D_{32} + D_{52} \quad H_{42} = -E_{12} + E_{22} - E_{32} + E_{52} \quad I_{42} = -F_{12} + F_{22} - F_{32} + F_{52}$$

$$G_{52} = D_{12} + D_{22} + D_{32} + D_{52} \quad H_{52} = E_{12} + E_{22} + E_{32} + E_{52} \quad I_{52} = F_{12} + F_{22} + F_{32} + F_{52}$$

Ek5 K_{i1} ve K_{i2} açık ifadeler

$$K_{11} = (H_{21}G_{11} - G_{41}H_{11})^2$$

$$K_{21} = 2(H_{21}G_{11} - G_{41}H_{11})(G_{21}H_{21} - G_{51}H_{11}) - H_{11}H_{21}G_{31}^2$$

$$K_{31} = (G_{21}H_{21} - G_{51}H_{11})^2$$

$$K_{41} = -G_{11}G_{31}H_{21}H_{31} - H_{11}H_{31}G_{31}G_{41}$$

$$K_{51} = -G_{21}G_{31}H_{21}H_{31} - H_{11}H_{31}G_{31}G_{51}$$

$$K_{61} = 2(H_{21}G_{11} - H_{11}G_{41})(H_{51}G_{11} - H_{41}G_{41}) + H_{31}^2G_{11}G_{41}$$

$$K_{71} = 2(H_{21}G_{11} - H_{11}G_{41})(G_{21}H_{51} - G_{51}H_{41}) + 2(H_{21}G_{21} - G_{51}H_{11})(G_{11}H_{51} - G_{41}H_{41}) \\ + H_{31}^2G_{11}G_{51} + H_{31}^2G_{21}G_{41} + G_{31}^2H_{11}H_{51} + G_{31}^2H_{21}H_{41}$$

$$K_{81} = 2(G_{21}H_{21} - G_{51}H_{11})(G_{21}H_{51} - G_{51}H_{41}) + H_{31}^2G_{21}G_{51}$$

$$K_{91} = -H_{31}H_{41}G_{31}G_{41} - H_{31}H_{51}G_{11}G_{31}$$

$$K_{101} = -H_{31}H_{41}G_{31}G_{51} - H_{31}H_{51}G_{21}G_{31}$$

$$K_{111} = (H_{51}G_{11} - H_{41}G_{41})^2$$

$$K_{121} = 2(G_{11}H_{51} - H_{41}G_{41})(G_{21}H_{51} - G_{51}H_{41}) + H_{41}H_{51}G_{31}^2$$

$$K_{131} = (G_{21}H_{51} - G_{51}H_{41})^2$$

$$K_{12} = (H_{22}G_{12} - G_{42}H_{12})^2$$

$$K_{22} = 2(H_{22}G_{12} - G_{42}H_{12})(G_{22}H_{22} - G_{52}H_{12}) - H_{12}H_{22}G_{32}^2$$

$$K_{32} = (G_{22}H_{22} - G_{52}H_{12})^2$$

$$K_{42} = -G_{12}G_{32}H_{22}H_{32} - H_{12}H_{32}G_{32}G_{42}$$

$$K_{52} = -G_{22}G_{32}H_{22}H_{32} - H_{12}H_{32}G_{32}G_{52}$$

$$K_{62} = 2(H_{22}G_{12} - H_{12}G_{42})(H_{52}G_{12} - H_{42}G_{42}) + H_{32}^2G_{12}G_{42}$$

$$K_{72} = 2(H_{22}G_{12} - H_{12}G_{42})(G_{22}H_{52} - G_{52}H_{42}) + 2(H_{22}G_{22} - G_{52}H_{12})(G_{12}H_{52} - G_{42}H_{42}) \\ + H_{32}^2G_{12}G_{52} + H_{32}^2G_{22}G_{42} + G_{32}^2H_{12}H_{52} + G_{32}^2H_{22}H_{42}$$

$$K_{82} = 2(G_{22}H_{22} - G_{52}H_{12})(G_{22}H_{52} - G_{52}H_{42}) + H_{32}^2G_{22}G_{52}$$

$$K_{92} = -H_{32}H_{42}G_{32}G_{42} - H_{32}H_{52}G_{12}G_{32}$$

$$K_{102} = -H_{32}H_{42}G_{32}G_{52} - H_{32}H_{52}G_{22}G_{32}$$

$$K_{112} = (H_{52}G_{12} - H_{42}G_{42})^2$$

$$K_{122} = 2(G_{12}H_{52} - H_{42}G_{42})(G_{22}H_{52} - G_{52}H_{42}) + H_{42}H_{52}G_{32}^2$$

$$K_{132} = (G_{22}H_{52} - G_{52}H_{42})^2$$

Ek6 3-3 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi

> *with(LinearAlgebra)*

Girdiler:

Hareketli üst platformun sabit alt platforma göre dönme açıları,
(matlab de yapılan simülasyonda girilen açı değerleri alınmıştır.)

```

>  $\alpha := .26190476$ 
>  $\beta := .3142857$ 
>  $\delta := .174603174$ 
t=Öteleme vektörü,
>  $t := \langle .05, .03, .2 \rangle$ 
pi=üst platformun köşe noktalarının üst platformun eksen takımına göre konumları,
( Matlab de yapılan simülasyondan workspace den okunmuştur )
>  $p1 := \langle .05, .0866, 0 \rangle$ 
>  $p2 := \langle .05, -.0866, 0 \rangle$ 
>  $p3 := \langle -.1, 0, 0 \rangle$ 
Alt platformun köşe noktalarının konumları,
>  $A1 := \langle .15, 0, 0 \rangle$ 
>  $B1 := \langle -.075, .1299, 0 \rangle$ 
>  $C1 := \langle -.075, -.1299, 0 \rangle$ 

```

Hesaplamalar:

R= dönme matrisi,

```

>  $R := \text{Matrix}([ [\cos(\delta) \cos(\beta), -\cos(\beta) \sin(\delta), \sin(\beta)], [$ 
     $\sin(\delta) \cos(\alpha) + \cos(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha), \cos(\alpha) \cos(\delta) - \sin(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha),$ 
     $-\cos(\beta) \sin(\alpha)], [ \sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta),$ 
     $\sin(\alpha) \cos(\delta) + \cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\beta), \cos(\beta) \cos(\alpha) ]])$ 

```

Pi=Üst platformun köşe noktalarının alt platformun eksen takımına göre konumları,

```

>  $P1 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p1) + t$ 
>  $P2 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p2) + t$ 
>  $P3 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p3) + t$ 

```

Sonuçlar:

Bacak boyları:

```

>  $L1 := \text{VectorNorm}(P2 - C1, \text{Euclidean})$ 
>  $L2 := \text{VectorNorm}(P2 - A1, \text{Euclidean})$ 
>  $L3 := \text{VectorNorm}(P1 - A1, \text{Euclidean})$ 
>  $L4 := \text{VectorNorm}(P1 - B1, \text{Euclidean})$ 
>  $L5 := \text{VectorNorm}(P3 - B1, \text{Euclidean})$ 
>  $L6 := \text{VectorNorm}(P3 - C1, \text{Euclidean})$ 

```

Bulunan bacak boyları Matlab de yapılan simülasyondaki workspacede okunmuş ve doğrulanmıştır.

Ek7 3-3 SPM' nin Maple' da Düz Kinematik Analizi

```

>  $\text{with}(\text{LinearAlgebra})$ 

```

Girdiler

Birim vektörler,

> $i := \langle 1, 0, 0 \rangle; j := \langle 0, 1, 0 \rangle; k := \langle 0, 0, 1 \rangle$

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

$A1 := \langle A10, A11, A12 \rangle; \quad A12 := 0;$

$B1 := \langle B10, B11, B12 \rangle; \quad B10 := -.075;$

$C1 := \langle C10, C11, C12 \rangle; \quad B11 := .1299; \quad C11 := -.1299;$

> $A10 := .15; \quad B12 := 0; \quad C12 := 0$

$A11 := 0; \quad C10 := -.075;$

Bacak boyları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

> $L1 := .2624; L2 := .17011; L3 := .25622; L4 := .26589; L5 := .25899; L6 := .2643$

Üst platformun kenar uzunlukları (düz kinematik problemin çözümünde sağlanması gereken kısıtlar),

> $b1 := .1732; b2 := .1732; b3 := .1732$

Hesaplamalar

Alt platformun kenar uzunlukları (Geometrik ifadelerden bulunmuştur.),

> $a := \text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})$

> $b := \text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})$

> $c := \text{VectorNorm}(C1 - B1, \text{Euclidean})$

Düz kinematik problemin çözümü için gerekli geometrik ifadeler,

$r1 := \frac{a^2 + L3^2 - L4^2}{2 a}; \quad s1 := \frac{b^2 + L2^2 - L1^2}{2 b}; \quad t1 := \frac{c^2 + L6^2 - L5^2}{2 c};$

> $r2 := a - r1; \quad s2 := b - s1; \quad t2 := c - t1;$

$m1 := (L3^2 - r1^2)^.5; \quad m2 := (L2^2 - s1^2)^.5; \quad m3 := (L6^2 - t1^2)^.5$

Oi noktalarının konum vektörleri

> $PO1 := A1 + \frac{r1 (B1 - A1)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$

> $PO2 := A1 + \frac{s1 (C1 - A1)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})}$

> $PO3 := C1 + \frac{t1 (B1 - C1)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$

Beta açılarının hesaplanması

> $v1 := \text{CrossProduct}(B1 - A1, k); n1 := \text{DotProduct}(v1, j)$

> $\beta1 := \arcsin\left(\frac{n1}{\text{VectorNorm}(v1, \text{Euclidean})}\right)$

> $v2 := \text{CrossProduct}(A1 - C1, k); n2 := \text{DotProduct}(v2, j)$

> $\beta2 := \arcsin\left(\frac{n2}{\text{VectorNorm}(v2, \text{Euclidean})}\right)$

> $v3 := \text{CrossProduct}(C1 - B1, k); n3 := \text{DotProduct}(v3, i)$

> $\beta3 := \arccos\left(\frac{n3}{\text{VectorNorm}(v3, \text{Euclidean})}\right)$

Düz kinematik problemin çözümü:

>

$$D1 := 2 m1 \cos(\beta1) \left(A10 + \frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\ \left. - \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m1 \sin(\beta1) \left(A11 \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \Big) \\
> \\
D2 := & -2 m2 \cos(\beta2) \left(A10 + \frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
& \left. - \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m2 \sin(\beta2) \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \right) \\
> D3 := & -2 m1 m2 \cos(\beta1 - \beta2) \\
> D4 := & -2 m1 m2 \\
> \\
D5 := & \left(A10 + \frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
& \left. - \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\
& + m1^2 + m2^2 - b1^2 \\
> \\
E1 := & 2 m2 \cos(\beta2) \left(A10 + \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
& \left. - \frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m2 \sin(\beta2) \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right) \\
> \\
E2 := & -2 m3 \cos(\beta3) \left(A10 + \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
& \left. - \frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m3 \sin(\beta3) \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right) \\
> E3 := & -2 m2 m3 \cos(\beta2 - \beta3) \\
> E4 := & -2 m2 m3 \\
> \\
E5 := & \left(A10 + \frac{s1 (C10 - A10)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
& \left. - \frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{s1 (C11 - A11)}{\text{VectorNorm}(C1 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\
& + m2^2 + m3^2 - b2^2 \\
>
\end{aligned}$$

```

F1 := 2 m3 cos(β3) ( C10 +  $\frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A10
-  $\frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  ) + 2 m3 sin(β3) ( C11
+  $\frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A11 -  $\frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  )
>
F2 := -2 m1 cos(β1) ( C10 +  $\frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A10
-  $\frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  ) - 2 m1 sin(β1) ( C11
+  $\frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A11 -  $\frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  )
> F3 := -2 m1 m3 cos(β3 - β1)
> F4 := -2 m1 m3
>
F5 := ( C10 +  $\frac{t1 (B10 - C10)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A10
-  $\frac{r1 (B10 - A10)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  )2 + ( C11
+  $\frac{t1 (B11 - C11)}{\text{VectorNorm}(B1 - C1, \text{Euclidean})}$  - A11 -  $\frac{r1 (B11 - A11)}{\text{VectorNorm}(B1 - A1, \text{Euclidean})}$  )2
+ m12 + m32 - b32
>
G1 := -D1 - D2 + D3 + D5;      H1 := -E1 - E2 + E3 + E5;  I1 := -F1 - F2 + F3 + F5;
G2 := D1 - D2 - D3 + D5;      H2 := E1 - E2 - E3 + E5;  I2 := F1 - F2 - F3 + F5;
G3 := 4 D4;                   H3 := 4 E4;                I3 := 4 F4;
G4 := -D1 + D2 - D3 + D5;     H4 := -E1 + E2 - E3 + E5; I4 := -F1 + F2 - F3 + F5;
G5 := D1 + D2 + D3 + D5;      H5 := E1 + E2 + E3 + E5;  I5 := F1 + F2 + F3 + F5
> g := (G1 x12 + G2) x22 + G3 x1 x2 + G4 x12 + G5
> h := (H1 x32 + H4) x22 + H3 x3 x2 + H2 x32 + H5
> y := (I1 x12 + I4) x32 + I3 x1 x3 + I2 x12 + I5
> A := BezoutMatrix(g, h, x2); f1 := Determinant(A)
> B := BezoutMatrix(f1, y, x3); f2 := Determinant(B)
> sols := solve(f2, x1); sols
> for qs to 16 do end do
> if type(solsqs, imaginary) then rs(qs) := 0 else rs(qs) := solsqs end if
> for js to 16 do end do
> if rs(js) < 0 then rs(js) := 0 else rs(js) := rs(js) end if
rs(1), rs(2), rs(3), rs(4), rs(5), rs(6), rs(7), rs(8), rs(9), rs(10), rs(11), rs(12),
rs(13), rs(14), rs(15), rs(16);
> ms := 0
> for cs to 16 do end do
> if 0 < rs(cs) then ms := ms + 1; sq(ms) := rs(cs) end if
> for as to ms do ; fiias := 2 arctan(sq(as)) end do

```

```

> for as to ms do end do
> omg_as := < cos(β1) cos(fii_as), sin(β1) cos(fii_as), sin(fii_as) >
> for ds to ms do end do
> xI_ds := tan( arcsin(omg_ds_3) / 2 )
> for ik to ms do end do
> g1 := (G1 xI_ik^2 + G2) x2^2 + G3 xI_ik x2 + G4 xI_ik^2 + G5 = 0
> x2_ik := solve(g1, x2)
> for jk to ms do end do
> y1 := (I1 xI_jk^2 + I4) x3^2 + I3 xI_jk x3 + I2 xI_jk^2 + I5
> x3_jk := solve(y1, x3)
> Digits := 4; for hk to ms do ; for gk to ms do end do end do
> h1 := (H1 x3_hk_1^2 + H4) x2_gk_1^2 + H3 x3_hk_1 x2_gk_1 + H2 x3_hk_1 + H5
> h2 := (H1 x3_hk_1^2 + H4) x2_gk_2^2 + H3 x3_hk_1 x2_gk_2 + H2 x3_hk_1 + H5
> h3 := (H1 x3_hk_2^2 + H4) x2_gk_1^2 + H3 x3_hk_2 x2_gk_1 + H2 x3_hk_2 + H5
> h4 := (H1 x3_hk_2^2 + H4) x2_gk_2^2 + H3 x3_hk_2 x2_gk_2 + H2 x3_hk_2 + H5
> if h1 = 0 then x_2 := x2_gk_1; x_3 := x3_gk_1 end if
> if h2 = 0 then x_2 := x2_gk_2; x_3 := x3_gk_1 end if
> if h3 = 0 then x_2 := x2_gk_1; x_3 := x3_gk_2 end if
> if h4 = 0 then x_2 := x2_gk_2; x_3 := x3_gk_2 end if
> Digits := 9; x3 := x_3; x2 := x_2
> h := (H1 x3^2 + H4) x2^2 + H3 x3 x2 + H2 x3^2 + H5
> g1 := (G1 x_1^2 + G2) x2^2 + G3 x_1 x2 + G4 x_1^2 + G5 = 0
> y1 := (I1 x_1^2 + I4) x3^2 + I3 x_1 x3 + I2 x_1^2 + I5
> xxa := solve(g1, x_1); xxb := solve(y1, x_1); Digits := 5
> for vs to 2 do end do
> if xxa_vs = xxb_1 then x_1 := xxb_1 else end if
> if xxa_vs = xxb_2 then x_1 := xxb_2 end if
x1 := x_1;
Digits := 9;
phi_1 := 2 arctan(x1);
> phi_2 := 2 arctan(x2);
phi_3 := 2 arctan(x3)
> omega_1 := < cos(β1) cos(phi_1), sin(β1) cos(phi_1), sin(phi_1) >
> omega_2 := < cos(β2) cos(phi_2), sin(β2) cos(phi_2), sin(phi_2) >
> omega_3 := < cos(β3) cos(phi_3), sin(β3) cos(phi_3), sin(phi_3) >
> P_1 := PO1 + m1 omega_1; P_2 := PO2 + m2 omega_2; P_3 := PO3 + m3 omega_3

```

Sonuçlar

- $$G_x := \frac{P_{-1_1} + P_{-2_1} + P_{-3_1}}{3};$$
- $$G_y := \frac{P_{-1_2} + P_{-2_2} + P_{-3_2}}{3};$$
- $$G_z := \frac{P_{-1_3} + P_{-2_3} + P_{-3_3}}{3}$$
- > $p1 := \langle .05, .0866, 0 \rangle; p2 := \langle .05, -.0866, 0 \rangle; p3 := \langle -.1, 0, 0 \rangle$
- $$r11 := \frac{(1 - c3^2)(1 - c2^2)}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)}; r12 := -\frac{(1 - c2^2)2c3}{(1 + c2^2)(1 + c3^2)}; r13 := \frac{2c2}{1 + c2^2}$$
- $$r21 := \frac{2c3(1 - c1^2)}{(1 + c3^2)(1 + c1^2)} + \frac{(1 - c3^2)2c22c1}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)(1 + c1^2)};$$
- $$r22 := \frac{(1 - c1^2)(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} - \frac{2c32c22c1}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)(1 + c1^2)};$$
- $$r23 := -\frac{(1 - c2^2)2c1}{(1 + c2^2)(1 + c1^2)}$$
- $$r31 := \frac{2c12c3}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} - \frac{(1 - c1^2)2c2(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c2^2)(1 + c3^2)};$$
- $$r32 := \frac{2c1(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} + \frac{(1 - c1^2)2c32c2}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)(1 + c2^2)};$$
- $$r33 := \frac{(1 - c2^2)(1 - c1^2)}{(1 + c2^2)(1 + c1^2)}$$
- > $t := \langle G_x, G_y, G_z \rangle$
- > $f11 := -P_{-1_1} + t_1 + p1_1 r11 + p1_2 r12 + p1_3 r13$
- > $f12 := -P_{-1_2} + t_2 + p1_1 r21 + p1_2 r22 + p1_3 r23$
- > $f13 := -P_{-1_3} + t_3 + p1_1 r31 + p1_2 r32 + p1_3 r33$
- > $f14 := -P_{-2_1} + t_1 + p2_1 r11 + p2_2 r12 + p2_3 r13$
- > $eqns1 := \{f14, f11\}$
- > $sols1 := \text{solve}(eqns1)$

```
c2 := .158433911;  
> c3 := .0875131811;      c1 := sols2_2  
eqns2 := f12;  
sols2 := solve(eqns2);  
  
>  $\alpha := 2 \arctan(c1)$ ;  $\beta := 2 \arctan(c2)$ ;  $\delta := 2 \arctan(c3)$   
  
>  $t := \langle G_x, G_y, G_z \rangle$ 
```

Ek8 6-3 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi

6-3 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi

```
> with(LinearAlgebra)
```

Girdiler:

Hareketli üst platformun sabit alt platforma göre dönme açıları,
(matlab de yapılan simülasyonda girilen açı değerleri alınmıştır.)

> $\alpha := .17460317$

> $\beta := .34920634$

> $\delta := .3142857$

t=Öteleme vektörü,

> $t := \langle .045, .025, .2 \rangle$

pi=üst platformun köşe noktalarının üst platformun eksen takımına göre konumları,
(Matlab de yapılan simülasyondan workspace den okunmuştur)

> $p1 := \langle .05, .0866, 0 \rangle$

> $p2 := \langle .05, -.0866, 0 \rangle$

> $p3 := \langle -.1, 0, 0 \rangle$

Alt platformun köşe noktalarının konumları,

> $A1 := \langle .14772, -.026047, 0 \rangle$

> $A2 := \langle .14772, .026047, 0 \rangle$

> $B1 := \langle -.051303, .14095, 0 \rangle$

> $B2 := \langle -.096418, .11491, 0 \rangle$

> $C1 := \langle -.096418, -.11491, 0 \rangle$

> $C2 := \langle -.051303, -.14095, 0 \rangle$

Hesaplamalar:

R= dönme matrisi,

> $R := \text{Matrix}([[\cos(\delta) \cos(\beta), -\cos(\beta) \sin(\delta), \sin(\beta)], [$
 $\sin(\delta) \cos(\alpha) + \cos(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha), \cos(\alpha) \cos(\delta) - \sin(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha),$
 $-\cos(\beta) \sin(\alpha)], [\sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta),$
 $\sin(\alpha) \cos(\delta) + \cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\beta), \cos(\beta) \cos(\alpha)]])$

Pi=Üst platformun köşe noktalarının alt platformun eksen takımına göre konumları,

> $P1 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p1) + t$

> $P2 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p2) + t$

> $P3 := \text{MatrixVectorMultiply}(R, p3) + t$

Sonuçlar:

Bacak boyları:

> $L1 := \text{VectorNorm}(P2 - C2, \text{Euclidean})$

> $L2 := \text{VectorNorm}(P2 - A1, \text{Euclidean})$

> $L3 := \text{VectorNorm}(P1 - A2, \text{Euclidean})$

> $L4 := \text{VectorNorm}(P1 - B1, \text{Euclidean})$

> $L5 := \text{VectorNorm}(P3 - B2, \text{Euclidean})$

> $L6 := \text{VectorNorm}(P3 - C1, \text{Euclidean})$

Ek9 6-3 SPM' nin Maple' da Düz Kinematik Analizi

> $\text{with}(\text{LinearAlgebra})$

Girdiler

Birim vektörler,

> $i := \langle 1, 0, 0 \rangle; j := \langle 0, 1, 0 \rangle; k := \langle 0, 0, 1 \rangle$

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

```
>
A1 := < A10, A11, A12 >;      C2 := < C20, C21, C22 >; A21 := .026047;  B10 := -.051303;
A2 := < A20, A21, A22 >;      A10 := .14772;           A22 := 0;          B11 := .14095;
B1 := < B10, B11, B22 >;      A11 := -.026047;       B20 := -.096418;  B12 := 0;
B2 := < B20, B21, B22 >;      A12 := 0;             B21 := .11491;    C20 := -.051303;
C1 := < C10, C11, C12 >;      A20 := .14772;       B22 := 0;          C21 := -.14095;
C22 := 0;
C10 := -.096418;
C11 := -.11491;
C12 := 0
```

Bacak boyları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

```
> L1 := .25533; L2 := .16693; L3 := .24562; L4 := .24052; L5 := .26451; L6 := .25469
```

Üst platformun kenar uzunlukları (düz kinematik problemin çözümünde sağlanması gereken kısıtlar),

```
> b1 := .1732; b2 := .1732; b3 := .1732
```

Hesaplamalar

Alt platformun kenar uzunlukları (Geometrik ifadelerden bulunmuştur.),

```
a := VectorNorm(A2 - B1, Euclidean );
b := VectorNorm(A1 - C2, Euclidean );
> c := VectorNorm(C1 - B2, Euclidean )
```

Düz kinematik problemin çözümü için gerekli geometrik ifadeler,

```
r1 := (a^2 + L3^2 - L4^2) / (2 * a);      s1 := (b^2 + L2^2 - L1^2) / (2 * b);      t1 := (c^2 + L6^2 - L5^2) / (2 * c);
> r2 := a - r1;                          s2 := b - s1;                          t2 := c - t1;
m1 := (L3^2 - r1^2)^.5;                   m2 := (L2^2 - s1^2)^.5;                   m3 := (L6^2 - t1^2)^.5
```

Oi konum vektörleri

```
> PO1 := A2 + (r1 * (B1 - A2)) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean )
> PO2 := A1 + (s1 * (C2 - A1)) / VectorNorm(C2 - A1, Euclidean )
> PO3 := C1 + (t1 * (B2 - C1)) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean )
```

Beta açılarının hesaplanması

```
> v1 := CrossProduct(B1 - A2, k); n1 := DotProduct(v1, j)
> beta1 := arcsin( (n1 / VectorNorm(v1, Euclidean )) )
> v2 := CrossProduct(A1 - C2, k); n2 := DotProduct(v2, j)
```

$$\begin{aligned}
> \beta 2 &:= \arcsin\left(\frac{n2}{\text{VectorNorm}(v2, \text{Euclidean})}\right) \\
> v3 &:= \text{CrossProduct}(C1 - B2, k); n3 := \text{DotProduct}(v3, i) \\
> \beta 3 &:= \arccos\left(\frac{n3}{\text{VectorNorm}(v3, \text{Euclidean})}\right)
\end{aligned}$$

Düz kinematik problemin çözümü:

>

$$\begin{aligned}
D1 &:= 2 m1 \cos(\beta 1) \left(A20 + \frac{r1 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s1 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m1 \sin(\beta 1) \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r1 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

>

$$\begin{aligned}
D2 &:= -2 m2 \cos(\beta 2) \left(A20 + \frac{r1 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s1 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m2 \sin(\beta 2) \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r1 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

$$> D3 := -2 m1 m2 \cos(\beta 1 - \beta 2)$$

$$> D4 := -2 m1 m2$$

>

$$\begin{aligned}
D5 &:= \left(A20 + \frac{r1 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s1 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r1 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s1 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\
&\quad + m1^2 + m2^2 - b1^2
\end{aligned}$$

>

$$\begin{aligned}
E1 &:= 2 m2 \cos(\beta 2) \left(A10 + \frac{s1 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{t1 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m2 \sin(\beta 2) \left(A11 \right. \\
&\quad \left. + \frac{s1 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t1 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

>

$$\begin{aligned}
E2 &:= -2 m3 \cos(\beta 3) \left(A10 + \frac{s1 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{t1 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m3 \sin(\beta 3) \left(A11 \right. \\
&\quad \left. + \frac{s1 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t1 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

$$> E3 := -2 m2 m3 \cos(\beta 2 - \beta 3)$$

$$> E4 := -2 m2 m3$$

```

>
E5 := (A10 + (s1 (C20 - A10) / VectorNorm(C2 - A1, Euclidean)) - C10
- (t1 (B20 - C10) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)))^2 + (A11
+ (s1 (C21 - A11) / VectorNorm(C2 - A1, Euclidean)) - C11 - (t1 (B21 - C11) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)))^2
+ m2^2 + m3^2 - b2^2
>
F1 := 2 m3 cos(beta3) (C10 + (t1 (B20 - C10) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A20
- (r1 (B10 - A20) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean))) + 2 m3 sin(beta3) (C11
+ (t1 (B21 - C11) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A21 - (r1 (B11 - A21) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean)))
>
F2 := -2 m1 cos(beta1) (C10 + (t1 (B20 - C10) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A20
- (r1 (B10 - A20) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean))) - 2 m1 sin(beta1) (C11
+ (t1 (B21 - C11) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A21 - (r1 (B11 - A21) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean)))
> F3 := -2 m1 m3 cos(beta3 - beta1)
> F4 := -2 m1 m3
>
F5 := (C10 + (t1 (B20 - C10) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A20
- (r1 (B10 - A20) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean)))^2 + (C11
+ (t1 (B21 - C11) / VectorNorm(B2 - C1, Euclidean)) - A21 - (r1 (B11 - A21) / VectorNorm(B1 - A2, Euclidean)))^2
+ m1^2 + m3^2 - b3^2
>
G1 := -D1 - D2 + D3 + D5;      H1 := -E1 - E2 + E3 + E5;  I1 := -F1 - F2 + F3 + F5;
G2 := D1 - D2 - D3 + D5;      H2 := E1 - E2 - E3 + E5;  I2 := F1 - F2 - F3 + F5;
G3 := 4 D4;                   H3 := 4 E4;                I3 := 4 F4;
G4 := -D1 + D2 - D3 + D5;      H4 := -E1 + E2 - E3 + E5;  I4 := -F1 + F2 - F3 + F5;
G5 := D1 + D2 + D3 + D5;      H5 := E1 + E2 + E3 + E5;  I5 := F1 + F2 + F3 + F5
> g := (G1 x1^2 + G2) x2^2 + G3 x1 x2 + G4 x1^2 + G5
> h := (H1 x3^2 + H4) x2^2 + H3 x3 x2 + H2 x3^2 + H5
> y := (I1 x1^2 + I4) x3^2 + I3 x1 x3 + I2 x1^2 + I5
> A := BezoutMatrix(g, h, x2); f1 := Determinant(A)
> B := BezoutMatrix(f1, y, x3); f2 := Determinant(B)
> sols := solve(f2, x1); sols
> for qs to 16 do end do

```

```

> if type(solsqs, imaginary) then rs(qs) := 0 else rs(qs) := solsqs end if
> for js to 16 do end do
> if rs(js) < 0 then rs(js) := 0 else rs(js) := rs(js) end if
  rs(1), rs(2), rs(3), rs(4), rs(5), rs(6), rs(7), rs(8), rs(9), rs(10), rs(11), rs(12),
  rs(13), rs(14), rs(15), rs(16);
> ms := 0
> for cs to 16 do end do
> if 0 < rs(cs) then ms := ms + 1; sq(ms) := rs(cs) end if
> for as to ms do ; fiias := 2 arctan(sq(as)) end do
> for as to ms do end do
> omgas := ⟨ cos(β1) cos(fiias), sin(β1) cos(fiias), sin(fiias) ⟩
> for ds to ms do ; x1ds := tan $\left(\frac{\arcsin(\text{omg}_{ds})}{2}\right)$  end do
> for ik to ms do end do
> g1 := (G1 x1ik2 + G2) x22 + G3 x1ik x2 + G4 x1ik2 + G5 = 0
> x2ik := solve(g1, x2)
> for jk to ms do end do
> y1 := (I1 x1jk2 + I4) x32 + I3 x1jk x3 + I2 x1jk2 + I5
> x3jk := solve(y1, x3)
> for hk to ms do ; for gk to ms do end do end do
> h1 := (H1 x3hk12 + H4) x2gk12 + H3 x3hk1 x2gk1 + H2 x3hk1 + H5
> h2 := (H1 x3hk12 + H4) x2gk22 + H3 x3hk1 x2gk2 + H2 x3hk1 + H5
> h3 := (H1 x3hk22 + H4) x2gk12 + H3 x3hk2 x2gk1 + H2 x3hk2 + H5
> h4 := (H1 x3hk22 + H4) x2gk22 + H3 x3hk2 x2gk2 + H2 x3hk2 + H5
> if |h1| < .01 then x_2 := x2gk1; x_3 := x3gk1 end if
> if |h2| < .01 then x_2 := x2gk2; x_3 := x3gk1 end if
> if |h3| < .01 then x_2 := x2gk1; x_3 := x3gk2 end if
> if |h4| < .01 then x_2 := x2gk2; x_3 := x3gk2 end if
> Digits := 9; x3 := x_3; x2 := x_2
> h := (H1 x32 + H4) x22 + H3 x3 x2 + H2 x32 + H5
> g1 := (G1 x_12 + G2) x22 + G3 x_1 x2 + G4 x_12 + G5 = 0
> xxa := solve(g1, x_1)
> y1 := (I1 x_12 + I4) x32 + I3 x_1 x3 + I2 x_12 + I5
> xxb := solve(y1, x_1); Digits := 5
> for vs to 2 do end do
> if xxavs = xxb1 then x_1 := xxb1 else end if
> if xxavs = xxb2 then x_1 := xxb2 end if

```

```

x1 := x_1;
Digits := 9;
phi_1 := 2 arctan(x1);
> phi_2 := 2 arctan(x2);
phi_3 := 2 arctan(x3)
> omega_1 := < cos(β1) cos(phi_1), sin(β1) cos(phi_1), sin(phi_1) >
> omega_2 := < cos(β2) cos(phi_2), sin(β2) cos(phi_2), sin(phi_2) >
> omega_3 := < cos(β3) cos(phi_3), sin(β3) cos(phi_3), sin(phi_3) >
> P_1 := PO1 + m1 omega_1; P_2 := PO2 + m2 omega_2; P_3 := PO3 + m3 omega_3

```

Sonuçlar

```

> P_1 := PO1 + m1 omega_1; P_2 := PO2 + m2 omega_2; P_3 := PO3 + m3 omega_3

```

```

G_x := (P_1_1 + P_2_1 + P_3_1) / 3;
> G_y := (P_1_2 + P_2_2 + P_3_2) / 3; G_z := (P_1_3 + P_2_3 + P_3_3) / 3

```

```

> p1 := < .05, .0866, 0 >; p2 := < .05, -.0866, 0 >; p3 := < -.1, 0, 0 >

```

```

> r11 := (1 - c3^2) (1 - c2^2) / ((1 + c3^2) (1 + c2^2)); r12 := - (1 - c2^2) 2 c3 / ((1 + c2^2) (1 + c3^2)); r13 := 2 c2 / (1 + c2^2)

```

```

r21 := 2 c3 (1 - c1^2) / ((1 + c3^2) (1 + c1^2)) + (1 - c3^2) 2 c2 2 c1 / ((1 + c3^2) (1 + c2^2) (1 + c1^2));
> r22 := (1 - c1^2) (1 - c3^2) / ((1 + c1^2) (1 + c3^2)) - 2 c3 2 c2 2 c1 / ((1 + c3^2) (1 + c2^2) (1 + c1^2));

```

```

r23 := - (1 - c2^2) 2 c1 / ((1 + c2^2) (1 + c1^2))

```

```

r31 := 2 c1 2 c3 / ((1 + c1^2) (1 + c3^2)) - (1 - c1^2) 2 c2 (1 - c3^2) / ((1 + c1^2) (1 + c2^2) (1 + c3^2));

```

```

> r32 := 2 c1 (1 - c3^2) / ((1 + c1^2) (1 + c3^2)) + (1 - c1^2) 2 c3 2 c2 / ((1 + c1^2) (1 + c3^2) (1 + c2^2));

```

```

r33 := (1 - c2^2) (1 - c1^2) / ((1 + c2^2) (1 + c1^2))

```

```

> t := < G_x, G_y, G_z >

```

```

> f11 := -P_1 + t_1 + p1_1 r11 + p1_2 r12 + p1_3 r13
> f12 := -P_2 + t_2 + p1_1 r21 + p1_2 r22 + p1_3 r23
> f13 := -P_3 + t_3 + p1_1 r31 + p1_2 r32 + p1_3 r33
> f14 := -P_2_1 + t_1 + p2_1 r11 + p2_2 r12 + p2_3 r13
> eqns1 := {f14, f11}
> sols1 := solve(eqns1)
    c2 := .176444491;
    c3 := .158428315;
> eqns2 := f12;          c1 := sols2_2
    sols2 := solve(eqns2);
> alpha := 2 arctan(c1); beta := 2 arctan(c2); delta := 2 arctan(c3)
> t := <G_x, G_y, G_z>

```

Ek10 6-6 SPM' nin Maple' da Ters Kinematik Analizi

```
> with(LinearAlgebra)
```

Girdiler:

Hareketli üst platformun sabit alt platforma göre dönme açıları,

(matlab de yapılan simülasyonda girilen açı değerleri alınmıştır.)

```
>  $\alpha := .174603174$ 
>  $\beta := .3142857$ 
>  $\delta := .174603174$ 
```

t=Öteleme vektörü,

```
>  $t := \langle .035, .04, .2 \rangle$ 
```

pi=üst platformun köşe noktalarının üst platformun eksen takımına göre konumları,
(Matlab de yapılan simülasyondan workspace den okunmuştur)

```
>  $p1 := \langle .0342, .0940, 0 \rangle$ 
>  $p2 := \langle .0643, .0766, 0 \rangle$ 
>  $p3 := \langle .0643, -.0766, 0 \rangle$ 
>  $p4 := \langle .0342, -.0940, 0 \rangle$ 
>  $p5 := \langle -.0985, -.0174, 0 \rangle$ 
>  $p6 := \langle -.0985, .0174, 0 \rangle$ 
```

Alt platformun köşe noktalarının konumları,

```
>  $A1 := \langle .14986, -.0065429, 0 \rangle$ 
>  $A2 := \langle .14986, .0065429, 0 \rangle$ 
>  $B1 := \langle -.069262, .13305, 0 \rangle$ 
>  $B2 := \langle -.080595, .12651, 0 \rangle$ 
>  $C1 := \langle -.080595, -.12651, 0 \rangle$ 
>  $C2 := \langle -.069262, -.13305, 0 \rangle$ 
```

Hesaplamalar:

R= dönme matrisi,

```
>  $R := \text{Matrix}([ [\cos(\delta) \cos(\beta), -\cos(\beta) \sin(\delta), \sin(\beta)], [$ 
 $\sin(\delta) \cos(\alpha) + \cos(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha), \cos(\alpha) \cos(\delta) - \sin(\delta) \sin(\beta) \sin(\alpha),$ 
 $-\cos(\beta) \sin(\alpha)], [ \sin(\alpha) \sin(\delta) - \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\delta),$ 
 $\sin(\alpha) \cos(\delta) + \cos(\alpha) \sin(\delta) \sin(\beta), \cos(\beta) \cos(\alpha) ] ])$ 
```

Pi=Üst platformun köşe noktalarının alt platformun eksen takımına göre konumları,

```
>  $P1 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p1) + t$ 
>  $P2 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p2) + t$ 
>  $P3 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p3) + t$ 
>  $P4 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p4) + t$ 
>  $P5 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p5) + t$ 
>  $P6 := \text{MatrixVectorMultipl}(R, p6) + t$ 
```

Sonuçlar:

İkinci konumdaki bacak boyları:

```
>  $L12 := \text{VectorNorm}(P3 - C2, \text{Euclidean})$ 
>  $L22 := \text{VectorNorm}(P2 - B1, \text{Euclidean})$ 
>  $L32 := \text{VectorNorm}(P1 - A2, \text{Euclidean})$ 
>  $L42 := \text{VectorNorm}(P6 - C1, \text{Euclidean})$ 
>  $L52 := \text{VectorNorm}(P5 - B2, \text{Euclidean})$ 
>  $L62 := \text{VectorNorm}(P4 - A1, \text{Euclidean})$ 
```

Birinci konumdaki bacak boyları:

```
>  $L1 := \text{VectorNorm}(P3 - A1, \text{Euclidean})$ 
```

- > $L2 := \text{VectorNorm}(P2 - A2, \text{Euclidean})$
- > $L3 := \text{VectorNorm}(P1 - B1, \text{Euclidean})$
- > $L4 := \text{VectorNorm}(P6 - B2, \text{Euclidean})$
- > $L5 := \text{VectorNorm}(P5 - C1, \text{Euclidean})$
- > $L6 := \text{VectorNorm}(P4 - C2, \text{Euclidean})$

Bulunan bacak boyları Matlab de yapılan simülasyondaki workspacede okunmuş ve doğrulanmıştır.

Ek11 6-6 SPM' nın Maple' da Düz Kinematik Analizi

- > $\text{with}(\text{LinearAlgebra})$

Girdiler

Birim vektörler,

$$> i := \langle 1, 0, 0 \rangle; j := \langle 0, 1, 0 \rangle; k := \langle 0, 0, 1 \rangle$$

Sabit alt platformun köşe noktalarının konumları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

$$\begin{aligned} AI &:= \langle A10, A11, A12 \rangle; \\ A2 &:= \langle A20, A21, A22 \rangle; \\ B1 &:= \langle B10, B11, B12 \rangle; \\ > B2 &:= \langle B20, B21, B22 \rangle; \quad C2 := \langle C20, C21, C22 \rangle \\ C1 &:= \langle C10, C11, C12 \rangle; \\ > A10 &:= .14986; \quad A22 := 0; \quad B21 := .12651; \quad C20 := -.069262; \\ A11 &:= -.0065429; \quad B10 := -.069262; \quad B22 := 0; \quad C21 := -.13305; \\ A12 &:= 0; \quad B11 := .13305; \quad C10 := -.080595; \quad C22 := 0 \\ A20 &:= .14986; \quad B12 := 0; \quad C11 := -.12651; \\ A21 &:= .0065429; \quad B20 := -.080595; \quad C12 := 0; \end{aligned}$$

Bacak boyları (Simmechanics te workspace den okunmuştur.),

$$\begin{aligned} L1 &:= .17121; \quad L32 := .26798; \\ L12 &:= .26784; \quad L4 := .24893; \\ L2 &:= .24331; \quad L42 := .28196; \quad L6 := .245; \\ > L22 &:= .251; \quad L5 := .25803; \quad L62 := .18611 \\ L3 &:= .24388; \quad L52 := .25682; \end{aligned}$$

Üst platformun kenar uzunlukları (düz kinematik problemin çözümünde sağlanması gereken kısıtlar),

$$> b1 := .1732; b2 := .1732; b3 := .1732$$

Hesaplamalar

Alt platformun kenar uzunlukları (Geometrik ifadelerden bulunmuştur.),

$$\begin{aligned} > a &:= \text{VectorNorm}(A2 - B1, \text{Euclidean}) \\ > b &:= \text{VectorNorm}(A1 - C2, \text{Euclidean}) \\ > c &:= \text{VectorNorm}(C1 - B2, \text{Euclidean}) \end{aligned}$$

Düz kinematik problemin çözümü için gerekli geometrik ifadeler,

$$\begin{aligned} > \\ r11 &:= \frac{a^2 + L32^2 - L3^2}{2a}; \quad s11 := \frac{b^2 + L1^2 - L12^2}{2b}; \quad t11 := \frac{c^2 + L5^2 - L52^2}{2c}; \\ r21 &:= a - r11; \quad s21 := b - s11; \quad t21 := c - t11; \\ m11 &:= (L32^2 - r11^2)^.5; \quad m21 := (L1^2 - s11^2)^.5; \quad m31 := (L5^2 - t11^2)^.5; \\ r12 &:= \frac{a^2 + L2^2 - L22^2}{2a}; \quad s12 := \frac{b^2 + L62^2 - L6^2}{2b}; \quad t12 := \frac{c^2 + L42^2 - L4^2}{2c}; \\ r22 &:= a - r12; \quad s22 := b - s12; \quad t22 := c - t12; \\ m12 &:= (L2^2 - r12^2)^.5; \quad m22 := (L62^2 - s12^2)^.5; \quad m32 := (L42^2 - t12^2)^.5 \end{aligned}$$

Oi noktalarının konumları

$$> PO11 := A2 + \frac{r11 (B1 - A2)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})}$$

$$\begin{aligned}
> PO12 &:= A2 + \frac{r12 (B1 - A2)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \\
> PO21 &:= A1 + \frac{s11 (C2 - A1)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \\
> PO22 &:= A1 + \frac{s12 (C2 - A1)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \\
> PO31 &:= C1 + \frac{t11 (B2 - C1)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \\
> PO32 &:= C1 + \frac{t12 (B2 - C1)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})}
\end{aligned}$$

beta açılarının hesaplanması

$$\begin{aligned}
> v1 &:= \text{CrossProduct}(B1 - A2, k); n1 := \text{DotProduct}(v1, j) \\
> \beta1 &:= \arcsin\left(\frac{n1}{\text{VectorNorm}(v1, \text{Euclidean})}\right) \\
> v2 &:= \text{CrossProduct}(A1 - C2, k); n2 := \text{DotProduct}(v2, j) \\
> \beta2 &:= \arcsin\left(\frac{n2}{\text{VectorNorm}(v2, \text{Euclidean})}\right) \\
> v3 &:= \text{CrossProduct}(C1 - B2, k); n3 := \text{DotProduct}(v3, i) \\
> \beta3 &:= \arccos\left(\frac{n3}{\text{VectorNorm}(v3, \text{Euclidean})}\right)
\end{aligned}$$

Düz kinematik problemin çözümü:

>

$$\begin{aligned}
D11 &:= 2 m11 \cos(\beta1) \left(A20 + \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m11 \sin(\beta1) \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

>

$$\begin{aligned}
D21 &:= -2 m21 \cos(\beta2) \left(A20 + \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m21 \sin(\beta2) \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)
\end{aligned}$$

$$> D31 := -2 m11 m21 \cos(\beta1 - \beta2)$$

$$> D41 := -2 m11 m21$$

>

$$\begin{aligned}
D51 &:= \left(A20 + \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
&\quad \left. - \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A21 \right. \\
&\quad \left. + \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\
&\quad + m11^2 + m21^2 - b1^2
\end{aligned}$$

>

$$E11 := 2 m21 \cos(\beta_2) \left(A10 + \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\ \left. - \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m21 \sin(\beta_2) \left(A11 \right. \\ \left. + \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)$$

>

$$E21 := -2 m31 \cos(\beta_3) \left(A10 + \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\ \left. - \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m31 \sin(\beta_3) \left(A11 \right. \\ \left. + \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)$$

$$> E31 := -2 m21 m31 \cos(\beta_2 - \beta_3)$$

$$> E41 := -2 m21 m31$$

>

$$E51 := \left(A10 + \frac{s11 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\ \left. - \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A11 \right. \\ \left. + \frac{s11 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\ + m21^2 + m31^2 - b2^2$$

>

$$F11 := 2 m31 \cos(\beta_3) \left(C10 + \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 \right. \\ \left. - \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right) + 2 m31 \sin(\beta_3) \left(C11 \right. \\ \left. + \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)$$

>

$$F21 := -2 m11 \cos(\beta_1) \left(C10 + \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 \right. \\ \left. - \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right) - 2 m11 \sin(\beta_1) \left(C11 \right. \\ \left. + \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)$$

$$> F31 := -2 m11 m31 \cos(\beta_3 - \beta_1)$$

$$> F41 := -2 m11 m31$$

>

$$F51 := \left(C10 + \frac{t11 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 \right. \\ \left. - \frac{r11 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(C11 \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{t11 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r11 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \Big)^2 \\
& + m11^2 + m31^2 - b3^2 \\
> \\
D12 := & 2 m12 \cos(\beta1) \left(A20 + \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
& \left. - \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m12 \sin(\beta1) \left(A21 \right. \\
& \left. + \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) \\
> \\
D22 := & -2 m22 \cos(\beta2) \left(A20 + \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
& \left. - \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m22 \sin(\beta2) \left(A21 \right. \\
& \left. + \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right) \\
> D32 := & -2 m12 m22 \cos(\beta1 - \beta2) \\
> D42 := & -2 m12 m22 \\
> \\
D52 := & \left(A20 + \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A10 \right. \\
& \left. - \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A21 \right. \\
& \left. + \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} - A11 - \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} \right)^2 \\
& + m12^2 + m22^2 - b1^2 \\
> \\
E12 := & 2 m22 \cos(\beta2) \left(A10 + \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
& \left. - \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) + 2 m22 \sin(\beta2) \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) \\
> \\
E22 := & -2 m32 \cos(\beta3) \left(A10 + \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 \right. \\
& \left. - \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) - 2 m32 \sin(\beta3) \left(A11 \right. \\
& \left. + \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right) \\
> E32 := & -2 m22 m32 \cos(\beta2 - \beta3) \\
> E42 := & -2 m22 m32 \\
>
\end{aligned}$$

$$E52 := \left(A10 + \frac{s12 (C20 - A10)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C10 - \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(A11 + \frac{s12 (C21 - A11)}{\text{VectorNorm}(C2 - A1, \text{Euclidean})} - C11 - \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} \right)^2 + m22^2 + m32^2 - b2^2$$

>

$$F12 := 2 m32 \cos(\beta_3) \left(C10 + \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 - \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right) + 2 m32 \sin(\beta_3) \left(C11 + \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)$$

>

$$F22 := -2 m12 \cos(\beta_1) \left(C10 + \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 - \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right) - 2 m12 \sin(\beta_1) \left(C11 + \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)$$

>

$$F32 := -2 m12 m32 \cos(\beta_3 - \beta_1)$$

>

$$F42 := -2 m12 m32$$

>

$$F52 := \left(C10 + \frac{t12 (B20 - C10)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A20 - \frac{r12 (B10 - A20)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)^2 + \left(C11 + \frac{t12 (B21 - C11)}{\text{VectorNorm}(B2 - C1, \text{Euclidean})} - A21 - \frac{r12 (B11 - A21)}{\text{VectorNorm}(B1 - A2, \text{Euclidean})} \right)^2 + m12^2 + m32^2 - b3^2$$

>

$$G11 := -D11 - D21 + D31 + D51; \quad H11 := -E11 - E21 + E31 + E51;$$

$$G21 := D11 - D21 - D31 + D51; \quad H21 := E11 - E21 - E31 + E51;$$

$$G31 := 4 D41; \quad H31 := 4 E41;$$

$$G41 := -D11 + D21 - D31 + D51; \quad H41 := -E11 + E21 - E31 + E51;$$

$$G51 := D11 + D21 + D31 + D51; \quad H51 := E11 + E21 + E31 + E51;$$

$$I11 := -F11 - F21 + F31 + F51; \quad G12 := -D12 - D22 + D32 + D52;$$

$$I21 := F11 - F21 - F31 + F51; \quad G22 := D12 - D22 - D32 + D52;$$

$$I31 := 4 F41; \quad G32 := 4 D42;$$

$$I41 := -F11 + F21 - F31 + F51; \quad G42 := -D12 + D22 - D32 + D52;$$

$$I51 := F11 + F21 + F31 + F51; \quad G52 := D12 + D22 + D32 + D52;$$

```

H12 := -E12 - E22 + E32 + E52; I12 := -F12 - F22 + F32 + F52;
H22 := E12 - E22 - E32 + E52; I22 := F12 - F22 - F32 + F52;
H32 := 4 E42; I32 := 4 F42;
H42 := -E12 + E22 - E32 + E52; I42 := -F12 + F22 - F32 + F52;
H52 := E12 + E22 + E32 + E52; I52 := F12 + F22 + F32 + F52
> g1 := (G11 x12 + G21) x22 + G31 x1 x2 + G41 x12 + G51
> h1 := (H11 x32 + H41) x22 + H31 x3 x2 + H21 x32 + H51
> y1 := (I11 x12 + I41) x32 + I31 x1 x3 + I21 x12 + I51
> g2 := (G12 x12 + G22) x22 + G32 x1 x2 + G42 x12 + G52
> h2 := (H12 x32 + H42) x22 + H32 x3 x2 + H22 x32 + H52
> y2 := (I12 x12 + I42) x32 + I32 x1 x3 + I22 x12 + I52
> A1 := BezoutMatrix(g1, h1, x2); A2 := BezoutMatrix(g2, h2, x2)
> f11 := Determinant(A1); f12 := Determinant(A2)
> B1 := BezoutMatrix(f11, y1, x3); B2 := BezoutMatrix(f12, y2, x3)
> f21 := Determinant(B1); f22 := Determinant(B2)
> sols1 := solve(f21, x1); sols1; sols2 := solve(f22, x1); sols2
> for qs1 to 16 do end do
> if type(sols1qs1, imaginary) then rs1(qs1) := 0 else rs1(qs1) := sols1qs1 end if
> for js1 to 16 do end do
> if rs1(js1) < 0 then rs1(js1) := 0 else rs1(js1) := rs1(js1) end if
rs1(1), rs1(2), rs1(3), rs1(4), rs1(5), rs1(6), rs1(7), rs1(8), rs1(9), rs1(10), rs1(11),
> rs1(12), rs1(13), rs1(14), rs1(15), rs1(16)
> for qs2 to 16 do end do
> if type(sols2qs2, imaginary) then rs2(qs2) := 0 else rs2(qs2) := sols2qs2 end if
> for js2 to 16 do end do
> if rs2(js2) < 0 then rs2(js2) := 0 else rs2(js2) := rs2(js2) end if
rs2(1), rs2(2), rs2(3), rs2(4), rs2(5), rs2(6), rs2(7), rs2(8), rs2(9), rs2(10),
rs2(11), rs2(12), rs2(13), rs2(14), rs2(15), rs2(16);
> ms1 := 0
> for cs1 to 16 do end do
> if 0 < rs1(cs1) then ms1 := ms1 + 1; sq1(ms1) := rs1(cs1) end if
> for cs2 to 16 do end do
> if 0 < rs2(cs2) then ms2 := ms2 + 1; sq2(ms2) := rs2(cs2) end if
> for as1 to ms1 do ; fii1as1 := 2 arctan(sq1(as1)) end do
> for as2 to ms2 do ; fii2as2 := 2 arctan(sq2(as2)) end do
> for as1 to ms1 do end do
> omg1as1 := < cos(β1) cos(fii1as1), sin(β1) cos(fii1as1), sin(fii1as1) >
> for as2 to ms2 do end do
> omg2as2 := < cos(β1) cos(fii2as2), sin(β1) cos(fii2as2), sin(fii2as2) >
> for ds1 to ms1 do ; x11ds1 := tan $\left(\frac{\arcsin(\text{omg1}_{ds1})}{2}\right)$  end do
> for ds2 to ms2 do ; x12ds2 := tan $\left(\frac{\arcsin(\text{omg2}_{ds2})}{2}\right)$  end do

```

```

> for ik1 to ms1 do end do
> g1 := (G11 x11ik12 + G21) x212 + G31 x11ik1 x21 + G41 x11ik12 + G51
> x21ik1 := solve(g1, x21)
> for ik2 to ms2 do end do
> g2 := (G12 x12ik22 + G22) x222 + G32 x12ik2 x22 + G42 x12ik22 + G52
> x22ik2 := solve(g2, x22)
> for jk1 to ms1 do end do
> y1 := (I11 x11jk12 + I41) x312 + I31 x11jk1 x31 + I21 x11jk12 + I51
> x31jk1 := solve(y1, x31)
> for jk2 to ms2 do end do
> y2 := (I12 x12jk22 + I42) x322 + I32 x12jk2 x32 + I22 x12jk22 + I52
> x32jk2 := solve(y2, x32)
> Digits := 4
> for hkl to ms1 do ; for gk1 to ms1 do end do end do
> h11 := (H11 x31hkl12 + H41) x21gk112 + H31 x31hkl1 x21gk11 + H21 x31hkl1 + H51
> h12 := (H11 x31hkl12 + H41) x21gk122 + H31 x31hkl1 x21gk12 + H21 x31hkl1 + H51
> h13 := (H11 x31hkl22 + H41) x21gk112 + H31 x31hkl2 x21gk11 + H21 x31hkl2 + H51
> h14 := (H11 x31hkl22 + H41) x21gk122 + H31 x31hkl2 x21gk12 + H21 x31hkl2 + H51
> if |h11| < .01 then x_21 := x21gk11 ; x_31 := x31gk11 end if
> if |h12| < .01 then x_21 := x21gk12 ; x_31 := x31gk11 end if
> if |h13| < .01 then x_21 := x21gk11 ; x_31 := x31gk12 end if
> if |h14| < .01 then x_21 := x21gk12 ; x_31 := x31gk12 end if
> for hk2 to ms2 do ; for gk2 to ms2 do end do end do
> h21 := (H12 x32hk212 + H42) x22gk212 + H32 x32hk21 x22gk21 + H22 x32hk21 + H52
> h22 := (H12 x32hk212 + H42) x22gk222 + H32 x32hk21 x22gk22 + H22 x32hk21 + H52
> h23 := (H12 x32hk222 + H42) x22gk212 + H32 x32hk22 x22gk21 + H22 x32hk22 + H52
> h24 := (H12 x32hk222 + H42) x22gk222 + H32 x32hk22 x22gk22 + H22 x32hk22 + H52
> if |h21| < .01 then x_22 := x22gk21 ; x_32 := x32gk21 end if
> if |h22| < .01 then x_22 := x22gk22 ; x_32 := x32gk21 end if
> if |h23| < .01 then x_22 := x22gk21 ; x_32 := x32gk22 end if
> if |h24| < .01 then x_22 := x22gk22 ; x_32 := x32gk22 end if

```

```

> Digits := 9; x31 := x_31; x21 := x_21; x32 := x_32; x22 := x_22
> h1 := (H11 x312 + H41) x212 + H31 x31 x21 + H21 x312 + H51
> h2 := (H12 x322 + H42) x222 + H32 x32 x22 + H22 x322 + H52
> g1 := (G11 x112 + G21) x212 + G31 x11 x21 + G41 x112 + G51
> g2 := (G12 x122 + G22) x222 + G32 x12 x22 + G42 x122 + G52
> xxa1 := solve(g1, x11); xxa2 := solve(g2, x12)
> y1 := (I11 x112 + I41) x312 + I31 x11 x31 + I21 x112 + I51
> y2 := (I12 x122 + I42) x322 + I32 x12 x32 + I22 x122 + I52
> xxb1 := solve(y1, x11); xxb2 := solve(y2, x12); Digits := 5
> for vs1 to 2 do ; if xxa1vs1 = xxb11 then x_11 := xxb11 else end if end do
> if xxa1vs1 = xxb12 then x_11 := xxb12 end if
> for vs2 to 2 do ; if xxa2vs2 = xxb21 then x_12 := xxb21 else end if end do
> if xxa2vs2 = xxb22 then x_12 := xxb22 end if
  x11 := x_11;
  x12 := x_12;
  Digits := 9;
> phi_11 := 2 arctan(x11);
  phi_12 := 2 arctan(x12)
> omega_11 := < cos(β1) cos(phi_11), sin(β1) cos(phi_11), sin(phi_11) >
> omega_12 := < cos(β1) cos(phi_12), sin(β1) cos(phi_12), sin(phi_12) >
> phi_21 := 2 arctan(x21); phi_22 := 2 arctan(x22)
> omega_21 := < cos(β2) cos(phi_21), sin(β2) cos(phi_21), sin(phi_21) >
> omega_22 := < cos(β2) cos(phi_22), sin(β2) cos(phi_22), sin(phi_22) >
> phi_31 := 2 arctan(x31); phi_32 := 2 arctan(x32)
> omega_31 := < cos(β3) cos(phi_31), sin(β3) cos(phi_31), sin(phi_31) >
> omega_32 := < cos(β3) cos(phi_32), sin(β3) cos(phi_32), sin(phi_32) >
> P_1 := PO11 + m11 omega_11;      P_6 := PO32 + m32 omega_32
  P_2 := PO12 + m12 omega_12;
  P_3 := PO21 + m21 omega_21;
  P_4 := PO22 + m22 omega_22;
  P_5 := PO31 + m31 omega_31;
  G1_x :=  $\frac{P_{-1_1} + P_{-3_1} + P_{-5_1}}{3}$ ;
  G1_z :=  $\frac{P_{-1_3} + P_{-3_3} + P_{-5_3}}{3}$ 
> G1_y :=  $\frac{P_{-1_2} + P_{-3_2} + P_{-5_2}}{3}$ ;
  G2_x :=  $\frac{P_{-2_1} + P_{-4_1} + P_{-6_1}}{3}$ ;
  G2_z :=  $\frac{P_{-2_3} + P_{-4_3} + P_{-6_3}}{3}$ 
> G2_y :=  $\frac{P_{-2_2} + P_{-4_2} + P_{-6_2}}{3}$ ;
> G_x :=  $\frac{G1_x + G2_x}{2}$ ; G_y :=  $\frac{G1_y + G2_y}{2}$ ; G_z :=  $\frac{G1_z + G2_z}{2}$ 

```

Sonuçlar

$$> p1 := \langle .0342, .0940, 0 \rangle; p2 := \langle .0643, -.0766, 0 \rangle; p3 := \langle -.0985, -.0174, 0 \rangle$$

$$> r11 := \frac{(1 - c3^2)(1 - c2^2)}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)}; r12 := -\frac{(1 - c2^2)2c3}{(1 + c2^2)(1 + c3^2)}; r13 := \frac{2c2}{1 + c2^2}$$

$$r21 := \frac{2c3(1 - c1^2)}{(1 + c3^2)(1 + c1^2)} + \frac{(1 - c3^2)2c22c1}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)(1 + c1^2)};$$

$$> r22 := \frac{(1 - c1^2)(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} - \frac{2c32c22c1}{(1 + c3^2)(1 + c2^2)(1 + c1^2)};$$

$$r23 := -\frac{(1 - c2^2)2c1}{(1 + c2^2)(1 + c1^2)}$$

$$r31 := \frac{2c12c3}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} - \frac{(1 - c1^2)2c2(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c2^2)(1 + c3^2)};$$

$$> r32 := \frac{2c1(1 - c3^2)}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)} + \frac{(1 - c1^2)2c32c2}{(1 + c1^2)(1 + c3^2)(1 + c2^2)};$$

$$r33 := \frac{(1 - c2^2)(1 - c1^2)}{(1 + c2^2)(1 + c1^2)}$$

$$> t := \langle G_x, G_y, G_z \rangle$$

$$> f11 := -P_1 + t_1 + p1_1 r11 + p1_2 r12 + p1_3 r13$$

$$> f12 := -P_2 + t_2 + p1_1 r21 + p1_2 r22 + p1_3 r23$$

$$> f13 := -P_3 + t_3 + p1_1 r31 + p1_2 r32 + p1_3 r33$$

$$> f14 := -P_3 + t_1 + p3_1 r11 + p3_2 r12 + p3_3 r13$$

$$> eqns1 := \{f14, f11\}$$

$$> sols1 := \text{solve}(eqns1)$$

$$c2 := .158819409;$$

$$c3 := .0876160061;$$

$$> eqns2 := f12; \quad c1 := sols2_2$$

$$sols2 := \text{solve}(eqns2);$$

$$> \alpha := 2 \arctan(c1); \beta := 2 \arctan(c2); \delta := 2 \arctan(c3)$$

$$> t := \langle G_x, G_y, G_z \rangle$$

Ek12 Farklı Yapıdaki SPM' nin Çalışma Uzayı Analizi- Matlab-SimMechanics m-file

```
clear;d=0;v=0;w=0;
```

```
rp=input('radius of upper plate(mm):');
```

```
rb=input('radius of lower plate(mm):');
```

```

lm=input('max stroke(mm):');
ln=input('min stroke(mm):');
ss=input('step size(mm):');

for a=-lm:ss:lm

    w=w+1;

    for b=-lm:ss:lm

        v=v+1;

        for c=0:ss:lm

            3-3 SPM için,          6-3 SPM için,          6-6 SPM için,
            theta_p=2*(pi/3);    theta_p=2*(pi/3);    theta_p=pi/18;
            theta_b=0;          theta_b=-pi/18;      theta_b=pi/72;

            alfa=0;

            beta=0;

            gama=0;

            eksen1=a;

            eksen2=b;

            eksen3=c;

            lamda_1=(pi/3)-(theta_p/2);

            lamda_3=(3*pi/3)-(theta_p/2);

            lamda_5=(5*pi/3)-(theta_p/2);

            lamda_2=(lamda_1+theta_p);

            lamda_4=(lamda_3+theta_p);

            lamda_6=(lamda_5+theta_p);

            Blamda_1=(pi/3)-(theta_b/2);

```

$$\text{Blamda}_3=(3*\text{pi}/3)-(\text{theta}_b/2);$$

$$\text{Blamda}_5=(5*\text{pi}/3)-(\text{theta}_b/2);$$

$$\text{Blamda}_2=(\text{Blamda}_1+\text{theta}_b);$$

$$\text{Blamda}_4=(\text{Blamda}_3+\text{theta}_b);$$

$$\text{Blamda}_6=(\text{Blamda}_5+\text{theta}_b);$$

$$R=[(\cos(\text{alfa})*\cos(\text{beta}))(\cos(\text{alfa})*\sin(\text{beta})*\sin(\text{gama})-\sin(\text{alfa})*\cos(\text{gama}))$$

$$(\cos(\text{alfa})*\sin(\text{beta})*\cos(\text{gama})+\sin(\text{alfa})*\sin(\text{gama}))];$$

$$(\sin(\text{alfa})*\cos(\text{beta}))(\sin(\text{alfa})*\sin(\text{beta})*\sin(\text{gama})+\cos(\text{alfa})*\cos(\text{gama}))$$

$$(\sin(\text{alfa})*\sin(\text{beta})*\cos(\text{gama})-\cos(\text{alfa})*\sin(\text{gama}));$$

$$(-\sin(\text{beta})) (\cos(\text{beta})*\sin(\text{gama})) (\cos(\text{beta})*\cos(\text{gama}));$$

$$p1=R*[rp*\cos(\text{lamda}_1)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_1)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$p2=R*[rp*\cos(\text{lamda}_2)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_2)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$p3=R*[rp*\cos(\text{lamda}_3)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_3)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$p4=R*[rp*\cos(\text{lamda}_4)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_4)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$p5=R*[rp*\cos(\text{lamda}_5)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_5)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$p6=R*[rp*\cos(\text{lamda}_6)+\text{eksen1};rp*\sin(\text{lamda}_6)+\text{eksen2};\text{eksen3}];$$

$$b1=[rb*\cos(\text{Blamda}_1);rb*\sin(\text{Blamda}_1);0];$$

$$b2=[rb*\cos(\text{Blamda}_2);rb*\sin(\text{Blamda}_2);0];$$

$$b3=[rb*\cos(\text{Blamda}_3);rb*\sin(\text{Blamda}_3);0];$$

$$b4=[rb*\cos(\text{Blamda}_4);rb*\sin(\text{Blamda}_4);0];$$

$$b5=[rb*\cos(\text{Blamda}_5);rb*\sin(\text{Blamda}_5);0];$$

$$b6=[rb*\cos(\text{Blamda}_6);rb*\sin(\text{Blamda}_6);0];$$

$$Pi=[p1 p2 p3 p4 p5 p6];$$

$$Bi=[b1 b2 b3 b4 b5 b6];$$

```

l1=norm(p1-b1);
l2=norm(p2-b2);
l3=norm(p3-b3);
l4=norm(p4-b4);
l5=norm(p5-b5);
l6=norm(p6-b6);
if l1<lm
    if l2<lm
        if l3<lm
            if l4<lm
                if l5<lm
                    if l6<lm
                        if l1>ln
                            if l2>ln
                                if l3>ln
                                    if l4>ln
                                        if l5>ln
                                            if l6>ln
                                                d=d+1;
Gx(d)=a;Gy(d)=b;Gz(d)=c;
                                            end
                                        end
                                    end
                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end
end
end
end

```


Yüksek Lisans 2004- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Müh. Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve
Kontrol Programı

Çalıştığı kurum

2004- Baysal Metal Ambalaj Ltd Şti.