

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ASKERİ TANKLARIN PALET
MEKANİZMALARININ DİNAMİK ANALİZİ VE
ÖMÜR DEĞERLENDİRMELERİ**

Makina Yük. Müh. Gökhan Erkin SAATÇI

**FBE Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Makina Teorisi ve Kontrol Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi: 07.08.2006
Tez Danışmanı: Prof. Necati TAHRALI (Y.T.Ü.)
Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Ertuğrul TAÇGIN (Marmara Üniversitesi)
Prof. Dr. İsmail YÜKSEK (Y.T.Ü.)
Prof. Dr. A. Kerim KAR (Marmara Üniversitesi)
Doç. Dr. Rahmi GÜÇLÜ (Y.T.Ü.)

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	xiii
ÖNSÖZ.....	xiv
ÖZET	xv
ABSTRACT	xvi
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Değerlendirmesi.....	1
1.2 Tezin Kapsam ve Amaçları	11
2 PALETLİ TAŞITIN TANITILMASI.....	12
2.1 Paletin Geometrik Uzunluk Hesabı	12
2.2 Süspansiyon Elemanı İçindeki Çeşitli Geometrik Bağıntılar	17
2.3 Çeşitli Elemanların Kütle Atalet Momenti Hesapları.....	21
2.3.1 Taşıyıcı Tekerleğin Kütle Atalet Momenti.....	21
2.3.2 Askı Kolunun Kütle Atalet Momenti	23
2.3.3 Ana Gövdenin Kütle Atalet Momentleri Hakkında Bilgi.....	24
2.4 Diferansiyel Denklem Çözüm Metodu	24
3 BİR SERBESTLİK DERECELİ MODEL	27
3.1 Diferansiyel Denklemler.....	30
3.1.1 Enerji Denklemleri	30
3.1.2 Lagrange Denklemleri	31
3.2 Simülasyonlar	33
3.2.1 Yay Kuvvetinin Nonlineer Tarzda İletilmesinin Kanıtlanması	42
3.2.2 Süspansiyon Stroğunun İkincil Sınırlandırılması	46
3.2.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi	51
4 İKİ SERBESTLİK DERECELİ MODEL	55
4.1 Diferansiyel Denklemler.....	55
4.1.1 Enerji Denklemleri	55
4.1.2 Lagrange Denklemleri	56
4.2 Simülasyonlar	57
4.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi	62
5 SEKİZ SERBESTLİK DERECELİ MODEL (YARIM TAŞIT MODELİ).....	65

5.1	Diferansiyel Denklemler.....	65
5.1.1	Enerji Denklemleri	65
5.2	Simülasyonlar	71
5.3	Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi	94
6	ON BEŞ SERBESTLİK DERECELİ MODEL (TAM TAŞIT MODELİ)	100
6.1	Diferansiyel Denklemler.....	101
6.1.1	Enerji Denklemleri	101
6.1.2	Lagrange Denklemleri	109
6.2	Simülasyonlar	110
6.2.1	Her İki Paletin Aynı Anda Basamağa Çıkması	110
6.2.2	Yalnız Sağ Paletin Basamağa Çıkması.....	121
6.2.3	Sol Paletin Gecikmeyle Basamağa Çıkması.....	131
6.3	Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi	139
7	DİNAMİK ANALİZ SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI.....	146
8	YORULMA ANALİZİ VE ÖMÜR DEĞERLENDİRMELERİ.....	152
8.1	Wöhler (S-N) Eğrisinin Yaklaşık Olarak Bulunması.....	152
8.2	Ortalama Gerilme Durumu	154
8.3	Yorulmada Birikimli Hasar	155
8.4	Askı Kolunun Yorulma Hesabı	158
8.4.1	Yol Fonksiyonu	158
8.4.2	Süspansiyonda Oluşan Kuvvetlerin Belirlenmesi	163
8.4.3	Gerilmenin Zamana Göre Değişimi	166
8.4.4	Wöhler Eğrisinin Çizimi ve Ömür Tayini	167
9	SONUÇLAR VE TARTIŞMA	170
	KAYNAKLAR.....	176
	EKLER	179
Ek 1	Sekiz serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri	180
Ek 2	On beş serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri.....	191
	ÖZGEÇMİŞ.....	221

SİMGE LİSTESİ

c	Sönüm sabiti
D_i	Ağırlık merkezi ile araç yan tarafları arası mesafe
e	Askı kolu ile süspansiyon uç noktası arası dikey mesafe
g	Yer çekim ivmesi
g_c	Cer dişlisi merkezi ile ağırlık merkezi arası dikey mesafe
g_g	Gergi tekerleği merkezi ile ağırlık merkezi arası dikey mesafe
J_k	Askı kolunun atalet momenti
J_p	Taşıyıcı tekerleğin atalet momenti
J_{yy}	Ana gövdenin yana yatmaya göre atalet momenti
J_{zz}	Ana gövdenin kafa vurmaya göre atalet momenti
k	Yay sabiti
L_i	Askı kolunun gövdeye bağlandığı mafsal noktalar ile ağırlık merkezi arası mesafeler
L_a	Askı kolunun uzunluğu
L_c	Ağırlık merkezi ile cer dişlisi merkezi arası mesafe
L_g	Ağırlık merkezi ile gergi tekerleği merkezi arası mesafe
M	Ana kabinin kütlesi
M_b	Burulma momenti
m_{bak}	Bir palet baklasının kütlesi
m_k	Askı kolu kütlesi
$m_{yük}$	Yükün kütlesi
m_c	Cer dişlisinin kütlesi
m_{kv}	Kovanın kütlesi
m_g	Gergi tekerleğinin kütlesi
m_p	Taşıyıcı tekerleğin kütlesi
m_i	Taşıyıcı tekerlek içinden çıkarılan kısmın kütlesi
N	Yorulma ömrü
n_i	Taşıyıcı tekerlek içinden çıkarılan kısmın kalınlığı
n_d	Taşıyıcı tekerleğin kalınlığı
p	Biyel kolu uzunluğu
r_c	Cer dişlisinin yarıçapı
r_g	Gergi tekerleğinin yarıçapı
r_i	Taşıyıcı tekerleğin iç yarıçapı
r_p	Taşıyıcı tekerleğin dış yarıçapı
s	Askı kolu ile süspansiyon uç noktası arası yatay mesafe
x_i	Dikey yöndeki titreşim genlikleri
V	Aracı sürüş hızı (m/s)
z_c	Cer dişlisi merkezi ile askı kolu mafsal noktası arası dikey mesafe
z_g	Gergi tekerleği merkezi ile askı kolu mafsal noktası arası dikey mesafe
ℓ	Askı kolunun küçük kısmının boyu

α	Ana gövdenin yana yatma açısı
β	Ana gövdenin kafa vurma açısı
χ	Yay elemanın yer değişimi
$\dot{\chi}$	Sönüm elemanının yer değiştirme hızı
δ_{st}	Kütlelerin yere göre statik çökmeleri
ε	Süspansiyon biyel kolunun askı kolunun küçük kısmı ile yaptığı açı
ϕ	Paletin arka tarafta yer ile yaptığı dar açı
φ	Paletin ön tarafta yer ile yaptığı dar açı
λ	Süspansiyon piston ekseninin düşey eksenle yaptığı açı
ν	Süspansiyon biyel kolunun piston eksenine yaptığı açı
θ	Askı kolunun düşey eksenle yaptığı açı
ρ	Askı kolunun kısa parçasıyla arasındaki açı
$\sigma_{eş}$	Genel değişken gerilmenin tam değişken durumdaki eşdeğeri
σ_D	Tam değişken yüklemde yorulma dayanımı (çekme, eğilme)
σ_{DT}	Genel değişken yüklemde yorulma dayanımı (çekme, eğilme)
σ_g	Gerilme genliği
σ_k	Kopma gerilmesi
σ_o	Gerilme genliğinin ortalama değeri
τ_b	Burulma gerilmesi
τ_D	Tam değişken yüklemde yorulma dayanımı (burulma)
τ_{DT}	Genel değişken yüklemde yorulma dayanımı (burulma)

ŞEKİL ÇİZELGESİ

Şekil 2.1	Paletli taşıt	12
Şekil 2.2	Paletli taşıtın sembolik resmi.....	13
Şekil 2.3	Denklemlerde geçen parametrik terimlerin model üzerinde gösterimi (1/12 taşıt)...	13
Şekil 2.4	Denklemlerde geçen parametrik terimlerin model üzerinde gösterimi (yarım taşıt).	14
Şekil 2.5	Paletli taşıtın geometrik resmi	17
Şekil 2.6	Süspansiyon mekanizması ve ilgili terimler	20
Şekil 2.7	Taşıyıcı tekerleğin temsili resmi ve bazı parametreler	21
Şekil 2.8	Askı kolunun iki parçasını gösteren çizim.....	23
Şekil 2.9	Ana gövdenin kütle atalet momentleri ve eksen takımı.....	24
Şekil 3.1	Bir serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü ve parametreler.....	27
Şekil 3.2	Paletli taşıtta kullanılan yay elemanlarından birinin deneysel, lineer ve nonlineer rijitlik eğrileri.....	29
Şekil 3.3	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövde konumunun karşılaştırılması.....	33
Şekil 3.4	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için askı kolu açılarının zamana göre değişimlerinin karşılaştırılması	35
Şekil 3.5	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için yay hareketlerinin zamana göre değişimlerinin karşılaştırılması	35
Şekil 3.6	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için süspansiyon elemanında üretilen kuvvetlerin karşılaştırılması	36
Şekil 3.7	Şekil 3.5'in büyütülmüş hali	39
Şekil 3.8	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için süspansiyon stroklarının karşılaştırılması.....	40
Şekil 3.9	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövdenin titreşim hızlarının karşılaştırılması	41
Şekil 3.10	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövdenin titreşim ivmelerinin karşılaştırılması	42
Şekil 3.11	Gövdenin yer değişimine göre askı kolunun açısını değiştirmesi	43
Şekil 3.12	Gövdenin yer değişimine göre Biyel-Krank arasındaki açının değişmesi.....	44
Şekil 3.13	Gövdenin yer değişimine göre Biyel-Piston Ekseni arasındaki açının değişmesi. 44	
Şekil 3.14	Gövdenin yer değişimine göre yay elemanının hareket etmesi.....	45
Şekil 3.15	Gövdenin yer değişimine göre yay elemanının ürettiği kuvvetin değişmesi.....	45
Şekil 3.16	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için gövde yer değişiminin zamana göre değişimi	48
Şekil 3.17	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için askı kolu açısının zamana göre değişimi	48
Şekil 3.18	Şekil 3.17'in büyütülmüş hali.....	49
Şekil 3.19	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için yay elemanının hareketinin zamana göre değişimi	49
Şekil 3.20	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için süspansiyon kuvvetinin zamana göre değişimi	50
Şekil 3.21	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için gövde titreşim hızının zamana göre değişimi	50
Şekil 3.22	Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için gövde titreşim ivmesinin zamana göre değişimi	51
Şekil 3.23	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunun hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	52

Şekil 3.24	Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunun hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	53
Şekil 4.1	İki serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü	55
Şekil 4.2	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi.....	58
Şekil 4.3	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için taşıyıcı tekerlek konumu....	58
Şekil 4.4	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için askı kolu açısı	59
Şekil 4.5	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yay hareketi.....	60
Şekil 4.6	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için süspansiyonda üretilen kuvvet	60
Şekil 4.7	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim hızı	61
Şekil 4.8	İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi ...	61
Şekil 4.9	İki serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları	62
Şekil 4.10	İki serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	63
Şekil 5.1	Sekiz serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü.....	65
Şekil 5.2	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi ..	72
Şekil 5.3	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketi.....	73
Şekil 5.4	Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi	74
Şekil 5.5	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	75
Şekil 5.6	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	75
Şekil 5.7	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	76
Şekil 5.8	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	76
Şekil 5.9	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	77
Şekil 5.10	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi.....	77
Şekil 5.11	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. askı kolu açısının değişimi	80
Şekil 5.12	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. askı kolu açısının değişimi	80
Şekil 5.13	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. askı kolu açısının değişimi	81
Şekil 5.14	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu açısının değişimi	81
Şekil 5.15	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu açısının değişimi	82
Şekil 5.16	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu açısının değişimi	82
Şekil 5.17	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. süspansiyon yay hareketi	83
Şekil 5.18	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. süspansiyon yay hareketi	83
Şekil 5.19	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. süspansiyon yay hareketi	84
Şekil 5.20	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. süspansiyon yay	

	hareketi	84
Şekil 5.21	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. süspansiyon yay hareketi	85
Şekil 5.22	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. süspansiyon yay hareketi	85
Şekil 5.23	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. süspansiyonda üretilen kuvvet	87
Şekil 5.24	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. süspansiyonda üretilen kuvvet	87
Şekil 5.25	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. süspansiyonda üretilen kuvvet	88
Şekil 5.26	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. süspansiyonda üretilen kuvvet	88
Şekil 5.27	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. süspansiyonda üretilen kuvvet	89
Şekil 5.28	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. süspansiyonda üretilen kuvvet	89
Şekil 5.29	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için gövdenin titreşim ivmesi	90
Şekil 5.30	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurmasının ivmesi .	90
Şekil 5.31	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için palet gerginlik kontrolü .	91
Şekil 5.32	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için palet ön açısı (φ)	93
Şekil 5.33	Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için palet arka açısı (ϕ).....	93
Şekil 5.34	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	95
Şekil 5.35	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda kafa vurma hareketlerinin hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	95
Şekil 5.36	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 1. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	96
Şekil 5.37	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 2. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	96
Şekil 5.38	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 3. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	97
Şekil 5.39	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 4. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	97
Şekil 5.40	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 5. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	98
Şekil 5.41	Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 6. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	98
Şekil 6.1	On beş serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü (sağdan görünüş).....	100
Şekil 6.2	On beş serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü (soldan görünüş).....	100
Şekil 6.3	On beş serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü (önden görünüş).....	101
Şekil 6.4	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için gövde yer değiştirmesi....	

	110
Şekil 6.5	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurma hareketi ..	111
Şekil 6.6	Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi	112
Şekil 6.7	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için yana yatma hareketi ..	113
Şekil 6.8	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	114
Şekil 6.9	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	114
Şekil 6.10	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	114
Şekil 6.11	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	115
Şekil 6.12	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	115
Şekil 6.13	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	115
Şekil 6.14	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	117
Şekil 6.15	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	117
Şekil 6.16	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	117
Şekil 6.17	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	118
Şekil 6.18	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	118
Şekil 6.19	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	118
Şekil 6.20	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için gövdenin titreşim ivmesi.	119
Şekil 6.21	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurma hareketinin ivmesi.....	120
Şekil 6.22	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için yana yatma hareketinin ivmesi.....	120
Şekil 6.23	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için palet gerginlik kontrolleri	121
Şekil 6.24	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için gövde yer değiştirmesi	121
Şekil 6.25	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurma hareketi ..	123
Şekil 6.26	Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi	123
Şekil 6.27	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için yana yatma hareketi ..	124
Şekil 6.28	Statik ve dinamik olmak üzere toplam yana yatma hareketi	124
Şekil 6.29	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	125
Şekil 6.30	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	125
Şekil 6.31	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	125
Şekil 6.32	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	126
Şekil 6.33	On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ	

	taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	126
Şekil 6.34	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	126
Şekil 6.35	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	127
Şekil 6.36	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	127
Şekil 6.37	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	127
Şekil 6.38	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	128
Şekil 6.39	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	128
Şekil 6.40	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	128
Şekil 6.41	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi.	129
Şekil 6.42	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketinin ivmesi.....	129
Şekil 6.43	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketinin ivmesi.....	130
Şekil 6.44	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolleri	130
Şekil 6.45	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi	131
Şekil 6.46	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketi ..	132
Şekil 6.47	Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi	132
Şekil 6.48	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketi ..	133
Şekil 6.49	Statik ve dinamik olmak üzere toplam yana yatma hareketi	133
Şekil 6.50	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	134
Şekil 6.51	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	134
Şekil 6.52	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	134
Şekil 6.53	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	135
Şekil 6.54	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	135
Şekil 6.55	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri	135
Şekil 6.56	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	136
Şekil 6.57	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	136
Şekil 6.58	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	136
Şekil 6.59	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	137
Şekil 6.60	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	137

Şekil 6.61	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi	137
Şekil 6.62	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi.	138
Şekil 6.63	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketinin ivmesi.....	138
Şekil 6.64	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketinin ivmesi.....	139
Şekil 6.65	On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolleri	139
Şekil 6.66	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	140
Şekil 6.67	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda kafa vurma hareketlerinin pürüzsüz yoldaki simülasyonları.....	141
Şekil 6.68	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda yana yatma hareketlerinin pürüzsüz yoldaki simülasyonları	141
Şekil 6.69	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 1. (sağ taraf) ve 7. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	142
Şekil 6.70	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 2. (sağ taraf) ve 8. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	142
Şekil 6.71	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 3. (sağ taraf) ve 9. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	142
Şekil 6.72	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 4. (sağ taraf) ve 10. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	143
Şekil 6.73	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 5. (sağ taraf) ve 11. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	143
Şekil 6.74	On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 6. (sağ taraf) ve 12. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları	143
Şekil 7.1	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde verdikleri ana gövde yer değiştirme genliği cevapları (20 km/h için).....	146
Şekil 7.2	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde ana gövdenin titreşim hızı cevapları (20 km/h için).....	147
Şekil 7.3	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde ana gövdenin titreşim ivmesi cevapları (20 km/h için).....	147
Şekil 7.4	Dört nonlinear modelin 1. süspansiyonda oluşan toplam kuvvet (statik, dinamik ve sönüm kuvveti topluca – 20 km/h için)	148
Şekil 7.5	İki nonlinear modelin (yarım ve tam taşıt) 1. süspansiyonunun açılıp kapanma hızları (20 km/h için)	149
Şekil 7.6	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. askı kolu açısının zamana göre değişimleri (20 km/h için)	149
Şekil 7.7	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. süspansiyonda oluşan sıkışma mesafeleri (sadece dinamik değerler – 20 km/h için).....	150
Şekil 7.8	Dört nonlinear modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. süspansiyonda oluşan sıkışma mesafeleri (statik ve dinamik değerler beraber – 20 km/h için).....	150
Şekil 7.9	İki nonlinear modelin (yarım ve tam taşıt) 0,3 m'lik basamak girişinde kafa vurma hareketi (sadece dinamik değerler – 20 km/h için).....	151
Şekil 8.1	Wöhler eğrisinin pratik yoldan çiziminde verilen katsayıların kullanılması.....	153
Şekil 8.2	Her bir değişik gerilme seviyesi σ_i 'ye tekabül eden n_i çevrimlerinin ve her σ_i için N_i toplam ömürün gösterildiği Wöhler eğrisi	155
Şekil 8.3	Ortalama değer değişimleri ile birlikte tekrarlayan gerilme bloğunun gösterimi.....	

Şekil 8.4	Değerleri önceden saptanmış parkur yolunun zamana göre değişimi (30 km/h için)	157
	159
Şekil 8.5	Tekerleğin ilerlerken çukura girip çıkması (20 mm derinlikteki bir çukur).....	160
Şekil 8.6	Tekerleğin ilerlerken çukura girip çıkması (80 mm derinlikteki bir çukur).....	161
Şekil 8.7	Tam taşıt modelinin parkur yolu üzerinde ilerlerken ana gövdenin sergilediği yer değiştirme diyagramı (30 km/h için)	162
Şekil 8.8	Birinci süspansiyonda oluşan titreşimin zamana göre değişimi (30 km/h için) ..	163
Şekil 8.9	Birinci süspansiyonda oluşan kuvvetlerin zamana göre değişim diyagramı	164
Şekil 8.10	Birinci süspansiyonda biyel kolu ile krank (askı kolunun küçük parçası) arasındaki açının zamana göre değişimi (taşıt hızı 30 km/h için)	165
Şekil 8.11	Birinci süspansiyonda biyel kolu ile piston eksenini arasındaki açının zamana göre değişimi (taşıt hızı 30 km/h için)	165
Şekil 8.12	Birinci askı kolu üzerinde en kritik noktadaki gerilme değişimi (30 km/h için) ..	166
Şekil 8.13	Birinci askı kolu malzemesinin burulma gerilmesine göre yaklaşık Wöhler diyagramı	168

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması.....	38
Çizelge 4.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması.....	64
Çizelge 5.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması.....	99
Çizelge 6.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması.....	144
Çizelge 8.1 Malzeme ve zorlanma farklılıklarına göre yorulma limitleri	152
Çizelge 8.2 Şekil 8.12'nin bölgelere ayrılması ve her bölgenin gerilme değerleri ile uygulanma adetleri ve yüzdeleri (gerilmeler N/mm^2 birimindedir)	167
Çizelge 8.3 Her bölgenin vereceği ömür değerleri (gerilme N/mm^2 birimindedir).....	169

ÖNSÖZ

Paletli bir askeri taşıtın kapsamlı bir dinamik analizi ve analiz sonucunda çıkan değerlerden süspansiyon elemanlarından birinin yorulma ömrünün hesaplandığı bu çalışma sekiz bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde paletli taşıtlar ve yorulma hakkında literatürde bulunan yayınların açıklanmasının ardından ikinci bölümde, ele alınan paletli taşıt tanıtılmıştır. Takip eden dört bölüm dinamik analiz kısmına ayrılmıştır. Yedinci bölümde taşıtın tüm ömrü boyunca karşılaşılabileceği yollara eşdeğer bir yol üzerinde sürülmesi durumu esas alınarak süspansiyon elemanlarından birinci askı kolu üzerine gelen gerilme değerleri saptanmış ve bu değerlere göre yorulmada birikimli hasar durumu incelenmiştir. Son bölümde ise bulunan sonuçlar yorumlanmıştır.

Çalışmalarım sırasında bana yardımcı olan öğretim üyeleri Sayın Prof. Necati Tahralı, Prof. Dr. Ertuğrul Taçgın, Prof. Dr. İsmail Yüksek, Doç. Dr. Rahmi Güçlü, Yrd. Doç. Dr. Tamer Kepçeler, Yrd. Doç. Dr. Ahmet Çelik, Yrd. Doç. Dr. Cihan Demir ile değerli çalışma arkadaşlarım Ar. Gör. Dr. Onur İ. İlkorur, Ar. Gör. Dr. Cem Onat ve Ar. Gör. Şaban Çetin'e teşekkürlerimi sunarım.

Bana verdikleri destek için Anneme ve Babama da ayrıca teşekkür ederim.

ÖZET

Taşıtların dinamik analizlerinin matematiksel yollarla yapılabilmesi için günümüzde birçok araştırmacı çalışmaktadır. Buna rağmen, paletli bir taşıtın dinamik analizi hakkında genel taşıt modellerine kıyasla yeterli oranda çalışma yapılmamıştır.

Dinamik ortamlarda çalışan makina elemanlarının göstereceği yorulma ömrünü önceden saptamak için yapılan yorulma analizleri ise özel olarak ayrı bir araştırma konusunu oluşturmaktadır. Yorulma konusundaki en önemli etken ise çeşitli değişken gerilmelere maruz kalan malzemelerin gösterdikleri birikimli hasarlardır.

Bu çalışmada ele alınan paletli taşıtın bir, iki, sekiz ve on beş serbestlik dereceli olmak üzere dört değişik dinamik modeli sunulmuştur. Ayrıca bu modellerin kendi aralarında lineer ve nonlineer ayrımları da sınıanmıştır. Elde edilen bu dinamik modellerden en gerçekçi yaklaşımı yapacak olanı belirlenmiş ve buradan elde edilen süspansiyon kuvveti sonuçlarına göre taşıt süspansiyon sistemi üzerinden seçilen bir parça için yorulma ömrü hesaplanmıştır. Başka bir deyişle, dinamik analizden elde edilen verilerin, bir yorulma analizinde nasıl kullanılacağı gösterilmiştir.

Dinamik analiz için sunulan yöntemin, gelecekte üretilecek farklı tipteki paletli taşıtlara da uygulanabilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla farklı tipteki paletli taşıtlar için de aynı yöntemi kullanarak süspansiyon sisteminden seçilecek parçalar için yorulma ömrünü bulmak mümkün olabilecektir.

Çalışmadaki amaç, işletme ortamında titreşimli yüklemeye maruz kalan makina parçasının üzerine gelen dinamik gerilmeleri bulup, bu gerilmeler altında göstereceği yorulma ömrünü saptamaktır.

Anahtar Kelimeler: Paletli taşıt, Tank, Yorulma, Ömür, Birikimli hasar

ABSTRACT

Today, many researchers are carrying out investigations on the dynamic analysis of vehicles in mathematical domain. However, compared to general vehicle models, there are not enough research about dynamic analysis of tracked vehicles.

The fatigue analysis to predict the fatigue life of machine elements that work under dynamic situations, specially forms a different research topic. The most significant factor in fatigue analysis is the cumulative damage of materials that are subjected to several cyclic stresses.

In this study, four different dynamic models (one, two, eight and fifteen degrees of freedom) of tracked vehicle are presented. In addition, linear and nonlinear forms of these models are examined. The best one of these dynamic models is selected and the suspension force results obtained from this model are used to calculate the fatigue life of a selected element that works in the suspension system of the vehicle. In other words, the way of using the data that obtained from dynamic analysis in fatigue analysis is shown.

The presented method for dynamic analysis is set up to be applicable to different types of tracked vehicles that may be produced in future. The same method can be used to find the fatigue life of selected parts of suspension system for different types of tracked vehicles.

The focus of this work is to find the dynamic stresses of a machine element that is subjected to vibrational loads under operation situations and to predict the fatigue life of this element under these stresses.

Keywords: Tracked Vehicle, Tank, Fatigue, Service-Life, Cumulative damage

1. GİRİŞ

Taşıtların dinamik davranışlarının matematiksel analizlerinin yapılabilmesi için günümüzde birçok araştırmacı çalışmaktadır. Bu araştırmalar titreşim genliği ve ivmesi, kontrol uygulamaları, frekans cevapları gibi çeşitli konularda yapılmış ve yapılmaya devam etmektedir. Paletli bir taşıtın dinamik analizi için ise, genel taşıt modellerine kıyasla çok az çalışma yapılmıştır.

Dinamik ortamlarda çalışan makina elemanlarının göstereceği yorulma ömrünü önceden saptamak için yapılan yorulma analizleri ise başlı başına ayrı bir araştırma konusunu oluşturmaktadır. Yorulma konusundaki en önemli etken ise çeşitli değişken gerilmelere maruz kalan malzemelerin gösterdikleri birikimli hasarlardır.

Bu çalışmada ele alınan paletli taşıtın kapsamlı bir dinamik analizi gerçekleştirilmiştir. Dinamik model olarak yapılmış çeşitli modeller arasından en gerçekçi yaklaşımı yapacak olanı belirlenmiş ve buradan elde edilen sonuçlara göre taşıt süspansiyon sistemi üzerinden seçilen bir makina elemanı için birikimli hasar metoduna göre toplam yorulma ömrü bulunmuştur. Başka bir deyişle, yukarıda açıklanan iki temel konu birleştirilip dinamik analizden elde edilen verilerin, bir yorulma analizinde nasıl kullanılacağı gösterilmiştir.

Dinamik analiz için sunulan yöntemin, gelecekte üretilecek farklı tipteki paletli taşıtlara da uygulanabilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla farklı tipteki paletli taşıtlar için de aynı yöntemi kullanarak süspansiyon sisteminden seçilecek parçalar için yorulma ömrünü bulmak mümkün olabilecektir.

1.1 Literatür Değerlendirmesi

Literatürde dinamik analiz ve yorulma konularında çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Özellikle dört tekerlekli taşıtlar için pek çok çalışma vardır. Ancak bu tezde ele alınmış on iki tekerlekli ve paletli taşıtlar hakkında detaylı çalışmalar bulunmamaktadır. Paletli taşıtlar hakkında genelde bilgi verici makaleler vardır. Yorulma konusunda ise bilgilendirici ve yöntemlerin nasıl uygulanacağını gösteren kitaplar mevcuttur.

Paletli taşıtlar ile ilgili yapılan çalışmalar şöyledir:

Cleare (1971), yeni kullanılmaya başlanan bir terim olan “yüksek hıza uygun palet” üzerinde durmuştur. Bu terim, nispeten düşük hızlarda giden endüstriyel iş makineleri ile arazide giden palet serici taşıtlar arasındaki farkları ortaya koymak için oluşturulmuştur. Bir tekerlek çevresine palet sermenin önemli bir avantajı, zeminle temas yüzeyini arttırmasıdır. Ancak

paletin toprağa gömülmesi hareketini zorlaştırmaktadır. Paletli bir sistemin tekerlekli bir sisteme oranla avantaj ve dezavantajları (dezavantaj olarak manevra kabiliyetinin zor olması, hareket için büyük bir güç gerektirmesi ve her bir palet baklasının eklem noktalarında aşınma meydana gelmesi) anlatılmış ve arazide ilerlemeye etki edecek faktörler üzerinde durulmuştur. Aracın kütlesi arttıkça palet kullanmanın daha pratik olacağı savunulmuştur.

Çalışmada paletli bir taşıtta tekerleklerin toprağa yaptığı basınç ve bu basınç sayesinde her bir tekerleğin bulunduğu noktanın toprak içine ne kadar gömüldüğü örnek bir tank üzerinden verilmiş. Örnek olarak alınan on iki tekerlekli tankın her bir tekerleğinin ne kadar derine battığının diyagramı verilmiş ve sonuç olarak tekerlek sayısı ne kadar çok olursa tekerlekler arasındaki çekme farklılıklarının birbirine daha yaklaşacağı belirtilmiştir.

Ağırlık merkezinin konumunun tekerleklerin yere yaptığı basınçları nasıl etkilediği hakkında bir çalışma yapıp sonuçları tablo olarak sunmuştur. Tabloda örnek bir tank için dururken, sabit hızda ilerlerken ve % 10 eğimde bir tepeye tırmanırken her bir tekerleğin kütlenin yüzde kaçını taşıdığı okunabilmektedir. Dolayısıyla bu değerler her bir tekerleğin toprağa ne kadar batacağını göstermektedir. Sonuç itibariyle araç hareket ederken ağırlık merkezinin konumunun nasıl kaydığı gösterilmeye çalışılmıştır.

Palet baklalarında oluşan güç kayıplarına değinilmiş, özellikle yağsız çalışan metal metale kontaklardan bahsedilmiştir. Bu tür kuru sürtünme, aşınmayı hızlandırmakta ve baklanın değiştirilmesini gerektirmektedir. Özellikle düz yol yerine toprak arazide kullanılan palet baklalarının çok daha erken aşındığı ve değiştirildiği grafiksel olarak sunulmuş (hangi yolda hangi mesafede kaç bakla değiştirildi şeklinde).

Bunlardan başka palet mekanizmasındaki titreşimler ve kaynaklarına değinilmiştir. Paletli taşıtlarda yüksek hızlara çıkabilmek için mekanizmada oluşan bu titreşimi bakla tasarımı ile azaltmanın gerekliliği vurgulanmıştır. Yüksek hızlı palet için taşıyıcı tekerleğin de bu hıza uygun olması gerektiği ve tasarımda bunun nasıl dikkate alınacağı matematiksel bir ifadeyle verilmiştir.

Radforth ve diğerleri (1971) paletli taşıtlarda o yıllarda kullanılmaya yeni başlanılan bir palet baklası türünü (Martin Paleti) tanıtmıştır. Her bir eklem noktasında, normal baklalarda bir adet bulunan pim burada üçe çıkmıştır. Bu palette sürtünme azaltılıp, aşınma süresi uzatılmıştır. Martin baklasının klasik baklaya göre daha uzun ömürlü olduğu vurgulanmıştır.

Kogure (1976) paletli taşıtların toprağa gömülmesi veya palet padleri altındaki toprağın basıncı nedeniyle oluşan dış dirençlerle ilgilenmiştir. Paletin toprağa gömülmesi nedeniyle

oluşan hareket dirençlerinin matematik modelini kurmaya çalışmış ve elde ettiği sonuçları deneylerle karşılaştırıp teorinin güvenilirliğini araştırmıştır. Ayrıca çalışmada toprağa gömülmenin hangi aşamada daha etkili direnç oluşturduğu da belirtilmiştir. Deneylerle karşılandıktan sonra sonuç olarak teoride uygulanan yük ile paletin batması arasında hiperbolik bir ilişki olduğunu doğrulamıştır. Böylece teorinin güvenilirliği deneysel olarak da kanıtlanmış olmaktadır. Bahsedilen hiperbol denklemini kurabilmek içinse volumetrik kompresyon katsayısı ve toprağın yataklama kapasitesini bilmek gerekmektedir.

Kitano ve Jyozaki (1976) paletli taşıtların yönlendirme sisteminin teorik analizini yapmışlardır. Direksiyon problemleriyle ilgili mümkün olabilecek çeşitli faktörleri göz önünde bulundurarak düzgün bir dönüşün denklemlerini oluşturmuşlardır. Böylelikle direksiyon dinamiğini analiz edebilmişlerdir.

Kitano ve Kuma (1977) paletli taşıtların dönüş hareketlerini gösterebilecek bir matematik model ortaya koyup bu modeli bilgisayarda çözmeye çalışmışlardır. Modele giriş olarak sağ ve sol paletlerin ayrı ayrı hızları (başka bir deyişle sağ ve sol cer dişlilerinin devirleri) girilirken, çıkış olarak yalpa hareketinin oranı ve ağırlık merkezinin ivmesi gibi değişkenler bulunmuştur. Sonuçlardan 8 m/s'den daha yüksek süratlerde dönüş yapıldığında taşıtın arka tarafının kaydığı ve bu spin esnasında taşıtı kontrol etmenin mümkün olmadığı görülmüştür. Burada sunulmuş matematik model sayesinde paletli taşıtın dinamiği daha iyi anlaşılabilir.

Kogure ve Kudo (1977) paletli bir taşıtın kumla kaplı bir arazide ilerlerken peşpeşe gelen taşıyıcı tekerleklerin aynı noktaya yaptıkları basınç altında kumda oluşacak kaymaları araştırmışlardır.

Garber ve Wong (1981) statik durumda paletli bir taşıtın oluşturacağı basınç dağılımını bulabilmek için analitik bir yol sunmuşlardır. Matematik model beş değişik taşıt için uygulanmış ve her bir taşıt için palet altında oluşan basınçların diyagramları çizilmiştir. Sonuçta ortalama basıncın maksimum değerinin sadece taşıt parametrelerine bağlı olmadığı, aynı zamanda arazi karakterine de bağlı olduğu görülmüştür. Arazinin rijitliği düştükçe maksimum ortalama basınçlar da düşmektedir. Arazi yumuşaklığı, basınç dağılımını daha düzgün hale getirmektedir.

Craighead ve diğerleri (1986) damperli bir kamyon ile bir tankın (Vickers Mk 3B/3 ana muharebe tankı) dinamik davranışları irdelemişlerdir. Bu irdeleme sürüş konforu açısından yapılmıştır. Konfor kriteri açısından İngiltere'de kabul edilmiş ISO 2631 referans alınmıştır. İrdeleme hem bilgisayar programı, hem de araçlar üzerinden değer olarak deneysel olarak gerçekleştirilmiş ve bunlar karşılaştırılmıştır. Bilgisayar simülasyon programı olarak IBM'in

CSMP (Continous Systems Modelling Package) kullanılmıştır. Tankın matematik modelini sekiz serbestlik dereceli olarak düşünmüş ve hareket denklemlerini yukarıda adı geçen programda yerlerine yazmışlardır. Yol fonksiyonu ise, düz yola suni olarak yerleştirilen engeller ile elde edilmiştir. Yazarlar çalışmasında Griffin (1984) tarafından ortaya konulmuş “titreşim doz değeri” (VDV) metodunu kullanabilmek için bu metot ile ISO standardı arasında bir eşdeğerlik kurmuşlardır. Sonuçta deneysel olarak ölçülen ve bilgisayar ortamında bulunan VDV değerleri karşılaştırılmış. Kamyon modelinin değerleri birbirleriyle uyuşmasına rağmen aynı başarı tank modelinde yakalanamamıştır. Yazarlar tank modelinde oluşan farkın, palet mekanizması hakkında yayınlanmış pek fazla çalışma olmamasından dolayı paletin “yumuşatma” (yani sistemdeki sürtünmeler – dolayısıyla sönüm) etkisini ve burulma çubuklarındaki sürtünmenin tam olarak modellenememesinden kaynaklandığını düşünmektedir.

Hohl (1986) matematiksel hesaptan ziyade tankların yürüyen aksamı hakkında bilgi vermiştir. Ele alınan ana konu süspansiyon sisteminde bulunan burulma çubuğu yayının temel özellikleridir. Avantaj ve dezavantajları üzerinde durulup tarih boyunca üretilen çeşitli tanklarda dezavantajlara karşı yapılan geliştirmelerden bahsedilmiştir. Yay mekanizmasının yanısıra bir miktar hidrolik ve kuru sürtünme (Coulomb) sönümleyicileri ele alınmıştır. Leopard 2 tankı üzerindeki yay – sönüm mekanizması tanıtılmıştır.

Wong (1986) çalışmasında NTVPM-85 olarak bilinen bir bilgisayar simülasyon programının, paletli taşıtların çeşitli arazi tiplerinde seyrederken tasarım parametrelerinin genel performans üzerindeki etkisinin değerlendirilmesi amacıyla uygulanmasını göstermektedir. Çeşitli arazilerde taşıyıcı tekerlekler altında kalan palet baklaları üzerine gelen basınçları ölçmüştür. Sonuçta yumuşak arazilerde palet verilen ön gerilmenin (veya boşluğun) taşıt performansı üzerinde önemli bir etkisi olduğunu vurgulamıştır. Bu etki arazi sertleştikçe önemini oldukça yitirmektedir. Yumuşak arazilerde paleti germek, mekanik kayıplara ve palet – süspansiyon sistemi arasında aşınmalara neden olacaktır. Ancak yumuşak arazilerde bu işlemi yapmak taşıt performansını arttırmaktadır.

Kitano ve diğerleri (1988) yüksek hızlara çıkabilen paletli taşıtların manevra sırasında kontrol edilebilirliğinin ve stabilitelerinin teorik ve deneysel analizini yapmışlardır. Deney hem gerçek taşıt, hem de ölçekli bir model ile gerçekleştirilmiş. Sonuç olarak yüksek hızda ilerleyebilen paletli taşıtların kontrol edilebilirliği ve stabilitesinin direksiyon girişi modu, dönüş oranı, taşıt hızı ve palet padi ile zemin arasında oluşan sürtünme gibi etkenlerden önemli derecede etkilendiği saptanmıştır.

Bryson (1988), tank tasarımcısının göz önünde bulundurması gereken tank hareketine etkileyen faktörleri bilgilendirme amaçlı olarak sunmuştur. Tankta yapılacak değişikliklerin bilgisayar ortamında yapılacak simülasyonlar sayesinde saptanmasının çok daha kolay olacağını belirtmiştir.

Murray ve Canfield (1992) genel amaçlı bilgisayar kodlarını kullanarak basit bir palet baklası ile cer dişlisi sistemini modellemiştir.

Veikos ve Freudenstein (1992) taşıyıcı ve istikamet tekerleklerinin dinamik analizi için bilgisayar destekli bir yöntem geliştirmişlerdir.

Sankar ve diğerleri (1994) tipik bir paletli taşıtın tekerlekler ve ana gövde arasındaki süspansiyon sistemini de içeren nonlinear dinamik analizini yapmışlardır. Zemin rijit olarak kabul edilmiş ve palet kütlesiz elastik bir kayış gibi düşünülmüştür. Wong da (1989) paleti elastik bir kayış olarak düşünmüş ve çalışmasında taşıt – arazi etkileşimini analiz edip, taşıtın performansını değerlendirebilmek için çeşitli bilgisayar destekli metotlar sunmuştur.

Sarwar ve diğerleri (1995) iki boyutlu paletli taşıtlar için zincir bağlantılarının deformasyonunu ve gerilme analizini yapacak bir sonlu elemanlar yöntemi sunmuştur ve bunu, bu taşıtların gerilme analizi ve tasarımında kullanılan statik yaklaşım ile karşılaştırmışlardır. Çalışmaya göre palet baklalarının deformasyonunun, taşıtın genel hareketine önemli bir etkisi olmadığı görülmüştür. Sayısal sonuçlar, statik analizden elde edilen gerilme değerlerinin, dinamik analizden elde edilenlere göre daha düşük çıktığını göstermiştir.

Campanelli ve Shabana (1998) paletli bir iş makinasının tek bir palet baklasının üç boyutlu olarak titreşim ve dinamik gerilme analizinin sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanmasını göstermişlerdir. Çalışmalarında 106 parçadan oluşan bir paletli taşıt kullanmışlardır. Palet baklaları analizlerde esnek olarak düşünülmüştür. Palet baklalarının taşıtın diğer elemanları ve zemin ile aralarında oluşan etkileşim, üç yönlü temas kuvvetlerinin kullanılması ile elde edilmiştir. Palet baklalarının yapısal elastikiyetinin, hareketlere önemli derecede etkisi olmadığı düşünülerek ilk önce denklemler kısmi olarak lineerleştirilmiş ve baklalara gelen kuvvetler bulunmuştur. Ardından bulunan bu kuvvetler baklaların elastik denklemlerine girilip, baklalarda taşıtın hareketi nedeniyle oluşacak deformasyonlar hesaplanmıştır. Doğal frekansları ve mod şekillerini bulmak için palet baklalarının detaylandırılmış üç boyutlu bir sonlu elemanlar modeli geliştirilmiştir. Araştırmadaki gerilme analizi sonuçlarına göre statik gerilme yaklaşımı yapmanın karmaşık taşıtlarda tam olarak doğru bir tahmine götürmediği görülmüştür. Dinamik gerilme analizi sonuçları aynı zamanda, tepki ve temas kuvvetlerinin

baklanın dinamik gerilme değeri üzerinde önemli bir etkisi olduğunu, bunun yanında ivme ve merkezkaç kuvvetlerinin önemli olmadığını göstermiştir.

Choi ve diğerleri (1998) üç boyutlu paletli taşıt sisteminin, palet baklalarını da ayrı bir serbestlik derecesi olarak düşünerek, sistemin nonlinear dinamik denklemlerini oluşturmuşlardır. Nonlinear denklemler değişik formülasyonlar kullanılarak çözülmüştür. Sonuç olarak hız transformasyonu tekniği kullanılarak yapılan çözümün en verimli çözüm olduğu görülmüştür. Lee ve diğerleri (1998) çalışmalarının ikinci kısmında üç boyutlu nonlinear model ile temas kuvvetlerini bulmaya çalışmışlardır. Palet baklalarının, zemin ile etkileşiminin yanısıra istikamet ile taşıyıcı tekerlekleri, gergi tekerleği ve cer dişlisi gibi taşıt elemanları ile olan etkileşimi nedeniyle doğan temas kuvvetlerini modellemişlerdir.

Gupta (1999), silahlı bir tankın doğal frekans analizini deneysel ölçüm ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak simülasyon yapılması suretiyle gerçekleştirmiş ve sonuçları karşılaştırmıştır. Silahlı bir tankın üç boyutlu sonlu eleman modeli, silahlı ana gövde, kule (taret) ve 105 mm'lik (cannon model) namlu gibi ana elemanlardan oluşmaktadır. Bu parçaların bağımsız olarak oluşturulması kısmı PATRAN 3'te, montajlanması ise ADINA nonlinear dinamik sonlu elemanlar kodundaki rijit – bağlantı elemanlarının kullanılması ile gerçekleştirilmiştir.

Hagopian ve diğerleri (1999) bir askeri aracı üç serbestlik dereceli olarak modellemişlerdir. Aynı Zhu ve Ishitubi'de de (2004) olduğu gibi modelin diferansiyel denklemlerinde δ_{st} ve $m.g$ değerleri kısaltılmamıştır. Çalışmalarında dikkat çeken nokta, yol fonksiyonu üzerinde seyreden tekerlekleri noktasal eleman olarak değil, yuvarlanan daireler şeklinde düşünmüş olmaları ve tekerlek merkezlerinin çizdikleri rotayı sembolik olarak göstermeleridir (bu durum Bölüm 7'de irdelenmiştir). Yazarlar makalenin devamında kontrol çalışmasına da girmişlerdir.

Bodin (1999) çalışmasında karla kaplanmış bölgeler gibi yumuşak arazi tiplerinde değişik taşıt parametrelerinin hareketliliğe olan etkisini araştırmak için kullanılacak yeni bir paletli taşıtı tanıtmıştır. Çalışmasında yoğun karla kaplı bir test arazisinde yere yapılan basıncın taşıtın çekiş performansına olan etkisini araştırmış. Testler sonucunda yoğun karlı zeminde yere yapılan basıncın çekiş performansına büyük etkisi olduğu görülmüş. Deneyde kullanılan taşıt toplam on taşıyıcı tekerlekli ve hidrolik transmisyona sahiptir. Ayrıca gergi tekerleği önüne konulmuş olan bir hidrolik silindir sayesinde palete istenilen ön gergi (veya boşluk) verilebilmekte. Bu aynı zamanda paletin kolaylıkla değiştirilebilmesini de sağlamaktadır. Sürüş esnasında hidrolik silindir kilitlenmektedir. Bu çalışma sayesinde paletli taşıtların

yumuşak zeminde sürüldükleri taktirde etkiyen kuvvetler hakkında bilgi sahibi olunmuştur. Bodin çalışmasında elde edilen sonuçların karakterinin Wong ve Preston-Thomas'ın (1988) NTVPM-86 bilgisayar simülasyon modeli ile elde ettikleri sonuçlarla benzediğini iddia etmektedir. Bu benzeşime rağmen tek bir fark Wong ve Preston-Thomas'ın sonuçlarında, taşıt kütlesi arttırıldığında palet hareketi direnç katsayısında bir düşüş olduğudur. Bodin bu farkın nedeninin öncelikle zemindeki karın karakterinden kaynaklandığını düşünmekle beraber kendi çalışmasındaki yaklaşım farklılıkları olduğunu da belirtmektedir.

Bodin (2001) çalışmasının devamında yine aynı taşıtı kullanarak testlerine devam etmiş ve farklı parametrelerin yine kar üzerinde seyreden taşıtın çekişi üzerine etkisini araştırmıştır.

Choi ve diğerleri (2001) süspansiyonları ER (electro – rheological) ile donatılmış bir paletli taşıtın titreşim kontrolü üzerinde durmuşlardır. İlk adım olarak kol tipi bir ER tasarlanmıştır. ER elemanının yay ve sönüm karakteri, uygulanan elektrik alanının yoğunluğuna göre değişmektedir. Çalışmada kullanılan taşıt on altı serbestlik dereceli olarak modellenmiştir. ER elemanları bir neuro – fuzzy kontrolcü tarafından kontrol edilmektedir. Yazarlar sürüş kalitesi ve direksiyon stabilitesi üzerine odaklanmışlardır. Bilgisayar simülasyonları ile tümsek ve gelişigüzel yol tahriklerinde istenmeyen titreşimleri izole etmek için kontrol performansı değerlendirilmiş. Sonuçta kontrolcülü ve kontrolcüsüz olarak yapılan simülasyonlarda ER ekipmanlı modelin dikey ivme ile kafa vurma hareketinin ivmesini düşürdüğü tespit edilmiş. Kontrolcüsüz durumu sağlayabilmek için ER ekipmanları devre dışı bırakılmıştır, bu da elektrik alanının yok edilmesiyle sağlanmıştır. Aynı zamanda taşıtın sürücü koltuğuna gelen dikey ivmeler de incelenmiş ve kontrol sayesinde ivmelerin önemli derece düştüğü gözlemlenmiş.

Ma ve Perkins (2002) paletli taşıtların dinamik simülasyonunu destekleyen bir palet – tekerlek – arazi etkileşim modeli (matematik model) sunmuşlardır. Bu model sayesinde palet gerilmesi ve palet – arazi arayüzünde oluşan normal ve kesme kuvvetlerini hesaplayabilmişlerdir. Paletin arazi ve taşıyıcı tekerlekler ile temasının uniform olduğu düşünülmüştür. Her iki taraftaki temas problemlerini aynı şekilde düşünmek, formülasyonu önemli derecede basitleştirmiş. Çözümleri bir sonlu elemanlar formülasyonu kullanarak elde etmişlerdir. Sonuçlara göre çalışmada sunulan matematik model değişik sayıda tekerlekleri bulunan çeşitli paletli taşıtlara da uygulanabilmektedir.

Park ve diğerleri (2004) ağır taşıtların arazi şartlarında göstereceği dinamik davranışları incelemişlerdir. Bunun için üç değişik çeyrek taşıt modeli kullanmışlardır. Bu üç değişik model noktasal temas modeli, rijit tekerlek teması modeli ve deforme olabilen tekerlek teması

modelidir. Bu üç modelin sonuçları karşılaştırılmış ve en gerçekçi olanı saptanmaya çalışılmış. Çalışmada toprağın davranışını modelleyebilmek için Bekker'in (1956 ve 1960) nonlinear basınç – batma ilişkisini uygulamışlardır. Tekerlek geçerken altındaki toprağın deforme olması sanki nonlinear bir yay gibi etki etmekte dolayısıyla taşıtın titreşimi etkilenmektedir. Tekerleklerin yumuşak zemin içine gömülmesi konusunda değişik araştırmacılar çalışmışlardır. Bekker (1956 ve 1960) toprağın basınç – batma ilişkisini verip nonlinear toprak deformasyonu üzerinde uğraşırken, Wong (1980, 1989 ve 2001) Bekker'in nonlinear toprak davranışı modeline dayanarak toprak rijitliğini hesaplamaya çalışmıştır. Fassbender ve diğerleri (1997) Bekker'in denklemini kendi simülasyonlarına uygulamışlar ve ADAMS programını da kullanarak deforme olabilen toprak üzerinde giden taşıtın dinamik davranışını araştırmışlardır.

Falk (2004) Hägglunds Vehicle AB firmasınınca üretilen paletli araçlar hakkında bilgi verici bir makale yazmıştır. Bu bilgilendirmede yer basıncı, taşıyıcı tekerlek sayısı, palet gerginliği, palet yaklaşma açısı, toprağa batma terimleri ve etkileri mevcuttur.

Rubinstein ve Hitron (2004), yapılan çoğu paletli taşıt modelinde palet dinamiği ile her bir palet baklasının birbirleriyle ve zeminle olan etkileşiminin taşıt dinamiğine yansıtılmadığını vurgulamaktadır. Çalışmalarındaki taşıt modelini LMS-DADS simülasyon programını kullanarak oluşturmuşlardır. Modelde her bir palet baklası ayrı ayrı düşünülmüştür. Sonuçta palet dinamiğinin ve toprak – palet baklası etkileşiminin taşıtın genel dinamiğine etkisinin bu yeni model ile daha iyi tahmin edilebildiğini belirtmişlerdir. Bu çalışmada da Bekker'den (1960) bahsedilmiştir. Ayrıca Wong'un (1989) yaptığı çalışmayı (hem deneysel hem de NTVPM-85 programı ile olan) kendi çalışmalarıyla kıyaslamışlar ve arada çıkan farklılıklara değinmişlerdir.

Yamakawa ve Watanabe (2004) paletli taşıtları sürüş performansı, manevra kabiliyeti ve kararlılık açısından inceleyecek bir analiz yapmışlardır. Matematik model sayesinde sayısal simülasyon yapılmış ve buradan elde edilen sonuçlar, 1/10 ölçekli bir modelin ölçüleri belli yamuk kesitli bir hız tümseği üzerinden geçirilmesi suretiyle sınanmıştır. Karşılaştırılan parametreler iki değişik taşıt hızı için dikey ivme ve kafa vurma hareketinin değişim hızıdır. Bu karşılaştırma sonucunda matematik model ile gerçek durumun karakterleri birbirlerine benzemelerine karşın sayısal değerlerde farklılıklar vardır. Bunun nedeni gerçekte paletin bazı kısımlarda süspansiyonun rahat çalışmasını önlemesindedir. Yine de matematik modelin taşıt hareketini makul ölçüde tahmin edebildiği söylenebilir. Bu analizin ardından bir de sadece taşıtın sağ paletinin engel üzerinden geçirilmesi suretiyle yana yatma hareketinin

değişim hızı incelenmiştir. Yazarlar sayısal değerlerin birbirini tutmamasını yine paletin süspansiyonu kısıtlamasına bağlamaktadırlar.

Zhu ve Ishitobi (2004) nonlinear yay ve sönüm elemanlarına sahip dört serbestlik dereceli yarım taşıt modelinin titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada lineer ve nonlinear yaylar arasındaki farklar $x - F$ diyagramında gösterilmiş. Sistem nonlinear olarak modellendiğinden statik çökme ve ağırlık ifadeleri ihmal edilmemiş ve $k \cdot \delta_{st} = m \cdot g$ eşitliği kullanılmamıştır. Başka bir deyişle, bu terimler denklemlerde ilgili yerlerde kısaltmaya gidilmeden bırakılmıştır. Denklemlerin çözümü için dördüncü dereceden Runge – Kutta kullanılmış ve mutlak hatanın 10^{-6} mertebesinde kalması sağlanmıştır. Yazarlar zaman aralığının (başka bir deyişle adım aralığının) yeteri kadar küçük seçilmemesi durumunda hatalı sonuçlar çıkabileceğini vurgulamışlardır. Sonuç olarak model için frekans cevapları elde edilmiştir. Zorlayıcı frekansın değiştirilmesi suretiyle yapılan analizlerde sistem cevabının kararsız bölgeleri saptanmıştır.

Paletli taşıtlar hakkında literatürdeki yayınlara göre araştırmacılar genel olarak palet baklarına etkiyen kuvvetlerin bulunması ile taşıtların yere yaptıkları basınç doğrultusunda toprağa ne kadar gömüleceği, dolayısıyla çekiş karakterinin nasıl etkileneceği üzerinde durmuşlardır.

Yorulma konusundaki çalışmalar ise şöyledir:

Marin (1966) kendi ismiyle geçen birikimli hasar teorisini Palmgren – Miner ile karşılaştırmıştır. Böyle bir karşılaştırma Collins'te (1993) de geçmektedir. Marin yöntemi nonlinear bir yöntemdir. Metodun uygulanışı hakkında bir de örnek vermiştir.

Akkurt ve Kent (1975) yorulmada birikimli hasar hakkında bir miktar bilgi verdikten sonra Palmgren – Miner teorisini açıklamış ve teoriyi bir örnek üzerinde göstermiştir.

Collins (1993), birikimli hasar teorilerini tek tek tanıtmış ve lineer hasar teorisi (Palmgren – Miner) ile nonlinear çeşitli teoriler arasındaki farkları örnekler sunarak tartışmıştır.

Gobbi ve diğerleri (1998), gelişigüzel bir profile sahip olan yolda ilerleyen taşıtın ana yapılarının yorulma hasarlarını teorik olarak hesaplamışlardır.

Barsom ve Rolf (1999) ise değişken genlikli yükleme halinde ortalama gerilmenin olup olmaması durumları arasındaki farklar hakkında kısa bilgiler vermişlerdir.

Lemaitre de (1999) yorulmada birikimli hasar teorilerinden olan Palmgren – Miner hakkında bilgi vermiş ve yöntemin kısıtlamalarını göstermiştir.

Dowling (1999) çevrimli yüklemenin ne olduğunu tanıttıktan sonra Wöhler eğrisini yaklaşık olarak çizebilmek için yollar vermiştir. Yine diğerleri gibi Palmgren – Miner teorisini açıklamış ve metodun kullanımı hakkında örnekler sunmuştur. Ayrıca yükleme şartlarında ortalama gerilme olması durumunda (tam değişken olmayan yükleme), gerilmeleri eşdeğer tam değişken hale dönüştürebilmek için nasıl bir yol izlenmesi gerektiğini göstermiştir.

Ayaroğlu (2002) GTD Model 4x4 askeri aracın aktarma elemanlarının Palmgren – Miner teorisine göre birikimli hasar ömür değerlendirmelerini yapmıştır. Bu hesaplama için aracın her kullanım şartında ne kadar süre kullanıldığını saptayacak deneysel bir çalışmaya gitmiştir. Ayrıca her kullanım şartında parçalara gelen kritik gerilmeler de bulunmuştur. Bu çalışmada elde edilmiş bilgilerden (kullanım şartları, gerilme değerleri gibi) aynı araç üzerinde çalışan Saatçı da (2002) yararlanmıştır.

Saatçı (2002) yorulmanın ne olduğu hakkında bilgiler verdikten sonra literatürde bulunan çeşitli birikimli hasar teorilerini tanıtmıştır. Bu teorilerin en çok kullanılanları Tuzla'daki 1013. Ord. Ana. Tam. Fab. üretilen GTD Model 4x4 askeri aracın aktarma elemanlarına uygulanmış ve aracın kullanımı boyunca karşılaşılabilecek çeşitli kullanım şartlarının birikimi ile oluşacak birikimli hasar ömrü belirlenmiştir. Sonuçta teoriler arasında çıkan farklılıklara değinilip bu farklar yorumlanmıştır.

Saatçı ve Tahralı (2003-makale) yorulmada birikimli hasar metotlarını tanıtıp, GTD Model 4x4 askeri taşıt üzerindeki bir aktarma elemanının bu metotları göre ömür hesaplarını ortaya koymuşlardır. Bu metotlardan Palmgren – Miner yönteminin kabul edilebilir sonuçlar çıkardığını belirtmişlerdir.

Saatçı ve Tahralı (2003-bildiri), Saatçı'da (2002) görülmüş bir durum hakkında çalışma yapmışlardır. Bu durum Wöhler eğrilerini pratik olarak çizerken hangi metodun daha uygun sonuçlar verdiğidir. Sonuçta sürekli bölge için logaritmik yaklaşım ile elde edilen yaklaşık eğrinin daha doğru sonuçlar çıkardığı görülmüştür.

Eğer ilgilenilen malzeme için hazırda yoksa Wöhler eğrilerini yaklaşık yollardan çizmek, yorulma hesabının ilk bölümünü oluşturduğundan önem arz etmektedir. Bu konu Ayaroğlu'da da (2002) geçmektedir. Doğal olarak Saatçı (2002) ve Saatçı ve Tahralı'da da (2003-makale) ele alınmıştır.

Demir (2003), yine 1013. Ord. Ana. Tam. Fab. Üretilen 6x6 tahrikli askeri aracın arazideki sürüş durumunda ve havan topu atışı sırasında oluşan durumun dinamik ve gerilme analizlerini yapmıştır. Hasar durumu ve titreşim cevapları deneysel ve teorik olarak ayrı ayrı

yapılıp karşılaştırılmıştır. Teorik çalışmalarda aracın dokuz serbestlik dereceli matematik modeli çıkarılmış ve MATLAB programında frekans cevapları incelenmiştir. Aracın sönüm ve yay katsayılarının değiştirilmesinde frekans cevap eğrilerinde oluşan farklılıklara dikkat çekilmiştir. Taşıt gövdesinin elastik kabul edildiği ikinci yaklaşımda ise taşıtın sonlu elemanlar yöntemiyle ANSYS programında kafes giriş yapısı çıkarılmıştır.

1.2 Tezin Kapsam ve Amaçları

Literatürde genellikle dört tekerlekli taşıtlar için kullanılan çeyrek taşıt, yarım taşıt ve tam taşıt modelleme teknikleri on iki tekerlekli paletli askeri araca uygulanmıştır. Tam taşıt modeli yapılırken yaklaşım kabulleri olarak aşağıdakiler yapılmıştır:

- 1) Zeminin rijit olduğu
- 2) Gövdenin rijit olduğu
- 3) Her bir tekerleğe ayrı serbestlik tanınmıştır
- 4) Literatürde genel olarak lineer kabul edilen yay elemanları bırakılıp, gerçekteki yayın verdiği değerlere çok iyi yaklaşan nonlinear yay modeli (matematik model) kullanılmıştır
- 5) Sönüm elemanları lineer alınmıştır (her ne kadar sönüm elemanı lineer alınmış olsa da gövdeye etkileri geometriden dolayı gerçekteki gibi nonlinear olmuştur)
- 6) Tekerleklerin, dolayısıyla paletin yoldan ayrılmadığı
- 7) Yoldan gelen kuvvetlerin tekerlek merkezine etki ettiği
- 8) Yorulma analizinde yol tipi olarak arazi şartlarının dinamik eşdeğeri olabilecek bir parkur yolu kullanıldı

Çalışmadaki amaç, işletme ortamında titreşimli yüklemeye maruz kalan makina parçasının üzerine gelen dinamik gerilmeleri bulup, bu gerilmeler altında göstereceği yorulma ömrünü saptamaktır.

Tez, literatürde pek bulunmayan paletli taşıtların dinamik analiz ve yorulma değerlendirmeleri konusunda katkıda bulunmuştur.

2. PALETLİ TAŞITIN TANITILMASI

Bu bölümde ele alınan paletli taşıtın tanıtımı yapılacak ve bazı bölgelerinin matematik denklemleri verilecektir. Yani fiziksel modelden matematik modele geçişin ilk adımları verilecektir. Şekil 2.1’de taşıtın palet ve süspansiyon mekanizmalarının fotoğrafı görülmektedir.



Şekil 2.1 Paletli taşıt

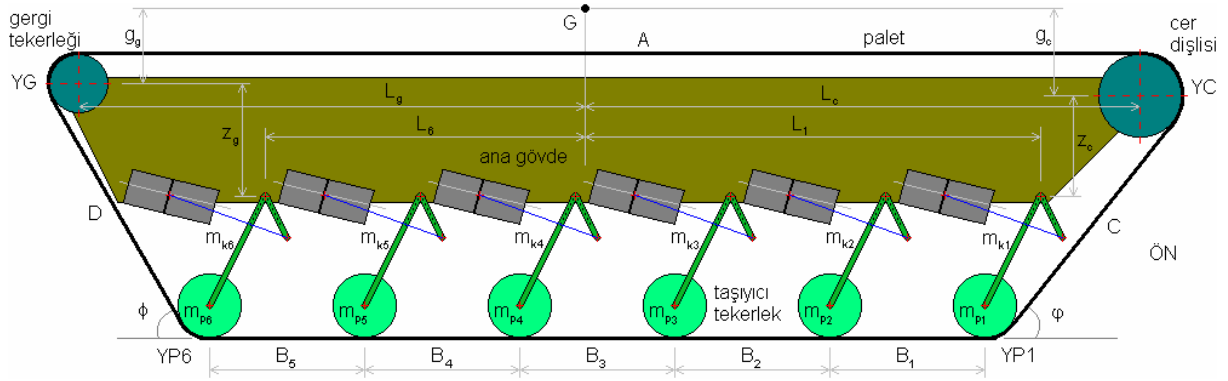
2.1 Paletin Geometrik Uzunluk Hesabı

Taşıyıcı tekerlekler (portör tekerlekleri), cer dişlisi ve gergi tekerleği etrafına belli bir gevşeklik payı ile takılan palet (arkadaki gergi tekerleğinin ayarı ile istenilen gerginlik – gevşeklik değeri verilebilmektedir) dinamik durumda (araç engebeli bir yol üzerinde giderken) aşırı gerilebilir veya gevşeyebilir. Aşırı gerginlik süspansiyonun rahat çalışmamasına veya paletin kopmasına, gevşeklik ise paletin araçtan ayrılmasına sebep olabilir.

Bu bölümde paletin etrafına sarıldığı tekerleklerin ve cer dişlisinin konumlarının matematiksel anlamda değişiminden dolayı bu elemanların birbirlerine yakınlaşıp uzaklaşmaları incelenmiştir. Bu hareketler sonucunda paletin geçtiği (takıldığı) noktaların birbirlerine olan uzaklıkları değişmekte, dolayısıyla paletin takılı olduğu çevre boy değişmektedir. Bu da statik durumda takılıp belli bir gevşeklik payı verilen paletin gevşemesine veya gerilmesine sebep olmaktadır. Buradaki hesaplarda yoldan gelen etkiler nedeniyle oluşan titreşim sonucunda palettteki gevşemenin – gerilmenin nasıl değiştiğini veren denklemler gösterilecektir.

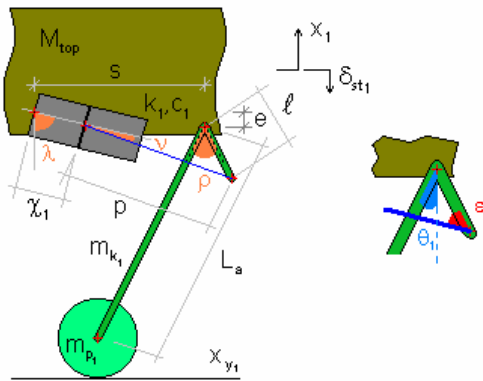
Palettteki gevşeme veya gerginlik, paletin fiziksel boyu (ζ_{palet}) ile takıldığı çevrenin geometrik uzunluğu (ζ_{geo}) arasındaki farktan bulunacaktır. Fiziksel boy sabittir (sadece bakla adedine de bağlı olarak % 0,6-0,9 arasında bir elastik uzama payı vardır). Bu boy ancak palettteki bakla adedinin veya bakla genişliklerinin değiştirilmesi ile değişebilir. Geometrik

uzunluk ise taşıtın yaptığı titreşime (askı kollarının hareketleri) göre değişecektir. Aşağıda geometrik uzunluğun bileşenleri tanımlanmış ve bu bileşenlerin parametrik denklemleri Denklem 2.1 ile 2.13 arasında verilmiştir. Ayrıca bu uzunluk bileşenlerinden bazıları Şekil 2.2 üzerinde gösterilmiştir. Geometrik uzunluk tüm bu bileşenlerin toplamından oluşmaktadır (Denklem 2.14).

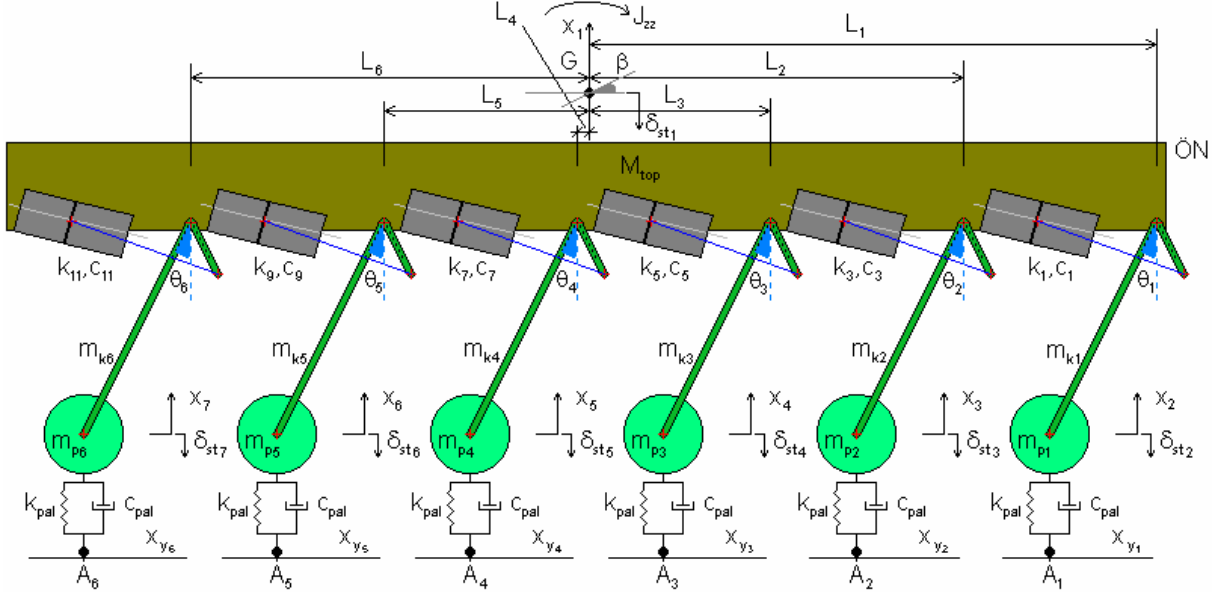


Şekil 2.2 Paletli taşıtın sembolik resmi

- A : Cer dişlisi ile gergi tekerleği merkezleri arası yatay mesafe
- B : Taşıyıcı tekerleklerin palete bastıkları noktalar arası mesafeler
- C : Cer dişlisi ile 1. taşıyıcı tekerlek arasındaki mesafe – teğet noktaları
- D : Gergi tekerleği ile 6. taşıyıcı tekerlek arasındaki mesafe – teğet noktaları
- YC : Cer dişlisi etrafında oluşan çember yayı şeklindeki palet parçası (iki teğet arası)
- YG : Gergi tekerleği etrafında oluşan çember yayı şeklindeki palet parçası (iki teğet arası)
- YP1 : 1. taşıyıcı tekerlek etrafında oluşan çember yayı şeklindeki palet parçası (iki teğet arası)
- YP6 : 6. taşıyıcı tekerlek etrafında oluşan çember yayı şeklindeki palet parçası (iki teğet arası)



Şekil 2.3 Denklemlerde geçen parametrik terimlerin model üzerinde gösterimi (1/12 taşıt)



Şekil 2.4 Denklemlerde geçen parametrik terimlerin model üzerinde gösterimi (yarım taşıt)

Yukarıda tanımlanan bu uzunlukların parametrik denklemleri aşağıda verilmiştir. Denklemlerde geçen parametrelerin nereleri temsil ettiği Şekil 2.2, 2.3 ve 2.4'ten görülebilir.

$$A = L_c + L_g \quad (2.1)$$

Eğer taşıtın bir tarafındaki tüm askı kolu açı değerleri (θ_i , $i = 1, 2, 3, \dots$) dinamik durumda eşit olarak değışselerdi, B değeri sadece L_1 ve L_6 'nın toplamından oluşurdu. Ancak kafa vurma hareketinde ve yoldan gelebilecek etkilerde bu açı değerleri farklılık gösterecektir (üstelik statik durumda bile statik kafa vurma açısı nedeniyle bu askı kolu açıları farklı çıkmaktadır). Bu nedenle B değeri, bir taraftaki altı tekerleğin ayrı ayrı yapabilecekleri hareketler de göz önünde bulundurularak askı kolu açılarına bağlı yazılmalıdır. Dolayısıyla ardışık tekerlekler arasındaki uzunluklar farklı farklı indisenerek her bölge için ayrı B değerleri bulunmuştur.

Tüm B değeri Denklem 2.2'deki gibi bunların toplamı olacaktır.

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 \quad (2.2)$$

Her bölge arasındaki B_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) değerleri ise Denklem 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 ve 2.7'de verilmiştir. Yukarıda da bahsedildiği gibi eğer tüm açı değerleri eşit olursa (bu eşitlik için aynı zamanda her tekerlek altına denk gelen yol fonksiyonunun aynı olması ve β_{st} 'in bulunmaması gerekir – β_{st} statik durumdaki kafa vurma açısıdır) Denklem 2.2'deki B ifadesi L_1 ve L_6 'nın toplamına indirgenecektir.

$$B_1 = \left((L_1 - L_2)^2 - 2(L_1 - L_2)L_a (\sin(\beta + \beta_{st} + \theta_1) - \sin(\beta + \beta_{st} + \theta_2)) \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2.L_a^2.(1 - \cos(\theta_1 - \theta_2)) + \frac{(x_{y1} - x_2) - (x_{y2} - x_3)}{2} \left(\frac{(x_{y1} - x_2) - (x_{y2} - x_3)}{2} - \right. \\
& \left. - 2.L_a.(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)) + 2.(L_1 - L_2). \sin(\beta + \beta_{st})) \right)^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & ((L_2 - L_3)^2 - 2.(L_2 - L_3).L_a.(\sin(\beta + \beta_{st} + \theta_2) - \sin(\beta + \beta_{st} + \theta_3)) + \\
& + 2.L_a^2.(1 - \cos(\theta_2 - \theta_3)) + \frac{(x_{y2} - x_3) - (x_{y3} - x_4)}{2} \left(\frac{(x_{y2} - x_3) - (x_{y3} - x_4)}{2} - \right. \\
& \left. - 2.L_a.(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) + 2.(L_2 - L_3). \sin(\beta + \beta_{st})) \right)^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
B_3 = & ((L_3 + L_4)^2 - 2.(L_3 + L_4).L_a.(\sin(\beta + \beta_{st} + \theta_3) - \sin(\beta + \beta_{st} + \theta_4)) + \\
& + 2.L_a^2.(1 - \cos(\theta_3 - \theta_4)) + \frac{(x_{y3} - x_4) - (x_{y4} - x_5)}{2} \left(\frac{(x_{y3} - x_4) - (x_{y4} - x_5)}{2} - \right. \\
& \left. - 2.L_a.(\cos(\theta_3) - \cos(\theta_4)) + 2.(L_3 + L_4). \sin(\beta + \beta_{st})) \right)^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
B_4 = & ((L_5 - L_4)^2 - 2.(L_5 - L_4).L_a.(\sin(\beta + \beta_{st} + \theta_4) - \sin(\beta + \beta_{st} + \theta_5)) + \\
& + 2.L_a^2.(1 - \cos(\theta_4 - \theta_5)) + \frac{(x_{y4} - x_5) - (x_{y5} - x_6)}{2} \left(\frac{(x_{y4} - x_5) - (x_{y5} - x_6)}{2} - \right. \\
& \left. - 2.L_a.(\cos(\theta_4) - \cos(\theta_5)) + 2.(L_5 - L_4). \sin(\beta + \beta_{st})) \right)^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
B_5 = & ((L_6 - L_5)^2 - 2.(L_6 - L_5).L_a.(\sin(\beta + \beta_{st} + \theta_5) - \sin(\beta + \beta_{st} + \theta_6)) + \\
& + 2.L_a^2.(1 - \cos(\theta_5 - \theta_6)) + \frac{(x_{y5} - x_6) - (x_{y6} - x_7)}{2} \left(\frac{(x_{y5} - x_6) - (x_{y6} - x_7)}{2} - \right. \\
& \left. - 2.L_a.(\cos(\theta_5) - \cos(\theta_6)) + 2.(L_6 - L_5). \sin(\beta + \beta_{st})) \right)^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

$$C = \sqrt{(L_c - L_1 + L_a. \sin(\theta_1 + \beta + \beta_{st}))^2 + (z_c + L_a. \cos(\theta_1 + \beta + \beta_{st}))^2 - (r_p - r_c)^2} \tag{2.8}$$

$$D = \sqrt{(L_g - L_6 - L_a. \sin(\theta_6 + \beta + \beta_{st}))^2 + (z_g + L_a. \cos(\theta_6 + \beta + \beta_{st}))^2 - (r_p - r_g)^2} \tag{2.9}$$

$$YC = r_c. \left(\pi - (\varphi - (\beta + \beta_{st})) \frac{\pi}{180} \right) \tag{2.10}$$

$$YG = r_g. \left(\pi - (\phi + (\beta + \beta_{st})) \frac{\pi}{180} \right) \tag{2.11}$$

$$YPI = r_p. \varphi \frac{\pi}{180} \tag{2.12}$$

$$YP6 = r_p \cdot \phi \frac{\pi}{180} \quad (2.13)$$

Bu ifadelerde π radyan değerindeyken θ , φ , ϕ ve β açıları derece cinsindedir.

$$Ç_{geo} = A + B + C + D + YC + YG + YP1 + YP6 \quad (2.14)$$

Aracın yana yatması veya sağ ve sol paletin farklı yol fonksiyonu üzerinde gitmesi durumu hesaba katılırsa sağ ve sol tarafta birbirlerine denk gelen tekerleklerin oluşturacağı askı kolu açıları (θ_i , $i = 1, 2, 3, \dots$) farklı olacaktır (örneğin sağ ve sol ön tekerleklerin askı kolu açıları θ_1 ve θ_7 farklı olacaktır). Bu nedenle sağ ve sol taraftaki palet gerginliği de farklılık gösterecektir. Dolayısıyla Denklem 2.14 ve bu denklemin bileşenleri her iki taraf için ayrı ayrı hesaplanmalıdır. Nitekim Bölüm 6'daki tam taşıt modelinde, sağ ve sol paletin gerilme – gevşeme diyagramları ayrı ayrı hesaplanıp çizdirilmiştir.

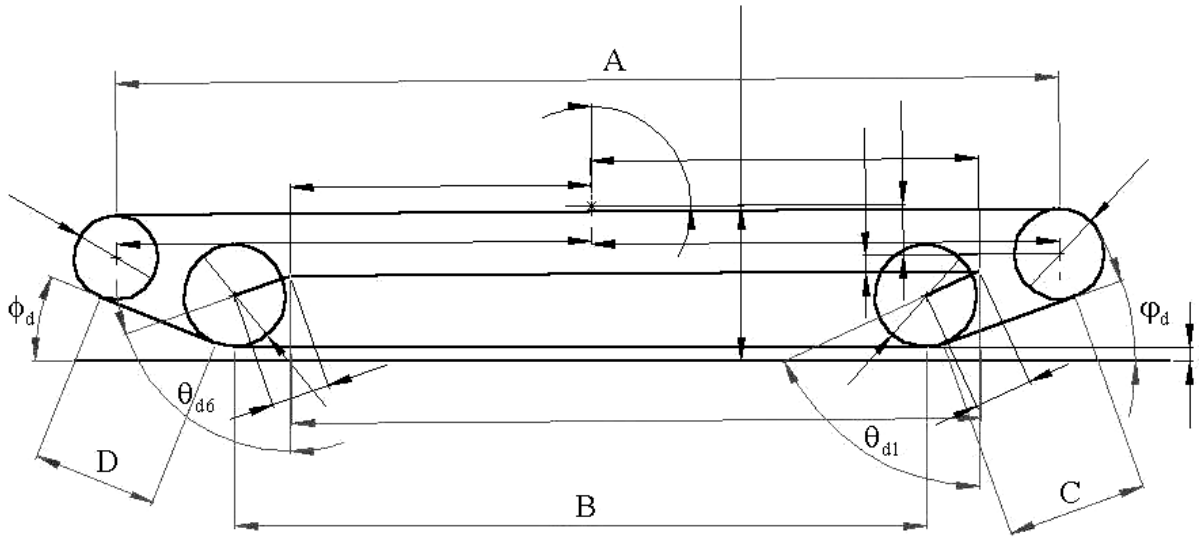
Yukarıda verilen palet boyu uzunluğu bulunurken elde edilmiş yardımcı değerler de vardır. Bu değerler taşıta yandan bakıldığında paletin yer ile yaptığı ön ve arka açı değerleridir. Yarım ve tam taşıt modellerinde bu açıların değişim diyagramları incelenmiş ve modelin doğruluğunu kanıtlar nitelikte çıktıkları görülmüştür. Bahsi geçen açı değerleri parametrik olarak Şekil 2.2'de gösterilmiştir (φ ve ϕ). Bu iki niceliğin titreşim anında devamlı değişimini veren denklemler ise aşağıdadır (Denklem 2.15 ve 2.16). Denklem 2.15 ve 2.16'da geçen C ve D değişkenleri palet boyunu ifade etmektedir (Şekil 2.2). Bu değerlerin denklemleri yukarıda verilmişti.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{r_p - r_c}{C}\right) + \arctan\left(\frac{z_c + L_a \cdot \cos(\theta_1 + (\beta + \beta_{st}))}{L_c - L_1 + L_a \cdot \sin(\theta_1 + (\beta + \beta_{st}))}\right) + (\beta + \beta_{st}) \quad (2.15)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{r_p - r_g}{D}\right) + \arctan\left(\frac{z_g + L_a \cdot \cos(\theta_6 + (\beta + \beta_{st}))}{L_g - L_6 - L_a \cdot \sin(\theta_6 + (\beta + \beta_{st}))}\right) - (\beta + \beta_{st}) \quad (2.16)$$

Şekil 2.5'te, Şekil 2.1'de fotoğrafı görülen taşıtın gerçek ölçülerine uygun olarak çizilmiş geometrik çizimi görülmektedir. Bu çizim statik çökmeden sonra oluşan görünümü temsil etmektedir. Şekil üzerindeki ölçülendirmeler boş bırakılmıştır. Ölçülerin gösterilmemesi gizlilik açısından dır. Bu ölçülerin bazıları sabit değerlerdedir (örneğin cer dişlisi çapı, taşıyıcı tekerleklerin çapı gibi) ve denklemlerde de parametrik olarak bırakılmıştır. Çizim üzerinde görülen harfler ise önceden verilen bir statik/dinamik çökme ve/veya kafa vurma açısına göre değişmektedir. Şekil 2.5'teki çizimde bulunan değişken değerlerin değişimi, çeşitli çökme ve/veya kafa vurma açısı değerlerinin verilmesi ile izlenmiş ve her koşulda burada verilen

denklemler ile aynı değerler elde edilmiştir. Yani bu bölümde sunulan denklemler geometrik olarak da kanıtlanmıştır.



Şekil 2.5 Paletli taşıtın geometrik resmi

Şekil 2.5'te ön ve arka askı kollarının açıları da görülebilmektedir (θ_1 ve θ_6). Buradaki çizim denge anı için verildiğinden (statik çökme ve kafa vurmanın ardından) aslında buradaki askı kolu açıları da denge anı değerindedirler (θ_{d1} ve θ_{d6}). Bölüm 2.2'de askı kolu açısının genel denklemi verilmiştir.

2.2 Süspansiyon Elemanı İçindeki Çeşitli Geometrik Bağıntılar

Yukarıda verilmiş ifadeler hep askı kolu açılarına bağlı olarak yazılmıştır. Dolayısıyla bu ifadeleri bulabilmek için askı kolu açılarının dikey yöndeki ötelenme ve açısal hareketlere göre nasıl değiştiklerinin verilmesi gereklidir. Bu değişkenlerin genel anlamdaki denklemi:

$$\theta_i = \arccos \left(\cos(\theta_{di}) + \frac{x_i - x_{i+1} \pm D_i \cdot \sin(\alpha) \pm L_i \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a} \right) \quad (2.17)$$

Yukarıda verilen genel θ_i ($i=1,2,3,\dots$) denkleminde geçen $g_c + z_c$ terimi aslında ağırlık merkezine göre önde bulunan tekerleklere denk gelen açılar (1., 2., 3., 7., 8., 9.) için aynen kalırken, ağırlık merkezine göre arkada kalan tekerleklere denk gelen açılar (4., 5., 6., 10., 11., 12.) için $g_g + z_g$ şeklinde olmalıdır (Şekil 2.2). Ancak bu iki toplam birbirine fiziksel olarak eşit olduklarından ve bu eşitlik hiçbir zaman bozulmayacağından ($g_c + z_c = g_g + z_g$), tüm açı değerlerinde kolaylık olması açısından $g_c + z_c$ şeklinde gösterilmiştir. Bu ifade aslında ağırlık merkezi ile askı kollarının gövdeye bağlandıkları noktalar arasındaki dikey mesafedir. Bu

taşıtta ağırlık merkezi G, cer dişlisi ve gergi tekerleği merkezlerinden yüksektedir. Eğer buradaki denklemler G'nin bahsedilen merkezlerden alçakta olduğu bir taşıt için kullanılacaksa $g_c + z_c$ değeri yerine $z_c - g_c$ yazılmalıdır.

Denklem 2.17'de \pm şeklinde geçen terimler değişik askı kolları için işareti ters olan terimleri ifade etmektedir (örneğin sağ taraftaki askı kolları için $+ D_1 \cdot \sin(\alpha)$ terimi, sol taraftakiler için $- D_2 \cdot \sin(\alpha)$ olmaktadır). Denklem 2.17'yi kurabilmek için, içinde geçen θ_{di} terimini de vermek gerekir. Bu terim de benzer tarzdadır.

$$\theta_{di} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{sti} \pm D_i \cdot \sin(\alpha_{st}) \pm L_i \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (2.18)$$

Süspansiyonda oluşacak yay kuvvetini bulabilmek için geometri içinde değişken tarzda olan bir açı değerinin daha bilinmesi gereklidir. v_i ($i=1, 2, 3, \dots$) ile gösterilen bu açı (her süspansiyonda farklı olacaktır – Şekil 2.3), pistonun çalışma eksenini ile biyel kolu arasındaki açıdır. Matematiksel denklemi Denklem 2.19'daki gibidir.

$$v_i = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_i)) \cdot \tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_i)) \cdot \cos(\lambda)}{p}\right) \quad (2.19)$$

Bu değişkenin aynı askı kolu açısında olduğu gibi denge anındaki (statik durumdaki) sabit değerini veren denklem aşağıdaki gibidir:

$$v_{di} = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_{di})) \cdot \tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_{di})) \cdot \cos(\lambda)}{p}\right) \quad (2.20)$$

Bu ifadelerin ardından yay kuvveti için gerekli olan yay yer değişimini (deplasmanını) verecek olan ifade aşağıda çıkarılmıştır. Bu ifadenin türetilmesinde geometrik ve trigonometrik bağıntılardan faydalanılarak iki değişik durum için denklem çıkarılmış ve bu iki denklemin farkı alınarak yay elemanının süpürdüğü mesafe bulunmuştur (yani belli bir noktaya göre deplasmanı – Şekil 2.3). Sonuç olarak süspansiyon yayındaki yer değişimi, askı kolu açısının değişimine bağlı olarak her zaman için şu tarzda olacaktır:

$$\chi_i = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_i) - \cos(\lambda - v_{di})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_i) - \cos(\rho - \theta_{di}))}{\cos(\lambda)} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.21)$$

Bu ifade denge anı için yazılırsa statik çökme yüzünden yayda oluşacak statik sıkışma değeri bulunabilir. Dolayısıyla buradan, statik çökme anında yayda üretilen statik kuvvet de hesaplanabilir. Denge anındaki sıkışma miktarı şöyledir:

$$\chi_{sti} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_{di}) - \cos(\lambda - v_{ilk})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_{di}) - \cos(\rho - \theta_{ilk}))}{\cos(\lambda)} \quad (2.22)$$

Denklem 2.22’de görülen herhangi bir yay elemanında oluşacak statik sıkışma miktarı, süspansiyonda oluşacak izafi statik çökmelere (D_{si} , $i = 1, 2, 3, \dots$) bağlı olacağından her yayda farklı statik sıkışma oluşabilir. Bu nedenden dolayı her süspansiyon için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Nitekim burada ele alınan taşıt için farklı oldukları görülmüştür (izafi statik çökmeler arasındaki farklar, Bölüm 5 ve Bölüm 6’da verilen yarım ve tam taşıt modellerindeki çizelgelerden görülebilir).

Denklem 2.22’de verilen statik sıkışma miktarı, yay elemanının ilk konumundan (yani araç havadayken süspansiyonun alt ölü noktaya geldiği an), denge konumuna (statik çökmeden sonra oluşan konum) kadar olan bölgeyi temsil ettiğinden θ_{ilk} ve v_{ilk} gibi iki değer daha bilinmesi gerekir. Bu değerler taşıt havadayken sistem geometrisinde oluşan sabit açı değerleridir. θ_{ilk} değeri taşıt üzerinden kolaylıkla ölçülebilir. Diğer değer v_{ilk} ise Denklem 2.19 ve 2.20’ye benzer tarzda θ_{ilk} ’e bağlı olarak şöyledir:

$$v_{ilk} = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_{ilk})) \cdot \tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_{ilk})) \cdot \cos(\lambda)}{p}\right) \quad (2.23)$$

Bu ifade de verilen bir θ_{ilk} için sabit olacaktır (denklem içinde değişken bir terim yoktur).

Yukarıda bahsedilen izafi statik çökme değeri, süspansiyonun gövdeye bağlandığı noktanın statik çökmesi ile aynı süspansiyona bağlı olan taşıyıcı tekerleğin statik çökmesi arasındaki farktır. Başka bir deyişle, statik durumda ana gövdenin taşıyıcı tekerleğe ne kadar yaklaştığını veren bir ifadedir. Örneğin tam taşıt modeli için sağ ön (birinci) süspansiyonda oluşacak izafi statik çökme değeri aşağıdadır:

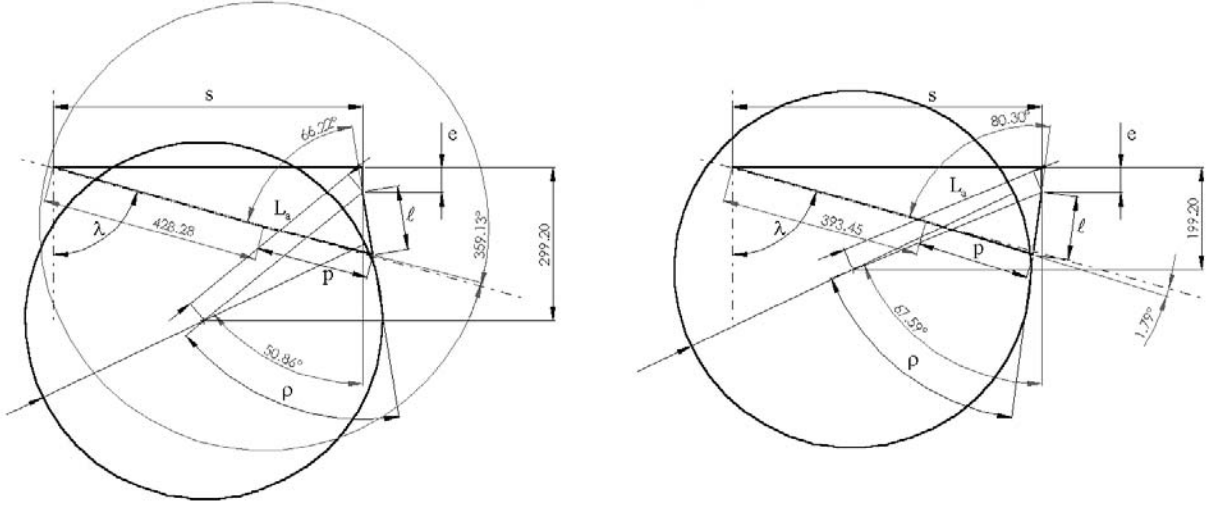
$$D_{s1} = (\delta_{st1} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_1 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c) \cdot (1 - \cos(\beta_{st}))) - \delta_{st2} \quad (2.24)$$

Bu denklemde birinci terim süspansiyonun gövdeye bağlandığı noktanın toplam statik çökmesi, ikinci terim ise süspansiyon altındaki taşıyıcı tekerleğin statik çökmesidir. Denklem 2.18’e dikkat edilirse izafi statik çökme değeri, θ_{di} hesabında göz önüne alınmaktadır.

Verilecek son geometrik ölçü denklemi ise biyel kolu ile krank arasında kalan açıdır (ε_i , $i = 1, 2, 3, \dots$). Bu açının değişimi yorulma konusunda gerekli olacaktır. Bu açı, süspansiyonda üretilen kuvvetin mekanizma üzerinde iletilirken bileşenleri bulmak için kullanılacaktır. Dinamik analiz için bir gerekliliği yoktur.

$$\varepsilon_i = \lambda + \theta_i - \rho - v_i \quad (2.25)$$

Bu bölümde geçen tüm terimler Şekil 2.6'dan görülebilir. Bu şekilde sol taraftaki çizimde taşıyıcı tekerlek 0,1 m içeri girerek süspansiyonu kapamıştır. Bu durum aynı zamanda taşıtın havadan yere bırakıldığında sergileyeceği statik çökme miktarına da eşdeğer bir durumu göstermektedir (sağ şekil araç havadayken, sol şekil ise araç yere bırakıldıktan sonra statik çökmesini sergilediği anda oluşan değerleri gösteriyor). Bu çizimden genel anlamda tekerlek 0,1 m yükselirse (araç yükselmeden – sağ şekil) nerede ne değişiyor görülebilmektedir.



Şekil 2.6 Süspansiyon mekanizması ve ilgili terimler

θ_{ilk} : statik durumda (araç havada) askı kolunun dikeyle yaptığı açı. (sabit)

v_{ilk} : statik durumda (araç havada) biyel kolunun piston eksenine yaptığı açı. (sabit)

θ_{di} : statik durumdaki (araç yerde) çökme etkisinde askı kolunun dikeyle yaptığı açı.

v_{di} : statik durumdaki (araç yerde) çökme etkisinde biyel kolunun piston eksenine yaptığı açı.

θ_i : dinamik durumda askı kolunun dikeyle yaptığı açı. (değişken) ($i = 1, 2, 3, \dots$)

v_i : dinamik durumda biyel kolunun piston eksenine yaptığı açı. (değişken) ($i = 1, 2, 3, \dots$)

Şekil 2.4'ten bu terimlerin sayısal değerleri şöyledir:

Sağ Şekil:

$$\theta_{ilk} = 50,86^\circ$$

$$v_{ilk} = -0,87^\circ$$

Sol Şekil:

$$\theta_{d1} = 67,59^\circ$$

$$v_{d1} = 1,79^\circ$$

$$\varepsilon_{ilk} = 66,22^\circ$$

$$\varepsilon_{dl} = 80,3^\circ$$

Bu hareket sonucunda (yani taşıt gövdesi ile taşıyıcı tekerlek birbirlerine 0,1 m yaklaştığında) yay elemanındaki oluşan sıkışma miktarı:

$$\chi_{stl} = 428,28 - 393,45 = 34,83 \text{ mm} = 0,0348 \text{ m}$$

2.3 Çeşitli Elemanların Kütle Atalet Momenti Hesapları

Bu bölümde askı kolu ve taşıyıcı tekerleğin kütle atalet momentlerinin parametrik hesabı gösterilecektir. Denklemler parametrelere bağlı olduğu için geometride veya malzemede (kütle değişeceği için) yapılacak değişikliklere duyarlıdırlar.

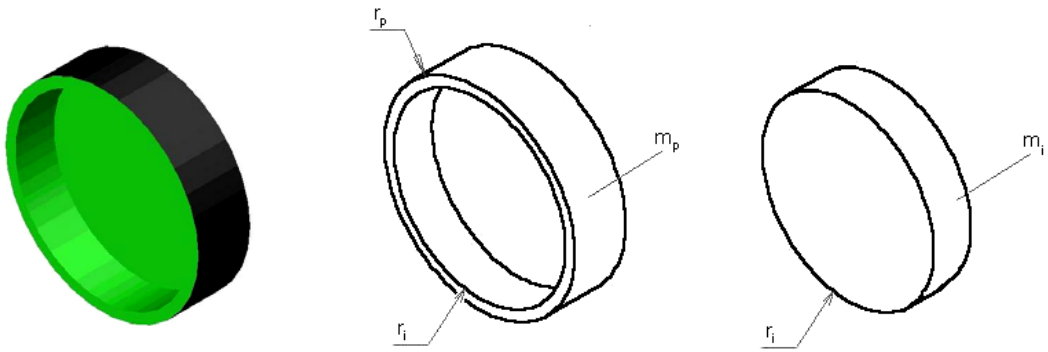
2.3.1 Taşıyıcı Tekerleğin Kütle Atalet Momenti

Dinamik durumda süspansiyon açılıp kapanırken, geometri yüzünden taşıyıcı tekerlek de ileri geri bir hareket yapmaktadır (örneğin ana gövde aşağı çökerken taşıyıcı tekerlek mecburen geriye doğru hareket etmektedir). Bu hareketi yapan tekerlek hem dönme hem ötelenme göstermektedir. Dolayısıyla toplam kütle atalet momenti bu ikisinin toplamından oluşacaktır. Genel anlamdaki atalet momentleri şu tarzdadır:

$$J_{öteleme} = m.r^2 \quad (2.26)$$

$$J_{dönme} = \frac{1}{2}m.r^2 \quad (2.27)$$

$$J_{toplam} = J_{öteleme} + J_{dönme} \quad (2.28)$$



Şekil 2.7 Taşıyıcı tekerleğin temsili resmi ve bazı parametreler

Bu ifadeler buradaki probleme uygulanırsa tekerleğin toplam kütle atalet momenti bulunabilir. Şekil 2.7’de temsili resmi bulunan taşıyıcı tekerleğin dönmeye göre kütle atalet momentini yazabilmek için malzeme yoğunluğu üzerinden gidilmiştir (Yoğunluk = Kütle/Hacim):

$$\frac{m_i}{\pi \cdot r_i^2 \cdot n_i} = \frac{m_p}{\pi \cdot r_p^2 \cdot n_d - \pi \cdot r_i^2 \cdot n_i} \quad (2.29)$$

Burada n_d taşıyıcı tekerleğin kalınlığı, n_i ise içine yapılan girintinin derinliğidir (başka bir deyişle içinden çıkarılan silindirik kütle için yüksekliktir). Denklem 2.29 düzenlenirse:

$$m_i = m_p \frac{r_i^2 \cdot n_i}{r_p^2 \cdot n_d - r_i^2 \cdot n_i} \quad (2.30)$$

Böylelikle tekerleğin içinden çıkarılan kısmın (Şekil 2.7 – en sağdaki çizim) kütlesi bulunmuş olur. Denklem 2.27’deki dönmeye göre kütle atalet momenti ifadesi kurulursa (önce içi dolu kütle gibi düşünülüp ardından içinden çıkarılan kısmın atalet terimi çıkarılmıştır):

$$J_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} (m_p + m_i) r_p^2 - \frac{1}{2} m_i \cdot r_i^2 \quad (2.31)$$

$$J_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} m_p \cdot r_p^2 + \frac{1}{2} m_i \cdot (r_p^2 - r_i^2) \quad (2.32)$$

Denklem 2.30’da bulunan ifade yerine yazılırsa:

$$J_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} m_p \cdot \left(r_p^2 + \frac{r_i^2 \cdot n_i}{r_p^2 \cdot n_d - r_i^2 \cdot n_i} (r_p^2 - r_i^2) \right) \quad (2.33)$$

$$J_{\text{öteleme}} = m_p \cdot r_p^2 \quad (2.34)$$

Sonuç olarak toplam kütle atalet momenti Denklem 2.28, 2.33 ve 2.34’e göre şu şekilde bulunmuştur:

$$J_p = \frac{3}{2} m_p \cdot r_p^2 + \frac{1}{2} m_p \cdot \left(\frac{r_i^2 \cdot n_i}{r_p^2 \cdot n_d - r_i^2 \cdot n_i} \right) (r_p^2 - r_i^2) \quad (2.35)$$

Dinamik durumda tekerleğin aldığı yol ise şu şekilde tanımlanabilir. Buradaki mesafe belli bir referans noktasına göre olan uzaklığı değil, her an için tekerleğin yaptığı yatay öteleme hareketini metre biriminde vermektedir. Dolayısıyla askı kolu açısının bir önceki ve bir sonraki değerleri arasındaki farktan etkilenmektedir.

$$a_i(i) = L_a \cdot (\sin(\theta_i(i+1)) - \sin(\theta_i(i))) \quad (2.36)$$

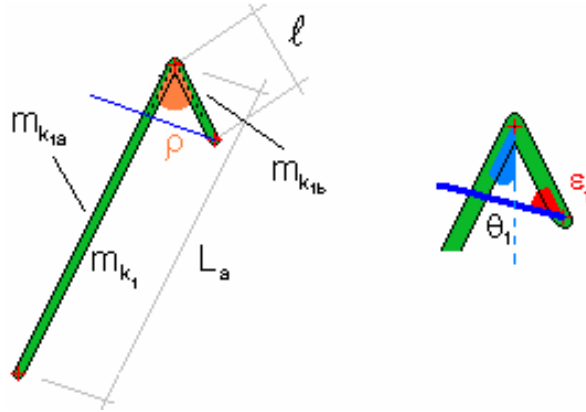
Dinamik analiz bölümlerinde (Bölüm 3, 4, 5 ve 6) kinetik enerji ifadelerine bakılırsa taşıyıcı tekerlek enerjisi yazılırken iki terim kullanılmıştır (örneğin Bölüm 3’te Denklem 3.3’te $m_{p1} \cdot \dot{x}_{y1}^2 + J_{p1} \cdot \dot{\tau}_1^2$ şeklinde iki terim vardır). Bu enerji terimlerinin başında 1/2 çarpanı yoktur,

çünkü bir tekerlek grubunda iki adet taşıyıcı tekerlek bulunmaktadır. Bu terimlerden ilki dikey yöndeki hızdan kaynaklanan enerjidir. İkincisi ise, düz bir yolda (yani palet üzerinde) dönerek ilerleyen kütlelerin (kaç metre öteleneceği Denklem 2.36'dan bulunabilir) dönme ve yatay eksendeki ötelenme enerjisini vermektedir. İkinci terim için, tekerleğin yapacağı dönme sırasında kendi merkezine göre kaç derece döneceği önemlidir. Dolayısıyla burada τ_i ($i=1,2,3,\dots$) şeklinde yeni bir açı tanımlanmıştır. Bu açı değeri referans bir noktadan başlayacağı için tekerleğin palet üzerinde aldığı yol başlangıç durumuna (araç havadayken 0° olacak şekilde) göre hesaplanmıştır.

$$\tau_i = \frac{L_a \cdot (\sin(\theta_i) - \sin(\theta_{ilk}))}{r_p} \rightarrow \dot{\tau}_i = \frac{L_a \cdot \cos(\theta_i)}{r_p} \dot{\theta}_i \quad (2.37)$$

2.3.2 Askı Kolunun Kütle Atalet Momenti

Askı kolu iki parçalıdır (Şekil 2.8). Kısa parça, uzun olanın yaklaşık üçte biri kadardır. Toplam kütle atalet momentini bulabilmek için iki parçanın kütlelerini ayrı ayrı bilmek gereklidir. Yine malzeme yoğunluğu üzerinden gidilirse (kolun her iki parçasının da kesit alanı eşit olarak kabul edilmiştir):



Şekil 2.8 Askı kolunun iki parçasını gösteren çizim

$$m_{ki} = m_{kia} + m_{kib} \quad (2.38)$$

$$\frac{m_{kia}}{L_a} = \frac{m_{kib}}{l} \quad (2.39)$$

Kütleler için elde edilebilecek bu iki denklemden bilinmeyenler bulunabilir:

$$m_{kia} = m_{ki} \frac{L_a}{L_a + l} \quad (2.40)$$

$$m_{kib} = m_{ki} \frac{\ell}{L_a + \ell} \quad (2.41)$$

$$J_{kia} = \frac{1}{3} m_{kia} L_a^2, \quad J_{kib} = \frac{1}{3} m_{kib} \ell^2 \quad (2.42)$$

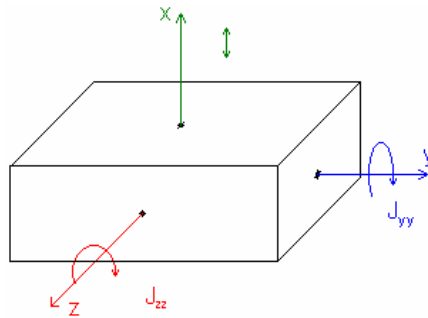
Şu noktada toplam kütle atalet momenti sanki Denklem 2.41’de verilen iki değerin toplamıymış gibi gözükse de ufak bir eklenti daha olmalıdır. Şekil 2.8’e bakıldığında askı kolunun küçük parçası $\theta = 50.86^\circ \div \rho$ aralığında (ρ açısı gizli tutulmuştur – bu değer askı kolu iki parçasının arasındaki açıdır) büyük parçaya göre ters yönde iş yapmaktadır. Yani büyük parça yükselirken, küçük parça alçalmaktadır (iki kol birbirlerine göre dikey eksenin ters taraflarında kalmaktadırlar). $\theta = \rho$ olduğunda küçük kol (bu küçük kol aynı zamanda krank olarak adlandırılıyor) tam dik konumda bulunmaktadır. Bu sınır durum geçildiğinde ise (genellikle çalışma şartlarında bu sınır şartın üzerinde çalışılıyor) her iki kol da eksenin sol tarafında kalmakta ve sistem çöktükçe (askı kolu açısı büyüdükçe) her ikisi de yükselmektedir. Yani bu sınır durumun üzerinde her ikisi de eşit yönde iş yapmaktadırlar.

İşte bu sınır durumu da denklemden ifade edebilmek için işaret fonksiyonundan faydalanılmıştır:

$$J_{ki} = J_{kia} - \text{sgn}(\rho - \theta_i) J_{kib} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.43)$$

2.3.3 Ana Gövdenin Kütle Atalet Momentleri Hakkında Bilgi

Ana gövdenin kafa vurmaya göre kütle atalet momenti (J_{zz}) ve yana yatmaya göre kütle atalet momenti (J_{yy}) değerleri hazır olarak alınmıştır. Şekil 2.9’da bu ifadeler görülmektedir.



Şekil 2.9 Ana gövdenin kütle atalet momentleri ve eksen takımı

2.4 Diferansiyel Denklem Çözüm Metodu

Bu bölümde son olarak diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılmış olan çözüm metodu tanıtılacaktır. Çözüm için en gelişmiş metot olan 4. dereceden Runge – Kutta kullanılmıştır.

Bu metotta her bir mertebeyi düşürebilmek için dörder adet K değeri hesaplanmaktadır. K değerlerinin hesaplanması, değişken parametrelere her bir adımda $dt/2$ 'lik değer eklenmesine dayanmaktadır. Buradaki dt adım aralığıdır ve ne kadar küçük seçilirse o kadar hassas çözüm elde edilir. Bu olayın nasıl gerçekleştiği aşağıda basit bir diferansiyel denklemin çözümünde gösterilmiştir.

$$m.\ddot{x} + c.\dot{x} + k.x = 0 \quad (2.44)$$

Çözüm için öncelikle ikinci mertebeden türevli terimi yalnız bırakarak diğer terimlerin ilk değerlerini (yani başlangıç şartlarını) vermek gerekmektedir:

$$\ddot{x}_{(i)} = -\frac{1}{m}(c.\dot{x}_{(i)} + k.x_{(i)}) \quad (2.45)$$

$$K_1 = dt.\ddot{x}_{(i)} \quad (2.46)$$

$$K_2 = dt.\left(-\frac{1}{m}\right).\left(c.\left(\dot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2}\right) + k.\left(x_{(i)} + \frac{dt}{2}\right)\right) \quad (2.47)$$

$$K_3 = dt.\left(-\frac{1}{m}\right).\left(c.\left(\dot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2}\right) + k.\left(x_{(i)} + \frac{dt}{2}\right)\right) \quad (2.48)$$

$$K_4 = dt.\left(-\frac{1}{m}\right).(c.(\dot{x}_{(i)} + dt) + k.(x_{(i)} + dt)) \quad (2.49)$$

$$\dot{x}_{(i+1)} = \dot{x}_{(i)} + \frac{1}{6}(K_1 + 2.(K_2 + K_3) + K_4) \quad (2.50)$$

Dikkat edilirse, Denklem 2.47 ve 2.48'de bulunan K_2 ve K_3 değerleri aynıdır. Bu yüzden, Denklem 2.50'de ortak paranteze alınabilir (aşağıda Denklem 2.52, 2.53 ve 2.54'te ortak paranteze alınmış olarak devam edilecektir). Aynı adımlar bir kez daha tekrarlanırsa x 'in denkleminde ulaşılır:

$$K_{1u} = dt.\dot{x}_{(i)} \quad (2.51)$$

$$K_{2u} = dt.\left(\dot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2} + \frac{1}{6}\left(\left(dt.\ddot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2}\right) + 4.dt.\left(-\frac{1}{m}\right).(c.(\dot{x}_{(i)} + dt) + k.(x_{(i)} + dt)) + dt.\left(-\frac{1}{m}\right).\left(c.\left(\dot{x}_{(i)} + \frac{3.dt}{2}\right) + k.\left(x_{(i)} + \frac{3.dt}{2}\right)\right)\right).dt \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned}
K_{3u} = & dt \left(\dot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2} + \frac{1}{6} \left(\left(dt \cdot \ddot{x}_{(i)} + \frac{dt}{2} \right) + 4 \cdot dt \left(-\frac{1}{m} \right) \cdot \left(c \cdot \left(\dot{x}_{(i)} + dt \right) + k \cdot \left(x_{(i)} + dt \right) \right) + \right. \\
& \left. + dt \left(-\frac{1}{m} \right) \cdot \left(c \cdot \left(\dot{x}_{(i)} + \frac{3 \cdot dt}{2} \right) + k \cdot \left(x_{(i)} + \frac{3 \cdot dt}{2} \right) \right) \right) \cdot dt \quad (2.53)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{4u} = & dt \left(\dot{x}_{(i)} + dt + \frac{1}{6} \left(\left(dt \cdot \ddot{x}_{(i)} + dt \right) + 4 \cdot dt \left(-\frac{1}{m} \right) \cdot \left(c \cdot \left(\dot{x}_{(i)} + \frac{3 \cdot dt}{2} \right) + k \cdot \left(x_{(i)} + \frac{3 \cdot dt}{2} \right) \right) + \right. \\
& \left. + dt \left(-\frac{1}{m} \right) \cdot \left(c \cdot \left(\dot{x}_{(i)} + 2 \cdot dt \right) + k \cdot \left(x_{(i)} + 2 \cdot dt \right) \right) \right) \cdot dt \quad (2.54)
\end{aligned}$$

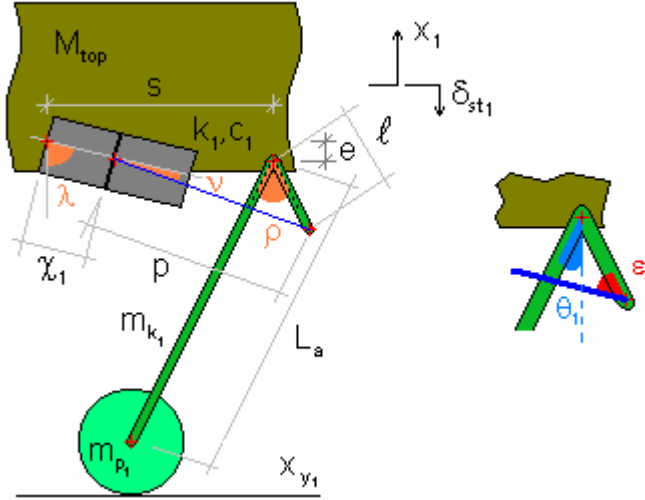
$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + \frac{1}{6} (K_{1u} + 2 \cdot (K_{2u} + K_{3u}) + K_{4u}) \quad (2.55)$$

Burada, Denklem 2.47 ile 2.48 ve Denklem 2.52 ile 2.53 aynı olduklarından bunlardan sadece birinin hesaplanması yeterlidir. Bu konuyla ilgili daha detaylı bilgi Heperkan ve Kesgin'de (2003) verilmektedir.

3. BİR SERBESTLİK DERECELİ MODEL

Bu bölümde dinamik analizi yapılan paletli taşıtın, tek serbestlik dereceli modeli üç değişik durum için karşılaştırılmış ve simülasyon diyagramları sunulmuştur. Bahsi geçen üç değişik durum yay elemanının lineer alınması (LİNEER), yay elemanını lineer alıp beraberinde taşıtın statik çökme değeri ile ağırlığının hesaba katılması (LİNEER-DS) ve son olarak yay elemanının tamamen gerçek karakteristiği olan nonlinear denkleminin kullanılmasıdır (NONLİNEER). Nonlinear modelde taşıtın statik çökme değeri ile ağırlığı da hesaba katılmıştır. Bundan böyle adı geçen üç durum parantez içinde yazılan isimler ile anılacaktır. Bölüm sonunda en gerçekçi diyagramları veren yaklaşım belirlenecek ve daha yüksek serbestlik dereceli modellerde bu yaklaşım kullanılacaktır.

Şekil 3.1’de model ve ilgili parametreler basit olarak tanıtılmıştır.



Şekil 3.1 Bir serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü ve parametreler

Şekil 3.1’den görüldüğü üzere, M_{top} kütlesi dikey yönde titreşim hareketini gerçekleştirirken askı kolunun dikeyle yaptığı θ_1 açısı değişmekte, açı değişimine bağlı olarak p uzunluğundaki biyel kolu hareket etmekte ve önündeki pistonu silindir içinde (Şekil 3.1’de gri renkte gösterilmektedir) harekete zorlamaktadır. Piston hareketiyle yay ve sönüm elemanı harekete başlamaktadır.

Ana gövdenin kütle değeri olan M_{top} , Şekil 3.1’de her ne kadar toplam kütle gibi gözükse de aslında her model için ayrı değerler taşımaktadır. Simülasyonlarda örneğin on beş serbestlik dereceli tam taşıt modeli için kendi değeri yazılırken, sekiz serbestlik dereceli yarım taşıt modelinde yarısı, bir ve iki serbestlik dereceli 1/12’lik modellerde ise 1/12’si kullanılmıştır.

Bir serbestlik dereceli modelde hesaba katılan ve katılmayanlar şöyledir:

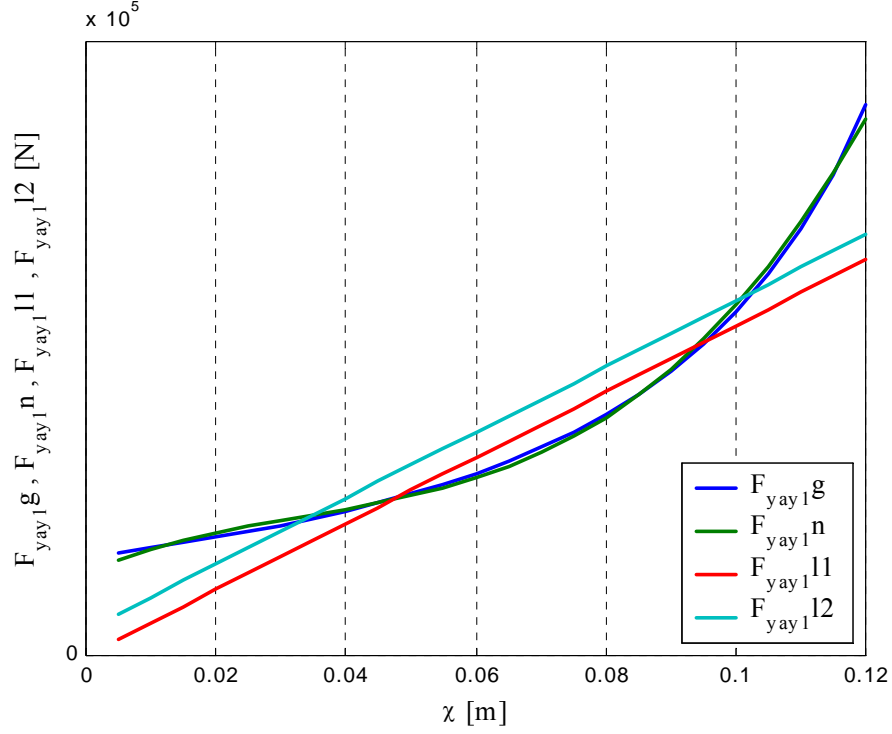
- **Hesaba katılanlar:**

1. Taşıyıcı (portör) tekerleğin kütlesi.
2. Kinetik enerji denkleminde askı kolu kütlesinin getirdiği terimler ele alınmıştır.
3. Askı kolu büyük ve küçük parçaları ayrı ayrı düşünülmüştür.
4. Askı kolunun küçük parçasının J'si açı değişimine duyarlı yazılmıştır.
5. Yay elemanı lineer/nonlineer alınmıştır.
6. Viskoz sönüm lineer alınmıştır.
7. Süspansiyon stroğunun sınırları hesaba katılmıştır (birincil sınırlama).

- **Hesaba katılmayanlar:**

1. Taşıyıcı tekerleğin palet ile sürtünmesinin oluşturacağı sönüm.
2. Lineer-DS ve nonlinear yaklaşım için potansiyel enerji ifadesi hesaplanırken askı kolunun kütlesi taşıyıcı tekerleğin kütlesine ilave edilerek devam edilmiştir.
3. Süspansiyon stroğuna verilen sınırdan gövde yer değişimi etkilenmemektedir. Bunun için ikincil sınırlamanın yapılması gerekmektedir (bu ihmal ancak çok yüksek basamak girişlerinde kendini hissettirmektedir).
4. Paletin dikey yönde göstereceği sönüm ve yay özellikleri hesaba katılmamıştır.
5. Paletin dikey yöndeki yay özelliği hesaba alınmadığından sistemin göstereceği statik çökme değeri ancak belli bir hata payıyla hesaplanabilmiştir (bu hatanın ne kadar olduğu iki serbestlik dereceli modelde bulunmuş ve yok edilmiştir).
6. Palet gerginliğinin titreşimi önleyici rol oynaması (tek serbestlik dereceli sistemde paleti takacak bölgeler olmadığından hesaba katılamaz).

Yay elemanlarının karakteristik değerleri daha önceden yapılan çalışmalarla deneysel olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değerlere dayanarak oluşturulan $\chi - F_y$ diyagramından da (Şekil 3.2) görüleceği üzere yay karakteri sıkıştıkça sertleşen bir yapıdadır. Şekil 3.2'de deneysel veriler kullanılarak elde edilmiş eğri ($F_{yay,g}$ – gerçek), deneysel verilere üçüncü dereceden bir fonksiyon uyarlanarak bulunmuş eğri ($F_{yay,n}$ – nonlinear) ile bu değerlere lineer tarzda olabilecek en uygun şekilde yaklaşım düz bir doğru bularak k katsayısı oluşturma çabaları ($F_{yay,l1}$, $F_{yay,l2}$ – lineer) görülmektedir. Bu şekilden, yay elemanına lineer yaklaşım yapmanın ne kadar hata getireceği açıkça görülebilmektedir. Denklem 3.1a, 3.1b ve 3.1c'de, bu yaklaşımların matematiksel fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 3.2 Paletli taşıtta kullanılan yay elemanlarından birinin deneysel, lineer ve nonlinear rijitlik eğrileri

$$F_{y1a} = k_1 L(1) \cdot \chi_1 \quad (3.1a)$$

$$F_{y1b} = k_1 L(1) \cdot (\chi_1 - \chi_{st1}) + k_1 L(2) \quad (3.1b)$$

$$F_{y1c} = k_1 N(1) \cdot (\chi_1 - \chi_{st1})^3 + k_1 N(2) \cdot (\chi_1 - \chi_{st1})^2 + k_1 N(3) \cdot (\chi_1 - \chi_{st1}) + k_1 N(4) \quad (3.1c)$$

İncelendiğinde F_{yay}^{l1} ve F_{yay}^{l2} arasında bazı farklar olduğu görülmektedir. Yay katsayısı her ikisinde de aynı olmasına rağmen F_{yay}^{l2} 'de her zaman için sabit bir ön sıkışma mevcuttur. Bu ön sıkışma nonlinear eğriye daha yakın sonuçlar vermesi nedeniyle gereklidir. Ancak gövde ağırlığının göz önüne alınmadığı lineer yaklaşım durumunda bu ön yükleme yol fonksiyonu verilmemesine rağmen her durumda bir yay kuvveti oluşturacak ve sistemi bir miktar yukarı kaldıracaktır. Bu nedenden dolayı lineer modelde bulunması hataya götürmektedir. Lineer-DS modelde ise böyle bir sorun yoktur. Çünkü bu ön yükleme kuvveti, δ_{st1} çökmesinden dolayı oluşan yaydaki statik sıkışmadan doğan kuvvet ile birleşip gövde ağırlığını dengelemektedir.

F_{yay}^n eğrisini oluşturmak için üçüncü dereceden bir polinom kullanılmıştır. Bu polinom gerçek eğriye denklem uyarlama yoluyla bulunmuştur. Şekil 3.2'den de görüldüğü gibi bu polinom gerçek eğriye yeterli hassasiyeti göstermektedir (koyu mavi ve koyu yeşil eğriler).

3.1 Diferansiyel Denklemler

Matematik model tek serbestlik dereceli olduğundan sadece bir diferansiyel denklem bulunacaktır. Diferansiyel denklemi bulmak için Lagrange yöntemi kullanılmıştır.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial x_i} + \frac{\partial E_p}{\partial x_i} + \frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}_i} = F_i \quad (3.2)$$

3.1.1 Enerji Denklemleri

Lagrange denklemindeki terimleri bulabilmek için gereken enerji denklemleri tek serbestlik dereceli model için Denklem 3.3, 3.4 ve 3.5'teki gibi olacaktır. Lineer, lineer-DS ve nonlineer durumlarının farkını gösterebilmek için potansiyel enerji denklemleri (Denklem 3.4) üç farklı biçimde yazılmıştır.

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{M_{top}}{12} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{k1} \dot{x}_1^2 - \frac{1}{2} (J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}) \dot{\theta}_1^2 + m_{p1} \dot{x}_{y1}^2 + J_{p1} \dot{\tau}_1^2 \quad (3.3)$$

$$E_{pa} = \frac{1}{2} k_1 L(1) \chi_1^2 \quad (3.4a)$$

$$E_{pb} = \frac{1}{2} k_1 L(1) (\chi_1 - \chi_{st1})^2 + k_1 L(2) \chi_1 - \frac{M_{top}}{12} g (x_1 - \delta_{st1}) \quad (3.4b)$$

$$E_{pc} = \int F_{y1c} d\chi_1 - \frac{M_{top}}{12} g (x_1 - \delta_{st1}) \quad (3.4c)$$

$$E_c = \frac{1}{2} c_1 \dot{\chi}_1^2 \quad (3.5)$$

Her üç potansiyel enerji ifadesi de $\chi - F_y$ diyagramı (Şekil 3.2) altında kalan alanın hesaplanmasından çıkarılmıştır. Farklı tekerleklerde farklı yay elemanları bulunduğu için her tekerlekte üretilen potansiyel enerji farklı olacaktır (ele alınan araç için Şekil 3.2 gibi çeşitli yay karakteristik eğrileri mevcuttur). Bu nedenle ortak bir enerji denklemleri yazabilmek için F_{yi} şeklinde genel bir ifade kullanılmıştır. Denklem 3.4c'de geçen F_{y1c} terimi, Şekil 3.2'de verilen yay eğrisinin denklemdir. Benzer tarzda yay elemanı lineer alındığında ortaya çıkan $k_1 L(i)$ değerleri de farklılıklar gösterecektir.

Denklem 3.3, 3.4 ve 3.5'te kısaltılmış bazı terimler mevcuttur. Bu terimlerin açık halleri aşağıda verilmiştir:

$$M_{top} = M + m_{yük} + 4.(m_c + m_g) + 2.(m_{kv} + 56.m_{bak}) \quad (3.6)$$

$$\theta_{d1} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1}}{L_a}\right) \quad (3.7)$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\cos(\theta_{d1}) + \frac{x_1 - x_{y1}}{L_a}\right) \quad (3.8)$$

$$v_{d1} = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_{d1})).\tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_{d1})).\cos(\lambda)}{p}\right) \quad (3.9)$$

$$v_1 = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_1)).\tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_1)).\cos(\lambda)}{p}\right) \quad (3.10)$$

$$v_{ilk} = \arcsin\left(\frac{((e + \ell \cdot \cos(\rho - \theta_{ilk})).\tan(\lambda) - s - \ell \cdot \sin(\rho - \theta_{ilk})).\cos(\lambda)}{p}\right) \quad (3.11)$$

$$\chi_1 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_1) - \cos(\lambda - v_{d1})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_1) - \cos(\rho - \theta_{d1}))}{\cos(\lambda)} \quad (3.12)$$

$$\chi_{st1} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_{d1}) - \cos(\lambda - v_{ilk})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_{d1}) - \cos(\rho - \theta_{ilk}))}{\cos(\lambda)} \quad (3.13)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1}}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \quad (3.14)$$

$$\dot{\tau}_1 = \frac{L_a \cdot \cos(\theta_1)}{r_p} \dot{\theta}_1 \quad (3.15)$$

$$\dot{\chi}_1 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1}}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \quad (3.16)$$

Enerji denklemlerinde olduğu gibi, yukarıda verilmiş terimlerin de tek serbestlik dereceli sistem için geçerli olduğu unutulmamalıdır. Denklem 3.6'da belirtilen toplam kütle değeri tüm değerdir, ancak ilgili denklemlerde 1/12'si kullanılmıştır.

3.1.2 Lagrange Denklemleri

Lagrange denklemleri, yukarıda verilen enerji denklemlerinin sırasıyla 3.2 denklemindeki ilgili türevlerinin alınmasıyla aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_1} = \left(\frac{M_{top}}{12} + m_{k1} - \frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} + \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \dot{x}_1 +$$

$$+ \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \dot{x}_{y1} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_1} \right) &= \left(\frac{M_{\text{top}}}{12} + m_{k1} - \frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} + \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_1 + \\ &+ \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_{y1} - \\ &- 2 \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial x_1} = - \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial x_1} = - \frac{k_1 L(1) \chi_1 \cdot \ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \left(\frac{\sin(\lambda - \nu_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(\nu_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}_1} &= c_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right)^2 \left(\frac{\sin(\lambda - \nu_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(\nu_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right)^2 \cdot \\ &\cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

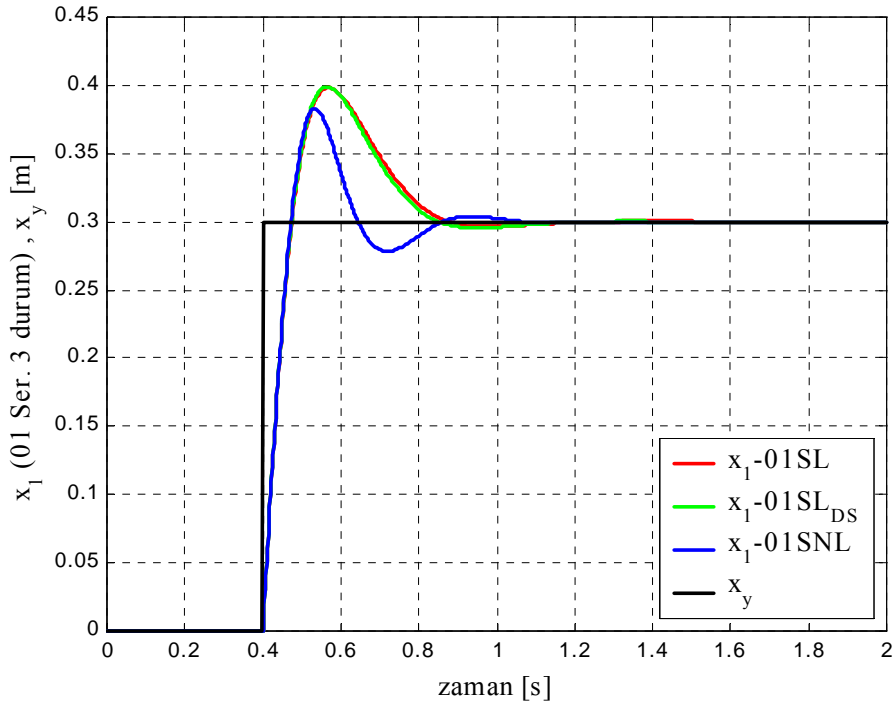
Yukarıdaki türev denklemleri birleştirilip ilgili kısaltmalar yapıldığında:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{M_{\text{top}}}{12} + m_{k1} - \frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} + \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_1 + \\ &+ \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_{y1} - \\ &- \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) + \\ &+ c_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right)^2 \left(\frac{\sin(\lambda - \nu_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(\nu_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right)^2 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{y1}) - \\ &- \frac{k_1 L(1) \chi_1 \cdot \ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \left(\frac{\sin(\lambda - \nu_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(\nu_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Denklem 3.22’de çıkartılmış olan diferansiyel denklem lineer yaklaşım içindir. Bu durum potansiyel enerji terimine dikkat edilirse daha rahat görülebilir (Denklem 3.20’de potansiyel enerji türevi Denklem 3.4a’dan elde edilmiştir).

3.2 Simülasyonlar

Aşağıda, diferansiyel denklemi çıkarılmış tek serbestlik dereceli taşıt modelinin lineer, lineer-DS ve nonlinear durumları için karşılaştırmalı diyagramları sunulmuştur. Bahsedilen üç inceleme durumu sadece potansiyel enerji ifadelerinin değiştirilmesi ile elde edilmiştir. Bu diyagramlarda yol fonksiyonu olarak 0,3 m’lik bir basamak kullanılmıştır. Basamak yüksekliğinin bu şekilde seçilmesinin nedeni gerçekte taşıtın çıkabileceği gerçek basamak yüksekliği, taşıyıcı tekerleğin çapı, palet baklası yüksekliği ve paletteki statik sıkışmanın (her ne kadar lineer modelde hesaplara katılmasa da gerçek durumda taşıyıcı tekerleğin geometrik yerini etkileyecektir) göz önüne alınmasındandır. İnceleme 2 saniye içindir.



Şekil 3.3 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövde konumunun karşılaştırılması

Model tek serbestlik dereceli olduğu için titreşim diyagramları taşıtın yol üzerindeki hızından etkilenmemektedir. Bu simülasyonda hızdan etkilenebilecek tek eleman basamağa giriş zamanıdır. Ancak yüksek hız seçildiğinde basamağa giriş zamanı çok kısaldığından titreşim eğrilerinin görülebilirliği bozulmaktadır. Düşük hız seçildiğinde ise 2 saniyelik bir

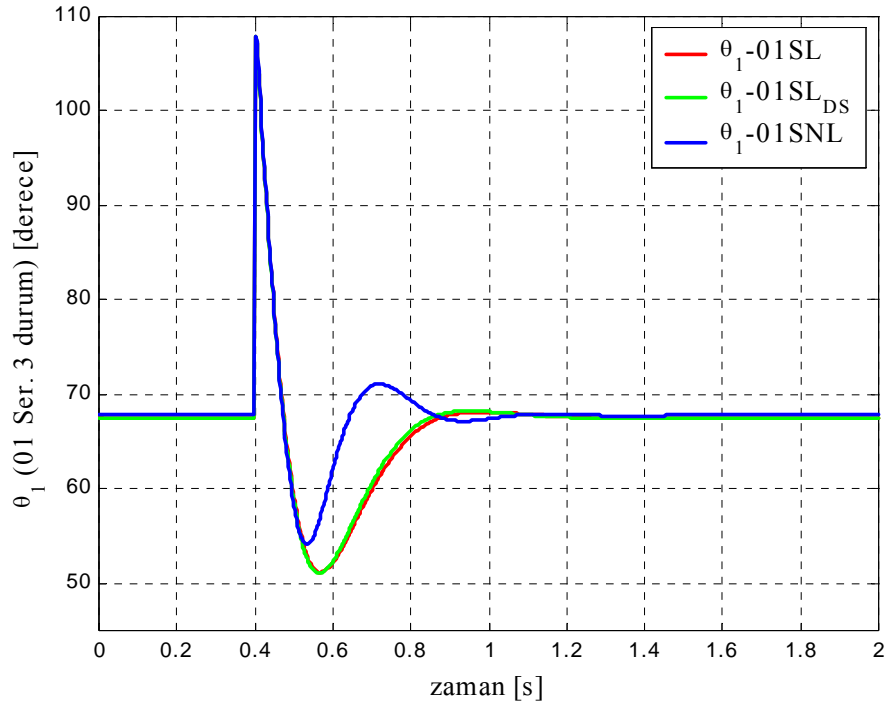
simülasyon zamanı içinde basamağa giriş anı görülememektedir. Bu nedenle hız ne olursa olsun tekerleğin basamağa çıkma anı hep 0,4 s olacak şekilde ayarlanmıştır. Basamağa giriş zamanının bu şekilde seçilmesi sayesinde tüm titreşim eğrileri 2 saniye uzunluğundaki diyagramların yaklaşık olarak ortasına düşürülebilmektedir.

Şekil 3.3'te siyah ile gösterilen yol fonksiyonu üzerinde üç değişik modelin titreşim simülasyonu mevcuttur. Bunlar sırasıyla kaba modelden hassas modele doğru lineer (kırmızı), lineer-DS (yeşil) ve nonlinear (mavi) yaklaşımlardır. Şekil 3.4'ten 3.10'a kadar olan ve Şekil 3.23 ile 3.24'teki diyagramlarda da renkler aynı durumları temsil etmektedirler.

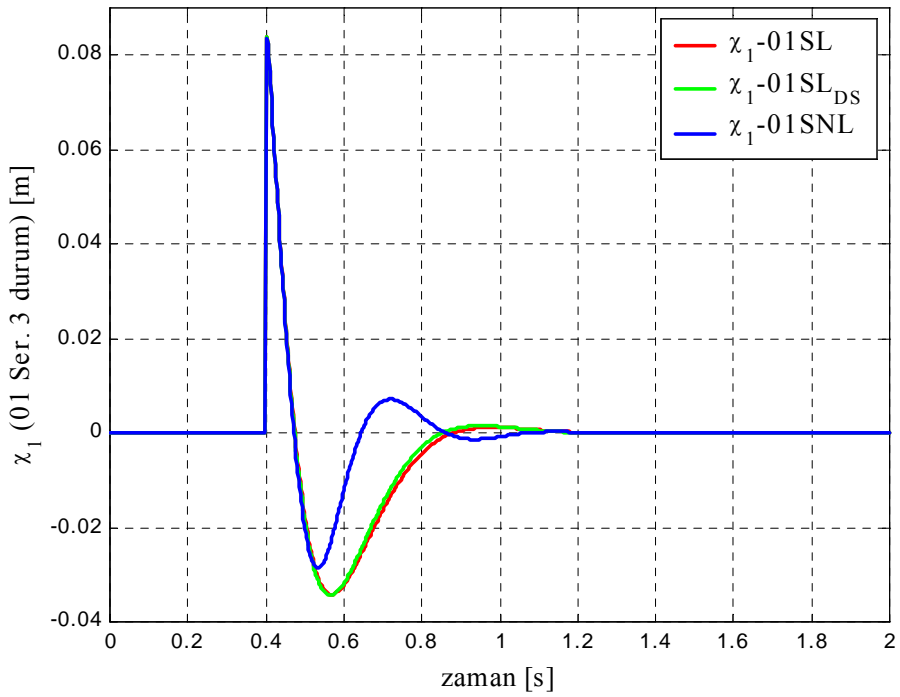
Bu diyagrama göre ilk söylenebilecek gözlem lineer yaklaşımların aşırı sönümlü bir durum olduğunu gösterirken nonlinear yaklaşımın zayıf sönümlü bir durumun söz konusu olduğunu belirtmesidir. Gövdenin basamağa çarpıp üzerine çıkması anında Şekil 3.4 ve 3.5'ten de görülebileceği gibi askı kolu açısı bir anda maksimum değerine ulaşmakta ve yay elemanını maksimum derecede sıkıştırmaktadır. Dolayısıyla tam bu anda yaydan verebileceği tüm kuvvet istenmektedir. Şekil 3.2'de her üç yaklaşıma ait yay eğrilerine bakıldığında lineer yaklaşım olan F_{yay11} ve F_{yay12} kuvvet değerlerinin aşırı miktardaki sıkışmalarda nonlinear yaklaşım olan F_{yay1n} kuvvet değerine erişemedikleri görülmektedir. Başka bir deyişle, eğer yay aşırı miktarda sıkışırsa lineer çözümler yeterli yay kuvveti üretmediğinden mevcut sönüm baskın çıkacak ve sanki aşırı bir değerdeymiş gibi tepki verecektir. Diğer taraftan nonlinear yaklaşım diğerlerinden fazla kuvvet ürettiği için sönümleyicinin işini zorlaştırmakta ve sistemin daha geç sönümlenmesine neden olmaktadır.

Şekil 3.3'ten gözlemlenen başka bir durum ise lineer ile lineer-DS yaklaşımlarının birbirleri arasında küçük bir miktar da olsa fark olduğudur. Bu fark, lineer modelde yapılan statik çökme ile taşıt ağırlığının birbirini dengelediği varsayımını yanlış kılmaktadır. Yayın lineer karakterde alınmasına rağmen oluşan dengesizlik durumu şöyle açıklanabilir:

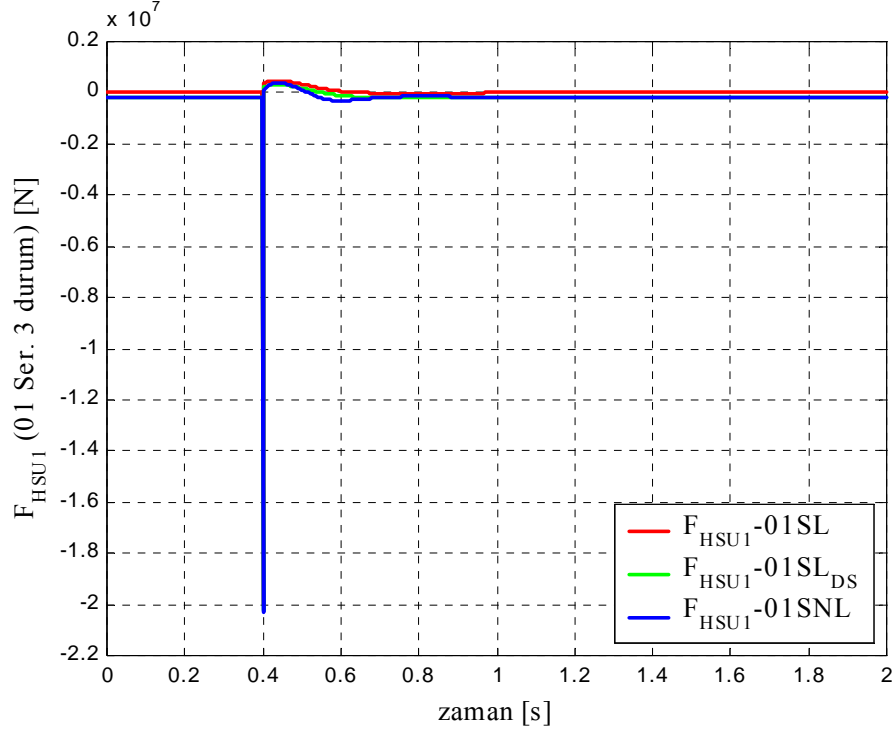
Şekil 3.1'deki fiziksel görünüme bakıldığında yay kuvvetinin, aradaki biyel kolunun askı kolunu itmesi vasıtasıyla gövdeye iletiildiği görülmektedir. Gövde çökerken veya yükselirken kollar arasındaki açılar sürekli değişmekte, dolayısıyla denge anında üretilmiş gövde ağırlığını dengeleyecek olan kuvvetin gövdeye etkileyen bileşeni açılara göre değişmektedir. Titreşim (x_1) bu değişimin devamlı sürmesine neden olmakta, böylece statik çökmeden doğan kuvvet bileşeni ve gövde ağırlığı titreşim var olduğu sürece birbirini dengelememektedir. Titreşim hareketi durduğunda, açılar tekrar eski pozisyonlarına gelmekte ve kuvvetler tekrar dengelenmektedir.



Şekil 3.4 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için askı kolu açılarının zamana göre değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 3.5 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için yay hareketlerinin zamana göre değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 3.6 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için süspansiyon elemanında üretilen kuvvetlerin karşılaştırılması

Yukarıdaki açıklamanın yanısıra şu durumun da göz önünde bulundurulması gerekir: Bu model haricinde daha basit bir model düşünelim. Yayın ürettiği kuvvet ile taşıt ağırlığı aynı eksen üzerinde olsun. Eğer yay nonlinear alınırsa bu basit modelde bile mutlaka taşıt ağırlığının ve statik çökmeden dolayı oluşacak yay kuvvetinin denklemlere alınması gerekir. Bunun nedeni şöyle açıklanabilir: Lineer bir yay alındığında titreşim esnasında yayın çalışma bölgesi x_1 veya $x_1 + \delta_{st}$ olmuş fark etmez. Çünkü lineer yay her bölgede aynı karakterde tepki verecektir. Ancak nonlinear karakterde bir yay alınırsa (örneğin sıkıştıkça sertleşen olsun) yayın çalışma bölgesi δ_{st} kadar öteleneceğinden üretilen kuvvet artan karakterde olacaktır. Yani δ_{st} kadar öteleme durumunda yay daha sert bir bölgede çalışmaya başlayacak dolayısıyla ürettiği kuvvetler daha fazla olacaktır. Kısacası nonlinear durumda δ_{st} 'in hesapta olup olmaması fark getirmektedir. Zhu ve Ishitobi de (2003) çalışmalarında nonlinear karakterde yay kullanmışlar ve modellerine tüm kütlelerin oluşturacağı statik çökme ve ağırlık terimlerini eklemişlerdir.

Şimdi tekrar burada ele alınan modeldeki yay elemanının lineer alınmasına rağmen statik çökme ve kütle ağırlığının birbirini dengelememesi sorununa döndüğümüzde, bu olayın nedeninin öncelikli olarak titreşim esnasında aradaki kolların açılarının değişmesiyle yay

elemanındaki statik sıkışma kuvvetinin dikey yöndeki bileşeninin değişikliğe uğraması olarak görülmektedir. Ancak bunun yanında her ne kadar yay elemanı lineer olarak alınmış olsa dahi aradaki kollar nedeniyle yay kuvvetinin gövdeye nonlineer bir tarzda iletildiği gerçeği gözden kaçırılmamalıdır. Buna modelin nonlineerliği ismi verilebilir. Model nonlineerliği özetle, gövdenin birim çökmesi veya yükselmesine karşılık yay elemanının sıkışması veya gevşemesinin eş olmayacağını göstermektedir. Dolayısıyla eğer gövdenin δ_{st1} çökmesi hesaba katılır ve dolayısıyla yay elemanının statik sıkışması göz önünde bulundurulursa titreşim değişik bir kuvvet – açı – konum bölgesinden başlayacaktır. Bu bilgilerden, lineer ile lineer-DS modelleri kendi aralarında karşılaştırıldığında lineer-DS'nin daha güvenilir olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Model nonlineerliğini kanıtlayan bilgiler Bölüm 3.2.1'de sunulacaktır.

Buraya kadar açıklananlar hep Şekil 3.3'teki gövde konumu diyagramına dayalı yapılmıştır. Askı kolunun titreşim esnasında çalışması, bundan dolayı yay elemanının sıkışıp gevşemesi ve bu anda oluşan tüm süspansiyon kuvveti (yay ve sönüm kuvvetleri beraber) sırasıyla Şekil 3.4, 3.5 ve 3.6'dan görülebilir.

Şekil 3.4'teki askı kolu açısının zamana göre değişim diyagramı incelendiğinde ilk görülen 0,4. saniyede tekerlek basamağa çıkmaya başladığı anda açı değeri maksimum değerine sıçraması ve çok kısa bir süreliğine de olsa o değerde sabit kalmasıdır. Açının sabit kalması durumu Şekil 3.4'te yeterince görülememektedir. Ancak şekil büyütüldüğünde ortaya çıkmaktadır. İlgili durum Şekil 3.18'den de izlenebilir.

Belli bir süre açı değerinin maksimumda sabit kalmasının anlamı tekerlek bir anda basamağa çıkmış (Şekil 3.1'den de fiziksel görüntü takip edilebilir) ancak ana gövde tekerlek ile aynı anda yükselmeye başlamadığı için, tekerlek – gövde arası bir anda daralmış dolayısıyla askı kolu gövdedeki bağlantısından saat istikametinde dönmeye başlayarak dikeyle yaptığı açığı $\theta_1 = \theta_{d1}$ 'den $\theta_1 = \theta_{maks}$ değerine çıkarmıştır. θ_{maks} değerine ulaşıldığında süspansiyonun tüm stroğu bittiğinden dolayı (maksimum sıkışma) sistem rijit bir şekile girmiştir. Şekil 3.5'ten de takip edilirse süspansiyon hareketi de benzer tarzda maksimum ötelenmeyi gerçekleştirmiştir. Süspansiyonun tam kapanmış olarak kilitlenmesi tam olarak 0,004 saniye sürmüştür (Şekil 3.18'de kırmızı eğriden takip edilebilir). Bahsedilen bu kısacık süre zarfında her ne kadar tekerlek 0,3 m'lik basamak üzerinde olsa da, gövde de yavaş yavaş yükselmesini sürdürmekte ve süspansiyondaki kapanma isteği git gide azalmaktadır. Bu noktadan sonra (yani 0,004 saniyelik süre geçtikten sonra) kilitlenme açılmış ve askı kolu süspansiyonun ürettiği kuvvetle saat istikametinin tersine doğru dönmeye başlamıştır. Tüm titreşim bittikten sonra ise (yani gövde de 0,3 m'lik yükselmesini tamamladıktan ve titreşim hareketi sönümlendikten sonra)

yeniden $\theta_1 = \theta_{d1}$ eşitliğine gelmiştir. Bu noktada akla şu sorular geliyor: Süspansiyon tam kapama yaptığında sistem rijit hal aldığına göre, ana gövdenin bu sürede (0,004 saniyelik zaman dilimi) yapması gereken hareketin yol ile (x_y) aynı olması gerekmez miydi? Her ne kadar ilgili süre dilimi çok küçük olsa da, taşıtın daha yüksek basamak çıkışlarında kilitlenmenin yaşandığı bu süre uzamıştır. Dolayısıyla daha yüksek basamak fonksiyonları verildiği takdirde Şekil 3.3, 3.4 ve 3.5'teki diyagramların belli bir süre için hatalı cevap verdikleri görülmüştür. Aynı şekilde Şekil 3.5'in hatalı olduğu zaman diliminde Şekil 3.6'daki süspansiyon kuvveti diyagramının da hatalı sonuçlar vereceği aşıkardır. Buradan Şekil 3.3'ün süspansiyon stroğunu hesaba katmadığı, ancak Şekil 3.4, 3.5 ve 3.6'nın ise belli bir hata payıyla bu durumu gösterebildiği anlaşılmaktadır. Çözüm için yazılan programda strok sınırlayıcı gövde konumuna etkili olamamıştır. Gövdenin de bundan etkilenebilmesi ve diğer şekillerdeki hataların giderilmesi için ikincil sınırlamanın yapılması gerekmektedir. Bu sınırlama durumu yapılmış ve karşılaştırmalı diyagramlarla Bölüm 3.2.2'de gösterilmiştir.

Şekil 3.4'te göze çarpan başka bir durum denge anında yapılan üç yaklaşımın (lineer, lineer-DS ve nonlinear) farklı açı değerleri vermesidir. Bu açıların nasıl çıktıkları burada açıklanacaktır. Lineer yaklaşımdan başlarsak, bu yaklaşımda statik çökme – δ_{st1} (dolayısıyla statik sıkışma χ_{st1}) ve kütle ağırlığı ifadeleri hesapta değildi. Dolayısıyla referans olarak bir denge konumu alınması gerekiyordu. Bu denge konumu daha önceden sayısal olarak bulunmuş δ_{st1} 'den yola çıkılarak hesaplanmıştır. Bilinen bir δ_{st1} değeri için bir θ_{d1} değeri hesaplanmış ve referans olarak bu açı alınmıştır. Lineer-DS yaklaşımında ise statik çökme (dolayısıyla statik sıkışma) ve kütle ağırlığı değerleri hesapta olduğundan referans eksenini olarak θ_{ilk} değeri seçilmiştir. Bu değer aynı zamanda süspansiyon stroğunun tam açma yaptığı değerdir. Başka bir deyişle araç havadayken oluşan açı değeridir. Gövde kütlesi hesaba girdiğinden doğal olarak sistem δ_{st1} çökmesi göstermiş ve bu değer etrafında dengeye oturmuştur. Sistem çökerken açı değeri de θ_{ilk} 'ten θ_{d1} 'e doğru büyümüştür. Lineer-DS için kullanılan mantık aynen nonlinear yaklaşım için de kullanılmıştır.

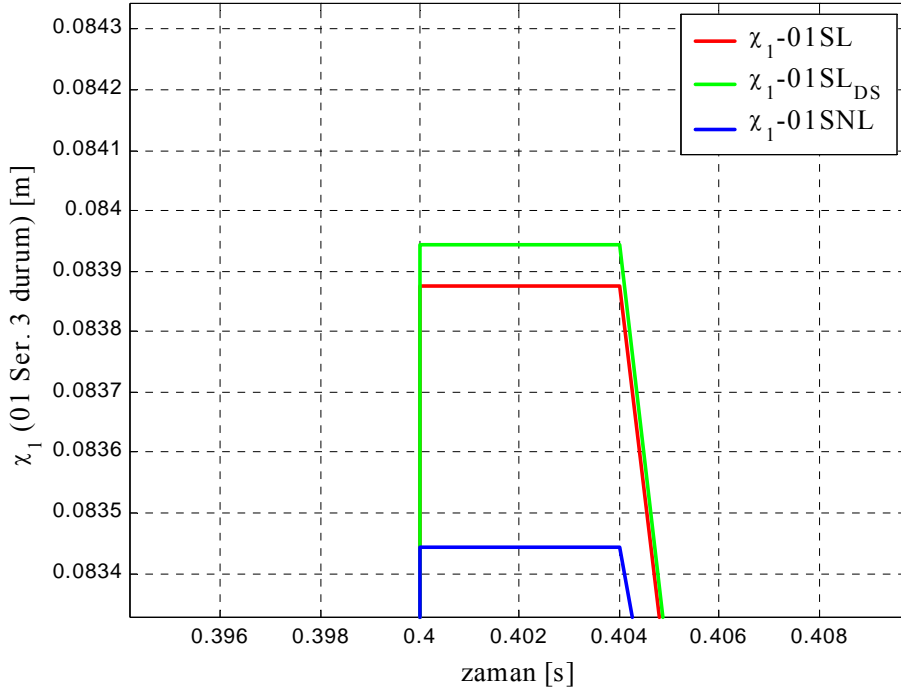
Çizelge 3.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması

Serbestlik Derecesi	Model	Ds1 [m] (sayısal)	Ds1 [m] (simülasyon)	δ_{st1} [m] (simülasyon)
01 Serbestlik	Lineer	0,1000	--	--
	Lineer-DS		0,0998	0,0998
	Nonlinear		0,1013	0,1013

Çizelge 3.1’de sayısal ve simülasyondan çıkan δ_{st1} değerleri metre biriminde görülmektedir. Çizelgede her ne kadar lineer yaklaşımın karşılığı boş bırakılmışsa da aslında bu yaklaşım için sayısal değerler esas alındığı unutulmamalıdır.

Üç yaklaşımdaki δ_{st1} değerleri karşılaştırıldığında doğal olarak üçü de farklı θ_{d1} değerleri verecektir. Gövde ne kadar çökerse askı kolu açısı değeri o kadar büyüyeceğine göre en büyük θ_{d1} değerini nonlinear (mavi), en küçük θ_{d1} değerini ise lineer-DS (yeşil) yaklaşım verecektir. Her üç yaklaşım da aynı anda basamağa çıktıklarından üçünün de θ_1 açısı değerleri aynı anda maksimuma vuracaktır. Şekil 3.4 bu durumu doğrulamaktadır.

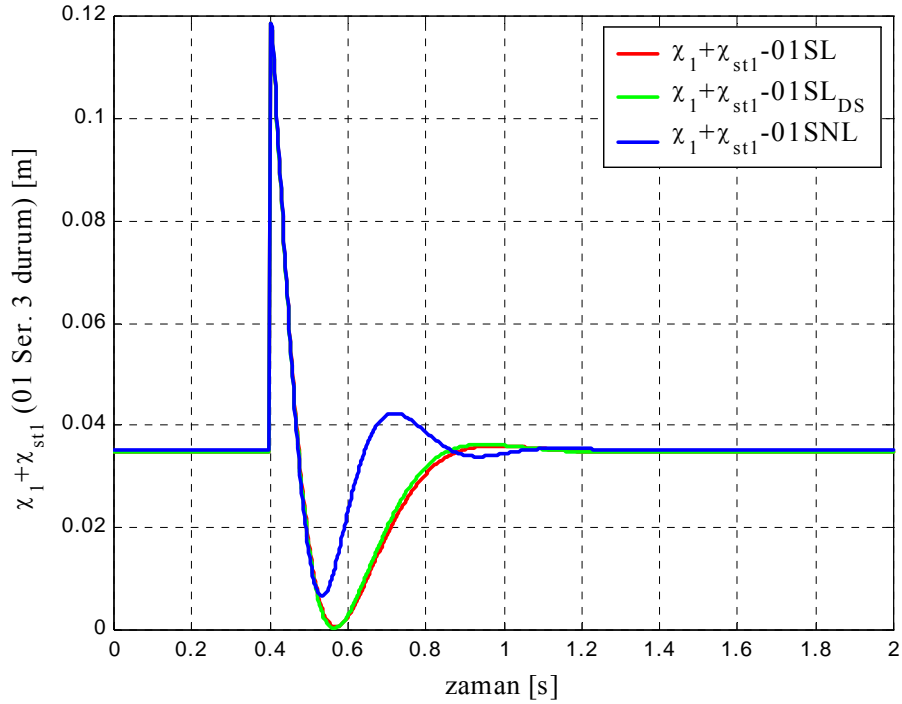
Şekil 3.5’teki süspansiyonun açılıp sıkışmasını gösteren diyagramlarda denge anında her üç yaklaşım da $\chi_1 = 0$ m değerini vermektedir. Ancak taşıt basamağa çıktığında ve süspansiyon tüm stroğunu bitirdiğinde her üç modelde farklı noktalarda strok bitiriyormuş gibi görünmektedir. Bu durum, Şekil 3.5’in büyütülmesiyle Şekil 3.7’de gösterilmiştir.



Şekil 3.7 Şekil 3.5’in büyütülmüş hali

Aslında strok boyu aynı olmasına rağmen böyle bir görüntünün oluşması, bu diyagrama statik sıkışma değerleri χ_{st1} ’lerin katılmamasından dolayıdır. Lineer yaklaşımda (kırmızı) statik sıkışma χ_{st1} değeri zaten bulunmamaktadır. Ancak yine de hareket başlangıcı olarak θ_{d1} açısı nonlinear modele oranla daha küçük, lineer-DS modele oranla daha büyük seçildiğinden

dinamik durumda kalan strok bölgesi değeri diğerlerinin ortasında çıkmıştır. (Bununla beraber lineer yaklaşım için her ne kadar sıfır olarak hesaplanmış olsa da geometrik uzunlukları karşılaştırmak açısından seçilen θ_{dl} 'e karşılık gelen bir χ_{stl} boyu vardır. Ancak bu uzunluk, seçilen δ_{stl} 'in diğerlerine göre daha az olması nedeniyle daha kısa kalacaktır: 0,0348 m. Yayın statik kuvvet üretmemesi için bu değer program tarafından 0 olarak hesaplanmaktadır. Şekil 3.8'nin çizdirilebilmesi açısından geometrik bir uzunluk olan bu boy, lineer model için elle hesaplanmıştır. Elle hesaplanan bu boy seçilen θ_{dl} 'e karşılık gelmektedir.) Nonlineer yaklaşım diğerlerine göre daha fazla statik çökme ve beraberinde statik sıkışma verdiği için dinamik durumda en küçük strok bölgesini göstermiştir. En az statik çökme dolayısıyla statik sıkışma veren lineer-DS modeli ise dinamik durum için en fazla strok bölgesi kalan yaklaşım olmuştur. Sonuçta strok geometrik bir ölçüdür ve her üç yaklaşım için de $\chi_1 + \chi_{stl}$ toplamı eşittir. Ancak modeller arasındaki farklı statik çökmelerden dolayı toplamdaki bu iki bileşenin oranları değişmektedir. Şekil 3.8'de χ_{stl} 'ler de hesaba katılmış (yani $\chi_1 + \chi_{stl}$) ve strok boyu her üç yaklaşımda da aynı noktada bitmiştir.

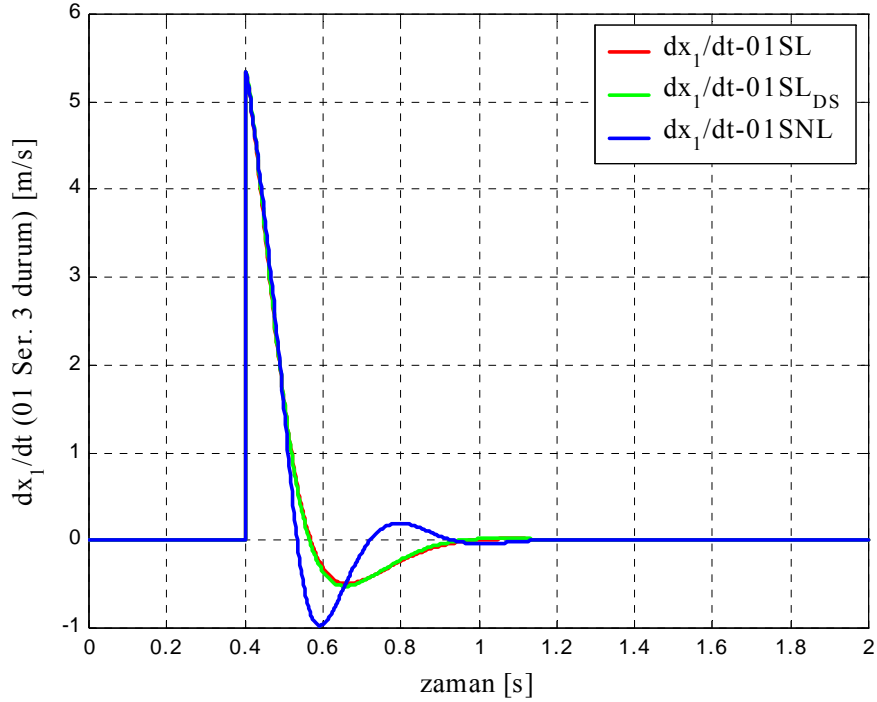


Şekil 3.8 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için süspansiyon stroklarının karşılaştırılması

Şekil 3.8'deki değerler araç havadan yere bırakıldığında ve ardından bir basamağa çıktığında Şekil 3.1'deki pistonun geometrik yerini göstermektedir. Araç havadayken tüm yaklaşımlara

göre piston 0 noktasında (yani maksimum açılma noktası) olacaktır. Araç yere bırakıldığında süspansiyon üç yaklaşıma göre de değişik olan denge pozisyonlarına gelecek ve bir miktar kapanacak (yaklaşık 0,034 – 0,036 m arası – statik çökmeler birbirine çok yakın olduğundan diyagramda her üç değer de aynıymış gibi görülmektedir), yolda giderken basamağa vurduğunda ise tam kapanma gösterip son nokta olan yaklaşık 0,12 m'ye gelecektir. Şekil 3.2'den de izlenirse yay elemanı için verilen son sıkışma değerinin 0,12 m olduğu görülebilir.

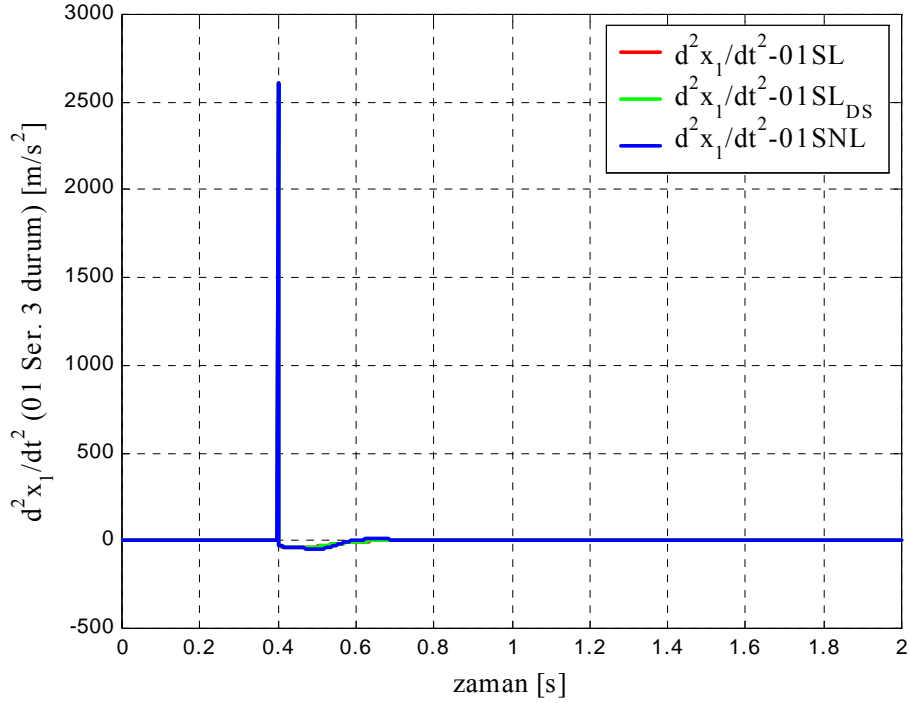
Şekil 3.6'da verilen diyagram, süspansiyonda üretilen yay ve sönüm kuvvetlerinin toplam değeridir. Bu diyagramlar incelendiğinde denge anında en yüksek statik çökmeyi dolayısıyla statik sıkışmayı veren nonlinear model en yüksek kuvvet değerini üretmektedir. Her ne kadar şekil üzerinde kuvvet değerleri eksenin alt kısmında çıkmış olsalar da (yani negatif değerde) bu durum aslında kuvvetin yönünü göstermektedir. Önemli olan kuvvetin nominal değeridir. Denge anında titreşim hızı olmadığından sönüm kuvveti sıfırdır. Dolayısıyla denge anı için diyagramda izlenen değerler sadece yay elemanından gelmektedir. Bu kuvvet gövdeyi dengelemektedir. Aynı şekilde lineer-DS modelinde de sabit bir kuvvet değeri vardır. Ancak lineer modelde denge anı için hiç kuvvet yoktur. Bunun nedeni yay elemanında statik sıkışmanın olmadığı varsayılmıştır. Denge anı için lineer-DS ile nonlinear yaklaşımlarda üretilen kuvvetler arasındaki farklılığın nedeni, Bölüm 3.2.3'te detaylı olarak açıklanmıştır.



Şekil 3.9 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövdenin titreşim hızlarının karşılaştırılması

Şekil 3.6’da göze çarpan başka bir konu ise süspansiyon kuvvetinin basamağa çıkışın gerçekleştiği 0,4. saniyede ani bir şekilde yükselmesidir. Bunun nedeni Şekil 3.6’da yay elemanı kuvvetinin yanısıra sönüm kuvvetinin de mevcut olmasıdır. Sönüm kuvvetinin titreşim hızıyla orantılı olduğu hatırlanıp (Şekil 3.9’da titreşimin hızı görülmektedir) modele bir kez daha bakılırsa 0,4. saniyede süspansiyonun bir anda (yani simülasyon adım aralığı olan 0,002 saniye içinde) tüm stroğu süpürdüğü dolayısıyla buradaki titreşim hızının çok büyük olduğu söylenebilir.

Şekil 3.10’da ise titreşim ivmelerinin karşılaştırmalı diyagramı mevcuttur. Basamağa vuruş anı olan 0,4. saniyede doğal olarak üç yaklaşımın da ivme değerleri maksimuma vurmıştır.



Şekil 3.10 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumu için gövdenin titreşim ivmelerinin karşılaştırılması

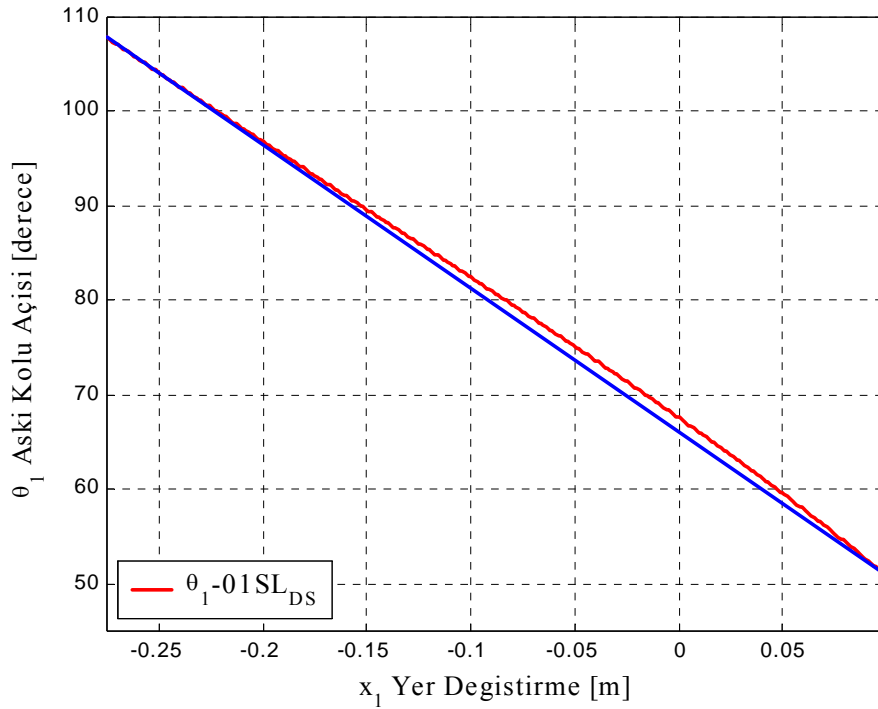
3.2.1 Yay Kuvvetinin Nonlinear Tarzda İletilmesinin Kanıtlanması

Yay kuvvetinin gövdeye aradaki kollar vasıtasıyla nonlinear tarzda etkilendiği şu şekilde kanıtlanabilir: Şekil 3.11’den 3.15’e kadar olan diyagramlar ele alınan tek serbestlik dereceli modelin lineer-DS yaklaşımı için gövdenin maksimum çökmeden maksimum zıplamaya doğru giderken izlediği yolu göstermektedir. Diyagramlar gövdenin konumuna göre dir.

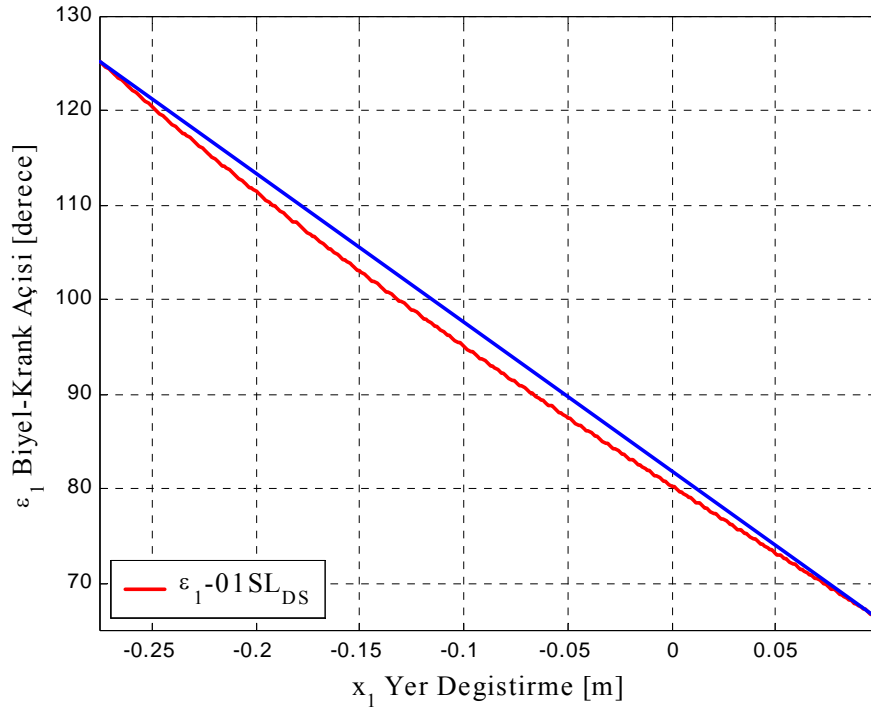
Gövde önce denge konumuna göre inebileceği minimum seviye olan $-0,275$ m’ye çöktürülmüştür. Bu anda askı kolu maksimum açılmasını sergileyip (Şekil 3.11) yayı

maksimum derecede sıkıştırmış (Şekil 3.14) ve dolayısıyla en yüksek yay kuvveti değerine erişilmiştir (Şekil 3.15). Ardından gövde yükseltilecek açı ve kuvvet değerlerindeki azalmalar gösterilmiştir. Gövde denge konumundan yani 0 m'den geçerken $\theta_1 = \theta_{d1}$ değerine gelmiş (Şekil 3.11), χ_1 ile gösterilen dinamik yay hareketi 0 m olmuş (Şekil 3.14), bununla beraber sistemdeki statik çökmeden oluşan yay elemanındaki statik yer değişimi χ_{st1} ve yaydaki ön yüklemenden doğan toplam kuvvet yaklaşık $1,6 \cdot 10^5$ N mertebesinde kalmıştır (Şekil 3.15). Bu kuvvetin dikey bileşeni denge anında gövde ağırlığını dengeleyecek olan kuvvettir. Diyagramların son noktasında gövde denge konumuna göre çıkabileceği maksimum yükseklik olan 0,1 m'ye çıkartılmış ve açı değeri ile yay elemanında üretilen kuvvetin minimuma inmesi gösterilmiştir. Gövde tepe noktadayken statik çökmeden dolayı yay elemanında oluşan χ_{st1} sıfırlanmış dolayısıyla yayda sadece ön yükleme değeri kalmıştır.

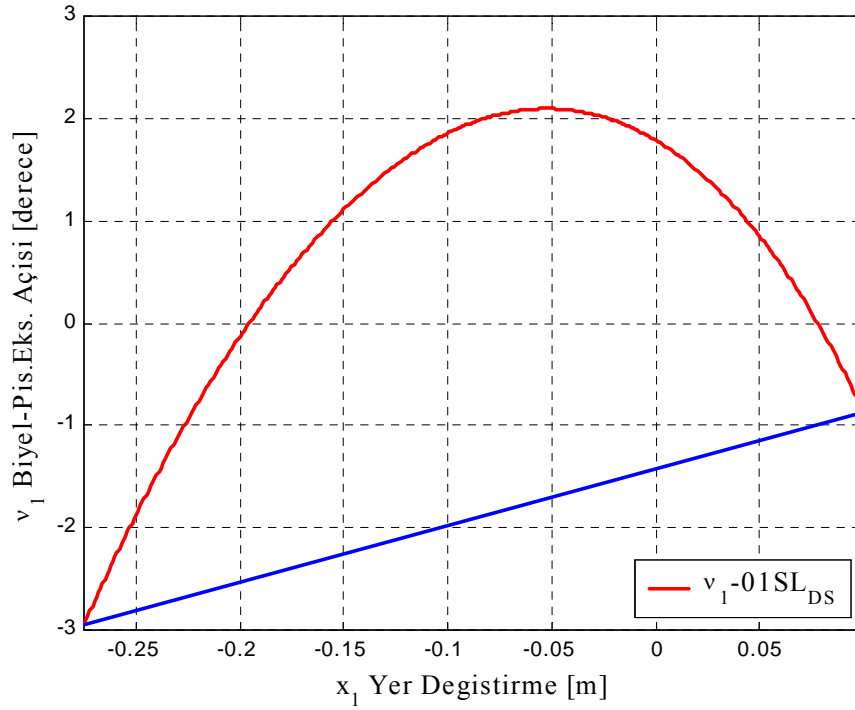
Şekil 3.11'den 3.15'e kadar olan diyagramlarda gerçek eğriler kırmızı ile gösterilmiştir. Eğer bu değişimler lineer karakterde olsalardı bu çizgilerin düz bir doğru olması beklenirdi. İşte aradaki bu farkı gösterebilmek için düz doğru olan mavi çizgiler sonradan eklenmiştir. Özellikle Şekil 3.15'e bakılırsa gövdenin birim yer değiştirmesine göre yay elemanının ürettiği kuvvetin birim değişmediği yani lineer olmadığı dolayısıyla titreşimin her anı için farklı bir k katsayısı varmış gibi çalıştığı söylenebilir.



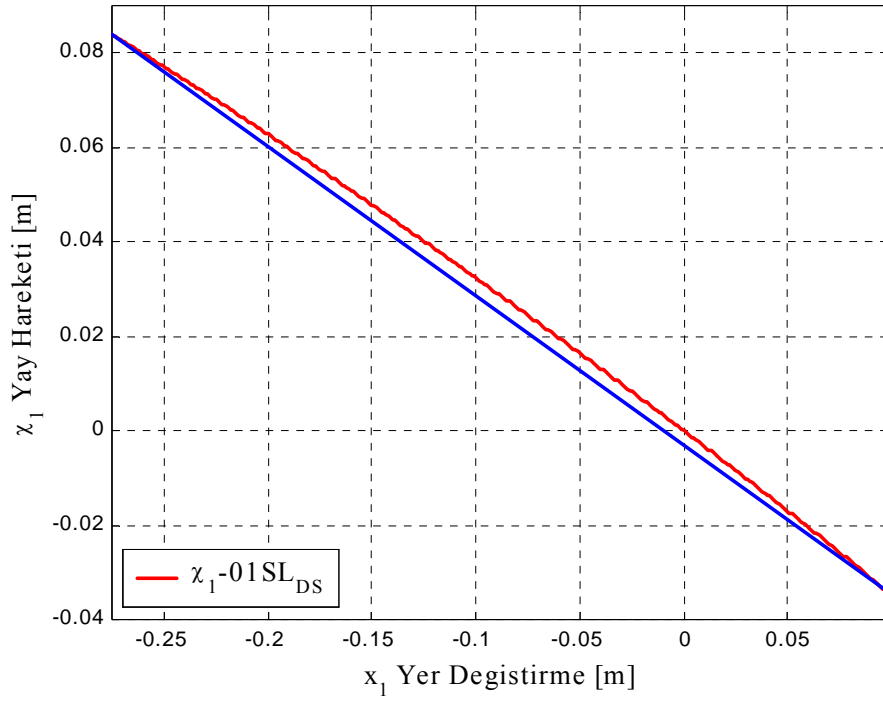
Şekil 3.11 Gövdenin yer değişimine göre askı kolunun açısını değiştirmesi



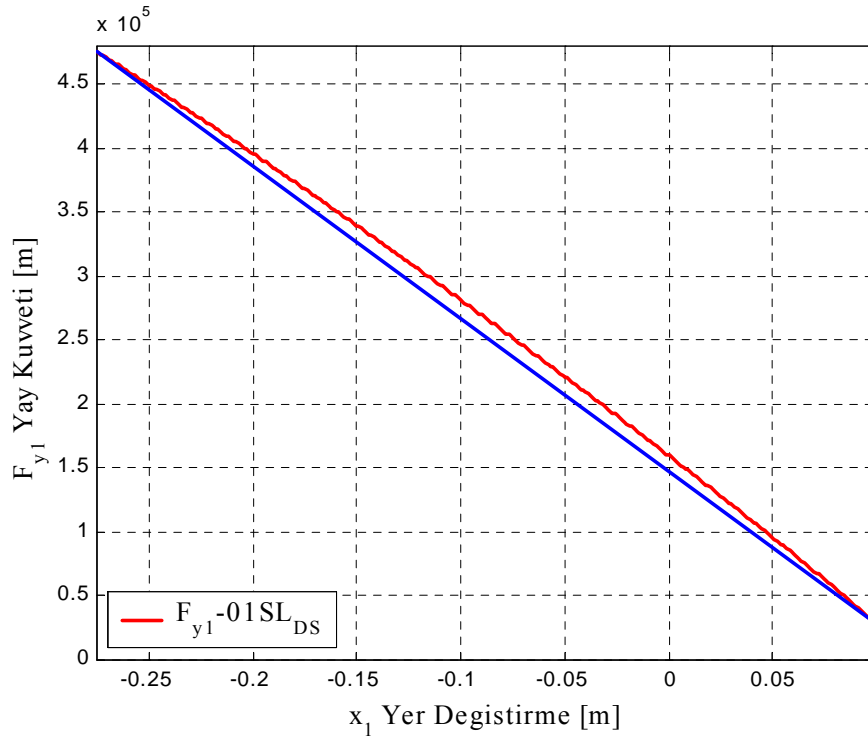
Şekil 3.12 Gövdenin yer değişimine göre Biyel-Krank arasındaki açının değişmesi



Şekil 3.13 Gövdenin yer değişimine göre Biyel-Piston Ekseni arasındaki açının değişmesi



Şekil 3.14 Gövdenin yer değişikliğine göre yay elemanının hareket etmesi



Şekil 3.15 Gövdenin yer değişikliğine göre yay elemanının ürettiği kuvvetin değişmesi

Buradan da iki sonuç çıkmaktadır. Birincisi titreşimin her anında yay üzerinde oluşan $k \cdot \chi_{st1}$ değerinin değişken yapıda olduğu, ikincisi ise kollar arasındaki açılar da (Şekil 3.11, 3.12

ve 3.13) nonlinear karakterde değişmesiyle beraber üretilen yay ve sönüm kuvvetinin sisteme nonlinear tarzda iletilmesidir.

Bu nedenlerden dolayı diferansiyel denklemde statik yer değişimi ile gövde ağırlığı birbirlerini nasıl olsa dengeler şeklinde düşünüp hesaba almamak az da olsa bir hata getirmektedir. Buradaki hata nonlinearitenin derecesiyle alakalıdır. Eğer bu şekilde düşünülüp bu iki terimin etkileri göz önüne alınmazsa ortaya çıkacak hata payı Şekil 3.3'ten 3.10'a kadar olan diyagramlardaki kırmızı ve yeşil eğriler arasındaki fark kadar olacaktır.

3.2.2 Süspansiyon Stroğunun İkincil Sınırlandırılması

Sert bir yol (örneğin dik ve yüksek bir basamağa çıkmak gibi) üzerinde giderken modelin güvenilirliği açısından süspansiyon stroğunun hesaba alınması gerekir. Zaten Şekil 3.1'den de görülebileceği gibi askı kolunun dikeyle yaptığı açı olan θ_1 değeri serbest bırakılamaz.

Örneğin çökme anı düşünülürse θ_1 açısı θ_{d1} 'den başlayıp gitgide yükselmeye başlayacaktır. Ancak 180° 'ye geldiğinde taşıyıcı tekerlek bölge değiştireceğinden daha yüksek derecelerde sistemi yeniden kaldırmaya başlayacaktır. Tam sınır değeri olan $\theta_1 = 180^\circ$ 'de ise tekerlek dik bir şekilde yukarıya yönlenmiş olacaktır. Bu anda taşıt tabanı yere dokunabilir. Dolayısıyla gerçek taşıt üzerinde askı kolunun çıkabileceği ve inebileceği fiziksel noktaların matematik modele eklenmesi gerekmektedir.

Matematik modelde askı kolu açısının $\theta_{\min} \leq \theta_1 \leq \theta_{\max}$ şeklinde sınırlandırılması birincil sınırlandırmayı oluşturmaktadır. Şekil 3.4'teki açı değişim diyagramlarında 0,004 saniyelik bir θ_{\max} durumu söz konusu olmuştur. Bu durum Şekil 3.18'de daha net görülebilmektedir. Bunun anlamı bu süre zarfında süspansiyonun kilitleyip taşıtın yol üzerinde rijit bir sistem gibi gideceğidir. Şekil 3.5'teki süspansiyon hareketi de aynı süre zarfında sabit bir değeri vermiş yani kilitlemiştir (Şekil 3.7'den daha iyi izlenebilir). Yani bu durumu doğrulamıştır.

θ_1 açısına verilen bu sınırlama sayesinde ε_1 , v_1 , χ_1 ve F_{HSU} gibi elemanlar da sınırlandırılmış olmaktadır. Çünkü tüm bu ifadeler askı kolu açısına bağlı fonksiyonlardır. Denklem 3.8, 3.10 ve 3.12'den bu açıkça görülebilir. Buradaki eksiklik Şekil 3.3'teki gövde konumu diyagramındadır. Bu noktada ikincil sınırlandırmanın devreye girmesi gerekir.

İkincil sınırlama direkt olarak gövdenin yer değiştirmesi olan x_1 'in kendisine yapılmıştır. Bu sınırlama modeli, Denklem 3.8'den x_1 'i çekip karşısına ilgili yere sınırlandırılmış θ_1 değerinin yazılması ile bulunmuştur. Böylelikle programın daha önceden gelişigüzel

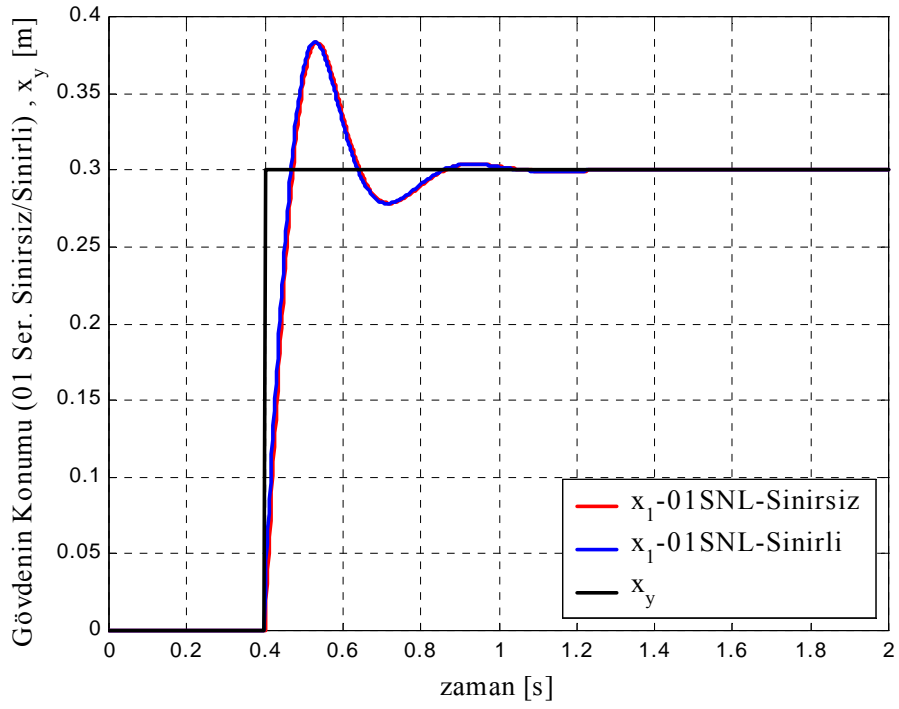
hesaplamış olduğu değerler artık gerekli bölgelerde (0,4. saniyenin çevresi) sınırlandırılmış değerler ile değiştirilmiş olacaktır.

Şekil 3.16'dan 3.22'ye kadar olan diyagramlarda tek sınırlandırma ile her iki sınırlandırmanın aynı anda yapılması durumları karşılaştırılmıştır. Sadece birincil sınırlandırmanın yapıldığı durum için “Sınırsız” (kırmızı), birincil ve ikincil sınırlandırmanın aynı anda yapıldığı durum için “Sınırlı” ifadeleri (mavi) kullanılmıştır. Şekil 3.17, 3.18 ve 3.19'a dikkat edilirse daha önceden sistemin 0,004 saniye için rijit olarak devam ettiği bölge yok olmuştur. Yani bu yeni sınırlandırma yaklaşımı kilitlenmenin sadece bir an için yaşandığını (başka bir deyişle süspansiyonun üst ölü noktaya vurup geri sektiğini) belirtmektedir.

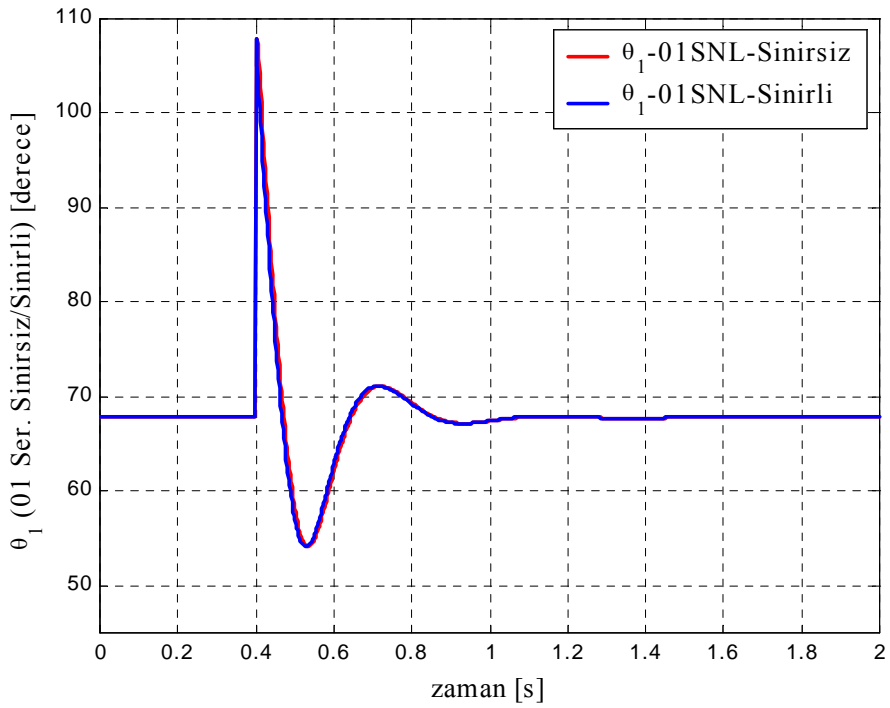
Şekil 3.16'dan 3.22'ye kadar olan ikincil sınırlandırma tüm diyagramlar birbirleriyle uyum içerisindedir. Ancak yine de ikincil sınırlandırma kayda değer bir değişiklik getirmemiştir. Önemli bir değişikliği getirmeyişinin nedeni, verilen 0,3 metrelik basamak yüksekliğinin yeterince yüksek olmamasıdır. Daha yüksek basamakla yapılan sayısal değerlendirmelerde hissedilir derecede etkiler getirdiği görülmüştür. Ama bu durumda da acaba tekerleğin yoldan kopup havalanması ve tekrar yere inmesi mi beklenir, yoksa ne olursa olsun hep yolu mu takip etmesi beklenir sorusu ortaya çıkmaktadır. Yüksek basamak değerlerinde yoldan gelen etki daha fazla olduğundan ana gövde yoldan kopup yükselme eğilimine girmektedir. İkincil sınırlandırma ise “tekerleğin her zaman yolu takip etmesi” ilkesini yüksek basamak girişlerinde bile etkin hale getirmektedir.

Bu noktada sonuç olarak şöyle bir yorum getirilebilir: ikincil sınırlandırmanın bulunmadığı durumda 0,3 m'lik basamak yüksekliği için sadece 0,004 saniyelik bir hata söz konusu olmaktadır. Taşıtın aşabileceği en yüksek basamak yüksekliğinin geometrik özellikler de göz önünde bulundurulduğunda yaklaşık 0,3 m olduğu daha önceden de belirtilmişti. Demekki taşıtın karşılaşılabileceği en kötü yol şartında (0,3 m yüksekliğinde yaklaşık 90°'lik diklikte olan bir basamak) hata sadece 0,004 saniye ile sınırlı olacaktır. İkincil sınırlandırma yapıldığında bu hata giderilmektedir. Ancak yine de, daha yüksek serbestlik dereceli modellerde zaten ikincil sınırlandırmaya gerek kalmamaktadır.

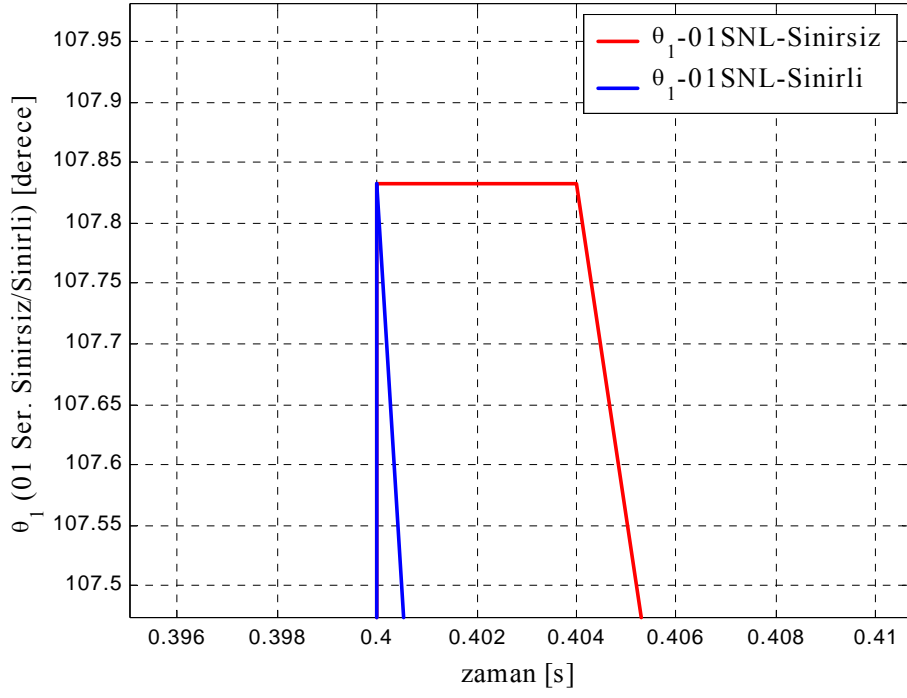
Burada gerek olmasının nedeni, taşıtın ağırlık merkezinin 1. süspansiyonun (zaten başka yok) tam üzerine denk gelmesi ve gövdenin, süspansiyonun kilitlendiği anda yoldan gelen etkilere direkt tepki vermesidir. Daha yüksek serbestlik dereceli modellerde ise bu sınırlandırmaya gerek kalmamasının nedeni, gerçekte ağırlık merkezinin yani gövde konumunun tüm süspansiyonlardan etkilenmesidir. Yani burada olduğu gibi gövdenin rijit hareket etmesi söz konusu olamaz.



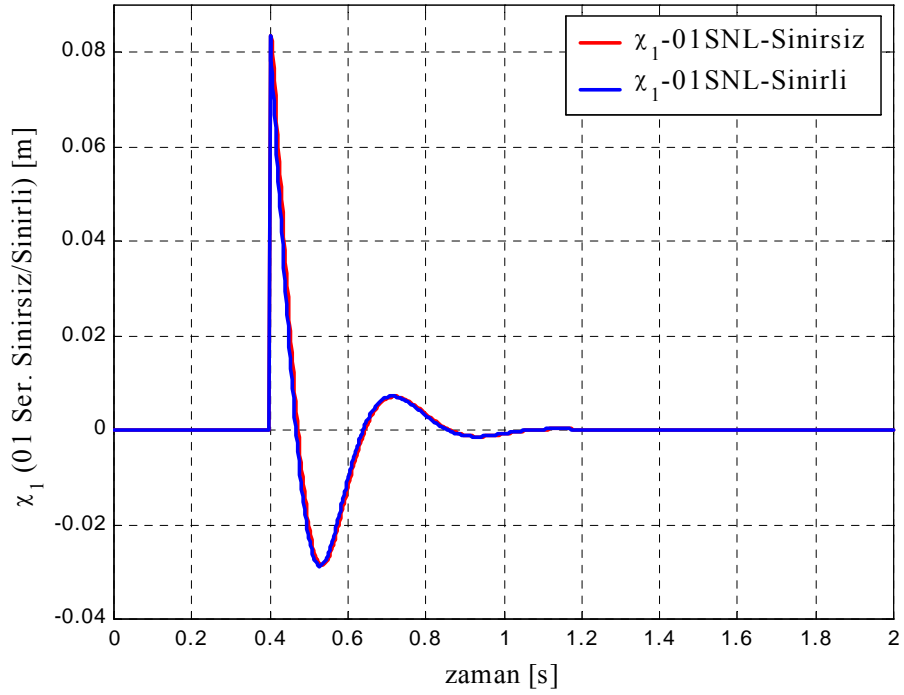
Şekil 3.16 Bir serbestlik dereceli modelin nonlinear yaklaşımı için gövde yer değişiminin zamana göre değişimi



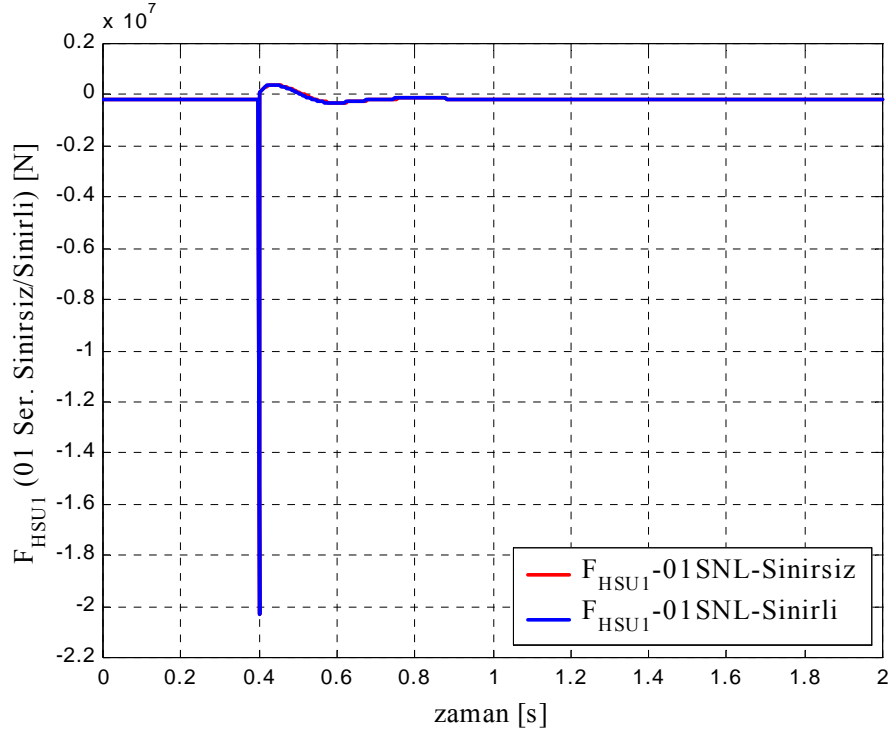
Şekil 3.17 Bir serbestlik dereceli modelin nonlinear yaklaşımı için askı kolu açısının zamana göre değişimi



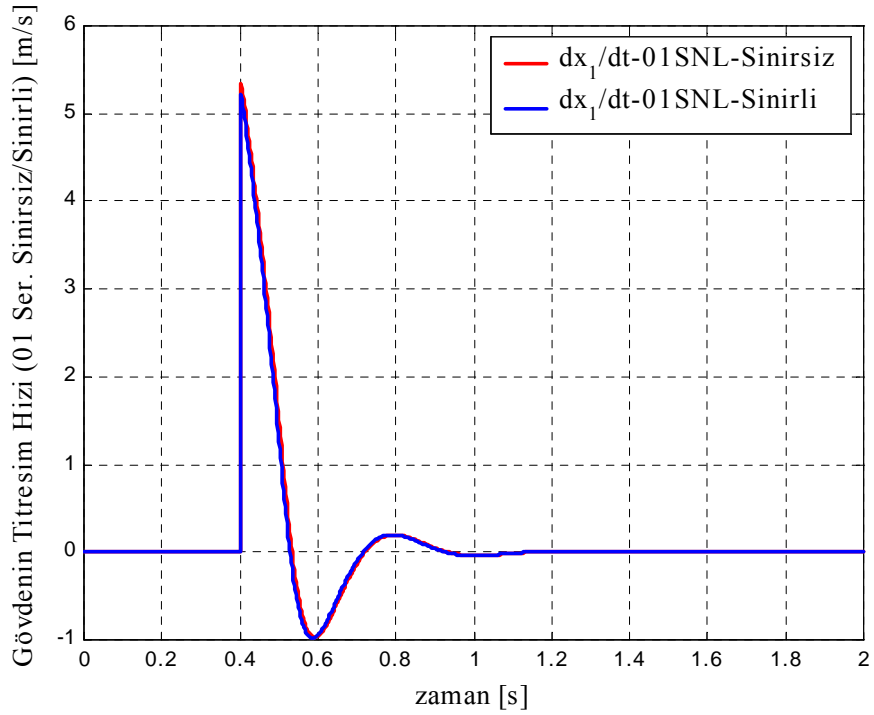
Şekil 3.18 Şekil 3.17'in büyütülmüş hali



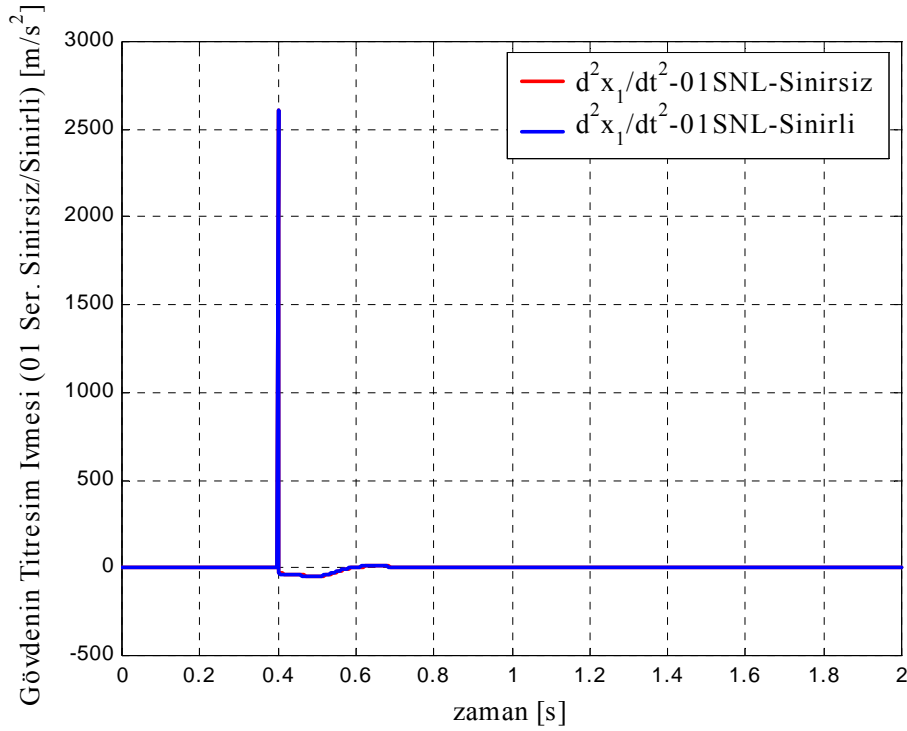
Şekil 3.19 Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için yay elemanının hareketinin zamana göre değişimi



Şekil 3.20 Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için süspansiyon kuvvetinin zamana göre değişimi



Şekil 3.21 Bir serbestlik dereceli modelin nonlineer yaklaşımı için gövde titreşim hızının zamana göre değişimi



Şekil 3.22 Bir serbestlik dereceli modelin nonlinear yaklaşımı için gövde titreşim ivmesinin zamana göre değişimi

Eğer hesap kolaylığı açısından burada sunulan tek serbestlik dereceli 1/12'lik model kullanılacaksa, tek serbestliğin getireceği hesap kabalığını birazcık daha gerçeğe yaklaştırmak için ikincil sınırlandırmanın kullanılması tavsiye edilebilir.

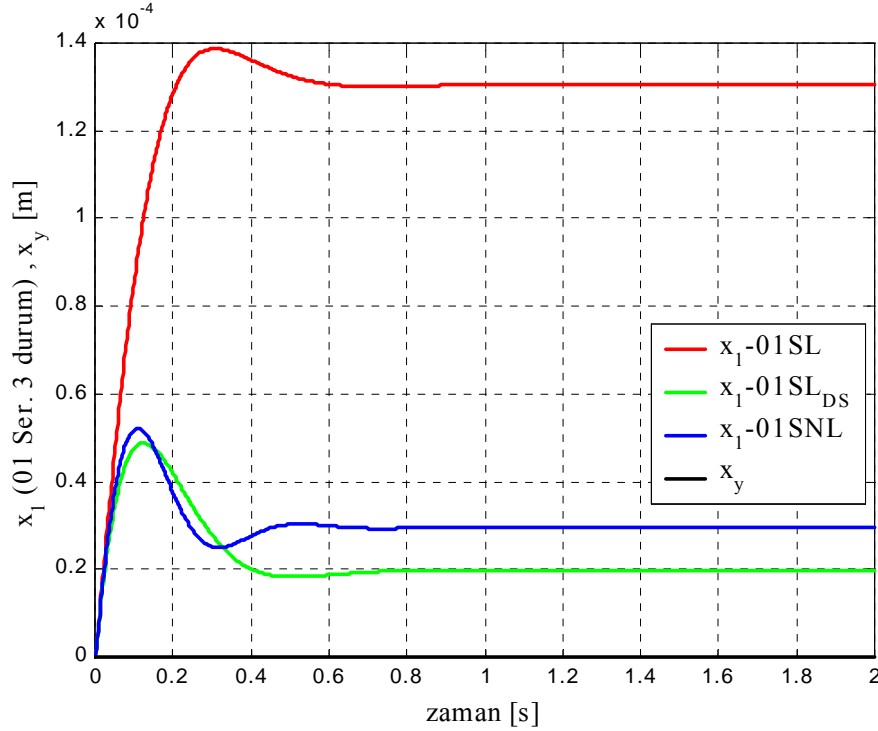
3.2.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi

Çizelge 3.1'deki δ_{st1} değerlerinin ne kadar hassaslıkta olduklarını incelemek için matematik model düz bir yol fonksiyonu (pürüzsüz yol – $x_y = 0$) üzerinden geçirilerek bir simülasyon yapılmıştır. Bu simülasyon, Şekil 3.23'te görülmektedir.

Bu şekilde lineer yaklaşımın diğerlerine göre daha kaba bir sonuç verdiği (10^{-4} mertebesinde) görülmektedir. Lineer-DS ile nonlinear yaklaşımların hata payları 10^{-5} mertebesinde. Yakalanan bu iyi sonucun yanında, statik çökmenin, taşıttan alınan sayısal değere göre lineer-DS yaklaşımı için % 0,2 az, nonlinear yaklaşım için ise % 1,3 fazla olduğu saptanmıştır.

Şekil 3.23'teki lineer yaklaşımın 10^{-4} mertebesindeki hata oranı denge noktasını değiştirmekle düşürülemez. Denge noktasının değişmesi (statik çökme değeri olarak sayısal değer esas alınmıştı) yay elemanında herhangi bir kuvvet değişimine yol açmayacaktır. Çünkü denge noktası ne olursa olsun zaten yaydaki statik sıkışma sıfır olarak

kabul edilmektedir. Bu mertebenin düşürülmesi ancak adım aralığının (dt) daha küçük seçilmesi ile mümkün olmuştur. Daha küçük adım aralıkları denemelerinde hata oranı 10^{-6} mertebesine kadar düşürülebilmektedir. Ancak daha küçük adım aralığı programın çalışma süresini olumsuz yönde etkilediğinden tercih edilmemiştir.

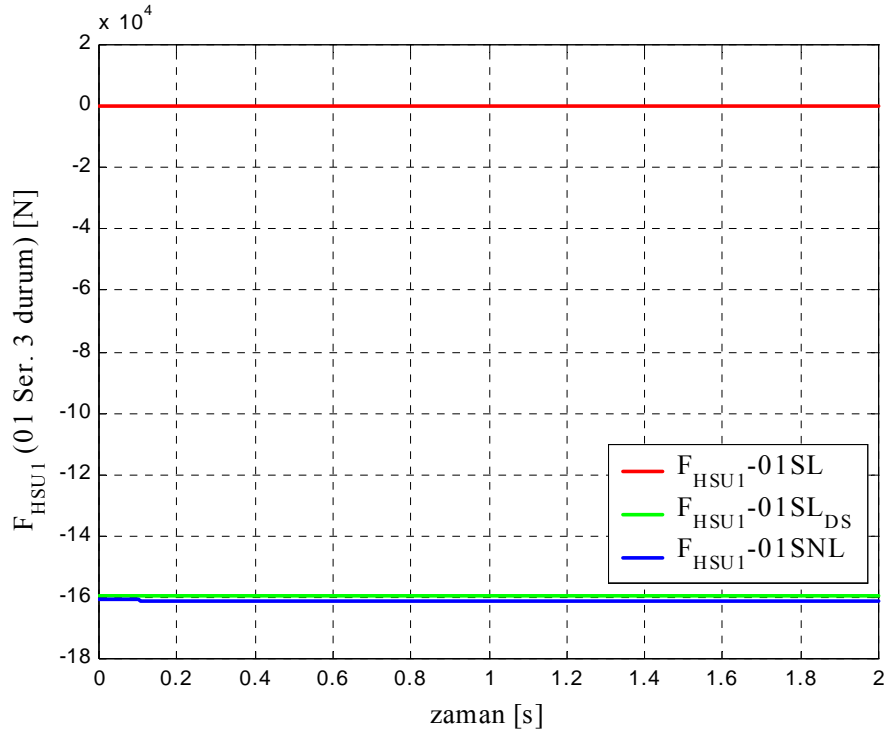


Şekil 3.23 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunun hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları

Buradaki hata yüzdeleri ileriki bölümlerde de görüleceği üzere serbestlik derecesi arttıkça yükselecektir. Aslında tam tersi, yani serbestlik derecesi arttıkça hassasiyetin artacağı ve daha yakın değerlerin elde edilmesi beklenmelidir. Bu ters durumun nedeni taşıtta çeşitli sertlikte yay elemanlarının kullanılmasıdır. Bir ve iki serbestlik dereceli modellerde kütle 1/12 şeklinde alınmasına rağmen eşdeğer yay elemanı olarak sadece birinci tekerleğin süspansiyonu alınmıştır. Birinci tekerleğin süspansiyonu taşıtta kullanılan en sert süspansiyondur. Dolayısıyla tek başına kullanıldığında oluşan statik çökme değeri düşük çıkmaktadır (sadece % 1,3'lük hata vermektedir). Sistemin bir bütün olarak düşünüldüğü tam taşıt modelinde devreye daha yumuşak yay elemanları da girdiğinden sistemin gösterdiği statik çökme miktarı artmıştır. Ayrıca buradaki yüzdeler yay ve kütle değerlerine karşı da hassastır. Örneğin 1,3 ile 0,2 arasındaki % 1,5'lük fark (0,0015 m'lik bir çökmeye karşılık geliyor) sadece yay elemanının lineer veya nonlineer alınması farkından ileri gelmektedir. Şekil 3.2'de statik sıkışma bölgesinde lineer2 yayı $\chi_{st1} = 0,0348$ m sıkışarak statik kuvvet

olarak yaklaşık $F_{\text{yay}}L_2 = 1,60 \cdot 10^5$ N üreterek denge anını yakalamıştır. Nonlinear yay ise $\chi_{\text{st1}} = 0,0353$ m ile daha yüksek bir statik sıkışma değeri ile daha yüksek bir statik kuvvet ($F_{\text{yay}}N = 1,61 \cdot 10^5$ N) üretmiştir. Kuvvetlerdeki bu farklılıklar Şekil 3.24'teki statik hal (düz yol durumu) kuvvet değerlerinden de (yeşil ve mavi çizgiler arasındaki farklar) görülebilmektedir.

Statik durum (denge konumu) söz konusu iken, gövde kütlesi değişmemesine rağmen üretilen statik kuvvetteki bu farkların nedeni, her iki modelin de kendilerine uygun bir statik çökme – kuvvet değeri kombinasyonu aramasından ileri gelmektedir. Yani statik çökmenin değeri üretilen kuvvetin uygulanma açısını değiştirmekte ve dolayısıyla örneğin nonlinear modelde aynı kütleyi taşımak için gerekli olan kuvvet bileşenini oluşturmak için daha yüksek bir kuvvet noktasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu da ancak $\chi_{\text{st1}} = 0,0353$ m'deki kombinasyonla mümkün olmuştur. Bu anda üretilen kuvvet daha fazla olmasına rağmen iletici kollardaki açılar değişmiş ve bu değişim sayesinde kuvvetin gövdeyi taşıyan bileşeni ancak dengeyi oluşturacak değere gelmiştir.



Şekil 3.24 Bir serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunun hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları

Sonuç olarak bu üç yaklaşımdan en doğru sonuçları veren nonlinear yaklaşım olmuştur. Bundan sonraki bölümlerde hep nonlinear yaklaşım kullanılacaktır. Bir Serbestlik Dereceli

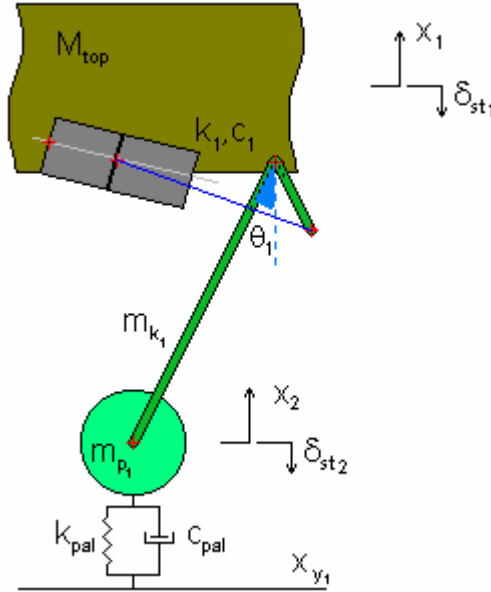
Nonlinear Yaklaşım'ın hataları şöyle özetlenebilir:

- Palettteki statik çökme (veya ezilme) hesaplanmadığından gövdenin yere göre olan statik çökmesi 0,1013 m çıkmıştır. Ancak bu değer aslında gerçek değer değildir (iki serbestlik dereceli modelde bu değer nasıl değiştiği gösterilecektir). Ayrıca burada, sistemdeki en sert yay elemanı kullanıldığından bulunan sonucun sayısal değere göre % 1,3'lük fazlalığın (hatanın) aslında daha da fazla olması beklenmelidir. Bu durum sekiz ve on beş serbestlik dereceli modellerde görülecektir.
- Süspansiyonu kilitleyecek bir yol fonksiyonu seçildiğinde (örneğin dik ve yüksek bir basamak) model tek serbestlik dereceli olduğundan gövdenin rijit bir şekilde yol ile aynı diyagramı vermesini gerektirmektedir. Ancak gerçekte ağırlık merkezi tüm süspansiyonlardan etkilendiğinden böyle rijit bir durum olmamaktadır. Bu sorun süspansiyon stroğundaki ikincil sınırlamanın yapılmaması ile ortadan kaldırılmıştır.
- Model tek serbestlik dereceli olduğundan kafa vurma hareketi verememektedir.
- Model tek serbestlik dereceli olduğundan yana yatma hareketini verememektedir.

4. İKİ SERBESTLİK DERECELİ MODEL

Bu bölümde taşıtın modeli biraz daha hassaslaştırılmış ve model iki serbestlik dereceli olarak düşünülmüştür. Bir önceki bölümde tanıtılan modele ek olarak burada paletin dikey yöndeki rijitliği de hesaba girmiş ve taşıyıcı tekerleğin yapacağı hareket yoldan ayrılarak ayrı bir serbestlik olarak modellenmiştir.

Şekil 4.1’de model ve ilave olan ilgili parametreler gösterilmiştir.



Şekil 4.1 İki serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü

4.1 Diferansiyel Denklemler

Matematik model iki serbestlik dereceli olduğundan iki adet diferansiyel denklem bulunacaktır. Diferansiyel denklemleri bulmak için öncelikle enerji denklemlerinin yazılması gerekmektedir.

4.1.1 Enerji Denklemleri

Lagrange denklemi için gereken enerji denklemleri iki serbestlik dereceli model için aşağıdaki gibi olacaktır. Tek serbestlik dereceli modelde olduğu gibi lineer, lineer-DS ve nonlineer durumları ayrı ayrı gösterilmeyecek, en güvenilir yaklaşım olan nonlineer model üzerinden gidilecektir.

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{M_{top}}{12} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{k1} \dot{x}_1^2 - \frac{1}{2} (J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}) \dot{\theta}_1^2 + m_{p1} \dot{x}_2^2 + J_{p1} \dot{\tau}_1^2 \quad (4.1)$$

$$E_p = \int F_{y1} d\chi_1 + \frac{1}{2} k_{pal} \chi_2^2 - \frac{M_{top}}{12} g \cdot (x_1 - \delta_{st1}) - (2m_{p1} + m_{k1}) g \cdot (x_2 - \delta_{st2}) \quad (4.2)$$

$$E_c = \frac{1}{2}c_1 \cdot \dot{\chi}_1^2 + \frac{1}{2}c_{pal} \cdot \dot{\chi}_2^2 \quad (4.3)$$

Enerji denklemlerinde kısaltılmış olarak geçen bazı parametrelerin açık halleri aşağıdadır. Açık halleri verilmemiş parametreler ise herhangi bir değişikliğe uğramadıklarından tekrar yazılmamıştır. Değişikliğe uğramayan bu parametreler Bölüm 3.1.1'deki gibidirler.

$$\delta_{st2} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{pl} + m_{kl})g}{k_{pal}} \quad (4.4)$$

$$\theta_{d1} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st2}}{L_a}\right) \quad (4.5)$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\cos(\theta_{d1}) + \frac{x_1 - x_2}{L_a}\right) \quad (4.6)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \quad (4.7)$$

$$\chi_2 = x_2 - \delta_{st2} - x_{y1} \quad (4.8)$$

$$\dot{\chi}_1 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \quad (4.9)$$

$$\dot{\chi}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{y1} \quad (4.10)$$

Enerji denklemlerinde olduğu gibi, yukarıda verilmiş terimler de iki serbestlik dereceli sistem için geçerli olmaktadır.

4.1.2 Lagrange Denklemleri

Lagrange denklemleri, yukarıda verilen enerji denklemlerinin sırasıyla Denklem 3.2'deki ilgili türevlerinin alınmasıyla bulunmuştur. Buna benzer bir işlem Bölüm 3.1.2'de gösterildiğinden burada tekrarlanmayıp sadece sonuçta elde edilmiş diferansiyel denklemler gösterilecektir:

Birinci Denklem:

$$\left(\frac{M_{top}}{12} + m_{kl} - \frac{J_{kla} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{klb}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} + \frac{2 \cdot J_{pl}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \ddot{x}_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_2 - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) + \\
& + c_1 \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right)^2 \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right)^2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \\
& - F_{y1} \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - \frac{M_{\text{top}}}{12} g = 0 \tag{4.11}
\end{aligned}$$

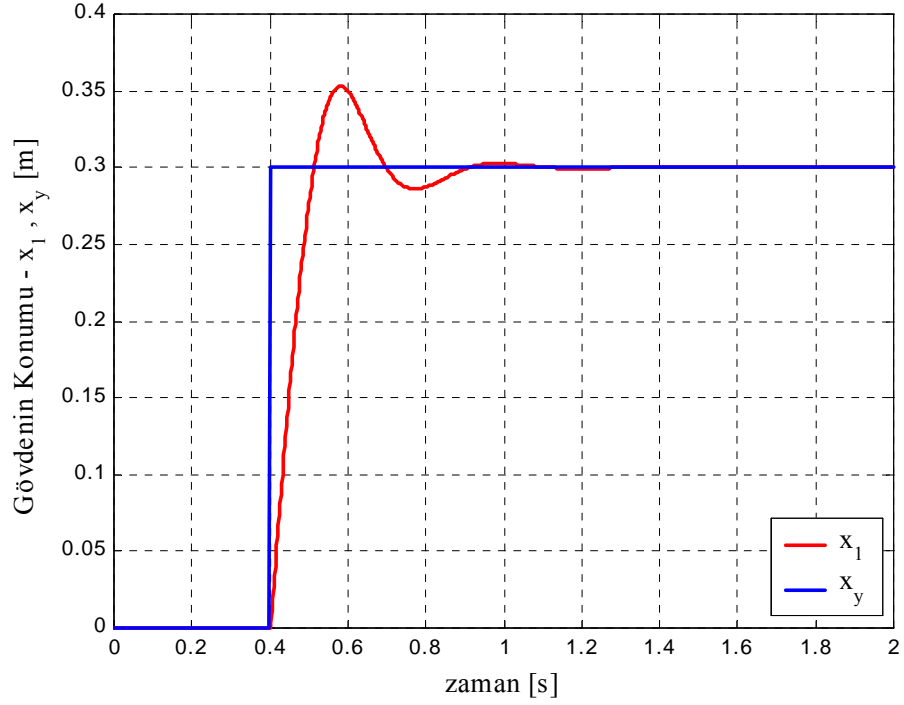
İkinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_1 - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} - 2m_{p1} \right) \ddot{x}_2 + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) - \\
& - c_1 \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right)^2 \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right)^2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \\
& + F_{y1} \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + c_{\text{pal}} (\dot{x}_2 - \dot{x}_{y1}) + k_{\text{pal}} (x_2 - \delta_{st2} - x_{y1}) - (2m_{p1} + m_{k1}) g = 0 \tag{4.12}
\end{aligned}$$

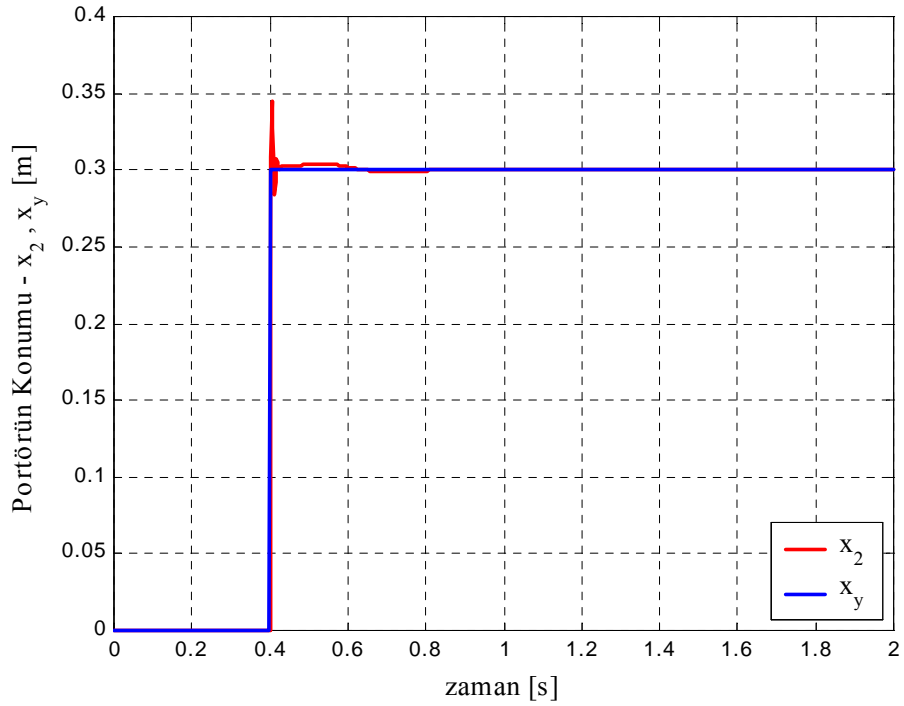
4.2 Simülasyonlar

Bu bölümde Denklem 4.11 ve 4.12’de nonlineer durum için iki adet diferansiyel denklemi bulunan iki serbestlik dereceli 1/12’lik taşıt modelinin diyagramları sunulmuştur. Bu diyagramlarda önceki bölümde olduğu gibi yol fonksiyonu olarak 0,3 m’lik bir basamak kullanılmıştır. İnceleme 2 saniye içindir. Modelde tek tekerlek bulunduğu için titreşim diyagramları taşıtın yol üzerindeki hızından etkilenmemektedir. Basamağa giriş zamanı yine

Bölüm 3.2'dekine benzer tarzda hız ne olursa olsun tekerleğin basamağa çıkma anının hep 0,4 s olacak şekilde ayarlanmıştır.

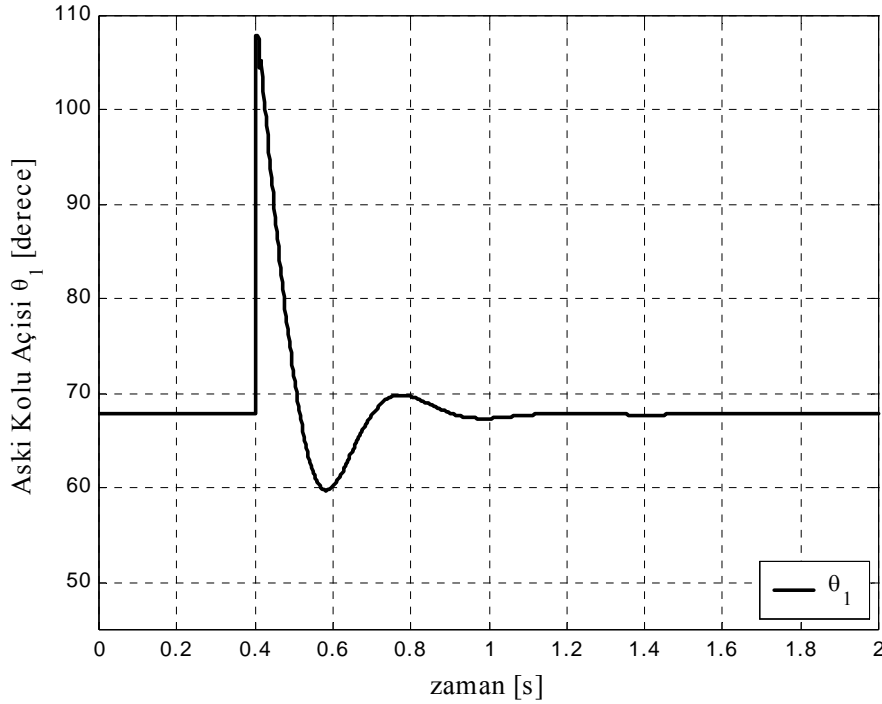


Şekil 4.2 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi



Şekil 4.3 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için taşıyıcı tekerlek konumu

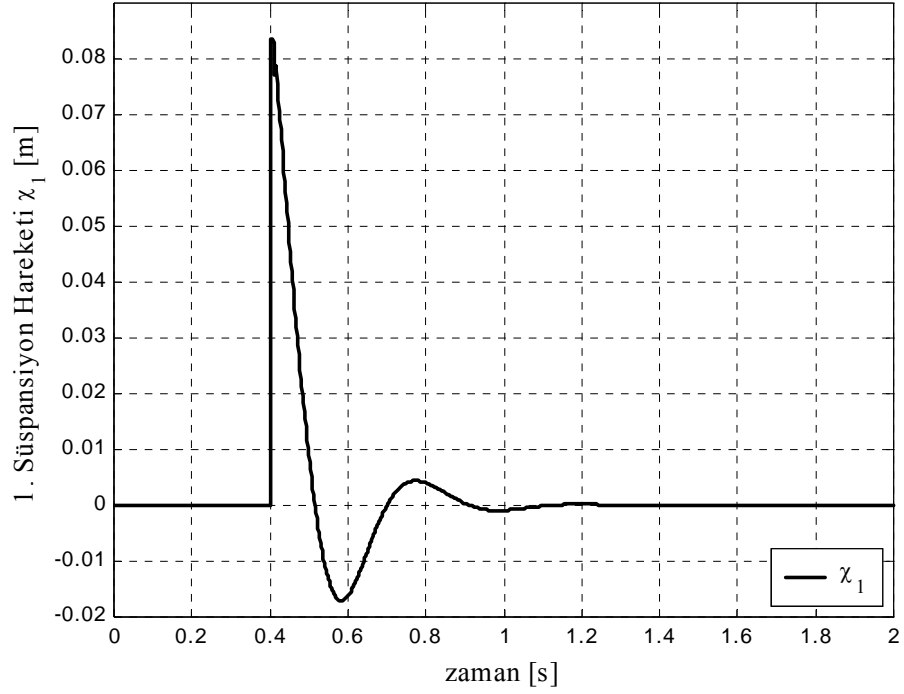
Şekil 4.2'deki ana gövdenin yer değiştirme diyagramına bakılırsa modelin sönüm karakterinin kritik altı olduğu söylenebilir. Bu sonuç tek serbestlik dereceli nonlinear modelde de bulunmuştu. Şekil 4.3'te ise taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi mevcuttur. Bu diyagrama göre taşıyıcı tekerleğin neredeyse yol ile aynı diyagramı verdiği görülmektedir. Bunun nedeni tekerlek altında yay olarak modellenmiş palet baklasının yay karakterinin çok sert olmasıdır. Dolayısıyla tekerlek neredeyse rijit sistem olarak çalışmaktadır. Bu normal bir durumdur.



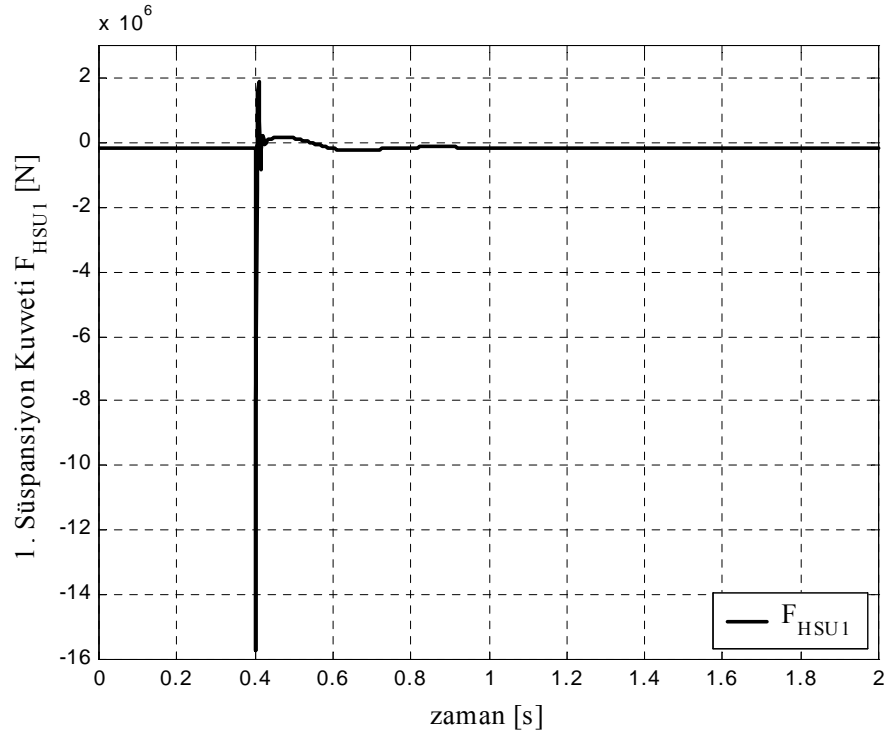
Şekil 4.4 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için askı kolu açısı

İkinci bölümde yapılanlara benzer tarzda askı kolu açısının, yay hareketinin ve süspansiyonda üretilen kuvvetin diyagramları sırasıyla Şekil 4.4, 4.5 ve 4.6'da sunulmuştur. Bu şekiller genel tarzda tek serbestlik derecelidekilere benzemelere karşın Şekil 4.6'daki süspansiyon kuvveti diyagramında hemen göze çarpan bir durum söz konusudur. Bir önceki bölümdeki eşdeğer diyagram olan Şekil 3.6'daki mavi eğri ile Şekil 4.6 karşılaştırıldığında iki serbestlik dereceli sistemde üretilen maksimum kuvvetin yaklaşık % 20 mertebesinde düştüğü görülmektedir (Şekil 3.6'da yaklaşık 2.10^7 N iken Şekil 4.6'da yaklaşık $1,6.10^7$ N olmuştur). Bu anda (0,4. saniye) her iki modelde de süspansiyon sonuna kadar kapanmasına rağmen titreşim hızları eşit olmadığından üretilen sönüm kuvvetleri de eşit değildir. Bu durum Şekil 3.9'daki mavi eğri ile Şekil 4.7'nin karşılaştırılması ile görülebilir. Şekil 4.7'den de görüldüğü üzere titreşim hızı daha yavaş olduğundan sönüm kuvveti daha küçük kalmıştır. Bu da tüm kuvvet değerinin

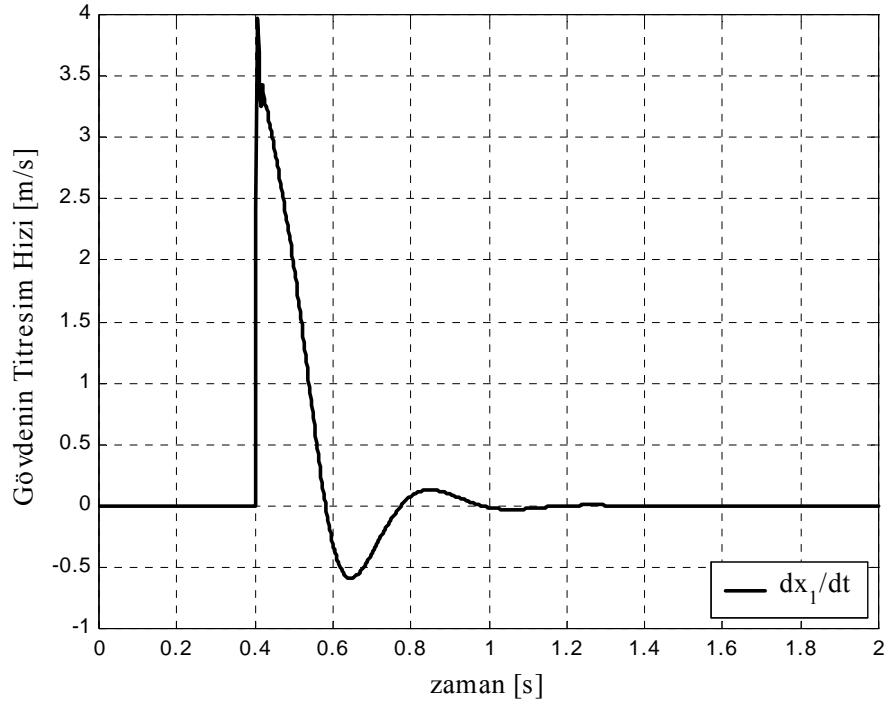
daha küçük çıkmasına neden olmuştur. Demekki bu taşıt tek serbestlik dereceli olarak modellenirse bulunacak süspansiyon kuvveti değerleri hissedilir derecede yanlış çıkacaktır.



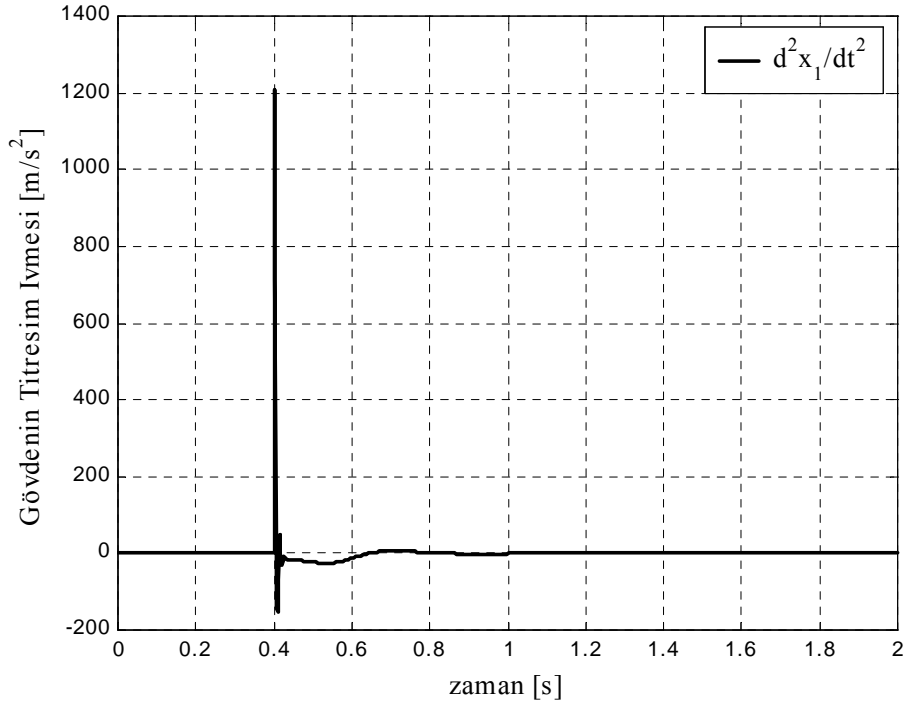
Şekil 4.5 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yay hareketi



Şekil 4.6 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için süspansiyonda üretilen kuvvet



Şekil 4.7 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim hızı



Şekil 4.8 İki serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi

Şekil 4.8’de ise ana gövdenin titreşim ivmesinin diyagramı mevcuttur. Bu diyagram da tek serbestlik dereceli sistemdeki eşdeğer diyagram ile karşılaştırılırsa (yani Şekil 3.10’daki mavi

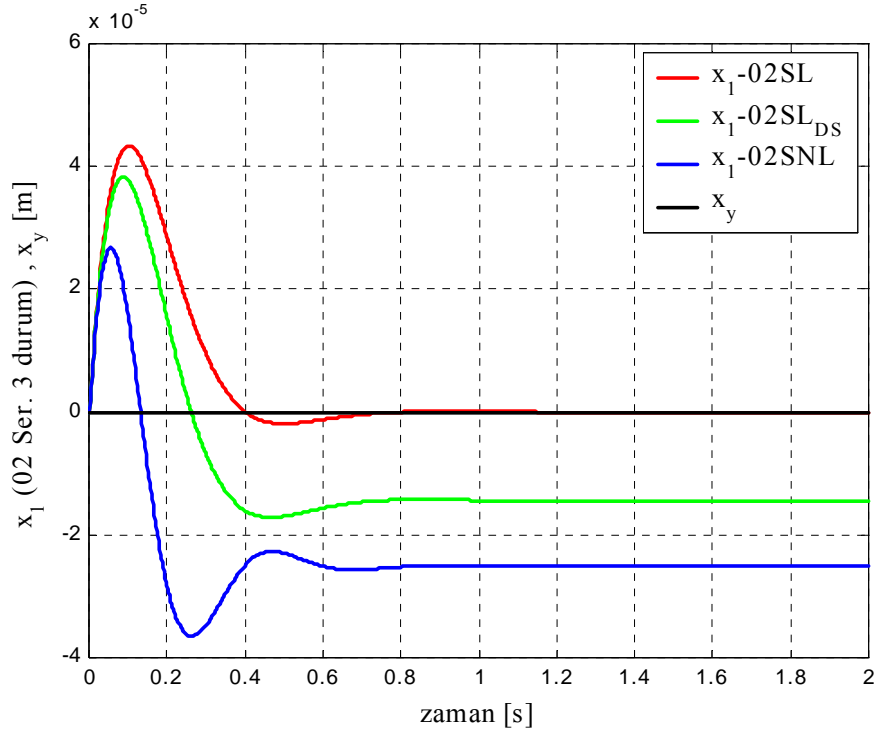
eğri) değerinin yaklaşık yarı yarıya düştüğü görülebilir (yaklaşık 2600 m/s^2 'den yaklaşık 1200 m/s^2 'ye). İvmenin bu kadar düşmesinin nedeni yoldan gelen etkinin öncelikle tekerleğe iletilmesi (yani ana gövdenin altındaki serbestlik), ana gövdeye ise belli bir miktarının geçmesi şeklinde yorumlanabilir.

4.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi

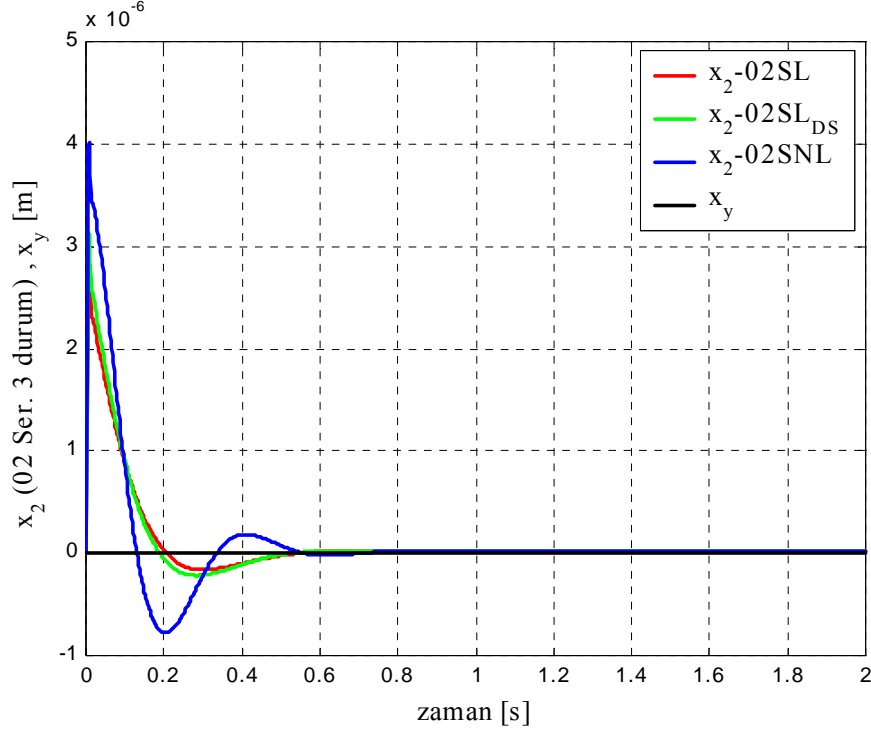
Taşıtın statik çökme değerlerinin belirlenebilmesi için bir önceki bölümdekine benzer tarzda matematik model düz bir yol fonksiyonu (pürüzsüz yol – $x_y = 0$) üzerinden geçirilerek bir simülasyon yapılmıştır. Bu simülasyondan elde edilen sonuçlar, Şekil 4.9 ve 4.10'da görülmektedir.

Şekil 4.9'da ana gövdenin, Şekil 4.10'da ise taşıyıcı tekerleğin her üç yaklaşım (lineer, lineer-DS ve nonlinear) için yer değiştirme diyagramları mevcuttur.

Tek serbestlik dereceli modelde seçilen adım aralığında (0,002) nonlinear ve lineer-DS yaklaşımlarının hata oranları 10^{-5} mertebesinde kalırken, lineer yaklaşım ancak 10^{-4} değerini yakalayabilmişti (Şekil 3.23). Lineer yaklaşımı da 10^{-5} mertebesine çekebilmek için ancak program hassasiyetini değiştirmek gerekiyordu (adım aralığını daha da küçülterek).



Şekil 4.9 İki serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 4.10 İki serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları

Buradaki hassasiyetlere baktığımızda ise nonlinear ve linear-DS yaklaşımların hata oranlarının tek serbestlik dereceli modeldeki gibi aynı şekilde 10^{-5} mertebesinde kaldığı, linear yaklaşımın ise tam sıfırı yakaladığı görülmektedir. Üstelik hassasiyetteki bu gelişim adım aralığını değiştirmeden elde edilmiştir. Şekil 4.10'daki hassasiyetlerde ise zaten tam istenilen değer olan sıfır yakalanmıştır.

Taşıyıcı tekerleğin hareketinin yoldan bağımsız olarak ayrı bir serbestlik şeklinde modellenmesi sayesinde bir önceki bölümde anlatılan tek serbestlik dereceli modelde sistemin gösterdiği statik çökme değerindeki hata da giderilmiştir. Hem ana gövde hem de taşıyıcı tekerleğin statik çökmeleri ayrı ayrı bulunmuş, dolayısıyla karşılaştırma elemanı olan izafi statik çökme değeri $Ds1$ 'in aslında bu iki değer farkından oluştuğu görülmüştür. Zaten gerçekte de böyledir. Ancak tek serbestlik dereceli model, palette oluşan statik çökmeyi (veya ezilmeyi) gösteremediğinden sanki tüm sistemin çökmesi $Ds1$ 'den ibaretmiş gibi görünmekteydi. Oysa ana gövdenin yere göre olan statik çökmesi paletten de etkilendiği için δ_{st1} bir önceki bölümde bulunandan daha büyük çıkmıştır. Bu beklenen bir durumdur.

Her üç yaklaşım durumu için elde edilen statik çökme değerleri toplu olarak Çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması

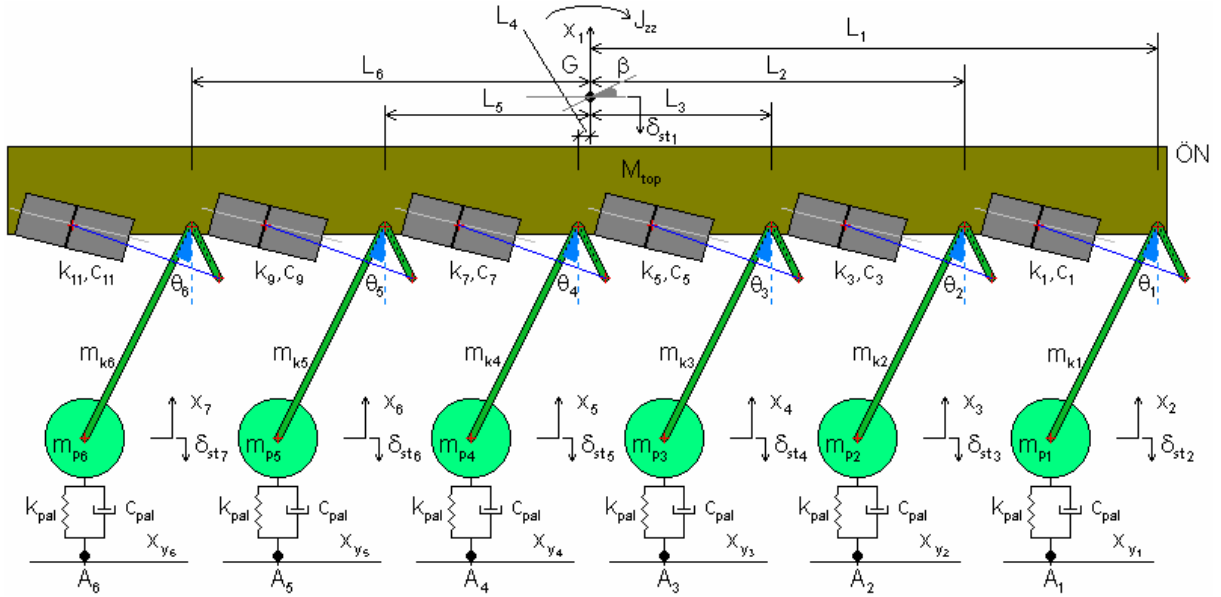
Serbestlik Derecesi	Model	Ds1 [m] (sayısal)	Ds1 [m] (simülasyon)	δ_{st1} [m] (simülasyon)	δ_{st2} [m] (simülasyon)
02 Serbestlik	Lineer	0,1000	--	--	--
	Lineer-DS		0,0997	0,1013	0,0016
	Nonlineer		0,1013	0,1029	0,0016

Çizelge 4.1'deki bulgulara göre deneysel değer ile karşılaştırılacak olan Ds1 değerinin hatası tek serbestlik dereceli modeldekiyle hala aynıdır. Yani bir gelişme olmamıştır. Buradaki gelişme paletteki statik sıkışma olan δ_{st2} 'nin hesaplanıp ana gövdenin statik çökmesine etkide bulunacağını gösterilmesidir. Başka bir deyişle, ana gövdenin yere göre olan statik çökmesi δ_{st1} paletin de ezilmesinden etkilenmektedir. Ancak tek serbestlik dereceli model bunu gösterememişti. Burada elde edilen iyileşme % 1,6 değerindedir.

5. SEKİZ SERBESTLİK DERECELİ MODEL (YARIM TAŞIT MODELİ)

Bu bölümde, taşıtın modeli daha da hassaslaştırılarak sekiz serbestlik derecesine çıkarılmıştır. Bu model aynı zamanda yarım taşıt modeli olarak da adlandırılabilir. Bölüm 4’te tanımlanan modele ek olarak burada, taşıtın sağ tarafındaki tüm taşıyıcı tekerleklerin yapacağı hareket serbestliği ile taşıtın kafa vurma serbestliği açısal olarak modellenmiştir.

Şekil 5.1’de model ve ilave olan ilgili parametreler gösterilmiştir.



Şekil 5.1 Sekiz serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü

5.1 Diferansiyel Denklemler

Matematik model sekiz serbestlik dereceli olduğundan sekiz adet diferansiyel denklem bulunacaktır. Artan serbestlik derecesi ile denklemlerin uzunluğu da artmaktadır. Bu nedenden dolayı bu sekiz adet denklem konu içerisinde verilmeyip ekte sunulmuştur. Ancak diğer modeller ile farkların görülebilmesi açısından enerji denklemleri gösterilmiştir. Bunun yanında, enerji denklemlerinde geçen ve daha önceki bölümlerde tanımlanmamış (veya burada tanımı değişmiş) kısaltılmış terimler de verilmiştir.

5.1.1 Enerji Denklemleri

Modelin diferansiyel denklemlerini bulabilmek için gereken enerji denklemleri daha önceden de belirtildiği gibi potansiyel enerji ifadesinin değişik tarzda yazılması suretiyle lineer, lineer-DS ve nonlinear durumlarına göre ayrı ayrı yazılabilir. Ancak Bölüm 3’ten görüldüğü üzere en güvenilir yaklaşım nonlinear model olduğundan sadece bu yaklaşım çeşidi gösterilecektir. Yani bir serbestlik dereceli modeldeki gibi üç değişik durum ayrı ayrı gösterilmeyecektir.

$$\begin{aligned}
E_k = & \frac{1}{2} \frac{J_{zz}}{2} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} \frac{M_{\text{top}}}{2} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} (m_{k1} + m_{k2} + m_{k3} + m_{k4} + m_{k5} + m_{k6}) \dot{x}_1^2 - \\
& - \frac{1}{2} (J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}) \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} (J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}) \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} (J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}) \dot{\theta}_3^2 - \\
& - \frac{1}{2} (J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}) \dot{\theta}_4^2 - \frac{1}{2} (J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}) \dot{\theta}_5^2 - \frac{1}{2} (J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}) \dot{\theta}_6^2 + \\
& + m_{p1} \dot{x}_2^2 + m_{p2} \dot{x}_3^2 + m_{p3} \dot{x}_4^2 + m_{p4} \dot{x}_5^2 + m_{p5} \dot{x}_6^2 + m_{p6} \dot{x}_7^2 + \\
& + J_{p1} \dot{t}_1^2 + J_{p2} \dot{t}_2^2 + J_{p3} \dot{t}_3^2 + J_{p4} \dot{t}_4^2 + J_{p5} \dot{t}_5^2 + J_{p6} \dot{t}_6^2
\end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}
E_p = & \int F_1 \cdot d\chi_1 + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_2^2 + \int F_2 \cdot d\chi_3 + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_4^2 + \int F_3 \cdot d\chi_5 + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_6^2 + \int F_4 \cdot d\chi_7 + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_8^2 + \\
& + \int F_5 \cdot d\chi_9 + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_{10}^2 + \int F_6 \cdot d\chi_{11} + \frac{1}{2} k_{\text{pal}} \chi_{12}^2 - \frac{M_{\text{top}}}{2} g (x_1 - \delta_{\text{st}1}) - (2.m_{p1} + m_{k1}) g (x_2 - \delta_{\text{st}2}) - \\
& - (2.m_{p2} + m_{k2}) g (x_3 - \delta_{\text{st}3}) - (2.m_{p3} + m_{k3}) g (x_4 - \delta_{\text{st}4}) - (2.m_{p4} + m_{k4}) g (x_5 - \delta_{\text{st}5}) - \\
& - (2.m_{p5} + m_{k5}) g (x_6 - \delta_{\text{st}6}) - (2.m_{p6} + m_{k6}) g (x_7 - \delta_{\text{st}7})
\end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
E_c = & \frac{1}{2} c_1 \dot{\chi}_1^2 + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_2^2 + \frac{1}{2} c_3 \dot{\chi}_3^2 + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_4^2 + \frac{1}{2} c_5 \dot{\chi}_5^2 + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_6^2 + \frac{1}{2} c_7 \dot{\chi}_7^2 + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_8^2 + \frac{1}{2} c_9 \dot{\chi}_9^2 + \\
& + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_{10}^2 + \frac{1}{2} c_{11} \dot{\chi}_{11}^2 + \frac{1}{2} c_{\text{pal}} \dot{\chi}_{12}^2
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Enerji denklemlerinde kısaltılmış olarak geçen bazı parametrelerin açık halleri aşağıdadır. Açık halleri verilmemiş parametreler ise herhangi bir değişikliğe uğramadıklarından tekrar yazılmamıştır. Değişikliğe uğramayan bu parametreler Bölüm 3.1.1'deki gibidirler.

$$\delta_{\text{st}2} = - \frac{\frac{M_{\text{top}}}{2.6} + (2.m_{p1} + m_{k1})g}{k_{\text{pal}}} \tag{5.4}$$

$$\delta_{\text{st}3} = - \frac{\frac{M_{\text{top}}}{2.6} + (2.m_{p2} + m_{k2})g}{k_{\text{pal}}} \tag{5.5}$$

$$\delta_{\text{st}4} = - \frac{\frac{M_{\text{top}}}{2.6} + (2.m_{p3} + m_{k3})g}{k_{\text{pal}}} \tag{5.6}$$

$$\delta_{\text{st}5} = - \frac{\frac{M_{\text{top}}}{2.6} + (2.m_{p4} + m_{k4})g}{k_{\text{pal}}} \tag{5.7}$$

$$\delta_{st6} = -\frac{\frac{M_{top}}{2.6} + (2.m_{p5} + m_{k5})g}{k_{pal}} \quad (5.8)$$

$$\delta_{st7} = -\frac{\frac{M_{top}}{2.6} + (2.m_{p6} + m_{k6})g}{k_{pal}} \quad (5.9)$$

$$\theta_{d1} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st2} + L_1 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.10)$$

$$\theta_{d2} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st3} + L_2 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.11)$$

$$\theta_{d3} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st4} + L_3 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.12)$$

$$\theta_{d4} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st5} - L_4 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.13)$$

$$\theta_{d5} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st6} - L_5 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.14)$$

$$\theta_{d6} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st7} - L_6 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (5.15)$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\cos(\theta_{d1}) + \frac{x_1 - x_2 + L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.16)$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\cos(\theta_{d2}) + \frac{x_1 - x_3 + L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.17)$$

$$\theta_3 = \arccos\left(\cos(\theta_{d3}) + \frac{x_1 - x_4 + L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.18)$$

$$\theta_4 = \arccos\left(\cos(\theta_{d4}) + \frac{x_1 - x_5 - L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.19)$$

$$\theta_5 = \arccos\left(\cos(\theta_{d5}) + \frac{x_1 - x_6 - L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.20)$$

$$\theta_6 = \arccos\left(\cos(\theta_{d6}) + \frac{x_1 - x_7 - L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (5.21)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \quad (5.22)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \quad (5.23)$$

$$\dot{\theta}_3 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \quad (5.24)$$

$$\dot{\theta}_4 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \quad (5.25)$$

$$\dot{\theta}_5 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \quad (5.26)$$

$$\dot{\theta}_6 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \quad (5.27)$$

$$\chi_1 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_1) - \cos(\lambda - v_{d1})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_1) - \cos(\rho - \theta_{d1}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.28)$$

$$\chi_2 = x_2 - \delta_{st2} - x_{y1} \quad (5.29)$$

$$\chi_3 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_2) - \cos(\lambda - v_{d2})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_2) - \cos(\rho - \theta_{d2}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.30)$$

$$\chi_4 = x_3 - \delta_{st3} - x_{y2} \quad (5.31)$$

$$\chi_5 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_3) - \cos(\lambda - v_{d3})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_3) - \cos(\rho - \theta_{d3}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.32)$$

$$\chi_6 = x_4 - \delta_{st4} - x_{y3} \quad (5.33)$$

$$\chi_7 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_4) - \cos(\lambda - v_{d4})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_4) - \cos(\rho - \theta_{d4}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.34)$$

$$\chi_8 = x_5 - \delta_{st5} - x_{y4} \quad (5.35)$$

$$\chi_9 = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_5) - \cos(\lambda - v_{d5})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_5) - \cos(\rho - \theta_{d5}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.36)$$

$$\chi_{10} = x_6 - \delta_{st6} - x_{y5} \quad (5.37)$$

$$\chi_{11} = \frac{p(\cos(\lambda - v_6) - \cos(\lambda - v_{d6})) - \ell(\cos(\rho - \theta_6) - \cos(\rho - \theta_{d6}))}{\cos(\lambda)} \quad (5.38)$$

$$\chi_{12} = x_7 - \delta_{st7} - x_{y6} \quad (5.39)$$

$$\dot{\chi}_1 = -\ell \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cos(\beta) + (g_c + z_c) \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \sin(\theta_1)} \right) \quad (5.40)$$

$$\dot{\chi}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{y1} \quad (5.41)$$

$$\dot{\chi}_3 = -\ell \left(\frac{\sin(\lambda - v_2)(\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cos(\beta) + (g_c + z_c) \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \sin(\theta_2)} \right) \quad (5.42)$$

$$\dot{\chi}_4 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{y2} \quad (5.43)$$

$$\dot{\chi}_5 = -\ell \left(\frac{\sin(\lambda - v_3)(\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cos(\beta) + (g_c + z_c) \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \sin(\theta_3)} \right) \quad (5.44)$$

$$\dot{\chi}_6 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{y3} \quad (5.45)$$

$$\dot{\chi}_7 = -\ell \left(\frac{\sin(\lambda - v_4)(\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cos(\beta) + (g_c + z_c) \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \sin(\theta_4)} \right) \quad (5.46)$$

$$\dot{\chi}_8 = \dot{x}_5 - \dot{x}_{y4} \quad (5.47)$$

$$\dot{\chi}_9 = -\ell \left(\frac{\sin(\lambda - v_5)(\sin(\rho - \theta_5) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cos(\beta) + (g_c + z_c) \sin(\beta)) \dot{\beta}}{L_a \sin(\theta_4)} \right)$$

$$\left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \quad (5.48)$$

$$\dot{\chi}_{10} = \dot{x}_6 - \dot{x}_{y5} \quad (5.49)$$

$$\dot{\chi}_{11} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right)$$

$$\left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \quad (5.50)$$

$$\dot{\chi}_{12} = \dot{x}_7 - \dot{x}_{y6} \quad (5.51)$$

Enerji denklemlerinde (Denklem 5.2'de) geçen F_i – yay elemanı kuvvet fonksiyonları, süspansiyonlar birbirlerinden farklı olduğu için farklıdır. Bu nedenle her tekerleğe denk gelen kuvvet fonksiyonu tekerlek numarası ile indislenmiştir.

Bölüm 3'te Denklem 3.9 ve 3.10 ile verilen v_{d1} ve v_1 denklemleri burada da parametrik açıdan aynıdır (eğer bünyesinde bulunan θ_1 kısaltması açılırsa farklılıklar da görülebilir). Diğer ifadelerde olduğu gibi bu iki ifade de benzer tarzda her tekerleğe denk gelen numara ile indislenecektir (yani aynı denklemden indis numaraları değişmek suretiyle altı adet bulunmaktadır). Aynı durum, Denklem 3.15'teki $\dot{\tau}_1$ ifadesini de kapsamaktadır.

Yukarıda 5.4'ten 5.9'a kadar olan denklemlerde verilen δ_{sti} (sırasıyla her bir taşıyıcı tekerleğin statik çökmesi – δ_{st1} hariç) değerlerine bakılırsa, bunların toplam kütle yanında, taşıyıcı tekerlek kütleleri, askı kolu kütleleri ve palet rijitliğine bağlı oldukları görülmektedir. Dolayısıyla askı kolu veya taşıyıcı tekerlek kütlesi değişirse bu ifadeler etkilenecektir.

Diğer taraftan burada yapılmış bir yaklaşım vardır. Dikkat edilirse toplam kütle terimi (M_{top}) tümünde aynı şekilde etkimektedir. Bu terim model yarım taşıt olduğu için öncelikle ikiye bölünmüş, ardından her bir tekerlek ana kütleli sanki eşit miktarda taşıyacakmış gibi düşünülmüştür (tam ortadan m.g ağırlığı gelen iki tarafından mesnetli çubuk gibi). Oysa gerçekte burada altı mesnetli bir yayılı yük söz konusudur (hatta namlu da düşünülürse yayılı yükün yanında iki adet de tekil yük olacaktır). Yani sistem hiperstatik bir sistemdir. Dolayısıyla her bir tekerleğe düşecek kuvvetin, toplam kütleli 1/6'sı şeklinde olmaması gerekmektedir. İlgili denklemler ile her bir tekerleğe düşecek kuvvetin hesaplanması yoluna da gidilmiştir ve tüm gövdeyi düzgün yayılı yükümlü gibi modelleyip yeni kuvvetlere

bakılmıştır. Ancak elde edilen sonuç, yükü 1/6 şeklinde paylaştırma yaklaşımına kıyasla daha kötü çıkmıştır. Sonucun daha kötüleşmesinin nedeni yayılı yükün tam anlamıyla modellenememesi ve namluyu destekleyen iki mesnetten gelecek kuvvetlerin tekil yük olarak sisteme etkilenmemesinden kaynaklanmaktadır. Yayılı yükü tam anlamıyla modellemek zor olduğundan ve vakit alacağından bu işlem burada bırakılmış ve ilk yaklaşım olan kütlenin 1/6'sının her tekerleğe eşit olarak dağıtılması tercih edilmiştir. Bu mantığı kabul etmek önceden bir miktar hatanın da geleceğini kabul etmek demektir. İşlemlere bu şekilde devam ederek sıfır yol fonksiyonu (yani pürüzsüz yol) için simülasyon yapılmıştır. Bu simülasyonun tüm detayları Bölüm 5.3'te verilmiştir. Şekil 5.36 ve Şekil 5.41'den de görüleceği üzere pürüzsüz yolda lineer-DS ve nonlinear (yeşil ve mavi eğriler) yaklaşımlarda örneğin 1. taşıyıcı tekerlek yaklaşık -4.10^{-4} m'lik bir titreşim genliği hatası verirken, 6. taşıyıcı tekerlek yaklaşık $+5.10^{-4}$ m'lik bir hata vermiştir. Bunun anlamı 1. ve 6. taşıyıcı tekerlekler arasında yük değişimi olması gerektiğidir. Bu değişim yaklaşık 1000 kg'lık bir kütleyle denk gelmektedir. Aynı diyagramlarda lineer (kırmızı eğriler) yaklaşımın hiç hata vermemesinin nedeni δ_{sti} 'lerin zaten hesaba alınmamasındandır. Dolayısıyla bu statik çökmelerin değerlerindeki hatalar sistemi bozmamaktadır. Sonuç olarak sistemi hiperstatik olarak çözmek sadece % 0,4'lük bir hatayı giderecektir. Bu nedenle bu hata payı baştan kabul edilmiş ve işlem çabukluğundan dolayı tüm tekerlekler eşit yük taşıyorlarmış gibi düşünülmüştür.

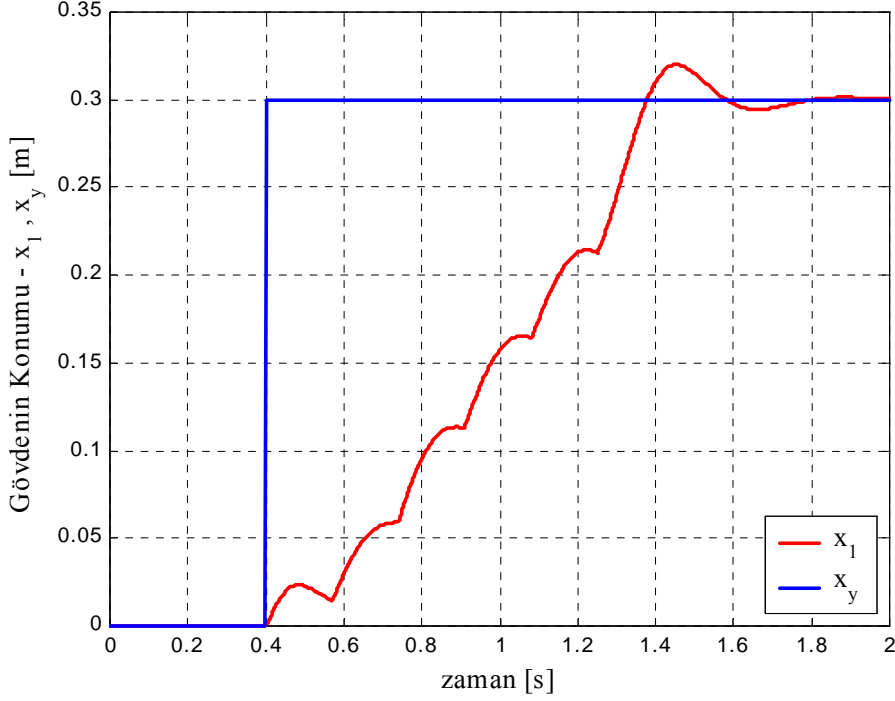
Diğer bölümlerdeki modellerden farklı olarak burada hesaplara katılan yeni bir durum vardır. Her tekerlek verilen yol fonksiyonu üzerinde giderken birbirleri arasındaki mesafeye ve taşıtın hızına bağlı olarak belli bir faz farkıyla tümsek veya çukurlara girecektir. Örneğin ardışık iki tekerleğin aynı tümseğe çıkma zamanı aralarındaki mesafenin taşıt hızına bölünmesi şeklinde bulunabilir. Şekil 5.2'den 5.9'a kadar olan diyagramlarda tekerleklerin basamağa vuruş anları gözlemlenebilmektedir. Bu durum daha detaylı olarak Bölüm 5.2'de açıklanacaktır.

Denklemler 5.4'ten başlayıp Denklem 5.50'ye kadar giden sıralama sekiz serbestlik dereceli sistem için geçerlidir. Bir sonraki bölümdeki tam taşıt modelinde değişikliğe uğrayacak denklemler değişiklikleriyle yinelenecek, ancak aynı kalanlar tekrar yazılmayacaktır.

5.2 Simülasyonlar

Bu bölümde sekiz serbestlik dereceli yarım taşıt modelinin diyagramları sunulmuştur. Bu diyagramlarda önceki bölümlerde olduğu gibi yol fonksiyonu olarak 0,3 m'lik bir basamak kullanılmıştır. İnceleme yine 2 saniye içindir. Önceki modellerden farklı olarak modelde peşpeşe gelen altı tekerlek bulunduğu için titreşim diyagramları taşıtın yol üzerindeki

hızından etkilenmektedir. Basamağa giriş zamanı yine Bölüm 3.2'dekine benzer tarzda hız ne olursa olsun birinci tekerleğin basamağa çıkma anının 0,4 s olacak şekilde ayarlanmıştır.



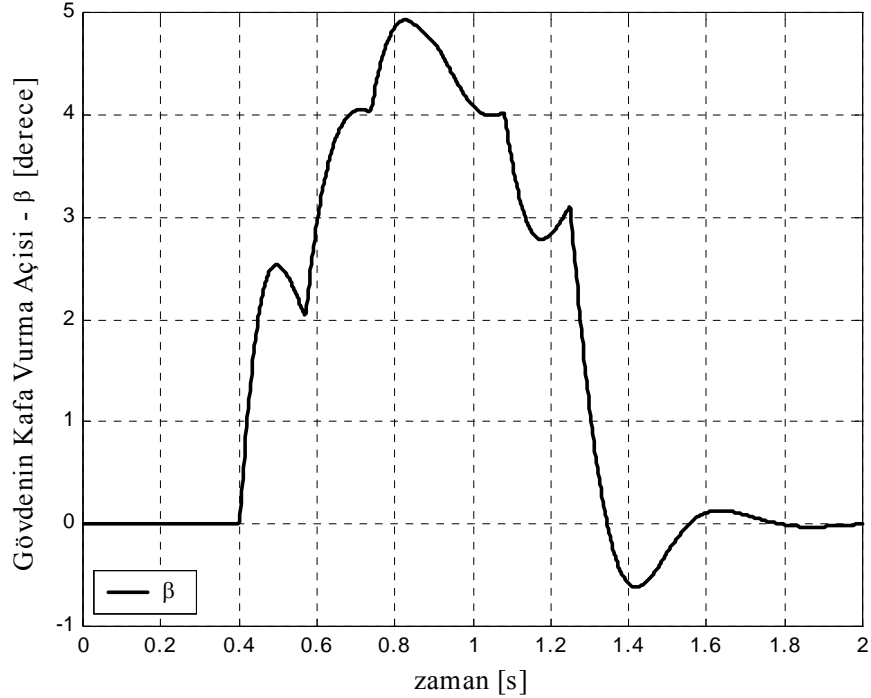
Şekil 5.2 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi

Şekil 5.2'de taşıt gövdesinin zamana göre yer değiştirmesi görülmektedir. Dikkat edilirse belirlenmiş hız için (20 km/h) her bir tekerlek basamağa çıktığında ana gövdenin ağırlık merkezinin hareketi olan x_1 etkilenmektedir. Taşıt daha düşük hızla yine aynı basamağa çıkarıldığında tekerlek vuruşlarında meydana gelen kırıklar daha da belirginleşmekte ve araları açılmaktadır (hız düştüğü için iki tekerlek arası mesafeyi katetmek daha uzun sürmektedir). Tam tersi hız arttırıldığındaysa kırıklar birbirlerine yaklaşmakta ve daha zor görülmeye başlamaktadırlar. Buradaki bu görüntü aynı zamanda taşıt içindeki yolcuların böyle bir basamağa çıkarken tekerleklerden gelecek etkileri ne kadar hissedecekleri konusunda da bir fikir vermektedir.

Burada kabul edilmiş 20 km/h'lik hız için Şekil 5.2'ye bakılırsa, yaklaşık olarak tekerleklerin basamağa çıkma sürelerinin 1. taşıyıcı tekerlek için 0,40. saniyede (vuruş anı), 2. taşıyıcı tekerlek için 0,57. saniyede, 3. taşıyıcı tekerlek için 0,65. saniyede, 4. taşıyıcı tekerlek için 0,90. saniyede, 5. taşıyıcı tekerlek için 1,07. saniyede ve 6. taşıyıcı tekerlek için ise 1,25. saniyede olduğu görülür. Tekerlek araları mesafeler ve aracın ilerleme hızı göz önüne alındığında bu süre değerlerinin doğru oldukları görülmektedir. Aynı süre değerleri Şekil

5.4'ten 5.9'a kadar olan taşıyıcı tekerlek yer değıştirme diyagramlarında da görölmektedir. Bu şekillerdeki çizimlerde de her bir taşıyıcı tekerlek yukarıda bahsedilen sürelerde basamağa çıkmaktadırlar.

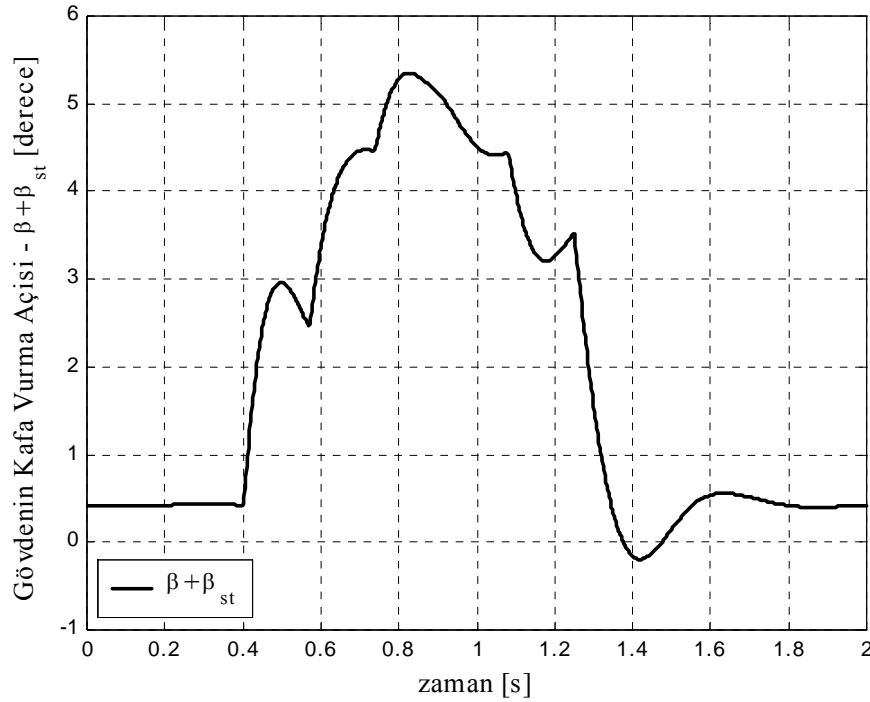
Şekil 5.3'teki kafa vurma hareketine bakılırsa, iki önemli husus göze çarpmaktadır. Bunlardan birincisi yukarıda açıklanan tekerleklerin vuruş zamanlarını onaylamaktadır. Dikkat edilirse her bir tekerleğin vuruş anında açı değeri de kırık çizgiler vermektedir. Ağırlık merkezinin önündeki ilk üç tekerlek basamağa çıkıp geçene kadar kafayı kaldırmaya devam eden taşıt ağırlık merkezinden sonraki ilk tekerlek olan dördüncü tekerlek basamağa çıktığında (yaklaşık 0,90. saniye) kafayı indirmeye başlamıştır.



Şekil 5.3 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketi

Şekil 5.3'teki kafa vurma hareketinde gözükmeyen ve önemli olabilecek bir durum vardır. Sistemde nasıl bir statik çökme değeri oluşuyorsa, önden arkaya doğru bulunan yay elemanlarının farklılıklarından ve ağırlık merkezinin tam ortada bulunmamasından dolayı bir de statik kafa vurma hareketi β_{st} vardır. Bu statik değer aynı çökme değerleri gibi pürüzsüz yolda simülasyonlar ile saptanmıştır. Şekil 5.3 ise sadece dinamik an için geçerli değerleri göstermektedir. Yani taşıtın gerçek kafa vurma açısı aslında statik değerlerin de eklenmesi ile bulunacaktır. Bunu gösteren diyagram Şekil 5.4'tedir. Aslında tasarım olarak böyle bir değer olması istenmez ancak ele alınan taşıtta ağırlık merkezinin konumu ve yay

elemanlarının farklı seçilmiş olması, şekilde görülen statik kafa vurma değerini getirmektedir. Fiziksel olarak gözle görülemeyecek kadar küçük olan bu değer yaklaşık $0,42^\circ$ 'dir. Simülasyonun adım aralığının (dt) küçültülmesiyle yapılan denemelerde bu açı değerinin düştüğü ancak hiçbir zaman tam sıfırlanmadığı gözlemlenmiştir (dt değerinin 0,002'den 0,0001'e çekilip yapılan simülasyonda yaklaşık olarak $\beta_{st} = 0,31^\circ$ bulunmuştur).

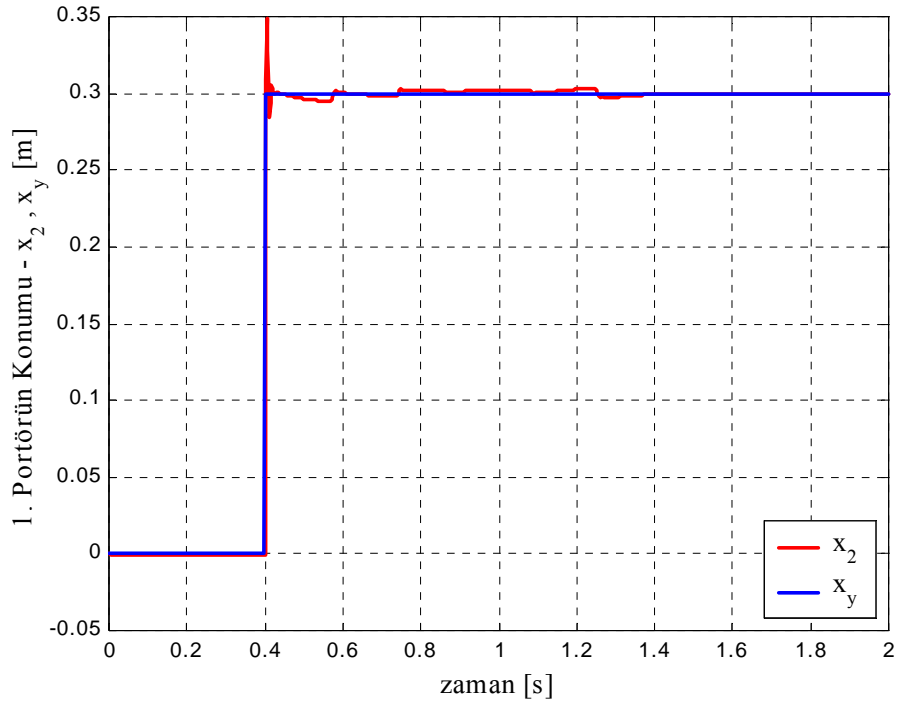


Şekil 5.4 Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi

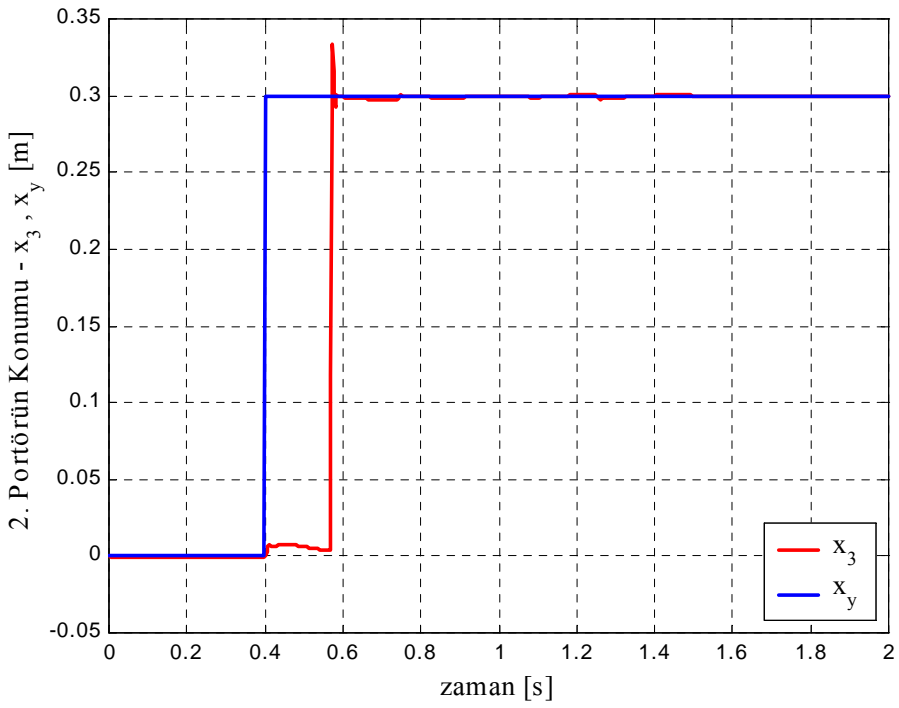
Statik kafa vurma açısının pozitif değerde çıkması, aracın dururken burnunu kaldırdığı anlamına gelmektedir.

Şekil 5.5'ten 5.10'a kadar olan diyagramlarda sırasıyla önden arkaya doğru taşıyıcı tekerleklerin yer değiştirmeleri görülmektedir. Her bir tekerleğin kendi diyagramına dikkat edilirse, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'te görülen tekerlek vuruş anları ile ilgili diyagramdaki pik noktaları birbirlerini tutmaktadırlar (bunların kaçınıcı saniyede gerçekleştikleri yukarıda yaklaşık olarak verilmişti). Doğal olarak, eğer taşıtın hızı arttırılırsa bahsi geçen bu iki diyagramdaki vuruş zamanları arasındaki farklar azalacaktır. Benzer olarak hız azaltıldığında ise bu farklar artacaktır.

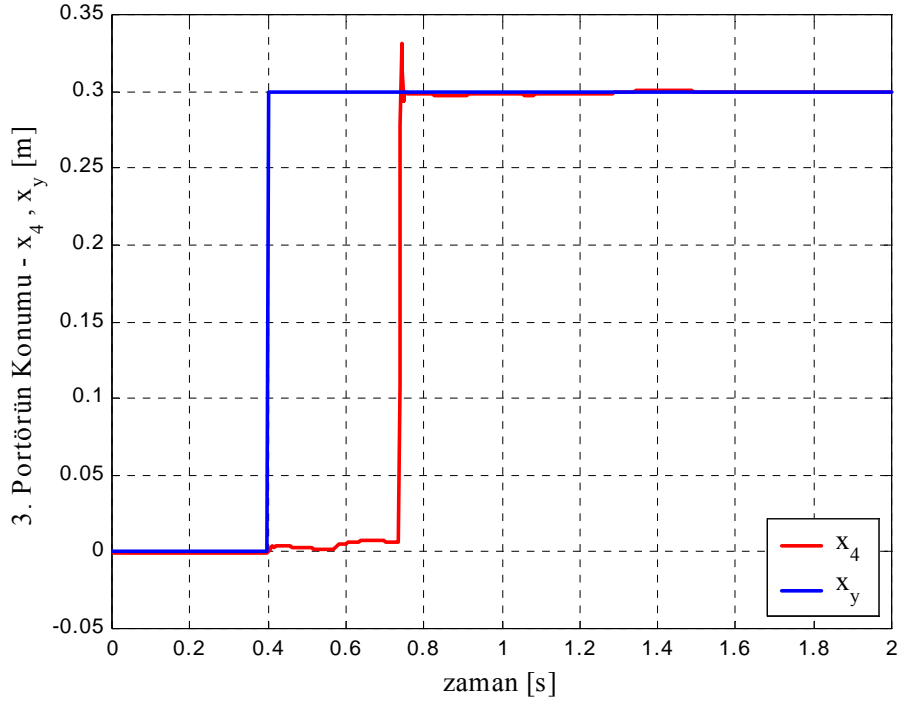
Bölüm 4'teki iki serbestlik dereceli modelde olduğu gibi burada da tekerlek yer değiştirmeleri ani pikler şeklinde olmuştur. Bu olay, daha önce de açıklandığı üzere palet yay katsayısının çok rijit olmasından kaynaklanmaktadır.



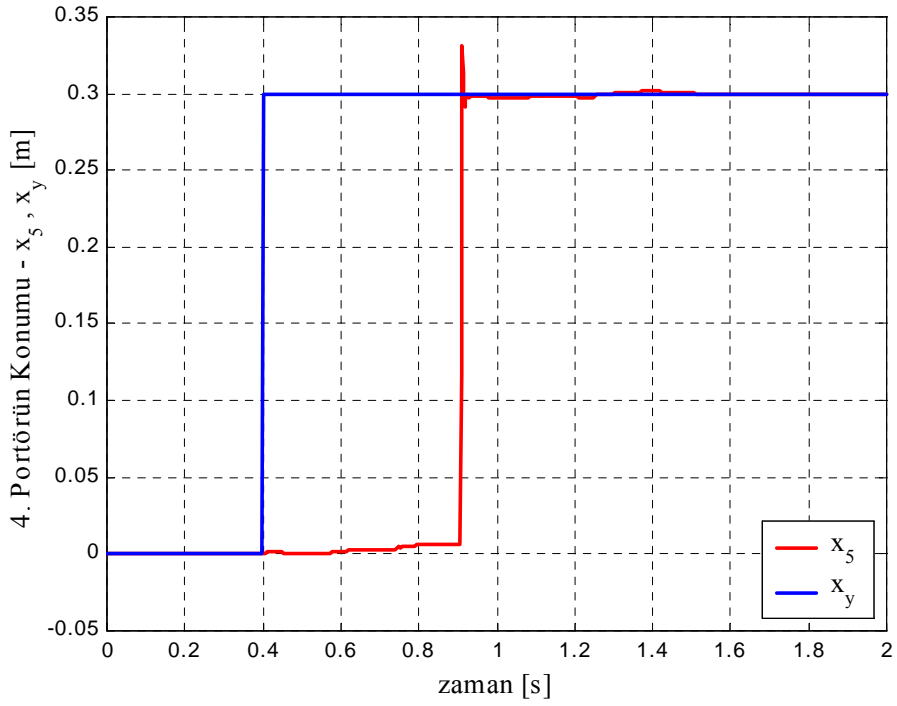
Şekil 5.5 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi



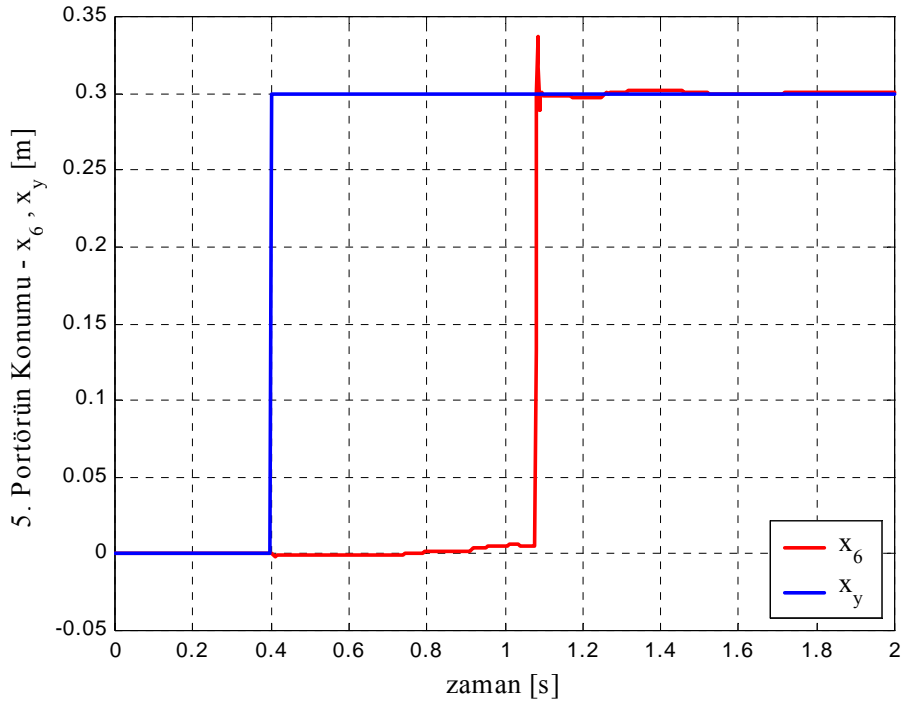
Şekil 5.6 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi



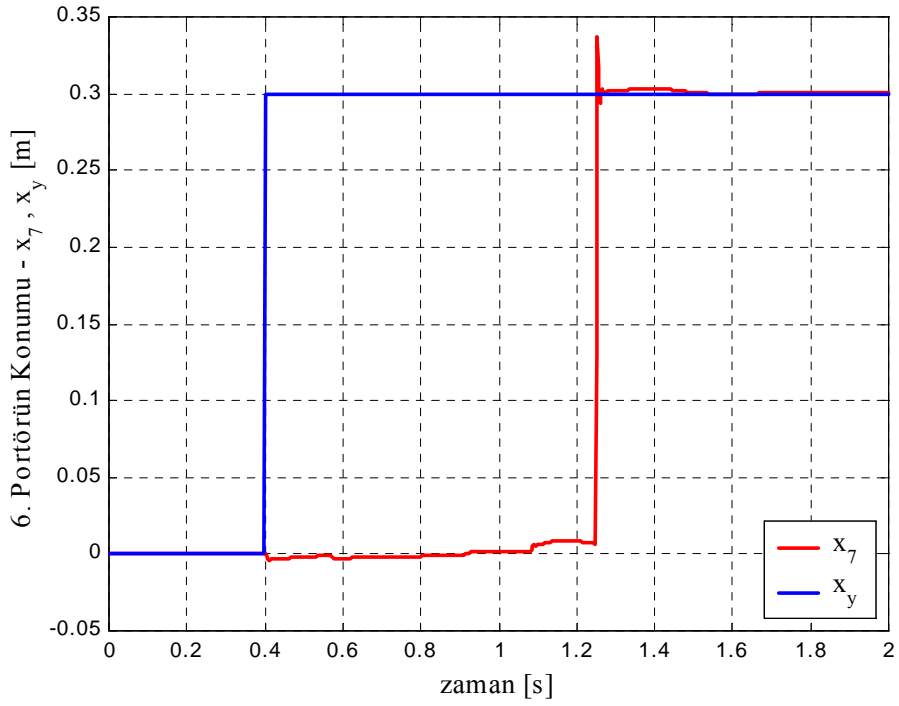
Şekil 5.7 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi



Şekil 5.8 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi



Şekil 5.9 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi



Şekil 5.10 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi

Şekil 5.11'den 5.16'ya kadar olan diyagramlarda askı kolu açısı değerlerinin zamana göre değişimleri görülmektedir. Burada da gene tekerleklerin basamağa vuruş anları diğer diyagramlardaki gibi çıkmış (hangi tekerlek basamağa vurduysa ilgili açısı değeri pik değerini vermiş) ve bunları onaylamıştır. Bu diyagramlardan, taşıt basamağa çıkarken her süspansiyon için ayrı ayrı inceleme yapıp strok sonlarına gelip gelmedikleri görülebilmektedir.

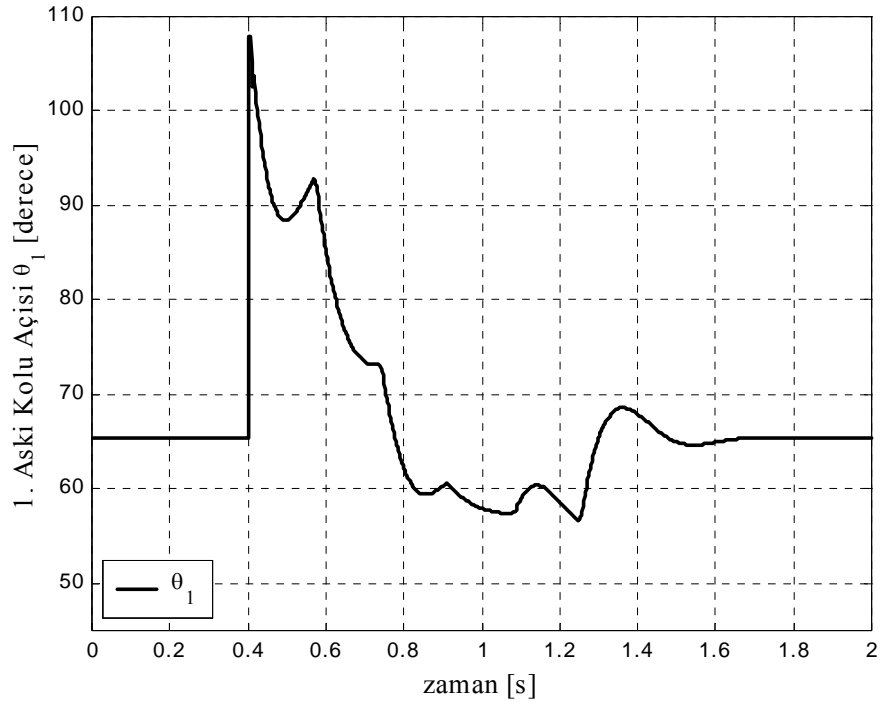
Özel olarak Şekil 5.11'deki birinci askı kolu açısı θ_1 ile Şekil 5.16'daki altıncı askı kolu açısı θ_6 beraber değerlendirilirse, θ_1 'in henüz yoldan bir etki gelmemişken (0,4. saniyenin öncesinde) sergilediği θ_{d1} değerinin yine aynı bölgede θ_6 'nın sergilediği θ_{d6} 'ya göre daha düşük olduğu görülmektedir ($\theta_{d1} = 65,4^\circ$, $\theta_{d6} = 70,8^\circ$). Bu olay yol etkisinin yaklaşık olarak yok olduğu 1,9. saniyeden sonra da görülmektedir. Denge açıları θ_{d1} ve θ_{d6} her ne kadar ayrı indislenmiş olsalar da taşıyıcı tekerlekler ve askı kolları özdeş olduklarından aslında aynı değerlerde olmaları beklenirdi. Bu durumda bu değerleri farklı kılan etki nedir diye sorulursa, bunun nedeni statik kafa vurma açısı β_{st} 'tir. Yukarıda da bahsedildiği gibi araç statik durumdayken çok küçük bir açı ile kafa kaldırmış (önü kalkık, arkası basık) olarak durduğundan (negatif değer kafa vurmaya, pozitif değer kafa kaldırmaya temsil etmekte) birinci askı kolu normalden biraz daha az dönmekte, bunun karşılığında altıncı askı kolu ise daha fazla dönmektedir. Genel olarak hiç statik kafa vurma açısı vermeyen bir taşıta göre ağırlık merkezinin önündeki tekerleklerin askı kolları (1., 2. ve 3.) daha az bir açı değeri verecek, tam ters olarak arkada kalan tekerlekler (4., 5. ve 6.) daha fazla bir değer vereceklerdir. Değerlerin azlığı veya çokluğu askı kollarının gövdeye bağlandığı noktanın ağırlık merkezine olan uzaklığına bağlı olarak değişmektedir.

Şekil 5.11'den 5.16'ya kadar olan diyagramlara Şekil 5.2'deki ana gövdenin yer değiştirmesi ve Şekil 5.3'teki kafa vurma hareketi ile beraber bakılırsa, ağırlık merkezine göre öndeki askı kolu açısı değerlerinin (2. ve 3. olan – 1.'si hariç) basamağa ilk vuruş anı olan 0,4. saniyede düşmeye başladığı (yani süspansiyon stroklarını bir miktar açtıkları), aynı anda arkada kalan askı kolu açısı değerlerinin ise (5. ve 6. olan – 4.'sü hariç) belli bir miktar yükseldiği (yani süspansiyonu belli oranda kapadığı) görülmektedir. Tüm açı değerlerinin değişiminin ayrıntıları şöyledir:

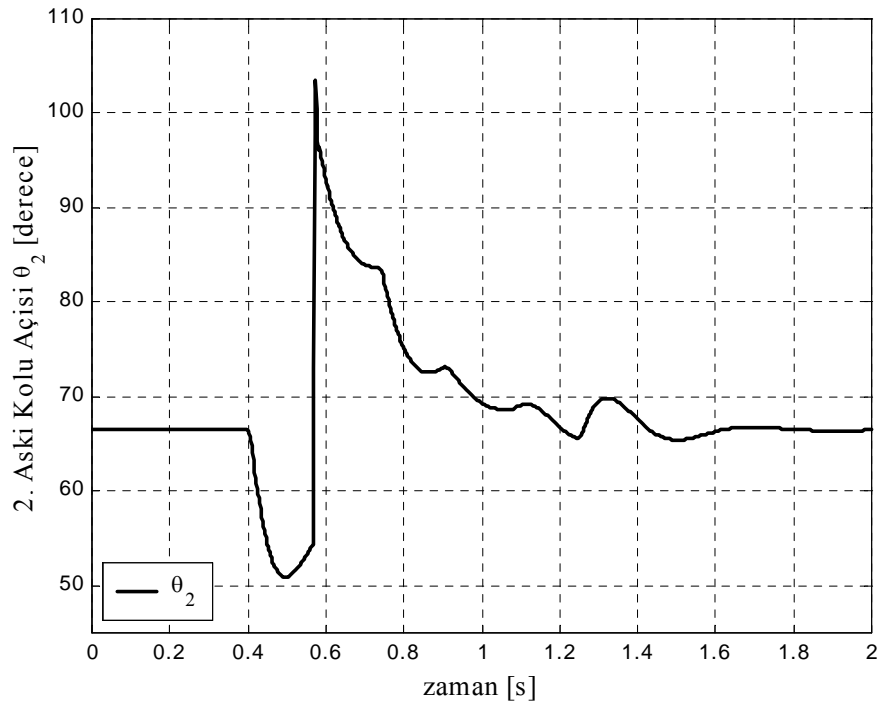
Şekil 5.2'ye göre, gövdenin ağırlık merkezinin konumu 0,4. saniyeden itibaren yükselmektedir. Yani bu yükselme tüm askı kollarının açı değerlerini azaltma (süspansiyon stroğunu açma) yönünde etki etmektedir. Şekil 5.3 ve 5.4'te ise, gene 0,4. saniyede kafa vurma hareketi pozitif yönde artmaya başlamış yani araç kafasını kaldırmaya başlamıştır. Bu

durum ise ağırlık merkezinin önündeki kolların açılarını azaltma yönünde etki ederken, arkada kalan kolların açılarını arttırma yönünde etki edecektir (yani taşıtı arkaya doğru bastırıp arka süspansiyonları kapatacak, ön süspansiyonları açacak). Birinci askı kolunun açı değişimi (Şekil 5.11), ikinci ve üçüncü (Şekil 5.12, 5.13) gibi olmamıştır. Çünkü tam bu anda birinci tekerlek basamak üzerindedir (yoldan gelen etki 0,4. saniyede sadece birinci askı kolu açısını maksimuma vurdurmaya yönelik etki getirmiştir). Yoldan gelen etki, diğer etkilerden baskın çıkıp süspansiyonu tam kapamıştır (birinci süspansiyonun ani kapama göstermesi geçmiş bölümlerdeki modellerde de çıkmıştı). İkinci ve üçüncü askı kollarının açıları ise gövde konumu ve kafa vurma hareketlerinin etkisiyle azalmıştır. Aynı süre aralığına bakılırsa (0,4. – 0,6. saniyeler arası) ikinci kolun açısı daha fazla azalmıştır. Bunun nedeni kafa vurma etkisinin ikinci kola daha fazla tesir etmesidir (ağırlık merkezinden uzaklaştıkça kafa vurma açısının etkisi artmakta). Dördüncü askı koluna özel olarak bakılırsa (Şekil 5.14) ağırlık merkezine göre geride olmasına rağmen 0,4. saniye çevresinde diğerleri (5. ve 6. – Şekil 5.15, 5.16) gibi tepki vermemektedir. Dördüncü kolun gövdeye takıldığı nokta her ne kadar ağırlık merkezinin gerisinde kalsa da böyle bir durumun olması, kolun gövdeye bağlanma noktası ile ağırlık merkezi arasındaki mesafenin çok az olmasından kaynaklanmaktadır. Yani dördüncü kola, kafa vurma açısındaki değişimin etkisi çok az olmakta ve sadece Şekil 5.2'deki gövde yer değişiminin etkisi kalmaktadır. Bu nedenle bu süspansiyon açılma eğilimi (açının azalması) göstermektedir. Beşinci ve altıncı askı kollarında ise kafa vurma açısı etkisi yeniden artmaya başlamıştır (uca doğru artmakta). Ancak bu sefer gövde konumu gibi açıyı azaltacak (süspansiyonu açacak) yönde değil, tam tersine açıyı fazlalaştıracak (süspansiyonu kapatacak) yöndedir. Dolayısıyla beşinci ve altıncı kollarda kafa vurma hareketinin daha baskın çıkıp açıları arttırdığı (süspansiyonu kapadığı) görülmektedir.

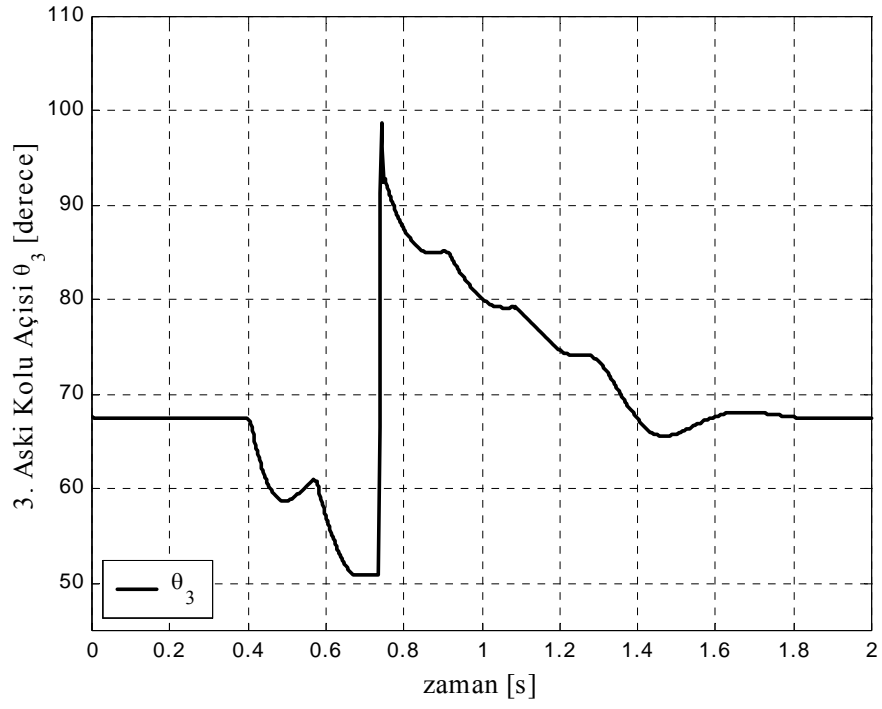
Şekil 5.17'den 5.22'ye kadar olan diyagramlarda sırasıyla önden arkaya doğru süspansiyonların yaptığı hareketler görülmektedir. Askı kolu açılarının eğrilerine benzer karakter göstermesi gereken bu çizimler beklendiği gibi çıkmıştır. Bu diyagramların statik durumdayken (0,4. saniyenin öncesi ve 1,9. saniyeden sonraki zaman dilimleri) sıfır değerini vermeleri sadece dinamik durumu temsil etmelerindedir. Statik çökme ve statik kafa vurma hareketlerinin getireceği statik sıkışma değerleri (χ_{sti}) ayrı olarak hesaplanmaktadır. Eğer istenilirse bunların da diyagramlarını elde etmek mümkündür. Örnek olarak birinci ve altıncı süspansiyonlarda oluşan statik sıkışmalar $\chi_{st1} = 0,0302$ ve $\chi_{st11} = 0,0419$ m'dir (11 nolu indis 6. süspansiyonu temsil etmektedir). Bu değerlerden de görüleceği üzere aracın ön kısmı daha az çökmektedir. Bu durum, statik durumda önünü kaldıran bir taşıt için normaldir.



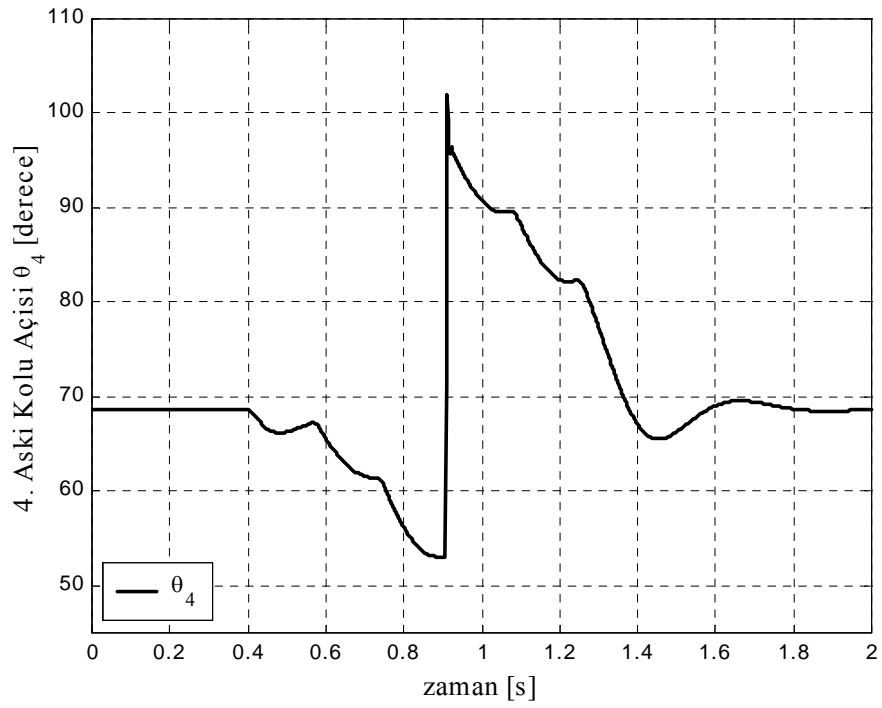
Şekil 5.11 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. askı kolu açısının değişimi



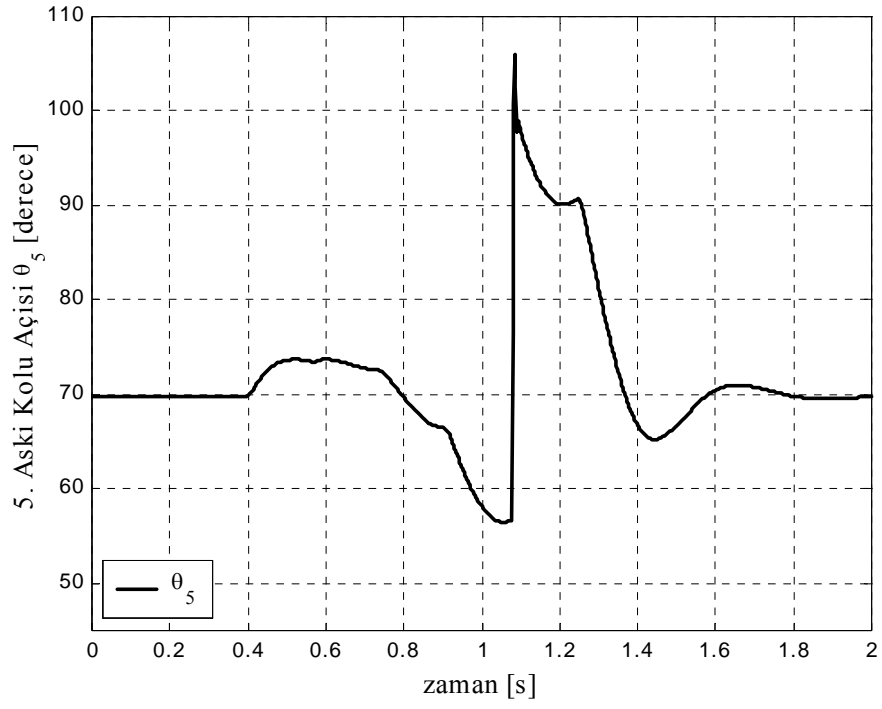
Şekil 5.12 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. askı kolu açısının değişimi



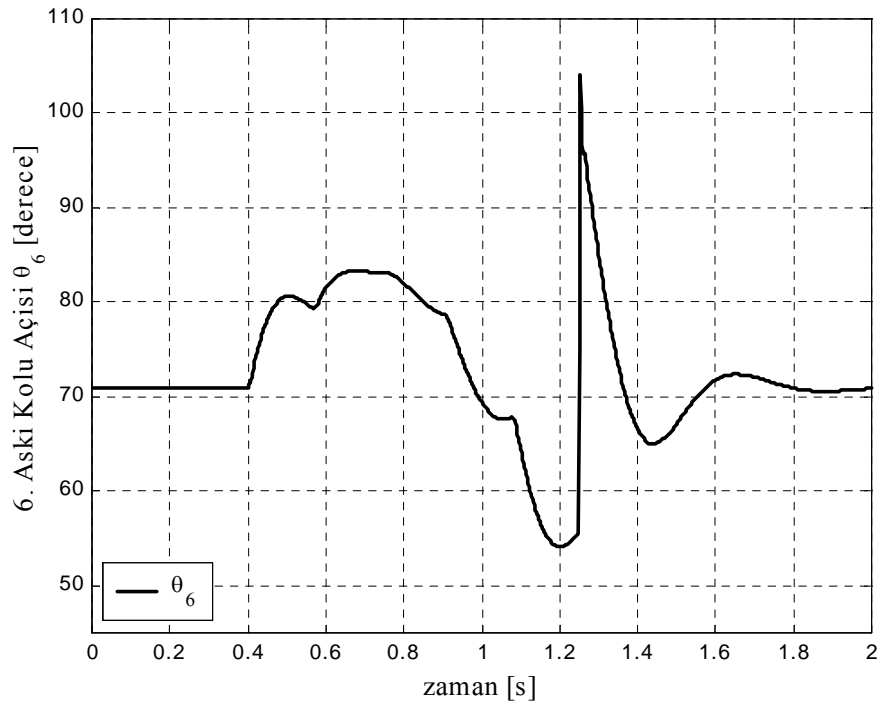
Şekil 5.13 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. askı kolu açısının değişimi



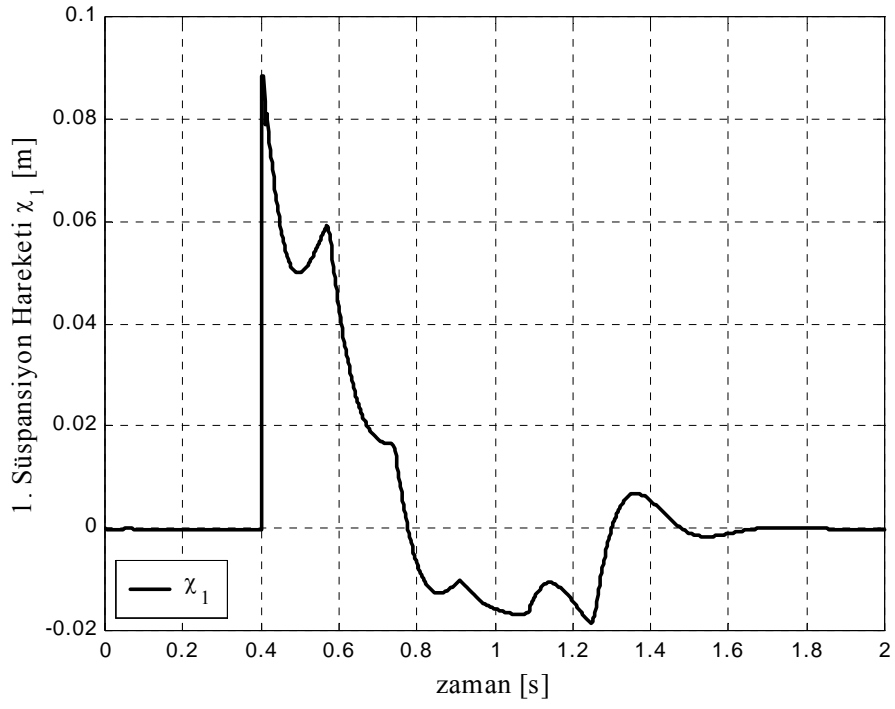
Şekil 5.14 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu açısının değişimi



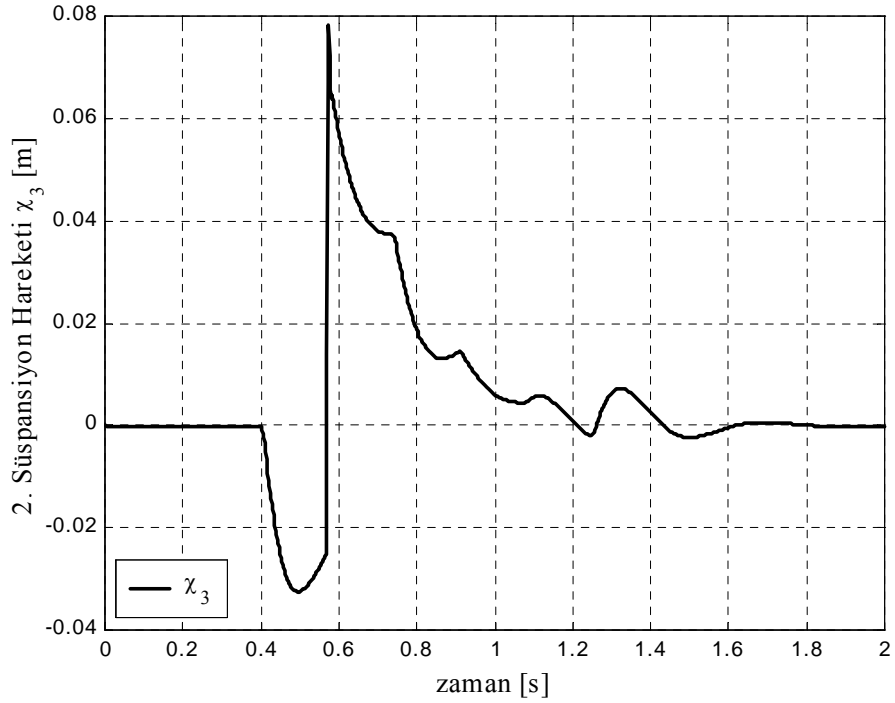
Şekil 5.15 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu açısının değişimi



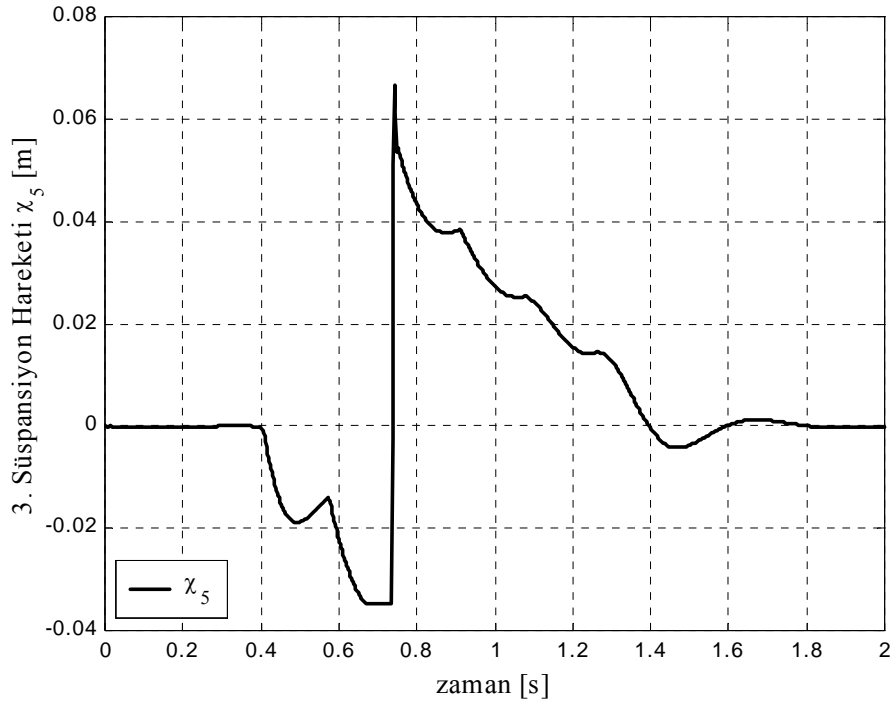
Şekil 5.16 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu açısının değişimi



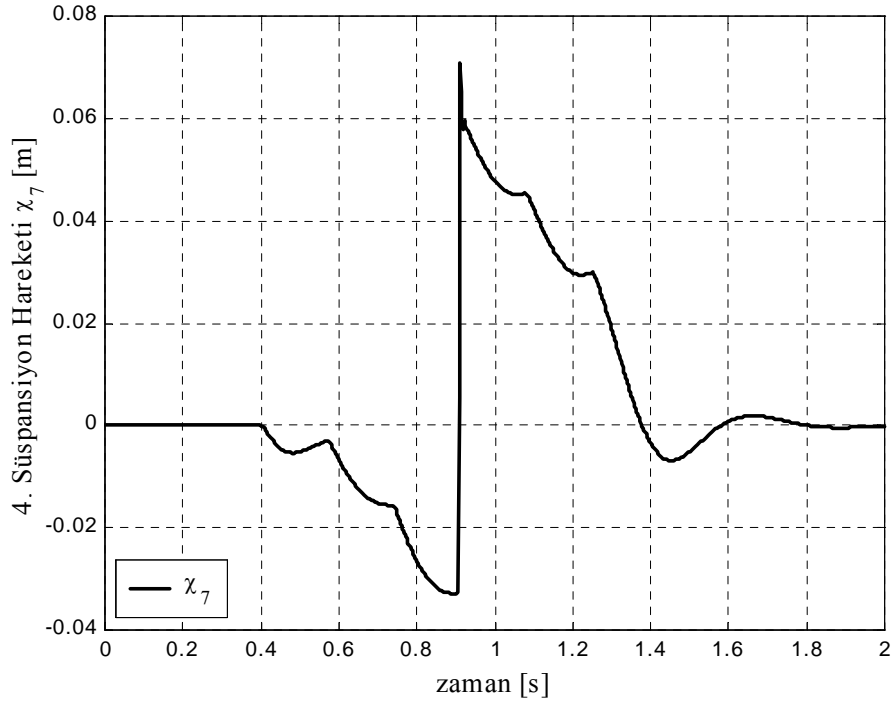
Şekil 5.17 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. süspansiyon yay hareketi



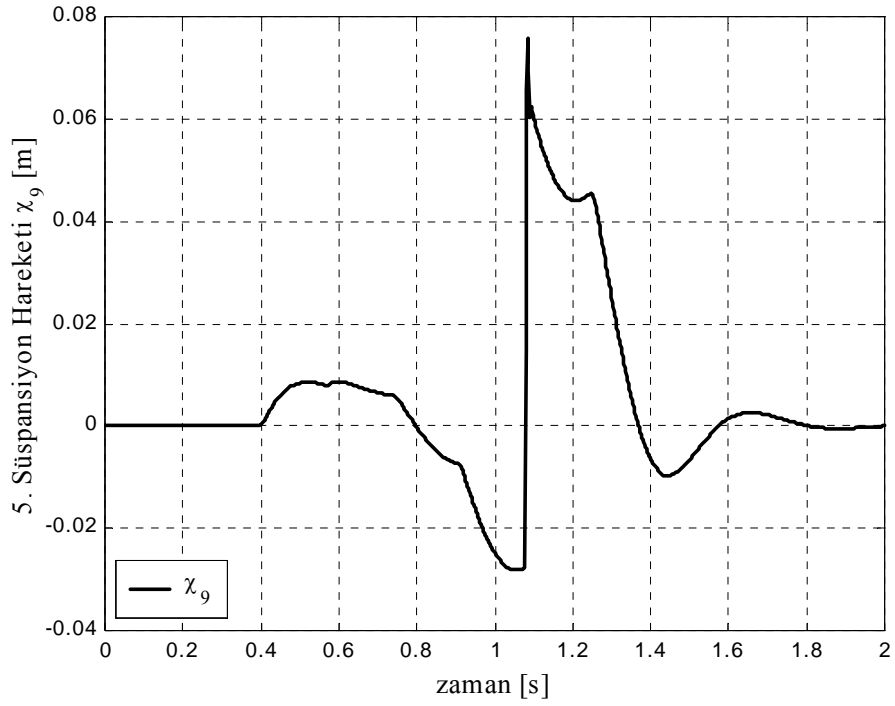
Şekil 5.18 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. süspansiyon yay hareketi



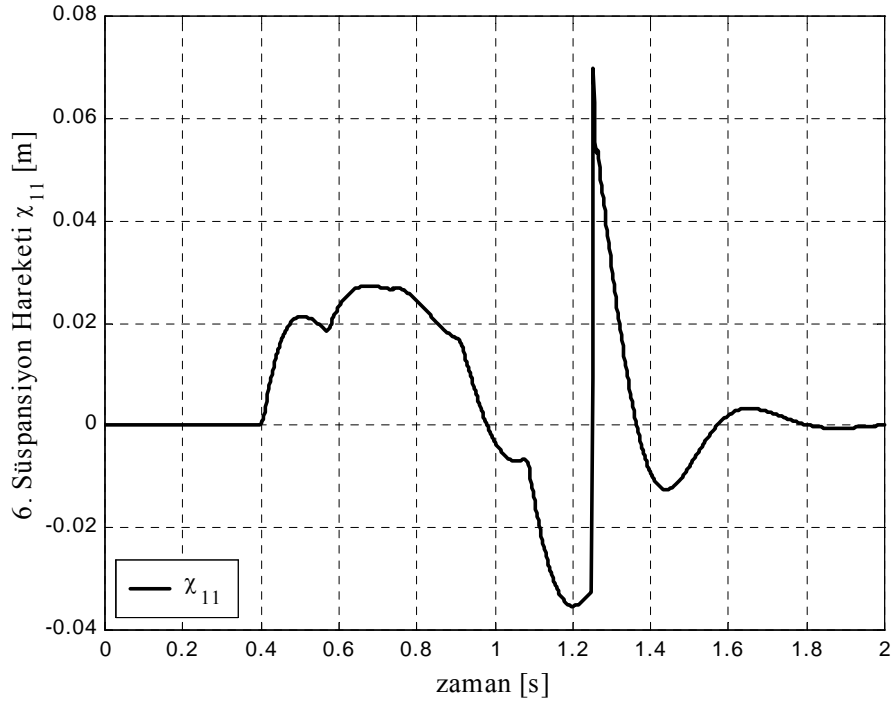
Şekil 5.19 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. süspansiyon yay hareketi



Şekil 5.20 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. süspansiyon yay hareketi



Şekil 5.21 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. süspansiyon yay hareketi



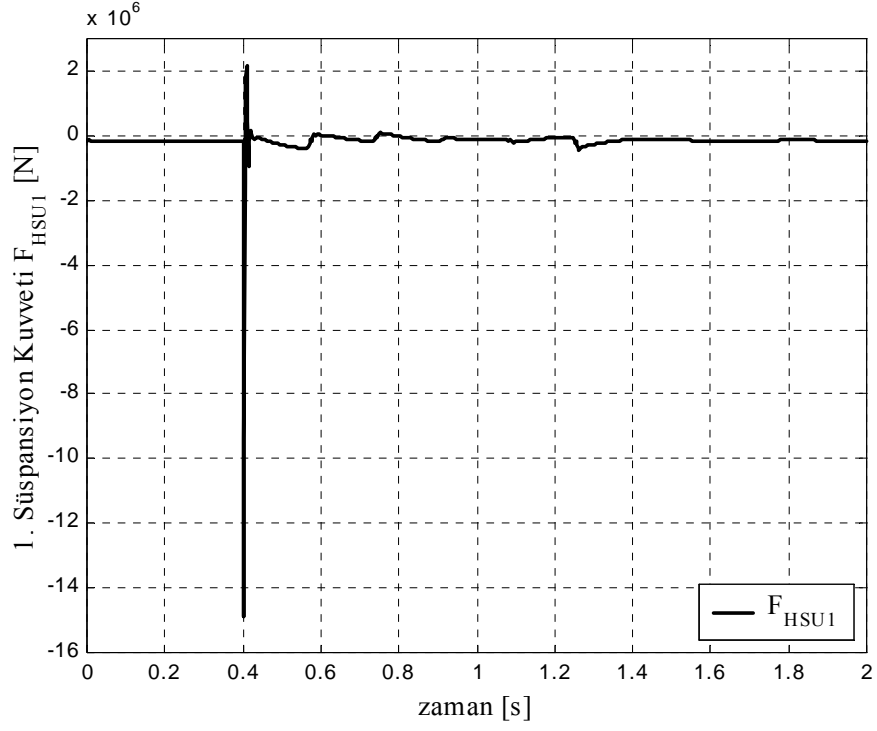
Şekil 5.22 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. süspansiyon yay hareketi

Şekil 5.23'ten 5.28'e kadar olan diyagramlarda ise taşıt yolda ilerlerken ve dolayısıyla süspansiyonlar açılıp kapanırken içlerinde oluşan kuvvetlerin değişimleri gözükmemektedir. Bu

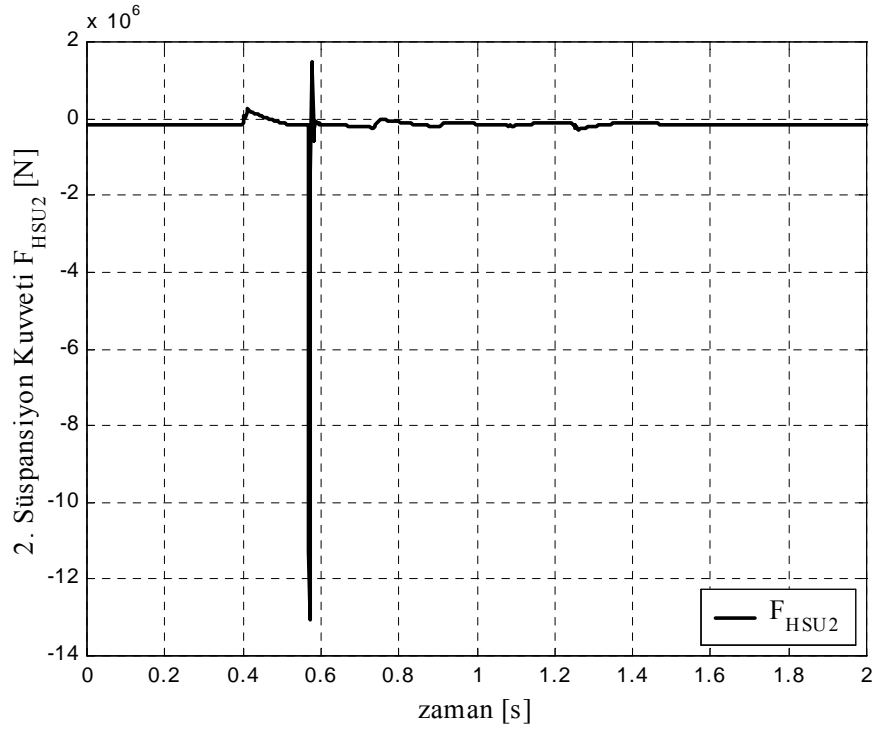
kuvvet değerlerinin verdikleri ani pik değerlerinin zamanları yine tekerlek vuruş anları ile aynı çıkmıştır. Diğer modellerle (bir ve iki serbestlik dereceli modeller) karşılaştırıldığında birinci süspansiyon kuvveti iki serbestlik dereceli modelinkinden birazcık düşük çıkmıştır. Kuvvet değerini oluşturan parametrelere (süspansiyonun tam kapanması, taşıyıcı tekerlek ile gövdenin titreşim hızlarının farkı) bakılırsa bu değerlerin de eşit olmaları beklenebilir. Her iki modelde de (iki ve sekiz serbestlik dereceli modeller) 0,4. saniyede birinci süspansiyon tam kapanmış dolayısıyla yay kuvveti maksimuma çıkmıştır. Yani bu parametre aynı kalmıştır. Yine aynı anda birinci taşıyıcı tekerlek basamak üzerine çıkmış, beraberinde gövdenin konumu geometrik olarak belli bir noktaya gelmiştir. Ancak şunu da hatırlatmak gerekir: İki serbestlik dereceli sistemde sönüm kuvveti ana gövde ve taşıyıcı tekerleğin titreşim hızlarının farkından etkilenmekteydi. Sekiz serbestlik dereceli sistemde ise bunlara ek olarak kafa vurma açısının değişim hızı da eklenmiştir. Yani başka bir deyişle sekiz serbestlik dereceli sistemde, iki serbestlik dereceli sistemde olduğu gibi ağırlık merkezinin titreşim hızından ziyade birinci askı kolunun gövdeye bağlandığı noktanın titreşim hızı esas alınmaktadır. Dolayısıyla bir önceki modele göre oluşan fark hem ana gövdenin titreşim hızındaki değişim, hem de denkleme kafa vurma hareketinin hızının girmesinden ileri gelmektedir.

Tüm kuvvet değerlerinin yoldan etki gelmeyen bölümlerde (0,4. saniyeye kadar olan bölüm ile 1,9. saniyeden sonrası) bir miktar negatif değer vermesi statik çökme sonucu oluşan, yay elemanlarındaki statik sıkışmadan meydana gelmektedir (bu daha önce de belirtilmişti). Araç önden kafasını kaldırmış olduğundan örneğin birinci süspansiyonda oluşan statik sıkışma kuvveti altıncı süspansiyondakine oranla (öndeki yay elemanı daha sert olmasına rağmen) daha az çıkmıştır (statik bölge için $F_{HSU1} = -1,49.10^5$ N, $F_{HSU6} = -1,63.10^5$ N “-” işareti yönü temsil etmektedir).

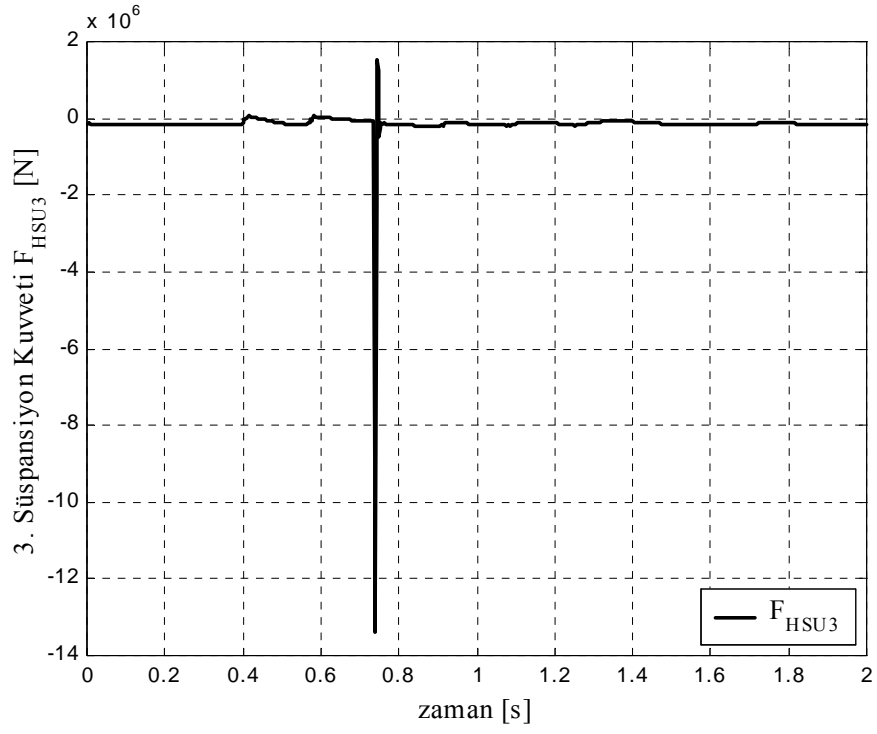
Şekil 5.29’da daha önceki modellerle karşılaştırmak için ana gövdenin gösterdiği titreşim ivmesi diyagramı sunulmuştur. Daha önceki ivme diyagramlarıyla karşılaştırıldığında ivmenin hayli düştüğü gözlemlenmektedir. Program hassaslığını belirleyen adım aralığının düşürülmesi ile daha da iyi neticeler çıkmıştır. Ayrıca altı ana pik şeklinde çıkmıştır. Piklerin bu şekilde olması her bir tekerleğin basamağa vurduğu anı temsil etmektedir. Değerin düşmesi ise gövdenin yer değiştirmesinin (basamak üzerine çıkması) bir ve iki serbestlik dereceli modellerde olduğu gibi yüksek bir ivmeyle değil, yavaş yavaş olduğunu (yani tekerlekler sırayla basamağa çıktıkça) belirtmektedir. Bu süreç daha uzun sürdüğünden (Şekil 3.3 – yaklaşık 0,5. saniye, Şekil 4.2 – yaklaşık 0,5. saniye, Şekil 5.2 – yaklaşık 1,4. saniye) ivme değeri düşmüştür.



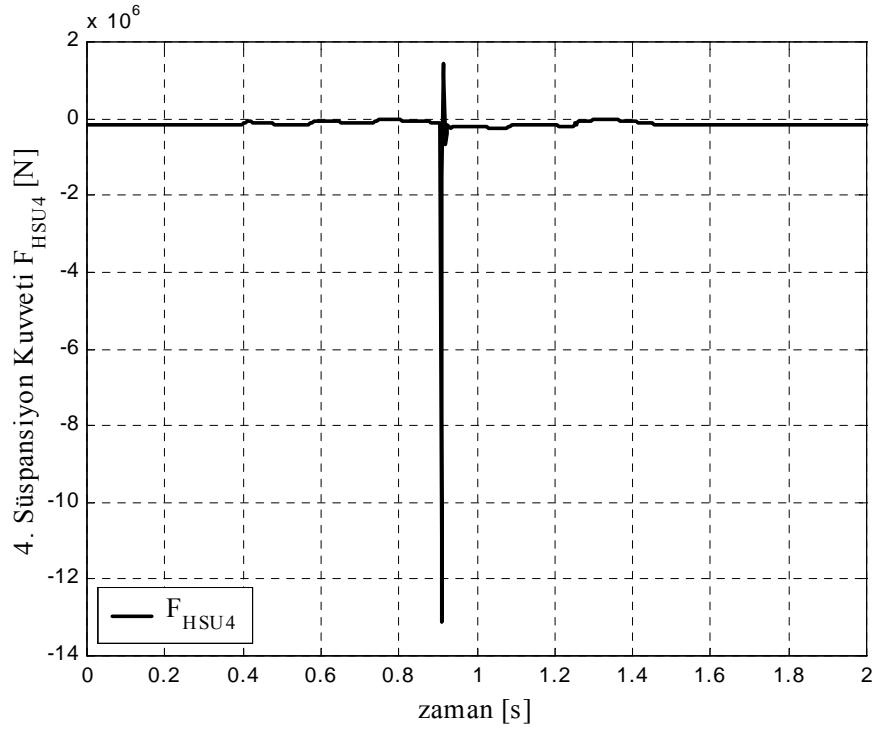
Şekil 5.23 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. süspansiyonda üretilen kuvvet



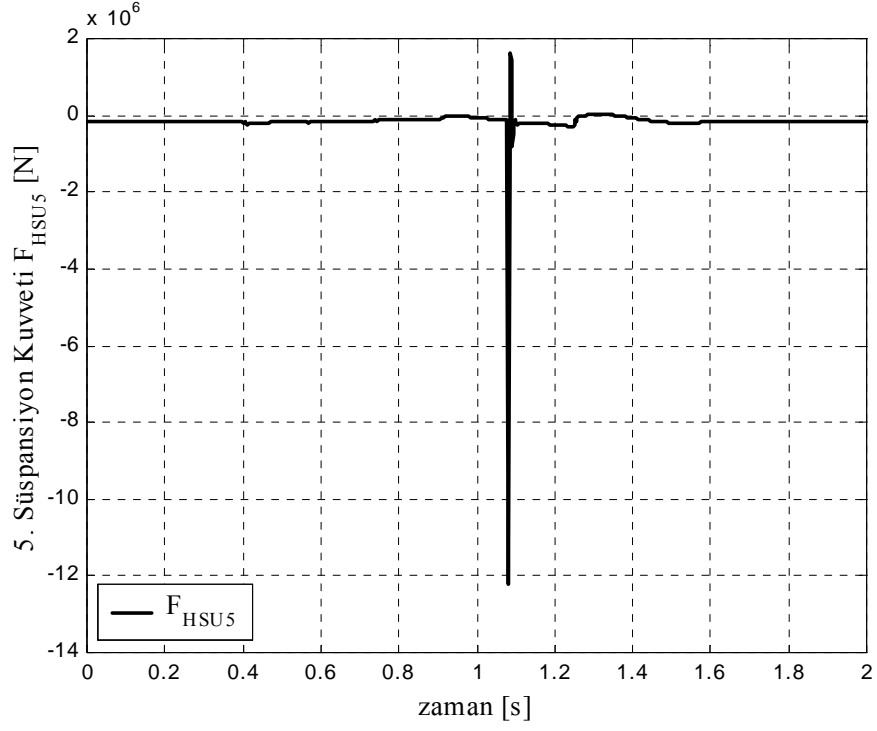
Şekil 5.24 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. süspansiyonda üretilen kuvvet



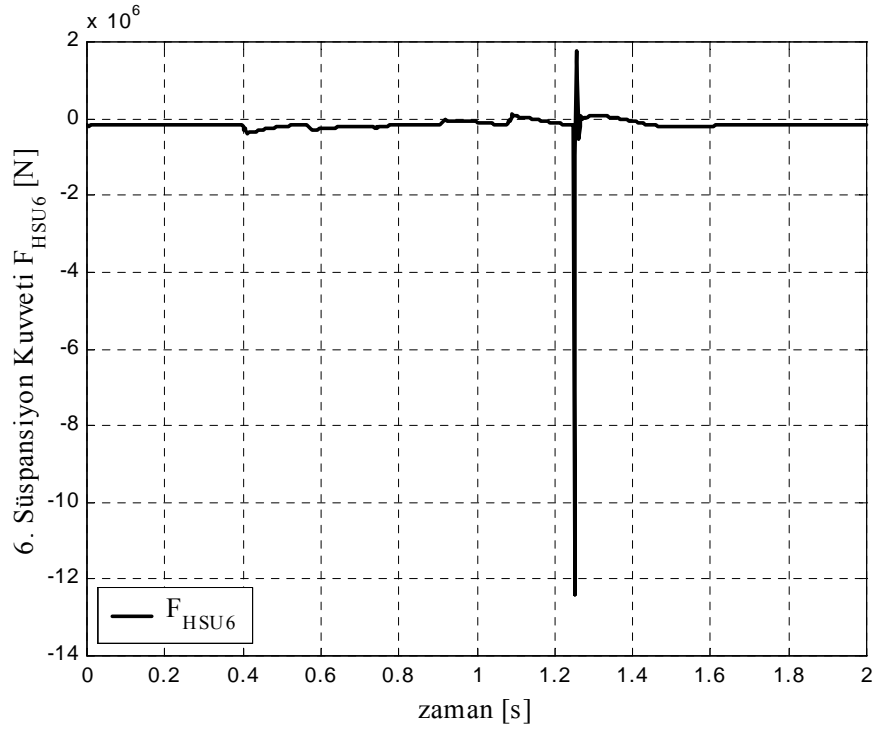
Şekil 5.25 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. süspansiyonda üretilen kuvvet



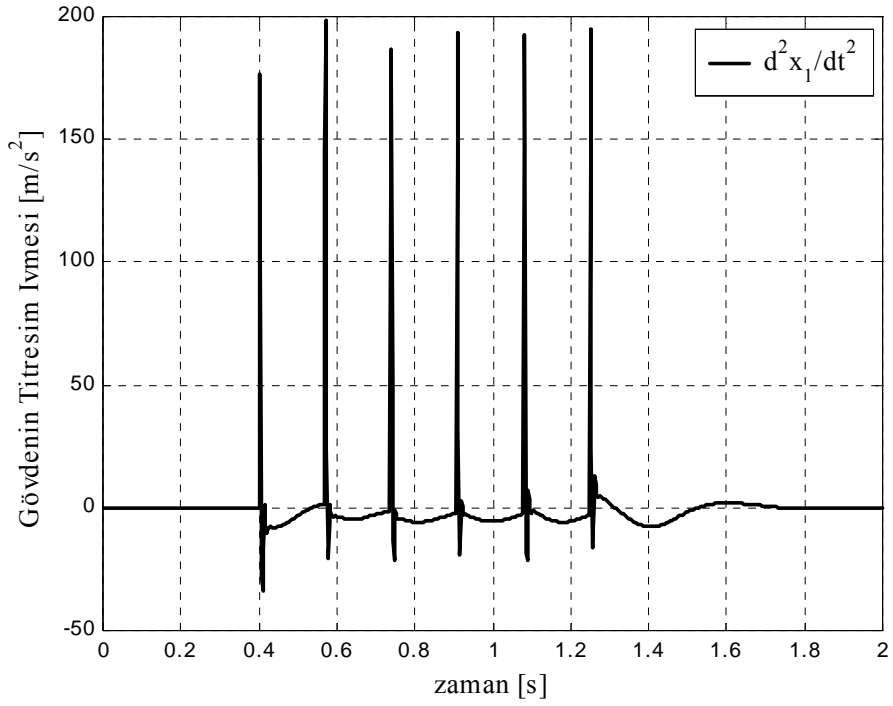
Şekil 5.26 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. süspansiyonda üretilen kuvvet



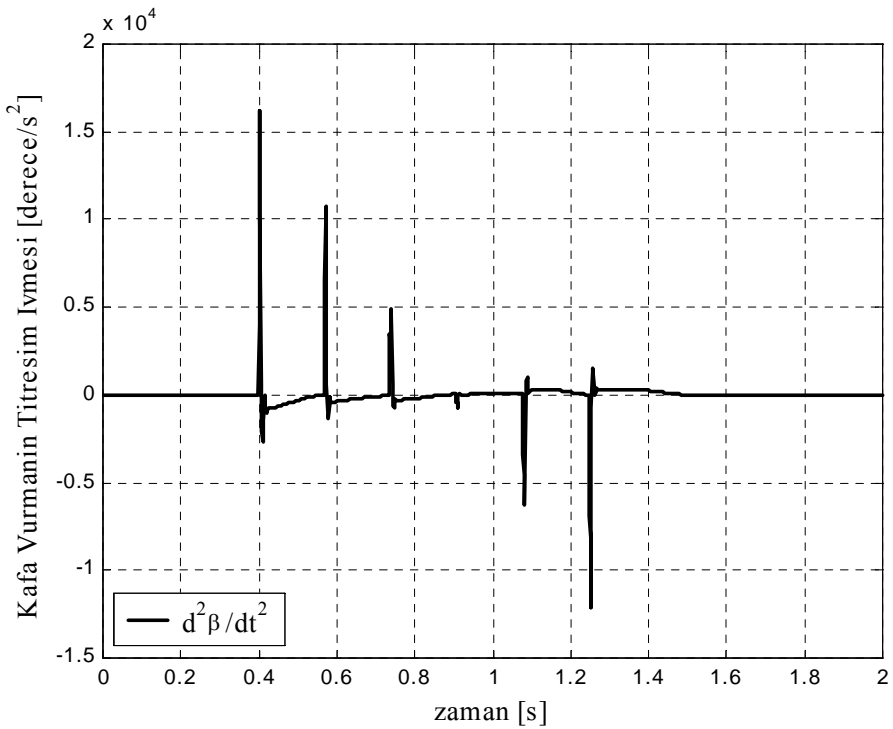
Şekil 5.27 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. süspansiyonda üretilen kuvvet



Şekil 5.28 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. süspansiyonda üretilen kuvvet



Şekil 5.29 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi

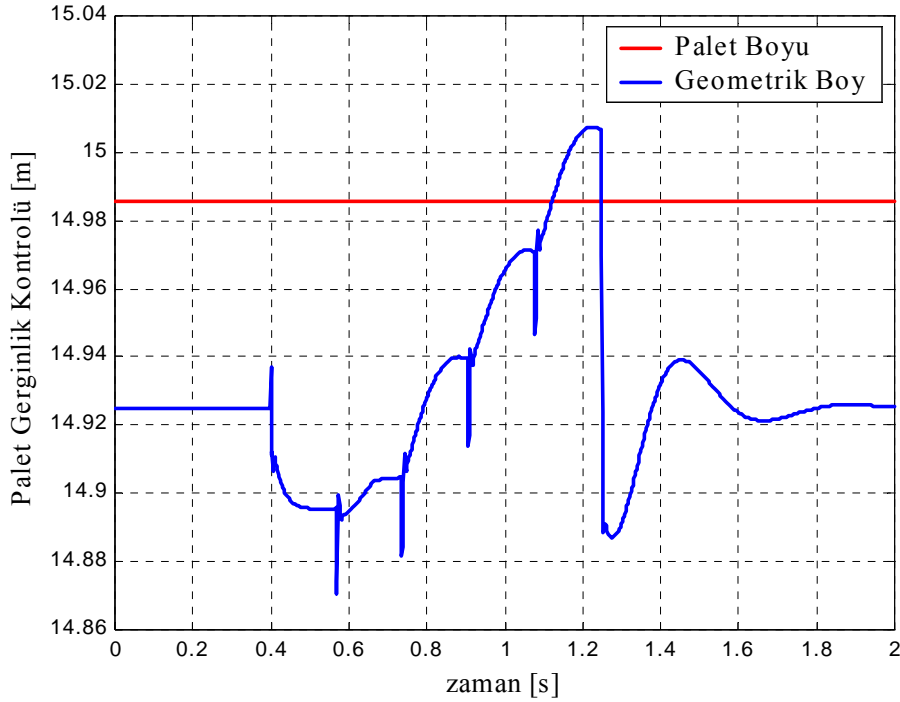


Şekil 5.30 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurmasının ivmesi

Şekil 5.30'da ise önceki modellere göre bir üstünlük olarak ana gövdenin kafa vurma hareketinin ivmesi çizdirilmiştir. Bu diyagramdan da tekerleklerin basamağa vurma anı ve

ayrıca gövdenin kafasını ters tarafa çevirdiği an (ivmenin negatif pik verdiği bölüm – yaklaşık 0,9. saniye) gözlemlenebilir.

Bir ve iki serbestlik dereceli modellerden farklı olarak burada, sistem yarım taşıt olarak modellendiği için taşıyıcı tekerlekler, cer dişlisi ve gergi tekerleği çevresine sarılmış olan tüm palet boyu hesaba girebilir. Hesaba girmeden kastedilen, eğer palet yukarıda bahsedilen elemanlar etrafında çok gergin olarak takılırsa bu durumda örneğin tekerlekler herhangi bir çukura girmek istediğinde palet gergin kalacağından tekerlek çukura girmeyecek ve sanki bir köprü vazifesi gören palet üzerinden titreşim yapmadan (düz yolda gidiyormuş gibi) yola devam edecektir. Başka bir deyişle palet gerginliği süspansiyonun rahat çalışmasını engelleyen bir unsur olacaktır. Şekil 5.31’de palet gerginliğinin değişimi gösterilmiştir (yani taşıyıcı tekerlekler basamağa çıkarken palette oluşan gerilme ve gevşemeler görülmektedir).



Şekil 5.31 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolü

Palet gerginliğinin titreşimi önleyici rol oynayıp oynamadığını kontrol etmek için Şekil 5.31’de iki adet çizim verilmiştir. Kırmızı renkte görülen ve değeri hep sabit kalan nicelik palet boyunun gerçek değeridir. Yani taşıta takılacak olan paletin fiziksel uzunluğudur (bu değer ancak paletteki bakla adedinin veya baklaların genişliğinin değiştirilmesi ile değişecektir). Mavi renkteki çizim ise paletin takılacağı yüzeylerin birbirlerine olan geometrik uzaklıklarının (örneğin iki taşıyıcı tekerlek arası mesafe, cer dişlisi ile gergi tekerleği arası

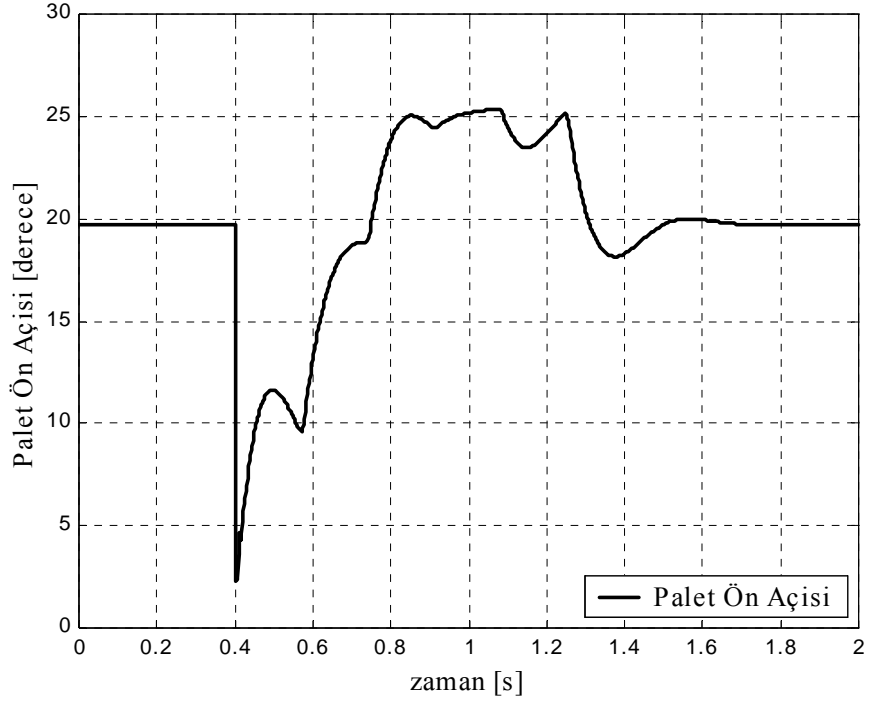
mesafe gibi) toplamından elde edilmiştir. Bu uzunluk değeri, Şekil 2.2'deki temsili resimde koyu siyah renkle gösterilmiş paletin geometrik anlamdaki uzunluk değeridir. Bu uzunluk değerinin nasıl bulunduğu Bölüm 2'de verilmiştir.

Şekil 5.31'e dikkat edilirse statik bölgede (0,4. saniyeden öncesi ve 1,9. saniyeden sonrası) iki uzunluk değeri arasında yaklaşık 0,05 m'lik bir fark vardır. Gerginlikteki bu boşluk statik bölgede paletin sehim yapabilmesine (A, C ve D bölgelerinde – Şekil 2.2) izin verirken, dinamik durumda (örneğin tekerlek çukurdan geçerken) paletin yola istenildiği gibi serilebilmesine olanak sağlamaktadır. Tabii bu durum da sonsuz değildir. Şekil 5.31 işte bu yüzden çizdirilmiştir. Araç belirlenmiş yol üzerinde seyrederken, eğer mavi eğri kırmızı çizgiyi geçerse bu durumda palet aşırı derecede çekme zorlamasına tabi kalacak anlamına gelmektedir (süspansiyonu hareketsiz bırakmaya başlamış yorumu da yapılabilir). Eğer böyle bir diyagramı verecek bir yol fonksiyonunda taşıt ilerletilirse, bulunacak diğer simülasyon diyagramlarının bu bölgelerde (kırmızı ve mavi çizgilerin kesiştiği bölgeler) hatalı sonuçlar vereceği beklenmelidir. Çünkü denklemlerde, paletin tamamen gerilmesi sonucu süspansiyon hareketinin sınırlandırılmasını gerçekleştirecek matematiksel bir terim bulunmamaktadır. Şekil 5.31'de sadece yaklaşık 0,15 saniyelik bir zaman diliminde böyle bir sorun çıkmıştır. Ancak yine de önceden edinilmiş bilgiye göre, palet malzemesinin çekmede göstereceği uzama yüzdesi olan % 0,6'lık elastik şekil değiştirme de hesaba katılırsa kırmızı çizgi bir miktar daha ötelenebilmektedir (yani sınır değer yaklaşık 14,98 m'den 15,07 m'ye taşınmıştır). Dolayısıyla buradaki sorun elastik sınırlar dahilinde kaldığından simülasyonu etkilememiştir.

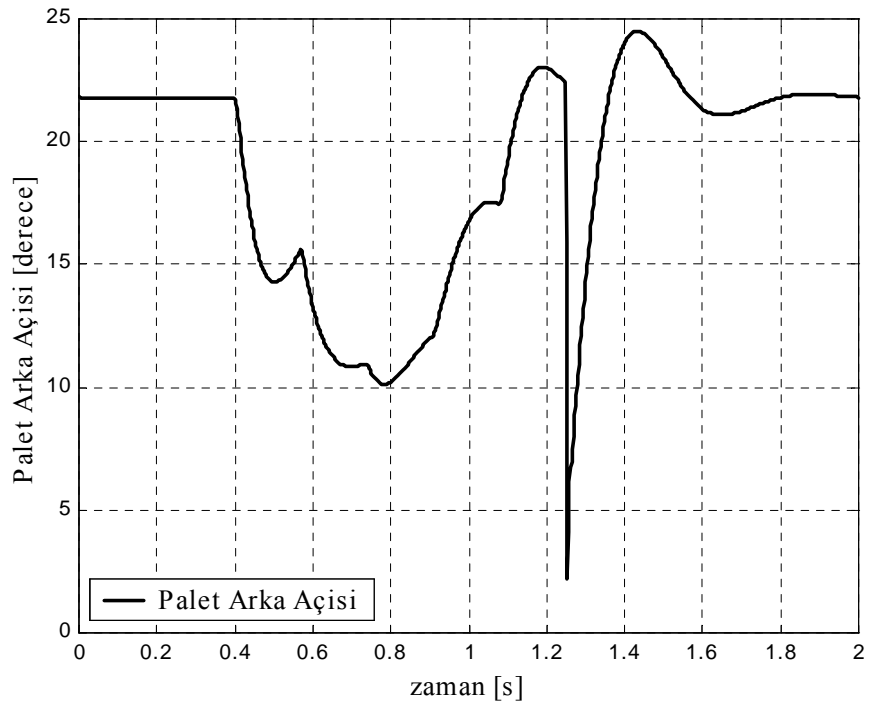
Paletin uzunluk değeri bulunurken yardımcı eleman olarak elde edilen iki nicelik daha vardır. Bunlar araca yandan bakıldığında (Şekil 2.2) paletin ön ve arka kısımlarının yer ile yapacağı açı değerleridir (sırasıyla φ ve ϕ). Titreşim başladığında doğal olarak bu açı değerleri de değişime uğrayacaktır. Şekil 5.32 ve 5.33'te bu iki değer zamana göre değişimi verilmiştir.

Taşıtın basamağa çıkmaya başladığı 0,4. saniyede cer dişlisinin bulunduğu kısım yere (basamak üzerine) yaklaşmakta ve ilgili açı değerini düşürmektedir. (Sınır şart olarak cer dişlisinin yere dokunduğu varsayılırsa açı değeri sıfır olacaktır – 0,4. saniyede birinci askı kolu açısı tamamen kapandığında birinci taşıyıcı tekerlek içeri girdiğinden fiziksel sınır şart gerçekleşmekte ve cer dişlisi yere yaklaşabileceği en yakın konumuna gelmektedir. Ancak yine de cer dişlisi birinci taşıyıcı tekerleğe göre önde kaldığı için tekerlek daha basamağa çıkmadan dişlinin basamak üzerine sürtmesi/çarpması söz konusu olabilir. Bu durum yaşansa bile çok kısa bir zaman aralığında gerçekleşecektir). Gergi tekerleğinin bulunduğu arka

kısımda ise, 0,4. saniyede birinci taşıyıcı tekerlek basamağa çıkarken araç kafasını kaldırdığı ve arka kısmını yatırmaya başladığından Şekil 5.33'teki arka açı değeri azalmaktadır.



Şekil 5.32 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet ön açısı (φ)



Şekil 5.33 Sekiz serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet arka açısı (ϕ)

5.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi

Statik çökme değerlerini bulabilmek için daha önceden yapıldığı gibi matematik model düz bir yol fonksiyonu (pürüzsüz yol – $x_y = 0$) üzerinden geçirilmiştir. Bu simülasyondan elde edilen sonuçlar Şekil 5.34'ten 5.41'e kadar olan diyagramlarda verilmiştir.

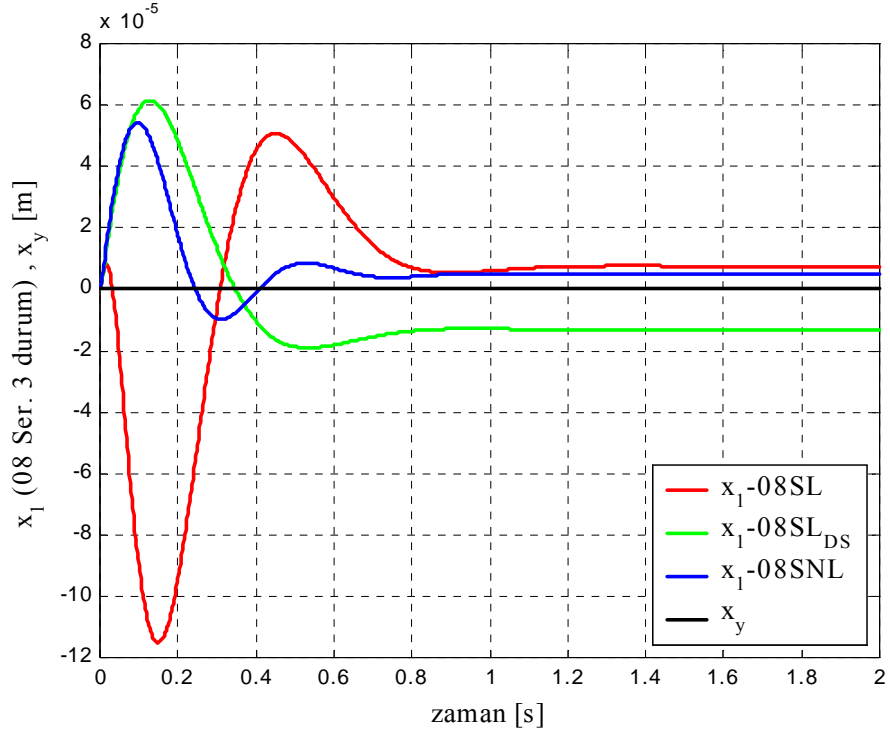
Şekil 5.34'te ana gövdenin, Şekil 5.35'te kafa vurma hareketinin, Şekil 5.36'dan 5.41'e kadar olan diyagramlarda ise sırasıyla önden arkaya doğru sıralanan taşıyıcı tekerleklerin her üç yaklaşım (lineer, lineer-DS ve nonlinear) için yer değiştirme diyagramları mevcuttur.

Bu çizimler oluşturulurken adım aralığı hassasiyeti 0,002 olarak seçilmiştir. Hassasiyet daha da artırıldığında özellikle nonlinear modelde yaklaşık $0,42^\circ$ olarak bulunan statik kafa vurma açısı daha da düşmüştür (yaklaşık $0,31^\circ$). Bunun yanında, adım aralığının 0,0001'e çekip yapılan simülasyonlarda lineer model de kafa vurma hareketinde sıfıra yaklaşmıştır (bu bölümdeki tüm diyagramlarda lineer model (kırmızı) Şekil 5.35'teki kafa vurma hareketi dışında zaten hep sıfırı yakalayabilmişti). Ancak düşürülmüş adım aralığı ile simülasyon yapmak çok zaman aldığından referans olarak 0,002'lik adım aralığında kalınmıştır.

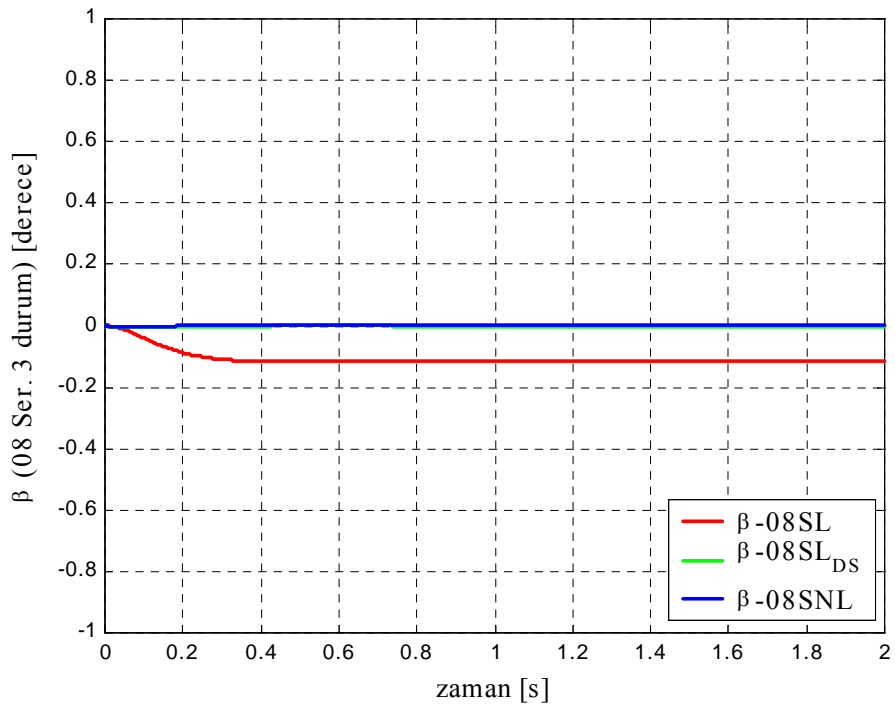
İzafi statik çökme değeri Dsi değerleri önden arkaya doğru artmaktadır. Bunun nedeni yine statik kafa vurmadır (önünü kaldırmış olarak duran aracın ön tarafı arkasına göre daha az çökecektir). Çökme değerlerinin pozitif olması aşağı çökmeyi göstermektedir (ancak diyagramlarda bu durum negatif yön olan aşağı tarafı temsil etmektedir). Kafa vurma açısı değerlerinde ise pozitif değer kafa kaldırmayı, negatif değer kafa vurmayı temsil etmektedir.

Her üç yaklaşım durumu için elde edilen statik çökme ve statik kafa vurma değerleri toplu olarak Çizelge 5.1'de verilmiştir. Çizelge 5.1'deki bulgulara göre sayısal değer ile karşılaştırılacak olan Dsi değerlerinin hatası diğer modellere kıyasla bazı tekerleklerde artmış, bazı tekerleklerde ise düşmüştür. Ortalama değer olarak dördüncü süspansiyonda oluşacak izafi statik çökme (Ds4) alınabilir. Çünkü dördüncü süspansiyonun gövdeye bağlantı noktası ağırlık merkezine çok yakındır. Bu nedenden dolayı statik kafa vurma hareketinden çok az etkilenmektedir.

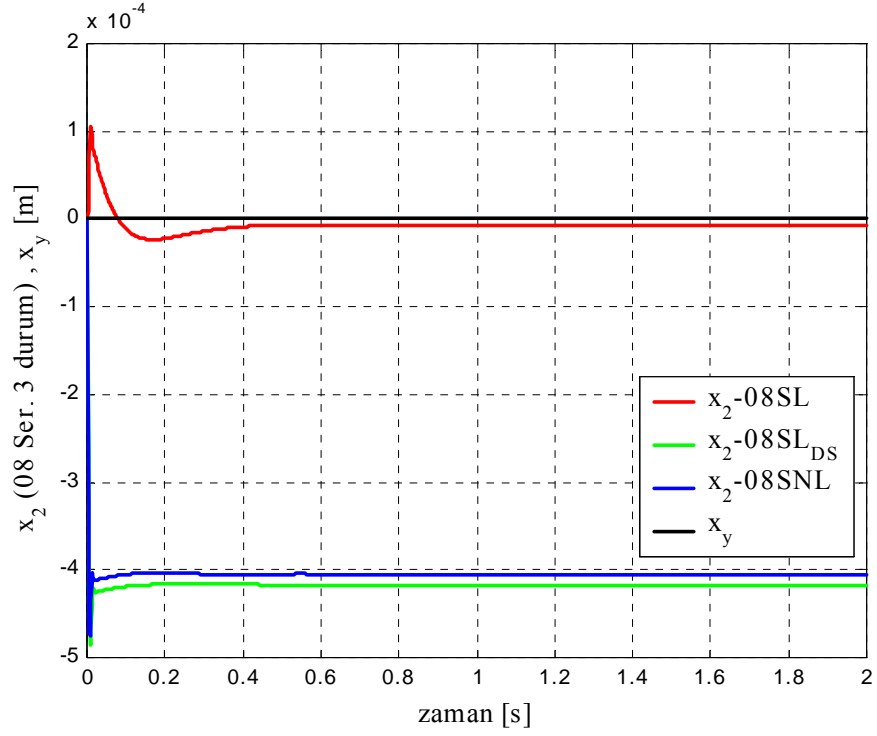
Referans olarak dördüncü süspansiyon alındığında hata mertebesinin % 7,1'e çıktığı görülmektedir. Her ne kadar iki serbestlik dereceli modele oranla hata azaltılmasında % 5,8'lik bir kayıp varmış gibi gözükse de, iki serbestlik dereceli modelde hatanın daha az çıkmasının nedeni sistemdeki en sert yay elemanının kullanılmasıydı (sert yaydan dolayı statik çökme daha az olmuştu). Dolayısıyla bir ve iki serbestlik dereceli sistemlerdeki statik çökme değerleri aldatici olmuştur.



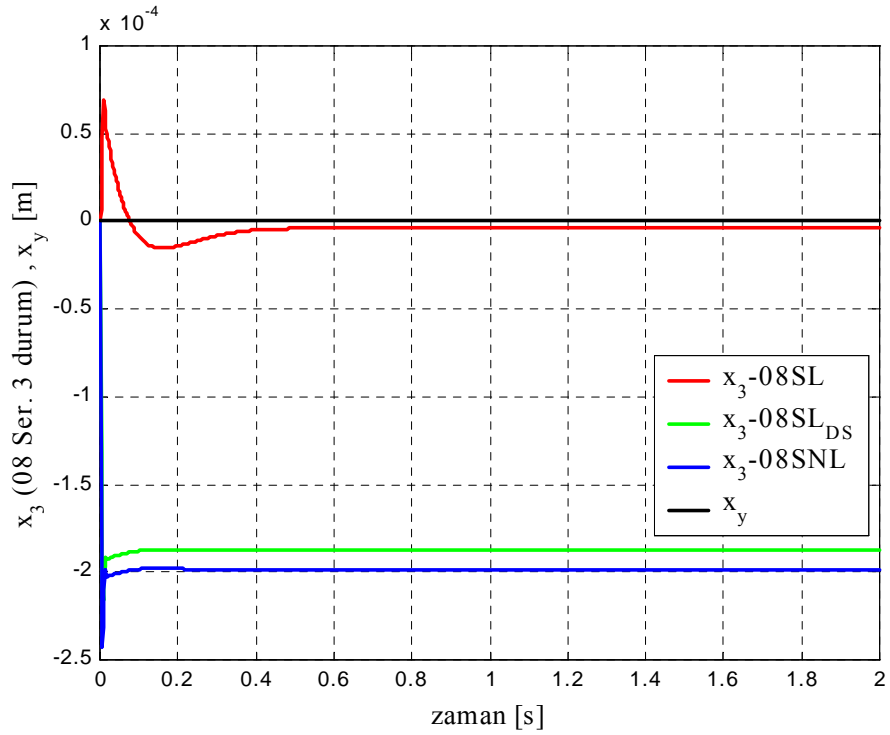
Şekil 5.34 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



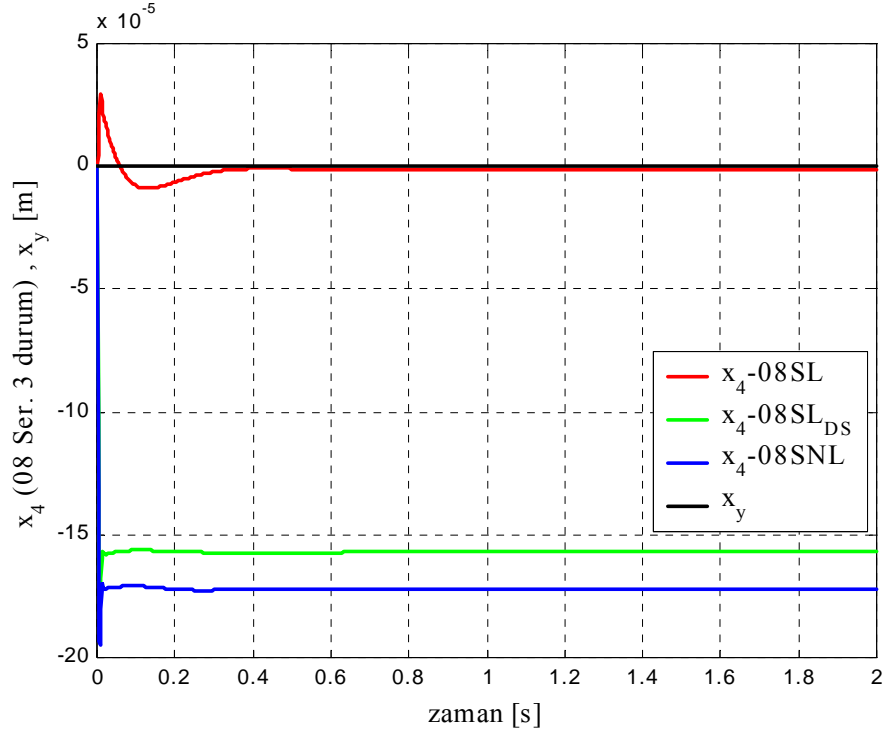
Şekil 5.35 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda kafa vurma hareketlerinin hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



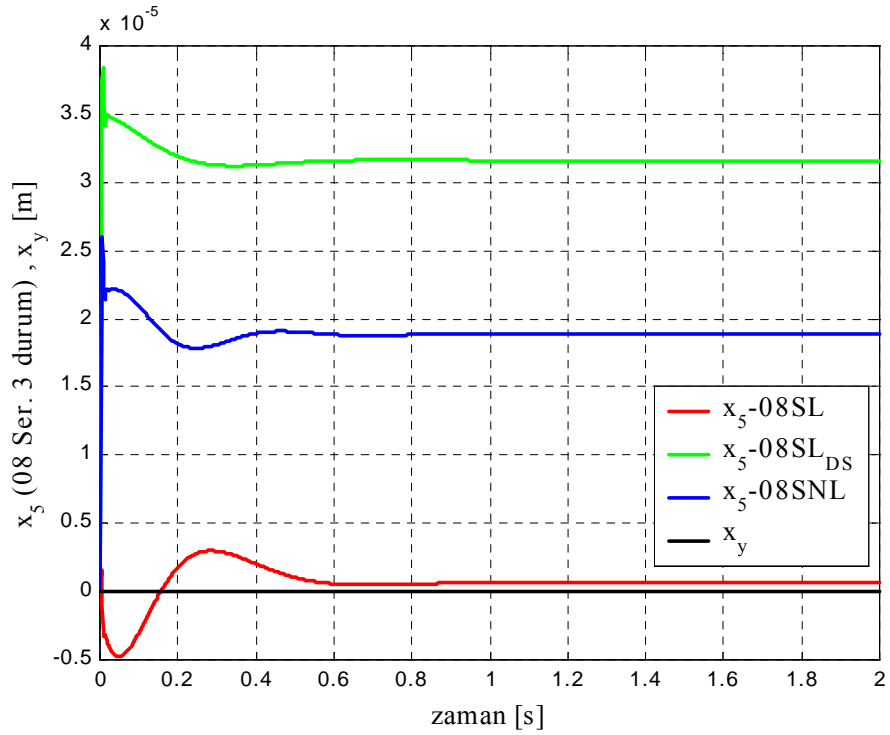
Şekil 5.36 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 1. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



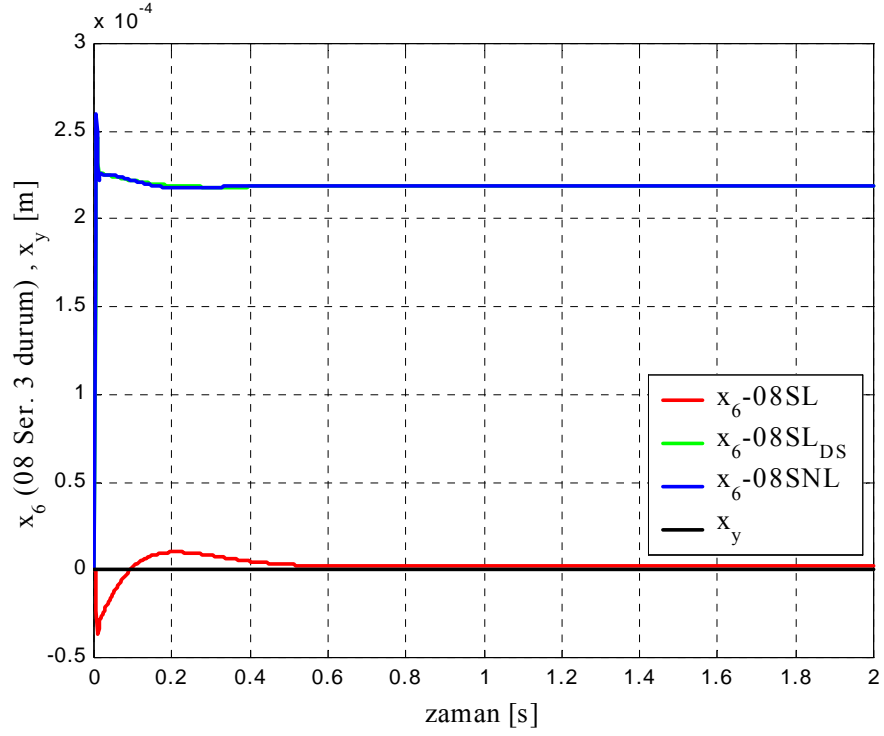
Şekil 5.37 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 2. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



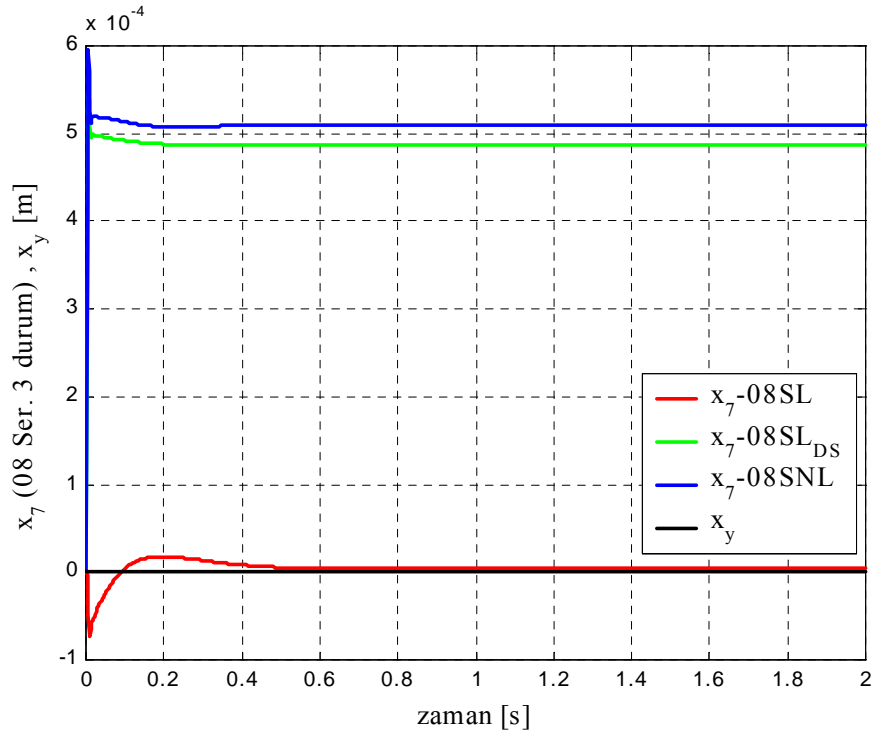
Şekil 5.38 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 3. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 5.39 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 4. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 5.40 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 5. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 5.41 Sekiz serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 6. taşıyıcı tekerlek konumlarının hata mertebelerini karşılaştırmak için pürüzsüz yoldaki simülasyonları

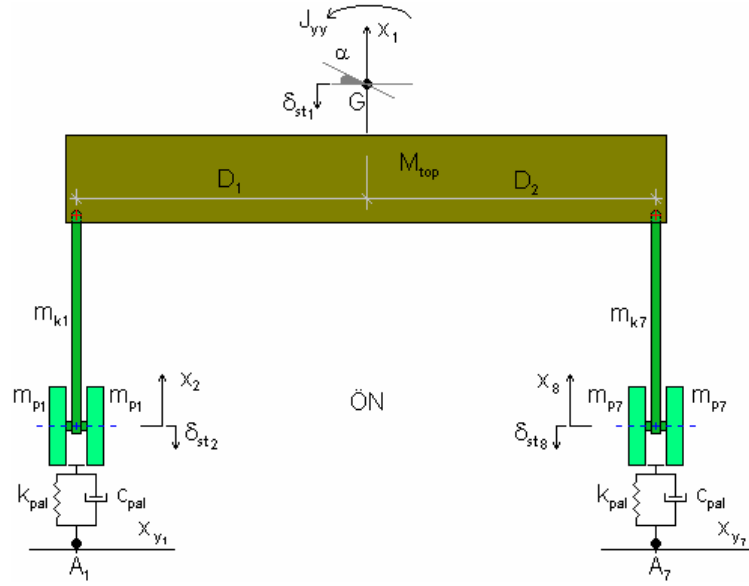
Çizelge 5.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması

Ser. Der.	Model	Ds [m] (sayısal)	Ds1 [m] (sim.)	Ds2 [m] (sim.)	Ds3 [m] (sim.)	Ds4 [m] (sim.)	Ds5 [m] (sim.)	Ds6 [m] (sim.)
08 Ser.	Lin.	0,1000	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS		0,0711	0,0856	0,1001	0,1146	0,1293	0,1438
	Nonlin.		0,0861	0,0931	0,1001	0,1071	0,1142	0,1212

Ser. Der.	Model	δ_{st1} [m] (sim.)	δ_{st2} [m] (sim.)	δ_{st3} [m] (sim.)	δ_{st4} [m] (sim.)	δ_{st5} [m] (sim.)	δ_{st6} [m] (sim.)	δ_{st7} [m] (sim.)
08 Ser.	Lin.	--	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS	0,1137	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016
	Nonlin.	0,1075	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016

Ser. Der.	Model	β_{st} [derece] (sim.)
08 Ser.	Lin.	--
	Lin.-DS	0,8828
	Nonlin.	0,4261

Adım aralığını 0,0001 mertebesine çekip yapılan simülasyonlarda statik kafa vurma açısı düşürülebilmektedir. Bundan Dsi değerleri de etkilenmiştir. Referans alınan Ds4 değeri ise 0,1068 değerinde çıkmış ve genel hatayı % 6,8'e düşürmüştür.



Şekil 6.3 On beş serbestlik dereceli sistemin fiziksel görünümü (önden görünüş)

6.1 Diferansiyel Denklemler

Matematik model on beş serbestlik dereceli olduğundan on beş adet diferansiyel denklem bulunacaktır. Artan serbestlik derecesi ve detaylar nedeniyle denklemlerin uzunluğu artmıştır. Bu yüzden on beş denklem ekte sunulmuştur. Daha önceki bölümlerde tanıtılan sekiz, iki ve bir serbestlik dereceli sistemlerin denklemleri, bu bölümde bulunmuş olan on beş denklemde ilgili serbestliklerin denklemleri ve parametreleri yok edildiği takdirde elde edilebilmektedir.

6.1.1 Enerji Denklemleri

Buradaki modelde de diferansiyel denklemler potansiyel enerji ifadesinin değişik tarzda yazılması ile lineer, lineer-DS ve nonlinear durumlarına göre ayrı ayrı yazılabilir. Ancak Bölüm 3'ten görüldüğü üzere en güvenilir yaklaşım nonlinear model olduğundan sadece bu yaklaşım çeşidi gösterilecektir. Üç değişik durum sadece Bölüm 6.3'te statik çökme değerlerinin incelenmesinde karşılaştırma amaçlı olarak ayrı ayrı gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 E_k = & \frac{1}{2} J_{zz} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} J_{yy} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M_{top} \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} (m_{k1} + m_{k2} + m_{k3} + m_{k4} + m_{k5} + m_{k6} + m_{k7} + m_{k8} + \\
 & + m_{k9} + m_{k10} + m_{k11} + m_{k12}) \cdot \dot{x}_1^2 + m_{p1} \cdot \dot{x}_2^2 + m_{p2} \cdot \dot{x}_3^2 + m_{p3} \cdot \dot{x}_4^2 + m_{p4} \cdot \dot{x}_5^2 + m_{p5} \cdot \dot{x}_6^2 + m_{p6} \cdot \dot{x}_7^2 + \\
 & + m_{p7} \cdot \dot{x}_8^2 + m_{p8} \cdot \dot{x}_9^2 + m_{p9} \cdot \dot{x}_{10}^2 + m_{p10} \cdot \dot{x}_{11}^2 + m_{p11} \cdot \dot{x}_{12}^2 + m_{p12} \cdot \dot{x}_{13}^2 + J_{p1} \cdot \dot{\tau}_1^2 + J_{p2} \cdot \dot{\tau}_2^2 + J_{p3} \cdot \dot{\tau}_3^2 + J_{p4} \cdot \dot{\tau}_4^2 + \\
 & + J_{p5} \cdot \dot{\tau}_5^2 + J_{p6} \cdot \dot{\tau}_6^2 + J_{p7} \cdot \dot{\tau}_7^2 + J_{p8} \cdot \dot{\tau}_8^2 + J_{p9} \cdot \dot{\tau}_9^2 + J_{p10} \cdot \dot{\tau}_{10}^2 + J_{p11} \cdot \dot{\tau}_{11}^2 + J_{p12} \cdot \dot{\tau}_{12}^2 - \\
 & - \frac{1}{2} (J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}) \cdot \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} (J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}) \cdot \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} (J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}) \cdot \dot{\theta}_3^2 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}(J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b})\dot{\theta}_4^2 - \frac{1}{2}(J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b})\dot{\theta}_5^2 - \frac{1}{2}(J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b})\dot{\theta}_6^2 - \\
& -\frac{1}{2}(J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b})\dot{\theta}_7^2 - \frac{1}{2}(J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b})\dot{\theta}_8^2 - \frac{1}{2}(J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b})\dot{\theta}_9^2 - \\
& -\frac{1}{2}(J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b})\dot{\theta}_{10}^2 - \frac{1}{2}(J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b})\dot{\theta}_{11}^2 - \\
& -\frac{1}{2}(J_{k12a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b})\dot{\theta}_{12}^2
\end{aligned} \tag{6.1}$$

$$\begin{aligned}
E_p = & \int F_1 \cdot d\chi_1 + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_2^2 + \int F_2 \cdot d\chi_3 + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_4^2 + \int F_3 \cdot d\chi_5 + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_6^2 + \int F_4 \cdot d\chi_7 + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_8^2 + \\
& + \int F_5 \cdot d\chi_9 + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{10}^2 + \int F_6 \cdot d\chi_{11} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{12}^2 + \int F_7 \cdot d\chi_{13} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{14}^2 + \int F_8 \cdot d\chi_{15} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{16}^2 + \\
& + \int F_9 \cdot d\chi_{17} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{18}^2 + \int F_{10} \cdot d\chi_{19} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{20}^2 + \int F_{11} \cdot d\chi_{21} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{22}^2 + \int F_{12} \cdot d\chi_{23} + \frac{1}{2}k_{\text{pal}} \cdot \chi_{24}^2 - \\
& - M_{\text{top}} \cdot g \cdot (x_1 - \delta_{\text{st}1}) - (2 \cdot m_{\text{p}1} + m_{\text{k}1}) \cdot g \cdot (x_2 - \delta_{\text{st}2}) - (2 \cdot m_{\text{p}2} + m_{\text{k}2}) \cdot g \cdot (x_3 - \delta_{\text{st}3}) - \\
& - (2 \cdot m_{\text{p}3} + m_{\text{k}3}) \cdot g \cdot (x_4 - \delta_{\text{st}4}) - (2 \cdot m_{\text{p}4} + m_{\text{k}4}) \cdot g \cdot (x_5 - \delta_{\text{st}5}) - (2 \cdot m_{\text{p}5} + m_{\text{k}5}) \cdot g \cdot (x_6 - \delta_{\text{st}6}) - \\
& - (2 \cdot m_{\text{p}6} + m_{\text{k}6}) \cdot g \cdot (x_7 - \delta_{\text{st}7}) - (2 \cdot m_{\text{p}7} + m_{\text{k}7}) \cdot g \cdot (x_8 - \delta_{\text{st}8}) - (2 \cdot m_{\text{p}8} + m_{\text{k}8}) \cdot g \cdot (x_9 - \delta_{\text{st}9}) - \\
& - (2 \cdot m_{\text{p}9} + m_{\text{k}9}) \cdot g \cdot (x_{10} - \delta_{\text{st}10}) - (2 \cdot m_{\text{p}10} + m_{\text{k}10}) \cdot g \cdot (x_{11} - \delta_{\text{st}11}) - (2 \cdot m_{\text{p}11} + m_{\text{k}11}) \cdot g \cdot (x_{12} - \delta_{\text{st}12}) - \\
& - (2 \cdot m_{\text{p}12} + m_{\text{k}12}) \cdot g \cdot (x_{13} - \delta_{\text{st}13})
\end{aligned} \tag{6.2}$$

$$\begin{aligned}
E_c = & \frac{1}{2}c_1 \cdot \dot{\chi}_1^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_2^2 + \frac{1}{2}c_3 \cdot \dot{\chi}_3^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_4^2 + \frac{1}{2}c_5 \cdot \dot{\chi}_5^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_6^2 + \frac{1}{2}c_7 \cdot \dot{\chi}_7^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_8^2 + \frac{1}{2}c_9 \cdot \dot{\chi}_9^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{10}^2 + \frac{1}{2}c_{11} \cdot \dot{\chi}_{11}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{12}^2 + \frac{1}{2}c_{13} \cdot \dot{\chi}_{13}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{14}^2 + \frac{1}{2}c_{15} \cdot \dot{\chi}_{15}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{16}^2 + \frac{1}{2}c_{17} \cdot \dot{\chi}_{17}^2 + \\
& + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{18}^2 + \frac{1}{2}c_{19} \cdot \dot{\chi}_{19}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{20}^2 + \frac{1}{2}c_{21} \cdot \dot{\chi}_{21}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{22}^2 + \frac{1}{2}c_{23} \cdot \dot{\chi}_{23}^2 + \frac{1}{2}c_{\text{pal}} \cdot \dot{\chi}_{24}^2
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Yukarıdaki enerji denklemlerinde hesaba katılabilecek birçok parametre ele alınmıştır. Kısaltılmış olarak geçen bazı parametrelerin açık halleri aşağıdadır. Açık halleri verilmemiş parametreler ise herhangi bir değişikliğe uğramadıklarından tekrar yazılmamıştır. Örneğin bir önceki bölümde verilen Denklem 5.4'ten 5.9'a kadar olan sağ tekerleklerin statik çökme değerlerinde toplam kütle yarım taşıt modeli olduğundan önce ikiye bölünmüş ardından altı tekerlek söz konusu olduğundan altıya bölünmüştü. Burada ise sadece tekerlek sayısı olan on ikiye bölünmektedir. Dolayısıyla sayısal olarak aynı değerleri verecektir. Bu nedenle burada tekrarlanmayacaktır. 7. – 12. taşıyıcı tekerleklerin statik çökmeleri benzer tarzda aşağıdadır.

$$\delta_{st8} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p7} + m_{k7})g}{k_{pal}} \quad (6.4)$$

$$\delta_{st9} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p8} + m_{k8})g}{k_{pal}} \quad (6.5)$$

$$\delta_{st10} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p9} + m_{k9})g}{k_{pal}} \quad (6.6)$$

$$\delta_{st11} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p10} + m_{k10})g}{k_{pal}} \quad (6.7)$$

$$\delta_{st12} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p11} + m_{k11})g}{k_{pal}} \quad (6.8)$$

$$\delta_{st13} = -\frac{\frac{M_{top}}{12} + (2.m_{p12} + m_{k12})g}{k_{pal}} \quad (6.9)$$

$$\theta_{d1} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st2} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_1 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.10)$$

$$\theta_{d2} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st3} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_2 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.11)$$

$$\theta_{d3} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st4} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_3 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.12)$$

$$\theta_{d4} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st5} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_4 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.13)$$

$$\theta_{d5} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st6} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_5 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.14)$$

$$\theta_{d6} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st7} + D_1 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_6 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.15)$$

$$\theta_{d7} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st8} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_1 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.16)$$

$$\theta_{d8} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st9} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_2 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.17)$$

$$\theta_{d9} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st10} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) + L_3 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.18)$$

$$\theta_{d10} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st11} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_4 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.19)$$

$$\theta_{d11} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st12} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_5 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.20)$$

$$\theta_{d12} = \arccos\left(\cos(\theta_{ilk}) + \frac{\delta_{st1} - \delta_{st13} - D_2 \cdot \sin(\alpha_{st}) - L_6 \cdot \sin(\beta_{st}) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta_{st}))}{L_a}\right) \quad (6.21)$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\cos(\theta_{d1}) + \frac{x_1 - x_2 + D_1 \cdot \sin(\alpha) + L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.22)$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\cos(\theta_{d2}) + \frac{x_1 - x_3 + D_1 \cdot \sin(\alpha) + L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.23)$$

$$\theta_3 = \arccos\left(\cos(\theta_{d3}) + \frac{x_1 - x_4 + D_1 \cdot \sin(\alpha) + L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.24)$$

$$\theta_4 = \arccos\left(\cos(\theta_{d4}) + \frac{x_1 - x_5 + D_1 \cdot \sin(\alpha) - L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.25)$$

$$\theta_5 = \arccos\left(\cos(\theta_{d5}) + \frac{x_1 - x_6 + D_1 \cdot \sin(\alpha) - L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.26)$$

$$\theta_6 = \arccos\left(\cos(\theta_{d6}) + \frac{x_1 - x_7 + D_1 \cdot \sin(\alpha) - L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.27)$$

$$\theta_7 = \arccos\left(\cos(\theta_{d7}) + \frac{x_1 - x_8 - D_2 \cdot \sin(\alpha) + L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.28)$$

$$\theta_8 = \arccos\left(\cos(\theta_{d8}) + \frac{x_1 - x_9 - D_2 \cdot \sin(\alpha) + L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.29)$$

$$\theta_9 = \arccos\left(\cos(\theta_{d9}) + \frac{x_1 - x_{10} - D_2 \cdot \sin(\alpha) + L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.30)$$

$$\theta_{10} = \arccos\left(\cos(\theta_{d10}) + \frac{x_1 - x_{11} - D_2 \cdot \sin(\alpha) - L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.31)$$

$$\theta_{11} = \arccos\left(\cos(\theta_{d11}) + \frac{x_1 - x_{12} - D_2 \cdot \sin(\alpha) - L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.32)$$

$$\theta_{12} = \arccos\left(\cos(\theta_{d12}) + \frac{x_1 - x_{13} - D_2 \cdot \sin(\alpha) - L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c)(1 - \cos(\beta))}{L_a}\right) \quad (6.33)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \quad (6.34)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \quad (6.35)$$

$$\dot{\theta}_3 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \quad (6.36)$$

$$\dot{\theta}_4 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \quad (6.37)$$

$$\dot{\theta}_5 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \quad (6.38)$$

$$\dot{\theta}_6 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \quad (6.39)$$

$$\dot{\theta}_7 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \quad (6.40)$$

$$\dot{\theta}_8 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \quad (6.41)$$

$$\dot{\theta}_9 = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \quad (6.42)$$

$$\dot{\theta}_{10} = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \quad (6.43)$$

$$\dot{\theta}_{11} = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \quad (6.44)$$

$$\dot{\theta}_{12} = -\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \quad (6.45)$$

$$\chi_{13} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_7) - \cos(\lambda - v_{d7})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_7) - \cos(\rho - \theta_{d7}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.46)$$

$$\chi_{14} = x_8 - \delta_{st8} - x_{y7} \quad (6.47)$$

$$\chi_{15} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_8) - \cos(\lambda - v_{d8})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_8) - \cos(\rho - \theta_{d8}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.48)$$

$$\chi_{16} = x_9 - \delta_{st9} - x_{y8} \quad (6.49)$$

$$\chi_{17} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_9) - \cos(\lambda - v_{d9})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_9) - \cos(\rho - \theta_{d9}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.50)$$

$$\chi_{18} = x_{10} - \delta_{st10} - x_{y9} \quad (6.51)$$

$$\chi_{19} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_{10}) - \cos(\lambda - v_{d10})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_{10}) - \cos(\rho - \theta_{d10}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.52)$$

$$\chi_{20} = x_{11} - \delta_{st11} - x_{y10} \quad (6.53)$$

$$\chi_{21} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_{11}) - \cos(\lambda - v_{d11})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_{11}) - \cos(\rho - \theta_{d11}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.54)$$

$$\chi_{22} = x_{12} - \delta_{st12} - x_{y11} \quad (6.55)$$

$$\chi_{23} = \frac{p \cdot (\cos(\lambda - v_{12}) - \cos(\lambda - v_{d12})) - \ell \cdot (\cos(\rho - \theta_{12}) - \cos(\rho - \theta_{d12}))}{\cos(\lambda)} \quad (6.56)$$

$$\chi_{24} = x_{13} - \delta_{st13} - x_{y12} \quad (6.57)$$

$$\dot{\chi}_1 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right)$$

$$\left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \quad (6.58)$$

$$\dot{\chi}_3 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \quad (6.59)$$

$$\dot{\chi}_5 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \quad (6.60)$$

$$\dot{\chi}_7 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \quad (6.61)$$

$$\dot{\chi}_9 = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \quad (6.62)$$

$$\dot{\chi}_{11} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \quad (6.63)$$

$$\dot{\chi}_{13} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_7) \cdot (\sin(\rho - \theta_7) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \quad (6.64)$$

$$\dot{\chi}_{14} = \dot{x}_8 - \dot{x}_{y7} \quad (6.65)$$

$$\dot{\chi}_{15} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_8)(\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \quad (6.66)$$

$$\dot{\chi}_{16} = \dot{x}_9 - \dot{x}_{y8} \quad (6.67)$$

$$\dot{\chi}_{17} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_9)(\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \quad (6.68)$$

$$\dot{\chi}_{18} = \dot{x}_{10} - \dot{x}_{y9} \quad (6.69)$$

$$\dot{\chi}_{19} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10})(\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \quad (6.70)$$

$$\dot{\chi}_{20} = \dot{x}_{11} - \dot{x}_{y10} \quad (6.71)$$

$$\dot{\chi}_{21} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11})(\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \quad (6.72)$$

$$\dot{\chi}_{22} = \dot{x}_{12} - \dot{x}_{y11} \quad (6.73)$$

$$\dot{\chi}_{23} = -\ell \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12})(\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \quad (6.74)$$

$$\dot{\chi}_{24} = \dot{x}_{13} - \dot{x}_{y12} \quad (6.75)$$

Yukarıda belirtilmemiş olan v_{di} , v_i ve $\dot{\tau}_i$ ifadeleri aynı olarak devam ettiğinden (sadece indislerine göre kaçınıcı tekerlek ve süspansiyona ait oldukları belirlenmekte) burada tekrarlanmamıştır.

Yukarıda ve Bölüm 5'te verilen Denklem 5.4'ten 5.9'a ve Denklem 6.4'ten 6.9'a kadar olan ifadelerdeki δ_{sti} (sırasıyla her bir taşıyıcı tekerleğin statik çökmesi – δ_{st1} hariç) değerleri, bir önceki bölümde anlatıldığı üzere eşit olarak kabul edilmiştir (yani her bir tekerlek sanki tüm kütlelerin 1/12'sini taşıyormuş gibi düşünülmüştür). Aynı Bölüm 5'te olduğu gibi bu kabul yapılarak işlemlere devam edildiğinde, sıfır yol fonksiyonu (yani pürüzsüz yol) için simülasyon yapılması ile bu yaklaşımın getirdiği hata miktarı yaklaşık olarak çıkarılmıştır. Bu simülasyonun tüm detayları Bölüm 6.3'te verilmiştir. Şekil 6.69 (en öndeki taşıyıcı tekerlekler – 1. ve 7.) ve Şekil 6.74'ten (en arkadaki taşıyıcı tekerlekler – 6. ve 12.) de görüleceği üzere pürüzsüz yolda lineer-DS ve nonlinear (yeşil ve mavi eğriler) yaklaşımlarda örneğin ön taşıyıcı tekerlekler yaklaşık -4.10^{-4} m'lik bir hata verirken, arka taşıyıcı tekerlekler yaklaşık $+5.10^{-4}$ m'lik bir hata vermiştir. Yani hata mertebesi Bölüm 5'teki sekiz serbestlik dereceli modelinki ile aynı kalmıştır.

6.1.2 Lagrange Denklemleri

Bu bölümde tam taşıt modeline ait on beş diferansiyel denklem bulunmuştur. Denklemler Bölüm 3'te verilen Lagrange denklemlerinin yukarıda verilmiş enerji ifadelerinden türetilmesi sonucu elde edilmiştir. Ancak denklemler çok uzun olduğundan ekte sunulmuştur.

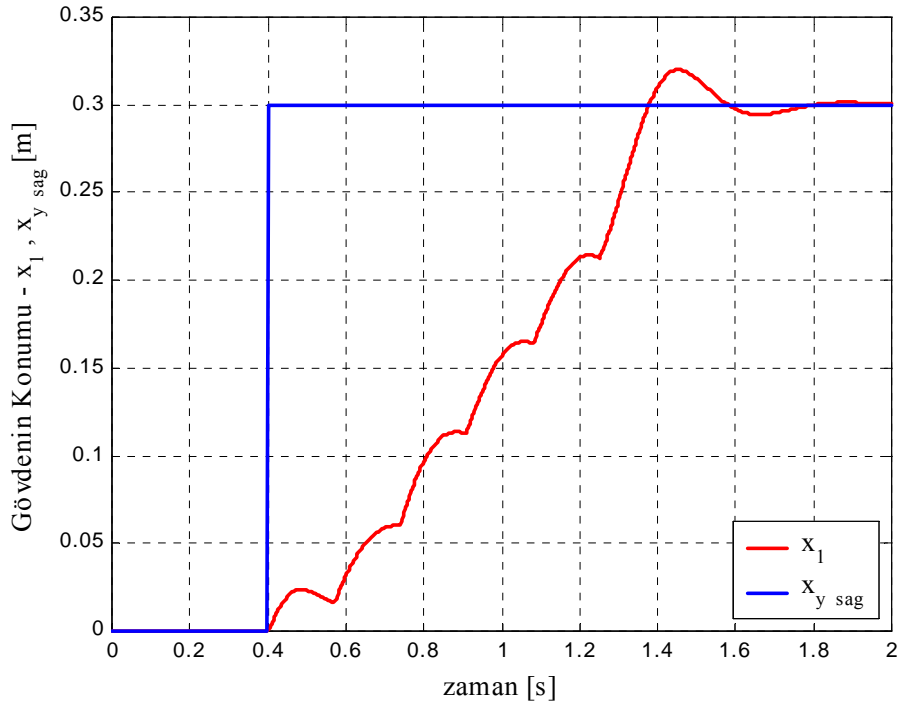
Bu denklemlerden birincisi ana gövdenin ağırlık merkezinin düşey hareketini (x_1), ikinciden on üçüncüye kadar olanları taşıyıcı tekerleklerin merkezlerinin düşey hareketlerini (x_2 , x_3 , x_4 , ..., x_{13}), on dördüncü denklem ana gövdenin kafa vurma açısını (β) ve on beşinci son denklem ise ana gövdenin yana yatma açısını (α) göstermektedir.

Denklemler dikkatli incelenirse birçok terimin kendini tekrarlayarak gittiği (sadece alt indislerinin değiştiği) görülebilir. Bu terimlerden bazılarının sayısal değerleri aslında aynıdır. Dolayısıyla ortak paranteze alınarak da yazılabilirdi. Bu terimlerin ortak bir şekilde yazılmayıp ayrı ayrı indislenmeleri, gelecekte farklı bir taşıt üzerinde özdeş olmayan tekerleklerin, askı kollarının, kütle değerlerinin, vb. kullanılması gibi bir durum olursa aynı diferansiyel denklemlerin bu farklılıklara kolaylıkla uyarlanabilmesi içindir. Sonuçta denklemler parametrik ve her parametrenin sayısal değeri kolaylıkla değiştirilip yeni değerler altında simülasyon sonuçlarının nasıl etkileneceği görülebilir.

6.2 Simülasyonlar

Bu bölümde on beş serbestlik dereceli tam taşıt modelinin diyagramları sunulmuştur. Önceki bölümlerden farklı olarak yüksek serbestlik derecesinin getirdiği gelişimi izleyebilmek için üç değişik yol fonksiyonu verilmiştir. Yol fonksiyonları yine basamak fonksiyonudur. İlk iki yolda basamak yüksekliği ve simülasyon süresi diğer bölümlerdeki diyagramlar ile karşılaştırabilmek için diğerleri ile aynı verilmiştir (0,3 m ve 2 s). Ancak üçüncü yolda tüm simülasyonu izleyebilmek için süre uzun tutulmuştur. Bunun dışında taşıt hızı (20 km/h) ve diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan adım aralığı da (0,002) daha önceki bölümlerdeki gibidir. Yol girişleri arasındaki fark ise şöyledir: Birinci yolda her iki palet de (sağ ve sol) aynı anda basamağa çıkmaktadır. Dolayısıyla yana yatma durumu söz konusu olmamaktadır. İkinci yolda sağ palet basamağa çıkarken, sol palet engebesiz düz yolda gitmeye devam etmekte, dolayısıyla taşıtın sola yatma durumu izlenebilmektedir. Üçüncü yolda ise sağ palet basamağa çıktıktan belli bir süre sonra sol palet basamağa çıkmaktadır. Bu nedenle taşıt ilk başta belli bir miktar yana yatmakta ardından diğer palet de basamağa çıkınca dengeye gelmektedir. Her üç simülasyonda da birinci tekerleğin basamağa vuruş anı yine hız ne olursa olsun 0,4. saniye olarak seçilmiştir.

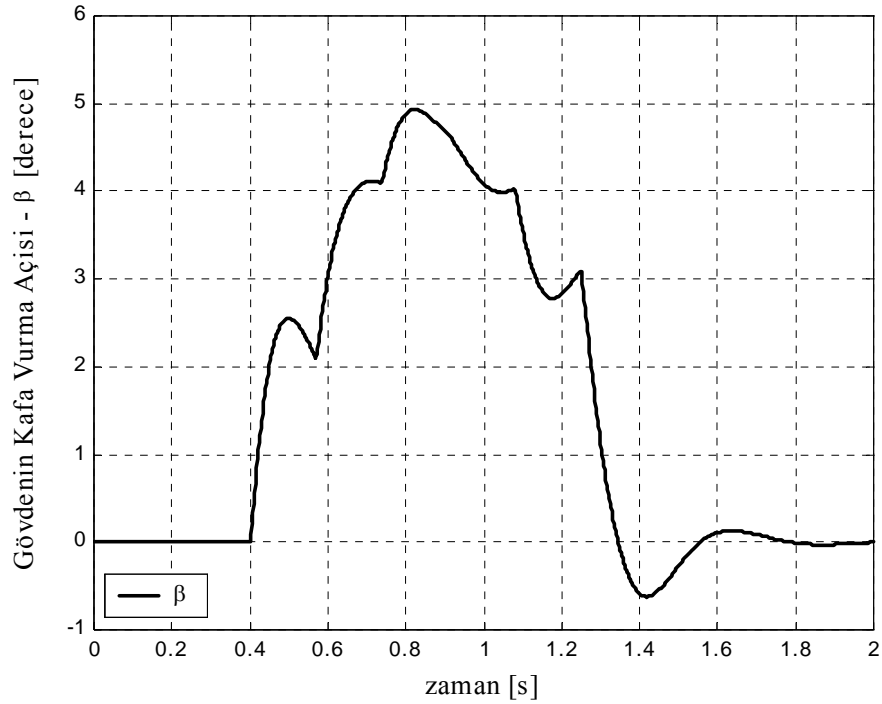
6.2.1 Her İki Paletin Aynı Anda Basamağa Çıkması



Şekil 6.4 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi

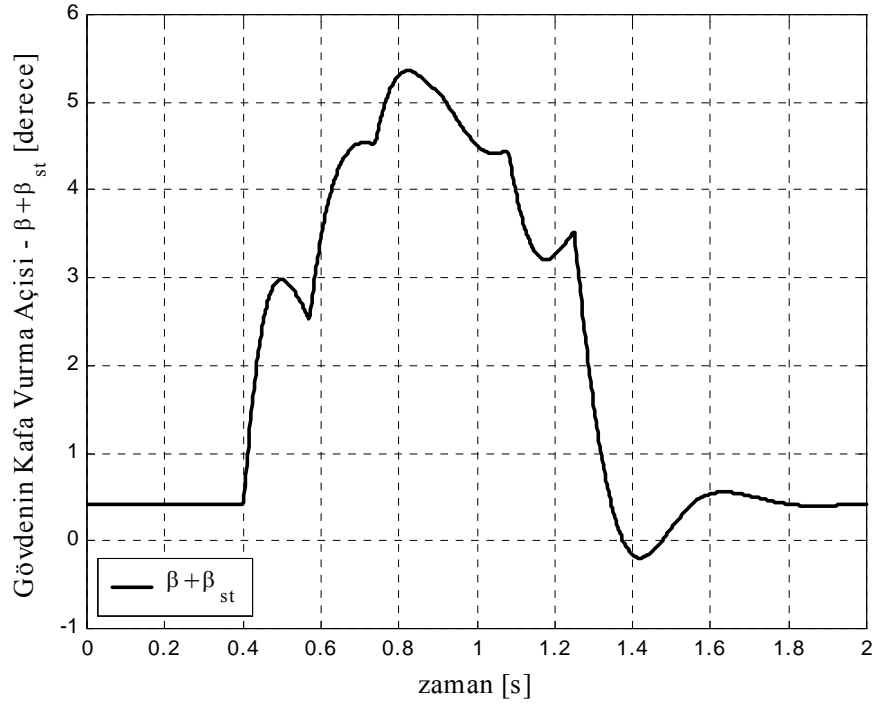
Şekil 6.4'te taşıt gövdesinin zamana göre yer değiştirmesi görülmektedir. Eğrinin karakteri Bölüm 5'teki yarım taşıt modelinki ile aynı çıkmıştır. Diğer bölümlerden farklı olarak burada $x_{ysağ}$ ve x_{ysol} şeklinde ifadeler kullanılmıştır. Bunun anlamı sırasıyla sağ ve sol paletlerin altına gelecek yol fonksiyonu olduklarıdır. Buradaki simülasyonlarda bu iki fonksiyon eşit olduğundan sadece birini çizdirmek yeterlidir ($x_{ysağ}$ – mavi çizgi).

Şekil 6.5 ve 6.6'da gösterilen kafa vurma hareketinin diyagramlarında her bir tekerleğin vuruş anında oluşan açı değerindeki kırılmalar yarım taşıt modeline kıyasla daha belirgin olmuştur. Ancak eğrinin genel karakterinde bir değişiklik yoktur. Aynı yarım taşıt modelindeki gibi ağırlık merkezinin önündeki ilk üç tekerlek basamağa çıkıp geçene kadar kafayı kaldırmaya devam eden taşıt ağırlık merkezinden sonraki ilk tekerlek olan dördüncü tekerlek basamağa çıktığında (yaklaşık 0,90. saniye) kafayı indirmeye başlamıştır.



Şekil 6.5 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketi

Şekil 6.6'da ana gövdenin kafa vurma hareketinin statik ve dinamik değerlerinin birleştirilmiş hali çizdirilmiştir. Gerçekte fiziksel olarak bu diyagramdaki değerler yaşanacağından bu eğrinin esas alınması gerekir (yani statik olarak kafasını kaldırmış olan taşıt, basamağa geldiğinde kafasını daha da kaldıracaktır – bu nedenle gerçek değer olarak statik ve dinamik toplamının göz önüne alınması gerekir). Statik kafa vurma değeri β_{st} yine yaklaşık $0,42^\circ$ çıkmıştır (değer pozitif olduğundan statik kafa kaldırma hareketi demek daha doğru olur).

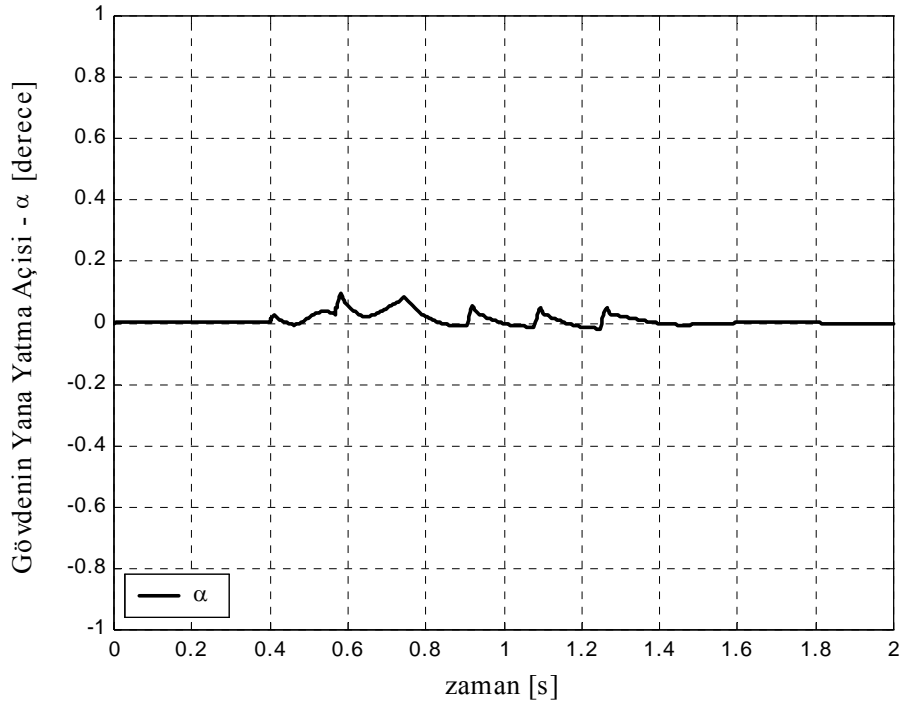


Şekil 6.6 Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi

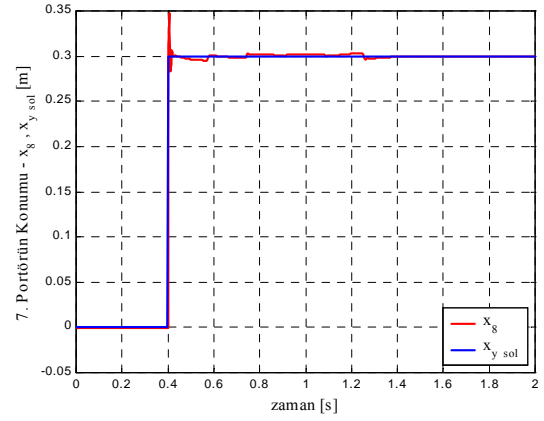
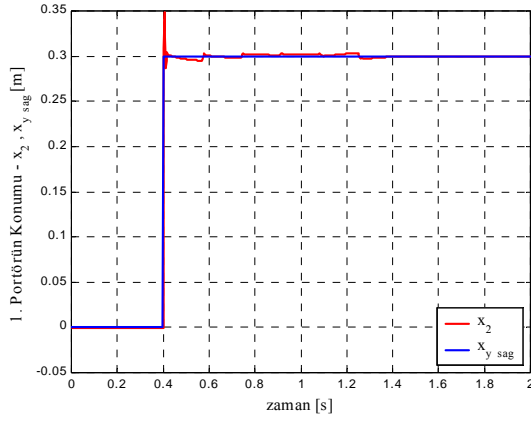
Şekil 6.7’de ise ana gövdenin yana yatma hareketinin diyagramı görülmektedir. Taşıtın matematik modeli boyunca kesildiğinde her ne kadar simetrik alınmış (önden veya arkadan bakıldığında ağırlık merkezi ortadadır) ve her iki taraftaki (sağ ve sol) tekerleklere yoldan gelen etkiler aynı olsa da, az bir miktar yana yatma açısı değerleri çıkmaktadır. Yine de bu değerler $0^\circ - 0,1^\circ$ aralığındadır. Bunun yanısıra aynı kafa vurma hareketinde olduğu gibi burada da statik yana yatma açısı (α_{st}) terimi ortaya çıkmıştır (sistem simetrik olduğundan ve yoldan gelen etkiler sağ ve sol tekerleklere eşit geldiğinden böyle bir değer olmaması gerekirdi). Burada çıkan statik yana yatma açısı değeri yaklaşık $0,14^\circ$ ’dir. Bu değer pozitif olması sistemin sol tekerleklerinin üzerine yattığını gösteriyor. Yana yatma konusunda bahsedilen bu değerlerin sıfır çıkmaması simülasyonda bir hassaslık sorunu olduğunu belirtmektedir. Adım aralığını daha küçülterek yapılan denemelerde α_{st} değeri yaklaşık $0,003^\circ$ düzeyine kadar çekilebilmiştir (aynı zamanda yarım taşıt modelinde olduğu gibi β_{st} değeri de yaklaşık $0,31^\circ$ değerine gerilemiştir). Buradan adım aralığı ne kadar küçültülürse o kadar iyi sonuç alınacağı görülebilmektedir. Bir ve iki serbestlik dereceli modeller için $0,002$ ’lik adım aralığı yeterli olurken sekiz ve on beş serbestlik dereceli modeller için daha küçük adım aralığı gerektiği görülmüştür. Ancak adım aralığını küçültmek programın çalışma

hızını olumsuz etkilemektedir. Kazancın en fazla $0,14^\circ$ olduğu düşünülürse çalışma zamanı açısından 0,002'lik adım aralığının getirdiği bu ufak hata dikkate alınmayabilir.

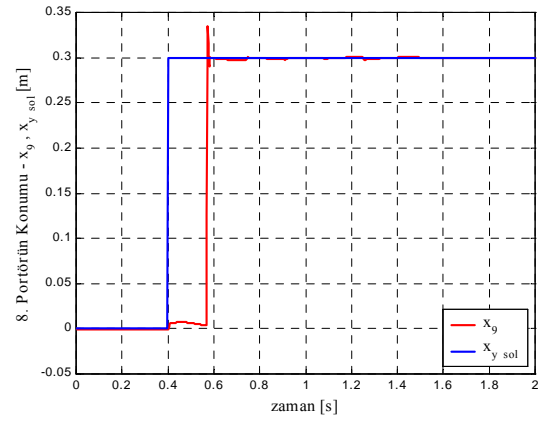
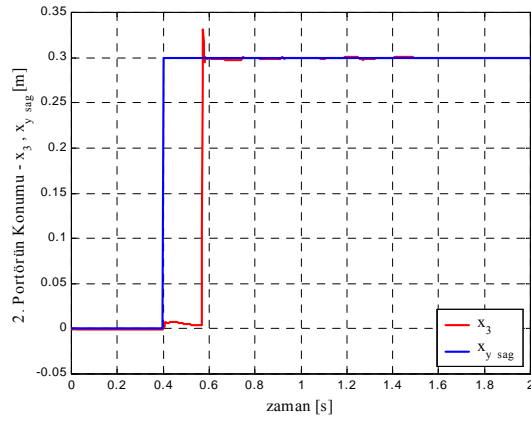
Şu noktada “Madem statik yana yatma açısı sıfır çıkacaktı, niye böyle bir terime ihtiyaç duyuldu?” gibi bir soru akla gelebilir. Burada ele alınan taşıta önden (veya arkadan) bakıldığında süspansiyon elemanları bakımından simetriktir. Ağırlık merkezi de tam ortadadır. Dolayısıyla bu değerın sıfır olması beklenir. Ancak gelecekte yapılacak başka taşıtlarda (örneğin ağırlık merkezi tam ortada olmayan) bu değer sıfır çıkmayacaktır. Böyle bir durumda taşıttın dengesini (yere paralelliği) sağlayabilmek için, “yana yatan tarafın yay elemanlarında nasıl bir değişiklik yapılırsa α_{st} değeri sıfırlanır” şeklinde düşünüp çözümler aranmalıdır. Buradaki denklemlerin farklı taşıtlara da uygulanabilmesi açısından ağırlık merkezinin konumu serbest bırakılmıştır (yani denklemlerde ağırlık merkezinin uçlara olan mesafelerini gösteren D_1 ve D_2 uzunlukları burada her ne kadar eşit olsalar da farklı indislenmiştir – farklı taşıtlarda değerleri değiştirilerek ağırlık merkezinin konumu kaydırılabilir – böyle bir durumda yay elemanlarında uygun değişiklik yapılmazsa taşıt bir tarafa yatacaktır). Sonuç olarak bu bölümde açıklanan β_{st} ve α_{st} değerleri aslında taşıttın yere paralel durup durmadığının birer kontrol elemanıdır.



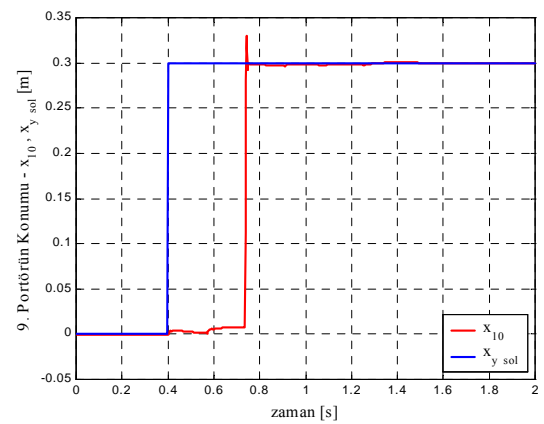
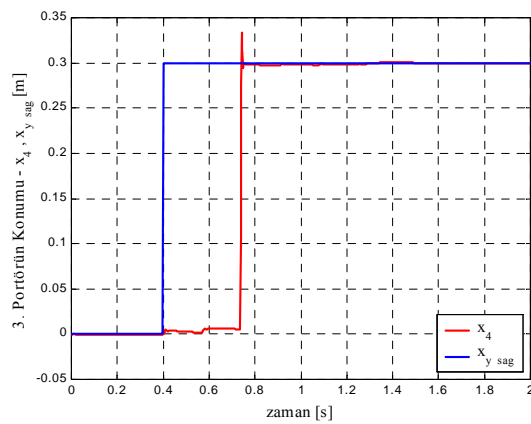
Şekil 6.7 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketi



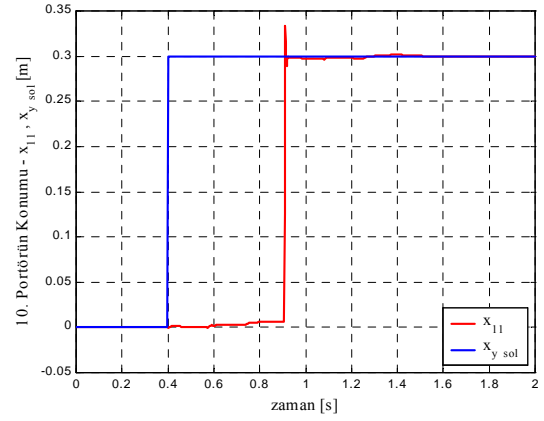
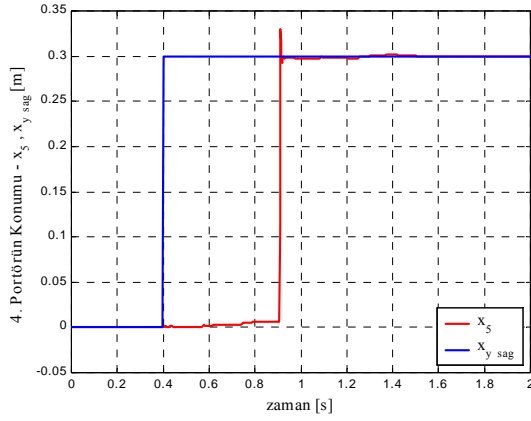
Şekil 6.8 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



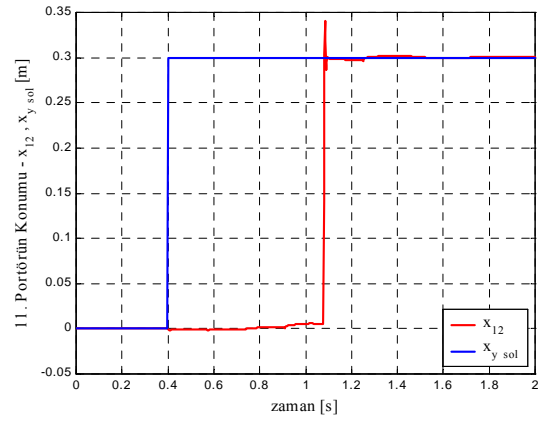
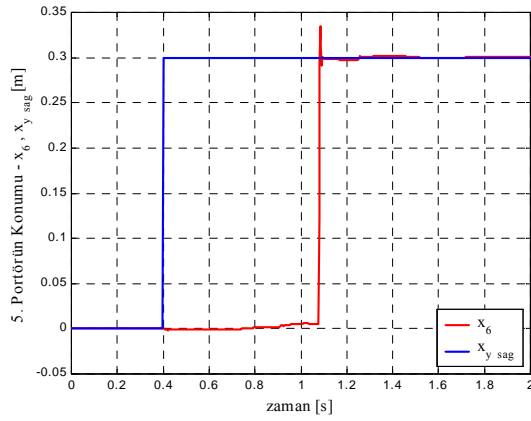
Şekil 6.9 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



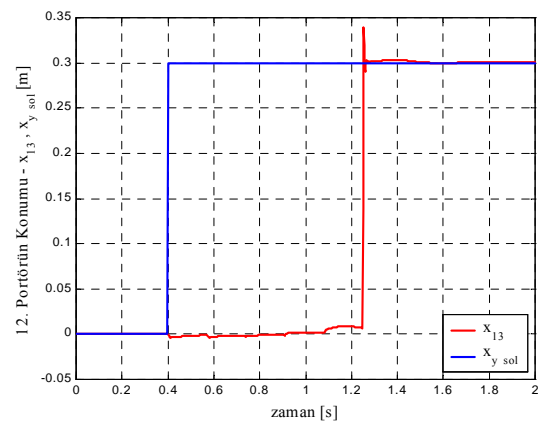
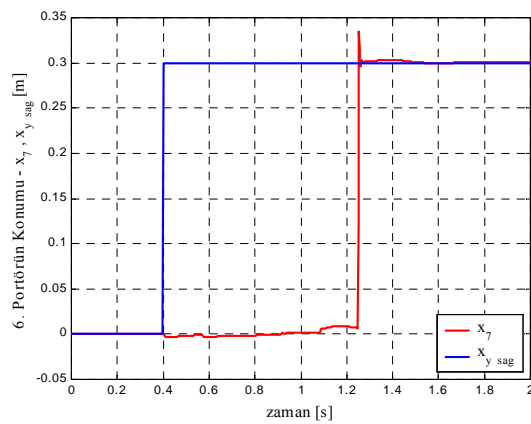
Şekil 6.10 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



Şekil 6.11 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



Şekil 6.12 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



Şekil 6.13 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri

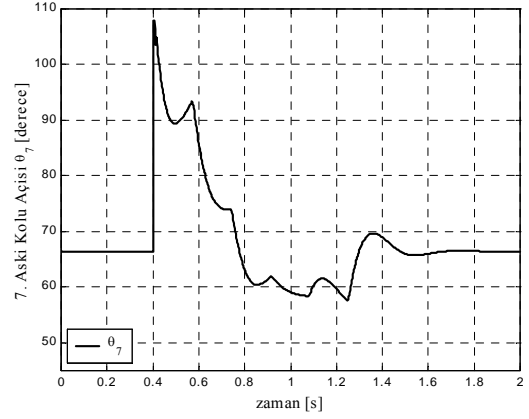
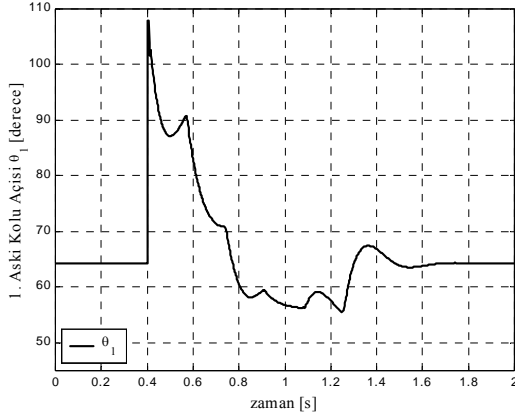
Şekil 6.8'den 6.13'e kadar olan diyagramlarda sırasıyla önden arkaya doğru taşıyıcı

tekerleklerin yer değiştirmeleri görölmektedir. Bu çizimlerde sol sütun sağ tekerlekleri, sağ sütun sol tekerlekleri göstermektedir. Her bir Şekil grubunda simetrik tekerlekler gösterilmiştir. Aynı yol fonksiyonuna giren tekerleklerin aynı tepkileri vermesi doğaldır. Diyagramların sağ tekerlekleri gösterenleri bir önceki bölümdeki yarım taşıt modelinkilerle aynı çıkmıştır.

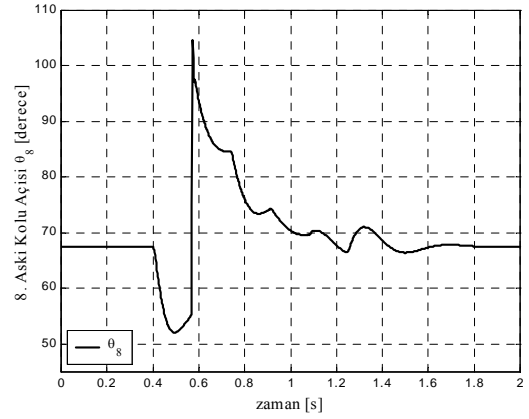
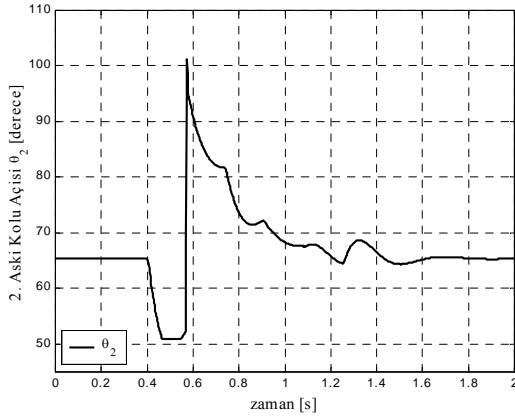
Şekil 6.14'ten 6.19'a kadar olan diyagramlarda askı kolu açı değerlerinin zamana göre değişimleri görölmektedir. Burada da gene sağ ve sol askı kolları sütunlara ayrılıp simetrik olanlar yan yana gelecek Şekilde çizdirilmiştir. Yukarıdaki diyagramlarda simetrik taşıyıcı tekerlekler aynı eğrileri vermelerine karşın burada simetrik askı kolu açıları farklı değerler vermiştir. Bunun tek sebebi statik yana yatma açıdır. Sola yatmış olan sistem, soldaki kolların daha fazla açılmasını sağlamaktadır. Dolayısıyla soldaki süspansiyonlar daha fazla sıkışmaktadır. Bu durum örnek olarak Şekil 6.14'ün irdelenmesiyle açıklanabilir. Şekil 6.14'e dikkat edilirse statik durumda (yani yoldan bir etki gelmeyen anlar) θ_1 (sağ taraf), θ_7 'ye (sol taraf) göre daha düşük bir değerdedir. Aynı karşılaştırmayı diğer tekerlek grupları için de yaparsak sağ taraftakilerin sol taraftakilere kıyasla hep düşük çıktığı görölmektedir. Bunun anlamı sağ tarafın yükselirken (tekerlek kendini saldığından askı kolu açısı azalmakta) sol tarafın basıldığıdır. Bu durum, sola yatmayı kanıtlamaktadır. Başka bir deyişle statik yana yatma açısında yapılan hata burada da kendini göstermiştir. Daha küçük adım aralığı seçerek yapılan simölasyon ile α_{st} 'in sıfırlanabildiği belirtilmişti. Bu durumda yapılan incelemede simetrik tekerleklerin askı kolu açılarında oluşan bu farkın da yok olduğu görölmüştür.

Bunun yanında yine statik bölgede Şekil 6.14'teki θ_1 (ön – sağ taraf) ve Şekil 6.19'daki θ_6 (arka – sağ taraf) değerlerinde de farklılık vardır. θ_6 , θ_1 'e göre daha büyük değerdedir. Bu, taşıtın arkaya doğru basıldığını göstermektedir. Aynı sıradaki ön ve arka kol açıları arasındaki bu farkın nedeni statik kafa vurma açıdır. Taşıt burnunu kaldırdığından (Şekil 6.6) arka kısmını bastırmaktadır. Aynı durum yarım taşıt modelinde de çıkmıştı.

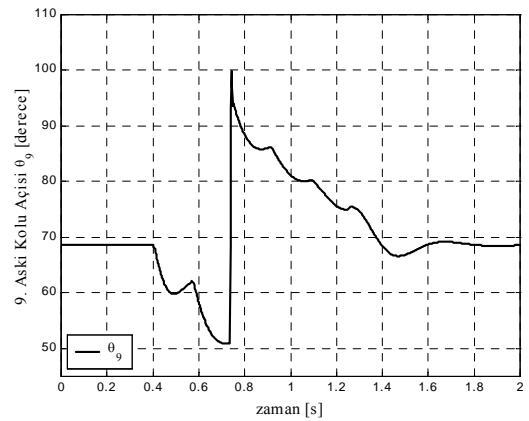
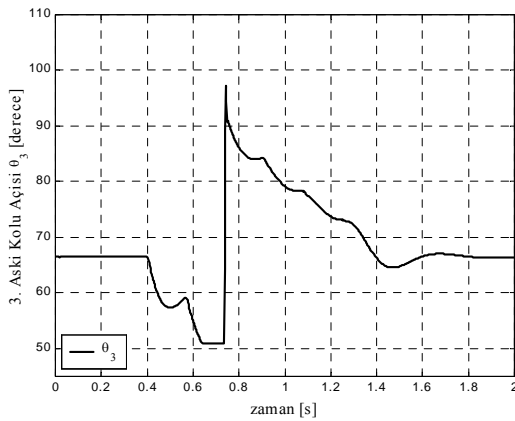
Bu açıklamaların (statik yana yatma açısının getirdiği yenilik) dışında genel hatlarıyla askı kolu açı değerleri bir önceki model olan yarım taşıt modelinkiler ile aynıdır. Burada elde edilebilecek yenilik, bu denklemlerin α_{st} değeri sıfır olmayan bir taşıt (örneğin önden bakıldığında ağırlık merkezi tam ortada olmayan ve buna rağmen simetrik süspansiyonu bulunan bir taşıt gibi) için kullanılması durumunda sağ ve sol askı kollarındaki açı farklarını, dolayısıyla sağ ve sol süspansiyonlarda oluşacak sıkışma – açılma farklılıklarını ortaya koyabilmesidir.



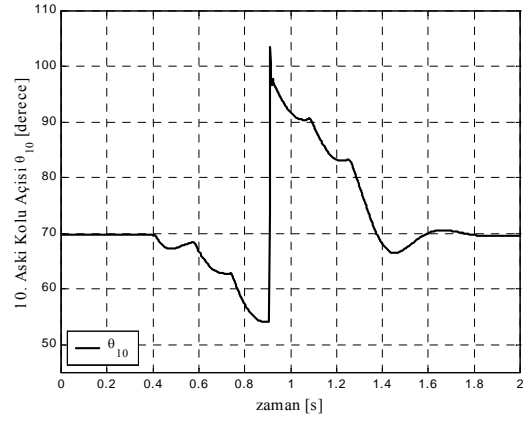
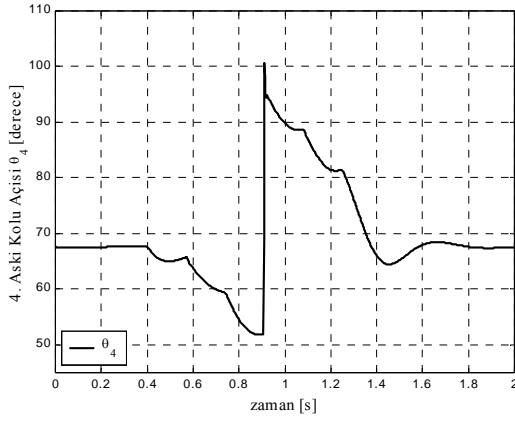
Şekil 6.14 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



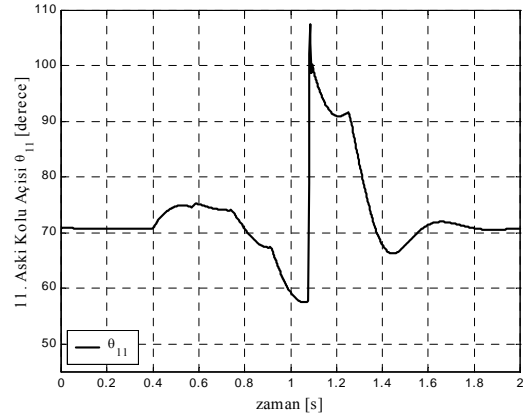
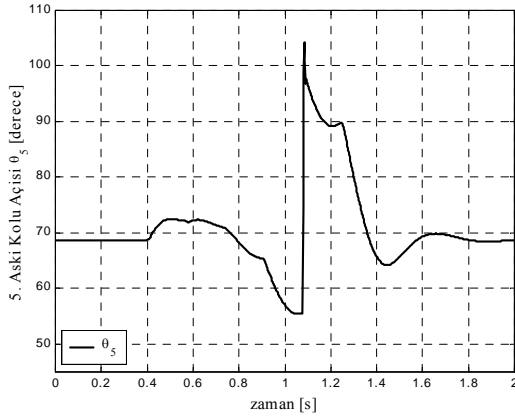
Şekil 6.15 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



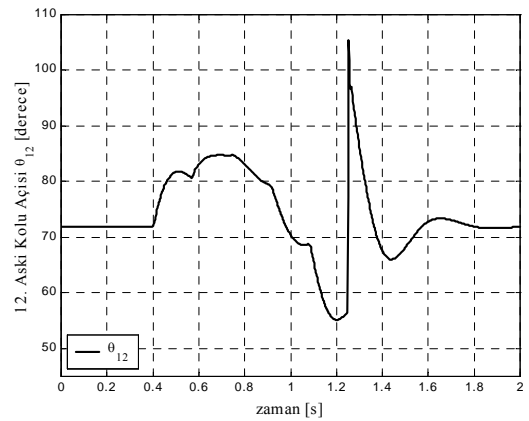
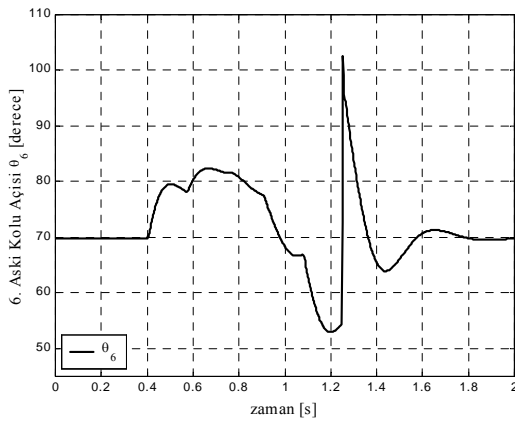
Şekil 6.16 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



Şekil 6.17 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



Şekil 6.18 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi

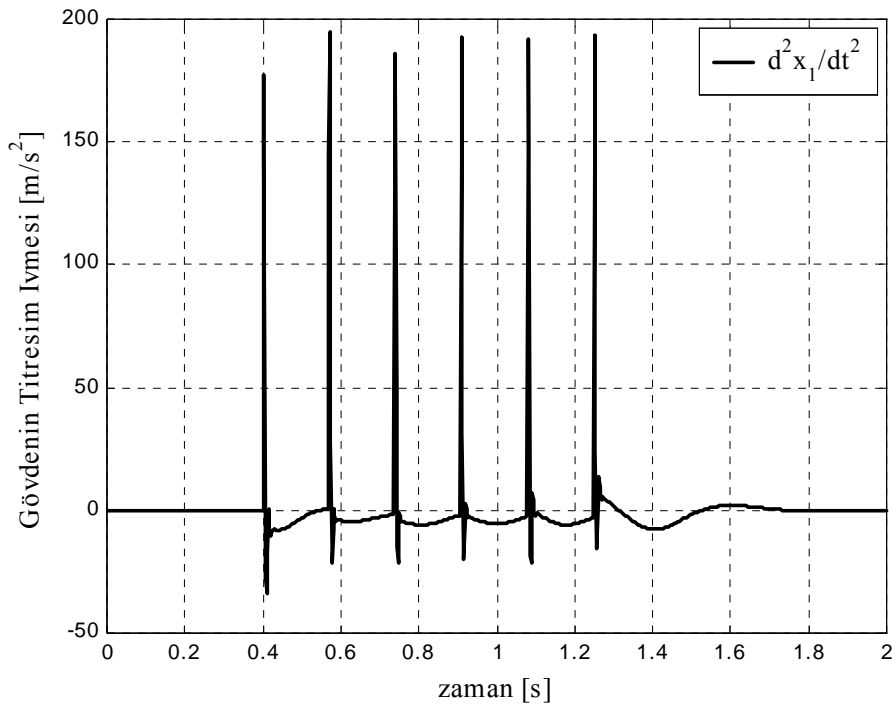


Şekil 6.19 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi

Daha önceki modellerde olduğu gibi burada da yay elemanlarının hareketlerini ve

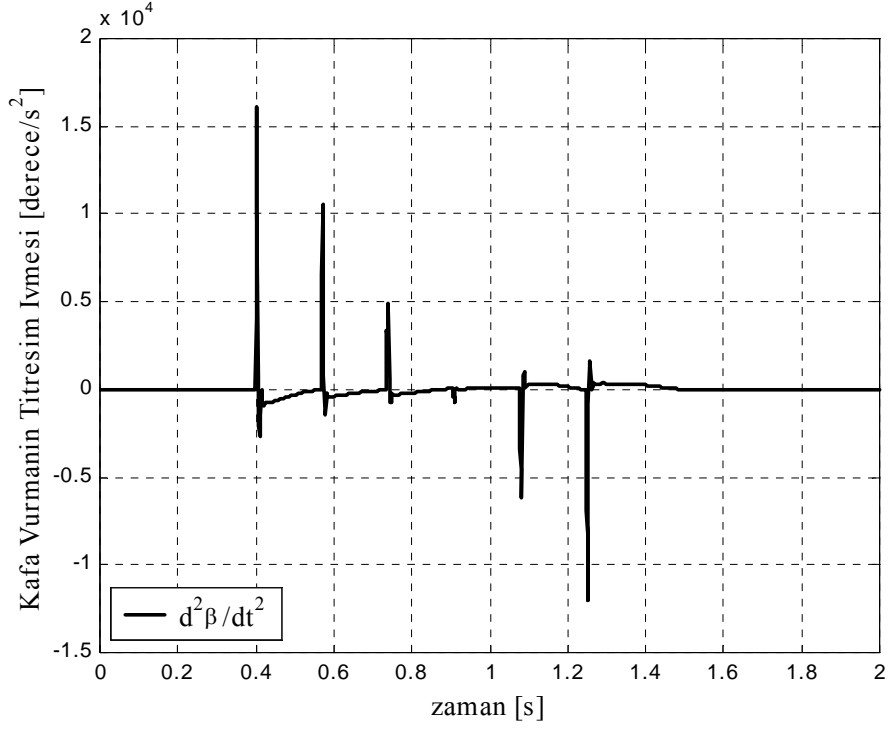
süspansiyonlarda üretilen toplam kuvvetlerin zamana göre değişim eğrilerini vermek mümkündür. Ancak, yarım taşıt modelindekilere benzer tarzda çıktıklarından burada yinelenmemişlerdir.

Şekil 6.20’de daha önceki modellerle karşılaştırmak için ana gövdenin gösterdiği titreşim ivmesi diyagramı sunulmuştur. Daha önceki ivme diyagramlarıyla karşılaştırıldığında ivmenin yarım taşıt modelindekiyle neredeyse aynı çıktığı görülmektedir (Şekil 5.29). Program hassaslığını belirleyen adım aralığının düşürülmesi ile daha da iyi neticeler elde edilmiştir.

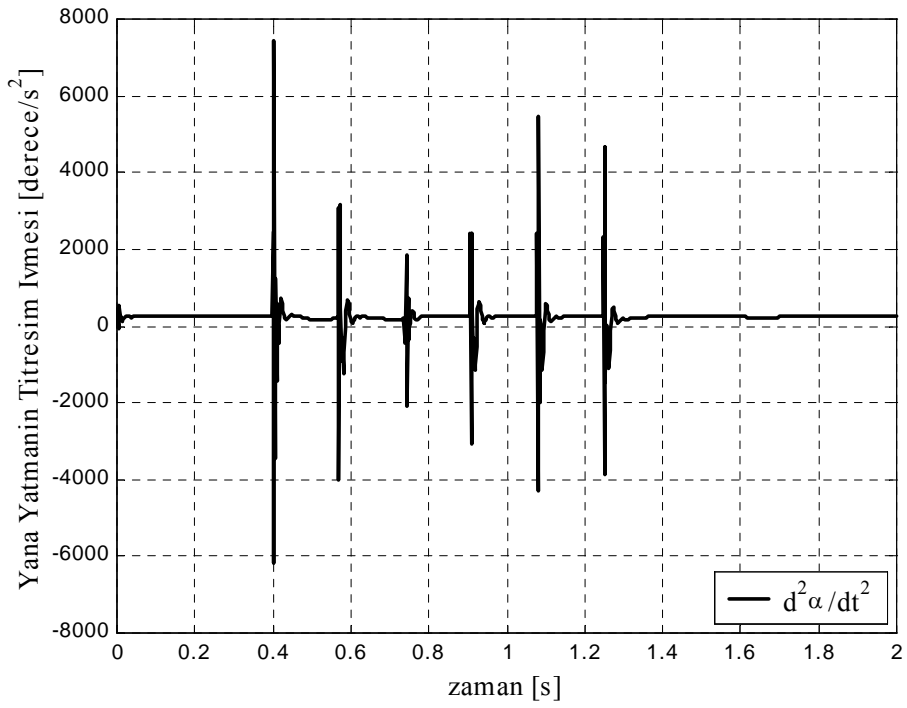


Şekil 6.20 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi

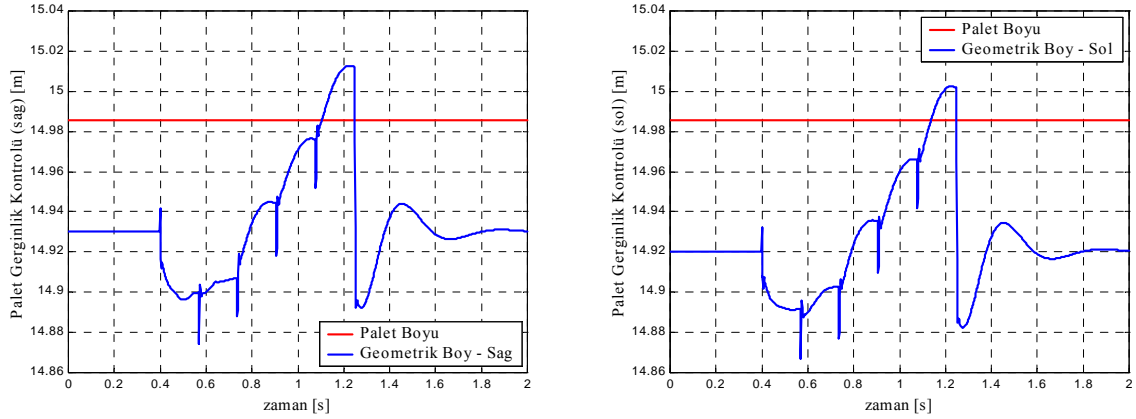
Şekil 6.21 ve 6.22’de ise sırasıyla yine ana gövdenin kafa vurma hareketinin ivmesi ile yana yatma hareketinin ivmesi görülmektedir. Şekil 6.21 yarım taşıt modelinde elde edilmiş diyagram ile aynı karakterdedir. Diyagramdan, her bir tekerleğin basamağa sırayla vuruş anları ve taşıtın kafa kaldırırken hangi andan itibaren kafa vurmaya başladığı (ivmelerin negatif çıkmaya başladığı bölge) görülebilmektedir. Aslında her iki yol fonksiyonu da aynı olduğundan yana yatma hareketiyle ilgili değerlerin hep sıfır olması beklenmelidir. Ancak buradaki statik yana yatma açısı ve her bir tekerlek basamağa vurduğunda az bir miktar açı değişiminin yaşanması (Şekil 6.7) ivme değerlerinin çıkmasına neden olmaktadır. İvme değerlerinin çok yüksek olması açıdaki değişimin hızlanarak gerçekleştiğini belirtmektedir.



Şekil 6.21 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketinin ivmesi



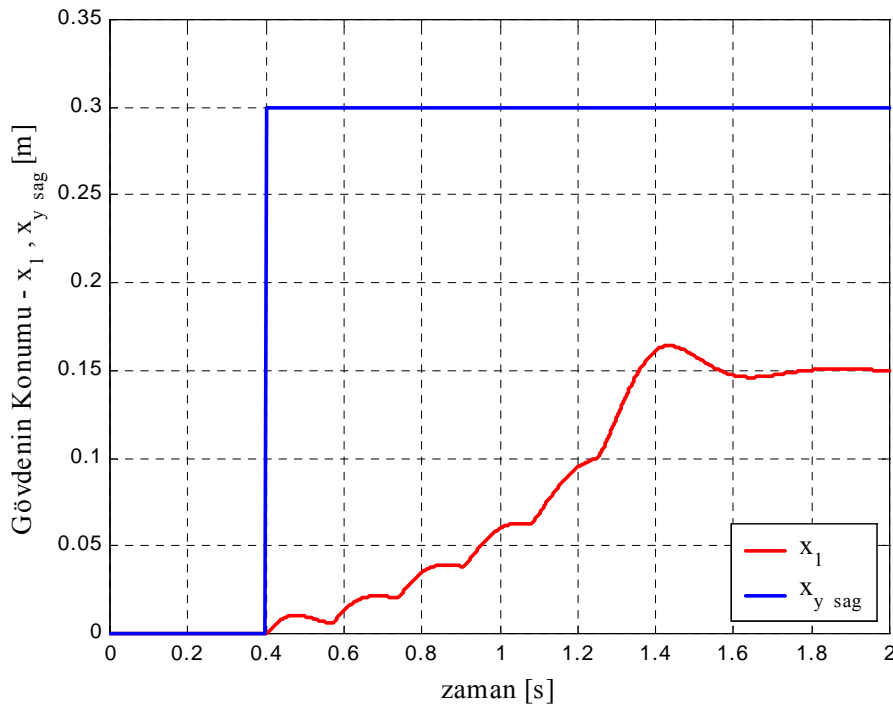
Şekil 6.22 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketinin ivmesi



Şekil 6.23 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolleri

Palet boylarındaki değişimlere bakılırsa (Şekil 6.23) sağ ve sol palette bazı farklılıkların olduğu görülmektedir. Bunun nedeni yine statik yana yatma açısıdır. Taşıt bir yana yatık durduğundan yatık taraftaki palet daha gevşek durmaktadır (palet boyu ile geometrik boy arasında ne kadar fark varsa palet o kadar gevşek kalmaktadır). Gerçekte bu açı değeri sıfırlandığında (daha hassas simülasyon ile) sağ ve sol palet gerginlikleri de birbirlerine eşit çıkmaktadır.

6.2.2 Yalnız Sağ Paletin Basamağa Çıkması



Şekil 6.24 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövde yer değiştirmesi

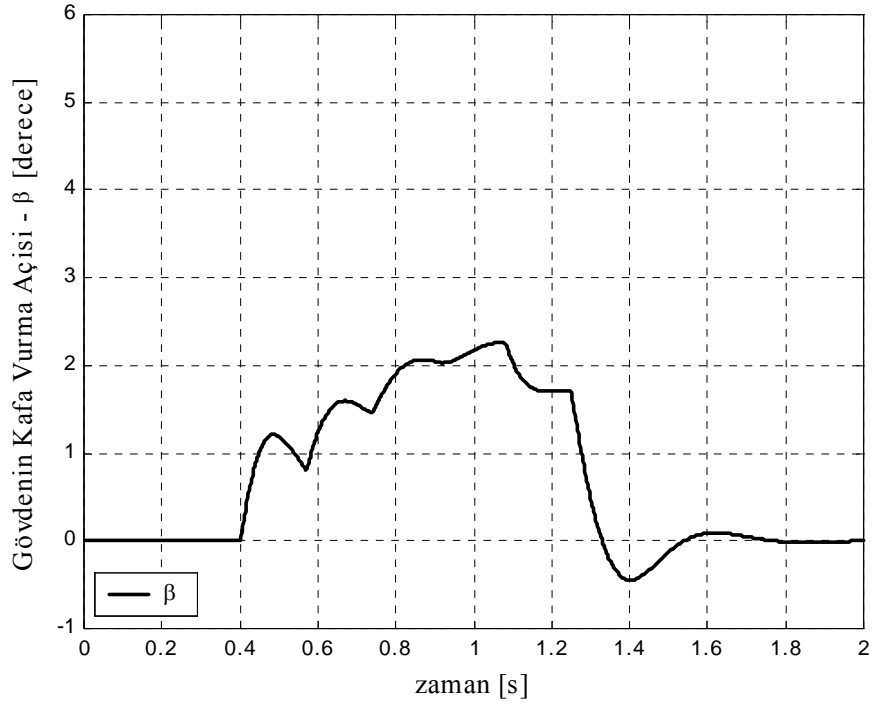
Şekil 6.24'te tek paleti ile basamağa çıkan taşıt için ana gövdenin zamana göre yer değiştirmesi görülmektedir. Yalnızca sağ palet basamağa çıktığından, önden bakıldığında iki paletin tam ortasında bulunan ağırlık merkezinin yukarıya doğru ötelenmesi de basamak yüksekliğinin ancak yarısı kadar olmuştur. Diyagramda karşılaştırma elemanı olarak yine $x_{ysağ}$ (mavi çizgi) çizdirilmiştir. x_{ysol} simülasyon boyunca hep sıfır değerinde kaldığından çizdirilmesine gerek görülmemiştir.

Şekil 6.25 ve 6.26'da daha önceki simülasyona benzer tarzda kafa vurma açısı değişim diyagramları verilmiştir. Dikkat edilirse buradaki maksimum değer de bir önceki simülasyonun yaklaşık yarı değerinde çıkmıştır. Karşılaştırma yapılabilmesi için diyagramlar aynı ölçeklerde verilmiştir.

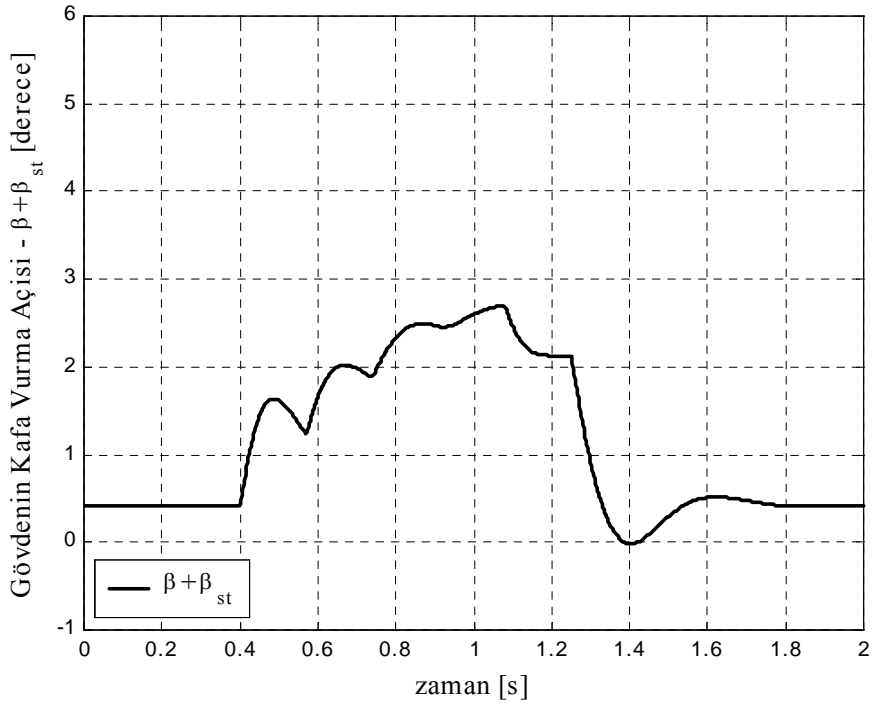
Burada izlenmesi gereken en önemli diyagram Şekil 6.27 ve 6.28'deki yana yatma açısı değerleridir. Sağ taraftaki her bir tekerlek basamağa çıkarken taşıtın nasıl yana yattığı ve sağ taraftaki tüm tekerlekler basamağa çıktıktan sonra yana yatık olarak devam ettiği gözlemlenebilmektedir. Buradaki değerlerden (özellikle pik değerlerinden) taşıtın devrilme açısını yakalayıp yakalamadığı görülebilir. Böyle bir yol tarzında statik olarak 3° yana yatacak taşıt dinamik durumda bir an için yaklaşık $3,2^\circ - 3,3^\circ$ 'lik değerleri yakalamaktadır. Yani yaklaşık % 10'luk bir yükselme söz konusu olmaktadır. Her ne kadar statik durum geometriden elle bile hesaplanabilse de, dinamik durumda oluşacak pik değerinin ne olacağı ancak simülasyon ile bulunabilir. Simülasyon sonucunda elde edilecek bu pik değeri taşıtı devirecek değeri geçiyorsa tehlike var demektir. Başka bir deyişle statik durum için yana yatma açısı devrilme açısının sınır değerlerinde çıkıyorsa (ama sınırı geçmiyorsa), buna dinamik durumdaki titreşimli açı değerinin de eklenmesi ile sınır değeri geçiliyor olabilir.

Şekil 6.29'dan 6.34'e kadar olan diyagramlarda sırasıyla önden arkaya doğru taşıyıcı tekerleklerin yer değiştirmeleri görülmektedir. Bu diyagramlarda daha önceden olduğu gibi sol sütun sağ tekerlekleri, sağ sütun sol tekerlekleri göstermektedir. Sağ tekerlek basamak üzerine çıkarken aynı anda soldaki simetrik tekerlek düz yolda devam etmektedir. Ancak tam sağ tekerlek basamağa çıktığında araç sola doğru yattığı için sol tekerlek de ufak bir miktar tepki vermektedir (dikkat edilirse bu tepki tüm diyagram gruplarında negatif yöndedir – yani sol palet ezilmektedir).

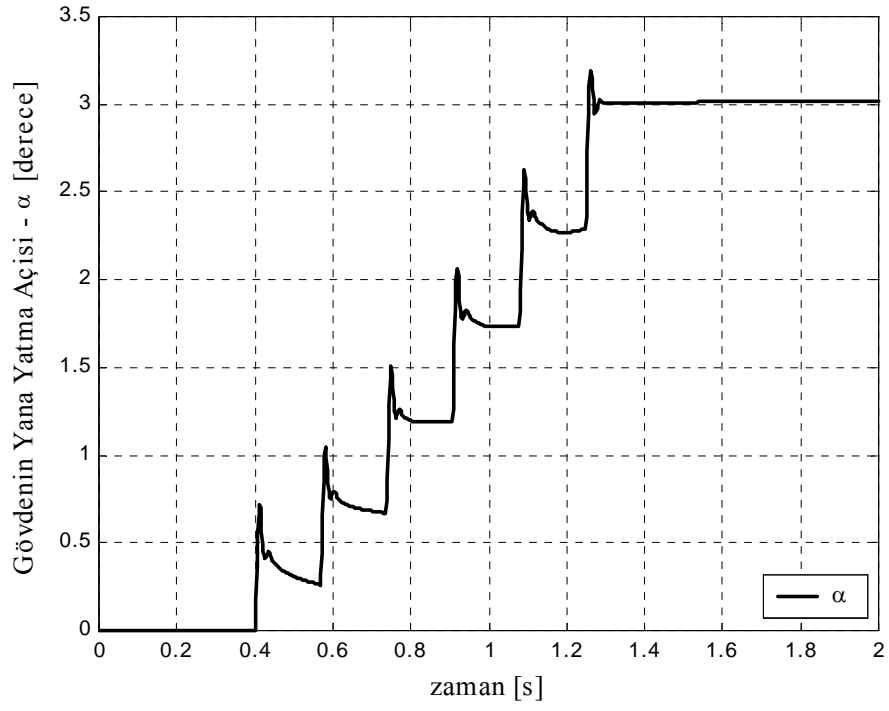
Şekil 6.35'ten 6.40'a kadar olan diyagramlarda ise yine sırasıyla önden arkaya doğru askı kollarının açılarının zamana göre değişim eğrileri mevcuttur. Bu diyagramlar da daha önceki bölümlerde olduğu gibi her durumda elde edilebilir ve burada bilgi amaçlı gösterilmiştir.



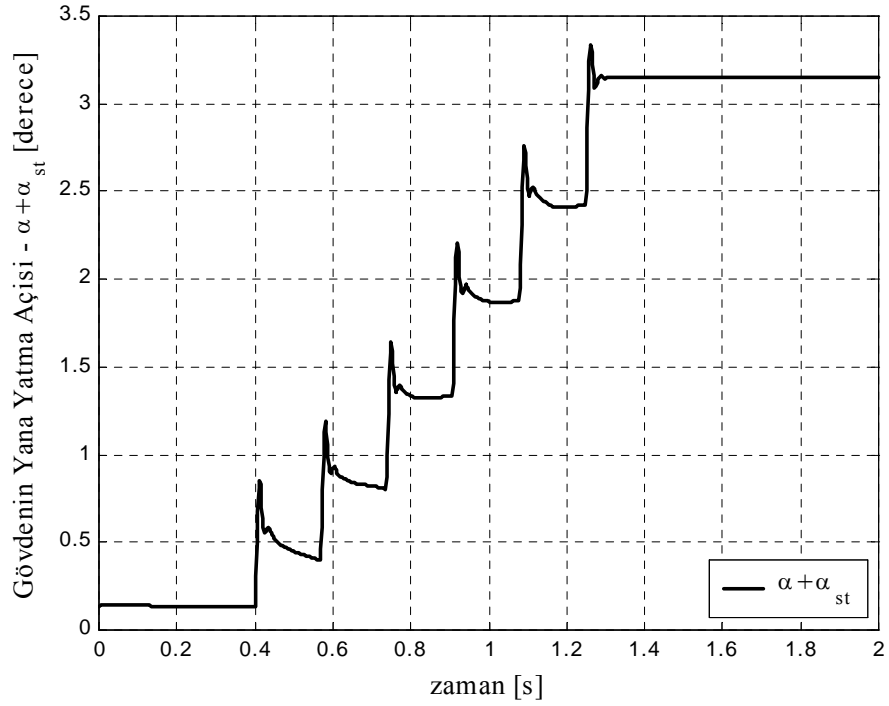
Şekil 6.25 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurma hareketi



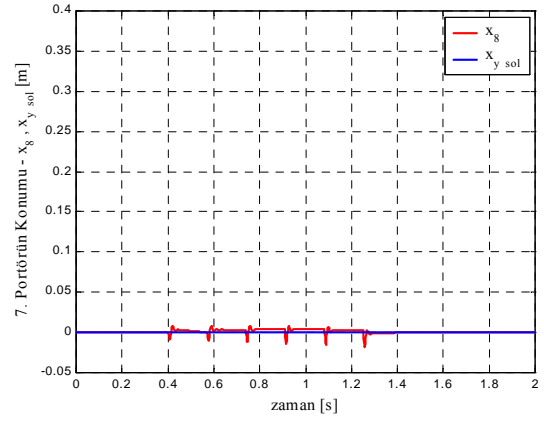
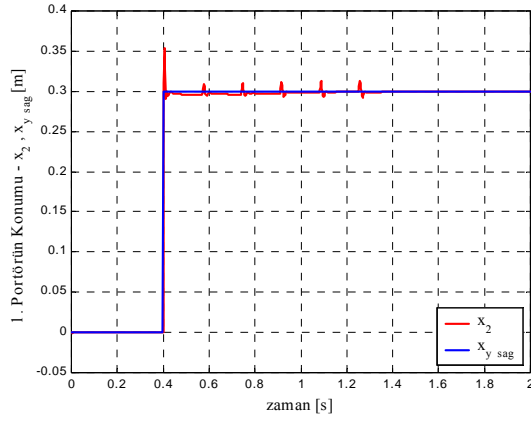
Şekil 6.26 Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi



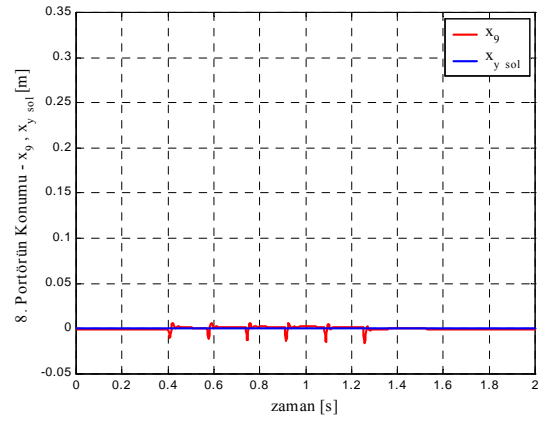
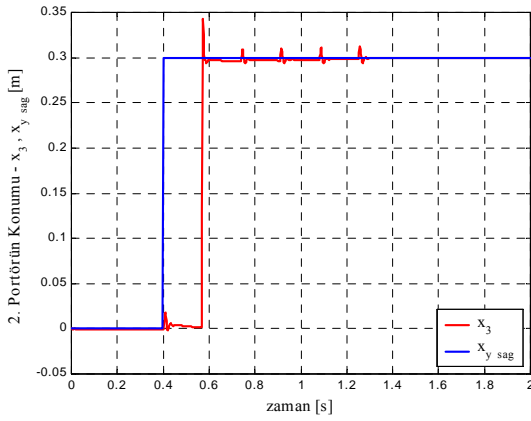
Şekil 6.27 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için yana yatma hareketi



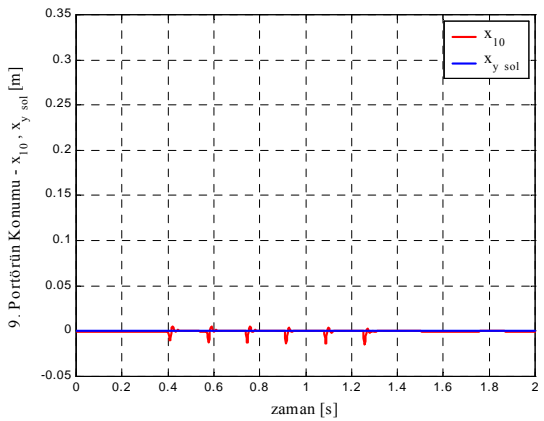
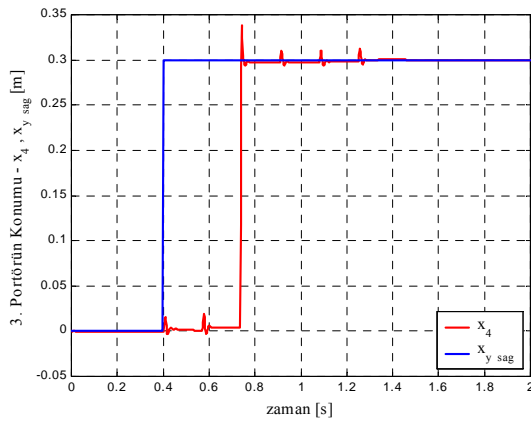
Şekil 6.28 Statik ve dinamik olmak üzere toplam yana yatma hareketi



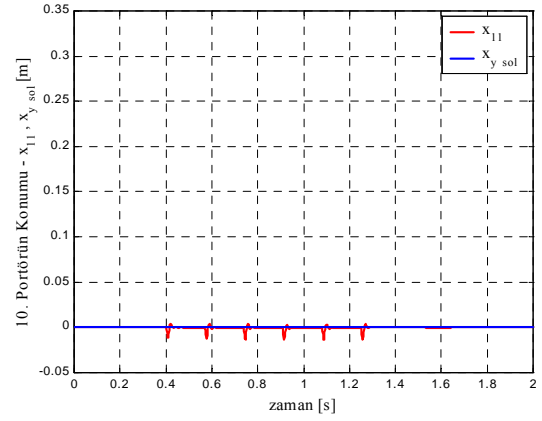
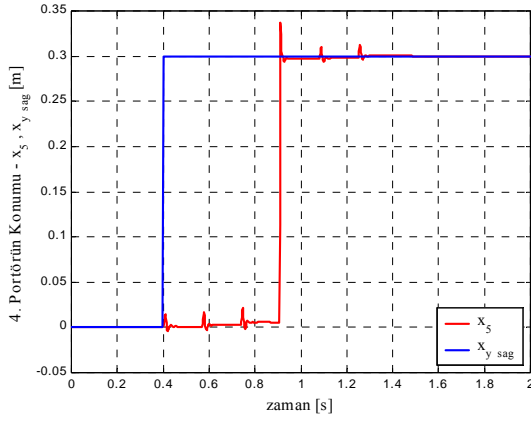
Şekil 6.29 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



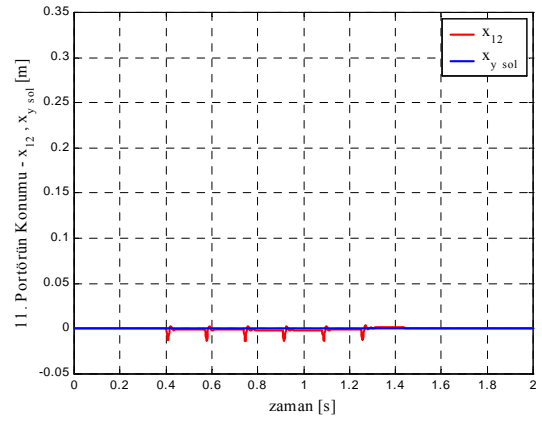
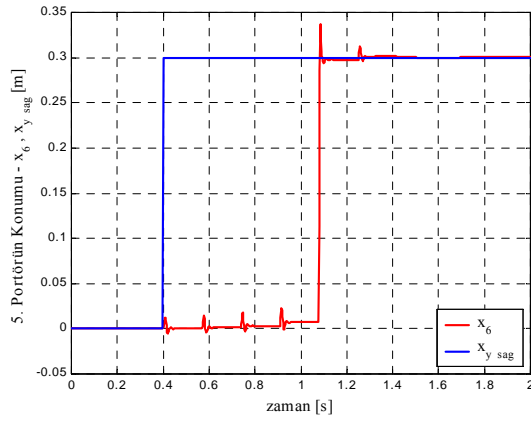
Şekil 6.30 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



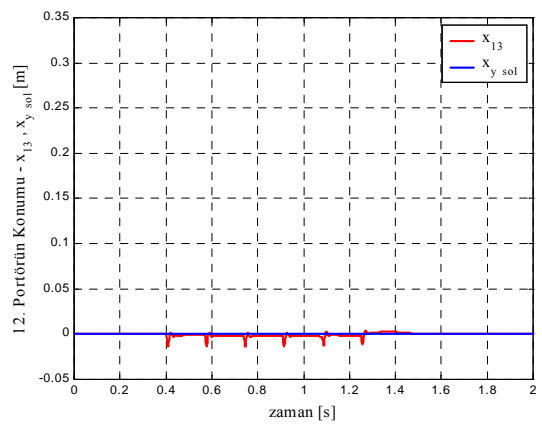
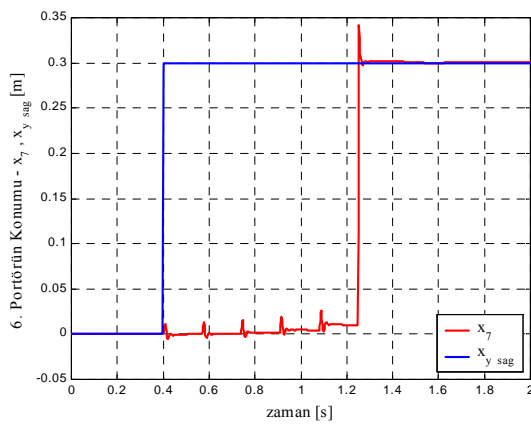
Şekil 6.31 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



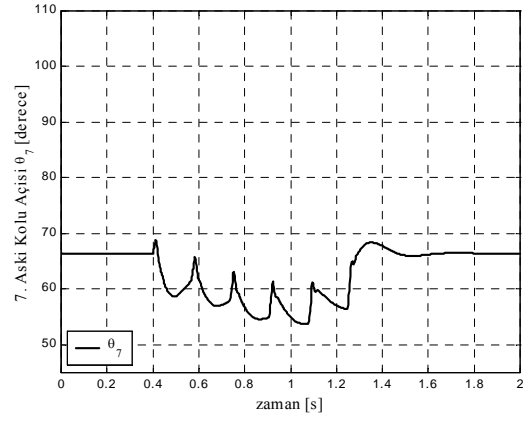
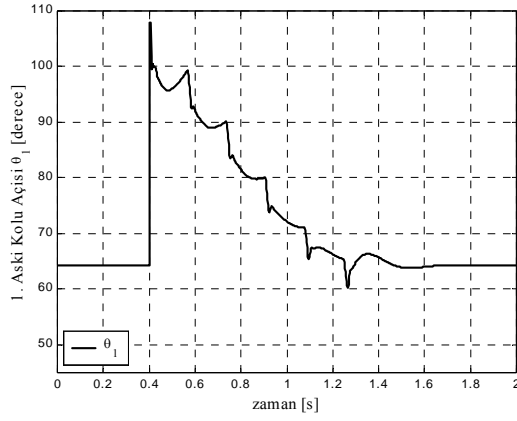
Şekil 6.32 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



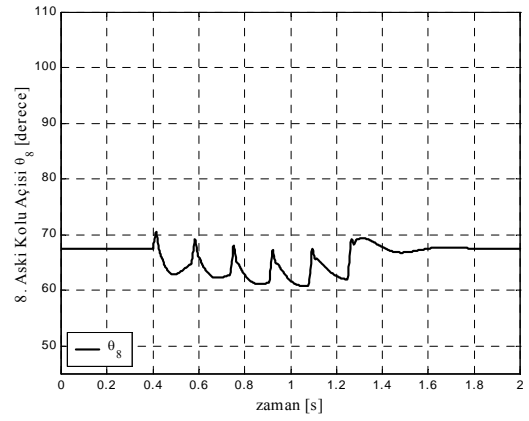
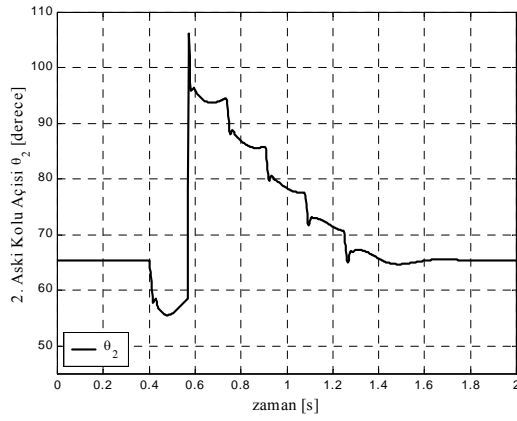
Şekil 6.33 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



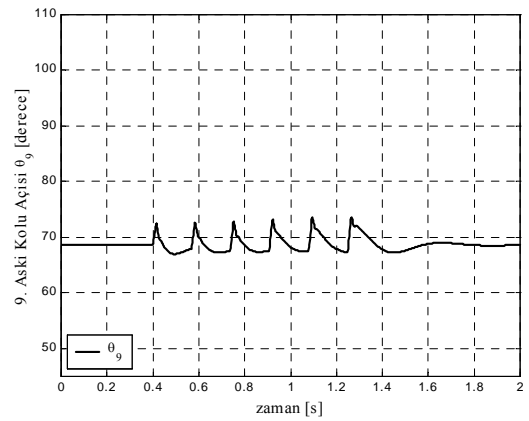
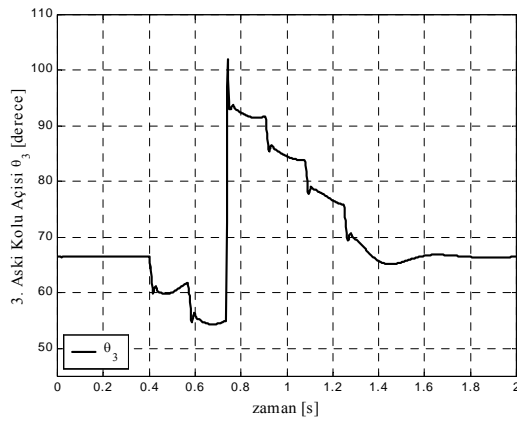
Şekil 6.34 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



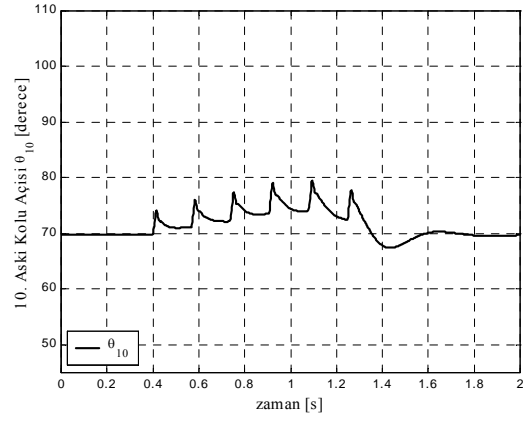
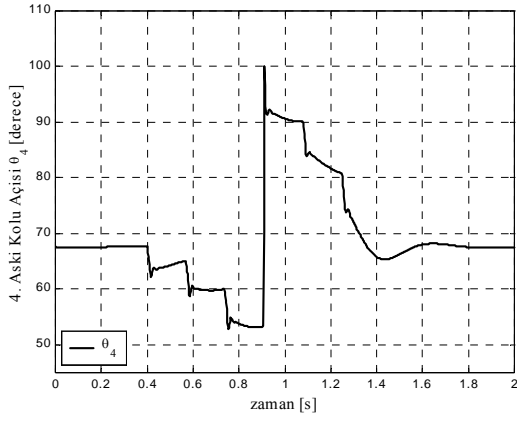
Şekil 6.35 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



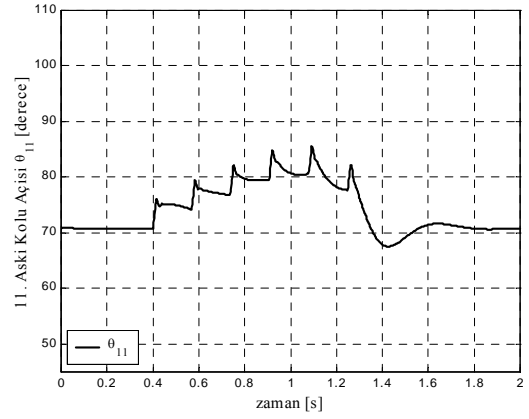
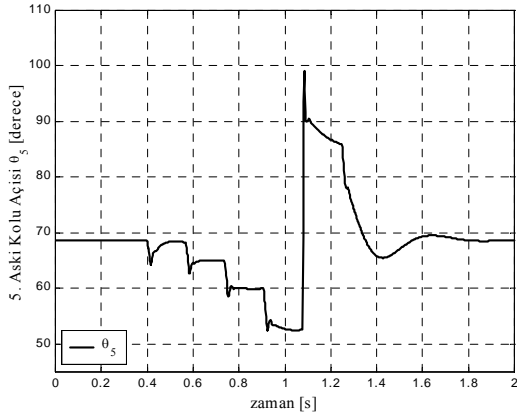
Şekil 6.36 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



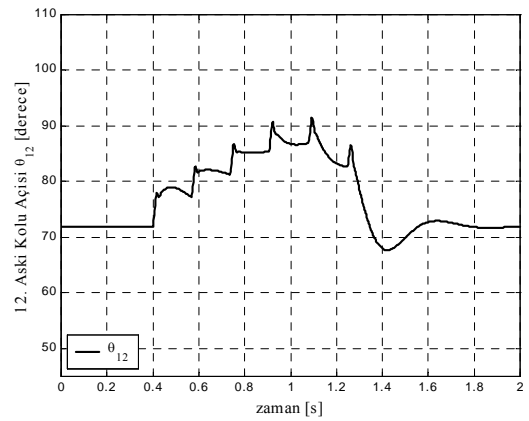
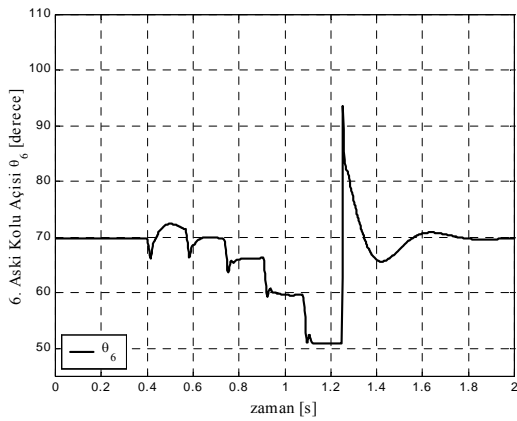
Şekil 6.37 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



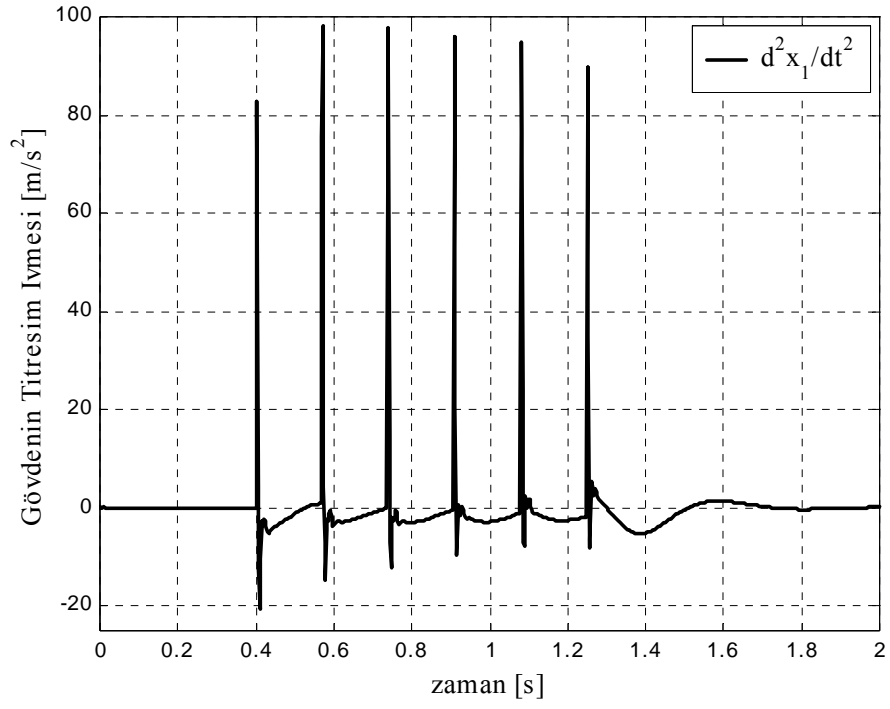
Şekil 6.38 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



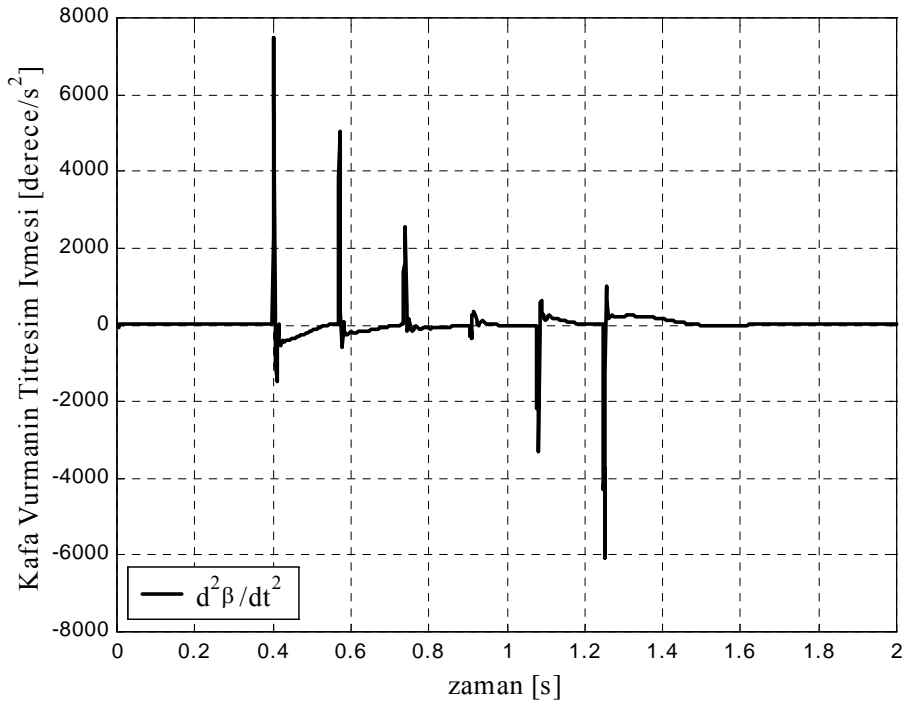
Şekil 6.39 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



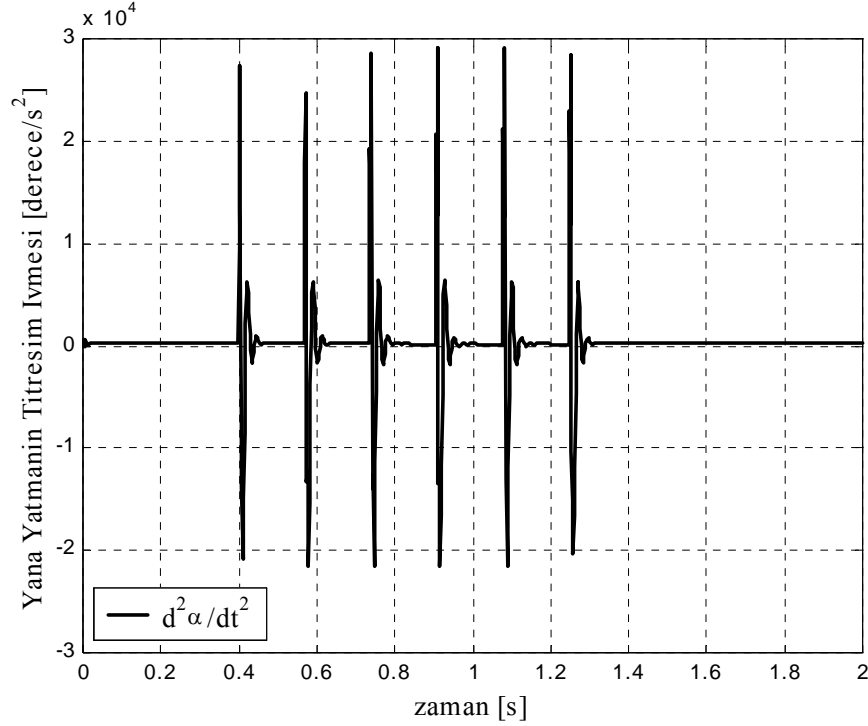
Şekil 6.40 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



Şekil 6.41 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi



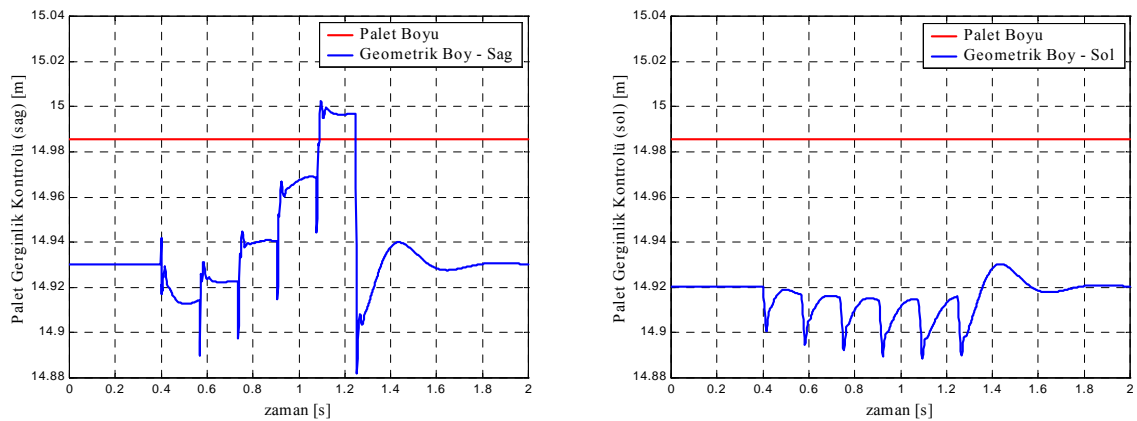
Şekil 6.42 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketinin ivmesi



Şekil 6.43 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketinin ivmesi

Şekil 6.41, 6.42 ve 6.43'te sırasıyla ana gövdenin ötelenme, kafa vurma ve yana yatma hareketlerinin ivme diyagramları verilmiştir.

Böyle bir yol fonksiyonunda palet boylarındaki değişimlere bakılırsa (Şekil 6.44) sağ ve sol palette büyük oranda farklılık olduğu görülmektedir. Sağ palet basamağa çıkarken gitgide gerilmektedir. Ancak sol palet sadece soldaki tekerleklerden gelen tepkiler neticesinde bir miktar sıkışma – gevşeme göstermektedir. Bu değişimin değeri de çok az bir miktardır (yaklaşık 3 cm).

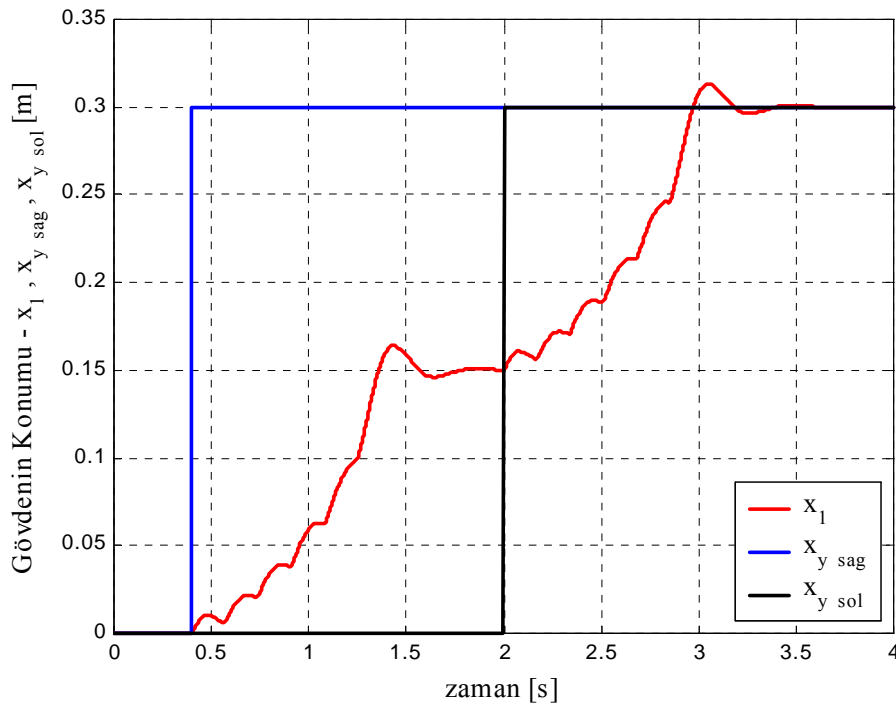


Şekil 6.44 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolleri

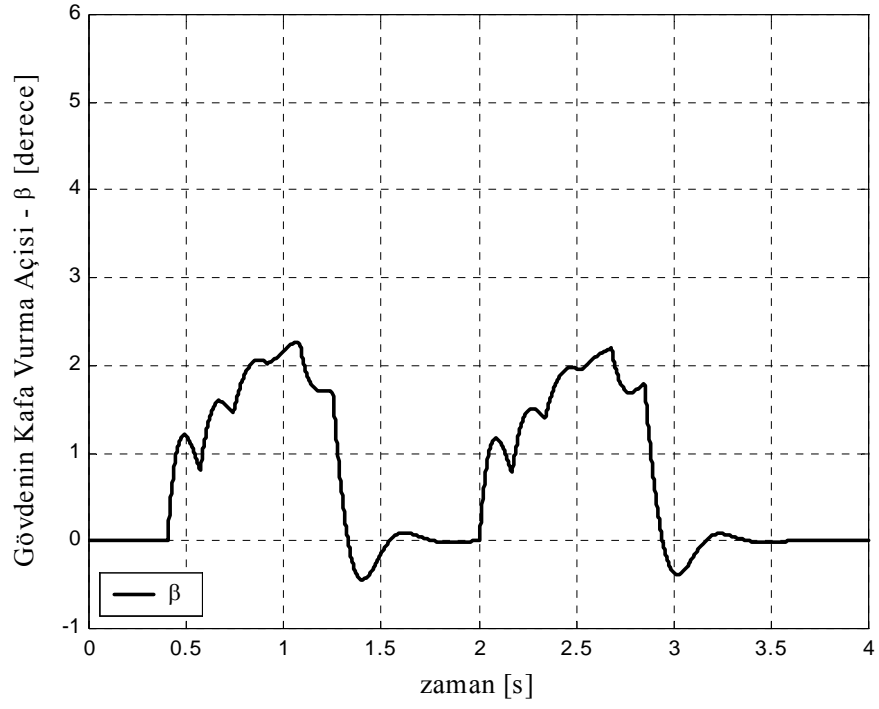
6.2.3 Sol Paletin Gecikmeyle Basamağa Çıkması

Bu bölümde her iki palet yine 0,3 m'lik bir basamağa çıkmıştır, ama sol palet belli bir gecikmeyle çıkarılmıştır. Bu gecikme süresi özellikle taşıtın hızından bağımsız olarak 2 saniye olacak şekilde ayarlanmıştır (bu sayede değişik taşıt hızı durumlarında da 4 saniyelik simülasyon süresi titreşim eğrilerini görebilmek için yeterli kalmıştır). Tüm simülasyon 4 saniye içindir. Sağ paletin 0,4. saniyede (geçmiş yol senaryolarında olduğu gibi) basamağa çıktığı göz önüne alınırsa iki palet arasındaki gerçek gecikme süresi 1,6 saniyedir. Taşıt hızı yine 20 km/h'tir.

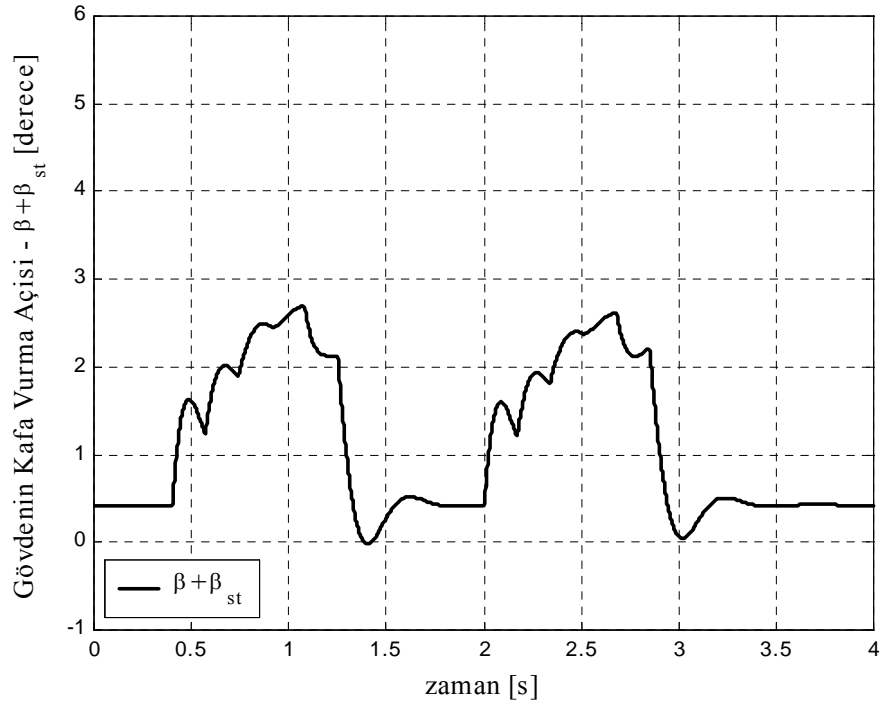
Aşağıda Şekil 6.45'ten 6.65'e kadar olan diyagramlarda böyle bir yol durumunda taşıtın sergilediği titreşim cevapları verilmiştir. Bu çizimlerde Bölüm 6.2.1 ve 6.2.2'de olduğu gibi ana gövdenin yer değişimi (Şekil 6.45), kafa vurma (Şekil 6.46 ve 6.47) ve yana yatma hareketinin (Şekil 6.48 ve 6.49) diyagramları, her bir taşıyıcı tekerleğin yer değiştirmesi (Şekil 6.50'den 6.55'e kadar) ve tüm askı kollarının açı değişimleri (Şekil 6.56'dan 6.61'e kadar) eğrileri görülmektedir. Bunlardan başka yine ana gövdeye ait ivme cevapları (Şekil 6.62, 6.63 ve 6.64) verilmiştir. Son olaraksa bilgilendirme amacıyla palet gerginliğini gösteren diyagramlar (Şekil 6.65) çizdirilmiştir. Diğer bölümlerden farklı olarak, sağ ve sol yollar farklı olduklarından Şekil 6.45'te her iki yol da çizdirilmiştir. Yollar arasındaki fark Şekil 6.50 ile 6.55 arasındaki diyagramlardan da görülebilir.



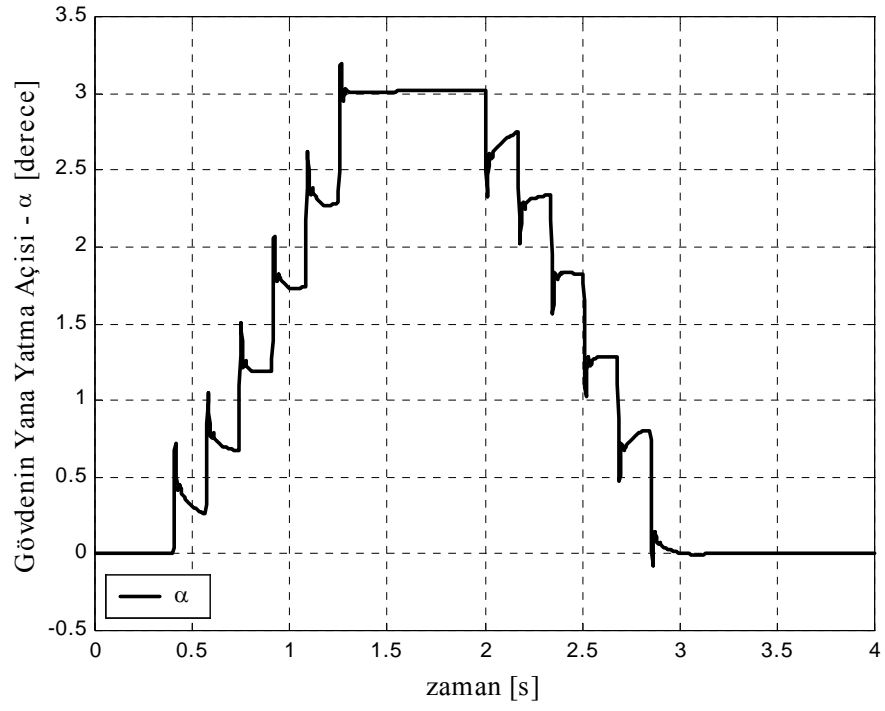
Şekil 6.45 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için gövde yer değiştirmesi



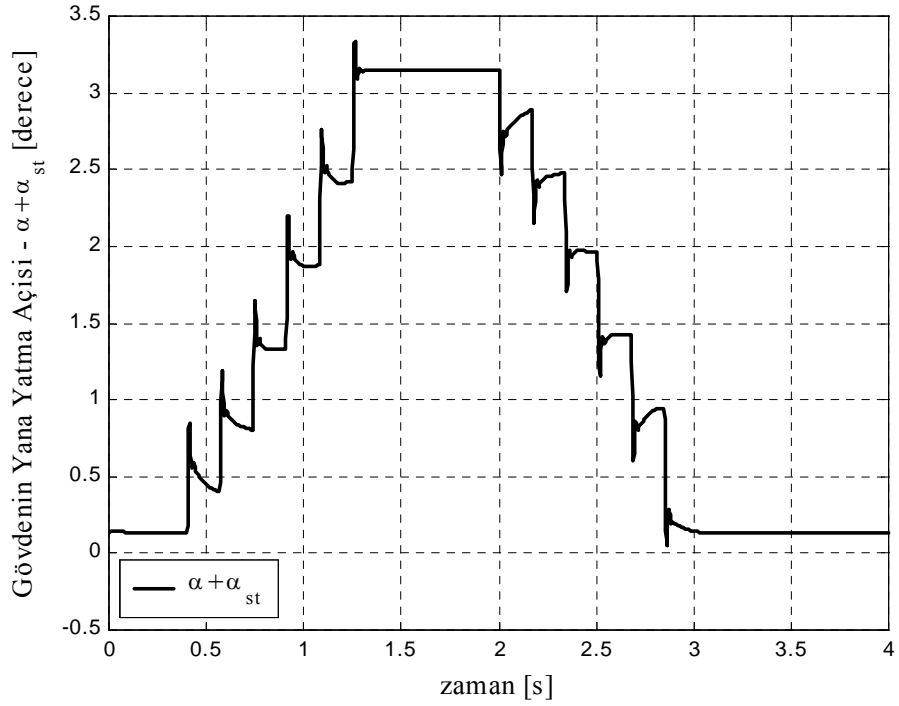
Şekil 6.46 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için kafa vurma hareketi



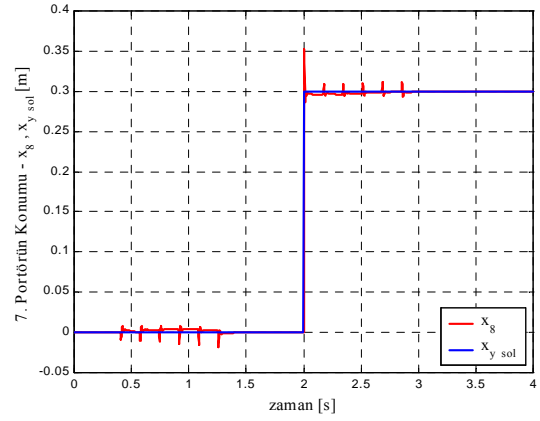
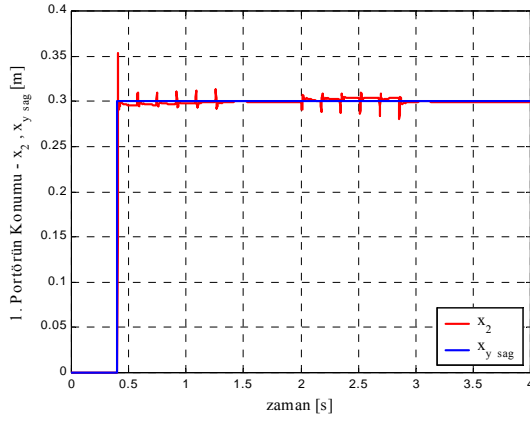
Şekil 6.47 Statik ve dinamik olmak üzere toplam kafa vurma hareketi



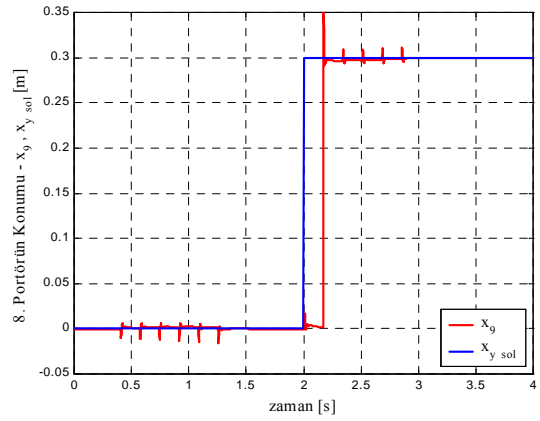
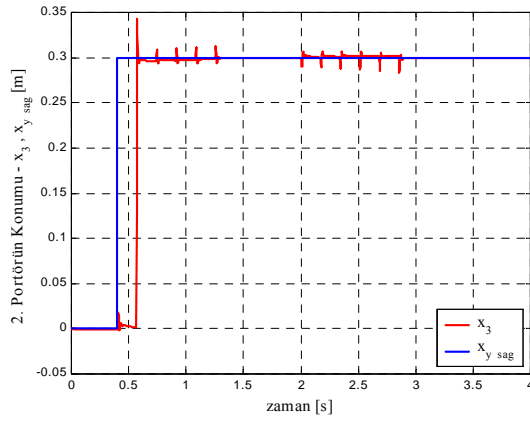
Şekil 6.48 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için yana yatma hareketi



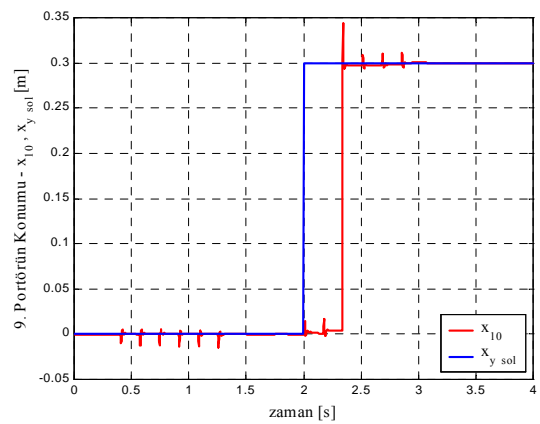
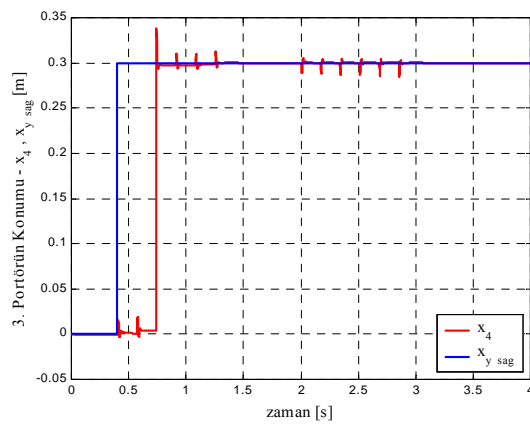
Şekil 6.49 Statik ve dinamik olmak üzere toplam yana yatma hareketi



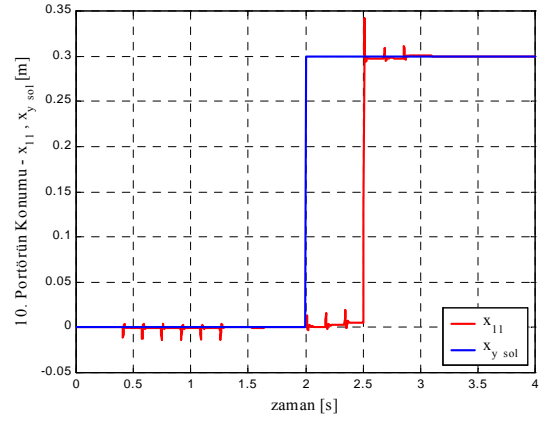
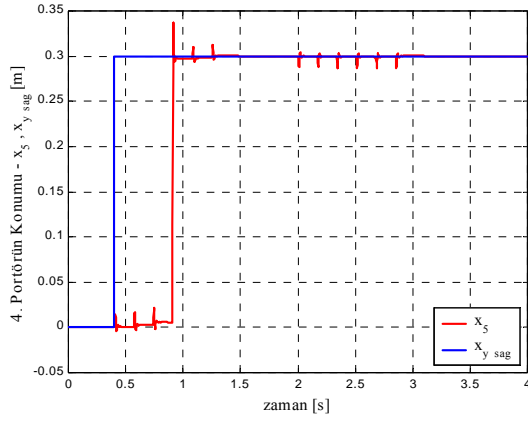
Şekil 6.50 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 7. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



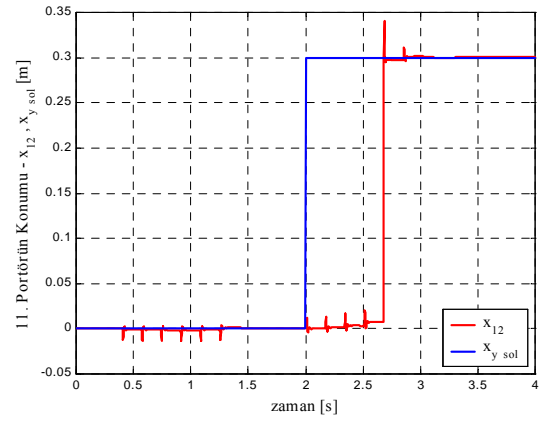
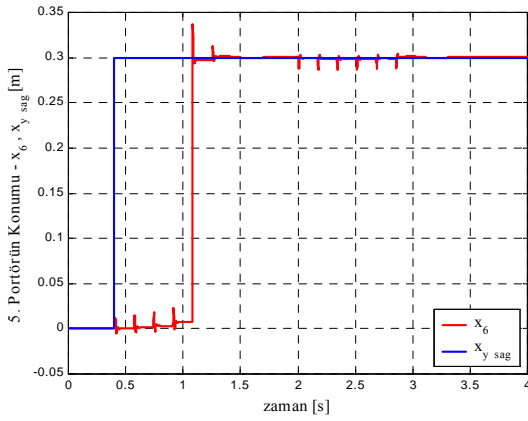
Şekil 6.51 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 8. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



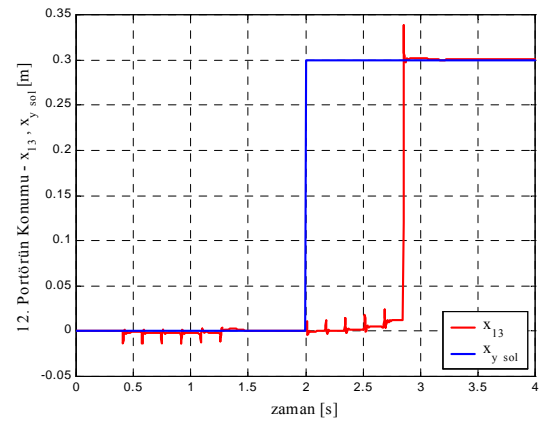
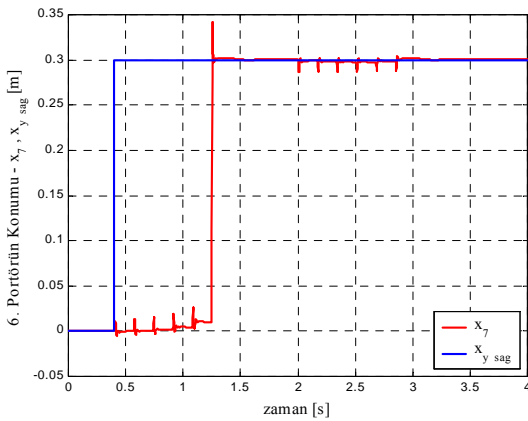
Şekil 6.52 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 9. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



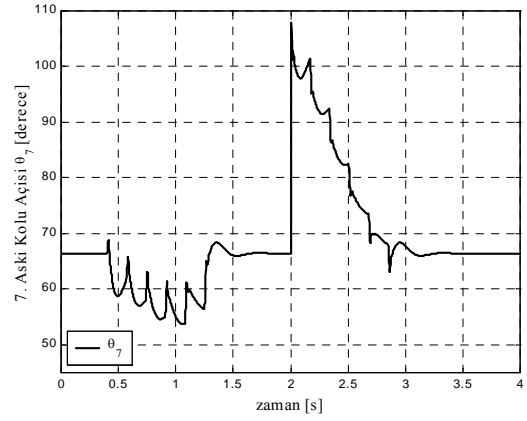
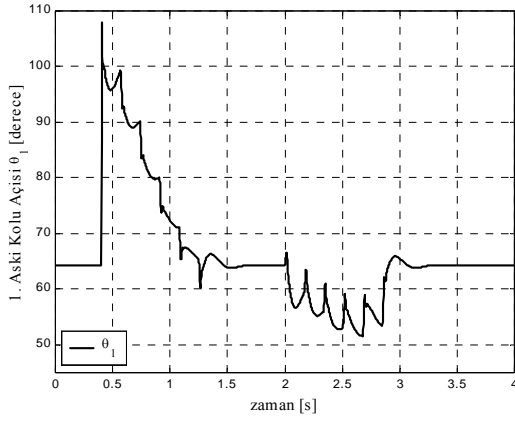
Şekil 6.53 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 4. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 10. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



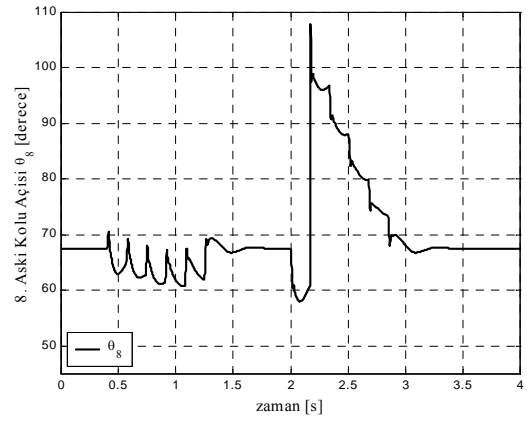
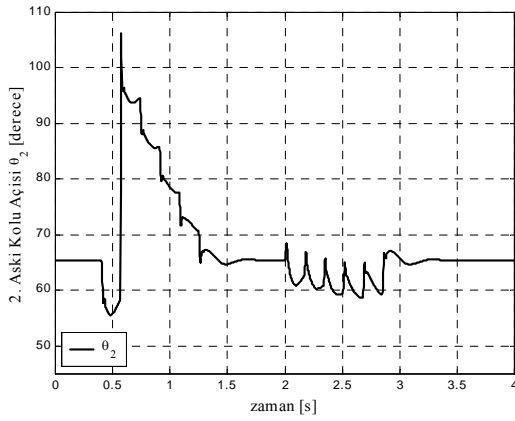
Şekil 6.54 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 5. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 11. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



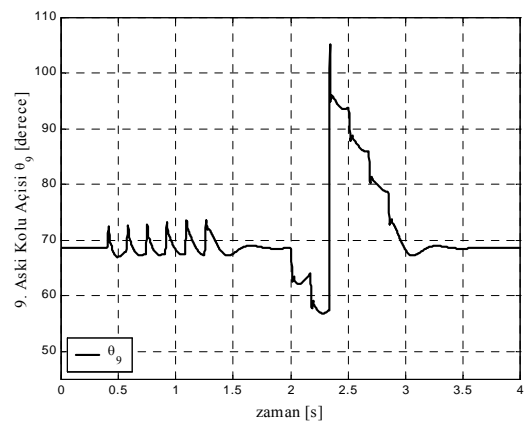
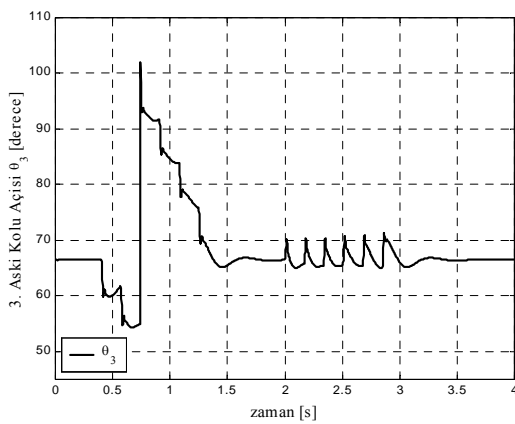
Şekil 6.55 On beş serbestlik dereceli modelin nonlineer durum için 6. taşıyıcı tekerleğin (sağ taraf) ve 12. taşıyıcı tekerleğin (sol taraf) yer değiştirmeleri



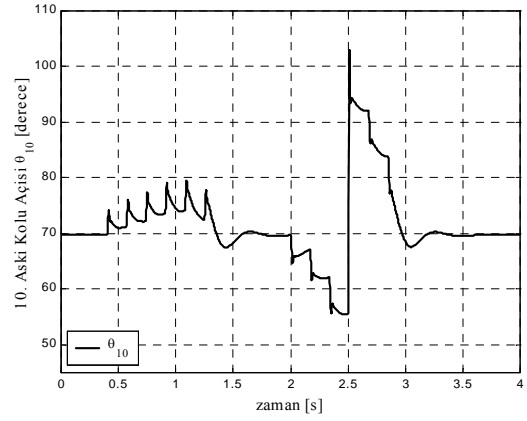
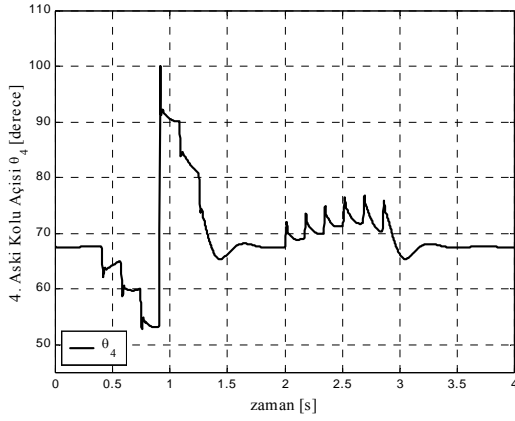
Şekil 6.56 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 1. askı kolu (sağ taraf) ile 7. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



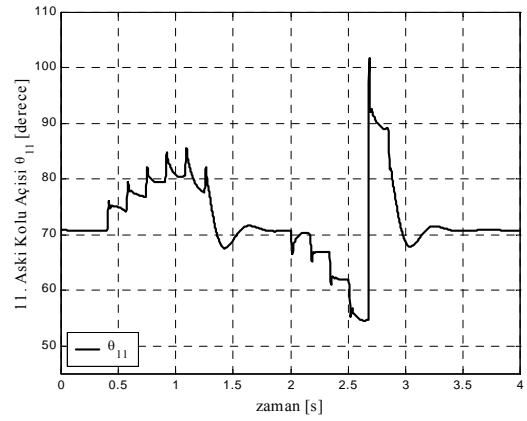
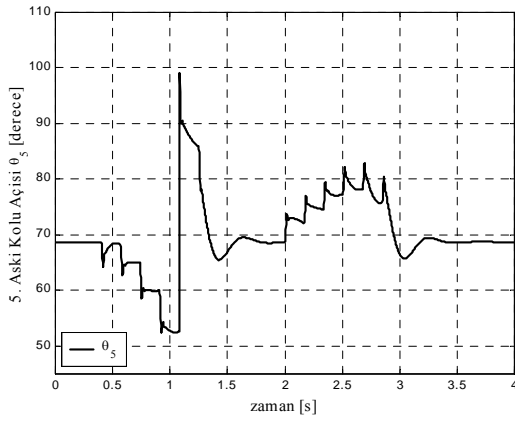
Şekil 6.57 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 2. askı kolu (sağ taraf) ile 8. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



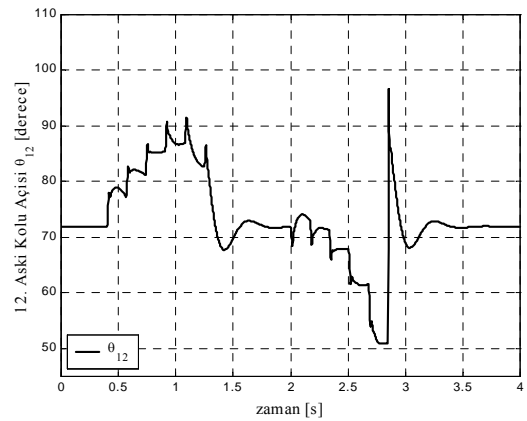
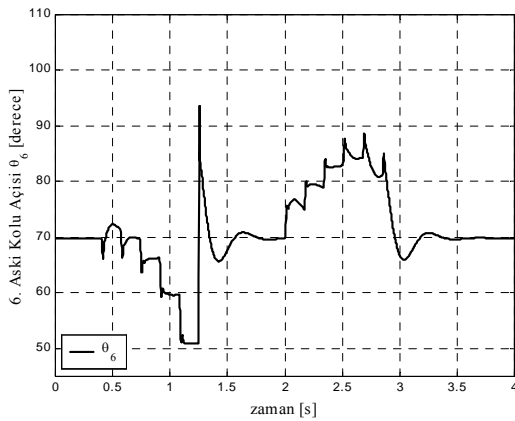
Şekil 6.58 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 3. askı kolu (sağ taraf) ile 9. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



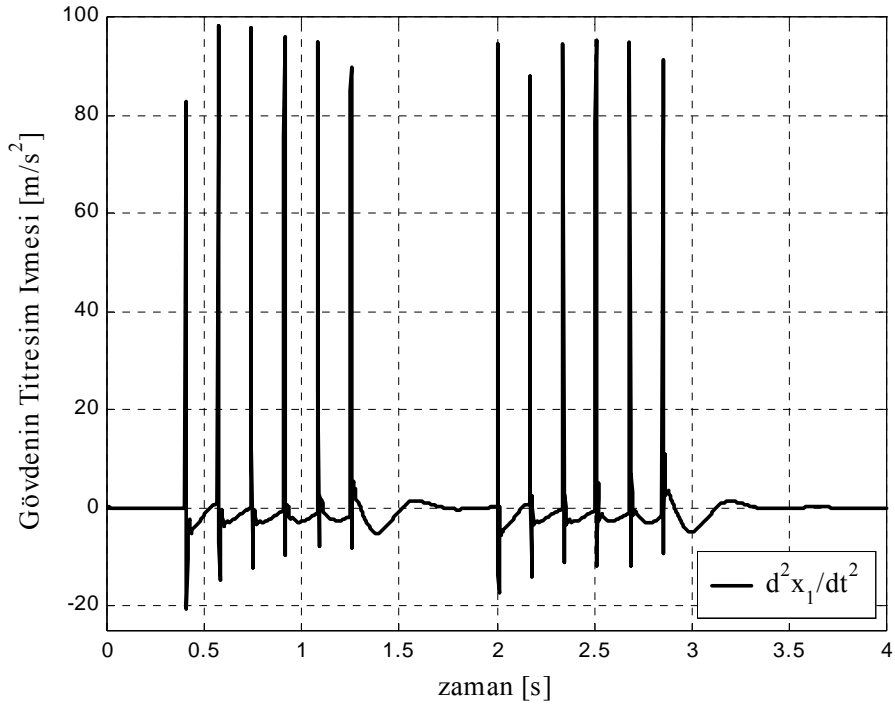
Şekil 6.59 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 4. askı kolu (sağ taraf) ile 10. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



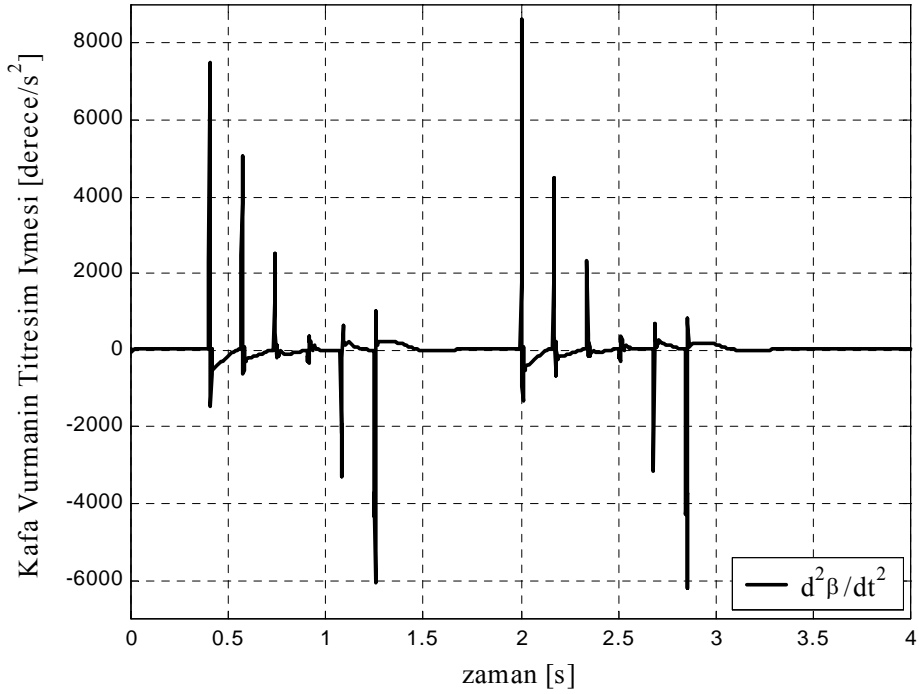
Şekil 6.60 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 5. askı kolu (sağ taraf) ile 11. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



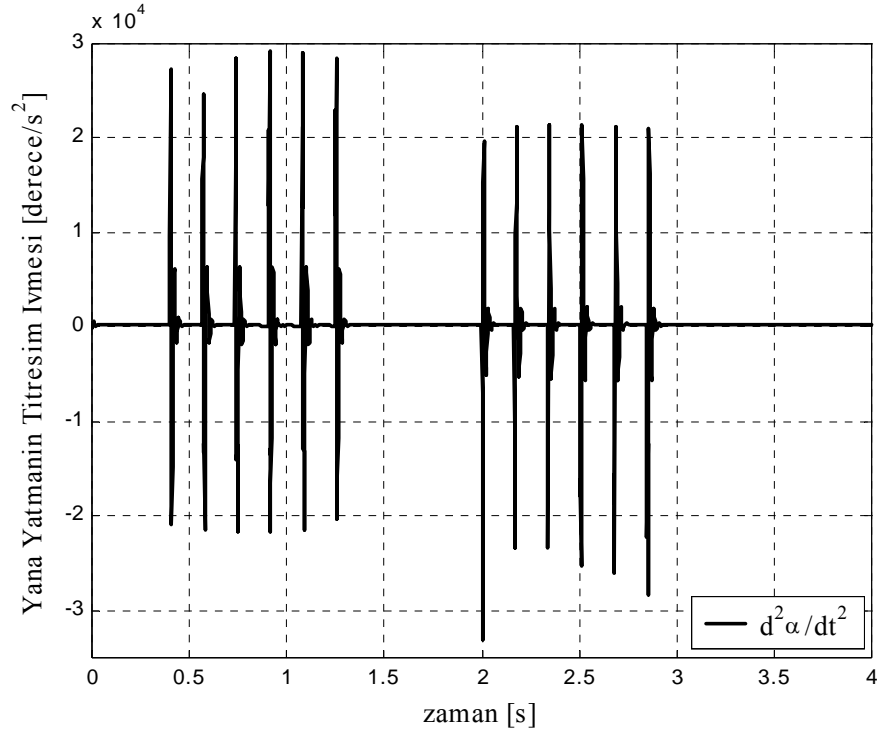
Şekil 6.61 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için 6. askı kolu (sağ taraf) ile 12. askı kolu (sol taraf) açılarının değişimi



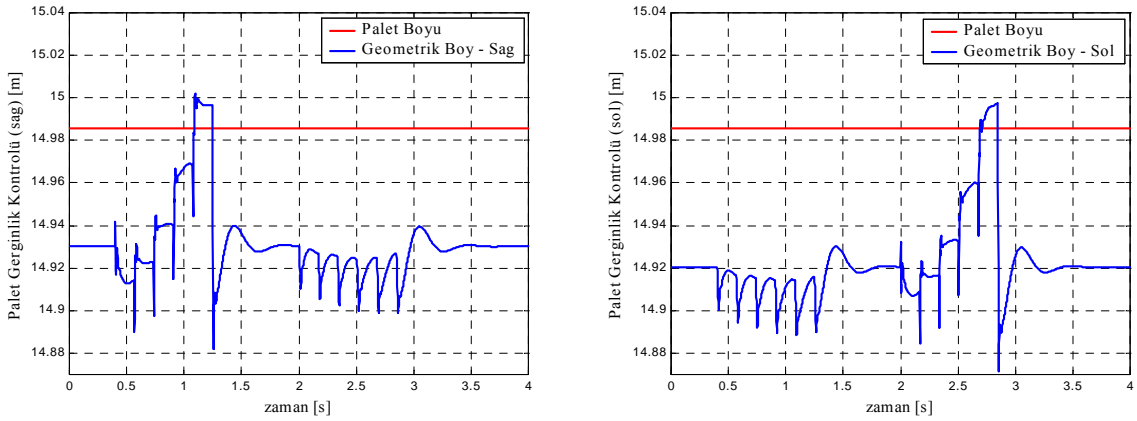
Şekil 6.62 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için gövdenin titreşim ivmesi



Şekil 6.63 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için kafa vurma hareketinin ivmesi



Şekil 6.64 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için yana yatma hareketinin ivmesi



Şekil 6.65 On beş serbestlik dereceli modelin nonlinear durum için palet gerginlik kontrolleri

6.3 Statik Çökme Değerlerinin İrdelenmesi

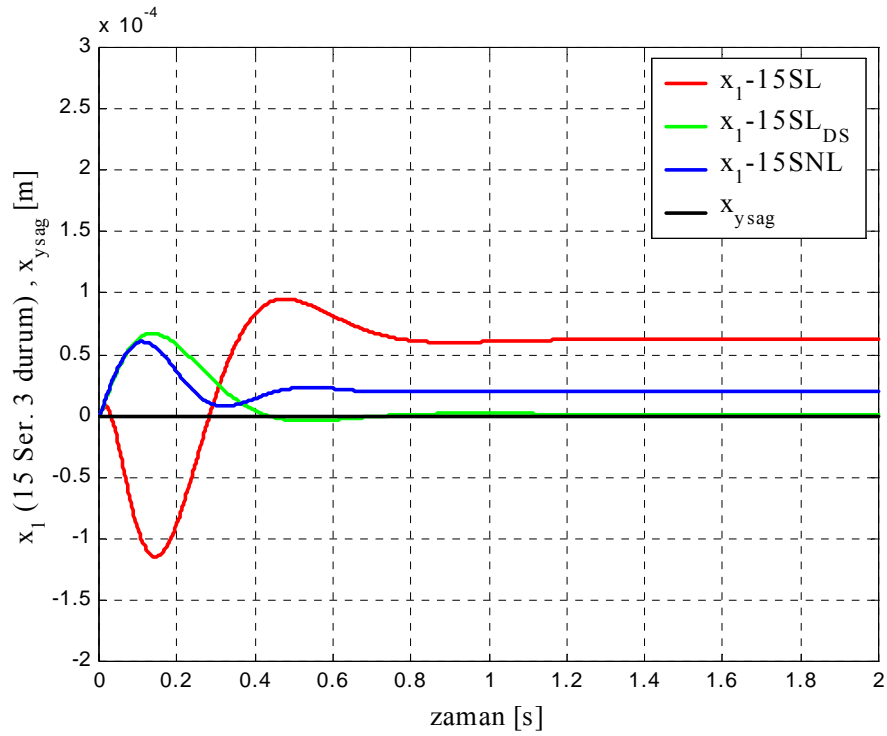
Statik çökme değerlerini bulabilmek için geçmiş tüm bölümlerde yapıldığı gibi matematik model düz bir yol fonksiyonu (pürüzsüz yol - $x_y = 0$) üzerinden geçirilmiştir. Bu simülasyondan elde edilen sonuçlar Şekil 6.66'dan 6.74'e kadar olan diyagramlarda verilmiştir. Şekil 6.66'da ana gövdenin, Şekil 6.67'de kafa vurma hareketinin, Şekil 6.68'de yana yatma hareketinin ve Şekil 6.69'dan 6.74'e kadar olan diyagramlarda ise sırasıyla önden

arkaya doğru sıralanan taşıyıcı tekerleklerin (sağ ve sol simetrik tekerlekler yanyana çizdirilmiştir) her üç yaklaşım (lineer, lineer-DS ve nonlineer) için yer değiştirme eğrileri mevcuttur.

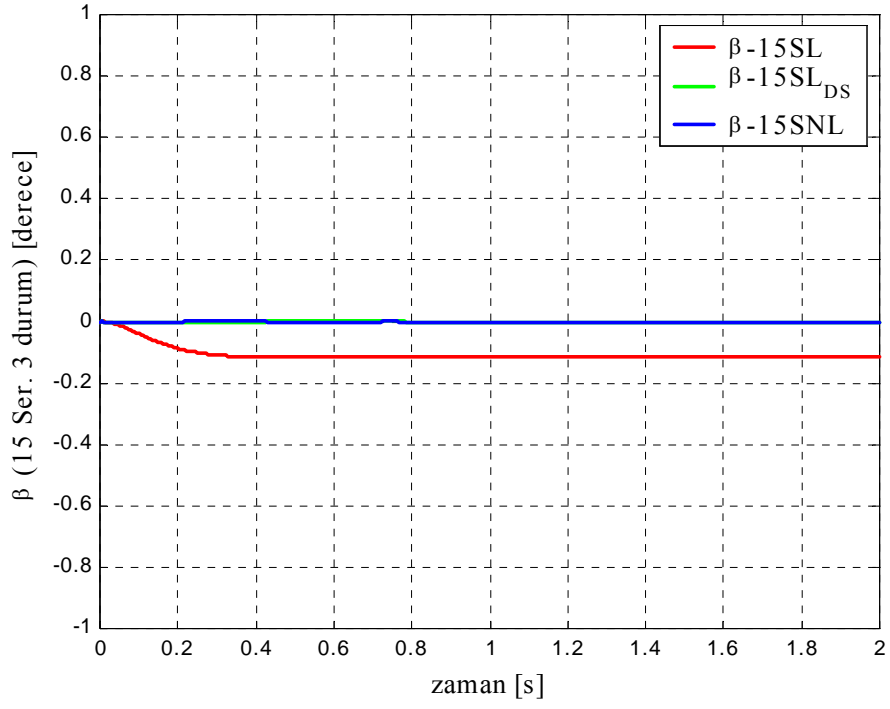
Bu diyagramlar oluşturulurken adım aralığı diğer modellerde de olduğu gibi 0,002 olarak seçilmiştir (daha düşük adım aralığı çalışma süresini çok uzatmaktadır). Hassasiyet daha da arttırıldığında yaklaşık $0,42^\circ$ olarak görülen β_{st} değeri $0,31^\circ$ 'e, yaklaşık $0,14^\circ$ olan α_{st} değeri ise $0,00^\circ$ 'ye kadar düşmüştür.

İzafi statik çökme değeri D_{si} 'lere bakıldığında önden arkaya doğru farklı değerler görülmektedir. Bunun nedeni yine statik kafa vurmadır. Önünü kaldırmış olarak duran aracın ön tarafı arkasına göre daha az çökecektir. Aynı zamanda sağ ve sol simetrik D_{si} değerleri de farklıdır. Bu farklılığın nedeni ise statik yana yatma açısıdır. Sola yatık duran modelin sol süspansiyonundaki statik çökmelerin sağa göre fazla olması doğaldır (Çizelge 6.1).

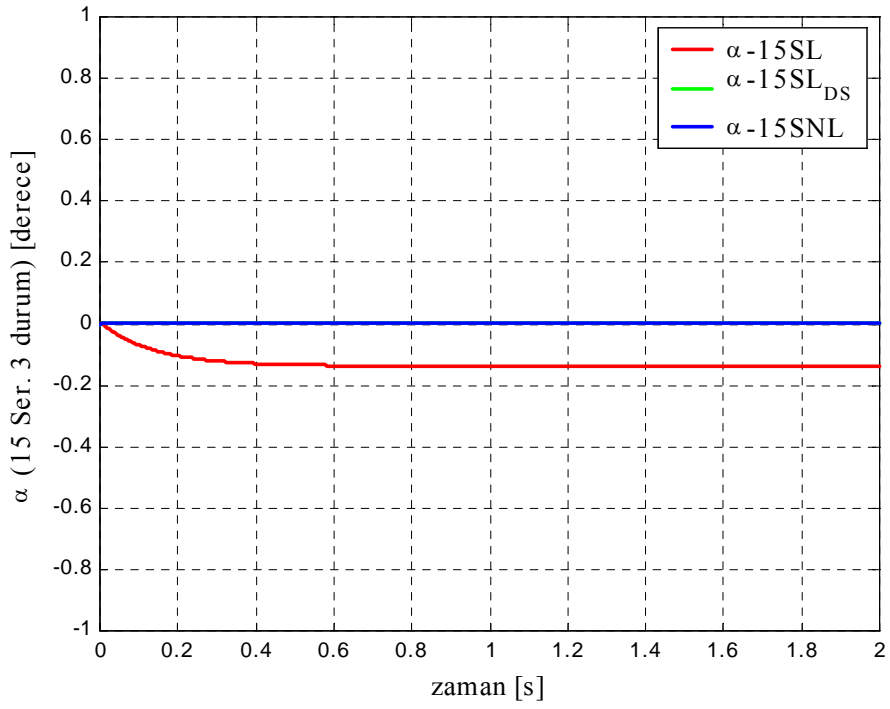
Sonuçta statik durum için arkasını bastırmış ve sola yatık duran bu araçta en çok sıkışan süspansiyon sol arka (12.), en az sıkışan süspansiyon ise sağ öndür (1.). Hassasiyet arttırılıp yapılan simülasyonda statik yana yatma açısı yok olmakta, dolayısıyla sağ ve sol simetrik süspansiyonlarda oluşan bu farklılıklar da kaybolmaktadır.



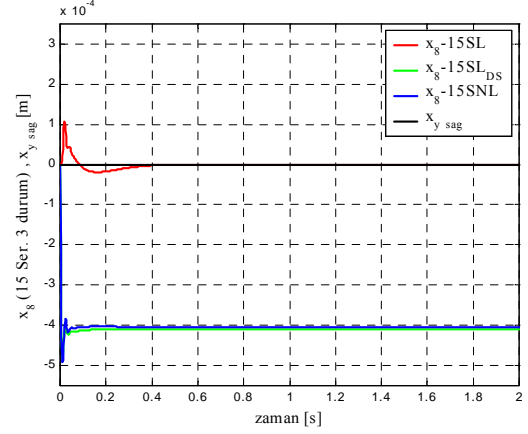
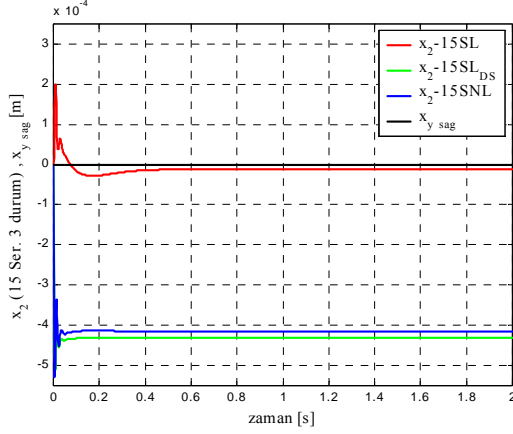
Şekil 6.66 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda gövde konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



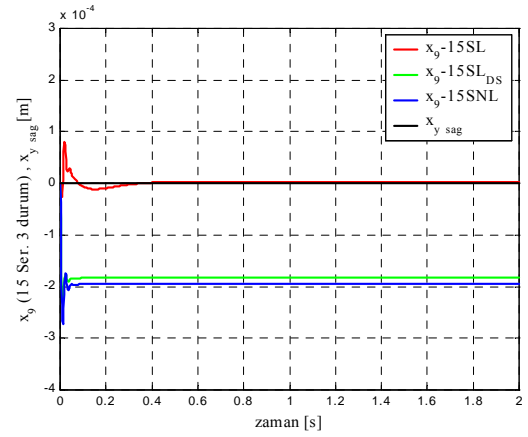
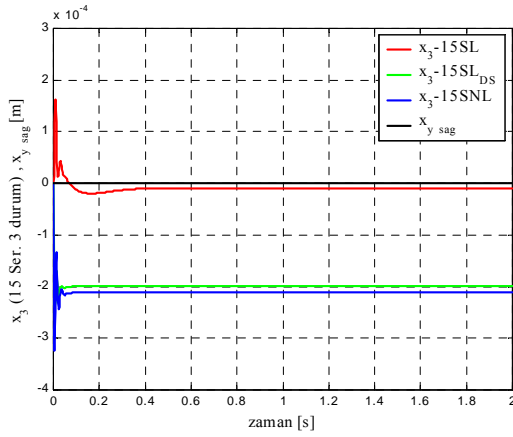
Şekil 6.67 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda kafa vurma hareketlerinin pürüzsüz yoldaki simülasyonları



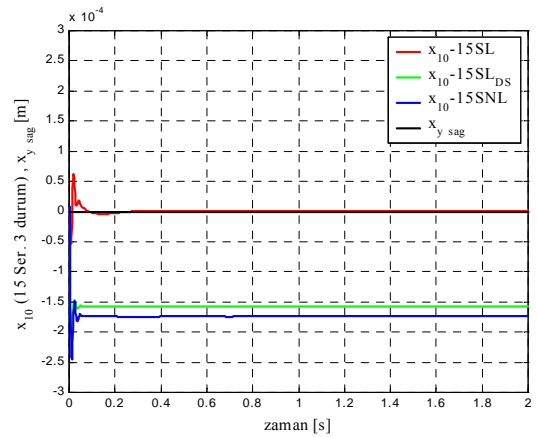
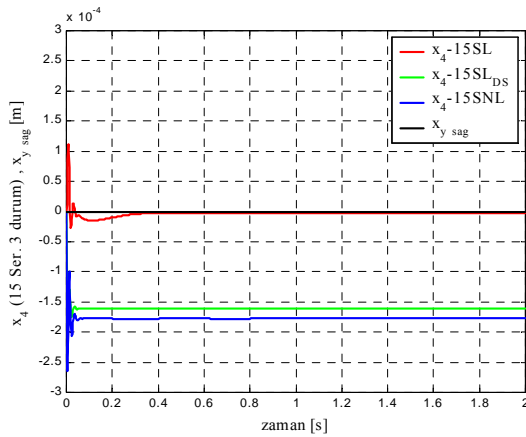
Şekil 6.68 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda yana yatma hareketlerinin pürüzsüz yoldaki simülasyonları



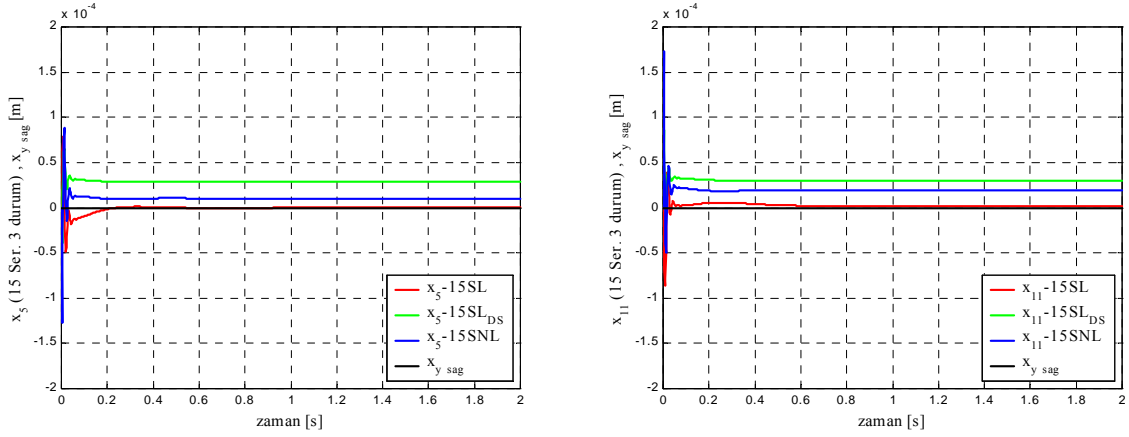
Şekil 6.69 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 1. (sağ taraf) ve 7. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



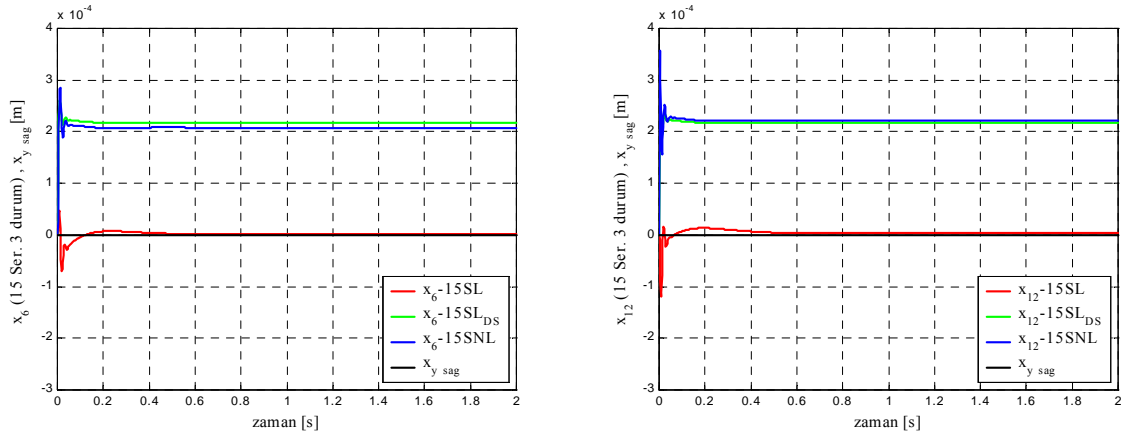
Şekil 6.70 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 2. (sağ taraf) ve 8. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



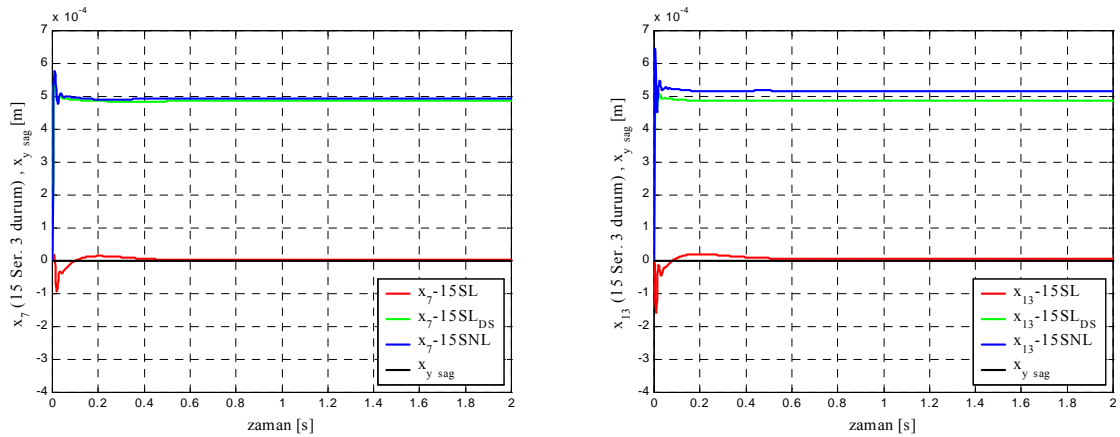
Şekil 6.71 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 3. (sağ taraf) ve 9. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 6.72 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 4. (sağ taraf) ve 10. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 6.73 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 5. (sağ taraf) ve 11. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları



Şekil 6.74 On beş serbestlik dereceli modelin üç inceleme durumunda 6. (sağ taraf) ve 12. (sol taraf) taşıyıcı tekerleklerin konumlarının pürüzsüz yoldaki simülasyonları

Üç yaklaşım için de bulunan statik çökme değerleri toplu olarak Çizelge 6.1’de verilmiştir.

Çizelge 6.1 Kurulan modellerden elde edilen statik çökme değerlerinin gerçek değer ile karşılaştırılması

Ser. Der.	Model	Ds [m] (sayısal)	Ds1 [m] (sim.)	Ds2 [m] (sim.)	Ds3 [m] (sim.)	Ds4 [m] (sim.)	Ds5 [m] (sim.)	Ds6 [m] (sim.)
15 Ser.	Lin.	0,1000	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS		0,0632	0,0777	0,0922	0,1067	0,1215	0,1360
	Nonlin.		0,0790	0,0860	0,0930	0,1000	0,1072	0,1141

Ser. Der.	Model	Ds [m] (sayısal)	Ds7 [m] (sim.)	Ds8 [m] (sim.)	Ds9 [m] (sim.)	Ds10 [m] (sim.)	Ds11 [m] (sim.)	Ds12 [m] (sim.)
15 Ser.	Lin.	0,1000	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS		0,0785	0,0930	0,1075	0,1220	0,1368	0,1513
	Nonlin.		0,0928	0,0998	0,1068	0,1138	0,1209	0,1279

Ser. Der.	Model	δ_{st2} [m] (sim.)	δ_{st3} [m] (sim.)	δ_{st4} [m] (sim.)	δ_{st5} [m] (sim.)	δ_{st6} [m] (sim.)	δ_{st7} [m] (sim.)
15 Ser.	Lin.	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016
	Nonlin.	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016

Ser. Der.	Model	δ_{st8} [m] (sim.)	δ_{st9} [m] (sim.)	δ_{st10} [m] (sim.)	δ_{st11} [m] (sim.)	δ_{st12} [m] (sim.)	δ_{st13} [m] (sim.)
15 Ser.	Lin.	--	--	--	--	--	--
	Lin.-DS	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016
	Nonlin.	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016

Ser. Der.	Model	δ_{st1} [m] (sim.)	β_{st} [derece] (sim.)	α_{st} [derece] (sim.)
15 Ser.	Lin.	--	--	--
	Lin.-DS	0,1135	0,8840	0,1539
	Nonlin.	0,1073	0,4261	0,1381

Çizelge 6.1'deki bulgulara göre sayısal değer ile karşılaştırılacak olan Dsi değerinin hatası her tekerlekte farklı çıkmıştır. Dördüncü sıradaki süspansiyonların gövdeye bağlantı noktaları ağırlık merkezine çok yakın olduğundan, statik kafa vurma hareketinden çok az etkileneceklerdir. Bu yüzden ortalama değer olarak dördüncü sıradaki süspansiyonlara bakılabilir (Ds4 ve Ds10). Ancak statik yana yatma açısı yüzünden bu iki değer de birbirinden farklıdır (Ds4 az çıkarken, Ds10 fazla çıkmaktadır). Sonuçta her iki süspansiyonun da ağırlık merkezine uzaklıkları bu taşıt için eşit olduğundan burada elde edilen değerlerin aritmetik ortalaması alınıp tek bir değer elde edilebilir. Ortalama alındığında hata oranının sayısal

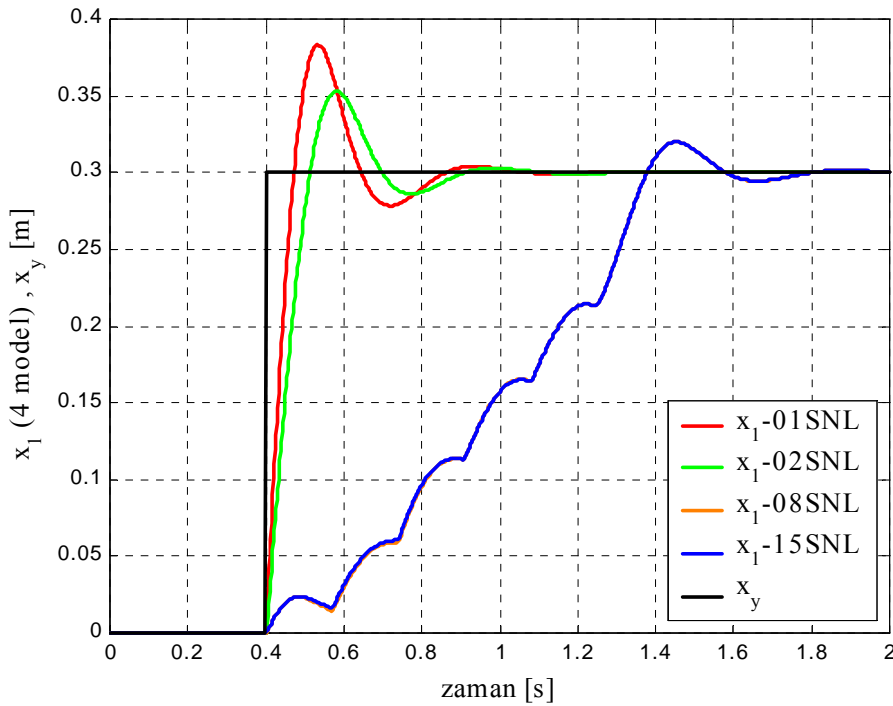
değere kıyasla % 6,9 yüksek olduğu görülmüştür. Adım aralığı hassasiyeti arttırıldığında ortalama almaya gerek kalmadan her iki süspansiyonda oluşan izafi statik çökme 0,1068 m değerine gelmekte, dolayısıyla hata fazlalığı % 6,8'e gerilemektedir (ortalama sonuca göre % 0,1'lik kazancın sağlanmasının nedeni hassasiyet arttırıldığında β_{st} 'in de azalmasındandır).

Lineer model (kırmızı eğri) için Şekil 6.67 ve 6.68'deki kafa vurma ve yana yatma açılarının her ikisinde de yaklaşık $-0,1^\circ$ 'lik bir kaçıklık söz konusudur. Bu durum lineer ve nonlineer modellerdeki gibi statik açı değerleri ile oynayarak dengelenemez, çünkü statik açı değerine karşılık yay elemanlarında üretilecek bir kuvvet yoktur. Adım aralığını hassaslaştırıp yapılan simülasyonda bu dengesizliğin kendiliğinden dengeye oturduğu gözlemlenmiştir (yarım taşıt modelinde de böyle olmuştu).

7. DİNAMİK ANALİZ SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

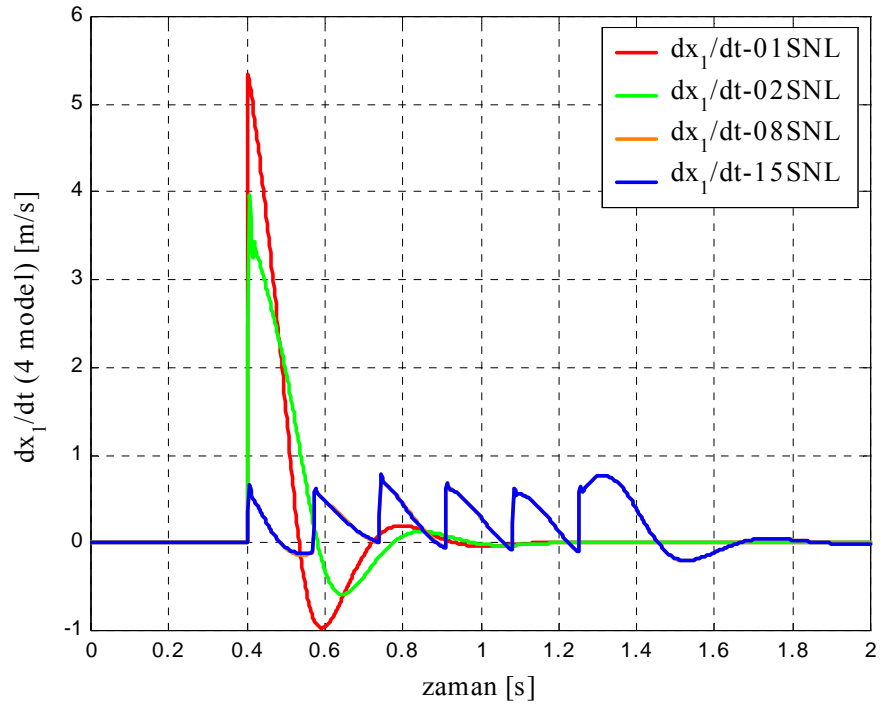
Bu bölümde ele alınan on iki tekerlekli paletli taşıt için geliştirilmiş dinamik analiz modelleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Önceki dört bölümde (Bölüm 3, 4, 5 ve 6) yapılan çalışmaların birbiriyle karşılaştırmasını gösteren diyagramlar aşağıda sunulmuştur. Karşılaştırmalar dört modelin de 20 km/h'lik hız ile 0,3 m'lik bir basamağa çıkarılmaları ile gerçekleştirilmiştir. Program adım aralığı sabit olarak 0,002'de tutulmuştur.

Şekil 7.1 ana gövdenin yer değiştirme genliklerini, Şekil 7.2 ana gövdenin yer değiştirme hızlarını, Şekil 7.3 ise yine ana gövdenin yer değiştirme ivmelerini topluca göstermektedir. Şekil 7.1'de yarım ve tam taşıt modellerinde (turuncu ve mavi eğriler), ağırlık merkezinin konumu, aracın ilerleme hızı ve bir taraftaki tekerlek adeti hesaplara girdiğinden maksimum tepe noktasının nasıl ötelendiği görülmektedir. Ayrıca her bir tekerleğin basamağa vurma anı da eğri üzerinde kendisini göstermiştir.

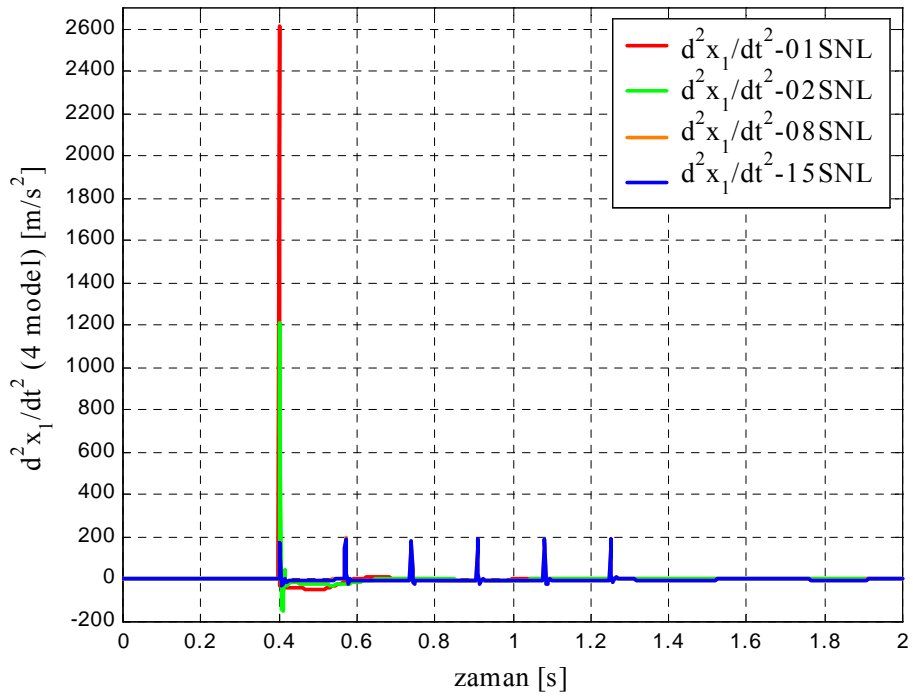


Şekil 7.1 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde verdikleri ana gövde yer değiştirme genliği cevapları (20 km/h için)

Şekil 7.2 ve 7.3'te ise serbestlik derecesi arttıkça ana gövdenin titreşim hızı ve ivmesinin nasıl düştüğü (başka bir deyişle bir ve iki serbestlik dereceli modellerin yetersizliği) görülmektedir. Bu değerler yarım ve tam taşıt modellerinde tamamen aynı çıkmıştır. Bunun yanısıra adım aralığı değerinin düşürülmesi ile daha düşük ivme değerleri çıktığı görülmüştür.

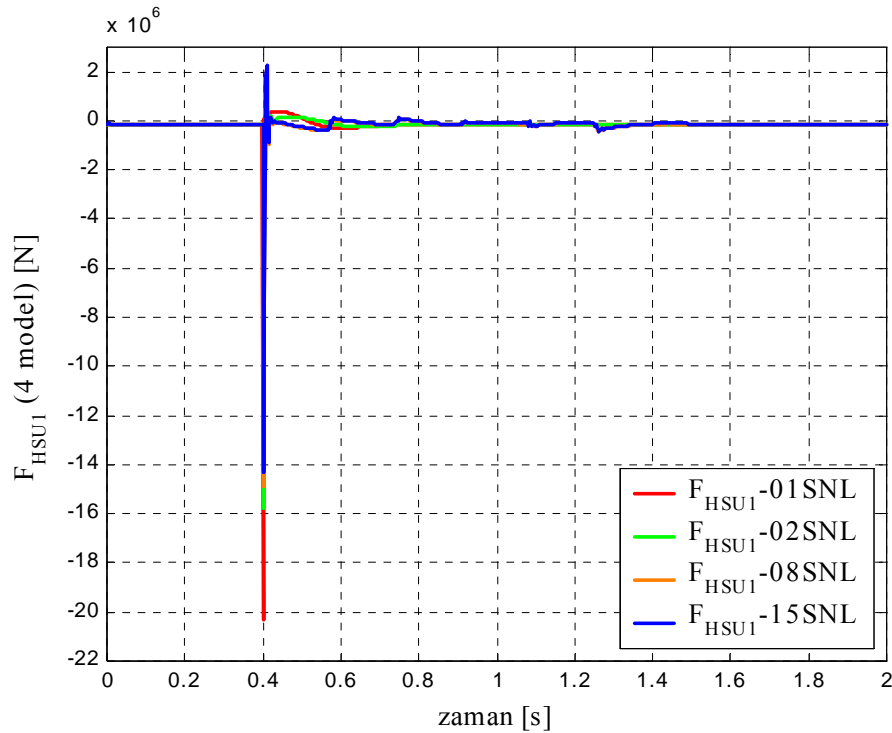


Şekil 7.2 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde ana gövdenin titreşim hızı cevapları (20 km/h için)

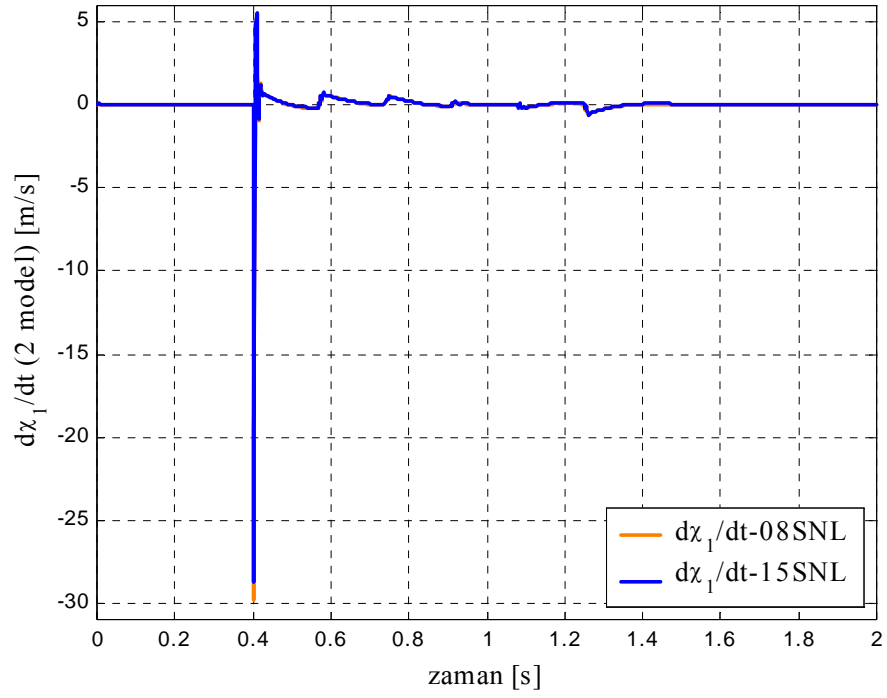


Şekil 7.3 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde ana gövdenin titreşim ivmesi cevapları (20 km/h için)

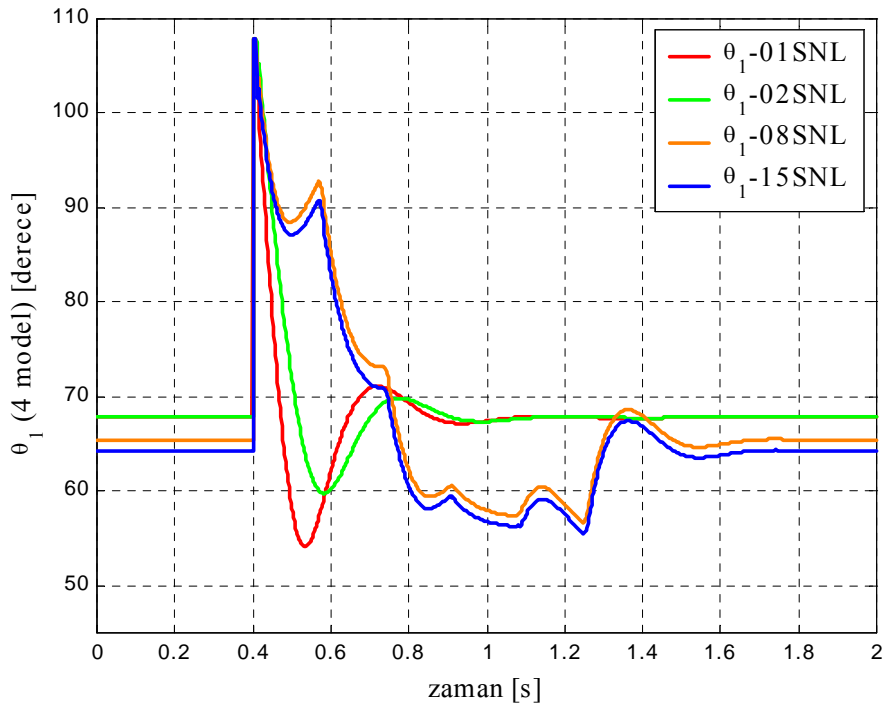
Şekil 7.4'te birinci süspansiyonda oluşan toplam kuvvet değeri görülmektedir. Bu kuvvet değeri statik çökmeden oluşan statik yay kuvveti ve titreşimden dolayı oluşan dinamik yay kuvveti ile sönüm kuvvetinin toplamıdır. Serbestlik derecesi arttıkça ve ana gövdenin titreşim hızı değiştikçe (Şekil 7.2) süspansiyonda oluşan kuvvet değerlerinin nasıl değiştiği görülmektedir. Süspansiyondaki sönüm kuvveti bir serbestlik dereceli model için sadece ana gövdenin titreşim hızı ile yol genliğinin değişim hızı arasındaki farktan etkilenirken, iki serbestlik dereceli modelde yol genliği değişim hızı yerine taşıyıcı tekerleğin titreşim hızı gelmiştir. Sekiz serbestlik dereceli modelde bu etkenlere bir de kafa vurmanın değişim hızı eklenmiştir. Son olarak on beş serbestlik dereceli sistemde ise yana yatma hareketinin değişim hızı da formüle girmiştir (ancak sağ ve sol paletin izledikleri yol aynı olduğundan bu son değer etkisini yitirmektedir). Yarım ve tam taşıt (08SLN ve 15SLN) modellerinin kuvvet değerleri arasında bir miktar fark vardır. Bu farkın küçük bir bölümü (yaklaşık % 2'si) statik durumda tam taşıt modelinin bir miktar sola yatmasından (dolayısıyla sağ tekerlekte statik sıkışma kuvveti azalıyor) kaynaklanmaktadır. Ama farkın asıl önemli miktarı ise süspansiyon açılıp kapanma hızındaki farktan gelmektedir. Bu hızdaki çok küçük bir değişim bile sönüm katsayısı ile çarpıldığında büyük bir kuvvete dönüşmektedir. Şekil 7.5'te bir bilgi olarak bu iki model için süspansiyon açılıp kapanma hızlarının zamana göre değişimi verilmiştir.



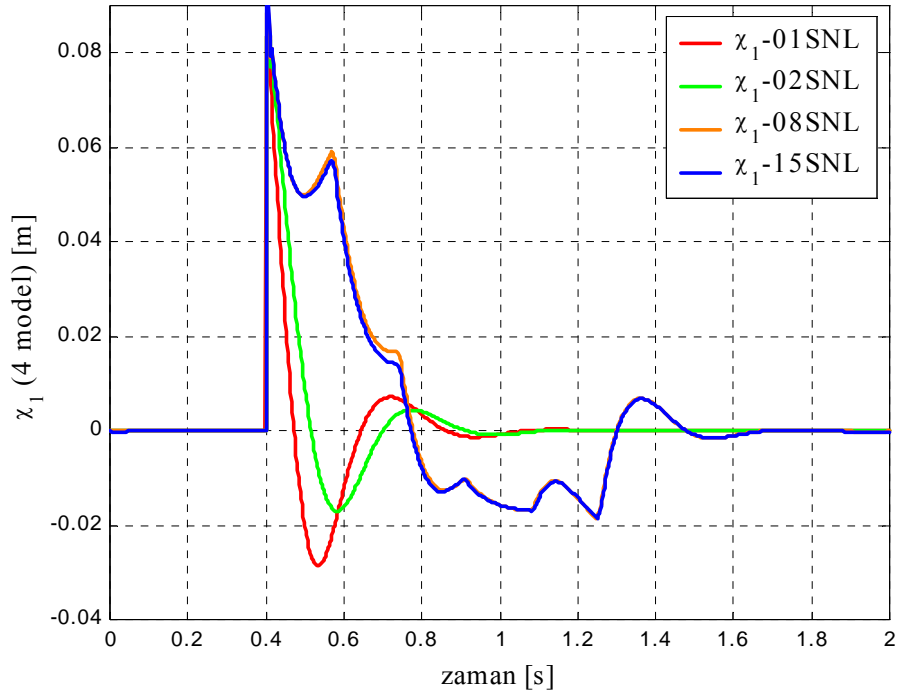
Şekil 7.4 Dört nonlinear modelin 1. süspansiyonda oluşan toplam kuvvet (statik, dinamik ve sönüm kuvveti topluca – 20 km/h için)



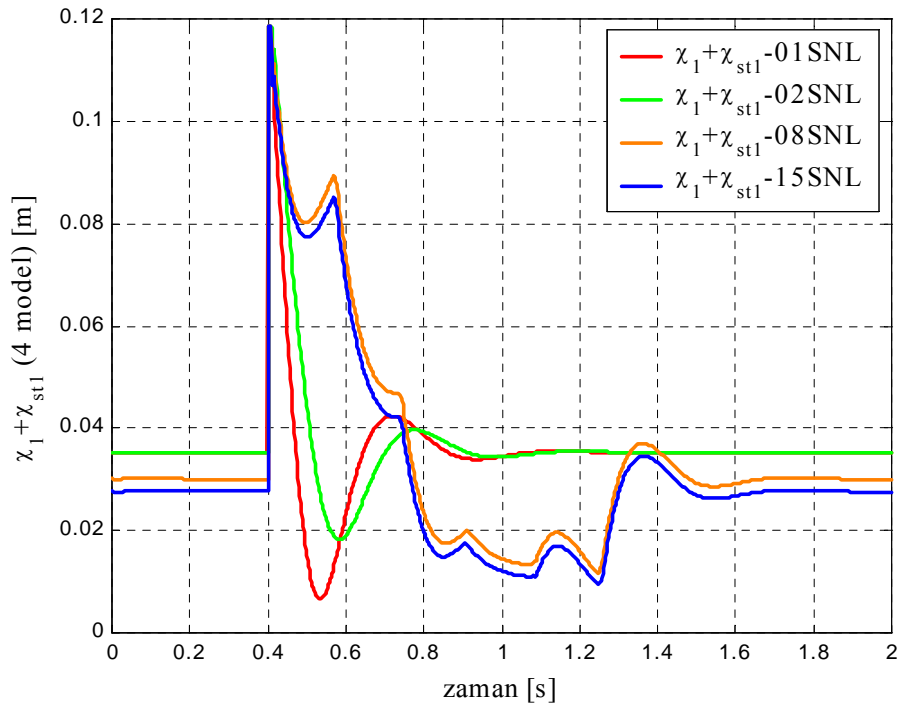
Şekil 7.5 İki nonlineer modelin (yarım ve tam taşıt) 1. süspansiyonunun açılıp kapanma hızları (20 km/h için)



Şekil 7.6 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. askı kolu açısının zamana göre değişimleri (20 km/h için)

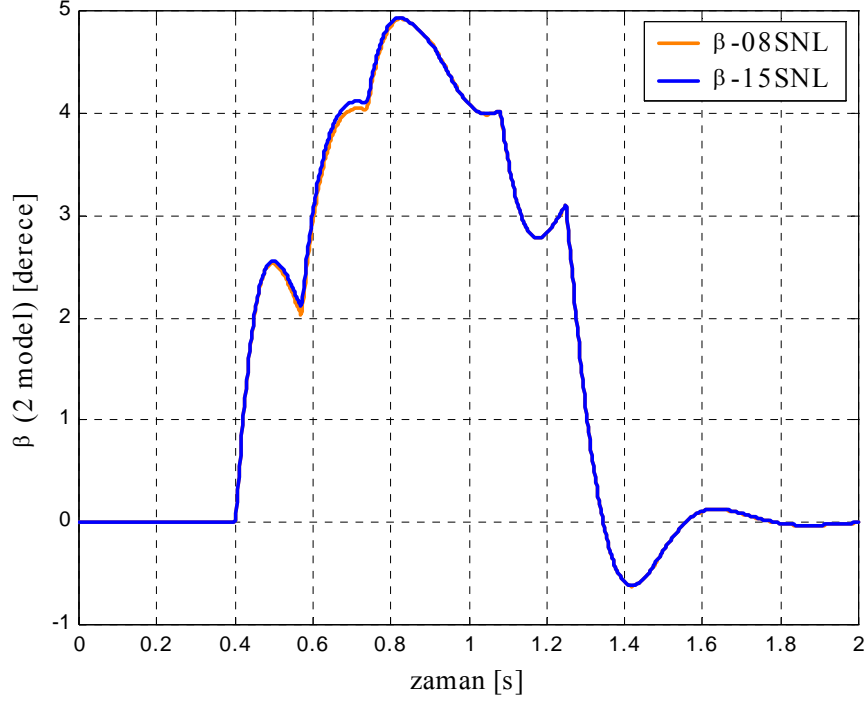


Şekil 7.7 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. süspansiyonda oluşan sıkışma mesafeleri (sadece dinamik değerler – 20 km/h için)



Şekil 7.8 Dört nonlineer modelin 0,3 m'lik basamak girişinde 1. süspansiyonda oluşan sıkışma mesafeleri (statik ve dinamik değerler beraber – 20 km/h için)

Şekil 7.6'da yine dört nonlinear model için birinci askı kolunun açı değişim diyagramı mevcuttur. Bu çizimde de yine statik yana yatma açısının varlığından dolayı iki model (yarım ve tam taşıt) arasında statik durum için açı değerlerinin farklılığı görülmektedir. Bu açıların değişimiyle direkt orantılı olan süspansiyon hareketi diyagramları karşılaştırmalı olarak Şekil 7.7'de (sadece dinamik değerler) ve Şekil 7.8'de (statik ve dinamik değerler beraber) sunulmuştur.



Şekil 7.9 İki nonlinear modelin (yarım ve tam taşıt) 0,3 m'lik basamak girişinde kafa vurma hareketi (sadece dinamik değerler – 20 km/h için)

Son olarak, Şekil 7.9'da sadece iki model için kafa vurma hareketleri karşılaştırılmıştır (ele alınan modeller yarım ve tam taşıttır – diğer modellerde kafa vurma serbestliği bulunmamaktadır). Şekilden de görüleceği üzere yarım ve tam taşıt modellerinde kafa vurma hareketi tamamen aynı çıkmıştır.

8. YORULMA ANALİZİ VE ÖMÜR DEĞERLENDİRMELERİ

Bu bölümde, önceki bölümde dinamik analizi tamamlanmış olan taşıtın verilen bir yol fonksiyonu için sağ ön (birinci) askı kolunun yorulmaya göre ömür hesabı yapılacaktır. Ömür değerlendirmesi için gereken bileşenlerin hesabı aşağıdaki alt başlıklarda verilmiştir.

8.1 Wöhler (S-N) Eğrisinin Yaklaşık Olarak Bulunması

Herhangi bir malzemenin yaklaşık yollarla Wöhler diyagramını çıkartmak için öncelikle ilgilenilen malzemenin Çizelge 8.1’de hangi gruba gireceğini belirlemek gerekir. Bu çizelge Niemann’da (1975) verilmiştir. Aynı çizelge Tahralı ve Dikmen’de de (1995) geçmektedir. Ayrıca Saatçı (2002) ve Ayaroğlu (2002) çalışmalarında bu çizelgeden faydalanmışlardır. Saatçı ve Tahralı’nın (2003) yazdıkları makale ve bildirimlerde de bu çizelge kullanılmıştır.

Çizelge 8.1 Malzeme ve zorlanma farklılıklarına göre yorulma limitleri (Niemann (1975), Tahralı, Dikmen (1995))

Malzeme	Dinamik Zorlanmalar					
	Çekme		Eğilme		Burulma	
	σ_D	σ_{DT}	σ_D	σ_{DT}	τ_D	τ_{DT}
Genel İmalat Çeliği	$0,45.\sigma_k$	$1,3.\sigma_D$	$0,49.\sigma_k$	$1,5.\sigma_D$	$0,35.\sigma_k$	$1,1.\tau_D$
İslah Çeliği	$0,41.\sigma_k$	$1,7.\sigma_D$	$0,44.\sigma_k$	$1,7.\sigma_D$	$0,30.\sigma_k$	$1,6.\tau_D$
Semantasyon Çeliği	$0,40.\sigma_k$	$1,6.\sigma_D$	$0,41.\sigma_k$	$1,7.\sigma_D$	$0,30.\sigma_k$	$1,4.\tau_D$
Dökme Demir	$0,25.\sigma_k$	$1,6.\sigma_D$	-	-	$0,36.\sigma_k$	$1,6.\tau_D$
Hafif metal	$0,30.\sigma_k$	-	-	-	$0,25.\sigma_k$	-

σ_k : Kopma gerilmesi

σ_D, τ_D : Tam değişken zorlanmada sürekli mukavemet değeri ($\sigma_o = 0, \tau_o = 0$)

σ_{DT}, τ_{DT} : Genel değişken zorlanmada (dalgalı zorlanma) sürekli mukavemet değeri
($\sigma_o = \sigma_g / 2, \tau_o = \tau_g / 2$)

Makina konstrüksiyonunda genellikle, yük tekrar sayısına göre süreli ve sürekli mukavemet bölgeleri aşağıdaki gibi kabul edilir:

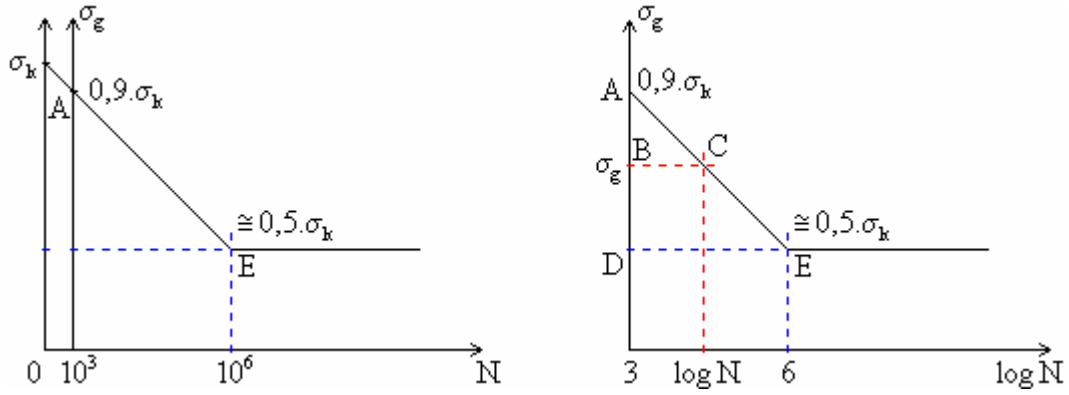
$N < 10^3$: Statik zorlanma bölgesi

$10^3 < N < 10^6$: Süreli mukavemet bölgesi (zaman mukavemeti)

$N > 10^6$: Sürekli mukavemet bölgesi

Buna göre eğer bir yük, makina parçasına 10^3 veya daha az defa tesir ettirilirse bu yükleme tarzı statik yüklemeye girer. Bu nedenle Wöhler diyagramı çizilirken ömür eksenini 10^3 ’ten başlatılır. Bunun yanında gerilme eksenini de, yaklaşık olarak 10^3 ömre karşılık gelen

$0,9.\sigma_k$ 'ya ötelenir. Şekil 8.1'de eksenlerin ötelenmesi durumunu ve katsayıları gösteren bir çizim mevcuttur.



Şekil 8.1 Wöhler eğrisinin pratik yoldan çiziminde verilen katsayıların kullanılması (Saatçı (2002))

Çizelge 8.1'in kullanılması ile aslında Wöhler diyagramının geçeceği iki adet nokta bulunmuş olmaktadır. Şekil 8.1'de bu noktalar, A ile gösterilen $10^3 - 0,9.\sigma_k$ noktası ve E ile gösterilen $10^6 - 0,5.\sigma_k$ noktasıdır. Bu noktalar bulunduktan sonra Wöhler diyagramının matematiksel fonksiyonu yaklaşık olarak iki yolla bulunabilir. Bu yollardan biri, iki üçgen oluşturarak benzer üçgenler metodu ile bir doğru fonksiyonu bulmaktır. Şekil 8.1'de (sağ şekil) bu üçgenler görülmektedir. Diğer yol ise A ve E ile gösterilen iki sınır şartını kullanarak yine bu noktalardan geçecek bir hiperbol denklemi bulmaktır. Bu denklem bulunurken logaritmadan yararlanılmaktadır. Bu yolların detayları Saatçı'da (2002) verilmiştir. Saatçı ve Tahralı (2003-bildiri) ise bu yollardan logaritmik olanın özellikle sürekli bölgede daha hassas sonuçlar verdiğini göstermiştir. Ayrıca Ayaroğlu da (2002) logaritmik yöntem ile Wöhler diyagramlarını çizmiştir. Bu nedenlerden dolayı bu çalışmada ele alınan parçanın Wöhler diyagramı çizilirken logaritmik yöntem tercih edilmiştir. Benzer üçgenlerin kullanıldığı yöntemin detayları ise verilmeyecektir.

Şekil 8.1'de görülen A ve E sınır noktalarının bulunmasından sonra logaritmik yönteme göre hiperbolik denklemi bulabilmek için şöyle bir yol izlenmelidir.

$$\sigma_g = a.N^b \quad (8.1)$$

Hiperbolik denklemin genel şekli Denklem 8.1'de verilmiştir. Bu denklem A ve E ile gösterilen iki noktaya uygulanırsa

$$\sigma_1 = a.N_1^b \quad , \quad \sigma_2 = a.N_2^b \quad (8.2)$$

Eğer Denklem 8.2’de verilen ilk ifade, ikinci ifadeye bölünür ve her iki tarafın logaritması alınırsa b değeri bulunabilir.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^b \Rightarrow \log \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = b \cdot \log \frac{N_1}{N_2} \quad (8.3)$$

Denklem 8.3, b için çözüldürse sonuç olarak b Denklem 8.4’teki gibi bulunur. Artık b bilindiğine göre, a’yı bulabilmek için Denklem 8.2’de verilen σ_1 veya σ_2 eşitliklerinden biri kullanılabilir.

$$b = \frac{\log \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}{\log \frac{N_1}{N_2}} = \frac{\log \sigma_1 - \log \sigma_2}{\log N_1 - \log N_2} \quad (8.4)$$

$$a = \frac{\sigma_1}{N_1^b} = \frac{\sigma_1}{N_1^{\frac{\log \sigma_1 - \log \sigma_2}{\log N_1 - \log N_2}}} \quad (8.5)$$

a ve b sabitleri bulunduğuna göre Wöhler eğrisinin yaklaşık matematiksel fonksiyonu olan Denklem 8.1 kurulabilir. Bu denklemden N değeri çekilirse matematiksel olarak her gerilme genliği değerine karşı toplam ömür değeri bulunabilir.

$$N = \left(\frac{\sigma}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (8.6)$$

8.2 Ortalama Gerilme Durumu

Bölüm 8.1’de anlatılan Wöhler diyagramının pratik çizimi ancak tam değişken veya genel değişken gerilme durumu için geçerli olmaktadır (Çizelge 8.1). Eğer ilgilenilen makina elemanına karışık tarzda bir gerilme etkimesi söz konusu olursa (dalgalı değişken zorlanma) bu durumda ortalama gerilmeyi de hesaba katacak eşdeğer bir tam değişken durum tanımlanmalıdır. Bu tarzdaki gerilme genliklerinin tam değişken formdaki eşdeğer değerleri Goodman Eşitliği’nden faydalanarak hesaplanabilir (bu eşdeğer gerilmeler literatürde σ_{aq} olarak geçmesine rağmen burada $\sigma_{eş}$ ile gösterilecektir – $\sigma_{aq} = \sigma_{eş}$). Saatçı (2002) ve Ayaroğlu (2002) bu eşitlikten faydalanmışlardır. Ayrıca Dowling’de de (1999) bu konuya değinilmiştir. Goodman eşitliği Denklem 8.7’de görülmektedir.

$$\frac{\sigma_g}{\sigma_{eş}} + \frac{\sigma_o}{\sigma_k} = 1 \quad (8.7)$$

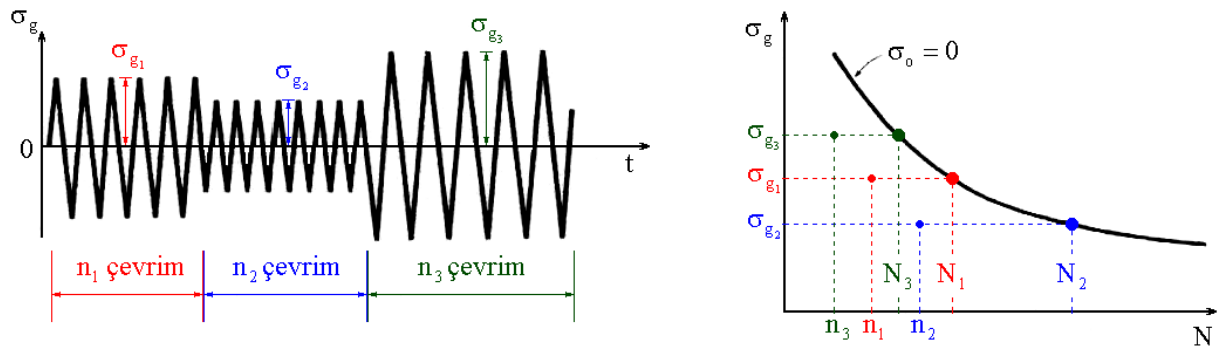
Denklem 8.7’de eğer ortalama gerilme (σ_o) sıfır olursa, gerilme genliği ile eşdeğer gerilme genliği birbirlerine eşit olmaktadır ($\sigma_g = \sigma_{eş}$). Sonuç olarak Goodman eşitliğinden yararlanarak herhangi bir $\sigma_o - \sigma_g$ kombinasyonuna ait yüklemenin tam değişken eşdeğer gerilme genliği Denklem 8.8 ile bulunabilir. Böylece ortalama gerilmesi σ_o , gerilme genliği de σ_g olan bir yüklemenin ömrü; ortalama gerilme değeri sıfır ($\sigma_o = 0$), gerilme genliği de $\sigma_{eş}$ olan eşdeğer tam değişken gerilme ömrüne eşit olur.

$$\sigma_{eş} = \frac{\sigma_g}{1 - \frac{\sigma_o}{\sigma_k}} \quad (8.8)$$

8.3 Yorulmada Birikimli Hasar

Herhangi bir makina parçasına uygulanan değişken genlikli gerilme durumunda parçanın göstereceği yorulma ömrünü önceden tahmin edebilmek için, sabit genlikli gerilmeler için olan Wöhler yorulma eğrilerini kullanan bazı yöntemler olmuştur. Literatürde bu yöntemleri tanıtan Marin (1966), Akkurt ve Kent (1975), Collins (1993), Dowling (1999), Saatçı (2002), Ayaroğlu (2002) gibi çeşitli yayınlar olmuştur.

Bu yöntemlerden ilki ve en çok kullanılanı (yani ilk birikimli hasar teorisi) 1920’lerde rulmanlı yatakların ömürlerini tahmin etmek için İsveç’te A. Palmgren tarafından uygulanmıştır. Ardından 1937’de daha genelleştirilmiş koşullarla B. F. Langer kullanmıştır. Yine de bu kural, 1945’te M. A. Miner’in bir dokümanında ortaya çıkıncaya kadar yaygın bir şekilde bilinip kullanılmıyordu. Halen yaygın bir şekilde kullanılan bu lineer teori, *Palmgren-Miner Hipotezi* veya *Lineer Hasar Kuralı* olarak anılır. Teori Şekil 8.2’de gösterilen Wöhler eğrisini kullanarak açıklanabilir.



Şekil 8.2 Her bir değişik gerilme seviyesi σ_i 'ye tekabül eden n_i çevrimlerinin ve her σ_i için N_i toplam ömürün gösterildiği Wöhler eğrisi (Dowling (1999))

Şekil 8.2’de herhangi bir malzeme için, sabit genlikli yükleme durumunda parçanın erişebileceği toplam ömür değerini veren Wöhler eğrisi gösterilmiştir. Wöhler eğrisinin tanımına göre, σ_1 gibi bir sabit gerilme genliğinde çalışmak, N_1 çevrim sonra tümüyle hasar veya işe yaramama oluşturacaktır. σ_1 gerilme genliğinde N_1 ’den daha küçük olan n_1 çevrim sayısında çalışmak ise D_1 denilebilecek daha küçük bir hasar oranı oluşturacaktır (D genellikle hasar oranını ifade etmektedir).

Değişken genlikli bir yükleme durumunda birçok değişik gerilme seviyesi olabilir. Böyle bir yükleme altında çalışmak, her değişik gerilme genliğine (σ_i) karşılık farklı D_i hasar oranları oluşturacaktır. İşte bu gerilmelerin her biri elemanda ayrı hasarlar meydana getireceğinden ve kırılmaya sebep olan hasar bunların birikmesinden ileri geleceğinden, bu olaya birikimli (kümülatif) hasar yorulması denilmektedir. Yani bahsedilen hasar oranlarının toplamı K’ya ($K=1$ olarak alınabilir) erişince, hasar olacağı beklenir. (Akkurt ve Kent (1975), Collins (1993), Dowling (1999))

$$D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_{i-1} + D_i = K \quad (8.9)$$

Palmgren – Miner hipotezi, herhangi bir gerilme genliği seviyesi olan σ_i ’nin neden olacağı hasar oranının (D_i), parçanın tüm işletme durumunda bu gerilme altında yaşayacağı toplam çevrim sayısının, yine bu gerilme seviyesinde hasarı gerçekleştirecek toplam çevrim adedine (Wöhler eğrisinden okunacak değer) oranıyla doğru orantılı olduğunu ifade etmektedir.

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (8.10)$$

Palmgren – Miner Kuralı’na göre, Denklem 8.10’da verilen bu çevrim oranlarının toplamı 1’e ulaştığında (yani ömür % 100 tükendiğinde) yorulma hasarının gerçekleşmesi beklenir. Denklem 8.9 ve 8.10 birleştirilirse teorinin ana denklemi Denklem 8.11’deki gibi yazılabilir. Burada n_1, n_2, \dots, n_i sırasıyla $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i$ ’ye karşılık gelen tüm çalışmada yaşanacak yük tekrarları, N_1, N_2, \dots, N_i ise sırasıyla $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i$ ’ye tekabül eden parçanın ilgili gerilme altında göstereceği toplam ömür değerleridir.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{i-1}} + \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (8.11)$$

Böyle karışık bir çalışma altında asıl elde edilmek istenen değer olan parçanın göstereceği toplam ömür (eşdeğer ömür) $N_{eş}$, kırılmaya kadar yapılan çeşitli gerilme genliklerindeki

çevrim adetlerinin toplamı olacaktır.

$$N_{eş} = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i \quad (8.12)$$

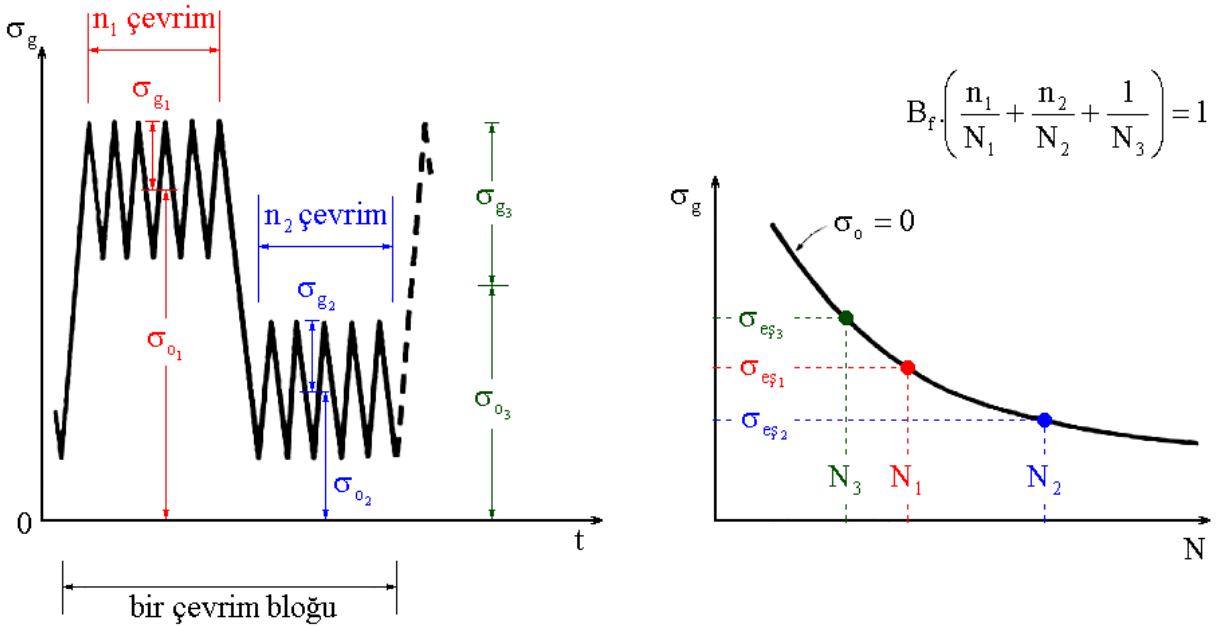
Akkurt ve Kent'te (1975) verilen başka bir ayrıntı ise şudur: Denklem 8.11'de verilen n_1, n_2, \dots, n_i değerlerinin tespiti çok güç olduğundan, bunlar C_1, C_2, \dots, C_i orantı faktörleri olmak üzere elemanın $N_{eş}$ toplam ömrünün $n_1 = C_1 \cdot N_{eş}$, $n_2 = C_2 \cdot N_{eş}$, ..., $n_i = C_i \cdot N_{eş}$ kısımları olarak ifade edilirse, Denklem 8.11 aşağıdaki şekile dönüşür:

$$\frac{C_1}{N_1} + \frac{C_2}{N_2} + \dots + \frac{C_i}{N_i} = \frac{1}{N_{eş}} \quad (8.13)$$

Burada tüm C_i 'lerin toplamı 1'i verecektir.

Dowling'de (1999) gösterilen başka bir kolaylık ise şudur: Çoğu kez, bir dizi değişken genlikli çevrimli yükleme bloğu defalarca tekrarlanır. Aynı yükleme bloğunun birkaç kez tekrarlanmasında, tek bir blok içinde bulunan çevrim oranlarını toplamak ve ardından bu toplamı, genel toplamın 1'e ulaşması için gerekli sayıdaki çevrim bloğu tekrarlamada (B_f) ile çarpmak uygun olacaktır.

$$B_f \left(\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{i-1}} + \frac{n_i}{N_i} \right) = 1 \quad (8.14)$$



Şekil 8.3 Ortalama değer değişimleri ile birlikte tekrarlayan gerilme bloğunun gösterimi (Dowling (1999))

Bu, Şekil 8.3'te gösterilmiştir. Şekile dikkat edilirse, yükleme tarzı tam değişken olmadığından Bölüm 8.2'de açıklandığı gibi eşdeğer gerilme genlikleri ($\sigma_{eş}$) bulunmuştur.

Yorulmada birikimli hasar ömrünü hesaplayabilmek için Palmgren – Miner yönteminden başka çeşitli yöntemler de vardır. Üstelik bu diğer yöntemler Palmgren – Miner'in hesaba katmadığı gerilmelerin uygulanma sıralanışını da dikkate almalarına rağmen, Saatçı (2002) ile Saatçı ve Tahralı'da da (2003-makale) vurgulandığı gibi pratik açıdan aralarında çok büyük farklar yoktur. Diğer yöntemler ile arasında büyük farklar çıkmamasının nedeni genelde makina parçalarına gerilmelerin gelişigüzel bir sırada gelmesidir. Böylelikle gerilme sıralanışı etkisini yitirmekte ve Palmgren – Miner'in verdiği sonuçlar tatminkar olmaktadır.

Bu ihmalinin yanında Palmgren – Miner lineer hasar kuralı, kolay uygulanabilirliği sayesinde bu konuda en çok kullanılan yöntem olmuştur. Özellikle birikimli hasarın ne olduğunu açıklayan ve Palmgren – Miner denkleminin uygulanma şekli ile çeşitli örnekler Akkurt ve Kent (1975), Collins (1993) ve Dowling'de (1999) bulunabilir. Üstelik Collins'te (1993) verilen bir örnekte Palmgren – Miner yöntemi, literatürdeki diğer birikimli hasar teorileri ile de karşılaştırılmıştır. Böyle bir karşılaştırma Saatçı'da da (2002) yapılmıştır.

8.4 Askı Kolunun Yorulma Hesabı

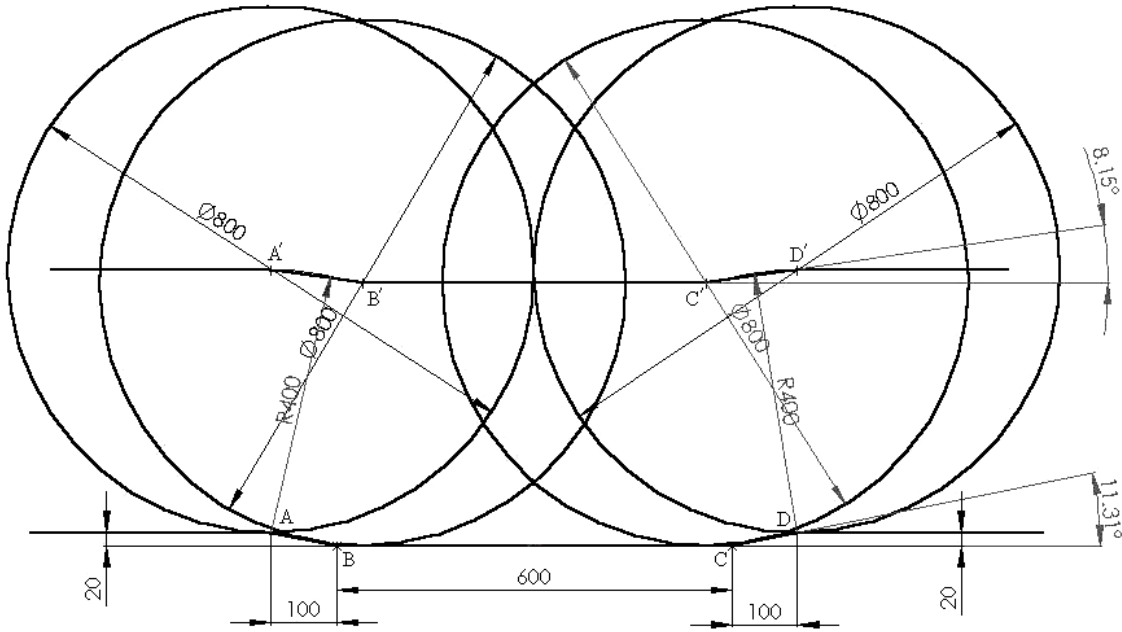
8.4.1 Yol Fonksiyonu

Yorulma ömrünün hesabında kullanılan yöntemi gösterebilmek için, geçmiş bölümlerde dinamik analizi yapılmış olan taşıtın askı kolu ele alınmıştır. Bu parçaya gelen kuvvet ve dolayısıyla gerilmeleri bulabilmek için öncelikle taşıtı bir yol fonksiyonu üzerinde belli bir hız ile ilerletmek gerekmektedir. Yol fonksiyonu (x_y) olarak, taşıtın kullanım ömrü boyunca karşılaşılabileceği arazi tarzını bünyesinde bulduran ve değerleri önceden saptanmış profil kullanılmıştır ("değerler"den kastedilen yolun kaçınıcı metresinde nasıl bir çukur/tümsek bulunduğu). Mevcut değerler yolun uzunluğu ve tümseklerin yüksekliklerinden oluştuğundan diyagram eksenleri yükseklik – uzunluk ($m - m$) şeklinde olmaktadır. Bu değerleri denklemlerde kullanabilmek için, başka bir deyişle yol fonksiyonunu oluşturabilmek için, araç hızının da etken olarak bulunduğu bir yazım tarzı kullanılmıştır. Böylelikle araç hızına duyarlı farklı bir fonksiyon elde edilmiştir (yükseklik – zaman ; $m - s$).

Yol fonksiyonu belirlendikten sonra aracın bu yol üzerinde sabit bir hız (30 km/h) ile sürülme simülasyonu yapılmış (önceki bölümlerde verilen diferansiyel denklemler bu tür bir simülasyona uygun niteliktedir) ve birinci süspansiyonda oluşan kuvvetler (yay ve sönüm

Ancak gerçekte tekerlek dairesel olduğundan ve yuvarlanarak ilerlediğinden her zaman için yolu takip etmeyebilir. Örneğin bir sinüs profilinde eğer iki tepe arası birbirine çok yakın ise ve bu açıklık tekerleğin çapıyla oranlandığında çok küçük kalıyorsa, bu durumda tekerlek sinüsün çukurlarına girmeden sadece tepeleri üzerinde seyredecektir. Başka bir örnek olarak basit bir çukurda bile, çukurun açıklığı tekerleğin rahatlıkla içine girebileceği kadar büyük olsa da yol fonksiyonu olarak direkt yolu almak bir miktar hata getirecektir. Özellikle çukurun derinliği arttıkça bu hata da artmaktadır. Bu durumlar Şekil 8.5 ve 8.6'daki geometrik çizimlerden görülebilir.

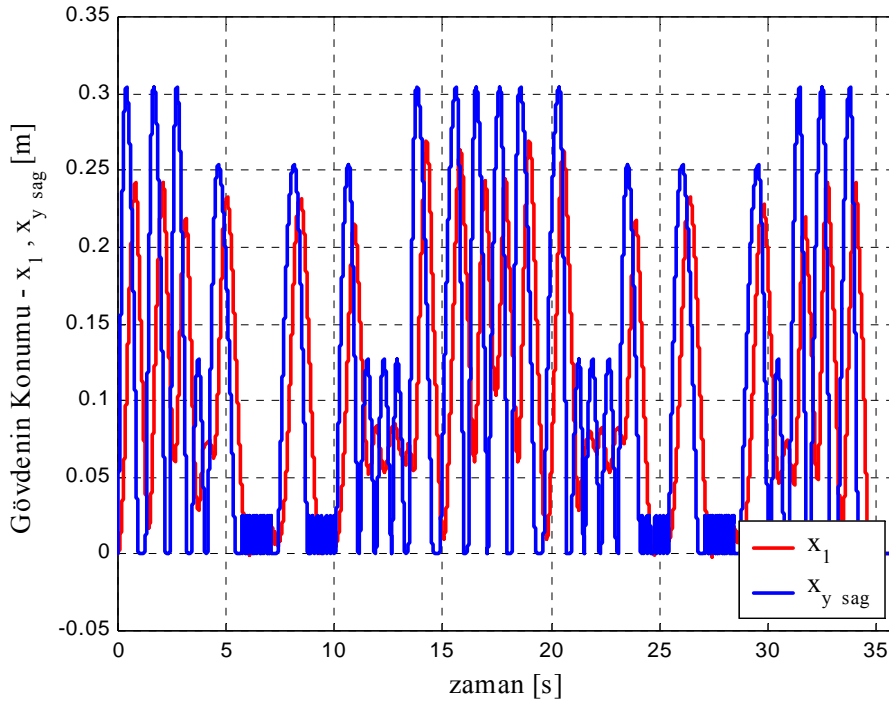
Bu iki şekil yolda bulunan çukurun derinliği dışında (Şekil 8.5 ve 8.6) aslında aynıdır. Her iki çizimde de yol fonksiyonu ve tekerlek merkezinin izlediği koordinatlar görülmektedir. Düşük çukur derinliğinde (Şekil 8.5 – 20 mm), yol fonksiyonu ile tekerlek merkezinin izlediği koordinatların değişimleri yaklaşık olarak birbirlerine paralel olurken, nispeten daha büyük çukur derinliklerinde önemli sayılabilecek farklar gelmektedir (Şekil 8.6 – 80 mm).



Şekil 8.5 Tekerleğin ilerlerken çukura girip çıkması (20 mm derinlikteki bir çukur)

Şekil 8.5 incelendiğinde, yol fonksiyonunun A – B ve C – D aralığındaki eğim açısı geometriden $11,31^\circ$ olarak okunabilmektedir. Görünüş bakımından tekerlek merkezinin izlediği koordinatlar yola benzemesine rağmen, aynı aralık bölgelerinde izlenen rotanın eğimi ($8,15^\circ$) azalmıştır. Şekil 8.6'da ise çukur daha da derinleştirildiğinde, yukarıda bahsedilen yol fonksiyonunda yaşanacak eğimler arasındaki fark daha da artmakta ($38,66^\circ$ ile $18,41^\circ$) ve simülasyonu etkileyecek mertebeye gelmektedir. Eğimdeki bu düşüş tekerleğin sanki daha

Bu çalışmada ele alınan taşıtın sönüm kuvvetlerinin yüksek çıkması işte bu açıklanan nedendir. Dolayısıyla taşıtın diferansiyel denklemlerinde x_y ile gösterilen yol profilinin tekerlek çapından da etkilenecek başka bir fonksiyon ile değiştirilmesi gerekecektir. Ancak bu işlem her yol fonksiyonu için genel bir ifade şeklinde yazılmadığından bir yaklaşım olarak sönüm kuvvetlerini, dolayısıyla çalışma hızlarını gerçeğe yaklaştırabilmek için, hızların çok yüksek olduğu bölgelerde (sadece 4 bölge – Şekil 8.4) frekans sabit tutulup genlik değerleri 1/3 değerine düşürülmüştür. Bu işlem beklenildiği gibi hız değerlerini ve dolayısıyla sönüm kuvveti değerlerini makul ölçülere düşürmüştür. Bu işlemde elde edilen hız değerleri gerçek değerler olmasa da yeterli yakınsaklığı sağlayacaktır.



Şekil 8.7 Tam taşıt modelinin parkur yolu üzerinde ilerlerken ana gövdenin sergilediği yer değiştirme diyagramı (30 km/h için)

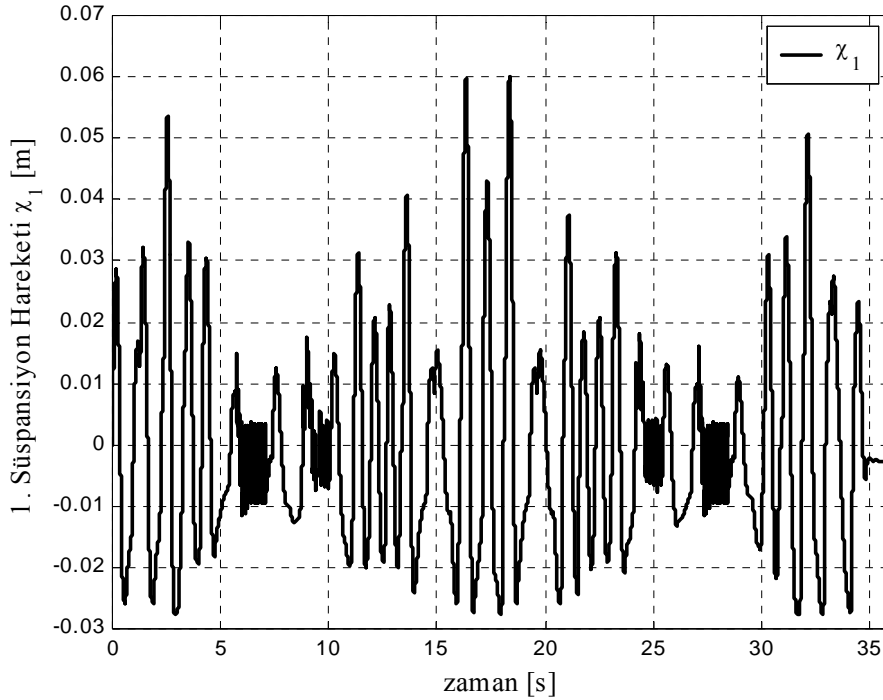
Şekil 8.7’de bahsedilen 4 bölge için yapılan genlik düşürülmesi işleminden sonra yol fonksiyonunun değişmiş hali ve taşıt bu yolda ilerlerken ana gövdenin sergilediği titreşim diyagramı görülebilir.

Hem Şekil 8.4’te hem de Şekil 8.7’de simülasyon 30 km/h ve 36 s için yapılmıştır. Bu süre ve hız dikkate alındığında sadece 0,3 km yol yapılmış olur. Parkur yolunun gerçekte 0,5 km olmasına rağmen yaklaşık 285. metreden sonra düz yol olarak devam ettiği için dolay bu kısım simülasyonlara katılmamıştır (böylelikle simülasyon zamanı kısaltılmıştır).

Bundan başka, tekerlek bir tümseğe çarparken (örneğin bir basamağa çıkarken) çevresinde bulunan paletin yatay yönde göstereceği yaylanma karakteri de hesaplarda bulunmamaktadır. Yatay yöndeki serbestlik sayesinde, aslında dik bir basamak tekerlek ve dolayısıyla taşıt tarafından eğik bir rampa fonksiyonu olarak algılanacaktır. Böylelikle ani ivmeler ve yüksek hızlar daha makul seviyelere inecektir. Bu çalışmada, tekerleğin yatay yöndeki serbestliği denklemlerde bulunmamaktadır (önceki bölümlerde basamak girişlerinde alınan ivme, hız ve süspansiyon kuvveti cevaplarının çok yüksek mertebelerde olmasının bir nedeni budur).

8.4.2 Süspansiyonda Oluşan Kuvvetlerin Belirlenmesi

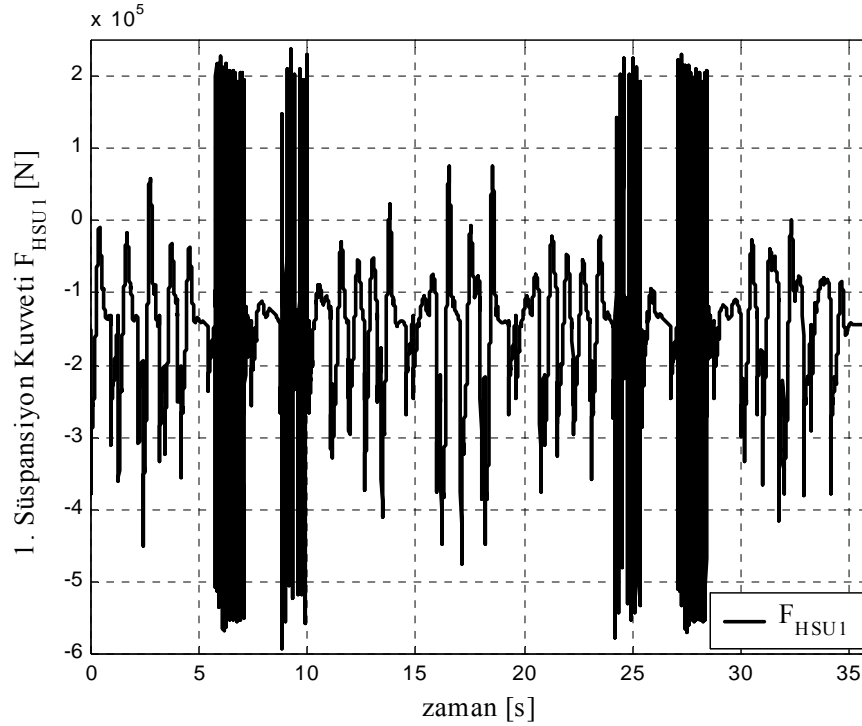
Dinamik analiz bölümlerinde (Bölüm 3, 4, 5 ve 6) de verildiği gibi, diferansiyel denklem blokları herhangi bir titreşim anı için süspansiyondaki hareketleri ve dolayısıyla bu hareket sonucunda oluşan toplam (yay ve sönüm) kuvveti hesaplayabilmektedir. Bu sayede süspansiyonda oluşan hareketlerin ve toplam kuvvetlerin zamana göre değişim diyagramları, Şekil 8.7’de görülen yol fonksiyonu ve bu fonksiyon üzerindeki aracın seyir hızı ile beraber Şekil 8.8 ve Şekil 8.9’deki gibi çıkmışlardır.



Şekil 8.8 Birinci süspansiyonda oluşan titreşimin zamana göre değişimi (30 km/h için)

Yol fonksiyonunda yüksek frekansta gelen sinüs dalgasının bulunduğu bölgelerde (30 km/h’lik araç hızı için yaklaşık 6.-7,5., 8.-10., 23.-26. ve 27.-28. saniyeler arası) aynı yüksek frekans durumu az bir miktar ötelenme ile (faz farkıyla) Şekil 8.8’deki süspansiyon çalışma

hareketleri ve Şekil 8.9'daki toplam süspansiyon kuvveti diyagramlarında da çıkmıştır. Bu ötelenme sistemdeki sönümden dolayı kaynaklanmaktadır.

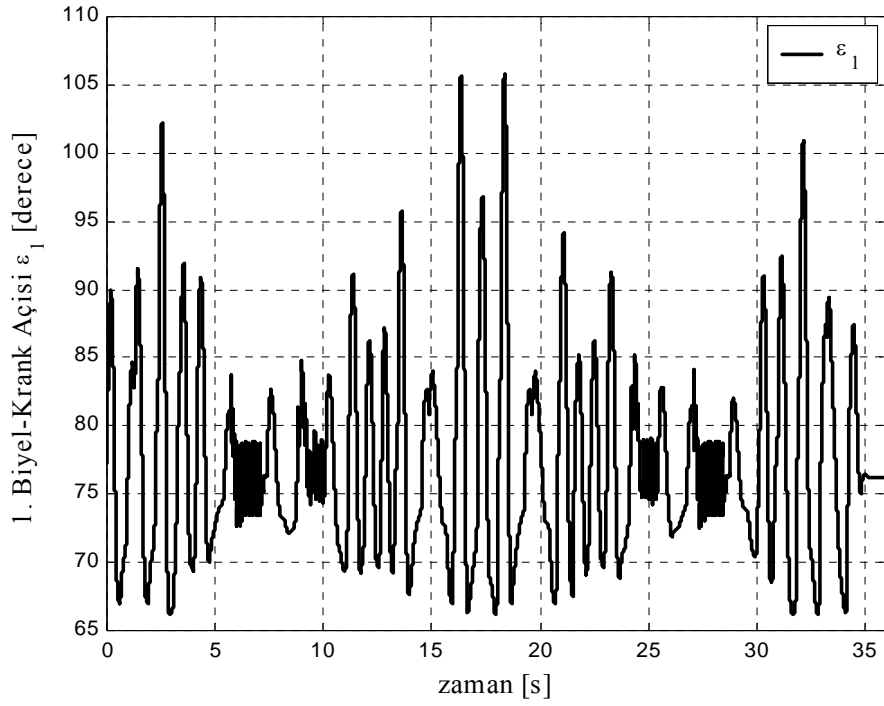


Şekil 8.9 Birinci süspansiyonda oluşan kuvvetlerin zamana göre değişim diyagramı

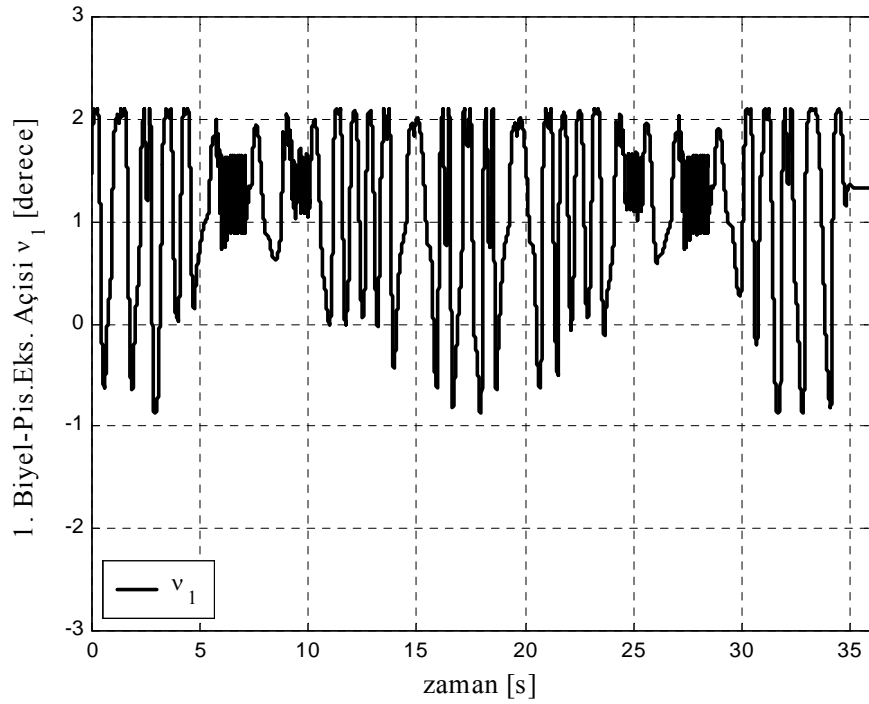
Şekil 8.9'da bulunan kuvvet – zaman diyagramı yorulma analizi yapılacak parça için direkt olarak kullanılamaz. Çünkü burada bulunmuş olan kuvvet, süspansiyon elemanının silindiri içinde piston üzerine gelen toplam kuvvettir (yani Şekil 2.4'te p uzunluğundaki çubuğa (biyel koluna) dik gelen kuvvet). Yorulma analizi yapılan askı kolu, Şekil 2.4'te L_a uzunluğu ile gösterilmişti. Dolayısıyla bu hesaplanan (Şekil 8.9) kuvvetin bu kola indirgenmesi gerekir. İndirgeme işleminden önce bu kuvvetin kol üzerinde nasıl bir etkisinin olduğunu görebilmek için, kuvvetin maksimum değeri ile sonlu elemanlar yöntemiyle bilgisayarda bir deneme simülasyonu yapılmıştır. Simülasyon sonucunda en tehlikeli gerilmenin, kolun taşıt gövdesine takılan bölgesinde taşıdığı burulma momentinden kaynaklanan burulma gerilmesi olduğu saptanmıştır (τ_{b1}). Bu nedenden dolayı, kuvvetin en tehlikeli bölgeye olan etkisi formüleleştirilip matematiksel bir fonksiyon şekline sokulmaya çalışılmıştır.

Kuvvetin, askı kolunda oluşturacağı burulma momentini bulabilmek için indirgeme işlemi Denklem 8.15 ile yapılmıştır. Bu moment aynı zamanda N.mm birimine dönüştürülmüştür.

$$M_{b1} = F_{HSU1} \cdot \cos(\nu_1) \cdot \sin(\varepsilon_1) \cdot l \cdot 10^3 \quad (8.15)$$



Şekil 8.10 Birinci süspansiyonda biyel kolu ile krank (askı kolunun küçük parçası) arasındaki açının zamana göre değişimi (taşıtlı hızı 30 km/h için)



Şekil 8.11 Birinci süspansiyonda biyel kolu ile piston eksenindeki açının zamana göre değişimi (taşıtlı hızı 30 km/h için)

Bu matematiksel ifadede her an için moment değerini bulabilmek için F_{HSU1} kuvveti dışında süspansiyon elemanının geometrisinde oluşan değişikliklerin de (v_1 ve ε_1 açıları) bilinmesi ve her kuvvet değerine karşılık gelen değerlerinin fonksiyona girilmesi gerekir.

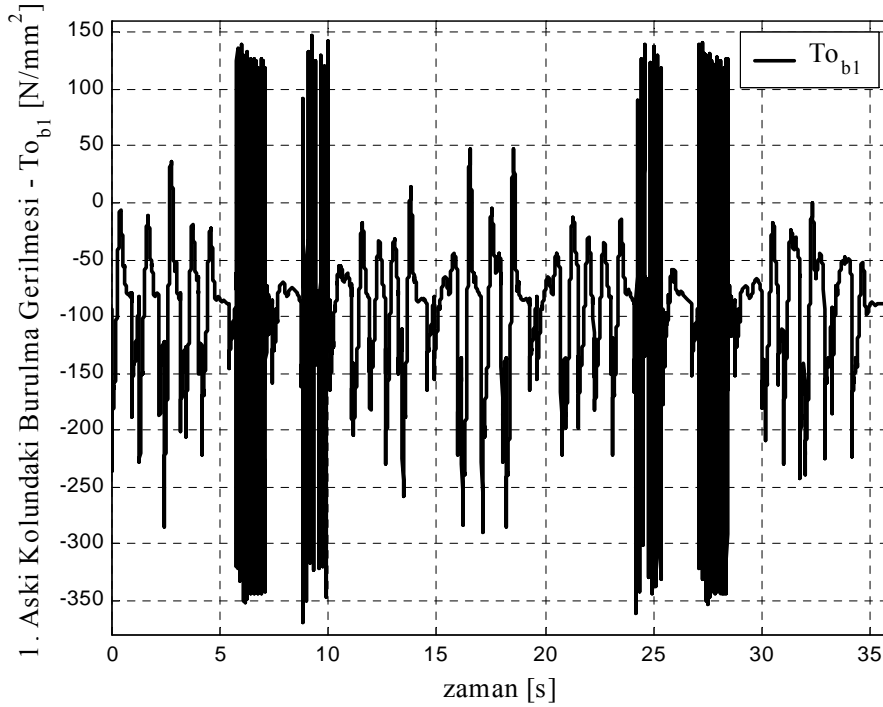
Şekil 8.10 ve 8.11’de bu iki açı değerinin zamana göre değişimleri verilmiştir. Diğer diyagramlarda olduğu gibi, bunlarda da yoldan gelen yüksek frekans etkisi ilgili bölgelerde kendini hissettirmiştir.

8.4.3 Gerilmenin Zamana Göre Değişimi

Denklem 8.15 sayesinde her an için burulma momentindeki değişim bulunabilmektedir. Bu momentin neden olacağı burulma gerilmesinin hesabı Denklem 8.16’daki gibi olacaktır.

$$\tau_{b1} = \frac{M_{b1}}{\frac{\pi \cdot (D_k \cdot 10^3)^3}{16}} \quad (8.16)$$

Bu formüldeki D_k değeri kol üzerinde momenti taşıyan minimum kesitin metre olarak çapıdır (mm’ye dönüşüm için gerekli çarpanla çarpılmıştır). Sonuç olarak bu minimum kesitte yaşanan burulma gerilmesinin zamana göre değişim diyagramı Şekil 8.12’deki gibi çıkmıştır. Şekil 8.12 incelendiğinde bölgeler halinde genel değişken zorlanmanın olduğu görülebilir.



Şekil 8.12 Birinci askı kolu üzerinde en kritik noktadaki gerilme değişimi (30 km/h için)

Ancak bu gerilme değerlerini yorulma formüllerine koyabilmek için her bölgedeki τ_g ve τ_o değerleri ile bu gerilmelerin uygulanma adetlerinin saptanması gerekir. Çizelge 8.2’de bu değerler topluca verilmiştir. Ayrıca ortalama gerilmelerden dolayı, tam değişken zorlanmadaki eşdeğer gerilmeye dönüşüm gerekmektedir. Denklem 8.7 ve 8.8’deki Goodman ifadesine göre bu dönüşüm yapılmış ve her bölge için değeri Çizelge 8.2’de $\tau_{eş}$ ile gösterilmiştir.

Çizelge 8.2 Şekil 8.12’nin bölgelere ayrılması ve her bölgenin gerilme değerleri ile uygulanma adetleri ve yüzdeleri (gerilmeler N/mm^2 birimindedir)

Bölgeler	τ_o	τ_g	$\tau_{eş}$	Uygulanma adedi	Uygulanma yüzdesi
1. Bölge	110	110	136,91	6	0,087
2. Bölge	102,5	232,5	284,63	13	0,188
3. Bölge	115	45	56,64	1	0,015
4. Bölge	105	225	276,96	7	0,101
5. Bölge	120	100	127,29	15	0,217
6. Bölge	105	225	276,96	7	0,101
7. Bölge	105	45	55,39	1	0,015
8. Bölge	102,5	232,5	284,63	13	0,188
9. Bölge	115	85	106,98	6	0,087

Çizelge 8.2’de verilen gerilme genliği uygulanma yüzdelerinden (C_i) ve Wöhler eğrisinin yardımıyla, ilgili gerilme genliği altında ($\tau_{eş}$) ne kadar ömür tüketildiği bulunacaktır (yani n_i değerleri). Bu nedenle bu parçaya ait Wöhler eğrisinin çizilmesi gerekmektedir.

8.4.4 Wöhler Eğrisinin Çizimi ve Ömür Tayini

Wöhler eğrisinin çizimi için Bölüm 8.1’de verilen Denklem 8.6 kullanılacaktır. Bu denklem iki sınır durumuna uygulanıp genel fonksiyon bulunmuştur. Sınır durumları aşağıdaki gibidir:

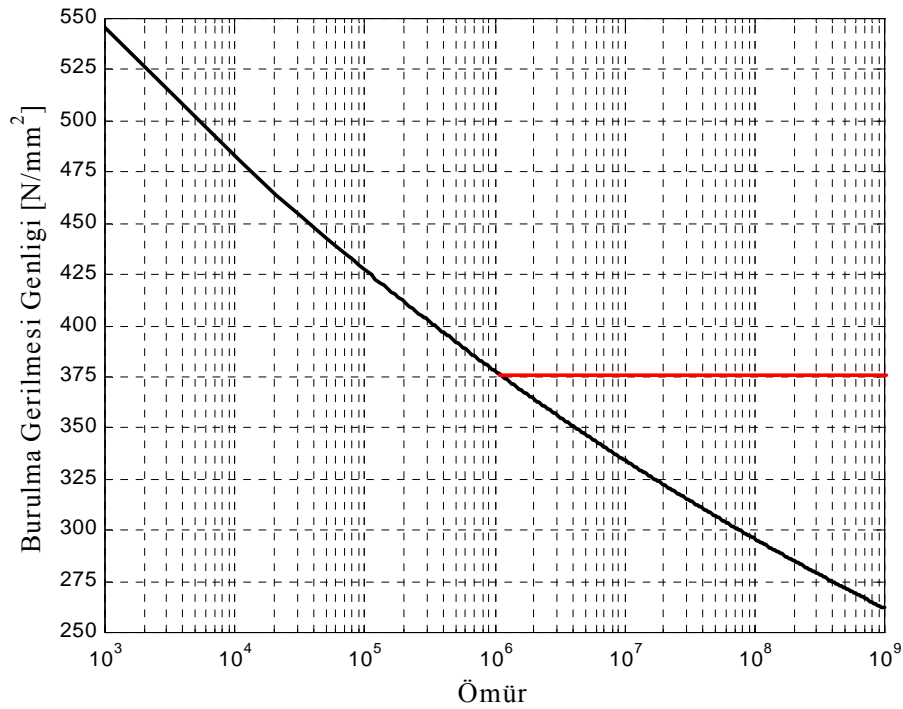
$$1 - \tau = 0,9 \cdot \tau_k \rightarrow N = 10^3$$

$$2 - \tau = 0,36 \cdot \sigma_k \rightarrow N = 10^6$$

Bu sınır şartları ile (Bölüm 8.1’de sınır şartlarından genel denkleme nasıl geçileceği verilmişti) yaklaşık Wöhler eğrisini verecek matematiksel ifade Denklem 8.17’deki gibi elde edilmiştir (gizlilik açısından b değeri verilmemiştir).

$$N = \left(\frac{\tau}{786,545} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (8.17)$$

Bu denklem sonucunda istenilen her gerilme genliği değerine karşılık ömür değeri bulunabilir. Şekil 8.13'te her gerilme genliği değerine karşılık gelen ömür değerlerinin okunabileceği Wöhler diyagramı oluşturulmuştur. Bu şekilde teorik açıdan malzemenin sonsuz ömür gösterdiği 10^6 çevrim adedinden sonraki kısım (sürekli bölge) düz çizgi halinde gösterilmiştir. Ancak gerçekte sürekli bölgede dahi malzemenin sonlu bir ömrü mevcut olduğundan, pratik açıdan tüm bölgelerde Denklem 8.17'nin verdiği değerler esas alınmıştır (ömür eksenini logaritmik koordinatta çizilmiştir).



Şekil 8.13 Birinci askı kolu malzemesinin burulma gerilmesine göre yaklaşık Wöhler diyagramı

Denklem 8.17 ve Çizelge 8.2 yardımıyla birikimli hasar formülünde kullanılacak değerler aşağıda listelenmiştir. Çizelge 8.2'ye bakıldığında, iki adet eş gerilme genliğinin ikişer defa uygulanmıştır (2. ve 8. ile 4. ve 6. bölgeler). Palmgren – Miner teorisi için gerilmelerin sıralamasının bir önemi olmadığı için hesap kolaylığı açısından bu gerilmelerin uygulanma yüzdeleri toplanıp bölge adedi düşürülebilir. Böylelikle 9 yerine 7 değişik bölge kalmıştır (Çizelge 8.3'te 2 ile çarpılmış terimler bölgelerin birleştirilmesinden ileri gelmektedir).

Çizelge 8.3'te toplam ömrü bulabilmek için B_f çarpanının bulunması gereklidir. Aracın parkur yolu üzerinde bir tur atması yorulma kırılmasına neden olmayacaktır (ancak B_f adet turdan sonra kırılma gerçekleşecektir).

Çizelge 8.3 Her bölgenin vereceği ömür değerleri (gerilme N/mm^2 birimindedir)

Bölgeler	$\tau_{eş}$	C_i	N_i	n_i
1. Bölge	136,91	0,087	$2,12 \cdot 10^{14}$	$B_f \cdot 6$
2. Bölge	284,63	0,188.2	$2,13 \cdot 10^8$	$B_f \cdot 13.2$
3. Bölge	56,64	0,015	$3,62 \cdot 10^{21}$	$B_f \cdot 1$
4. Bölge	276,96	0,101.2	$3,57 \cdot 10^8$	$B_f \cdot 7.2$
5. Bölge	127,29	0,217	$8,38 \cdot 10^{14}$	$B_f \cdot 15$
6. Bölge	55,39	0,015	$5,51 \cdot 10^{21}$	$B_f \cdot 1$
7. Bölge	106,98	0,087	$2,22 \cdot 10^{16}$	$B_f \cdot 6$

$$B_f \cdot \left(\frac{6}{2,12 \cdot 10^{14}} + \frac{26}{2,13 \cdot 10^8} + \frac{1}{3,62 \cdot 10^{21}} + \frac{14}{3,57 \cdot 10^8} + \frac{15}{8,38 \cdot 10^{14}} + \frac{1}{5,51 \cdot 10^{21}} + \frac{6}{2,22 \cdot 10^{16}} \right) = 1$$

Bu ifadeyi 1'e eşitleyecek B_f değeri $6,2 \cdot 10^6$ 'dır. Yani bu araç birinci askı kolunu kırmadan 30 km/h'lik hız ile bu parkurda B_f adet tur atabilir. Parkur yolunun 0,5 km olduğu da hesaba katılırsa, bu aracın birinci askı kolunun yorulma ömrü $3,1 \cdot 10^6$ km olarak çıkmaktadır.

Bu ömür değeri çok uzun gibi gözükse de aslında 0,5 km'lik parkurun % 43'lük kısmı düz yoldur. Dolayısıyla malzemenin ömrü bu bölgelerde hiç azalmamaktadır. Eğer bu düz yol kısımları çıkarılırsa bu durumda toplam ömür $1,767 \cdot 10^6$ km'ye düşmektedir.

Bu ömür değeri, en yüksek tepenin bir kaldırım taşı kadar olan bir yol için normaldir.

9. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, on iki tekerlekli paletli taşıtın öncelikle dinamik analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlardan, süspansiyon parçalarından birinin (sağ ön taşıyıcı tekerleğini tutan askı kolu) matematiksel anlamda yorulma analizi gerçekleştirilmiştir.

Bölüm 3, 4, 5 ve 6'da sırasıyla taşıtın bir, iki, sekiz (yarım taşıt) ve on beş (tam taşıt) serbestlik dereceli modelleri yapılmıştır. Bölüm 3 en detaylı kısımdır. Çünkü burada taşıt süspansiyonunun lineer veya nonlinear tarzda alınması arasında oluşabilecek farklar ortaya konmuş ve sonuç olarak en gerçekçi modelin nonlinear yaklaşım olduğu görülmüştür.

Gerçekte nonlinear tarzda çalışan yayları matematik modelde hesap kolaylığı açısından lineerleştirip belli bir sabit katsayı tayin etmenin (lineer yaklaşım), nonlinear modele göre bir miktar hata getirdiği gözlemlenmiştir. Bunun dışında deneme amacıyla ikinci yaklaşım olarak, lineer yay kullanılan modele statik çökme ve taşıt kütlesi değerleri eklenmiştir. Normal şartlarda bu iki terimin birbirini yok etmesi beklenirdi. Ancak bu terimlerin varlığında yapılan simülasyonlarda (lineer-DS yaklaşım) lineer yaklaşım ile bazı bölgelerde aralarında az bir miktar fark olduğu saptanmıştır. Bu farka göre, bu terimlerin birbirini her an için dengelemediği sonucu görülmüştür.

Her ne kadar yay ve sönüm elemanları lineer karakterde alınmış olsalar da, böyle bir dengesizliğin nedeni sistemde kendiliğinden oluşan geometri nonlinearitesidir. Titreşim anında süspansiyon kuvvetlerini gövdeye ileten kolların açıları sürekli değişmekte, dolayısıyla kuvvet bileşenlerinin değişimi nonlinear tarzda oluşmaktadır (yani hesap içine trigonometrik ifadeler dahil olmaktadır). Sonuç olarak süspansiyon elemanları lineer karakterde olmasına rağmen, geometrinin nonlinearlik getirmesinden dolayı statik çökme ve taşıt kütlesinin daima hesaplarda bulunması gerektiği (yani lineer-DS yaklaşımının, lineer yaklaşıma göre daha güvenilir olduğu) ortaya çıkmıştır.

Önceden elde edilmiş yay rijitliği değerlerine göre oluşturulan matematiksel denklemin kullanılması ile oluşturulan nonlinear yaklaşımda ise diğer lineer yaklaşımlara göre nispeten büyük farklar çıkmıştır (Şekil 3.3). Bu farkların nedeni, özellikle lineer yay fonksiyonu ile nonlinear fonksiyon arasında uç noktalarda (tam açma ve tam kapama) üretilen kuvvetlerin çok farklı olmasıdır (Şekil 3.2). Başka bir deyişle, lineer tarzda alınan yay fonksiyonu gerçek değerlere her noktada yeteri kadar yaklaşmamıştır. Nonlinear yay fonksiyonu gerçeğe en yakın kuvvet değerlerini (tam açma ve tam kapama da bile) verdiği için dolayısıyla, simülasyonlarda bu yaklaşımın (nonlinear yaklaşım) kullanılmasının en gerçekçi cevapları vereceğine karar kılınmıştır. Bunun dışında hem yay elemanı nonlinear alındığından, hem de

ana gövdenin (ağırlık merkezinin) basamak üzerine tam olarak çıkması bunlara (bir ve iki serbestlik dereceli modellere) kıyasla daha uzun süre almıştır. Bunun nedeni taşıt boyunun ve tekerlek adetlerinin hesapta bulunmasıdır. Diğer modeller ile aynı yol fonksiyonu üzerinde seyrettirilen yarım taşıt modelinde, ayrıca bir üstünlük olarak taşıt ilerleme hızı da km/h biriminde hesaplara dahil edilebilmiş ve değişik hızlarda simülasyon yapabilme imkanı sunulmuştur (basamak fonksiyonu için tek tekerleğin bulunduğu bir ve iki serbestlik dereceli modellerde araç hızı bir etken olmazken, yarım ve tam taşıt modellerinde her bir tekerleğin basamağa çıkma anını belirlediğinden bu değer, modellerde önemli bir etken olmuştur). Bunun yanında diyagram üzerinden her bir tekerleğin basamağa vurma anında ana gövdenin bundan nasıl etkileneceği hakkında da bir bilgi çıkmıştır (Şekil 5.2).

Denklemlerde kafa vurma hareketi de bulunduğundan, taşıtın sergilediği bu hareketin de zamana göre değişimi hesaplanmıştır. Ancak yapılan ilk simülasyonlarda sıfır yol fonksiyonu için belli bir sabit değer verdiği gözlemlenmiştir. Normalde tam sıfır değerini vermesi gerekirken böyle çıkmamasının nedeni taşıtın ağırlık merkezinin tam ortada olmaması ve taşıtın bir tarafındaki yay elemanlarının farklı rijitliklerde olmasındandır. Dolayısıyla diyagramda okunan bu sabit değer, taşıtın sabit konumdayken (statik durumda) belli bir miktar kafa vurduğunu belirtmektedir. Statik durum için nasıl bir statik çökme (δ_{st} gibi) terimi hesaplanıyorsa, gene aynı durum için denklemlere bir de statik kafa vurma terimi (β_{st}) eklenmiştir. Hem statik durum, hem de sıfır yol fonksiyonunda ilerleme halinde kafa vurma hareketini her an için (bir anlamda dinamik kafa vurma hareketi denilebilir) sıfır yapacak β_{st} araştırıldığında $+0,42^\circ$ değeri bulunmuştur. Bu değer pozitif çıkması, önceden belirlenmiş olan eksen takımı da göz önünde bulundurulduğunda, taşıtın statik durumda burnunu $0,42^\circ$ kaldırdığı, dolayısıyla arka kısmını da bastırıldığı anlamına gelmektedir.

Statik durumda taşıtın belli bir miktarda kafa kaldırması, statik durumda gövdesinin yere paralel durmadığını göstermektedir. Dolayısıyla her bir tekerlekte yaşanacak izafi statik çökme değerleri farklılık göstermeye başlayacaktır. Bu değişiklikler mantığa uygun bir şekilde birinci tekerlekte en az çökme, altıncı tekerlekte ise en fazla çökme şeklinde kendini göstermiştir. Bu noktada karşılaştırma değeri ile hangi D_s (izafi çökme) değerinin karşılaştırılacağı konusu gündeme gelmiştir. Ortalama bir yol olarak, bu değer ağırlık merkezine en yakın tekerlek olan dördüncü tekerleğin bölgesinde yaşanan izafi çökme (D_{s4}) ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda genel hatanın % 7,1 olduğu (yani çökmenin 7,1 mm daha fazla çıktığı) görülmüştür. Programın adım aralığının çok küçük (10^{-4})

seçilmesiyle yapılan simülasyonda ise daha hassas bir çözüm elde edilmiş ve hata % 6,8'e inmiştir. Ancak bu durumda çalışma zamanı olumsuz etkilenmiştir. Hata mertebesinin bir ve iki serbestlik dereceli modellere kıyasla bu kadar büyük çıkmasının nedeni daha önceden de belirtildiği gibi yay rijitlikleri yüzündendir. Bir ve iki serbestlik dereceli modellerde en sert yay kullanıldığından statik çökme az olarak gözükmüş, sekiz ve on beş serbestlik dereceli modellerde ise diğer yumuşak yaylar da hesaba katıldığından sistemin daha fazla çökmesine olanak vermişlerdir.

Dinamik analiz konusunda son olarak on beş serbestlik dereceli model olan tam taşıt modeli yapılmıştır (Bölüm 6). Bu bölümde yarım taşıt modelinde elde edilmiş değerlerin hemen hemen hepsi aynı çıkmıştır (tam taşıt ile yarım taşıt arasındaki farklar ve verilen yol fonksiyonu düşünüldüğünde, iki model arasında farkın olmaması beklenir). Kayda değer tek üstünlük taşıtın yana yatma hareketinin incelemeye alınabilmesidir.

İlk simülasyonlarda aynı kafa vurma hareketinde olduğu gibi, statik durumda yana yatma hareketinde de sabit bir değer çıktığı görülmüştür. Bu durum, taşıtın statik halde yana yattığını haber verdiğinden benzer tarzda statik yana yatma açısı (α_{st}) tanımlanmış ve bu değer yaklaşık $+0,14^\circ$ olduğu görülmüştür. Daha önceden seçilmiş olan eksen takımına göre bu açının pozitif olması, taşıtın sabit konumda sol tekerlekleri üzerine yattığını belirtmektedir. Bu küçük açı değerinin bile getireceği etki, sağ ve sol tekerlekler arasındaki farklılardan hemen gözlemlenebilmiştir (örneğin simetrik süspansiyonlarda oluşan statik sıkışmalar eş olmamıştır – sol taraftaki süspansiyonlarda daha fazla sıkışma meydana gelmiştir). Bu durumda taşıtın izafi statik çökmesi dördüncü ve onuncu süspansiyon bölgelerindeki değerlerin ortalaması olarak alınmış ve 0,1069 değeri bulunmuştur. Bu, genel hatanın % 6,9 değerinde kaldığı ve yarım taşıt modeline göre % 0,2 iyileşme sağlandığı anlamına gelmektedir. Taşıt, önden (veya arkadan) bakıldığında tamamen simetrik olduğundan (simetrik süspansiyonların rijitlikleri aynı ve ağırlık merkezinin konumu tam ortada) statik anda (veya düz yolda) yana yatmanın olmaması gerekir. Bu ters durumdan çıkan değer çok küçük olmasına rağmen bu durum araştırılmış ve nedenin programın adım aralığı hassaslığı olduğu görülmüştür. Adım aralığı en baştan beri standart olarak 0,002 olarak seçilmişti. Aralık düşürüldükçe sıfır çıkması beklenen α_{st} değerinin şiddetle düştüğü, 10^{-4} 'de ise $0,003^\circ$ 'ye kadar küçüldüğü gözlemlenmiştir. Bu değer sıfıra yaklaştığından sağ ve sol simetrik tekerlekler ve süspansiyonlar arasındaki farklar da ortadan kalkmıştır. Aynı anda statik kafa vurma hareketi (β_{st}) de etkilenmiş (ancak α_{st} kadar değil) ve yaklaşık $0,31^\circ$

değerine inmiştir. İzafi statik çökmenin hatası ise % 6,8'e gerilemiştir. Sonuçta çok küçük adım aralığında beklenen değere ulaşılmış ancak bu, özellikle uzun simülasyonlarda (parkur yolu gibi 36 saniyelik bir simülasyon) programın çalışma süresini olumsuz etkilemiştir. Bu nedenden dolayı baştan beridir kullanılan standart 0,002'lik aralıkta kalınmıştır.

Yana yatma hareketini dinamik durumda inceleyebilmek için sağ ve sol paletlerin farklı yollar üzerinde seyretmesi gerekmektedir. Bu nedenle bu bölümde (Bölüm 6) sağ ve sol yol olarak iki değişik yol tarif edilmiştir. Aracı yana yatırabilmek için sağ tarafa basamak konmuş, sol taraf ise düz olarak bırakılmıştır. Araç böyle bir yol üzerinde sürüldüğünde tüm diyagramlar beklenildiği gibi çıkmış ve aracın ne kadar yana yattığı izlenebilmiştir (Şekil 6.27 ve 6.28).

Ayrıca üçüncü bir yol fonksiyonu olarak sol paletin gecikmeyle basamağa çıkarılması sağlanmış ve diyagramlardaki değişiklikler izlenmiştir.

Yarım ve tam taşıt modelinde ayrıca paletin süspansiyonun çalışmasını sınırlayıp sınırlamadığına da bakılmıştır. Program çalışırken böyle bir durumu kendiliğinden gösterebilmektedir. Palete verilen ön boşluk sayesinde böyle bir duruma düşülmediği görülmüştür. Ancak eğer sınırlama durumu olsaydı, diferansiyel denklemlerde bu durumu hesaba katacak bir terim olmadığından bu (sınırlamanın gerçekleştiği) noktalarda çözümler bir miktar hatalı olacaktır. Gelecek çalışmalarda burada çıkartılmış olan denklemlere ilave terimler eklenmesi ile program bu durum için de hassaslaştırılabilir.

Dinamik analizden elde edilen sonuçların birbirleriyle karşılaştırılması ise Bölüm 7'de yapılmıştır. Burada görülen sonuçlara göre en güvenilir ve kapsamlı değerleri tam taşıt nonlineer modeli (15SNL) vermektedir. Ancak denklemlerin uzunluğu ve hassasiyet için adım aralığının düşük tutulma zorunluluğu bu programın çalışma süresini uzatmaktadır. Diğer taraftan, bir alt versiyon olan yarım taşıt nonlineer modeli (08SNL) tüm diyagramlarda aynı sonuçları yakalamıştır. Tam taşıt modelinden tek eksikliği yana yatma hareketini verememesidir. Bu hareket sadece taşıtın sağ ve sol paletlerinin farklı yol fonksiyonları üzerinde gitmeleri halinde meydana geleceğinden, eğer yol fonksiyonunun her iki tarafı da aynıysa yarım taşıt modeli yeterli çözümü sağlayacaktır. Ancak, sağ ve sol yol arasında bir fark varsa mutlaka tam taşıt modelinin kullanılması gerekir.

Dinamik analizin sonlandırılması ile Bölüm 8'de asıl amaç olan birinci askı kolunun yorulma hesabına geçilmiştir. Her türlü yol şartında süspansiyonda oluşan kuvvetler ve bu kuvvetlerin hangi açılarla askı koluna iletiildiği bilindiğinden (dinamik analizde bu değerler elde edilebiliyordu), kolun en kritik bölgesindeki gerilmeler her an için hesaplanabilmekte ve bir gerilme değişim diyagramı çizdirilebilmektedir. Buna bir örnek olarak parkur yolu alınmış ve

30 km/h'lik taşıt hızı için askı kolunda oluşan gerilme değişimi elde edilmiştir (Şekil 8.12). Elde edilen değişken genlikli gerilmeler öncelikle tam değişken eşdeğer hale dönüştürülmüş, daha sonra pratik yoldan çizilmiş olan Wöhler diyagramından her bir gerilme genliği için ilgili ömür değerleri okunmuştur (herhangi bir parçanın Wöhler diyagramını pratik yoldan çizilebilir için malzeme cinsi ve kopma gerilmesinin bilinmesi yeterlidir). Elde edilen veriler ve gerilmelerin uygulanma yüzdeleri de (yol fonksiyonuna bağlı olarak) göz önünde bulundurularak Palmgren – Miner denklemi oluşturulmuş ve aracın askı kolunu kırmadan belirtilen hız ile bu parkurda kaç defa gidebileceği (dolayısıyla gidebileceği toplam mesafe) saptanmıştır.

Yorulma ömrü açısından önemli olan etkenler gerilme değerleri ve uygulanma yüzdeleridir. Dolayısıyla dinamik analizden çıkacak olan süspansiyon kuvveti değerleri büyük önem taşımaktadır. Kuvvet değerlerini değiştirecek etkenler ise araç hızı ve yol fonksiyonudur. Araç hızı programa kolaylıkla girilebilmektedir. Ancak yol fonksiyonunu gerçeğe en yakın şekilde giriş yapmak çok zordur. Özellikle gerçekte tekerleklerin yatay yönde hareketi (çevresindeki palet nedeniyle yanal elastikiyet meydana gelmektedir) ve bazı çukurlara düşmeden (örneğin kendi çapından çok küçük çukurlar) direkt üzerinden geçmeleri “yol fonksiyonu” terimini “tekerlek merkezinin izlediği rota” terimine dönüştürmektedir. Bu nedenle asıl olan, yol fonksiyonu yerine tekerlek merkezinin izleyeceği rotanın fonksiyonunu tam olarak bulabilmektir. Bu çalışmada, parkur yolu için bu rotaya yaklaşılabilmektedir. Ancak farklı yollar için böyle bir çalışmaya gidilirse, her şeyden önce tekerleklerin izleyeceği yolun çok iyi tarif edilmesi gerekmektedir. Yol bir kere tarif edildi mi, istenilen her hız bandında süspansiyonda oluşacak kuvvetler program tarafından hesaplanıp, kendiliğinden askı kolunun gerilme değişim diyagramı çıkmaktadır. Aynı şekilde buradaki diferansiyel denklem blokları, süspansiyon geometrisi ve tekerlek adedi değişmemek kaydıyla başka taşıtlara da uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Akkurt, M. ve Kent, M., (1975), "Makina Elemanları 1. Cilt", İ.T.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi sayı: 106, sf: 80-83, İ.T.Ü. Matbaası Gümüşsuyu-İstanbul
- Ayaroğlu, M.S., (2002), "GTD Model 4x4 Askeri Aracın Aktarma Elemanlarının Birikimli Hasar Durumlarına Göre Ömür Değerlendirmeleri", Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, İstanbul
- Barsom, J.M. ve Rolfe, S.T., (1999), "Fracture and Fatigue Control In Structures", 3. Edition, ASTM, sf: 166-167, ABD
- Bekker, M.G., (1956), "Theory of Land Locomotion", Ann Arbor, University of Michigan Press
- Bekker, M.G., (1960), "Off-The-Road Locomotion", Ann Arbor, University of Michigan Press
- Bodin, A., (1999) "Development of a Tracked Vehicle to Study the Influence of Vehicle Parameters on Tractive Performance in Soft Terrain", Journal of Terramechanics, 36, sf: 167-181, Pergamon
- Bodin, A., (2001), "Study of the Influence of Vehicle Parameters on Tractive Performance in Deep Snow", Journal of Terramechanics, 38, sf: 47-59, Pergamon
- Bryson, R.A., (1988), "Quantifying Battle Tank Mobility – A Manufacturer's View", Journal of Terramechanics, Vol: 25, No: 1, sf: 57-67, Pergamon Press, İngiltere
- Campanelli, M. ve Shabana A.A., (1998), "Chain Vibration and Dynamic Stress in Three-Dimensional Multibody Tracked Vehicles", Multibody System Dynamics 2, sf: 277-316, Kluwer Academic Publishers, Hollanda
- Choi, J.H., Lee, H.C. ve Shabana, A.A., (1998), "Spatial Dynamics of Multibody Tracked Vehicles – Part I: Spatial Equations of Motion", Vehicle Sytem Dynamics, 29, sf: 27-49
- Choi, S.B., Suh, M.S., Park, D.W. ve Shin, M.J., (2001), "Neuro-Fuzzy Control of a Tracked Vehicle Featuring Semi-Active Electro-Rheological Suspension Units", Vehicle System Dynamics, Vol. 35, No. 3, sf: 141-162
- Cleare, G.V., (1971), "Some Factors which Influence the Choice and Design og High-Speed Track Layers", Journal of Terramechanics, Vol: 8, No: 2, sf: 11-27, Pergamon Press, İngiltere
- Collins, J.A., (1993), "Failure of Materials in Mechanical Design", 2. Edition, John Wiley & Sons, sf: 255- 281, A.B.D.
- Craighead, I.A., Loo, Y.W., Storey, A., Hislop, J. ve Martin, R., (1986), "Validation Tests on Computer Simulation Programs Modelling Off-Road Vehicles", Journal of Terramechanics, Vol. 23, No. 1, sf: 13-22, Pergamon Journals Ltd., İngiltere
- Demir, C., (2003), "Altı Tahrikli (6x6) Askeri Bir Aracın Silah Atış Pozisyonlarında ve Arazide Seyir Halinde Dinamik Durumunun İncelenmesi", Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi, İstanbul
- Dowling, N.E., (1999), "Mechanical Behaviour of Materials", Prentice Hall, 2. Edition, sf: 363-396, 401-411, 527-533, A.B.D.
- Falk, A., (2004), "Advanced Mobility in Difficult Terrain", Journal of Terramechanics, 41, sf: 101-111, Elsevier
- Fassbender, F.R., Fervers, C.W. ve Harnisch, C., (1997), "Approaches to Predict the Vehicle Dynamics on Soft Soil", Vehicle System Dynamics, 27, sf: 175-188

- Garber, M. ve Wong, J.Y., (1981), "Prediction of Ground Pressure Distribution Under Tracked Vehicles – I. An Analytical Method for Predicting Ground Pressure Distribution", *Journal of Terramechanics*, Vol: 18, No: 1, sf: 1-23, Pergamon Press, İngiltere
- Gobbi, M. ve Mastinu, G., (1998), "Expected Fatigue Damage of Road Vehicles due to Road Excitation", *Vehicle System Dynamics Supplement*, 28, sf: 778-788
- Griffin, M.J., (1984), "Vibration Dose Values for whole Body Vibration: Some Examples", *Conference on Human Response to Vibration*, Herriot-Watt University, Edinburgh
- Gupta, A.D., (1999), "Evaluation of a Fully Assembled Armored Vehicle Hull-Turret Model Using Computational and Experimental Modal Analyses", *Computers and Structures* 72, sf: 177-183
- Hagopian, J.D., Gaudiller, L. ve Maillard, B., (1999), "Hierarchical Control of Hydraulic Active Suspensions of a Fast All-Terrain Military Vehicle", *Journal of Sound and Vibration*, 222 (5), sf: 723-752
- Heperkan, H. ve Kesgin, U., (2003), "Yazılım ve Programlama Uygulamalarıyla Mühendisler İçin Sayısal Yöntemler", sf: 750-760, Literatür Yayıncılık, İstanbul
- Hohl, G.H., (1986), "Torsion-Bar Spring and Damping Systems of Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, Vol. 22, No. 4, sf: 195-203, İngiltere
- Kitano, M. ve Jyozaki, H., (1976), "A Theoretical Analysis of Steerability of Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, Vol: 13, No: 4, sf: 241-258, Pergamon Press, İngiltere
- Kitano, M. ve Kuma, M., (1977), "An Analysis of Horizontal Plane Motion of Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, Vol: 14, No: 4, sf: 211-225, Pergamon Press, İngiltere
- Kitano, M., Watanabe, K., Takaba, Y. ve Togo, K., (1988), "Lane-Change Maneuver of High Speed Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, Vol: 25, No: 2, sf: 91-102, Pergamon Press, İngiltere
- Kogure, K., (1976), "External Motion Resistance Caused by Rut Sinkage of a Tracked Vehicle", *Journal of Terramechanics*, Vol: 13, No: 1, sf: 1-14, Pergamon Press, İngiltere
- Kogure, K. ve Kudo, T., (1977), "Shearing Properties of Sand Under a Repeated Loading Representing the Ground Pressure Distribution of a Tracked Vehicle", *Journal of Terramechanics*, Vol: 14, No: 4, sf: 237-248, Pergamon Press, İngiltere
- Lee, H.C., Choi, J.H. ve Shabana, A.A., (1998), "Spatial Dynamics of Multibody Tracked Vehicles – Part II: Contact Forces and Simulation Results", *Vehicle System Dynamics*, 29, sf: 113-137
- Lemaitre, J., (1996), "A Course On Damage Mechanics", 2. Edition, Springer, sf: 141-143, Almanya
- Ma, Z.D. ve Perkins, N.C., (2002), "A Track – Wheel – Terrain Interaction Model for Dynamic Simulation of Track Vehicles", *Vehicle System Dynamics*, Vol: 37, No: 6, sf: 401-421
- Marin, J., (1966), "Mechanical Behaviour of Engineering Materials", Prentice Hall of India - New Delhi, sf: 197-208
- Murray, M. ve Canfield, T.R., (1992), "Modeling of a Flexible Link Power Transmission System", 6th ASME International Power Transmissions and Gearing Conference, 13-16 Eylül, Scottsdale, AZ
- Niemann, G., (1975), "Maschinen-Elemente I", Springer Verlag, Cild 1, sf: 67, Berlin,

Heidelberg, New York

Park, S., Popov, A.A. ve Cole, D.J., (2004), "Influence of Soil Deformation on Off-Road Heavy Vehicle Suspension Vibration", *Journal of Terramechanics*, 41, sf: 41-68, Elsevier

Radforth, JR., Bekker, M.G., Comellas, E.M. ve Radforth, N.W., (1971), "The Martin Track", *Journal of Terramechanics*, Vol: 8, No: 2, sf: 61-63, Pergamon Press, İngiltere

Rubinstein, D. ve Hitron, R., (2004), "A Detailed Multi-Body Model for Dynamic Simulation of Off-Road Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, 41, sf: 163-173, Elsevier

Saatçı, G.E., (2002), "Dinamik Kırılmalarda Birikimli (Kümülatif) Hasar Metotlarının İncelenmesi ve GTD Model 4x4 Askeri Aracın Aktarma Elemanlarına Uygulanması", Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, İstanbul

Saatçı, G.E. ve Tahralı, N., (2003), "Birikimli Hasar Teorileri ve Hareket İletim Elemanına Uygulanması", *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, Cilt 1, Sayı 1, sf: 21-30, İstanbul

Saatçı, G.E. ve Tahralı, N., (2003), "Diferansiyel Dişlisinin Birikimli Hasar Teorilerine Göre Ömür Değerlendirmesi", 6. Uluslararası Kırılma Konferansı Bildiri Kitabı, sf: 394-404, Konya

Saatçı, G.E. ve Tahralı, N., (2003), "Makina Parçalarının Ömür Hesaplarında Wöhler Eğrilerinin Pratik Çizimi", II. Ulusal Demir-Çelik Sempozyumu ve Sergisi Kitabı, TMMOB Makina Mühendisleri Odası, Yayın No: E/2003/336, sf: 69-76, Zonguldak

Sankar, S., Dhir, A. ve Shankhla, V.S., (1994), "Simulation and Field Testing of Tracked Vehicle Suspension Dynamics", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 116 (4), sf: 764-773

Sarwar, M.K., Nakanishi, T. ve Shabana, A.A., (1995), "Chain Link Deformation in the Nonlinear Dynamics of Tracked Vehicles", *Journal of Vibration and Control*, 1, sf: 201-224

Tahralı, N. ve Dikmen, F., (1995), "Konstrüksiyon Elemanlarında Güvenirlik ve Ömür Hesapları", Y.T.Ü. Makina Fakültesi, sayı: 303, sf: 41-43, 83-87, İstanbul

Veikos, N.M. ve Freudenstein, F., (1992), "On the Dynamic Analysis of Roller Chain Drives, Parts I and II", 1992 Mechanism Conference, DE-Vol.46, 13-16 Eylül, Scottsdale, AZ

Wong, J.Y., (1980), "Data Processing Methodology in the Characterization of the Mechanical Properties of Terrain", *Journal of Terramechanics*, 17 (1), sf: 13-41

Wong, J.Y., (1986), "Computer Aided Analysis of the Effects of Design Parameters on the Performance of Tracked Vehicles", *Journal of Terramechanics*, 23, No. 2, sf: 95-124, İngiltere

Wong, J.Y. ve Preston-Thomas, J., (1988), "Investigation into the Effects of Suspension Characteristics and Design Parameters on the Performance of Tracked Vehicles Using an Advanced Computer Simulation Model", *Proc. Ins. Mech. Eng.*, 202 (D3)

Wong, J.Y., (1989), "Terramechanics and Off-Road Vehicles", Elsevier, New York

Wong, J.Y., (2001), "Theory of Ground Vehicles", 3. Baskı, New York, John Wiley & Sons

Yamakawa, J. ve Watanabe, K., (2004), "A Spatial Motion Analysis Model of Tracked Vehicles with Torsion Bar Type Suspension", *Journal of Terramechanics*, 41, sf: 113-126, Elsevier

Zhu, Q. ve Ishitobi, M., (2004), "Chaos and Bifurcations in a Nonlinear Vehicle Model", *Journal of Sound and Vibration*, 275, Elsevier, sf: 1136-1146

EKLER

- Ek 1 Sekiz serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri
Ek 2 On beş serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri

Ek 1 Sekiz serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri

Birinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{M_{\text{top}}}{2} + m_{k1} + m_{k2} + m_{k3} + m_{k4} + m_{k5} + m_{k6} - \right. \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) - \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) - \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) - \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \Big) \ddot{x}_1 + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_2 + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \ddot{x}_3 + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \ddot{x}_4 + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \ddot{x}_5 + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \ddot{x}_6 + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \ddot{x}_7 - \\
& - \left(\left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& \left. + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \right) \ddot{\beta} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \cdot \tan(\theta_6)} \right) - \\
& - \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \Big] \dot{\beta}^2 + \\
& + c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) (\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) (\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) - \\
& - F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - \frac{M_{\text{top}}}{2} g = 0
\end{aligned}$$

İkinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p1} \cdot \ddot{x}_2 + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p1}}{r_p^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) - \\
& - c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_{y1}) +
\end{aligned}$$

$$+ F_1 \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) +$$

$$+ k_{pal} \cdot (x_2 - \delta_{st2} - x_{y1}) - (2 \cdot m_{p1} + m_{k1}) \cdot g = 0$$

Üçüncü Denklem:

$$2 \cdot m_{p2} \cdot \ddot{x}_3 + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \cdot$$

$$\cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) +$$

$$+ \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \cdot$$

$$\left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) -$$

$$- c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2$$

$$\cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{x}_{y2}) +$$

$$+ F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) +$$

$$+ k_{pal} \cdot (x_3 - \delta_{st3} - x_{y2}) - (2 \cdot m_{p2} + m_{k2}) \cdot g = 0$$

Dördüncü Denklem:

$$2 \cdot m_{p3} \cdot \ddot{x}_4 + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \cdot$$

$$\cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) +$$

$$+ \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \cdot$$

$$\left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& -c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_4 - \dot{x}_{y3}) + \\
& + F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_4 - \delta_{\text{st4}} - x_{y3}) - (2 \cdot m_{p3} + m_{k3}) g = 0
\end{aligned}$$

Beşinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p4} \cdot \ddot{x}_5 + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) - \\
& - c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_5 - \dot{x}_{y4}) + \\
& + F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_5 - \delta_{\text{st5}} - x_{y4}) - (2 \cdot m_{p4} + m_{k4}) g = 0
\end{aligned}$$

Altıncı Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p5} \cdot \ddot{x}_6 + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) - \\
& - c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_6 - \dot{x}_{y5}) + \\
& + F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_6 - \delta_{st6} - x_{y5}) - (2 \cdot m_{p5} + m_{k5}) g = 0
\end{aligned}$$

Yedinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p6} \cdot \ddot{x}_7 + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \cdot \tan(\theta_6)} \right) - \\
& - c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_7 - \dot{x}_{y6}) + \\
& + F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_7 - \delta_{st7} - x_{y6}) - (2 \cdot m_{p6} + m_{k6}) g = 0
\end{aligned}$$

Sekizinci Denklem:

$$- \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_1 + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_2 + \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_3 + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_4 + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_5 + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_6 + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_7 - \\
& - \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \right. \\
& \left. + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 - \frac{J_{zz}}{2} \Big) \ddot{\beta} - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \cdot \tan(\theta_6)} \right) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}^2 + \\
& + c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) (\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) (\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) (\sin(\rho - \theta_6) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) (\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) (\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \cdot \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -F_5 \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \\
& (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& -F_6 \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) (\sin(\rho - \theta_6) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \\
& (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) = 0
\end{aligned}$$

Ek 2 On beş serbestlik dereceli modelin diferansiyel denklemleri

Birinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& (M_{\text{top}} + m_{k1} + m_{k2} + m_{k3} + m_{k4} + m_{k5} + m_{k6} + m_{k7} + m_{k8} + m_{k9} + m_{k10} + m_{k11} + m_{k12} - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) - \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) - \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) - \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) - \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) - \left(\frac{J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) - \left(\frac{J_{k12a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \Big) \ddot{x}_1 + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \ddot{x}_2 + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \ddot{x}_3 + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \ddot{x}_4 + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \ddot{x}_5 + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \ddot{x}_6 + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \ddot{x}_7 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \ddot{x}_8 + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \ddot{x}_9 + \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \ddot{x}_{10} + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \ddot{x}_{11} + \\
& + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \ddot{x}_{12} + \\
& + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \ddot{x}_{13} - \\
& - \left(D_1 \cdot \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \\
& + \left. \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \right) - \\
& - D_2 \cdot \left(\left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) + \\
& + \left. \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \Bigg) \\
& \cdot (\cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} - \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2) - \\
& - \left(\left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \right) \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \beta - \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \beta)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \beta)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \beta)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \beta)^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \tan(\theta_5)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \tan(\theta_6)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p7}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_7))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_7) \tan(\theta_7)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p8}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_8))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_8) \tan(\theta_8)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p9}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_9))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_9) \tan(\theta_9)} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p10}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{10}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{10}) \tan(\theta_{10})} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p11}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{11}))^2} + 1 \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{11}) \cdot \tan(\theta_{11})} \right) - \\
& - \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p12}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{12}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{12}) \cdot \tan(\theta_{12})} \right) - \\
& - \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2 \cdot J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2 + \\
& + c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{13} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7) \cdot (\sin(\rho - \theta_7) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{15} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{17} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c_{19} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{21} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{23} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) - \\
& - F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_7 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7) \cdot (\sin(\rho - \theta_7) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_8 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& - F_9 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -F_{10} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10})(\sin(\rho - \theta_{10}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& -F_{11} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11})(\sin(\rho - \theta_{11}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& -F_{12} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12})(\sin(\rho - \theta_{12}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) - \\
& -M_{\text{top}} \cdot \mathbf{g} = 0
\end{aligned}$$

İkinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p1} \cdot \ddot{x}_2 + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{\beta} - D_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) - \\
& - c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_{y1}) + \\
& + F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_2 - \delta_{st2} - x_{y1}) - (2 \cdot m_{p1} + m_{k1}) \cdot \mathbf{g} = 0
\end{aligned}$$

Üçüncü Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p2} \cdot \ddot{x}_3 + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) \cdot J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{\beta} - D_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) \cdot J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) - \\
& - c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_3 - \dot{x}_{y2}) + \\
& + F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_3 - \delta_{st3} - x_{y2}) - (2 \cdot m_{p2} + m_{k2}) \cdot g = 0
\end{aligned}$$

Dördüncü Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p3} \cdot \ddot{x}_4 + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) \cdot J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{\beta} - D_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) \cdot J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) - \\
& - c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_4 - \dot{x}_{y3}) + \\
& + F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_4 - \delta_{st4} - x_{y3}) - (2 \cdot m_{p3} + m_{k3}) \cdot g = 0
\end{aligned}$$

Beşinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p4} \cdot \ddot{x}_5 + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{\beta} - D_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2 + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) - \\
& - c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_5 - \dot{x}_{y4}) + \\
& + F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_5 - \delta_{st5} - x_{y4}) - (2 \cdot m_{p4} + m_{k4}) g = 0
\end{aligned}$$

Altıncı Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p5} \cdot \ddot{x}_6 + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \ddot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} - D_1 \cdot \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \\
& + (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) - \\
& - c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_6 - \dot{x}_{y5}) + \\
& + F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_6 - \delta_{st6} - x_{y5}) - (2 \cdot m_{p5} + m_{k5}) g = 0
\end{aligned}$$

Yedinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2.m_{p6}.\ddot{x}_7 + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6).J_{k6b}}{(L_a.\sin(\theta_6))^2} - \frac{2.J_{p6}}{(r_p.\tan(\theta_6))^2} \right) \\
& .(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_7 + D_1.\cos(\alpha).\ddot{\alpha} + (-L_6.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\ddot{\beta} - D_1.\sin(\alpha).\dot{\alpha}^2 + \\
& + (L_6.\sin(\beta) + (g_c + z_c).\cos(\beta))\dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6).J_{k6b}}{(L_a.\sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2.J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1.\cos(\alpha).\dot{\alpha} + (-L_6.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\dot{\beta})^2}{L_a.\sin(\theta_6).\tan(\theta_6)} \right) - \\
& - c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a.\sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6).\sin(\rho - \theta_6).\tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6)}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& .(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1.\cos(\alpha).\dot{\alpha} + (-L_6.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\dot{\beta}) + c_{pal}.\dot{x}_7 - \dot{x}_{y6} + \\
& + F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a.\sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6).\sin(\rho - \theta_6).\tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6)}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal}.\dot{x}_7 - \delta_{st7} - \dot{x}_{y6} - (2.m_{p6} + m_{k6})g = 0
\end{aligned}$$

Sekizinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2.m_{p7}.\ddot{x}_8 + \left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7).J_{k7b}}{(L_a.\sin(\theta_7))^2} - \frac{2.J_{p7}}{(r_p.\tan(\theta_7))^2} \right) \\
& .(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_8 - D_2.\cos(\alpha).\ddot{\alpha} + (L_1.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\ddot{\beta} + D_2.\sin(\alpha).\dot{\alpha}^2 + \\
& + (-L_1.\sin(\beta) + (g_c + z_c).\cos(\beta))\dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7).J_{k7b}}{(L_a.\sin(\theta_7))^2} - \left(\frac{2.J_{p7}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_7))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2.\cos(\alpha).\dot{\alpha} + (L_1.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\dot{\beta})^2}{L_a.\sin(\theta_7).\tan(\theta_7)} \right) - \\
& - c_{13} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a.\sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7).\sin(\rho - \theta_7).\tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7)}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& .(\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2.\cos(\alpha).\dot{\alpha} + (L_1.\cos(\beta) + (g_c + z_c).\sin(\beta))\dot{\beta}) + c_{pal}.\dot{x}_8 - \dot{x}_{y7} + \\
& + F_7 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a.\sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7).\sin(\rho - \theta_7).\tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7)}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) +
\end{aligned}$$

$$+ k_{\text{pal}} \cdot (x_8 - \delta_{\text{st}8} - x_{y7}) - (2 \cdot m_{p7} + m_{k7}) g = 0$$

Dokuzuncu Denklem:

$$2 \cdot m_{p8} \cdot \ddot{x}_9 + \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \cdot$$

$$\cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \ddot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + D_2 \cdot \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 +$$

$$+ (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p8}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_8))^2} + 1 \right) \right) \cdot$$

$$\left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_8) \cdot \tan(\theta_8)} \right) -$$

$$- c_{15} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2$$

$$\cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_9 - \dot{x}_{y8}) +$$

$$+ F_8 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) +$$

$$+ k_{\text{pal}} \cdot (x_9 - \delta_{\text{st}9} - x_{y8}) - (2 \cdot m_{p8} + m_{k8}) g = 0$$

Onuncu Denklem:

$$2 \cdot m_{p9} \cdot \ddot{x}_{10} + \left(\frac{J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \cdot$$

$$\cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \ddot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + D_2 \cdot \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 +$$

$$+ (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p9}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_9))^2} + 1 \right) \right) \cdot$$

$$\left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_9) \cdot \tan(\theta_9)} \right) -$$

$$- c_{17} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2$$

$$\begin{aligned}
& \cdot (\ddot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_{10} - \dot{x}_{y9}) + \\
& + F_9 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_{10} - \delta_{\text{st}10} - x_{y9}) - (2 \cdot m_{p9} + m_{k9}) g = 0
\end{aligned}$$

On Birinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p10} \cdot \ddot{x}_{11} + \left(\frac{J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10}) \cdot J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + D_2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10}) \cdot J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p10}}{r_p^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{10}))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{10}) \cdot \tan(\theta_{10})} \right) - \\
& - c_{19} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \cdot \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{\text{pal}} \cdot (\dot{x}_{11} - \dot{x}_{y10}) + \\
& + F_{10} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{\text{pal}} \cdot (x_{11} - \delta_{\text{st}11} - x_{y10}) - (2 \cdot m_{p10} + m_{k10}) g = 0
\end{aligned}$$

On İkinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p11} \cdot \ddot{x}_{12} + \left(\frac{J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11}) \cdot J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + D_2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
& + (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11}) \cdot J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p11}}{r_p^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{11}))^2} + 1 \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{11}) \cdot \tan(\theta_{11})} \right) - \\
& - c_{21} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_{12} - \dot{x}_{y11}) + \\
& + F_{11} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_{12} - \delta_{st12} - x_{y11}) - (2 \cdot m_{p11} + m_{k11}) g = 0
\end{aligned}$$

On Üçüncü Denklem:

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot m_{p12} \cdot \ddot{x}_{13} + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) \cdot J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \cdot \\
& \cdot (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \ddot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{\beta} + D_2 \cdot \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 + \\
& + (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \dot{\beta}^2) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) \cdot J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p12}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{12}))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{12}) \cdot \tan(\theta_{12})} \right) - \\
& - c_{23} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + c_{pal} \cdot (\dot{x}_{13} - \dot{x}_{y12}) + \\
& + F_{12} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + k_{pal} \cdot (x_{13} - \delta_{st13} - x_{y12}) - (2 \cdot m_{p12} + m_{k12}) g = 0
\end{aligned}$$

On Dördüncü Denklem:

$$\begin{aligned}
& - \left(\left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) \cdot J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2 \cdot J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \right) \cdot \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_1 + \\
& + \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_2 + \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_3 + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_4 + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_5 + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_6 + \\
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{x}_7 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_8 + \\
& + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_9 + \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_{10} + \\
& + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_{11} + \\
& + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_{12} + \\
& + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \ddot{x}_{13} - \\
& - \left(\left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \cdot \right. \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot (\cos(\alpha) \cdot \ddot{\alpha} - \sin(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2) - \\
& - \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta))^2 - J_{zz} \ddot{\beta} - \\
& - \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2J_{p1}}{r_p^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \cdot \tan(\theta_6)} \right) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p7}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_7))^2} + 1 \right) \right) \\
& \cdot \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_7) \cdot \tan(\theta_7)} \right) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p8}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_8))^2} + 1 \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_8) \cdot \tan(\theta_8)} \right) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p9}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_9))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_9) \cdot \tan(\theta_9)} \right) \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p10}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{10}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{10}) \cdot \tan(\theta_{10})} \right) \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p11}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{11}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{11}) \cdot \tan(\theta_{11})} \right) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p12}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{12}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{12}) \cdot \tan(\theta_{12})} \right) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(\left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2 \cdot J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \right) \\
& \cdot (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \right) \\
& \cdot (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \right) \\
& \cdot (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(\left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& \cdot (L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}^2 + \\
& + \left(c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{13} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_7) \cdot (\sin(\rho - \theta_7) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) + \\
& + c_{15} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + c_{17} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9)(\sin(\rho - \theta_9) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(c_{7} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4)(\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \right. \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{19} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10})(\sin(\rho - \theta_{10}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(c_{9} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5)(\sin(\rho - \theta_5) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \right. \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{21} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11})(\sin(\rho - \theta_{11}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6)(\sin(\rho - \theta_6) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \right. \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{23} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12})(\sin(\rho - \theta_{12}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_7 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7)(\sin(\rho - \theta_7) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \\
& \cdot (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_8 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \\
& \cdot (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_9 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \\
& \cdot (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_{10} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \\
& \cdot (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_{11} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \\
& \cdot (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) - \\
& - \left(F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_{12} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \\
& \cdot (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) = 0
\end{aligned}$$

On Beşinci Denklem:

$$\begin{aligned}
& - \left(D_1 \cdot \left(\left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \Bigg) - \\
& - D_2 \cdot \left(\left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) + \\
& + \left. \left(\frac{J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \Bigg) \\
& \cdot \cos(\alpha) \cdot \ddot{x}_1 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\left(\frac{J_{k1a} - \text{sgn}(\rho - \theta_1) J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) \cdot \ddot{x}_2 + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \text{sgn}(\rho - \theta_2) J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \cdot \ddot{x}_3 + \left(\frac{J_{k3a} - \text{sgn}(\rho - \theta_3) J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) \cdot \ddot{x}_4 + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \text{sgn}(\rho - \theta_4) J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) \cdot \ddot{x}_5 + \left(\frac{J_{k5a} - \text{sgn}(\rho - \theta_5) J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) \cdot \ddot{x}_6 + \\
& + \left. \left(\frac{J_{k6a} - \text{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \cdot \ddot{x}_7 \right) - \\
& - D_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\left(\frac{J_{k7a} - \text{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \cdot \ddot{x}_8 + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k8a} - \text{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \cdot \ddot{x}_9 + \left(\frac{J_{k9a} - \text{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \cdot \ddot{x}_{10} + \\
& + \left. \left(\frac{J_{k10a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \cdot \ddot{x}_{11} + \left(\frac{J_{k11a} - \text{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \cdot \ddot{x}_{12} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{x}_{12} + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \ddot{x}_{13} - \\
& - \left(D_1^2 \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5)J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6)J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \Bigg) + \\
& + D_2^2 \left(\left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11})J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12})J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \Bigg) \Bigg) \cdot \\
& (\cos(\alpha))^2 - J_{yy} \ddot{\alpha} - \\
& - \left(\left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1)J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7)J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \right) \cdot \\
& (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2)J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8)J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \cdot \\
& (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3)J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9)J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \cdot \\
& (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4)J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10})J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) \cdot J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
& (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) \cdot J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) \cdot J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
& (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \ddot{\beta} - \\
& - \left(D_1 \cdot \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p1}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_1))^2} + 1 \right) \right) \right) \right. \\
& \left. \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_1) \cdot \tan(\theta_1)} \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) \cdot J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p2}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_2))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_2) \cdot \tan(\theta_2)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) \cdot J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p3}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_3))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_3) \cdot \tan(\theta_3)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p4}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_4))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_4) \cdot \tan(\theta_4)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p5}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_5))^2} + 1 \right) \right) \cdot \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_5) \cdot \tan(\theta_5)} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p6}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_6))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_6) \cdot \tan(\theta_6)} \right) \\
& - D_2 \cdot \left(\left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p7}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_7))^2} + 1 \right) \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_7) \cdot \tan(\theta_7)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p8}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_8))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_8) \cdot \tan(\theta_8)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p9}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_9))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_9) \cdot \tan(\theta_9)} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p10}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{10}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{10}) \cdot \tan(\theta_{10})} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p11}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{11}))^2} + 1 \right) \right) \\
& \left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{11}) \cdot \tan(\theta_{11})} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \left(\frac{2 \cdot J_{p12}}{r_p^2} \right) \left(\frac{1}{(\tan(\theta_{12}))^2} + 1 \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\left(\frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta})^2}{L_a \cdot \sin(\theta_{12}) \cdot \tan(\theta_{12})} \right) \right) \cdot \cos(\alpha) + \\
& + \left(D_1^2 \cdot \left(\left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) + \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) \cdot J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) + \right. \right. \\
& + \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) \cdot J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) + \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) + \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) \cdot J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) \left. \right) + \\
& + D_2^2 \cdot \left(\left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) \cdot J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2 \cdot J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) + \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) \cdot J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) + \right. \\
& + \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) \cdot J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) + \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) \cdot J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) + \\
& + \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) \cdot J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) + \left. \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) \cdot J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \left. \right) \\
& \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 - \\
& - \left(\left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k1a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_1) \cdot J_{k1b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_1))^2} - \frac{2 \cdot J_{p1}}{(r_p \cdot \tan(\theta_1))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k7a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_7) \cdot J_{k7b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_7))^2} - \frac{2 \cdot J_{p7}}{(r_p \cdot \tan(\theta_7))^2} \right) \right) \cdot \right. \\
& \cdot (-L_1 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k2a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_2) \cdot J_{k2b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_2))^2} - \frac{2 \cdot J_{p2}}{(r_p \cdot \tan(\theta_2))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k8a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_8) \cdot J_{k8b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_8))^2} - \frac{2 \cdot J_{p8}}{(r_p \cdot \tan(\theta_8))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (-L_2 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k3a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_3) \cdot J_{k3b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_3))^2} - \frac{2 \cdot J_{p3}}{(r_p \cdot \tan(\theta_3))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k9a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_9) \cdot J_{k9b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_9))^2} - \frac{2 \cdot J_{p9}}{(r_p \cdot \tan(\theta_9))^2} \right) \right) \cdot \\
& \cdot (-L_3 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
& + \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k4a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_4) \cdot J_{k4b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_4))^2} - \frac{2 \cdot J_{p4}}{(r_p \cdot \tan(\theta_4))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k10a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{10}) \cdot J_{k10b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{10}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p10}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{10}))^2} \right) \right) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&.(L_4 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
&+ \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k5a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_5) \cdot J_{k5b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_5))^2} - \frac{2 \cdot J_{p5}}{(r_p \cdot \tan(\theta_5))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k11a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{11}) \cdot J_{k11b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{11}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p11}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{11}))^2} \right) \right) \\
&.(L_5 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) + \\
&+ \left(D_1 \cdot \left(\frac{J_{k6a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_6) \cdot J_{k6b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_6))^2} - \frac{2 \cdot J_{p6}}{(r_p \cdot \tan(\theta_6))^2} \right) - D_2 \cdot \left(\frac{J_{k12a} - \operatorname{sgn}(\rho - \theta_{12}) \cdot J_{k12b}}{(L_a \cdot \sin(\theta_{12}))^2} - \frac{2 \cdot J_{p12}}{(r_p \cdot \tan(\theta_{12}))^2} \right) \right) \\
&.(L_6 \cdot \sin(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \cos(\beta)) \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\beta}^2 + \\
&+ \left(D_1 \cdot \left(c_1 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1) \cdot (\sin(\rho - \theta_1) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) + \\
&+ c_3 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2) \cdot (\sin(\rho - \theta_2) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_3 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) + \\
&+ c_5 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3) \cdot (\sin(\rho - \theta_3) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_4 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) + \\
&+ c_7 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4) \cdot (\sin(\rho - \theta_4) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_5 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) + \\
&+ c_9 \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_6 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) + \\
&+ c_{11} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
&.\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_7 + D_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \cdot \dot{\beta} \right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -D_2 \cdot \left(c_{13} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7)(\sin(\rho - \theta_7) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_8 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_1 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{15} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8)(\sin(\rho - \theta_8) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_9 - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_2 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{17} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9)(\sin(\rho - \theta_9) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{10} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (L_3 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{19} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10})(\sin(\rho - \theta_{10}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{11} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_4 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{21} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11})(\sin(\rho - \theta_{11}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{12} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_5 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) + \\
& + c_{23} \cdot \left(\left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12})(\sin(\rho - \theta_{12}) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \right)^2 \\
& \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_{13} - D_2 \cdot \cos(\alpha) \dot{\alpha} + (-L_6 \cdot \cos(\beta) + (g_c + z_c) \cdot \sin(\beta)) \dot{\beta}) \cos(\alpha) - \\
& - \left(D_1 \cdot \left(F_1 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_1)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_1)(\sin(\rho - \theta_1) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_1))}{\cos(v_1)} - \frac{\sin(\rho - \theta_1)}{\cos(\lambda)} \right) \right) \right) + \\
& + F_2 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_2)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_2)(\sin(\rho - \theta_2) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_2))}{\cos(v_2)} - \frac{\sin(\rho - \theta_2)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_3 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_3)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_3)(\sin(\rho - \theta_3) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_3))}{\cos(v_3)} - \frac{\sin(\rho - \theta_3)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_4 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_4)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_4)(\sin(\rho - \theta_4) \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_4))}{\cos(v_4)} - \frac{\sin(\rho - \theta_4)}{\cos(\lambda)} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + F_5 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_5)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_5) \cdot (\sin(\rho - \theta_5) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_5))}{\cos(v_5)} - \frac{\sin(\rho - \theta_5)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_6 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_6)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_6) \cdot (\sin(\rho - \theta_6) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_6))}{\cos(v_6)} - \frac{\sin(\rho - \theta_6)}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) - \\
& - D_2 \cdot \left(F_7 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_7)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_7) \cdot (\sin(\rho - \theta_7) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_7))}{\cos(v_7)} - \frac{\sin(\rho - \theta_7)}{\cos(\lambda)} \right) \right) + \\
& + F_8 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_8)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_8) \cdot (\sin(\rho - \theta_8) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_8))}{\cos(v_8)} - \frac{\sin(\rho - \theta_8)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_9 \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_9)} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_9) \cdot (\sin(\rho - \theta_9) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_9))}{\cos(v_9)} - \frac{\sin(\rho - \theta_9)}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_{10} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{10})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{10}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{10}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{10}))}{\cos(v_{10})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{10})}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_{11} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{11})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{11}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{11}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{11}))}{\cos(v_{11})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{11})}{\cos(\lambda)} \right) + \\
& + F_{12} \cdot \left(\frac{\ell}{L_a \cdot \sin(\theta_{12})} \right) \left(\frac{\sin(\lambda - v_{12}) \cdot (\sin(\rho - \theta_{12}) \cdot \tan(\lambda) + \cos(\rho - \theta_{12}))}{\cos(v_{12})} - \frac{\sin(\rho - \theta_{12})}{\cos(\lambda)} \right) \Bigg) \Bigg) .
\end{aligned}$$

$$\cdot \cos(\alpha) = 0$$

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 26.12.1978

Doğum yeri İstanbul

Lise 1993-1996 İstek Özel Acıbadem Lisesi

Lisans 1996-2000 Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fak.
Makina Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2000-2002 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Mak. Müh. Anabilim Dalı, Konstrüksiyon Programı

Doktora 2002-2006 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Mak. Müh. Anabilim Dalı, Makina Teorisi ve
Kontrol Programı

Çalıştığı kurum

2002-Devam ediyor YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi